שדות אלקטרומגנטיים

פרק 28 - גלים אלקטרו-מגנטיים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 1

הרצאות ותרגילים:

מושגים בסיסיים בגלים

רקע:

גל - הפרעה שמתקדמת במרחב.

גלים רוחביים - ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות הגל.

גלים אורכיים - ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות הגל.

זמן מחזור - הזמן שלוקח להפרעה לעשות מחזור שלם (סימון - T).

תדירות - מספר המחזורים שנעשים בשנייה (סימון - $f = \frac{1}{T}$).

אורך הגל - המרחק בין מחזורים (או המרחק בין שיא לשיא)(סימון - λ).

מהירות הגל - קצב התקדמות ההפרעה במרחב (סימון - u).

גל מוחזר - כשגל פוגע בנקודה בה יש שינוי בתווך נוצר גל מוחזר.
הגל המוחזר יהיה בתדירות זהה ובכיוון הפוך לגל הפוגע.

התאבכות - סכמה של שני גלים.

גל עומד - ההפרעה לא מתקדמת במרחב.

פונקציית הגל - פונקציה המתארת את ההפרעה כתלות במיקום ובזמן

משוואת הגלים -

במימד אחד - $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

בשלושה מימדים - $\vec{\nabla}^2 f = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

משוואת הגלים האלקטרומגנטיים

רקע:

משוואות מקסוול בהיעדר מטענים וזרמים חופשיים:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}=-\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

בחומר איזוטרופי ולינארי מתקיים:

$$\vec{B}=\mu\vec{H}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$

משוואת הגלים עבור השדה החשמלי והמגנטי:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

כאשר:

$$u=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

ובריק: $u=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=c=3\cdot10^8\,{}^{m}/_{s}$

המשוואה היא עבור כל רכיב בנפרד.
המשוואה זהה לשדה המגנטי.

אינדקס השבירה (מהירות האור בריק חלקי מהירות האור בחומר):

$$n=\frac{c}{u}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$$

תמיד גדול מאחד (מהירות האור בחומר תמיד קטנה מהמהירות בריק):

פתרון למשוואת הגלים במימד אחד:

$$E_x(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$$

$$\mathrm{k}=\frac{2\pi}{\lambda},\ \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

מעבר לייצוג קופלקסי : $\cos(kx-\omega t)=Re\left[e^{i(kx-\omega t)}\right]$.

כשעובדים עם הייצוג הקומפלקסי ניתן לעבוד רק עם החלק התלוי במרחב (או השדה ב-$t=0$) ובסוף להכפיל את הפונקציה ב- $e^{-i\omega t}$ בשביל לקבל את התלות בזמן.

יחס הדיספרסיה - הקשר בין התדירות למספר הגל :

$$\omega = uk$$

אם היחס לא לינארי אז צריך להבדיל בין מהירות הפאזה למהירות החבורה :

$$u_{ph}=\frac{\omega}{k}\ ,u_g=\frac{d\omega}{dk}$$

גל אלקטרומגנטי מישורי

רקע:

הצורה הכללית של הפתרון ההרמוני:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cdot \cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)$$

כאשר:

וקטור הגל - $\vec{k} = k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z}$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z$$

הערות – תמיד אפשר להוסיף גם פאזה.

יחס הדיספרסיה בגל: $\omega = u|k| = u\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$.

הכיוון של $\vec{k}$ הוא כיוון התקדמות הגל ובגל מישורי תמיד $\vec{E} \perp \hat{k}$.

לכיוון של $\vec{E}$ (המסומן בדר"כ ב-$\hat{n}$) קוראים כיוון הקיטוב של הגל.

השדה המגנטי בגל:
כיוון השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי ולכיוון התקדמות הגל.
התלות בזמן ובמרחב של השדה המגנטי זהה לזו של השדה החשמלי.
(אותו קוסינוס עם אותו ארגומנט).

$$\vec{B} = \frac{1}{u}\hat{k}\times\vec{E} = \frac{\vec{k}\times\vec{E}}{\omega}$$

העכבה של התווך: $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

בריק: $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \eta_0 = 120\pi$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta}\hat{k}\times\vec{E},$$

$$\vec{E} = -\eta\hat{k}\times\vec{H}$$

וקטור פוינטינג (האנרגיה שהגל נושא) - כמות אנרגיה ליחידת שטח ליחידת זמן.

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$$

בנוסחה מציבים את הביטוי הממשי של השדות.

הכיוון של $\vec{S}$ הוא בכיוון של $\hat{k}$ (כיוון התקדמות הגל).

הממוצע של הוקטור פוינטינג בזמן (נקרא גם **העוצמה** של הגל):

$$\vec{S}_{Avg} = \langle \vec{S} \rangle = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\tilde{\vec{E}} \times \tilde{\vec{H}}^*}{2} \right\}$$

$\tilde{\vec{E}}$ ו- $\tilde{\vec{H}}$ הם הייצוג הקומפלקסי של השדות.

