# מתמטיקה דיסקרטית 1

## פרק 6 - הבינום של ניוטון

### תוכן העניינים

1. הבינום של ניוטון ..... 1

# הבינום של ניוטון

## שאלות

1) הוכיחו אלגברית וקומבינטורית את הזהות $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}2^k=3^n$.

2) הוכיחו לכל $n\geq 0$ את הזהות $6^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}2^{2n-k}$.

3) הוכיחו את השוויון

$$2^n=3^n-n3^{n-1}+\binom{n}{2}3^{n-2}-\ldots+(-1)^k\binom{n}{k}3^{n-k}+\ldots+(-1)^n\binom{n}{n}3^0$$

4) הוכיחו שלכל $n$ טבעי מתקיים $\sum_{k=0}^{n}\binom{2n+1}{k}=2^{2n}$.

5) הוכיחו בדרך אלגברית וקומבינטורית את הזהות $\binom{m+n}{2}=\binom{n}{2}+\binom{m}{2}+mn$.

6) הוכיחו כי $\binom{2n}{n}$ זוגי לכל $n\in\mathbb{N}$.

7) הוכיחו כי $\sum_{k=1}^{n}k\binom{n}{k}2^{k-1}=\frac{n}{3}\cdot 3^n$.

8) הוכיחו כי $\forall x,y,n\in\mathbb{N}^+,\ \binom{x+y}{n}=\sum_{k=0}^{n}\binom{x}{k}\binom{y}{n-k}$.

9) הוכיחו את השוויון $\sum_{k,j=0}^{n}\binom{n}{k}\binom{n}{j}\binom{n}{k+j}=\binom{3n}{n}$.

10) הוכיחו בדרך אלגברית וקומבינטורית את הזהות $\binom{r}{m}\binom{m}{k}=\binom{r}{k}\binom{r-k}{m-k}$.


כתב ופתר – טל פלדמן ©

**11)** הוכיחו שלכל $n\ge 0$ ולכל $0\le k\le n$ מתקיים $\binom{n+2}{k+2}=\binom{n}{k+2}+2\binom{n}{k+1}+\binom{n}{k}$.

**12)** הוכיחו אלגברית וקומבינטורית את הזהות

$$(2n-1)\cdot(2n-3)\cdots 1=\frac{\binom{2n}{2}\cdot\binom{2n-2}{2}\cdots\binom{2}{2}}{n!}$$

**13)** הוכיחו את הזהות $\sum_{k=1}^{n}k(n-k)\binom{2n}{k}\binom{3n}{n-k}=6n^2\binom{5n-2}{n-2}$.

**14)** הוכיחו את השוויון $\sum_{n=0}^{N}\binom{k-1+n}{n}=\binom{k+N}{N}$.

**15)** הוכיחו כי אם $n>0$ זוגי, אז $2^n>\binom{n}{\frac{n}{2}}$.

**16)** כמה מבין המספרים בפיתוח הבינום $\left(\sqrt{2}+\sqrt[4]{7}\right)^{80}$ שלמים?

**17)** הוכיחו כי לכל $n$ טבעי מתקיים $n^n-(n-1)^n=\sum\binom{n}{i}(n-1)^{n-i}$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il


כתב ופתר – טל פלדמן ©