

סטטיסטיקה א

פרק 18 - המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת - שונות וסטיית תקן

תוכן העניינים

1. כללי..... 1

המשתנה המקרי הבדיד – תוחלת, שונות וסטיית תקן:

רקע:

תוחלת:

ממוצע של פונקציית ההסתברות, אם נבצע את התהליך אינסוף פעמים כמה בממוצע נקבל. התוחלת היא צפי של המשתנה המקרי.

$$\text{מגדירים תוחלת באופן הבא: } E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

שונות:

תוחלת ריבועי הסטיות מהתוחלת – נותן אינדיקציה על הפיזור והסיכון של פונקציית ההסתברות.

$$\text{מגדירים שונות באופן הבא: } V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

סטיית תקן:

שורש של השונות – הפיזור הממוצע הצפוי סביב התוחלת. מסמנים: $STD = \sigma$.

דוגמה:

בקזינו רולטה כמוראה בשרטוט. אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-ש. הסתברות לקבלת הסכומים השונים:



30	20	10	X
0.5	0.25	0.25	P(X)

$$E(X) = 10 \cdot 0.25 + 20 \cdot 0.25 + 30 \cdot 0.5 = 22.5 = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) =$$

$$= (10 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (20 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (30 - 22.5)^2 \cdot 0.5 = 68.75 = \sigma^2$$

$$\text{כדי לחשב את סטיית התקן נוציא שורש לשונות: } \sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{68.75} = 8.29$$

שאלות:

- (1) אדם משחק במשחק מזל. נגדיר את X להיות סכום הזכייה. להלן פונקציית ההסתברות של X :

40	20	0	-30	X
0.2	0.3	0.1	0.4	$P(X)$

מהי התוחלת, השונות וסטית התקן של X ?

- (2) נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :

8	6	4	2	X
0.2		0.3		$E(X)$

כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$.

א. מצאו את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשבו את: $V(X)$.

- (3) משתנה מקרי בדיד מקבל את הערכים 5 ו-5. נתון שהתוחלת של המשתנה 0 ושהשונות היא 10. מצא את פונקציית ההסתברות.

תשובות סופיות:

- (1) תוחלת: 2, שונות: 796.

- (2) א. ראו טבלה: ב. 5.16.

8	6	4	2	X
0.2	0.1	0.3	0.4	$P(X)$

- (3) ראו טבלה:

5	0	-5	X
0.2	0.6	0.2	$P(X)$