

# שדות אלקטרומגנטיים

פרק 27 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים:

רקע:

הפוטנציאל הוקטורי  $\vec{A}$  מוגדר לפי:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

משוואת פואסון לפוטנציאל הוקטורי (מחוק אמפר):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

עבור כיוול של הפוטנציאל  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$

פתרון המשוואה:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{k}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} ds'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ניתן למצא פוטנציאל וקטורי מתוך שדה מגנטי במקרים סימטריים באמצעות אינטגרל מסלולי:

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

תנאי שפה לפוטנציאל הוקטורי:

כל רכיבי הפוטנציאל הוקטורי רציפים.

פיתוח מולטיפולי עד לסדר שני:

סדר ראשון תמיד מתאפס והסדר השני הוא:

$$\vec{A}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{m} \times \hat{r}}{r^2}$$

כאשר  $\vec{m}$  הוא מונט הדיפול המגנטי של המערכת.

**שאלות:**

**(1) מצא צפיפות מפוטנציאל**

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי  $\vec{A} = C\hat{\phi}$  בקואורדינטות גליליות, כאשר  $C$  קבוע.

**(2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי**

תיל סופי באורך  $L$  נושא זרם  $I$  מונח לאורך ציר ה- $z$ .  
א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.



ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

**(3) סליל אינסופי**

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך  $n$  ורדיוס  $a$ .  
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זרם  $I$ .

**(4) גליל אינסופי**

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס  $a$  הנושא זרם  $I$ , אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

**(5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה**

מישור אינסופי נמצא במקביל למישור  $x - y$  כאשר המישור  $x - y$  נמצא במרכזו.  
במישור צפיפות זרם אחידה  $\vec{J} = J_0\hat{x}$ .  
עובי המישור הוא  $d$ .



א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

**תשובות סופיות:**

$$\vec{J} = \frac{C}{r^2} \hat{\phi} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I L \cdot \hat{y}}{4\pi x \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + x^2}} \quad \text{ב.} \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \left( \frac{z + \frac{L}{2} + \sqrt{\left(z + \frac{L}{2}\right)^2 + x^2 + y^2}}{z - \frac{L}{2} + \sqrt{\left(z - \frac{L}{2}\right)^2 + x^2 + y^2}} \right) \hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I \ln}{2} \hat{\phi} \quad r < a, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 I \ln a^2}{2r} \hat{\phi} \quad r > a \quad (3)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \hat{z} \quad r < a, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \left( \frac{a^2}{2} + a^2 \ln \frac{r}{a} \right) \hat{z} \quad r > a \quad (4)$$

$$A(z) = \begin{cases} -\mu_0 J \frac{z^2}{2} \hat{x} & |z| < \frac{d}{2} \\ -\frac{\mu_0 J d}{2} \left( z - \frac{d}{4} \right) \hat{x} & |z| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{A} = A(z) \hat{x}, \quad \vec{B} = B(z) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (5)$$