

# חשמל גלים ואופטיקה

פרק 8 - הסבר על צפיפות מטען וקואורדינטות

תוכן העניינים

1. צפיפות מטען..... 1
2. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים..... 2
3. אינטגרל כפול ומשולש..... 5

---

## צפיפות מטען:

---

רקע:

**צפיפות נפחית** – כמות המטען ביחידת נפח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל-  $\rho = \frac{Q}{V}$ .

**צפיפות משטחית** – כמות המטען ביחידת שטח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל-  $\sigma = \frac{Q}{S}$ .

**צפיפות אורכית** – כמות המטען ביחידת אורך.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל-  $\lambda = \frac{Q}{L}$ .

אלמנט מטען אינפיטיסימלי:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

שאלות:

(1) תרגיל - דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

(2) תרגיל – מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען:  $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$ .

תשובות:

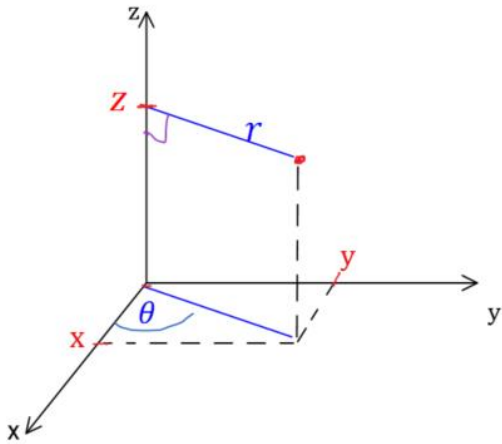
$$Q \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad (1)$$

$$\rho_0 \pi R^3 \quad (2)$$

## קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

רקע:

קואורדינטות גליליות:  $(r, \theta, z)$



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

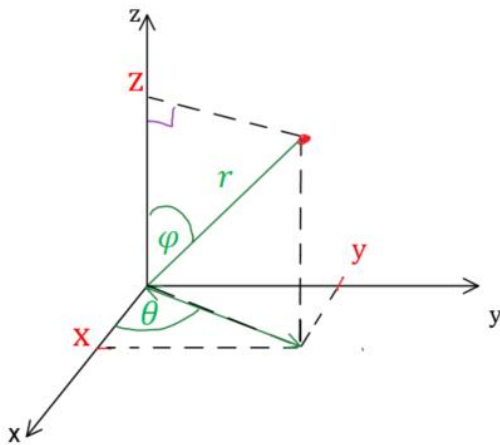
$$dl = r d\theta / dr / dz$$

דיסקה <sup>מעטפת</sup>  
גלילית

$$dS = r d\theta dr / r d\theta dz / dr dz$$

גליל מלא

$$dV = r d\theta dr dz$$



קואורדינטות כדוריות:  $(r, \theta, \varphi)$

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\theta d\varphi$$

**שאלות:**

- (1) **שטח מעגל**  
חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.
- (2) **חישוב נפח גליל**  
חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

**תשובות סופיות:**

$$S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (2)$$

## אינטגרל כפול ומשולש:

## שאלות:

פתרו את האינטגרלים הבאים:

- (1) דוגמה 1  $\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$
- (2) דוגמה 2  $\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$
- (3) דוגמה 3  $\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$
- (4) דוגמה 4  $\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$
- (5) דוגמה 5  $\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$
- (6) דוגמה 6  $\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$
- (7) דוגמה 7  $\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$
- (8) דוגמה 8  $\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$
- (9) דוגמה 9  $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$
- (10) דוגמה 10  $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$
- (11) דוגמה 11  $\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$

$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$

(12) דוגמה – אינטגרל משולש

## תשובות סופיות:

(1) 108

(2) 18

(3) 13.33

(4)  $\frac{2}{3}$

(5) 512

(6) 56.55

(7)  $\frac{4c^3}{3} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

(8)  $2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3}$

(9)  $\frac{4aR^3}{3} 2\pi$

(10)  $\frac{8\pi yR^3}{3}$

(11)  $4\pi r^2$

(12) 39