המרה של הנגזרות בזמן ובמרחב:

$$\frac{\partial}{\partial t} \to -\mathrm{i}\omega$$

$$\vec{\nabla} \to \mathrm{i}\vec{k}$$

שאלות:

1) **דוגמה - חישוב כל הגדלים הבסיסיים**

השדה החשמלי של גל א"מ המתקדם בחומר לא מגנטי נתון בביטוי הבא: $\vec{E} = 4\pi \cos(10^9 t - 6x)\hat{y}\frac{mV}{m}$.

א. מהו התדר של הגל ומהו אורך הגל?

ב. מהו מקדם השבירה והקבוע הדיאלקטרי של החומר?

ג. מהו $\vec{H}$ ומהו וקטור פוינטינג הממוצע?

2) **דוגמה 2 - חישוב כל הגדלים 2**

השדה: $\frac{3\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{10}} \cdot \vec{H} = H_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)}$ מתפשט בתווך לא מגנטי.

מצאו את:

א. וקטור הגל ואורך הגל.

ב. תדר הגל.

ג. מהירות הגל בתווך ומקדם השבירה.

ד. המקדם הדיאלקטרי והעכבה.

ה. השדה החשמלי.

תשובות סופיות:

1) א. $\lambda = \frac{\pi}{3} m$, $f = 1.59 \cdot 10^8 Hz$. ב. $\varepsilon_r = 3.24$, $n = 1.8$.

ג. $\vec{S}_{AVg} = 12\pi \cdot 10^{-8} \hat{x}$, $\vec{H} = 6 \cdot 10^{-5} \cos\left(6x - 10^9 t\right) z \frac{A}{m}$.

2) א. $\lambda = \frac{1}{\sqrt{10}} m$, $\vec{K} = 2\pi(1, -3, 0)$. ב. $f = 5 \cdot 10^7 Hz$.

ג. $n = 18.97$, $u = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot 10^6 \frac{m}{\sec}$. ד. $\eta = 2\pi \cdot \sqrt{10}$, $\varepsilon_r = 360$.

ה. $\vec{E}(x, y, t) = -2\pi \cdot \sqrt{10} \cdot H_0 e^{i\left(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t\right)} \hat{z}$.

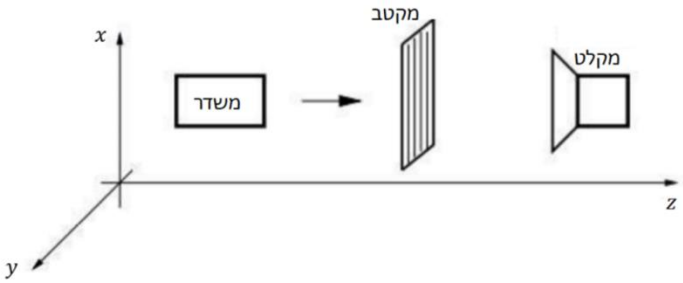
קיטוב מעגלי ואליפטי

רקע:

הקיטוב של הגל נקבע על ידי כיוון השדה החשמלי (לא לבלבל עם כיוון הגל).
מקטב - מודד את הקיטוב של הגל.
קיטוב לינארי - כיוון השדה קבוע.
קיטוב מעגלי ימני - רכיב y מפגר אחרי רכיב x ב-$90°$.
כלומר הפאזה של רכיב y פחות הפאזה של רכיב x שווה $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
השדה מסתובב נגד השעון או בהתאם לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z.
קיטוב מעגלי שמאלי - רכיב y מקדים את רכיב x ב-$90°$.
($\varphi = -\frac{\pi}{2}$ השדה מסתובב עם השעון או הפוך לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z).
קיטוב אליפטי - מתקבל כאשר יש הפרש פאזה של $90°$ והאמפליטודה של הרכיבים שונה או אם הפרש הפאזה שונה מ-$90°$.

שאלות:

1) דוגמה חשובה - שינוי עוצמה ממקטבים
נתונה המערכת הבאה:



במערכת ,המשדר יכול לייצר גל הנע בכיוון z בכל קיטוב שנרצה.
והמשדר יכול למדוד גל בכל קיטוב שמגיע אליו.
המקטב מורכב מרשת מתכתית כפי שמתואר באיור.
כיוון המקטב מוגדר לפי כיוון הרכיב של השדה שעובר, כלומר במאונך לרשת.

א. עבור המצב של המקטב בתמונה נתון כי המקלט אינו קולט סיגנל.
רשמו את פונקציית הגל שמייצר המשדר.

ב. עבור אותו גל מוסיפים לפני המקטב הקיים מקטב זהה נוסף בזווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x.
מה היחס בין העוצמה שימדוד הגלאי לעוצמה שיוצאת מהמשדר?

2) דוגמה - קיטוב לינארי ומעגלי

מצאו את הקיטוב של השדה במקרים הבאים.

עבור קיטוב לינארי רשמו את כיוון הקיטוב וזווית הקיטוב.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 3E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos(kz + \omega t)\,\hat{x} + E_0 \cos\left(kz + \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ד. $\vec{H} = H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

3) דוגמה - קיטובים אליפטים וערכים מקסימאלים

מצאו את הקיטוב של הגלים הבאים.

