גלים אור ואופטיקה

פרק 8 - גלים דו מימדיים ומנחה גלים

תוכן העניינים

1. גלים דו מימדיים 1

גלים דו מימדיים

רקע

משוואת הגלים:

$$\frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

T - מתיחות ליחידת אורך.
ρ - צפיפות מסה ליחידת שטח.

פתרון:

$$z(x,y,t)=A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(k_x x+k_y y-\omega t\right)}$$
$$\vec{k}=\left(k_x,k_y\right)$$

כיוון וקטור הגל $\vec{k}$ הוא כיוון התקדמות הגל וחזיתות הגל הן במאונך אליו.

אורך הגל:

$$\lambda=\frac{2\pi}{\left|\vec{k}\right|}$$

יחס הנפיצה:

$$\omega^2=\frac{T}{\rho}\left(k_x^2+k_y^2\right)=v^2\cdot\left|\vec{k}\right|^2$$

$$v=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

תנאי שפה מלבנים עבור שפה קשורה:

$$z(x,y,t)=\sum_{m,n}A_{m,n}\sin\left(\frac{\pi n}{L_x}x\right)\sin\left(\frac{\pi m}{L_y}y\right)\cos\left(\omega_{m,n}t+\varphi_{m,n}\right)$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

שאלות

1) תנאי התחלה משולשים בתוף ריבועי

נתון תוף ריבועי כך ש: $0 \le x,y \le L$. התוף קשור בקצוותיו ובעל מתיחות ליח' אורך T וצפיפות ρ. מותחים את מרכז התוף במרכזו ומשחררים ממנוחה כך שבזמן: $t = 0$ נוצרת בו הצורה:

$$z(x,y,0) = Af(x)f(y)$$

$$f(q) = \begin{cases} q & , \ 0 \le q \le \frac{L}{2} \\ L-q & , \ \frac{L}{2} \le q \le L \end{cases}$$

א. מצאו את מקדמי הפרישה ורשמו את הצורה הכללית של פונקציית הגל.

ב. מצאו את פונקציית הגל אם ראשית הצירים הייתה במרכז התוף ולא בפינה רמז: אין צורך לפתור מחדש.

ג. נניח כי כל מקדם פרישה הקטן מ- $\frac{A_{11}}{100}$ הוא זניח. כמה מקדמי פרישה משמעותיים קיימים (ללא מקדמים המאפסים את הפונקציה).

2) תוף ריבועי לא איזוטרופי

נתון תוף ריבועי בגודל L_xL_y, התפוס בקצוותיו. התוף אינו איזוטרופי, המתיחות בציר x היא T_x והמתיחות בציר y היא T_y.

א. רשמו את משוואת הגלים עבור התוף.

ב. מהו יחס הנפיצה?

ג. מהם אופני התנודה?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

תשובות סופיות

1) א. $$z(x,y,t)=\sum_{m,n}A_{m,n}\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right)\sin\left(\frac{\pi m}{L}y\right)\cos\left(w_{m,n}t\right)$$

$$A_{m,n}=\frac{16L^2}{\pi^2m^2n^2}\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi m}{2}\right)$$

$$w_{m,n}=\frac{T}{\rho}\cdot\frac{\pi^2}{L^2}\left(n^2+m^2\right)$$

ב. $$z(x,y,t)=\sum_{m,n}A_{m,n}\sin\left(\frac{\pi n}{L}\left(x+\frac{L}{2}\right)\right)\sin\left(\frac{\pi m}{L}\left(y+\frac{L}{2}\right)\right)\cos\left(w_{m,n}t\right)$$

ג. 10

2) א. $$\frac{T_x}{\rho}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{T_y}{\rho}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

ב. $$w^2=\frac{T_x}{\rho}k_x^2+\frac{T_y}{\rho}k_y^2$$

ג. $$z(x,y,t)=\sum_{m,n}A_{m,n}\sin\left(\frac{\pi n}{L_x}x\right)\sin\left(\frac{\pi m}{L_y}y\right)\cos\left(w_{m,n}t+\varphi_{m,n}\right)$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©