

מתמטיקה תיכונית מנקודת מבט מתקדמת

פרק 8 - גיאומטריה אנליטית - המעגל

תוכן העניינים

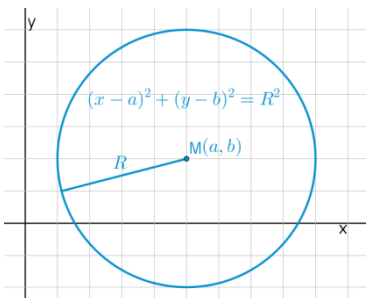
1. הכרות עם משוואת המעגל..... 1
2. מעגל המשיק לצירים..... 5
3. משיק למעגל..... 7
4. שאלות יסודיות שונות..... 8
5. נושאים מתקדמים במעגל (ללא ספר)..... 8
6. כתיבת משוואת מעגל עם השלמה לריבוע..... 15
7. משוואות המשיקים למעגל..... 16
8. מיתר המחבר שתי נקודות השקה..... 18
9. שאלות מסכמות שונות..... 19

הכרות עם משוואת המעגל:

סיכום כללי:

הגדרה:

המקום הגאומטרי של כל הנקודות, הנמצאות במרחק קבוע מנקודה קבועה במישור נקרא מעגל.



משוואת מעגל:

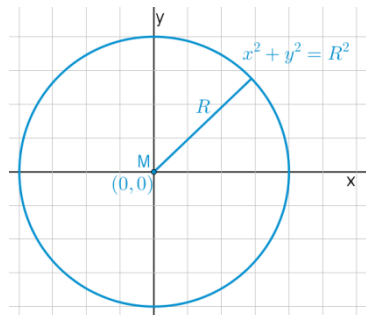
משוואת מעגל שמרכזו בנקודה $M(a, b)$

ורדיוסו R היא: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

משוואת מעגל קנוני:

משוואת מעגל קנוני (שמרכזו בראשית הצירים $M(0,0)$)

ורדיוסו R היא: $x^2 + y^2 = R^2$.



שאלות:

1) מצא את מרכזם ורדיוסם של המעגלים הבאים:

א. $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 49$

ב. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 10$

ג. $(x-m)^2 + (y+n)^2 = m^2 + n^2$

2) כתוב את משוואות המעגלים שמרכזם M ורדיוסם R :

א. $M(4, -2), R=3$

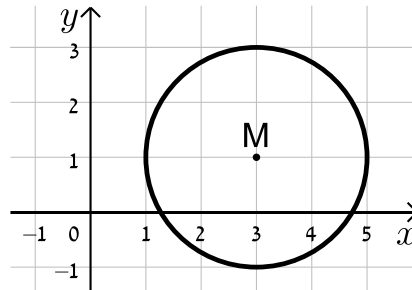
ב. $M(-3, 5), R=10$

ג. $M(5, 5), R=\sqrt{40}$

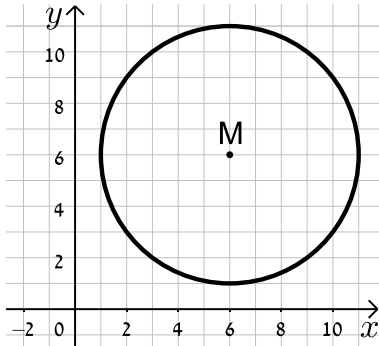
ד. $M(10, -12), R=\sqrt{30}$

3) כתוב את משוואות המעגלים הבאים בכל מקרה:

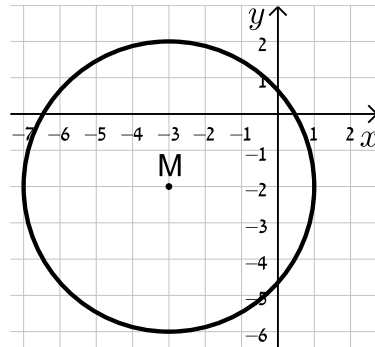
א.



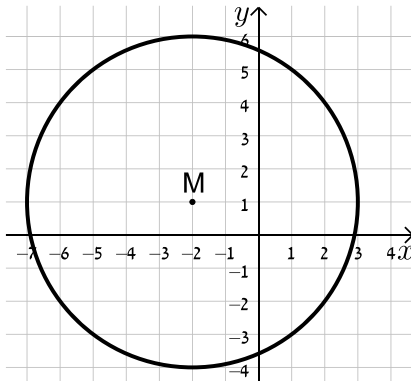
ב.



