# מבוא להסתברות

## פרק 17 - המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת - שונות וסטיית תקן

### תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

# המשתנה המקרי הבדיד – תוחלת, שונות וסטיית תקן:

## רקע:

**תוחלת:**

ממוצע של פונקציית ההסתברות, אם נבצע את התהליך אינסוף פעמים כמה בממוצע נקבל. התוחלת היא צפי של המשתנה המקרי.

מגדירים תוחלת באופן הבא: $E(X)=\sum_i x_i P(x_i)=\mu$.

**שונות:**

תוחלת ריבועי הסטיות מהתוחלת – נותן אינדיקציה על הפיזור והסיכון של פונקציית ההסתברות.

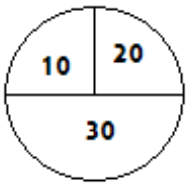
מגדירים שונות באופן הבא: $V(X)=\sum_i (x_i-\mu)^2 P(x_i)=\sum_i x_i^2 P(x_i)-\mu^2=\sigma^2$.

**סטיית תקן:**

שורש של השונות – הפיזור הממוצע הצפוי סביב התוחלת. מסמנים: $STD=\sigma$.

דוגמה:

בקזינו רולטה כמוראה בשרטוט. אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-₪. הסתברות לקבלת הסכומים השונים:




| $X$ | 30 | 20 | 10 |
|---|---|---|---|
| $P(X)$ | 0.5 | 0.25 | 0.25 |

$$E(X)=10\cdot 0.25+20\cdot 0.25+30\cdot 0.5=22.5=\mu$$

$$V(X)=\sum_i (x_i-\mu)^2 P(x_i)=$$

$$=(10-22.5)^2\cdot 0.25+(20-22.5)^2\cdot 0.25+(30-22.5)^2\cdot 0.5=68.75=\sigma^2$$

כדי לחשב את סטיית התקן נוציא שורש לשונות: $\sigma_x=\sqrt{V(X)}=\sqrt{68.75}=8.29$.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## שאלות:

**1)** אדם משחק במשחק מזל.
נגדיר את $X$ להיות סכום הזכייה.
להלן פונקציית ההסתברות של X:

| $X$ | -30 | 0 | 20 | 40 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X)$ | 0.4 | 0.1 | 0.3 | 0.2 |

מהי התוחלת, השונות וסטית התקן של X?

**2)** בישוב מסוים שני סניפי בנק: בנק פועלים ובנק לאומי. מתוך האוכלוסייה הבוגרת בישוב, ל-50% חשבון בנק בסניף הפועלים, ל-40% חשבון בנק בסניף לאומי ול-20% מהתושבים הבוגרים אין חשבון באף אחד מהסניפים.
יהי X מס' סניפי הבנק שלבוגר בישוב יש בהם חשבון.
חשבו את: $E(X)$.

**3)** ידוע של-20% מהמשפחות יש חיבור לווייני בביתם. בסקר אדם מחפש לראיין משפחה המחוברת ללוויין. הוא מטלפן באקראי למשפחה וממשיך עד אשר הוא מגיע למשפחה המחוברת ללוויין. בכל מקרה הסוקר לא יתקשר ליותר מ-5 משפחות. נגדיר את X להיות מספר המשפחות שאליהן האדם יתקשר.

א. בנו את פונקציית ההסתברות של X.

ב. חשבו את התוחלת וסטיית התקן של X.

**4)** לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי שלא ישתמש בו שוב.
נסמן ב-X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח.

א. בנו את פונקציית ההסתברות של X.

ב. חשבו את התוחלת והשונות של X.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

**5)** נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X:

| $X$ | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $E(X)$ | | 0.3 | | 0.2 |

כמו כן נתון ש: $E(X)=4.2$.

א. מצאו את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשבו את: $V(X)$.

**6)** משתנה מקרי בדיד מקבל את הערכים 0-5 ו-5.
נתון שהתוחלת של המשתנה 0 ושהשונות היא 10.
מצא את פונקציית ההסתברות.

**7)** להלן ההתפלגות של משתנה מקרי:

| $X$ | $P$ |
|---|---|
| 1 | $\frac{1}{4}$ |
| 3 | $\frac{1}{2}$ |
| $K$ | $\frac{1}{4}$ |

מהו הערך שייתן ערך מינימלי לשונות של X?


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## תשובות סופיות:

**1)** תוחלת: 2 , שונות: 796.

**2)** 0.9.

**3)** א. ראו סרטון. ב. תוחלת: 3.36 , סטיית תקן: 1.603.

**4)** א. ראו טבלה: ב. תוחלת: 3 , שונות: 2.

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X)$ | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |

**5)** א. ראו טבלה: ב. 5.16.

| $X$ | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X)$ | 0.4 | 0.3 | 0.1 | 0.2 |

**6)** ראו טבלה:

| $X$ | -5 | 0 | 5 |
|---|---|---|---|
| $P(X)$ | 0.2 | 0.6 | 0.2 |

**7)** 2.33.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל