אלקטרומגנטיות אנליטית 1

פרק 18 - הפוטנציאל הווקטורי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A}$ מוגדר לפי:

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$$

משוואת פואסון לפוטנציאל הוקטורי (מחוק אמפר):

$$\vec{\nabla}^2\vec{A}=-\mu_0\vec{J}$$

עבור כיול של הפוטנציאל $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$

פתרון המשוואה:

$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dv'$$

$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{k}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}ds'$$

$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

ניתן למצא פוטנציאל וקטורי מתוך שדה מגנטי במקרים סימטריים באמצעות אינטגרל מסלולי:

$$\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=\int\vec{B}\cdot d\vec{s}$$

תנאי שפה לפוטנציאל הוקטורי:

כל רכיבי הפוטנציאל הוקטורי רציפים.

פיתוח מולטיפולי עד לסדר שני:

סדר ראשון תמיד מתאפס והסדר השני הוא:

$$\vec{A}_{dip}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\vec{m}\times\hat{r}}{r^2}$$

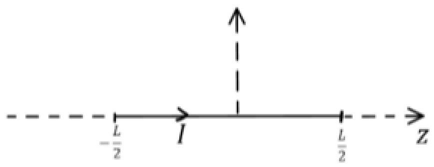
כאשר $\vec{m}$ הוא מונט הדיפול המגנטי של המערכת.

שאלות:

1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\varphi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי



תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה-z.

א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

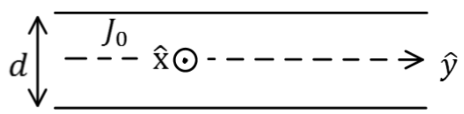
3) סליל אינסופי

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a.
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זורם זרם I.

4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I, אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה



מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x-y$ כאשר המישור $x-y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d.

א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=\frac{C}{r^2}\hat{\varphi}$

2) א. $\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\left(\frac{z+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}{z-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}\right)\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 IL\cdot\hat{y}}{4\pi x\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+x^2}}$

3) $\vec{A}=\frac{\mu_0 In}{2}\hat{\varphi}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 Ina^2}{2r}\hat{\varphi}\quad r>a$

4) $\vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\hat{z}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\ln\frac{r}{a}\right)\hat{z}\quad r>a$

5) א. $\vec{A}=A(z)\hat{x}\ ,\ \vec{B}=B(z)\hat{y}$ ב. $A(z)=\begin{cases}-\mu_0 J\frac{z^2}{2}\hat{x} & |z|<\frac{d}{2}\\ \frac{-\mu_0 Jd}{2}\left(z-\frac{d}{4}\right)\hat{x} & |z|>\frac{d}{2}\end{cases}$