ג.



ד.



4) מצא את משוואתו של מעגל שעובר בנקודה $A(-4, 5)$ ומרכזו בנקודה $O(2, -1)$.

5) מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $M(-5, 6)$ והוא חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 9$.

6) מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $M(0, -7)$ והוא חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 3$.

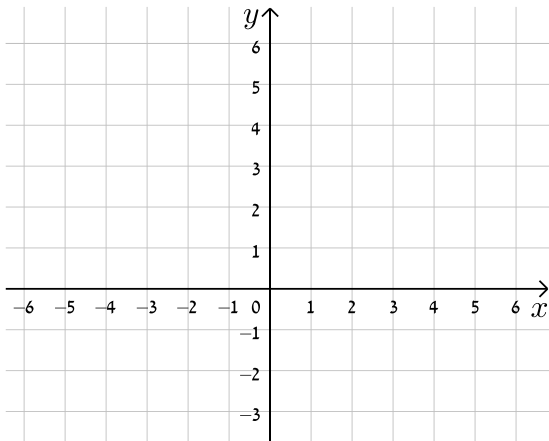
7) מצא את משוואתו של מעגל שעובר בנקודה $A(11, 2)$, רדיוסו 13 ומרכזו נמצא על הישר $y = 2x - 1$.

8) מצא את משוואתו של מעגל שהנקודות $A(-2, 3)$ ו- $B(4, -3)$ הן קצות הקוטר שלו.

9 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו נמצא על הישר $x=4$, רדיוסו 10 והוא חותך מציר ה- x מיתר שאורכו 12.

10 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו $M(4, -3)$ אם ידוע כי הישר $y = -3x + 7$ חותך אותו בשתי נקודות A ו-B כך שאורכו של המיתר AB הוא 4 יחידות אורך.

11 מצא את משוואתו של מעגל החוסם משולש שקודקודיו הם $A(22, -24)$, $B(-10, 40)$, $C(-30, 28)$.



12 נתונים שני מעגלים בעלי אותו המרכז $M(3, -1)$, האחד הוא בעל רדיוס R והשני בעל רדיוס של $2R$.
 א. כתוב את המשוואות של שני המעגלים (בטא באמצעות R).
 ב. מה תהיינה המשוואות עבור $R = 2$?
 ג. צייר את שני המעגלים במערכת הצירים שלפניך.

13 שני מעגלים שמרכזיהם $M_1(6, 2)$ ו- $M_2(-3, -4)$ חותכים זה את זה בנקודה $(-2, 3)$. מצא את משוואות המעגלים.

14 נתונה משוואת המעגל הבאה: $x^2 + y^2 - 10x - 10y + a = 0$ כאשר a פרמטר.
 א. מצא ביטוי של רדיוס המעגל באמצעות a .
 ב. איזה מהערכים הבאים יכול להיות הגיוני עבור a ?
 נמק ומצא את תחום ההגדרה של a .
 i. $a = 5$
 ii. $a = 55$

תשובות סופיות:

$$\text{ב. } M(-0.5, 0), R = \sqrt{10} \quad \text{א. } M(3, -5), R = 7 \quad (1)$$

$$\text{ג. } M(m, -n), R = \sqrt{m^2 + n^2}$$

$$\text{ב. } (x+3)^2 + (y-5)^2 = 100 \quad \text{א. } (x-4)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad (2)$$

$$\text{ד. } (x-10)^2 + (y+12)^2 = 30 \quad \text{ג. } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 40$$

$$\text{ב. } (x-6)^2 + (y-6)^2 = 25 \quad \text{א. } (x-3)^2 + (y-1)^2 = 4 \quad (3)$$

$$\text{ד. } (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25 \quad \text{ג. } (x+3)^2 + (y+2)^2 = 16$$

$$\text{א. } M(3, -3), (x-2)^2 + (y+1)^2 = 72 \quad (4)$$

$$\text{ב. } (x+5)^2 + (y-6)^2 = 232 \quad (5)$$

$$\text{ג. } x^2 + (y+7)^2 = 100 \quad (6)$$

$$\text{א. } (x-7.8)^2 + (y+14.6)^2 = 169 \quad \text{או } (x+1)^2 + (y+3)^2 = 169 \quad (7)$$