אם הקיטוב אליפטי, מצאו את הערך המקסימאלי של השדה החשמלי ואת זווית ההטיה של הציר הראשי של האליפסה.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ד. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + \frac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

4) קיטוב אליפטי הוא סכום של קיטובים מעגליים

הוכיחו כי ניתן לייצג גל בעל קיטוב אליפטי בעזרת סכום של גל בעל קיטוב מעגלי ימני וגל בעל קיטוב מעגלי שמאלי.

5) קיטוב מעגלי כסכום של קיטובים אליפטיים

הוכיחו כי גל בעל קיטוב מעגלי הינו סופרפוזיציה של שני גלים בעלי קיטוב אליפטי בכיוונים הפוכים.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}(z,t)=E_0\hat{x}\cos(kz-\omega t)$ ב. $\frac{3}{16}$

2) א. קיטוב ליניארי, θ=72° , $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{10}}(1,3)$.

ב. קיטוב מעגלי שמאלי. ג. קיטוב מעגלי ימני.

ד. קיטוב ליניארי, θ=−45° , $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1)$.

3) א. קיטוב ליניארי, θ=26.6° , $\hat{n}=\frac{(1,2)}{\sqrt{5}}$.

ב. קיטוב אליפטי, $\theta=\frac{\pi}{2}$, $E_{max}=2E_0$.

ג. קיטוב אליפטי, $\theta=45°$, $E_{max}=1.7E_0$.

ד. קיטוב אליפטי, $\theta=21.7°$, $E_{max}=1.27E_0$.

4) הוכחה.

5) הוכחה.

פגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי

רקע:

כאשר גל הנע בתווך אחד פוגע בשפה של תווך אחר נקבל גל עובר וגל מוחזר תדירות כל הגלים זהה ושווה לתדירות המקוראת אמפליטודות הגל העובר והגל המוחזר נקבל מתנאי השפה.

$$B_{2\perp} = B_{1\perp} \qquad D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma_{free}$$

$$H_{2||} - H_{1||} = k_{\text{free}} \qquad E_{2||} = E_{1||}$$

σ_{free} - היא צפיפות המטען המשטחית והחופשית על השפה

k_{free} - צפיפות הזרם המשטחי והחופשי על השפה

בפגיעה ישרה (או פגיעה בניצב) לשני השדות רכיב מקביל לשפה בלבד.

בתווך דיאלקטרי: $\sigma_{free} = \mathrm{k}_{free} = 0$

הקשר בין האמפליטודות:

$$\frac{E_{\text{to}}}{E_{\text{io}}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$\frac{E_{\text{ro}}}{E_{\text{io}}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

<u>השוויון השני נכון רק אם</u>: $\mu_1 = \mu_2$ (זה המצב ברוב המקרים).

לא לבלבל בין n ל-η.

מקדם העברה:

$$\tau = \frac{E_t}{E_0}$$

מקדם החזרה:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_0}$$

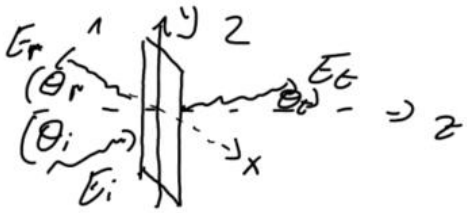
בפגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי:

$$1 + \Gamma = \tau$$

פגיעה בזווית בתווך דיאלקטרי

רקע:

מישור השפה בין החומרים (מישור xy באיור).
מישור הפגיעה הוא המישור של וקטורי הגל (מישור yz באיור).



משיקולי סימטריה k_y זהה לכל הגלים.

$$\theta_i = \theta_r$$

חוק סנל: $\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{u_t}{u_i} = \frac{n_i}{n_t}$

אם: $n_i > n_t$ אז קיימת **זווית קריטית**.
אם זווית הפגיעה גדולה מהזווית הקריטית אז לא יהיה גל עובר או תהיה החזרה מלאה:

$$\theta_c = shiftsin\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

משוואות פרנל:
עבור פגיעה בזווית עם קיטוב אנכי (השדה החשמלי מאונך **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{\perp} = \frac{E_{r_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{n_1\cos\theta_i - \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{\perp} = \frac{E_{t_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{\perp} = \tau^{\perp}$$

עבור פגיעה בזווית עם קיטוב מקבילי (השדה החשמלי מקביל **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{||} = \frac{E_{r_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}} = \frac{\eta_2 \cos\theta_t - \eta_1 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} = \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{||} = \frac{E_{t_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} = \frac{2n_1 n_2 \cos\theta_i}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{||} = \tau^{||} \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

זווית ברוסטר היא הזווית שבה יש העברה מלאה (ואין החזרה).

זווית ברוסטר בקיטוב מקבילי:

$$\sin^2\theta_B{}^{||} = \frac{1 - \frac{\mu_t \varepsilon_i}{\mu_i \varepsilon_t}}{1 - \left(\varepsilon_t/\varepsilon_i\right)^2}$$

אם: $\mu_2 \approx \mu_1$ אז:

$$\sin\theta_B{}^{||} = \frac{1}{1 + \varepsilon_i/\varepsilon_t}$$

$$\tan\theta_B{}^{||} = \frac{n_t}{n_i}$$

בקיטוב אנכי:

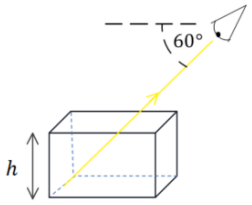
$$\sin^2\theta_B{}^{\perp} = \frac{1 - \frac{\mu_i \varepsilon_t}{\mu_t \varepsilon_i}}{1 - \left(\mu_i/\mu_t\right)^2}$$

* מאוד נדיר למצוא חומרים שקיימת עבורם זווית ברוסטר בקיטוב אנכי.

