

פיזיקה 2 חשמל ומגנטיות 20250

פרק 23 - דיפול חשמלי - רלוונטי לממן 16

תוכן העניינים

1. הכל על דיפול.....1

הכל על דיפול:

רקע:

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.



מומנט הדיפול:

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $d \gg r$:

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$$p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

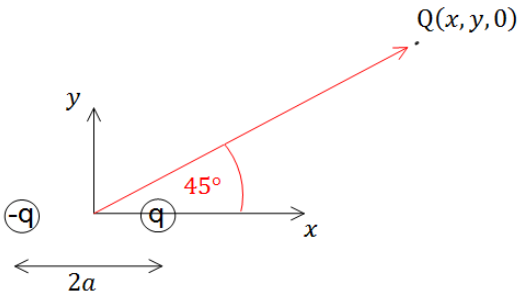
$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{E} = -\vec{\nabla}U$$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (נוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

שאלות:

(1) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה

שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים $x = a$ ו- $x = -a$.



- א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x, y, 0)$.
- ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x הוא 45° . השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

- ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.
- ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

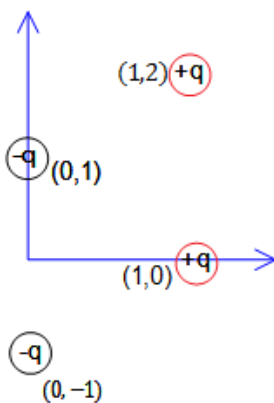
(2) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

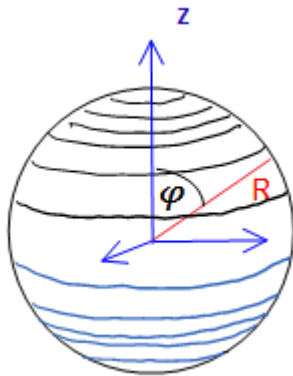
נתון דיפול $\vec{p} = (p, 0, 0)$ הנמצא בראשית.

- א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a, 0, 0)$ עם מהירות $(v, 0, 0)$ ייעצר בנקודה $(b, 0, 0)$.
- ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a, -\sqrt{2}a, 0)$ עם מהירות $(0, 0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.

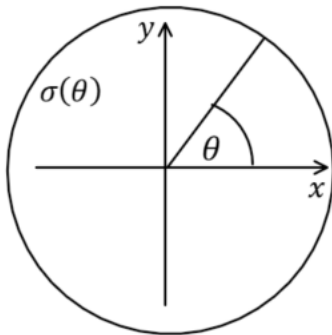
(3) מציאת מומנט דיפול של מערכת

מצא את מומנט הדיפול החשמלי של התפלגות המטענים המתוארת בצירור.

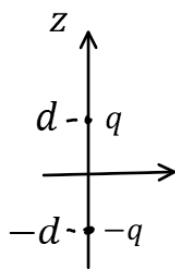




- (4) **מציאת מומנט דיפול של מערכת**
(באותו הסרטון כמו השאלה הקודמת)
מצא את מומנט הדיפול של קליפה כדורית הטעונה בצפיפות מטען משטחית לא אחידה $\sigma = \sigma_0 \cos \varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.



- (5) **דיסקה עם התפלגות מטען שתלויה בזווית**
דיסקה מלאה בעלת רדיוס R טעונה בצפיפות מטען ליחידת שטח $\sigma(\theta)$.
מצא את השדה החשמלי במרחק z מעל מרכז הדיסקה בגבול בו $z \gg R$:
א. במקרה בו $\sigma(\theta) = \sigma_0 \sin(\theta)$.
ב. במקרה בו $\sigma(\theta) = \sigma_0 \sin(2\theta)$ רק עד הסדר של הדיפול.



- (6) **חישוב שגיאה**
מטען q נמצא ב- $(0,0,d)$ ומטען -q נמצא ב- $(0,0,-d)$.
א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.
ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?
ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

- (7) **מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)**
דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול \vec{p} נמצא במיקום \vec{r} . מטען נקודתי q נמצא בראשית. התייחס ל-q, \vec{p} ו- \vec{r} כנתונים.
א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.
ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.

ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא:
$$\vec{F} = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r}^2 - (\vec{p} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{r})}{r^5}$$

8) אנרגיית דיפול-דיפול

דיפול \vec{p}_1 ממוקם ב- \vec{r}_1 ודיפול \vec{p}_2 ממוקם ב- \vec{r}_2 .

א. הראה שהאנרגיה של \vec{p}_2 בשדה של \vec{p}_1 היא:

$$U = \frac{k}{\tilde{r}^3} [\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3(\vec{p}_1 \cdot \tilde{\vec{r}})(\vec{p}_2 \cdot \tilde{\vec{r}})]$$

כאשר $\tilde{\vec{r}} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, $\tilde{r} = |\tilde{\vec{r}}|$, ו- $\tilde{\hat{r}} = \frac{\tilde{\vec{r}}}{\tilde{r}}$.



ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של \vec{p}_1 בשדה של \vec{p}_2 היינו מקבלים תוצאה זהה.

ג. מצא את הכוח הפועל על \vec{p}_2 והכוח על \vec{p}_1 .

ד. מה שווה הכוח על \vec{p}_2 במקרה ש- \vec{p}_2 מקביל ל- \vec{p}_1 ומקביל ל- $\tilde{\vec{r}}$?

ומה הכוח אם \vec{p}_2 מקביל ל- \vec{p}_1 ומאונך ל- $\tilde{\vec{r}}$.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = kq \left[\left(\frac{x-a}{((x-a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{x+a}{((x+a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \hat{x} + \left(\frac{y}{((x-a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{((x+a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \hat{y} \right] \quad \text{א. (1)}$$

ב. $\frac{kq}{r^3} (a\hat{x} + 3a\hat{y})$ ג. $q2a\hat{x}$ ד. שאלת הוכחה.

א. $\rho = \frac{mv^2}{2e^k} \left(\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \right)$ ב. $|e| \frac{K\sqrt{2}p}{3\sqrt{3}a^3}$ (2)

0 (3)

$\left(0, 0, \frac{4}{3} \sigma_0 R^3 2\pi \right)$ (4)

א. $-\frac{k\pi r_0 R^3 \hat{y}}{3z^3}$ ב. 0 (5)

א. $\varphi(q) = \frac{kq2d}{z^2 - d^2}$ ב. $z_{\min} = 10d$ ג. $z_{\min} \approx 14.14d$ (6)

א. $\frac{kq}{r^3} (\vec{p} \cdot \vec{r})$ ב. $-\frac{kq}{r^3} (\vec{p} \cdot \vec{r})$ ג. שאלת הוכחה (7)

א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה (8)

ג. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, $\vec{F}_2 = \frac{3k}{\tilde{r}^4} \left[\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \cdot \tilde{r} + (\vec{p}_2 \cdot \hat{r}) \cdot \vec{p}_1 + (\vec{p}_1 \cdot \hat{r}) \cdot \vec{p}_2 - 5(\vec{p}_1 \cdot \hat{r})(\vec{p}_2 \cdot \hat{r}) \hat{r} \right]$

ד. $\vec{F}_2 = -\frac{3K}{\tilde{r}^4} p_1 p_2 \hat{r}$: $\vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2 \perp \vec{r}$, $\vec{F}_2 = -\frac{6K}{\tilde{r}^4} p_1 p_2 \hat{r}$: $\vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2 \parallel \vec{r}$