$$\text{ב. } (x-1)^2 + y^2 = 18 \quad (8)$$

$$\text{א. } (x-4)^2 + (y+8)^2 = 100 \quad \text{או } (x-4)^2 + (y-8)^2 = 100 \quad (9)$$

$$\text{ב. } (x-4)^2 + (y+3)^2 = 4\frac{2}{5} \quad (10)$$

$$\text{ג. } (x+2)^2 + (y-4)^2 = 1360 \quad (11)$$

$$\text{א. } (x-3)^2 + (y+1)^2 = R^2, (x-3)^2 + (y+1)^2 = 4R^2 \quad (12)$$

$$\text{ב. } (x-3)^2 + (y+1)^2 = 4, (x-3)^2 + (y+1)^2 = 16$$

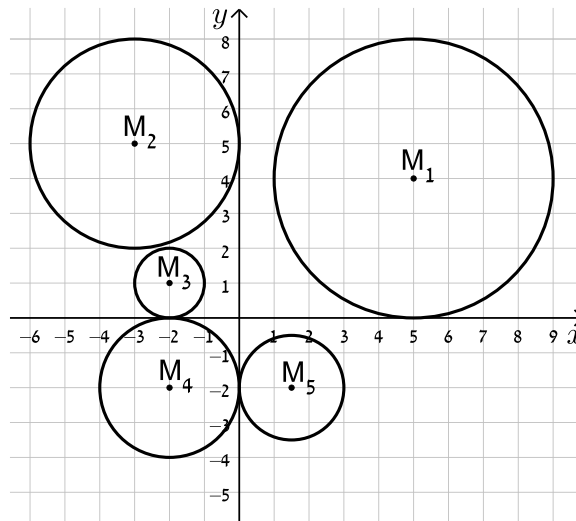
$$\text{א. } (x+3)^2 + (y+4)^2 = 50, (x-6)^2 + (y-2)^2 = 65 \quad (13)$$

$$\text{ב. } a = 5, \text{ ת.ה. } : a < 50 \quad \text{א. } R = \sqrt{50-a} \quad (14)$$

מעגל המשיק לצירים:

שאלות:

15) כתוב את משוואות המעגלים הבאים:



16) מצא את משוואתו של מעגל המשיק לשני הצירים ורדיוסו 4.

17) מצא את משוואת המעגל שמשיק לציר ה- x ומרכזו בנקודה $M(16,8)$.

18) מצא את משוואת המעגל שמרכזו נמצא על הישר $2x + 3y + 6 = 0$ והוא משיק לשני הצירים.

19) מצא את משוואתו של מעגל המשיק לציר ה- y ולישר $y = 6$ ומרכזו על הישר $y = 3x - 2$ ברביע הראשון.

תשובות סופיות:

$$M_1 : (x-5)^2 + (y-4)^2 = 16, M_2 : (x+3)^2 + (y-5)^2 = 9 \quad \mathbf{(15)}$$

$$, M_3 : (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1, M_4 : (x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$. M_5 : (x-1.5)^2 + (y+2)^2 = 2\frac{1}{4}$$

$$. (x \pm 4)^2 + (y \pm 4)^2 = 16 \quad \mathbf{(16)}$$

$$. (x-16)^2 + (y-8)^2 = 64 \quad \mathbf{(17)}$$

$$. \left(x+1\frac{1}{5}\right)^2 + \left(y+1\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}, (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36 \quad \mathbf{(18)}$$

$$. (x-2)^2 + (y-4)^2 = 4 \quad \mathbf{(19)}$$

משיק למעגל:

סיכום כללי:

משוואת המשיק למעגל $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ בנקודה $A(x_1, y_1)$ שעליו היא: $(x-a)(x_1-a) + (y-b)(y_1-b) = R^2$.

שאלות:

20 מצא את משוואות המשיקים למעגל $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ בנקודות על המעגל שבהן $y = 5$.

21 נתונה משוואת המעגל: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$ ומשוואת הישר $y = 2x + m$ כאשר m פרמטר. מצא עבור אלו ערכים של m הישר ישיק למעגל ולאילו ערכים הישר יחתוך את המעגל.

תשובות סופיות:

20 $4x - 3y + 35 = 0$ ו- $4x + 3y = 27$.

21 משיק: $m = 11, -9$, חותך: $-9 < m < 11$.

שאלות יסודיות שונות:

שאלות:

(22) נתון מעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.
 ב. העבירו קוטר במעגל, המאונך לציר ה- x .
 מצא את שטח המרובע הנוצר על ידי נקודות החיתוך שמצאת בסעיף א'
 ונקודת החיתוך של הקוטר עם המעגל הנמצאת ברביע הראשון.

- (23) נתון ישר שמשוואתו $y = 2x - 10$. הישר חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B. בנקודה A מעבירים משיק למעגל שהקטע AB הוא קוטרו. המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה C. מצא את אורך הקטע BC.

- (24) נתון המעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 81$. מסמנים ב-A את נקודת החיתוך החיובית של המעגל עם ציר ה- x . הנקודה A היא מרכזו של מעגל נוסף בעל רדיוס של 12. מסמנים את נקודות החיתוך של שני המעגלים ב-B ו-C. מצא את שטח המשולש שנוצר בין הנקודות B, C ו-O (ראשית הצירים).

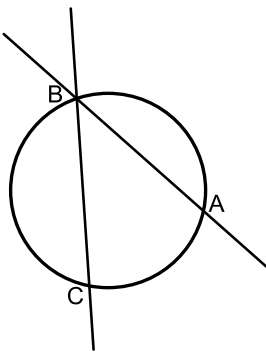
- (25) נתון ישר שמשוואתו $y = x$. הישר חותך מעגל קנוני שמשוואתו $x^2 + y^2 = 32$ בשתי נקודות, A ו-B, כאשר A ברביע הראשון. בנקודה A עובר מעגל נוסף, המשיק למעגל הקנוני ובעל אותו רדיוס. מצא את משוואת המעגל הנוסף ואת משוואת המשיק המשותף לשני המעגלים העובר בנקודה A.

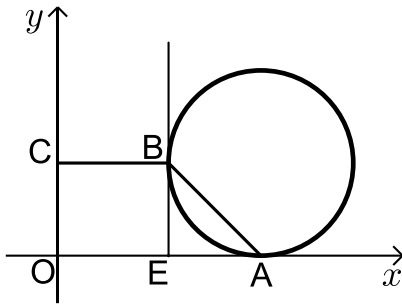
- (26) הישרים: $9y + 11x = 94$ ו- $y = -3x + 14$ נחתכים בנקודה B.

דרך נקודה זו עובר מעגל שמרכזו הוא: $M(-9, 1)$.

ידוע כי מעגל זה חותך את הישרים (חוץ מהנקודה B) בשתי נקודות A ו-C (ראה איור).

- א. מצא את שיעורי הנקודה B.
 ב. מצא את משוואת המעגל.
 ג. מצא את שיעורי הנקודה A – נקודת החיתוך של הישר שמשוואתו: $y = -3x + 14$ עם המעגל.





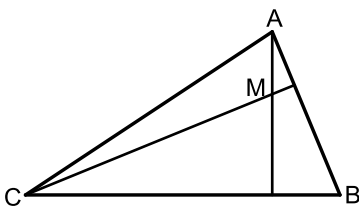
- (27)** נתון מעגל המשיק לציר ה- x בנקודה A .
 מהנקודה E שעל ציר ה- x מעלים אנך המשיק
 למעגל בנקודה B (ראה איור).
 הקטע BC מקביל לציר ה- x ו- O היא נקודת
 ראשית הצירים. יוצרים טרפז ישר זווית $ABCO$
 ששטחו הוא 170 סמ"ר.
 ידוע כי: $C(0,10)$ ו- $AE = 10$ ס"מ.

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. מצא את שיעורי הנקודה B .
 ii. מצא את שיעורי הנקודה A .
 ב. כתוב את משוואת המעגל.

