

# תורת הגלים להנדסה רפואית

## פרק 7 - גלים אלקטרו-מגנטיים

### תוכן העניינים

- 1.....  
1. הרצאות ותרגילים.....

## משוואת הגלים האלקטרומגנטיים

**רקע:**

משוואות מקסול בהיעדר מטענים וזרמים חופשיים :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 0 & \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \times \vec{H} &= -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}$$

בחומר איזוטרופי ולינארי מתקיים :

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

משוואת הגלים עבור השדה החשמלי והמגנטי :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

כאשר :

$$u = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

המשווה היא עבור כל רכיב בנפרד.

המשווה זהה לשדה המגנטי.

**אינדקס השבירה** ( מהירות האור בריק חלקי מהירות האור בחומר ) :

$$n = \frac{c}{u} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

תמיד גדול מאחד ( מהירות האור בחומר תמיד קטנה מהמהירות בריק ) :

פתרון למשוואת הגלים במיד אחד :

$$E_x(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

מעבר ליצוג קופלקיSI :  $\cos(kx - \omega t) = \operatorname{Re}[e^{i(kx - \omega t)}]$

כשעובדים עם הייצוג הקומפלקס ניתן לעובוד רק עם החלק התליי במרחב (או השדה  $b = 0$ ) ובסוף להכפיל את הפונקציה ב-  $e^{-i\omega t}$  בשבייל לקבל את התלות בזמן.

**יחס הדיספרסיה** - הקשר בין התדריות למספר הגל :

$$\omega = uk$$

אם היחס לא LINARI אז צריך להבדיל בין מהירות הפאזה ל מהירות החבורה :

$$u_{ph} = \frac{\omega}{k}, u_g = \frac{d\omega}{dk}$$

## gal elektromagneti misori

**רקע:**

הצורה הכללית של הפתרון ההרמוני:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

כאשר :

$$\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

הערות – תמיד אפשר להוסיף גם פאזה.

$$\text{יחס הדיספרסיה בגל: } \omega = u|k| = u\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$

הכוון של  $\vec{k}$  הוא כיוון התקדמות הגל ובגל מישורי תמיד  $\hat{k} \perp \vec{E}$ .

לכיוון של  $\vec{E}$  (המסומן בזרע"כ ב- $\hat{\alpha}$ ) קוראים כיוון הקיטוב של הגל.

**השדה המגנטי בגל:**

כיוון השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי ולכיוון התקדמות הגל.  
התלות בזמן ובמרחב של השדה המגנטי זהה לזה של השדה החשמלי.  
(אותו קוסינוס עם אותו ארגומנט).

$$\vec{B} = \frac{1}{u} \hat{k} \times \vec{E} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \eta_0 = 120\pi$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times \vec{E},$$

$$\vec{E} = -\eta \hat{k} \times \vec{H}$$

**קטור פוינטינג** (האנרגייה שהגל נושא) - כמות אנרגיה ליחידה שטח ליחידת זמן.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

בנוסחה מציבים את הביטוי המשי של השדות.

הכוון של  $\vec{S}$  הוא בכיוון של  $\hat{k}$  (כיוון התקדמות הגל).  
המשמעות של הוקטור פוינטינג בזמן (נקרא גם **עוצמה** של הגל) :

$$\vec{S}_{Avg} = \langle \vec{S} \rangle = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\tilde{\vec{E}} \times \tilde{\vec{H}}^*}{2} \right\}$$

$\tilde{\vec{E}}$  ו-  $\tilde{\vec{H}}$  הם הייצוג הקומפלקס של השדות.

הمرة של הנזירות בזמן ובמרחב :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$$

$$\vec{\nabla} \rightarrow i\vec{k}$$

### שאלות:

- 1) דוגמה - חישוב כל הגודלים הבסיסיים  
השדה החשמלי של גל א"ם המתקדם בחומר לא מגנטי נתון ביבטוי  
הבא :  $\vec{E} = 4\pi \cos(10^9 t - 6x) \hat{y} \frac{mV}{m}$
- א. מהו התדר של הגל ומהו אורך הגל?
  - ב. מהו מקדם השבירה והקבוע הדיאלקטרי של החומר?
  - ג. מהו  $\vec{H}$  ומהו וקטור פוינטינג הממוצע?

- 2) דוגמה 2 - חישוב כל הגודלים 2  
השדה :  $\vec{H} = H_0 e^{i(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)} \frac{3\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{10}}$ .  
מצאו את :
- א. וקטור הגל ואורך הגל.
  - ב. תדר הגל.
  - ג. מהירות הגל בתווך ומקדם השבירה.
  - ד. המקדם הדיאלקטרי והעכבה.
  - ה. השדה החשמלי.

**תשובות סופיות:**

$$\text{. } n = 1.8 , \varepsilon_r = 3.24 \text{ . ב. } \text{. } f = 1.59 \cdot 10^8 \text{ Hz} , \lambda = \frac{\pi}{3} m \text{ . נ. } \quad (1)$$

$$\text{. } \vec{H} = 6 \cdot 10^{-5} \cos(6x - 10^9 t) z \frac{A}{m} , \vec{S}_{Avg} = 12\pi \cdot 10^{-8} \hat{x} \text{ . ג.}$$

$$\text{. } f = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz } \text{. ב. } \text{. } \vec{K} = 2\pi(1, -3, 0) , \lambda = \frac{1}{\sqrt{10}} m \text{ . נ. } \quad (2)$$

$$\text{. } \varepsilon_r = 360 , \eta = 2\pi \cdot \sqrt{10} \text{ . ט. } \text{. } u = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot 10^6 \frac{m}{sec} , n = 18.97 \text{ . ג.}$$

$$\text{. } \vec{E}(x, y, t) = -2\pi \cdot \sqrt{10} \cdot H_0 e^{i(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)} \hat{z} \text{ . ה.}$$

## קיטוב מעגלי ואליפטי

### רקע:

הקיטוב של הגל נקבע על ידי כיוון השדה **החשמלי** (לא לבלבל עם כיוון הגל).

**מקטב** - מודד את הקיטוב של הגל.

**קיטוב לינארי** - כיוון השדה קבוע.

**קיטוב מעגלי ימני** - רכיב  $u$  מפגר אחורי רכיב  $a$  ב- $90^\circ$ .

כלומר הפאזה של רכיב  $u$  פרחות הפאזה של רכיב  $a$  שווה  $\frac{\pi}{2} = \varphi$ .

השדה מסתובב נגד השעון או בהתאם לכל יד ימין ביחס לציר ה- $z$ .

**קיטוב מעגלי שמאלי** - רכיב  $u$  מקדים את רכיב  $a$  ב- $90^\circ$ .

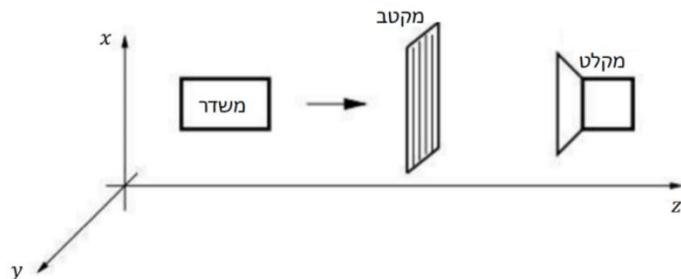
$(\frac{\pi}{2} - \varphi)$  השדה מסתובב עם השעון או הפוך לכל יד ימין ביחס לציר ה- $z$ .

**קיטוב אליפטי** - מתקיים כאשר יש הפרש פאזה של  $90^\circ$  והAMPLITUDE של הרכיבים שונה או אם הפרש הפאזה שונה מ- $90^\circ$ .

### שאלות:

#### 1) דוגמה חשובה - שינוי עוצמה ממקטבים

נתונה המערכת הבאה:



במערכת, המשדר יכול לייצר גל הנע בכיוון  $z$  בכל קיטוב שנרצה.

והמשדר יכול למדוד גל בכל קיטוב ש מגיע אליו.

המקטב מורכב מרשת מתכתית כפי שמתואר באירור.

כיוון המקטב מוגדר לפי כיוון הרכיב של השדה שעובר, ככלומר במאונך לרשת.

א. עברו המצב של המקטב בתמונה נתון כי המקלט אינו קולט סיגナル.

רשמו את פונקציית הגל שמייצר המשדר.

ב. עברו אותו גל מוסיפים לפני המקטב הקיים מקטב זהה נוסף בזווית

של  $30^\circ$  ביחס לציר ה- $x$ .

מה היחס בין העוצמה שימדוז הגלאי לעוצמה שיוצאה מהמשדר?

## 2) דוגמה - קיטוב לינארי ומעגלי

מצאו את הקיטוב של השדה במקרים הבאים.  
עבור קיטוב לינארי רשמו את ציוון הקיטוב וזווית הקיטוב.

א.  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x} + 3E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$

ב.  $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$

ג.  $\vec{E} = E_0 \cos(kz + \omega t) \hat{x} + E_0 \cos\left(kz + \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$

ד.  $\vec{H} = H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{x} + H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$

## תשובות סופיות:

א.  $\vec{E}(z, t) = E_0 \hat{x} \cos(kz - \omega t)$       ב.  $\frac{3}{16}$

2) א. קיטוב לינארי,  $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{10}}(1, 3)$ ,  $\theta = 72^\circ$

ב. קיטוב מעגלי ימני. ג. קיטוב מעגלי שמאלי.

ד. קיטוב לינארי,  $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1)$ ,  $\theta = -45^\circ$

## פגיעה ישירה בתווך דיאלקטרי

**רקע:**

כאשר גל הנע בתווך אחד פוגע בשפה של תוויך אחר נקלט גל עובר וגל מוחזר תזרירות כל הגלים זהה ושווה לתזרירות המקורית אמפלייטודות הגל העובר והגל המוחזר נקבעת מהתנאי השפה.

$$D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma_{free} \quad B_{2\perp} = B_{1\perp}$$

$$E_{2||} = E_{1||} \quad H_{2||} - H_{1||} = k_{free}$$

$\sigma_{free}$  - היא צפיפות המטען המשטחית והחופשית על השפה

$k_{free}$  - צפיפות הזרם המשטחי והחופשי על השפה

בפגיעה ישירה (או פגיעה בניצב) לשני השדות רכיב מקביל לשפה בלבד.

בתווך דיאלקטרי:  $\sigma_{free} = k_{free} = 0$   
הקשר בין האמפלייטודות:

$$\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$\frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

השוויון השני נקבע רק אם:  $\mu_1 = \mu_2$  (זה המצב ברוב המקרים).

לא לבלבל בין  $n$  ל- $\eta$ .

**מקודם בעברה:**

$$\tau = \frac{E_t}{E_0}$$

**מקודם החזרה:**

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_0}$$

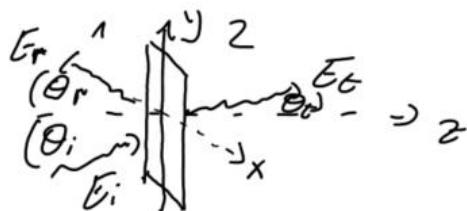
בפגיעה ישירה בתווך דיאלקטרי:

$$1 + \Gamma = \tau$$

## פגיעה בזווית בתווך דיאלקטרי

**רקע:**

מישור השפה בין החומרים (מישור  $yx$  באיור).  
מישור הפגיעה הוא המישור של וקטורי הגל (מישור  $zy$  באיור).



משיקולי סימטריה  $k_y$  זהה לכל הגלים.

$$\theta_i = \theta_r$$

$$\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{u_t}{u_i} = \frac{n_i}{n_t}$$

**חוק סNEL:**

אם:  $n_t > n_i$  אז קיימת **זווית קרייטית**.

אם זווית הפגיעה גדולה מזוויות הקרייטיות אז לא יהיה גל עובר או תהיה החזרה מלאה:

$$\theta_c = \text{shiftsin}\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

**משוואות פרנל:**

עבור פגיעה בזווית עם כתוב א נכי (השדה החשמלי מאונך למשור הפגיעה):

$$\Gamma^\perp = \frac{E_{r_0}^\perp}{E_{i_0}^\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} = \frac{n_1 \cos \theta_i - \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$

$$\tau^\perp = \frac{E_{t_0}^\perp}{E_{i_0}^\perp} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^\perp = \tau^\perp$$

עבור פגיעה בזווית עם קיטוב מקבילי (השדה החשמלי מקביל למשורר הפגיעה) :

$$\Gamma^{\parallel} = \frac{E_{r_0}^{\parallel}}{E_{i_0}^{\parallel}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} = \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos \theta_i - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos \theta_i + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$

$$\tau^{\parallel} = \frac{E_{t_0}^{\parallel}}{E_{i_0}^{\parallel}} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} = \frac{2n_1 n_2 \cos \theta_i}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos \theta_i + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{\parallel} = \tau^{\parallel} \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}$$

**זווית ברוסטר** היא הזווית שבה יש העברת מלאה (וain החזרה).

זווית ברוסטר בקיטוב מקבילי :

$$\sin^2 \theta_B^{\parallel} = \frac{1 - \frac{\mu_t \epsilon_i}{\mu_i \epsilon_t}}{1 - \left( \frac{\epsilon_t / \epsilon_i}{\mu_t / \mu_i} \right)^2}$$

אם  $\mu_2 \approx \mu_1$  :

$$\sin \theta_B^{\parallel} = \frac{1}{1 + \epsilon_i / \epsilon_t}$$

$$\tan \theta_B^{\parallel} = \frac{n_t}{n_i}$$

בקיטוב אנכי :

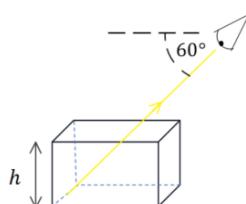
$$\sin^2 \theta_B^{\perp} = \frac{1 - \frac{\mu_i \epsilon_t}{\mu_t \epsilon_i}}{1 - \left( \frac{\mu_i / \mu_t}{\epsilon_t / \epsilon_i} \right)^2}$$

\* מאווד נדר למצא חומרים שקיימת עבורם זווית ברוסטר בקיטוב אנכי.

