דינמיקה

פרק 9 - דינמיקה של גוף קשיח ומשוואות התנועה

תוכן העניינים

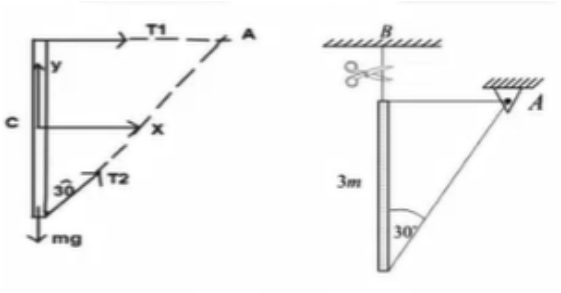
1. מבוא לדינמיקה של גוף קשיח ..... (ללא ספר)
2. שאלות בדו-מימד 1
3. תלת מימד - תנועה סיבובית ללא גלגול 3
4. תלת מימד - תנועה סיבובית עם גלגול ללא החלקה 7

שאלות בדו-מימד:

שאלות:

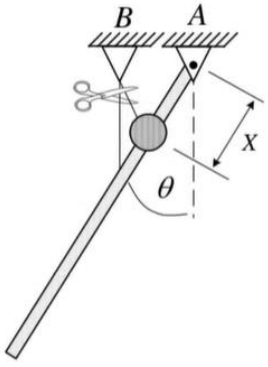
1) 1030

מוט במסה 4kg ואורך 3m מוחזק במנוחה ע"י 3 חוטים כמתואר בציור.
גוזרים את החוט המחובר ל-B. חשב את המתיחויות בחוטים המחוברים ל-A ואת התאוצה הזוויתית של המוט ברגע תחילת התנועה.



2) 1040

מוט חלק במסה M ואורך L מחובר בציר A
וקשור בחוט ל-B. על המוט מצוי חלקיק במסה m
במרחק X מ-A וגם הוא קשור בחוט ל-B.
המערכת אנכית ונייחת.
גוזרים את שני החוטים בו זמנית.
פתח ביטוי כתלות ב- L , θ , X , M , m לחישוב
התאוצה הזוויתית של המערכת ברגע תחילת התנועה



וחשב אותה עבור: $X=\frac{L}{4}$ ו- $M=2m$.
חשב את התאוצה הקווית של החלקיק יחסית למוט ברגע תחילת התנועה.
האם וכיצד ישתנו תשובותיך במידה והחלקיק היה ממוקם בתחילת התנועה במרחק $\frac{L}{4}$ מהקצה החופשי (כלומר: $X=\frac{3L}{4}$)? הסבר.

תשובות סופיות:

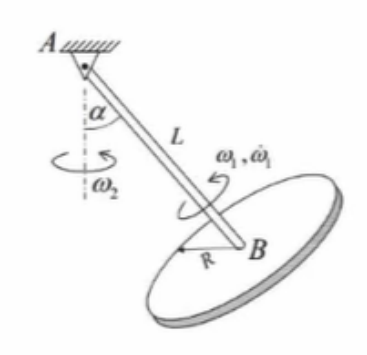
1) $\dot{\omega} = 2,83\frac{rad}{sec^2}$, $T_2 = 22,65N$, $T_1 = 5,66N$.

2) $\dot{\omega} = g\sin(\theta)\frac{\frac{ML}{2}+mx}{\frac{ML^2}{3}+mx^2}$, $\dot{\omega} = 1.714\frac{g\sin(\theta)}{L}$, $\ddot{r} = g\cos(\theta)$, כן.

תלת מימד – תנועה סיבובית ללא גלגול:

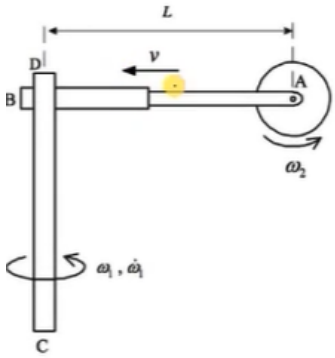
שאלות:

1) 1050



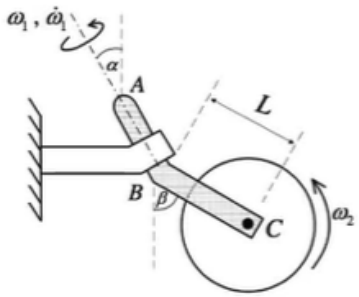
דיסקה במסה m ורדיוס R סובבת במהירות ותאוצה זוויתיות ω_1 , $\dot{\omega}_1$ סביב מוט AB.
המוט AB חסר מסה וסובב במהירות זוויתית קבועה ω_2 סביב האנך. אין להתחשב בכוח הכובד.
הזווית בין המוט לאנך α קבועה.
צייר דג"ח ברור וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב-A.