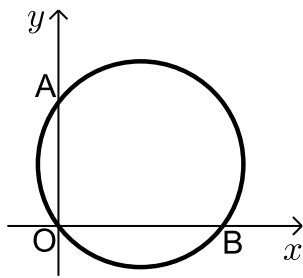


- (28)** הנקודה $A(17,4)$ נמצאת על המעגל
 שמשוואתו: $(x-7)^2 + (y-4)^2 = R^2$.
 הישר $x=1$ חותך את המעגל בשתי נקודות B ו- C כך
 ש- B נמצאת ברביע הרביעי. מעבירים את הקטע AD
 המאונך לישר BC וידוע כי הנקודה D היא אמצע BC .

- א. מצא את רדיוס המעגל.
 ב. מצא את שיעורי הנקודות B ו- C .
 ג. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. חשב את מרחק הנקודה A מהישר: $x=1$
 ii. חשב את שטח המשולש ABC .



- (29)** נתון משולש ABC . משוואות הצלעות AB ו- BC
 במשולש ABC הן בהתאמה: $2y - x = 56$
 ו- $8y + x = 104$.
 מעבירים גבהים לצלעות AB ו- BC אשר
 נחתכים בנקודה $M(0, -2)$ שבתוך המשולש.
 א. מצא את משוואות הגבהים.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה B .
 ג. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה M
 ורדיוסו הוא הקטע BM .



30 באיור שלפניך מתואר המעגל: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$.

המעגל חותך את הצירים בנקודות A, B ו-O.

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.
- ב. מצא נקודה C הנמצאת על היקף המעגל ברביע הראשון כך שהמרובע ABCO יהיה מלבן.
- ג. חשב את היקף המלבן.

31 המעגל: $(x+a)^2 + (y-1)^2 = a+4$, $a > 0$, חותך את ציר ה-x בנקודה שבה: $x=1$.

- א. מצא את a.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל הנתון עם המעגל $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$.
- ג. כתוב את משוואת הישר העובר דרך נקודות החיתוך של שני המעגלים.
- ד. חשב את שטח המשולש שיוצר הישר שמצאת בסעיף הקודם עם הצירים.



32 הנקודות M ו-D נמצאות על הישר $y=12$ ידוע כי שיעור

ה-x של הנקודה M הוא 9 וכי המרחק של הנקודה M מראשית הצירים גדול ב-6 מהמרחק בין הנקודות M ו-D (ראה איור).
בונים מעגל שמרכזו נמצא בנקודה M ורדיוסו הוא האורך DM.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.
- ii. מצא את שיעור ה-x של הנקודה D.
- ב. כתוב את משוואת המעגל.
- ג. האם המעגל הזה חותך את הצירים? הראה חישוב מתאים לטענתך.

33 מעגל שמרכזו בנקודה M(15,12) משיק לציר ה-y

בנקודה B וחותך את ציר ה-x בשתי נקודות A ו-C כמתואר באיור.



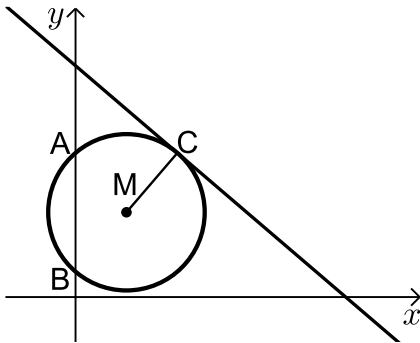
א. כתוב את משוואת המעגל.

מהנקודה C מעלים אנך לציר ה-x שחותך את המעגל בנקודה נוספת D.

דרך הנקודה D עובר משיק למעגל.

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.



34 באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M.

המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות A ו-B.

מעבירים משיק למעגל: $6x + 7y = 191$

דרך הנקודה: $C(12, 17)$.

א. כתוב את משוואת הרדיוס MC.

ב. ידוע כי הנקודה M נמצאת על הישר $y = 10$.

i. מצא את שיעורי הנקודה M.

ii. מצא את אורך רדיוס המעגל.

iii. כתוב את משוואת המעגל.

ג. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y .

ד. חשב את שטח המשולש AMB.



35 באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M הנמצאת על

ציר ה- x . המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה A.

מסמנים את ראשית הצירים ב-O.

ידוע כי A היא אמצע הקטע MO ושיעוריה הם: $A(5, 0)$.

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. כתוב את משוואת הישר שעובר דרך הנקודה A ושיפועו הוא 0.5.

ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של הישר שמצאת עם המעגל.