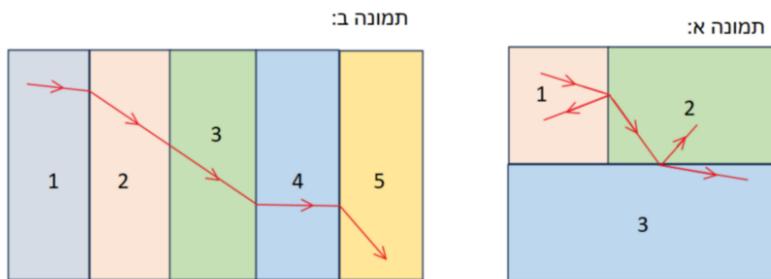
**שאלות:****1) תרגיל - צופה מסתכל על תיבת**

لتיבת זכוכית ריקה גובה של:  $cm = h$ . צופה מסתכל על התיבה, כאשר הוא מוריד את ראשו בזווית של  $60^\circ$  מעלה מתחת לאופק והוא רואה בדוק את קצה הבסיס הרחוק של התיבה. ממלאים את התיבה בזמן  $n = 1.54$ .

איזה נקודה בבסיס התיבה יראה הצופה?  
(מצאו את מרחק הנקודה מהקצה הרחוק של בסיס התיבה).

**2) תרגיל - שבירה דרך מספר חומרים**

בתמונה הנותראות מתוארים חומרים בעלי מקדמי שבירה שונים. גל עובר דרך השכבות מהתואר באירועים. הניחו שהתמונה מדויקת. דרגו את מקדמי השבירה של החומרים השונים, בכל תמונה, מהקטן לגדול (אין קשר בין התמונות).

**3) דוגמה - גל פוגע בזווית במים**

גל אלקטرومגנטי מיישורי נעה באוויר (ריק) ופוגע בזווית לפני הים. הקבוע הדיאלקטרי של מי ים הוא בערך 80. (הניחו שהמים מתנהגים כմבודד).  
 א. מצאו את זווית ברוסטר עברו גל בקייטוב מקביל.  
 גל המכוון אנכית פוגע לפני הים בזווית שחייבת במסעיף א.  
 ב. מהי זווית ההעברה של הגל?  
 ג. מה הם מקדמי העברה והחזרה?

**4) תרגיל - שבירה במעברים עם זווית קרייטית וברוסטר**

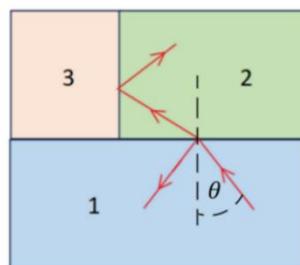
אור נכנס מחומר 1 ועובר שבירה במעבר לחומר 2 כך שהחלקו מוחזר וחלקו מעבר, ראו איור. הקרן שהועברה ממשיכה עד לפגיעה בחומר 3 שם היא פוגעת בו בזווית הקרייטית ומיצעת החזרה מלאה.

$$\text{נתון : } n_1 = 1.1, \quad n_2 = 1.3, \quad n_3 = n_1.$$

א. מהי הזווית  $\theta$  שבאיור?

ב. האם צריך להגדיל או להקטין את הזווית  $\theta$  כך שהאור לא יבצע החזרה מלאה וייכנס לחומר 3?

ג. האם האור יעבור לחומר 3 בהינתן ש- $\theta$  היא זווית ברוסטר למעבר בין חומר 1 לחומר 2? (הניחו כי הפרमביוליות זהה).

**5) תרגיל - גלים בין שני מקטבים**

gal בעל קיטוב בכיוון  $x$  ואmplיטודה של השדה החשמלי  $E_0$  נע בכיוון  $z$ .

הגָל עובי דרכְ שְׁנֵי מִקְטָבִים הַרְאָסָוּן בעל קיטוב בזווית 20 מעלות עם ציר  $x$  והשני בזווית 60 מעלות עם ציר  $x$ . בכל הסעיפים ניתנו להזינח החזרות מרובות.

א. מהי האmplיטודה והכיוון של הגל העובי את המקטב הראשון?

ב. מהי האmplיטודה והכיוון של הגל העובי את המקטב השני?  
רשמו ביטוי לגל זה.

ג. בהנחה שהמקטב השני הוא מקטב רשות המחזיר את הרכיב המקביל ללא איבוד אנרגיה לחום. מהי האmplיטודה והכיוון של הגל המוחזר מהמקטב השני?

