

פיזיקה 1 מכניקה למהנדסים

פרק 21 - הבעיה הדו גופית (מסות מצומדות) חלק ב

תוכן העניינים

1. מימד אחד 1
2. דו ותלת מימד 2
3. ---- 5

מימד אחד:

שאלות:

(1) שני גופים עם כוח חשמלי דוחה

שני גופים בעלי מסות m ו- $2m$ מאולצים להיות רק על ציר ה- x .

לכל אחד מהגופים יש מטען חשמלי q .

כתוצאה מהמטען החשמלי פועל בין הגופים כוח חשמלי משמר (במקרה זה כוח דחייה).



האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח היא: $U(x_1, x_2) = \frac{q^2}{|x_2 - x_1|}$.

ברגע $t = 0$ המתואר בשרטוט, הגוף השמאלי נמצא ב- $x = -d$ והגוף הימני בראשית הצירים.

ברגע זה הגוף השמאלי מתחיל לנוע במהירות v לעבר הגוף הימני הנמצא במנוחה.

א. מהו מיקום מרכז המסה של שני הגופים ב- $t = 0$?

ב. מה מיקום מרכז המסה ברגע $t_1 = \frac{d}{2v}$?

ג. מצא את המרחק המינימלי בין הגופים.

ד. מהי מהירותו של הגוף השמאלי ביחס למעבדה ברגע בו המרחק מינימלי?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x_{c.m.} = -\frac{2}{3}d \quad \text{ב. } x_{c.m.} = -\frac{d}{3} \quad \text{ג. } x_{rel \min} = \frac{q^2}{\frac{1}{3}mv^2 + \frac{q^2}{d}}$$

$$\text{ד. } v = v_{c.m.} = \frac{2}{3}v$$

דו ותלת מימד:

רקע:

שימו לב - כל הנוסחאות הבאות למעט הנוסחאות לתנ"ז הופיעו גם בפרק של בעיית שני הגופים חלק א – חד מימד.

נוסחאות המעבר למשתנים:

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{r}_{rel} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

מעבר הפוך:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{c.m.} - \frac{m_2 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_{c.m.} + \frac{m_1 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$$

האנרגיה במשתנים החדשים:

$$E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}\mu v_{rel}^2 + U(r_{rel})$$

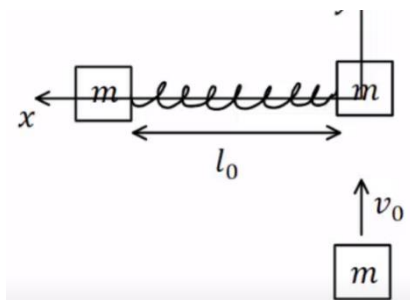
$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

תנ"ז:

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

$$\vec{L}_{c.m.} = \mu \vec{r}_{rel} \times \vec{v}_{rel}$$

שאלות:

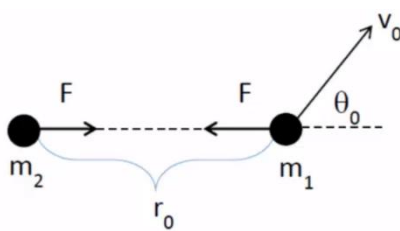


(1) מסות מצומדות מסתובבות

שתי מסות m זהות מחוברות על ידי קפיץ חסר מסה בעל קבוע k ואורך רפוי l_0 . המסות נמצאות במנוחה על שולחן לאורך ציר ה- x . מסה שלישית זהה נעה במהירות v_0 לכיוון המסה הימנית ולאורך ציר ה- y . המסה מתנגשת במסה הימנית התנגשות פלסטית.

- מהו מיקום מרכז המסה של כל הגופים כתלות בזמן לאחר ההתנגשות?
 - מהו התנע הזוויתי של הגופים לאחר ההתנגשות?
 - מהו הכיוון המינימלי של הקפיץ לאחר ההתנגשות?
- יש רק להגיע למשוואה ממעלה רביעית ממנה ניתן למצא את הפתרון.

(2) מסות מצומדות עם פוטנציאל ריבועי



נתונים שני גופים אשר ביניהם פועל כוח משיכה משמר עם הפוטנציאל $V(r) = Ar^2 + B$, כאשר r הוא המרחק בין הגופים ו- A, B קבועים נתונים. מסות הגופים הן m_1 ו- m_2 . בתחילת התנועה המרחק בין הגופים נתון והוא r_0 , המסה m_2 במנוחה והמסה m_1 נעה במהירות v_0 ובזווית θ_0 ביחס לקו המחבר בין שתי המסות (ראה איור).