שאלות:

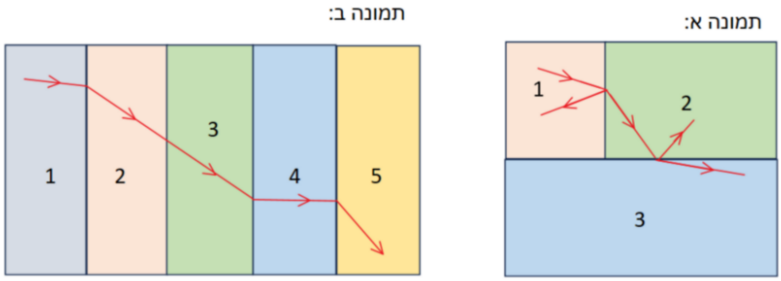
1) תרגיל - צופה מסתכל על תיבה

לתיבת זכוכית ריקה גובה של: $h = 6cm$. צופה מסתכל על התיבה, כאשר הוא מוריד את ראשו בזווית של 60 מעלות מתחת לאופק הוא רואה בדיוק את קצה הבסיס הרחוק של התיבה. ממלאים את התיבה בשמן $n = 1.54$.
איזה נקודה בבסיס התיבה יראה הצופה?
(מצאו את מרחק הנקודה מהקצה הרחוק של בסיס התיבה).



2) תרגיל - שבירה דרך מספר חומרים

בתמונות הבאות מתוארים חומרים בעלי מקדמי שבירה שונים.
גל עובר דרך השכבות כמתואר באיורים. הניחו שהתמונות מדויקות.
דרגו את מקדמי השבירה של החומרים השונים, בכל תמונה, מהקטן לגדול (אין קשר בין התמונות).



תשובות סופיות:

1) 1.4cm.

2) תמונה א: $n_1 > n_2 > n_3$, תמונה ב: $n_5 < n_3 = n_2 < n_1 < n_4$.

פגיעה במוליך מושלם

רקע:

במוליך מושלם השדות בתוך המוליך מתאפסים תנאי השפה:

$$H_{1||} = -k_{\text{free}}$$

$$E_{1||} = 0$$

בפגיעה ישרה מתקבל **גל עומד**.
יש הפרש פאזה של 90 בין השדה החשמלי למגנטי
בפגיעה בזווית:

$$\theta_i = \theta_r$$

צריך לחלק לקיטוב מקביל או מאונך למישור הפגיעה אבל בשני המקרים מקבלים גל עומד בכיוון z (בכיוון מאונך לשפה) וגל מתקדם בכיוון y (בכיוון מקביל לשפה).

גלים במוליך לא אידיאלי

רקע:

התפלגות המטען הנפחית דועכת וכל המטען נע לכיוון השפה.
הזמן האופייני של דעיכת הצפיפות הנפחית הוא

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

σ - היא המוליכות.

במוליך מושלם: $\sigma \to \infty$ ו- $\tau \to 0$
במוליך לא מושלם מסתכלים על היחס בין זמן הדעיכה לזמן המחזור.
טיב המוליכות תלוי בתדר (עבור תדרים מסוימים החומר יהיה מוליך טוב ועבור תדרים אחרים מוליך לא טוב).

מוליך טוב $\tau \ll \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \gg 1$
מוליך גרוע $\tau \gg \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \ll 1$

משוואות מקסוול במוליכים:

$$1)\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 0$$

$$2)\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$3)\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$4)\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon + \mathrm{i}\frac{\sigma}{\omega}$$

המשוואה והפתרון נשארים כמו במקרה של תווך דיאלקטרי רק ש: $\varepsilon \to \varepsilon_{eff}$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_{\text{eff}}} \to k = k_R + \mathrm{i}k_I$$

עבור גל המתקדם בכיוון $\hat{z}$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-k_I z}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_R z - \omega t)}$$

מהירות הפאזה:

$$u = \frac{\omega}{k_R}$$

עומק החדירה:

$$d = \frac{1}{k_I}$$

העכבה הופכת למורכבת:

$$\eta_{eff} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{eff}}} = |\eta| e^{i\varphi}$$

φ - הפרש פאזה בין השדה המגנטי לחשמלי.

שאלות:

1) דוגמה - גלי סונר ורדיו מתפשטים בים

גל אלקטרומגנטי בעל קיטוב לינארי מתפשט בתוך מי ים.

המוליכות הסגולית של מי ים היא: $\sigma \approx 4 \frac{1}{\Omega \cdot m}$ והמקדם הדיאלקטרי היחסי הוא: $\varepsilon_r \approx 80$. הניחו כי הגל מתפשט בכיוון z וכי האמפליטודה של השדה החשמלי היא: E_0.

