

מבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

פרק 16 - המשתנה המקרי הבדיד - פונקציית ההסתברות

תוכן העניינים

1. כללי 1

המשתנה המקרי הבדיד – פונקציית ההסתברות:

רקע:

משתנה מקרי בדיד:

משתנה מקרי בדיד הינו משתנה היכול לקבל כמה ערכים בודדים בהסתברויות שונות.

מתארים את המשתנה המקרי על ידי פונקציית ההסתברות.

פונקציית ההסתברות:

פונקציה המתאימה לכל ערך אפשרי של המשתנה את ההסתברות שלה. סכום ההסתברויות על פונקציית ההסתברות חייב להיות 1.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בקזינו יש רולטה כמתואר בשרטוט:



אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה בש"ח. בנו את פונקציית ההסתברות של סכום הזכייה במשחק בודד.

שאלות:

- (1) ידוע שביישוב מסוים התפלגות מספר המכוניות למשפחה היא :
 50 משפחות אינן מחזיקות במכונית.
 70 משפחות עם מכונית אחת.
 60 משפחות עם 2 מכוניות.
 20 משפחות עם 3 מכוניות .
 בוחרים באקראי משפחה מהיישוב, נגדיר את X להיות מספר המכוניות של המשפחה שנבחרה. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (2) מהאותיות : A, B, C יוצרים קוד דו תווי.
 א. כמה קודים ניתן ליצור?
 ב. רשמו את כל הקודים האפשריים.
 ג. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהאות B מופיעה בקוד.
 בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (3) תלמיד ניגש בסמסטר לשני מבחנים : מבחן בכלכלה ומבחן בסטטיסטיקה. כמו כן, נתון שהסיכוי לעבור את המבחן בכלכלה הנו 0.8, הסיכוי לעבור את המבחן בסטטיסטיקה הנו 0.9 והסיכוי לעבור את שני המבחנים הנו 0.75. יהי X מספר המבחנים שהסטודנט עבר. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (4) הסיכוי לזכות במשחק מסוים הינו 0.3. אדם משחק את המשחק עד אשר הוא מנצח אך בכל מקרה הוא לא משחק את המשחק יותר מ-4 פעמים. נגדיר את X להיות מספר הפעמים שהוא שיחק את המשחק. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (5) חברה לניהול פרויקטים מנהלת 3 פרויקטים במקביל. הסיכוי שפרויקט א' יצליח הינו 0.7, הסיכוי שפרויקט ב' יצליח הינו 0.8, והסיכוי שפרויקט ג' יצליח הינו 0.9. נתון שהצלחת כל פרויקט בלתי תלויה זו בזו. נגדיר את X להיות מספר הפרויקטים שיצליחו. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (6) להלן פונקציית הסתברות של משתנה מקרי כלשהו : $k = 1, 2, \dots, 4$, $P(X = k) = \frac{k}{A}$. מצאו את ערכו של A .

- (7) בגן ילדים 8 ילדים, מתוכם 5 בנים ו-3 בנות. בוחרים באקראי 3 ילדים להשתתף בהצגה. נגדיר את X כמספר הבנים שנבחרו להצגה. בנו את פונקציית ההסתברות של X .
- (8) בסקר שנערך בדקו בקרב אנשים האם הם צופים במהדורת החדשות של ערוצים 1,2,10. להלן הנתונים:
 20% צופים בערוץ 2.
 8% צופים בערוץ 1.
 10% צופים בערוץ 10.
 כמו כן נתון ש 1% צופים בשלושת המהדורות גם יחד.
 10% צופים בשתי המהדורות מתוך השלושה.
 נגדיר את X להיות מספר המהדורות מבין 3 המהדורות המדוברות שאדם אקראי צופה. בנו את פונקציית ההסתברות של X .

תשובות סופיות:

(1) להלן טבלה:

| | | | | |
|-----|-----|------|------|--------|
| 3 | 2 | 1 | 0 | X |
| 0.1 | 0.3 | 0.35 | 0.25 | $P(X)$ |

(2) להלן טבלה:

| | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------|
| 2 | 1 | 0 | X |
| $\frac{1}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $P(X)$ |

(3) להלן טבלה:

| | | | |
|------|------|------|--------|
| 2 | 1 | 0 | X |
| 0.75 | 0.20 | 0.05 | $P(X)$ |

(4) להלן טבלה:

| | | | | |
|-------|-------|------|-----|--------|
| 4 | 3 | 2 | 1 | X |
| 0.343 | 0.147 | 0.21 | 0.3 | $P(X)$ |

(5) להלן טבלה:

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| 3 | 2 | 1 | 0 | X |
| 0.504 | 0.398 | 0.092 | 0.006 | $P(X)$ |

(6) 0.10

(7) להלן טבלה:

| | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|--------|
| 4 | 3 | 2 | 1 | X |
| $\frac{10}{56}$ | $\frac{30}{56}$ | $\frac{15}{56}$ | $\frac{1}{56}$ | $P(X)$ |

(8) להלן טבלה:

| | | | | |
|------|-----|------|------|--------|
| 4 | 3 | 2 | 1 | X |
| 0.01 | 0.1 | 0.15 | 0.74 | $P(X)$ |