- מצא את התנאי על v_0 ועל θ_0 כך שהמרחק בין הגופים יישאר קבוע במהלך התנועה.
- כעת הנח שהמרחק במהלך התנועה אינו קבוע ו- θ_0, v_0 נתונים.
- חשב את התנע הזוויתי והאנרגיה הכוללת כפי שאלו נמדדים במערכת מרכז המסה. האם גדלים אלו נשמרים במהלך התנועה? נמק מדוע.
- מצא את המרחק המינימלי והמקסימלי בין הגופים במהלך תנועה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x_{c.m}(t) = \frac{l_0}{3}, y_{c.m}(t) = 0 + \frac{v_0}{3} \cdot t \quad \text{ב. } L = \frac{mv_0 l_0}{3}$$

$$\text{ג. } mv_0^2 r_{rel}^2 = mv_0^2 l_0^2 + 6k(r_{rel} - l_0)^2 r_{rel}^2$$

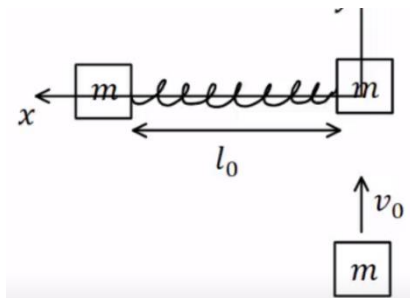
$$(2) \quad \text{א. } v_0 = \sqrt{\frac{2Ar_0^2}{\mu}}, v_0 \cos \theta_0 = 0 \Rightarrow \theta_0 = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\text{ב. } E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_0^2 + Ar_0 + B, L_{c.m} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r_0 v_0 \sin \theta_0$$

$$\text{ג. } r_{\min}^{\max} = \sqrt{\frac{E - B + \sqrt{(B - E)^2 - 4A \frac{L_{c.m}^2}{2\mu}}}{2A}}$$

שילוב עם כבידה:

שאלות:

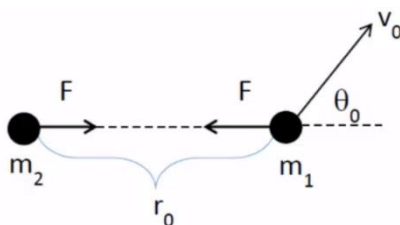


(1) מסות מצומדות מסתובבות

שתי מסות m זהות מחוברות על ידי קפיץ חסר מסה בעל קבוע k ואורך רפוי l_0 . המסות נמצאות במנוחה על שולחן לאורך ציר ה- x . מסה שלישית זהה נעה במהירות v_0 לכיוון המסה הימנית ולאורך ציר ה- y . המסה מתנגשת במסה הימנית התנגשות פלסטית.

- מהו מיקום מרכז המסה של כל הגופים כתלות בזמן לאחר ההתנגשות?
 - מהו התנע הזוויתי של הגופים לאחר ההתנגשות?
 - מהו הכיוון המינימלי של הקפיץ לאחר ההתנגשות?
- יש רק להגיע למשוואה ממעלה רביעית ממנה ניתן למצא את הפתרון.

(2) מסות מצומדות עם פוטנציאל ריבועי



נתונים שני גופים אשר ביניהם פועל כוח משיכה משמר עם הפוטנציאל $V(r) = Ar^2 + B$, כאשר r הוא המרחק בין הגופים ו- A, B קבועים נתונים. מסות הגופים הן m_1 ו- m_2 . בתחילת התנועה המרחק בין הגופים נתון והוא r_0 , המסה m_2 במנוחה והמסה m_1 נעה במהירות v_0 ובזווית θ_0 ביחס לקו המחבר בין שתי המסות (ראה איור).

- מצא את התנאי על v_0 ועל θ_0 כך שהמרחק בין הגופים יישאר קבוע במהלך התנועה.

כעת הנח שהמרחק במהלך התנועה אינו קבוע ו- θ_0, v_0 נתונים.

- חשב את התנע הזוויתי והאנרגיה הכוללת כפי שאלו נמדדים במערכת מרכז המסה. האם גדלים אלו נשמרים במהלך התנועה? נמק מדוע.
- מצא את המרחק המינימלי והמקסימלי בין הגופים במהלך תנועה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x_{c.m}(t) = \frac{l_0}{3}, y_{c.m}(t) = 0 + \frac{v_0}{3} \cdot t \quad \text{ב. } L = \frac{mv_0 l_0}{3}$$

$$\text{ג. } mv_0^2 r_{rel}^2 = mv_0^2 l_0^2 + 6k(r_{rel} - l_0)^2 r_{rel}^2$$

$$(2) \quad \text{א. } v_0 = \sqrt{\frac{2Ar_0^2}{\mu}}, v_0 \cos \theta_0 = 0 \Rightarrow \theta_0 = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\text{ב. } E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_0^2 + Ar_0 + B, L_{c.m} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r_0 v_0 \sin \theta_0$$

$$\text{ג. } r_{\min}^{\max} = \sqrt{\frac{E - B + \sqrt{(B - E)^2 - 4A \frac{L_{c.m}^2}{2\mu}}}{2A}}$$