מצאו את הגדלים הבאים עבור גלי רדיו: $f = 10^7 Hz$, ועבור גלי סונר: $f = 10^3 Hz$.

א. עומק החדירה, אורך הגל, ומהירות הגל.

ב. השדה החשמלי ו-$\vec{H}$.

ג. הוקטור פוינטינג.

ד. כמות יחסית של אנרגיה הנקלטת בצוללת בעומק של 15 מטר מתחת לפני הים.

2) ציפוי כסף למיקרוגל

מיקרוגל פועל בתדרים של $10^{10} Hz$. על מנת שקרינה לא תצא מהמיקרו יש לעטוף אותו בשכבת מתכת (כלוב פארדיי).

העריכו מה צריכה להיות עובי השכבה כך שלא תהיה יציאה של קרינה מהמיקרו אם המתכת היא כסף.

למה לדעתכם לא משתמשים בכסף ליצירה של שכבת הגנה במיקרו?

ההתנגדות הסגולית של כסף היא: $\rho = 1.59 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

תשובות סופיות:

1) א. רדיו: $d=0.08m$, $\lambda=0.5m$, $u=5\cdot10^6\frac{m}{\sec}$.

סונר: $d=8m$, $\lambda=50m$, $u=5\cdot10^4\frac{m}{\sec}$.

ב. רדיו: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t\right)}\hat{x}$, $\vec{H}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

סונר: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^{-2}z-2\pi\cdot10^3t\right)}\hat{x}$, $\vec{H}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^2z-2\pi\cdot10^3t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

ג. רדיו: $\vec{S}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{0.04}}\hat{z}$. סונר: $\vec{S}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{4}}\hat{z}$.

ד. רדיו: 0%.

סונר: 2.35%.

2) $\sim3\mu m$ עובי השכבה. כסף היא מתכת יקרה.

פגיעה בזווית במוליך לא מושלם

רקע:

מאותם שיקולי סימטריה לציר y שהיו במעבר בין חומרים דיאלקטרים k_y זהה לכל הגלים.
מכאן שזווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה וחוק סנל ממשיך להתקיים
מכיוון ש- k_y מגיע מהחומר הדיאלקטרי הוא חייב להיות ממשי ולא תלוי במוליכות
הדעיכה נובעת ותלויה רק ברכיב המדומה של k_z.
<u>במקרה של מוליך טוב</u>

הגל העובר יהיה רק במאונך לשפה ($\theta_t = 0$)

הרכיבים של השדות המאונכים לשפה לא חודרים למוליך.

מקבלים את משוואות פרנל עם עכבה אפקטיבית

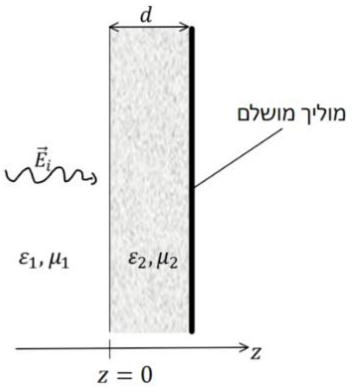
מעבר של יותר מתווך אחד

רקע:

נציב את תנאי השפה עבור כל ממעבר.

שאלות:

1) שכבת חומר דיאלקטרי ליד מוליך מושלם



גל הנע בתווך דיאלקטרי בעל ε_1, μ_1 פוגע בניצב לשכבה בעובי d עם ε_2, μ_2 ומוחזר ממוליך מושלם הנמצא בקצה השכבה, ראו איור. השדה החשמלי של הגל נתון לפי: $\vec{E}_i(z,t) = E_{i0}\,\hat{x}\cos\omega\left(\frac{z}{u} - t\right)$.

מצאו את:

א. $\vec{E}_r(z,t)$.

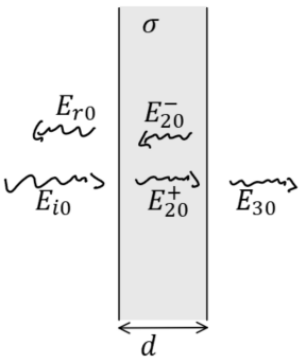
ב. $\vec{E}_1(z,t)$.

ג. $\langle s_1 \rangle$.

ד. העובי d עבורו לא ניתן יהיה לזהות את השכבה.

2) גל עובר דרך פיסת נחושת

גל אלקטרומגנטי מישורי בתדירות $10\ MHz$ עם אמפליטודה E_{i0} פוגע בניצב לפיסת נחושת ($\sigma = 5.80 \cdot 10^7\ \frac{S}{m}$) דקה מישורית בעובי d השווה לעומק החדירה.



הזניחו החזרות מסדר שני ומעלה וחשבו את:

א. האמפליטודות של כל שאר הגלים: $E_{r0}, E_{20}^+, E_{20}^-, E_{30}$ כתלות ב-E_{i0}.

ב. $\frac{\langle s_3 \rangle}{\langle s_{1i} \rangle}$.

3) חישוב כל הגדלים

השדה החשמלי של גל מישורי הנע בתווך הומוגני נתון לפי הביטוי: $\vec{E} = \cos(z + 2\pi \cdot 10^7 t)\hat{y}$ ביחידות של וולט למטר.