ד. סמן את הנקודה שמצאת בסעיף הקודם ב-B וחשב

את שטח המשולש AMB.



36 באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו

$$(x+4)^2 + (y+2)^2 = 8$$

מסמנים את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x

ב-A ו-B (ראה איור).

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

מעבירים אנך לציר ה- y מנקודת מרכז המעגל M

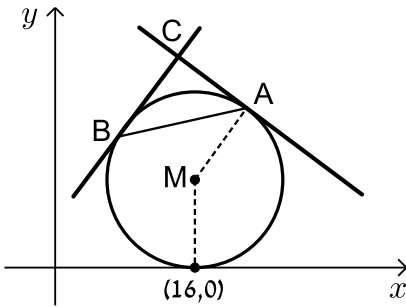
ומסמנים את חיתוכם ב-P.

ב. מצא נקודה Q כך שהמרובע AMPQ יהיה מקבילית. נמק.

ג. כתוב את משוואת הישר PQ.

ד. הוכח כי הישר שמצאת בסעיף הקודם משיק למעגל

בנקודה $(-2, -4)$.



37 נתון מעגל שרדיוסו R ($R < 16$) ומשיק לציר ה- x

בנקודה שבה: $x = 16$.

א. הבע באמצעות R את משוואת המעגל וציין האם הוא חותך את ציר ה- y או לא. נמק.

מהנקודה $A(22,18)$ שעל המעגל מעבירים משיק.

ב. מצא את R וכתוב את משוואת המעגל.

ג. כתוב את משוואת המשיק למעגל בנקודה A .

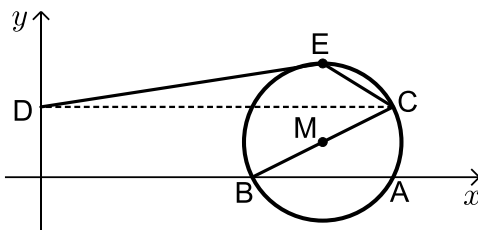
ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה B שבה $x_B < x_M$

אם ידוע כי הוא המאונך למשיק הקודם.

ה. המשיקים נחתכים בנקודה C .

i. מצא את שיעורי הנקודה C .

ii. מצא את שטח המשולש ABC .



38 באיור שלפניך נתון מעגל

שמשוואתו: $(x+a)^2 + (y-1)^2 = 5$, פרמטר a .

ידוע כי המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה $A(10,0)$.

א. מצא את a אם ידוע כי $a > -10$.

ב. מצא את הנקודה B - נקודת החיתוך השנייה של המעגל עם ציר ה- x .

ג. כתוב את משוואת הקוטר העובר דרך הנקודה B ומרכז המעגל M .

ד. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הקוטר עם המעגל.

ה. מעבירים אנך מנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם לציר ה- y בנקודה D .

הנקודה E היא הנקודה בעלת שיעור ה- y הגדול ביותר על המעגל.

מחברים את הנקודות D ו- E כך שנוצר המחומש $DECBO$. חשב את שטחו.

39 באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו: $(x-5)^2 + (y-3)^2 = R^2$, רדיוס המעגל.

ידוע כי המעגל עובר בראשית הצירים.

א. מצא את רדיוס המעגל

וכתוב את משוואת המעגל.

ב. מצא את הנקודות A ו- B - החיתוך של

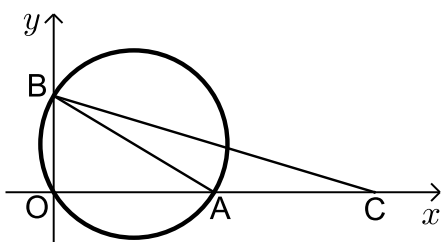
המעגל עם הצירים (ראה איור).

ג. מסמנים נקודה C על ציר ה- x

כך ש- A היא אמצע הקטע CO .

i. מצא את שיעורי הנקודה C .

ii. חשב את שטח המשולש ABC .



תשובות סופיות:

(22) א. $(0, -8)$, $(6, 0)$, $(0, 0)$ ב. 27 יח"ש.

(23) 12.5 יחידות אורך.

