

# מבוא למתמטיקה

פרק 20 - המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)

תוכן העניינים

1. המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)..... 1

## המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)

### שאלות

בשאלות 1 ו-2, על סמך המשפט היסודי של החדו"א, הוכיחו כי אם  $f(x)$  רציפה ו- $b(x)$ ,  $a(x)$  גזירות, אזי:

$$I(x) = \int_a^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) \quad (1)$$

$$I(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x) \quad (2)$$

גזרו את הפונקציות בשאלות 3-6:

$$I(x) = \int_1^{x^3} \frac{\ln t}{t^2} dt \quad (4)$$

$$I(x) = \int_2^x e^{-t^2} dt \quad (3)$$

$$I(x) = \int_{x^3}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} \quad (6)$$

$$I(x) = \int_2^{x^3+x} t \ln t dt \quad (5)$$

$$(7) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{x-4} \int_4^x e^{t^2} dt \quad \text{חשבו את הגבול}$$

$$(8) \quad \text{חקרו את הפונקציה } F(x) = \int_0^x (t+1)^4 (t-1)^{10} dt, \text{ לפי הפירוט הבא:}$$

תחום הגדרה, נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה, נקודות פיתול ותחומי קמירות וקעירות.

### תשובות סופיות

(1) שאלת הוכחה.

(2) שאלת הוכחה.

(3)  $I'(x) = e^{-x^2}$

(4)  $I'(x) = \frac{\ln(x)^3}{(x^3)^2} \cdot 3x^2$

(5)  $I'(x) = (x^3 + x)(3x^2 + 1)\ln(x^3 + x)$

(6)  $I'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^8}} - \frac{3x^2}{\sqrt{1+x^{12}}}$

(7)  $4e^{16}$

(8) תחום הגדרה: כל  $x$ .נקודות קיצון: אין קיצון, עולה לכל  $x$ .

נקודות פיתול:  $x = -1, 1, -\frac{3}{7}$ .

תחומי קמירות:  $x > 1$ ,  $-1 < x < -\frac{3}{7}$ .

תחומי קעירות:  $x < -1$ ,  $-\frac{3}{7} < x < 1$ .