א. מהו תדר הגל (בהרץ)?

ב. מהו כיוון התקדמות הגל?

ג. מהו אורך הגל?

בהנחה כי: $\mu = \mu_0$ מצאו את המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר.

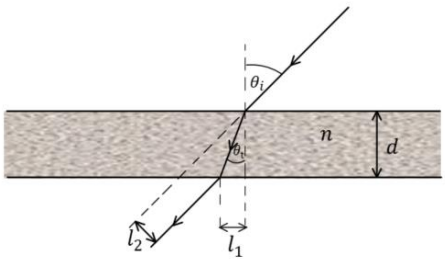
רשמו ביטוי ל-$\vec{H}$.

ד. רשמו ביטוי לווקטור פוינטינג הממוצע בזמן.

4) ציירו קיטוב אליפטי

ציירו את אליפסת הפולריזציה (האליפסה אותה "מצייר" קצהו של ווקטור השדה החשמלי במישור המאונך לכיוון התקדמות הגל כאשר הצופה מודד אותו לאורך זמן בנקודה קבועה) עבור הגל: $\vec{E} = (5\mathrm{i}\hat{x} - \hat{y})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\pi z + \omega t)}$.

5) חישוב הזזה לטרלית (חוק סנל)



קרן אור נעה באוויר ופוגעת בזווית θ_i בחומר שקוף בעובי d בעל אינדיקס שבירה n.

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את המרחק של נקודת היציאה l_1.

ג. מצאו את ההזזה הלטרלית (המרחק l_2 באיור).

6) תרגיל - אלכוהול מזויף

רועי קנה בקבוק יוקרתי של משקה ג'ין ורוצה לוודא שהאלכוהול אינו מזויף. אלכוהול מזויף מכיל כמות גבוה של אתנול במקום מתנול. לרועי יש שני מצביעי לייזר באורכי גל של $532nm$ ו- $638nm$. הוא מכוון את הלייזר בזווית 30 מעלות כלפי מעלה ולמרכז הבקבוק ומודד את הגובה h ממנו יוצאת קרן האור, ראו איור. קוטר הבקבוק הוא 12cm. את מקדמי השבירה של מתנול ואתנול ניתן למצא באינטרנט והקירוב שלהם עבור תחום אורכי גל: $\lambda \in [0.4\mu m, 0.8\mu m]$ הוא:

מתנול: $n(\lambda) \approx -0.8\lambda^3 + 1.8\lambda^2 - 1.4\lambda + 1.7$

אתנול: $n(\lambda) \approx -0.1\lambda^3 + 0.3\lambda^2 - 0.3\lambda + 1.4$

בנוסחה יש להציב את אורך הגל הנמדד באוויר ב- μm.

לצורך הפשטות נניח כי הבקבוק מכיל 100% אתנול או מתנול.

א. ציירו באמצעות מחשב גרף של $n(\lambda)$ עבור מתנול ואתנול על אותו גרף.

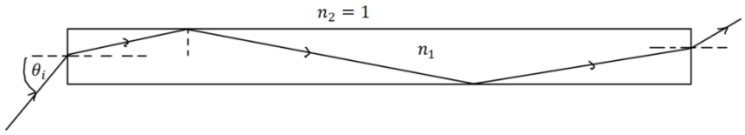
ב. ציירו באמצעות מחשב את זווית ההעברה כתלות ב- λ.
על איזה מהלייזרים תמליצו לרועי להשתמש?

ג. מצאו את הערך של h עבור כל אחד מסוגי החומרים.

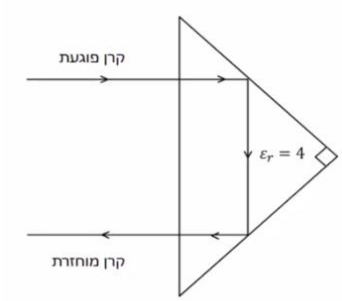


7) גל א"מ לא יוצא מסיב אופטי

סיב אופטי ישר עשוי מחומר דיאלקטרי שקוף בעל אינדקס שבירה n_1.
גל אלקטרו מגנטי נכנס בצידו האחד של הסיב בזווית θ_i ופוגע בדפנות של הסיב במהלך ההתקדמות.
מהו n_1 המינימלי כך שהגל לא יצא מהסיב עד אשר יגיע לקצה השני ללא תלות בזווית הפגיעה θ_i.



8) אור מוחזר מפריזמה משולשת



אור נכנס ומוחזר מפריזמה משולשת העשויה זכוכית.
מסלול קרן האור מתואר באיור.
מהו אחוז עוצמת האור של הקרן המוחזרת.
הניחו $\varepsilon_r = 4$ עבור זכוכית.
הפריזה היא משולש שווה שוקיים וישר זווית.

9) פגיעה ישרה במוליך מושלם

גל הנע באוויר (ריק) בכיוון ציר z פוגע פגיעה ישירה במוליך מושלם (שפת המוליך היא מישור xy). אמפליטודת השדה החשמלי של הגל היא: $6\ m\frac{V}{m}$ והתדירות היא: $100\ MHz$.

א. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל הפוגע והגל המוחזר.
ב. רשמו ביטוי לשדה החשמלי הכולל .
ציינו במפורש מה גודל השדה הנמדד כתלות בזמן ובמרחב.
ג. מצאו את המיקום הכי קרוב למוליך שבו השדה החשמלי מתאפס.

10) גל מקוטב מעגלית פוגע במוליך מושלם

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון לפי: $\vec{E}(z) = E_{i0}(\hat{x} - i\hat{y})e^{ikz}$.
הגל פוגע פגיעה ישרה במוליך מושלם כך ששפת המוליך היא במישור $z = 0$.

א. מהו סוג הקיטוב של הגל? במקרה של קיטוב מעגלי או אליפטי ציינו גם אם הקיטוב ימני או שמאלי.
ב. מצאו את הקיטוב של הגל המוחזר.
ג. מהו הזרם המושרה במוליך?
ד. רשמו ביטוי מפורש לשדה החשמלי הנמדד כתלות במרחב ובזמן.

11) גלי רדיו בנחושת

מצאו את אורך הגל ומהירות הפאזה של גל רדיו בתדר של 1MHz המתפשט בנחושת.
השוו לתוצאה המתקבלת באוויר (או ריק).
המוליכות של נחושת היא: $59.6 \cdot 10^6 (\Omega \cdot m)^{-1}$ ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

12) כמה עמוק חודרת קרינת הפלאפון למח

המוליכות של עצם הגולגולת היא בערך: $0.15 \frac{S}{m}$ ($S = siemens = \frac{1}{\Omega}$) והמקדם הדיאלקטרי הוא בערך 12. עבור רקמת המוח עצמה המוליכות היא בקירוב $1\frac{S}{m}$ והמקדם הדיאלקטרי הוא בקירוב 50 (קרוב למים).
העריכו את עומק החדירה של קרינת ה-4g המשודרת בתדרים בסביבות ה-$1GHz$.
מה יהיה השינוי בעומק החדירה עבור קרינת ה-5g המשודרת בתדרים של כ-$30GHz$ (בפועל התוצאה נמוכה פי 10 כי המקדם הדיאלקטרי והמוליכות גם משתנים עם שינוי התדר).

13) גל פוגע בזווית במי ים

גל בעל תדירות של $10\ kHz$ המקוטב במקביל למישור הפגיעה נע באוויר ופוגע בזווית בשפה של המים באוקיינוס.
זווית הפגיעה היא: $88°$, $\varepsilon_r = 80$, $\mu_r = 1$ ו- $\sigma = 4\frac{S}{m}$.

א. מצאו את זווית ההעברה.
ב. מצאו את מקדם ההעברה $\tau^{||}$.
ג. את היחס $\frac{\langle s_t \rangle}{\langle s_i \rangle}$ על השפה ($\langle s \rangle$ הוא הממוצע בזמן).
ד. ואת המרחק שבו עוצמת השדה יורדת ב-30dB (דציבל).

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}_r(z,t)=E_{i0}\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\hat{x}$ כאשר $\tan\theta=\frac{\eta_2}{\eta_1}\tan(K_2d)$.

ב. $\vec{E}_1(z,t)=E_{i0}\hat{x}\left[\cos(K_1z-\omega t)+\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\right]$.

ג. $\langle S_1\rangle=0$.

ד. $d=\frac{\pi n}{\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}$.

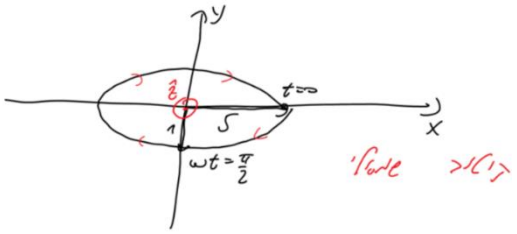
2) א. $\frac{E_{20}^{-}}{E_{i0}}\approx(-2.49+4.53i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{20}^{+}}{E_{i0}}\approx(1.90+0.140i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{r0}}{E_{i0}}\approx-1+4.67\cdot10^{-6}i$, $\frac{E_{30}}{E_{i0}}\approx(-2.70+4.90i)\cdot10^{-6}$.

ב. $\frac{\langle S_3\rangle}{\langle S_1\rangle}=3.13\cdot10^{-11}$.

3) א. $f=10^7\,Hz$. ב. בכיוון $-\hat{z}$. ג. $\lambda=2\pi m$. ד. $\varepsilon_r=22.8$.

ה. $\vec{H}(z,t)=\frac{1}{8\pi^2}\cos(z+2\pi\cdot10^7t)\hat{x}$. ו. $\vec{S}_{AVg}=-\frac{\hat{z}}{16\pi^2}$.