(24) $S_{ABOC} = \sqrt{80}$ יח"ש

(25) $y = -x + 8$, $(x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 32$

(26) א. $(2, 8)$ ב. $(x + 9)^2 + (y - 1)^2 = 170$ ג. $(4, 2)$

(27) א. i. $B(12, 10)$ ii. $A(22, 0)$ ב. $(x - 22)^2 + (y - 10)^2 = 100$

(28) א. $R = 10$ ב. $B(1, -4)$, $C(1, 12)$ ג. i. $d = 16$

ii. $S = 128$

(29) א. $y = 8x - 2$, $y = -2x - 2$ ב. $(-24, 16)$ ג. $x^2 + (y + 2)^2 = 900$

(30) א. $O(0, 0)$, $A(0, 6)$, $B(8, 0)$ ב. $C(8, 6)$ ג. 28 יח"ש $P =$

(31) א. $a = 1$ ב. $(0, -1)$, $(-2, 3)$ ג. $y = -2x - 1$

ד. $S = \frac{1}{4}$

(32) א. i. $d = 15$ ii. $x = 18$ ב. $(x - 9)^2 + (y - 12)^2 = 81$

ג. המעגל אינו חותך את ציר ה- x - כאשר מציבים ב- y אפס מתקבלת משוואה ריבועיתללא פתרון. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה אחת- $(12, 0)$.

(33) א. $(x - 15)^2 + (y - 12)^2 = 225$ ב. $C(24, 0)$, $D(24, 24)$ ג. $y = -\frac{3}{4}x + 42$

(34) א. $y = \frac{7}{6}x + 3$ ב. i. $M(6, 10)$ ii. $\sqrt{85}$

iii. $(x - 6)^2 + (y - 10)^2 = 85$ ג. $A(0, 17)$, $B(0, 3)$ ד. 42 יח"ש

(35) א. $(x - 10)^2 + y^2 = 25$ ב. $y = 0.5x - 2.5$ ג. $B(13, 4)$

ד. 10 יח"ש $S_{AMB} =$

(36) א. $A(-2,0)$, $B(-6,0)$ ב. $Q(2,0)$ ג. $y = x - 2$.

(37) א. $(x-16)^2 + (y-R)^2 = R^2$, המעגל אינו חותך את ציר ה- y .

ב. $(x-16)^2 + (y-10)^2 = 100$, $R = 10$ ג. $y = -\frac{3}{4}x + 34\frac{1}{2}$.

ד. $y = \frac{4}{3}x + 5\frac{1}{3}$ ה. i. $C(14,24)$ ii. 50 יח"ש.

(38) א. $a = -8$ ב. $B(6,0)$ ג. $y = 0.5x - 3$.

ד. $(10,2)$ ה. $11 + 5\sqrt{5}$ יח"ש = S_{DECB} .

(39) א. $\sqrt{34}$ יחידות אורך = R , $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 34$ ב. $A(10,0)$, $B(0,6)$.

ג. i. $C(20,0)$ ii. 30 יח"ש = S_{ABC} .

כתיבת משוואת מעגל עם השלמה לריבוע:

שאלות:

(1) מצא את מרכזם ורדיוסם של המעגלים הבאים:

א. $x^2 + 10x + y^2 + 6y - 2 = 0$ ב. $x^2 - 2x + y^2 + 20y + 1 = 0$

ג. $x^2 - 8x + y^2 - 14y = 0$ ד. $x^2 + y^2 + 2y = 0$

ה. $x^2 + x + y^2 - 3\frac{3}{4} = 0$ ו. $x^2 - 2mx + y^2 + 6my + m^2 = 0$

(2) משוואתו של מעגל היא $x^2 + y^2 - 6mx - 2(m+2)y + 4m + 4 = 0$.

מצא את ערכו של m אם ידוע שמרכז המעגל נמצא על הישר $y = 2x + 7$.

(3) משוואתו של מעגל היא $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 48 = 0$.

מצא את אורכו של המיתר שחותך הישר $y = 2x - 4$ מהמעגל בלי למצוא את נקודות הקצה של המיתר.