### 6) תרגיל - מקטב מעירימה של משטחי זוכחות

דרך פשוטה ויעילה לבנות מקטב היא להשתמש בעירימה של משטחי זוכחות מיקروسפוקופים עם מרוחחים ביניהם. הרעיון הוא לנצל את ההבדל בין מקדמי העברת של הרכיב המקביל והמאונך. בזווית ברוסטר ישנה העברת מלאה של הרכיב המקביל בעוד שרק חלק מהרכיב המאונך עבר, ככלומר זהו סוג של מקטב. נניח שיש לנו חתיכה אחת של זוכחות והפגיעה בה היא בזווית ברוסטר.

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור הפגיעה בזכחות (מאויר) בעלת מקדם

שבירה  $n = 1.46$  (מקדם השבירה תלוי באורך הגל, הניחו שזה מקדם השבירה עבור אורך הגל שבבעה וכי הפרमביוליות אחידה).

ב. מצאו את זווית העברת, האם היא תלולה בקיוטו?

ג. הראו כי זווית הפגיעה ביציאה מהזכוכית היא זווית ברוסטר לאותו מעבר.

ד. מצאו את מקדמי העברת לכל רכיב ( $\Gamma^{\perp}$ ,  $\Gamma^{\parallel}$ ) עבור היציאה מהזכוכית.

מקדמי החזרה והעברה של האנרגיה עבור שני הרכיבים מוגדרים באופן

$$\text{הבא : } T = \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i}.$$

מקדם העברת הכללי הוא מכפלה של מקדם העברת בכניסה של האור לזכויות במקדם העברת של היציאה של האור מהזכוכית.  
ניתן להזנich החזרות מרובות.

ה. מהו מקדם העברת הכללי של האנרגיה עבור כל רכיב.

ו. נגידיר את ייעילות המקטב לפי :  $e = \frac{T}{\Gamma}$  לכמה שכבות נזדקק על מנת להגיע ליעילות של  $10^4$

### תשובות סופיות:

.1.4cm (1)

.  $n_5 < n_3 = n_2 < n_1 < n_4$  , תמונה ב : (2)

.  $\theta_t = 6.4^\circ$  (3) א.  $\theta_B'' = 84^\circ$

.  $\tau^{\perp} = 0.025$  ,  $\Gamma^{\perp} = -0.975$  (4)

. ב. צורך להגדיל את טטה. ג. האור ייכנס. (4)

. א.  $E_0$  בכיוון : (5)

.  $\cos(20^\circ)\hat{x} + \sin(20^\circ)\hat{y}$

. ב.  $\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(20^\circ) \cos(40^\circ) (\cos(60^\circ)\hat{x} + \sin(60^\circ)\hat{y}) \cos(kz - \omega t)$

. ג.  $(\cos(30^\circ)\hat{x} - \sin(30^\circ)\hat{y})$  :  $E_0 \cos(20^\circ) \sin(40^\circ)$

. ב.  $\theta_t \approx 34.4^\circ$  לא תלולה בקיוטו. ג.  $\theta_B \approx 55.6^\circ$  (6)

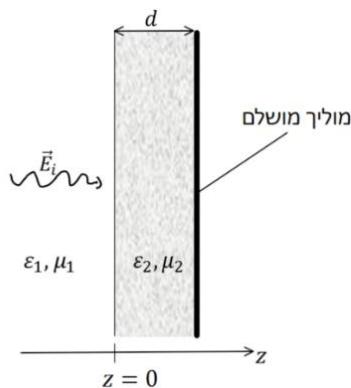
. ח. 33  $\tau'' = 1$   $\tau^{\perp} = 0.754$   $\Gamma^{\perp} = 0.685$   $\Gamma^{\parallel} = 1.36$

## מעבר של יותר מתוור אחד

**רקע:**

נזכיר את תנאי השפה עבור כל מעבר.

**שאלות:**



1) **שכבה חומר דיאלקטרי ליד מוליך מושלם**

gal ha-nu bat-towz di-alek-tri be-ul  $\mu_1, \epsilon_1$  pog-eu be-ni-atz le-shebba be-u-ovi  $d$  um  $\mu_2, \epsilon_2$  ve-mo-haz-er ma-moli-kh mol-ik mos-lem ha-nem-za ba-kat-za ha-shebba, rao ay-or. ha-shde ha-chash-meli shel ha-gel na-to-vu le-pi :  $\vec{E}_i(z, t) = E_{i0} \hat{x} \cos(\frac{z}{u} - t)$ .

ma-tau at :

א.  $\vec{E}_r(z, t)$

ב.  $\vec{E}_1(z, t)$

ג.  $\langle s_1 \rangle$

ד. העובי  $d$  ub-vo-ro la ni-tu yeh-i lo-zoh-ot at ha-shebba.

