

# קורס השלמה במתמטיקה

פרק 13 - המשתנה המקרי הבדיד - פונקציית ההסתברות

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## המשתנה המקרי הבדיד – פונקציית ההסתברות:

**רקע:**

**משתנה מקרי בדיד:**

משתנה מקרי בדיד הינו משתנה היכול לקבל כמה ערכים בודדים בהסתברויות שונות.

מתארים את המשתנה המקרי על ידי פונקציית ההסתברות.

**פונקציית ההסתברות:**

פונקציה המתאימה לכל ערך אפשרי של המשתנה את ההסתברות שלה. סכום ההסתברויות על פונקציית ההסתברות חייב להיות 1.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בקזינו יש רולטה כמתואר בשרטוט:



אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה בש"ח. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.

## שאלות:

- (1) ידוע שביישוב מסוים התפלגות מספר המכוניות למשפחה היא:
- 50 משפחות אינן מחזיקות במכונית.
  - 70 משפחות עם מכונית אחת.
  - 60 משפחות עם 2 מכוניות.
  - 20 משפחות עם 3 מכוניות.
- בוחרים באקראי משפחה מהיישוב, נגדיר את  $X$  להיות מספר המכוניות של המשפחה שנבחרה. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .
- (2) מהאותיות:  $A, B, C$  יוצרים קוד דו תווי.
- א. כמה קודים ניתן ליצור?
  - ב. רשמו את כל הקודים האפשריים.
  - ג. נגדיר את  $X$  להיות מספר הפעמים שהאות  $B$  מופיעה בקוד.
- בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .
- (3) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים: מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. כמו כן, נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8, הסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9 והסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי  $X$  מספר המבחנים שהסטודנט עבר. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .
- (4) הסיכוי לזכות במשחק מסוים הינו 0.3. אדם משחק את המשחק עד אשר הוא מנצח אך בכל מקרה הוא לא משחק את המשחק יותר מ-4 פעמים. נגדיר את  $X$  להיות מספר הפעמים שהוא שיחק את המשחק. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .
- (5) חברה לניהול פרויקטים מנהלת 3 פרויקטים במקביל. הסיכוי שפרויקט א' יצליח הינו 0.7, הסיכוי שפרויקט ב' יצליח הינו 0.8, והסיכוי שפרויקט ג' יצליח הינו 0.9. נתון שהצלחת כל פרויקט בלתי תלויה זו בזו. נגדיר את  $X$  להיות מספר הפרויקטים שיצליחו. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .
- (6) להלן פונקציית הסתברות של משתנה מקרי כלשהו:  $k = 1, 2, \dots, 4$ ,  $P(X = k) = \frac{k}{A}$ . מצאו את ערכו של  $A$ .

- (7) בגן ילדים 8 ילדים, מתוכם 5 בנים ו-3 בנות.  
בוחרים באקראי 3 ילדים להשתתף בהצגה.  
נגדיר את  $X$  כמספר הבנים שנבחרו להצגה.  
בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .
- (8) בסקר שנערך בדקו בקרב אנשים האם הם צופים במהדורת החדשות של ערוצים 1,2,10. להלן הנתונים:  
20% צופים בערוץ 2.  
8% צופים בערוץ 1.  
10% צופים בערוץ 10.  
כמו כן נתון ש 1% צופים בשלושת המהדורות גם יחד.  
10% צופים בשתי המהדורות מתוך השלושה.  
נגדיר את  $X$  להיות מספר המהדורות מבין 3 המהדורות המדוברות שאדם אקראי צופה. בנו את פונקציות ההסתברות של  $X$ .

## תשובות סופיות:

(1) להלן טבלה:

|     |     |      |      |        |
|-----|-----|------|------|--------|
| 3   | 2   | 1    | 0    | $X$    |
| 0.1 | 0.3 | 0.35 | 0.25 | $P(X)$ |

(2) להלן טבלה:

|               |               |               |        |
|---------------|---------------|---------------|--------|
| 2             | 1             | 0             | $X$    |
| $\frac{1}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $P(X)$ |

(3) להלן טבלה:

|      |      |      |        |
|------|------|------|--------|
| 2    | 1    | 0    | $X$    |
| 0.75 | 0.20 | 0.05 | $P(X)$ |

(4) להלן טבלה:

|       |       |      |     |        |
|-------|-------|------|-----|--------|
| 4     | 3     | 2    | 1   | $X$    |
| 0.343 | 0.147 | 0.21 | 0.3 | $P(X)$ |

(5) להלן טבלה:

|       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| 3     | 2     | 1     | 0     | $X$    |
| 0.504 | 0.398 | 0.092 | 0.006 | $P(X)$ |

(6) 10.

(7) להלן טבלה:

|                 |                 |                 |                |        |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|--------|
| 4               | 3               | 2               | 1              | $X$    |
| $\frac{10}{56}$ | $\frac{30}{56}$ | $\frac{15}{56}$ | $\frac{1}{56}$ | $P(X)$ |

(8) להלן טבלה:

|      |     |      |      |        |
|------|-----|------|------|--------|
| 4    | 3   | 2    | 1    | $X$    |
| 0.01 | 0.1 | 0.15 | 0.74 | $P(X)$ |