תשובות סופיות:

(1) א. $M(-5, -3), R = 6$ ב. $M(1, -10), R = 10$

ג. $M(4, 7), R = \sqrt{65}$ ד. $M(0, -1), R = 1$

ה. $M\left(-\frac{1}{2}, 0\right), R = 2$ ו. $M(m, -3m), R = 3m$

(2) $m = -1$

(3) $2\sqrt{80}$

משוואות המשיקים למעגל:

שאלות:

- (4) מצא משוואת מעגל העובר בנקודה $(1, 8)$ המשיק לשני הצירים.
- (5) מצא את אורך המשיק למעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 - 4x + 14y + 37 = 0$ היוצא מהנקודה $A(10, -3)$.
- (6) מצא את משוואת המשיק ואת משוואת הנורמל למעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$ בנקודה $A(5, -4)$.
- (7) מצא את נקודת החיתוך של המשיקים למעגל שמשוואתו $x^2 + (y-1)^2 = 5$ בנקודות שבהן $x = -1$.
- (8) נתון מעגל שמרכזו בנקודה $(-2, 6)$ והוא עובר בראשית הצירים. המעגל חותך את הצירים בשתי נקודות נוספות, A ו-B.
 א. הוכח כי המשיקים למעגל בנקודות A ו-B מקבילים זה לזה.
 ב. הוכח את סעיף א' בלי למצוא את משוואות המשיקים או את שיפועיהם.
- (9) נתון המעגל $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$ והישר $y = 2x + m$.
 לאלו ערכים של הפרמטר m הישר משיק למעגל ולאלו ערכים של m הישר חותך את המעגל?

תשובות סופיות:

$$(4) \quad (x-13)^2 + (y-13)^2 = 169 \text{ או } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(5) \quad .8$$

$$(6) \quad \text{משיק: } y = 3x - 19, \text{ נורמל: } x + 3y + 7 = 0$$

$$(7) \quad .(-5,1)$$

$$(8) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$

$$(9) \quad \text{משיק: } m = -9, 11, \text{ חותך: } -9 < m < 11$$

מיתר המחבר שתי נקודות השקה:

סיכום כללי:

משוואת המיתר, המחבר את שתי נקודות ההשקה של שני המשיקים

למעגל $(x-a)^2 = (y-b)^2 = R^2$ היוצאים מהנקודה $A(x_1, y_1)$ שמחוץ

למעגל היא: $(x-a)(x_1-a) + (y-b)(y_1-b) = R^2$.

שאלות:

10) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואת המיתר במעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$,

המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים היוצאים מהנקודה $A(-3, 8)$

ב. מצא את משוואת המיתר במעגל שמשוואתו $x^2 + (y-1)^2 = 5$, המחבר

את נקודות ההשקה של המשיקים היוצאים מהנקודה $A(-5, 1)$.

11) נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 16x + 48 = 0$ ונקודה P, שנמצאת על החלק

החיובי של ציר ה-y. הישר המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים

היוצאים למעגל מנקודה P חותך את ציר ה-y בנקודה Q. נתון: $PQ = 14$.

מצא את שיעורי הנקודה Q.

תשובות סופיות:

10) א. $x - 4y + 11 = 0$. ב. $x = -1$.

11) $Q(0, -8)$ או $Q(0, -6)$.

שאלות מסכמות שונות:

שאלות:

12 נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 16x - 12y + 64 = 0$. המעגל משיק מבחוץ למעגל קנוני. מצא את משוואת המעגל הקנוני, את נקודת ההשקה בין המעגלים ואת משוואת המשיק המשותף העובר בנקודה זו.

13 המעגלים $x^2 + y^2 + 22x - 6y = m$ ו- $x^2 + y^2 = 26$ נחתכים בזווית ישרה. מצא את ערכו של m .

14 בטרפז שווה שוקיים ABCD נתון כי הבסיס הגדול, DC, מונח על הישר: $3x - y - 9 = 0$ והשוק AD מונחת על הישר $x + y - 3 = 0$. שיעורי הקודקוד B הם $(3, -8)$. מצא את משוואת המעגל החוסם את הטרפז ABCD.

15 מצא את משוואתו של מעגל החוסם ריבוע, שאחד מקדקודיו נמצא בראשית הצירים ומשוואת אחד מאלכסוניו היא $3x - y + 10 = 0$.

תשובות סופיות:

12 $x^2 + y^2 = 16$, $A(-3.2, 2.4)$, $4x - 3y + 20 = 0$

13 $m = -26$

14 $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 20$

15 $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 10$