2) **gal ou-ber dzarh pi-sit na-hos-t**

gal al-ek-tro-mag-neti mi-shori bi-tid-ri-ot MHz 10 um am-fel-i-to-dah  $E_{i0}$

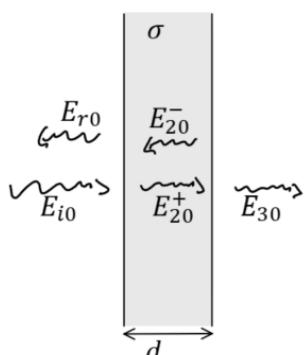
pog-eu be-ni-atz le-pis-t na-hos-t  $(\frac{s}{m} \cdot 10^7 \cdot \sigma = 5.80)$  dz-ka mi-shori-rit be-u-ovi  $d$  ha-sho-va le-u-om-ek ha-di-ri-ah.

ha-zin-ho ha-cho-ro-ot ma-sde-r shni ve-me-la ha-chab-o at :

א. ha-mfel-i-to-dah shel cal sha-r

ha-gli-ms :  $E_{30}, E_{20}^+, E_{20}^-, E_{r0}$  cat-tol-ot bi- $E_{i0}$ .

ב.  $\frac{\langle s_3 \rangle}{\langle s_{1i} \rangle}$



3) **chi-sob cal ha-gdi-lim**

ha-shde ha-chash-meli shel gal mi-shori ha-nu bat-towz ho-mo-ge-ni na-to-vu le-pi ha-bi-to-i :  $\hat{y}(t) \cdot 10^7 \cdot \pi \cdot \cos(z + 2\pi t) = \vec{E}$  bi-ched-ot shel vol-ta le-met-er.

א. ma-ho ta-dr ha-gel (ba-her-az) ?

ב. ma-ho ci-yon ha-tak-dmo-ot ha-gel ?

ג. ma-ho au-rot ha-gel ?

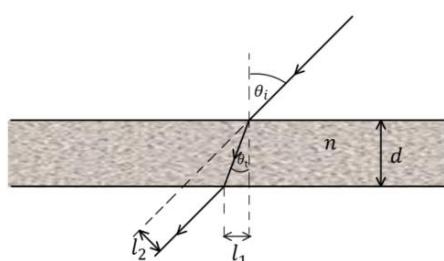
ba-hen-cha ci :  $\mu_0 = \mu$  ma-tau at ha-mek-dam di-alek-tri hi-chsi shel ha-chom-er.

re-shmo bi-it-oi li- $\vec{H}$ .

ד. re-shmo bi-it-oi lo-ko-to-ro po-in-ting ha-mo-uz bu-zem-on.

**4) ציירו קיטוב אליפטי**

ציירו את אליפסה הפלוריוציה (האליפסה אותה "מציר" קצחו של ווקטור השדה החסמי במישור המאונך לכיוון התקדמות הגל כאשר הצופה מודד אותו לאורך זמן בנקודה קבועה) עבור הגל:  $\vec{E} = 5i e^{-(\pi z + \omega t)} (\hat{y} - \hat{x})$ .

**5) חישוב הזזה לטרלית (חוק סנל)**

קרן אור נעה באוויר ופוגעת בזווית  $\theta_i$  בחומר שקווי בעובי  $d$  בעל אינדיקס שבירה  $n$ .

- מצאו את זווית העברת.
- מצאו את המרחק של נקודת היציאה  $l_1$ .
- מצאו את הזזה הלטרלית (המרחק  $l_2$  באוויר).

**6) תרגיל - אלכוהול מזויף**

רואי קנה בקבוק יוקרטி של משקה גין ורוצה לוודא שהאלכוהול אינו מזויף. אלכוהול מזויף מכיל כמות גבוהה של מתנול במקום מתנול. לרועי יש שני מצביעים לייזר באורכי גל של  $\lambda = 532nm$  ו-  $\lambda = 638nm$ . הוא מכוען את הלייזר בזווית 30 מעלות כלפי מעלה ולמרכז הבקבוק ומודד את הגובה  $h$  ממנו יוצא קרן האור, ראו איור. قطر הבקבוק הוא 12cm. את מקדמי השבירה של מתנול ומתנול ניתן למצוא באינטרנט והקירוב שלהם עבור תחום אורך גל:  $\lambda \in [0.4\mu m, 0.8\mu m]$  הוא:

$$\text{מתנול: } n = 1.7 + 1.4\lambda - 0.8\lambda^2 + 1.8\lambda^3 \approx (1.7 - 0.8\lambda^2 + 1.8\lambda^3)\lambda$$

$$\text{מתנול: } n = 1.4 + 0.3\lambda - 0.1\lambda^2 + 0.3\lambda^3 \approx (1.4 - 0.1\lambda^2 + 0.3\lambda^3)\lambda$$

בנוסחה יש להציב את אורך הגל הנמדד באוויר ב-  $\mu m$ .

לצורך הפשטות נניח כי הבקבוק מכיל 100% מתנול או מתנול.