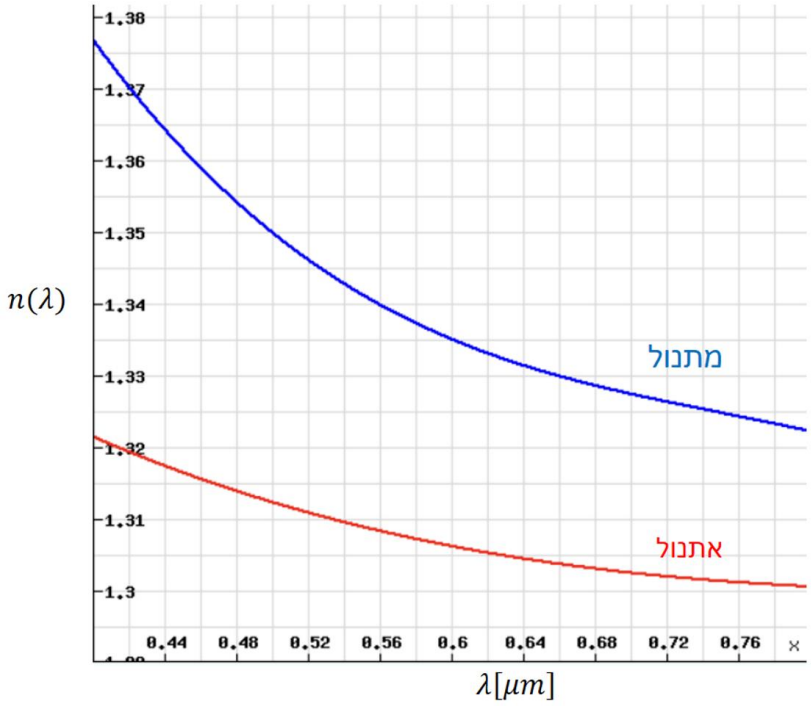
4) שרטוט:



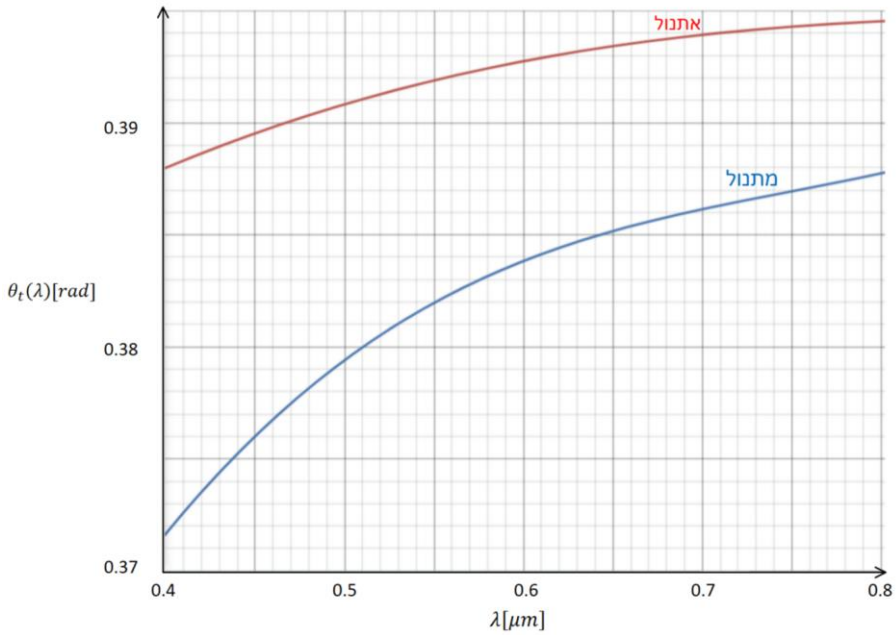
5) א. $\sin\theta_t=\frac{1}{n}\sin\theta_i$. ב. $l_1=\frac{d\sin\theta_i}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}$.

ג. $l_2=d\sin\theta_i\left(1-\frac{1}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}\right)$.

6) א. שרטוט:



ב. בלייזר של ה-532 ננומטר.



ג. אתנול – 4.83cm , מתנול - 4.96cm.

7) $\sqrt{2}$.

8) 79%.

9) א. $\vec{E}_i = 6\cdot10^{-3}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{x}$, $\vec{H}_i = \frac{6\cdot10^{-3}}{120\pi}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{y}$.

ב. $\vec{E}_T = 12\cdot10^{-3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}z\right)\sin\left(2\pi\cdot10^8 t\right)$.

ג. $-\frac{3}{2}m$.

10) א. קיטוב מעגלי שמאלי. ב. מעגל ימני. ג. $\vec{J}_S = \frac{2E_{i0}}{\eta_0}\left(\hat{x}-i\hat{y}\right)$.

ד. $\vec{E}_1\left(z,t\right) = 2E_{i0}\sin\left(kz\right)\left(\sin\left(\omega t\right)\right)\hat{x}+\cos\left(\omega t\right)\hat{y}$.

11) $\lambda = 4.1\cdot10^{-4}m$, $u = 410\frac{m}{\sec}\approx10^{-5}c$.

12) $d = 4cm$ עבור ה-5g אין הבדל.

13) א. $\theta_t = 0.03°$. ב. $\tau'' = 7.37\cdot10^{-4}e^{-i\cdot0.778}$. ג. $\frac{\langle S_t\rangle}{\langle S_i\rangle} = 1.03\cdot10^{-3}$.

ד. $8.69m$.