2) 1060



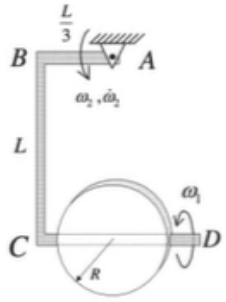
ציר CD סובב במהירות ותאוצה זוויתיות ω_1 , $\dot{\omega}_1$.
מוט טלסקופי AB רתום לציר CD. דיסקה במסה m ורדיוס R סובבת במהירות זוויתית ω_2 בקצה המוט הטלסקופי AB. ברגע המתואר אורך המוט הטלסקופי AB הינו L והוא נסגר במהירות קבועה v.
התעלם מכוח הכובד.
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואת התנועה לחישוב הריאקציות בריתום D.

3) 1080



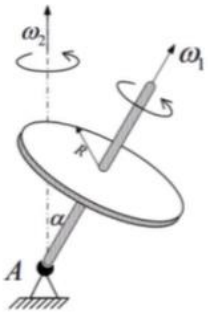
להלן מתוארת מערכת הנעה אחורית של קורקינט מסוג Streeter. הגלגל ברדיוס R ומסה m סובב סביב C. המוט ABC סובב סביב הציר AB כפי שמתואר באיור. המוט ABC חסר מסה.
הנח כי הגלגל הינו דיסקה. התעלם מכוח הכובד.
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב-B. אין צורך לפתור אותן.

4) 1090



מוט ABCD חסר מסה סובב במישור הדף. הקטע CD מושחל לאורך הקוטר של דיסקה במסה m ורדיוס R הסובבת סביבו. ברגע המתואר מישור הדיסקה מצוי במישור הדף ומרכז הדיסקה מתחת ל-A כמוראה בציור. התעלם מכוח הכובד.
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב-A ברגע המתואר. אין צורך לפתור אותן.
האם ערכה של ω_1 משפיע על ערך הריאקציות ב-A במהלך התנועה? הסבר.

5) 1140

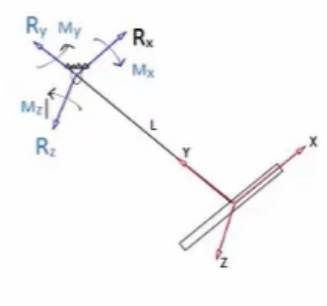


סביבון מורכב מדיסקה ברדיוס R ומסה m וממוט באורך 3R ומסה m המחוברים במרכזם. הסביבון סובב במהירות זוויתית קבועה ω_1 סביב ציר המוט בכיוון המוראה בציור ונטוי בזווית α מהאנך. הסביבון מושפע מכוח הכובד הגורם לו לנקיפה (פרצסיה) ב-ω_2 קבועה לא ידועה סביב האנך.
קצה מוט הסביבון נתמך בפרק כדורי A. התחשב בכוח הכובד.
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות ב-A ומהירות הנקיפה ω_2. אין צורך לפתור אותן.
בהנחה שקצה הסביבון יועבר אל משטח אופקי חלק ולא ייתמך בפרק הכדורי – האם תשתנה התנועה? אם כן – הסבר כיצד. אם לא – הסבר מדוע.

תשובות סופיות:

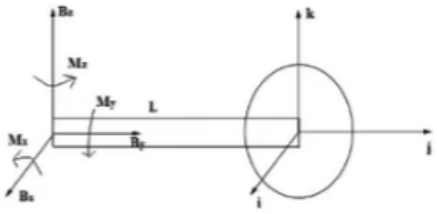
1) $\dot{\bar{H}} = \frac{1}{2}mR^2\dot{\omega}_1\hat{j} + \left(\frac{1}{2}mR^2\omega_1\omega_2\sin\alpha + \frac{1}{4}mR^2\omega_2^2\sin\alpha\cos\alpha\right)\hat{k}$.

שרטוט:



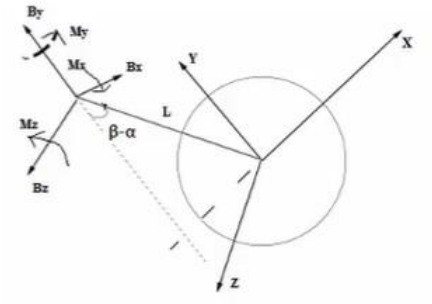
2) $\dot{\bar{H}} = \frac{1}{2}mR^2\omega_1\omega_2\hat{j} + \frac{mR^2\dot{\omega}_1}{4}\hat{k}$.

