# קורס קדם במתמטיקה למהנדסים

## פרק 10 - גיאומטריה אנליטית - ההיפרבולה (העשרה)

תוכן העניינים

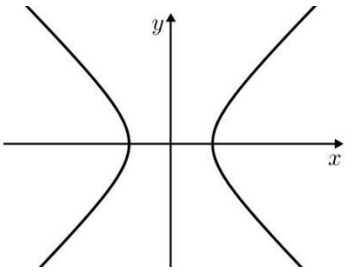

1. הגדרות יסודיות ..... 1
2. הקשר בין הפרמטרים של היפרבולה ..... 2
3. רדיוסים של היפרבולה ..... 3
4. מיתר וקוטר החוצה אותו בהיפרבולה ..... 4
5. אסימפטוטות של היפרבולה ..... 5

# הגדרות יסודיות:

## סיכום כללי:

**הגדרה:**

המקום הגיאומטרי של כל הנקודות, שהפרש מרחקיהן משתי נקודות קבועות במישור קבוע, נקרא היפרבולה. הנקודות הקבועות נקראות מוקדי ההיפרבולה.




- משוואת היפרבולה קנונית: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.
- היפרבולה שבה $a=b$, נקראת היפרבולה שוות שוקיים.
- הקשר בין הפרמטרים: $c^2=a^2+b^2$.

## שאלות:

**1)** מצא את אורך צירי ההיפרבולה שמשוואתה $x^2-4y^2=36$.

**2)** מצא את משוואתה של ההיפרבולה שאורך צירה הממשי הוא 18 ואורך צירה המדומה הוא $2\sqrt{3}$.

**3)** מצא את משוואתה של היפרבולה שאורך צירה הממשי הוא 12 והמרחק בין מוקדיה הוא 20.

## תשובות סופיות:

**1)** אורך הציר הממשי: 12, אורך הציר המדומה: 6.

**2)** $\frac{x^2}{81}-\frac{y^2}{3}=1$

**3)** $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{80}=1$

## הקשר בין הפרמטרים של היפרבולה:

### שאלות:

4) מצא את משוואתה של היפרבולה שאורך צירה המדומה הוא $8\sqrt{5}$ והיא עוברת בנקודה $\left(-10,3\sqrt{5}\right)$.

5) מצא משוואת היפרבולה שוות שוקיים שהמרחק בין מוקדיה הוא $\sqrt{200}$.

### תשובות סופיות:

4) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

5) $x^2-y^2=25$

# רדיוסים של היפרבולה:

## סיכום כללי:

| רדיוסים בהיפרבולה | רדיוסים באליפסה |
|---|---|
| $r_1=\left\lvert\frac{cx}{a}-a\right\rvert$ | $r_1=a-\frac{cx}{a}$ |
| $r_2=\left\lvert\frac{cx}{a}+a\right\rvert$ | $r_2=a+\frac{cx}{a}$ |

## שאלות:

**6)** נתונה היפרבולה שמשוואתה: $6x^2-y^2=18$.
מצא על ההיפרבולה את הנקודות שמכפלת מרחקיהן מהמוקדים הוא 25.

**7)** נתונה היפרבולה שמשוואתה: $7x^2-9y^2=63$.
מצא על ההיפרבולה את הנקודות שסכום ריבועי מרחקיהן מהמוקדים הוא $74\frac{8}{9}$.

**8)** נתונה היפרבולה שמשוואתה $4x^2-y^2=20$. מצא נקודה על ההיפרבולה ברביע הרביעי שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזווית ישרה.

**9)** נתונה היפרבולה שמשוואתה $5x^2-4y^2=80$.
מנקודה A שעל ההיפרבולה ברביע הראשון העבירו ישר מקביל לציר ה-$x$, החותך את הענף השמאלי של ההיפרבולה בנקודה B. את נקודה A חיברו עם המוקד הימני $F_1$ של ההיפרבולה ואת הנקודה B חיברו עם המוקד השמאלי של ההיפרבולה $F_2$. נתון כי היקף הטרפז $F_1BAF_2$ הוא 29 יחידות אורך.
מצא את שיעורי הנקודה A.

## תשובות סופיות:

**6)** $\left(\pm2,\pm\sqrt{6}\right)$

**7)** $\left(\pm4,\pm2\frac{1}{3}\right)$

**8)** $(3,-4)$

**9)** $\left(5,\frac{\sqrt[3]{5}}{2}\right)$

# מיתר וקוטר החוצה אותו בהיפרבולה:

## סיכום כללי:

מכפלת שיפועי מיתר וקוטר החוצה אותו בהיפרבולה, היא: $\frac{a^2}{b^2}$ .

## שאלות:

**10)** נתונה היפרבולה שמשוואתה $4x^2-3y^2=24$ .
מצא את משוואתו של מיתר בהיפרבולה, שהנקודה $(3,4)$ היא אמצעו.

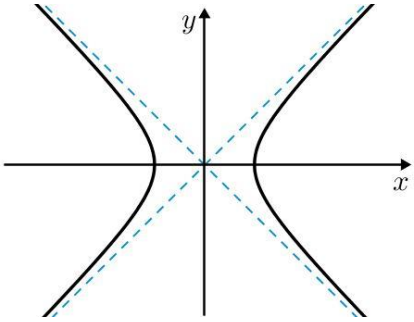
## תשובות סופיות:

**10)** $y=x+1$

# אסימפטוטות של היפרבולה:

## סיכום כללי:

לכל היפרבולה יש שתי אסימפטוטות משופעות, שענפי ההיפרבולה שואפים אליהן.




- משוואות האסימפטוטות הן: $y=\frac{b}{a}x$ , $y=-\frac{b}{a}x$ .

## שאלות:

**11)** מצא את משוואת האסימפטוטות של היפרבולה שמשוואתה $4x^2-y^2=48$ .

**12)** הישר $y=-\frac{3}{4}x$ הוא אסימפטוטה של היפרבולה, שהמרחק בין מוקדיה הוא 20.
מצא את משוואת ההיפרבולה.

**13)** נתונה היפרבולה שמשוואתה $9x^2-4y^2=k$ ואורך צירה המדומה הוא 6.
מצא נקודה על האסימפטוטה היורדת של ההיפרבולה ברביע הרביעי שממנה רואים את הקטע שבין המוקדים בזווית ישרה.

**14)** ישר שעובר בנקודה $(-6,8)$ הוא אסימפטוטה של היפרבולה שעוברת בנקודה $(9,-8\sqrt{2})$.

א. מצא את משוואת ההיפרבולה.

ב. מצא את מרחק אחד ממוקדי ההיפרבולה מאחת האסימפטוטות שלה.

**15)** מוקדיה של היפרבולה שעוברת בנקודה $(4,-1)$ מתלכדים עם מוקדיה של אליפסה שמשוואתה $16x^2+25y^2=400$. מצא נקודה על הענף השמאלי של ההיפרבולה, שמרחקה מהאסיפמטוטה העולה של ההיפרבולה הוא $1\frac{1}{3}$.

## תשובות סופיות:

11) $y=2x,\ \ y=-2x$

12) $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$

13) $(2,-3)$

14) א. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ ב. $d=4$

15) $\left(-3,\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$