- ציירו באמצעות מחשב גרף של  $(\lambda)$  עבור מתנול ומתנול על אותו גרף.

**ב.** ציירו באמצעות מחשב את זווית העברת כתלות ב-  $\lambda$ .

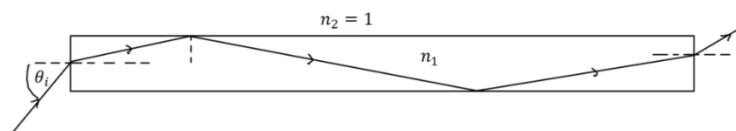
על איזה מהלייזרים תמליצו לרועי להשתמש?

- מצאו את הערך של  $h$  עבור כל אחד מסוגי החומרים.

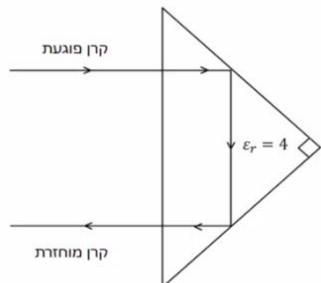


**7) גל א"מ לא יוצא מסיב אופטי**

סיב אופטי ישר עשוי מחומר דיאלקטרי שקווי בעל אינדקס שבירה  $n_1$ . גל אלקטרו מגנטי נכנס בצדו האחד של הסיב בזווית  $\theta_i$  ופוגע בדףנות של הסיב במהלך החתකדות. מהו  $n_1$  המינימלי כך שהגל לא יצא מהסיב עד אשר הגיע השני ללא תלות בזווית הפגיעה  $\theta_i$ .

**8) אור מוחזר מפריזמה משולשת**

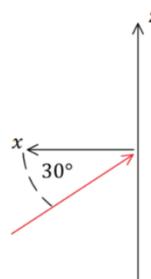
אור נכנס ומוחזר מפריזמה משולשת העשויה זכוכית. מסלול קרן האור מתואר באור. מהו אחוז עצמת האור של הקרן המוחזרת. הניחו  $\epsilon_r = 4$  עבור זכוכית. הפריזה היא משולש שווה שוקיים וישר זוויות.

**9) תרג'il - גל פוגע בمرאה בזווית**

gel אלקטרו מגנטי מתקדם במישור  $zx$  עם זווית של 30 מעלות ביחס לציר ה- $x$  כפי שמתואר באור. gel כתוב בכיוון  $z$ . הגל פוגע בمرאה מישורית הנמצאת במישור  $yz$  ומוחזר ממנה.

א. כתבו את  $\vec{E}$  עבור הגל הפוגע והמוחזר.

ב. מהו הכיוון של השدة החשמלי והמגנטי של הגל המוחזר?



## תשובות סופיות:

$$\cdot \tan \theta = \frac{\eta_2}{\eta_1} \tan(K_2 d) \text{ כאשר } \vec{E}_r(z, t) = E_{i0} \cos(K_1 z + \omega t - 2\theta) \hat{x} \quad \text{. נ (1)}$$

$$\cdot \langle S_1 \rangle = 0 \text{ . ג } \cdot \vec{E}_1(z, t) = E_{i0} \hat{x} [\cos(K_1 z - \omega t) + \cos(K_1 z + \omega t - 2\theta)] \text{ . ב}$$

$$\cdot d = \frac{\pi n}{\omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \cdot \mathfrak{T}$$

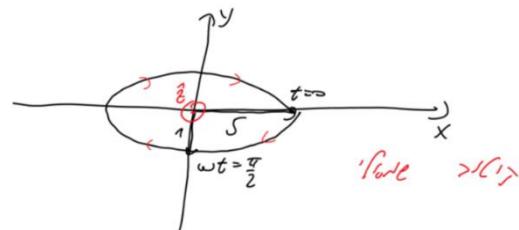
$$\frac{E_{r0}}{E_{i0}} \approx -1 + 4.67 \cdot 10^{-6} i, \frac{E_{20}^+}{E_{i0}} \approx (1.90 + 0.140i) \cdot 10^{-6}, \frac{E_{20}^-}{E_{i0}} \approx (-2.49 + 4.53i) \cdot 10^{-6} \text{ . נ (2)}$$

$$\cdot \frac{\langle S_3 \rangle}{\langle S_1 \rangle} = 3.13 \cdot 10^{-11} \text{ . ב } \cdot \frac{E_{30}}{E_{i0}} \approx (-2.70 + 4.90i) \cdot 10^{-6}$$

$$\cdot \varepsilon_r = 22.8 \text{ . ט } \cdot \lambda = 2\pi m \text{ . ג } -\hat{z} \text{ . ב. בכיוון } \text{. } f = 10^7 Hz \text{ . נ (3)}$$

$$\cdot \vec{S}_{Avg} = -\frac{\hat{z}}{16\pi^2} \text{ . י } \cdot \vec{H}(z, t) = \frac{1}{8\pi^2} \cos(z + 2\pi \cdot 10^7 t) \hat{x} \text{ . ח}$$