שרטוט:



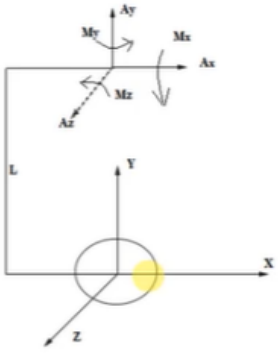
3) $\dot{\bar{H}} = \frac{mR^2\omega_1\omega_2}{2}\hat{I} + \frac{mR^2\dot{\omega}_1}{4}\hat{J}$.

שרטוט:



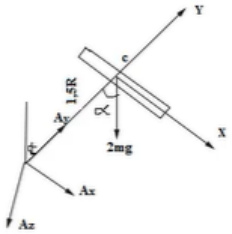
4) $\dot{\bar{H}} = \frac{mR^2\omega_1\omega_2}{2}\hat{J} + \frac{mR^2\dot{\omega}_2}{4}\hat{k}$, כן.

שרטוט:



5) $\dot{\bar{H}}_z = \frac{1}{2}mR^2\omega_2 \sin\alpha\left(-\omega_1 + \omega_2\cos\alpha\right)k$, כן.

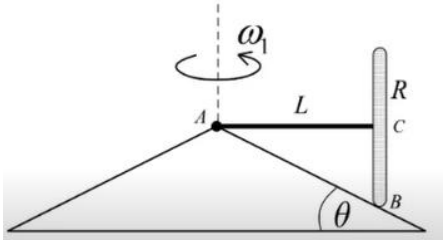
שרטוט:



תלת מימד – תנועה סיבובית עם גלגול ללא החלקה:

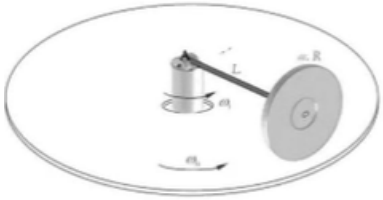
שאלות:

1) 1130



מוט אופקי חסר מסה באורך L מחובר בקצהו האחד לפרק כדורי A וסובב במהירות זוויתית קבועה ω_1. סביב המוט בקצהו השני מתגלגלת דיסקה אנכית במסה m ורדיוס R.
הדיסקה מתגלגלת ללא החלקה על פני חרוט נייח שזווית הבסיס שלו θ.
יש להתחשב בכוח הכובד. הזנח חיכוך במערכת.
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות על המערכת. אין צורך לפתור אותן.
במידה והמהירות הזוויתית ω_1 אינה קבועה, וקיימת תאוצה זוויתית $\dot{\omega}_1$
האם וכיצד ישתנו הריאקציות? הסבר.
כיצד יושפעו חישוביך במידה והתנועה הייתה על משטח אופקי?

2) 1100

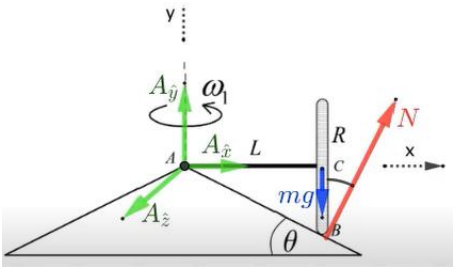


טבלה אופקית סובבת במהירות זוויתית קבועה ω_0.
מוט אופקי חסר מסה באורך L מחובר בקצהו האחד לציר אופקי A הסובב במהירות זוויתית קבועה ω_1. ידוע כי $\omega_1 > \omega_0$. סביב המוט בקצהו השני מתגלגלת דיסקה אנכית במסה m ורדיוס R.
הדיסקה מתגלגלת ללא החלקה על הטבלה.
יש להתחשב בכוח הכובד. הזנח חיכוך בין הדיסקות.
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות על המערכת. אין צורך לפתור אותן. שים לב למבנה הציר ב-A.

תשובות סופיות:

1) $\dot{\bar{H}} = \frac{1}{2}mR\omega_1^2 L\hat{k}$. כן.

שרטט:



2) $\dot{\bar{H}} = \frac{1}{2}mRL\left(\omega_1^2 - \omega_0\omega_1\right)\hat{k}$.

שרטוט:

