

## מתמטיקה לפיזיקאים 2

פרק 12 - החלפת משתנים באינטגרל כפול (יעקוביאן)

תוכן העניינים

1. החלפת משתנים באינטגרל כפול ..... 1

## החלפת משתנים באינטגרל כפול (יעקוביאן)

### שאלות

(1) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R \frac{x-y}{x+y} dA$ , כאשר  $R$  הוא התחום המוגבל על ידי הישרים  $y=3-x$ ,  $y=1-x$ ,  $y=x-1$ ,  $y=x$ .

(2) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R e^{xy} dA$ , כאשר  $R$  הוא התחום המוגבל על ידי הפונקציות  $y=x$ ,  $y=0.5x$ ,  $y=\frac{1}{x}$ ,  $y=\frac{2}{x}$ .

(3) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R \sin \frac{1}{2}(x+y) \cos \frac{1}{2}(x-y) dA$ , כאשר  $R$  הוא התחום בצורת משולש שקדקודיו הם  $A(0,0)$ ,  $B(2,0)$ ,  $C(1,1)$ .

(4) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R (4x+8y) dA$ , כאשר  $R$  הוא התחום בצורת מקבילית שקדקודיה הם:  $A(-1,3)$ ,  $B(1,-3)$ ,  $C(3,-1)$ ,  $D(1,5)$ .

(5) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R \sqrt{16x^2+9y^2} dA$ , כאשר  $R$  הוא התחום הכלוא בתוך האליפסה  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

(6) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R y^2 dA$ , כאשר  $R$  הוא התחום המוגבל על ידי העקומות  $y=\frac{1}{x}$ ,  $y=\frac{2}{x}$ ,  $xy^2=1$ ,  $xy^2=2$ .

(7) חשבו את האינטגרל הכפול  $\iint_R e^{x+y} dA$ , כאשר  $R = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ .

**תשובות סופיות**

$$\frac{1}{4} \ln 3 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(e^2 - e) \ln 2 \quad (2)$$

$$1 - \frac{1}{2} \sin 2 \quad (3)$$

$$192 \quad (4)$$

$$96\pi \quad (5)$$

$$\frac{3}{4} \quad (6)$$

$$e - \frac{1}{e} \quad (7)$$