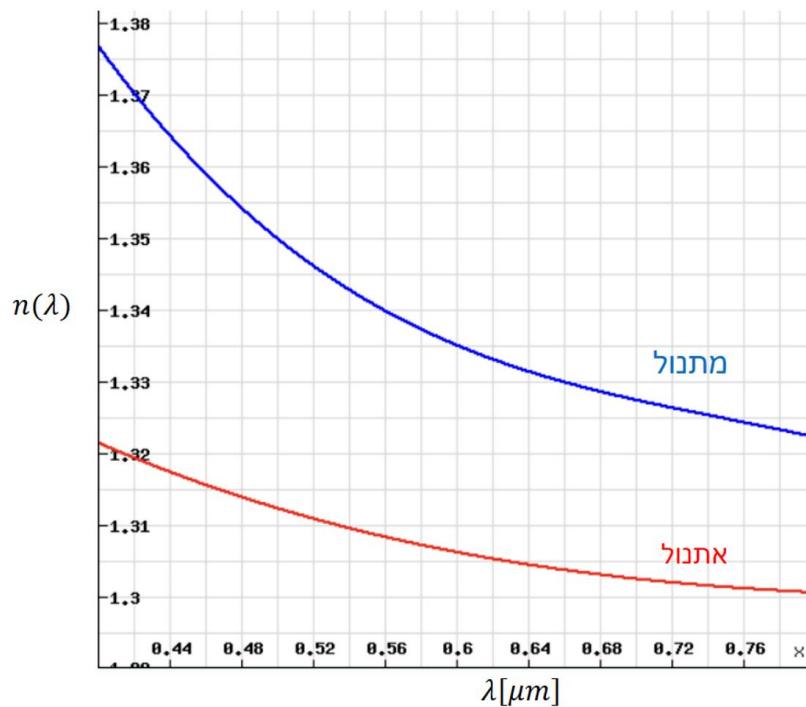
شرطוט: (4)



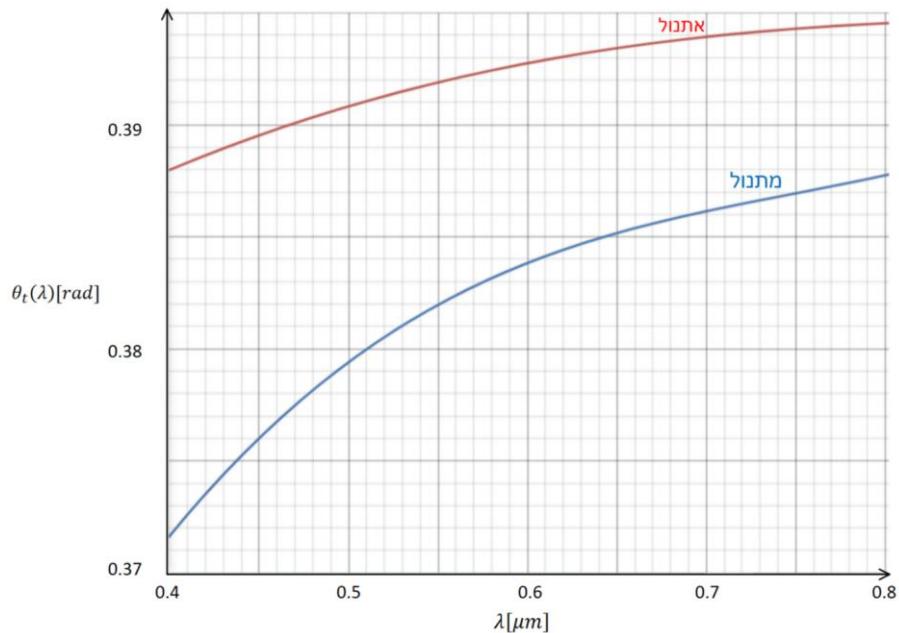
$$\cdot l_1 = \frac{d \sin \theta_i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \text{ . ב } \cdot \sin \theta_t = \frac{1}{n} \sin \theta_i \text{ . נ (5)}$$

$$\cdot l_2 = d \sin \theta_i \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \right) \text{ . ג}$$

6) א. שרטוט:



ב. בליזר של ה- 532 ננומטר.



ג. אתנוול – 4.96cm , מותנול – 4.83cm

$$\cdot \sqrt{2} \quad (7)$$

$$.79\% \quad (8)$$

$$\hat{B}_r = -\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{z} + \frac{1}{2} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad \hat{E} = -\hat{y} \quad \text{ב.} \quad \hat{k}_i = -\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{z} \quad , \quad \hat{k}_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (9)$$