מכינה כללית במתמטיקה

פרק 13 - גיאומטריה אוקלידית - שטחים והיקפים

תוכן העניינים

1. שטחים והיקפים של משולשים 1
2. שטחים והיקפים של מרובעים 3
3. שאלות עם מקבילית 4
4. שאלות עם מלבן 7
5. שאלות עם מעוין 8
6. שאלות עם ריבוע 10
7. שאלות עם טרפז 12

שטחים והיקפים של משולשים:

סיכום כללי:

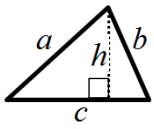
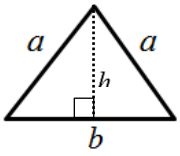
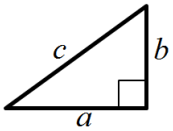
שטח – הגדרה:

גודל של תחום מישורי בהשוואה ליחידת מידה קבועה.
שטח נמדד ביחידות מידה של אורך בריבוע כגון:
מטר ריבועי (m^2), ס"מ ריבועי (סמ"ר cm^2).

היקף – הגדרה:

היקף מצולע הוא סכום כל צלעותיו.

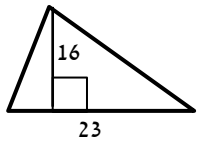
משולשים:

סוג	משולש כללי	משולש שווה שוקיים	משולש ישר זווית
איור			
שטח	$S=\frac{c\cdot h}{2}$	$S=\frac{b\cdot h}{2}$	$S=\frac{a\cdot b}{2}$
היקף	$P=a+b+c$	$P=2a+b$	$P=a+b+c$

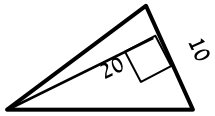
שאלות:

1) מצא את שטחם של המשולשים הבאים (כל המידות נתונות בס"מ):

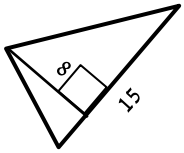
א.



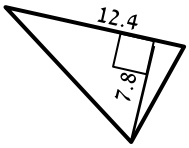
ב.



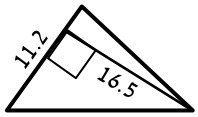
ג.



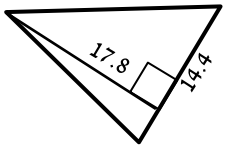
ד.



ה.

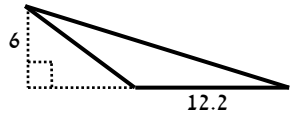


ו.

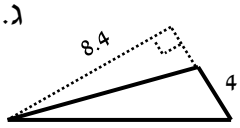


2) מצא את שטחם של המשולשים קהי-הזווית הבאים (כל המידות בס"מ):

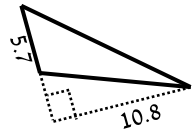
א.



ב.



ג.

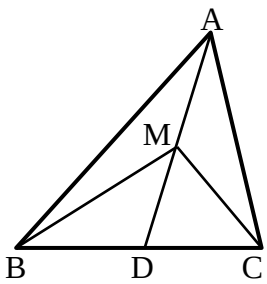


3) הוכח כי אם במשולש ABC, הקטע AD המחבר את הקדקוד A עם הצלע BC יוצר שני משולשים השווים בשטחם אז הוא תיכון ל-BC.

4) במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC.
M היא אמצע AD. הוכח כי:

א. הקטעים AD, MC ו-BM מחלקים את המשולש ABC ל-4 משולשים שווי שטח.

ב. $S_{MBC}=\frac{1}{2}S_{ABC}$.



תשובות סופיות:

1) א. 184 סמ"ר ב. 100 סמ"ר ג. 60 סמ"ר ד. 48.36 סמ"ר
ה. 92.4 סמ"ר ו. 128.16 סמ"ר.

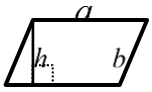
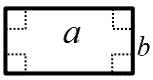
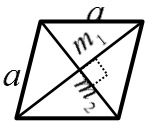
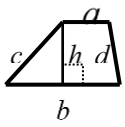
2) א. 36.6 סמ"ר ב. 16.8 סמ"ר ג. 30.78 סמ"ר.

3) שאלת הוכחה.

4) שאלת הוכחה.

שטחים והיקפים של מרובעים:

סיכום כללי:

סוג	מקבילית	מלבן	מעוין	ריבוע	טרפז
איור					
שטח	$S=a\cdot h$	$S=a\cdot b$	$S=a\cdot h$ $S=\frac{m_1\cdot m_2}{2}$	$S=a^2$	$S=\frac{(a+b)h}{2}$
היקף	$P=2(a+b)$	$P=2(a+b)$	$P=4a$	$P=4a$	$P=a+b+c+d$

הערות כלליות:

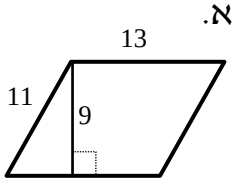
- שטח מקבילית ניתן לחישוב ע"י מכפלת כל צלע בגובה המתאים לה.
  כך ניתן לקבל את הנוסחה: $S=a\cdot h_a=b\cdot h_b$ כאשר h_a ו- h_b הם הגבהים לצלעות a ו- b בהתאמה.
- ניתן לחשב שטח מעוין ע"י מחצית ממכפלת אלכסונים או ע"י מכפלת צלע בגובה שלה (שכן היא סוג של מקבילית).
- עבור טרפז ישר זווית, שבו $h=c$ נקבל: $S=\frac{(a+b)c}{2}$.
- ניתן לחשב שטח של טרפז ע"י הורדת גבהים, חלוקתו למלבן ושני משולשים, חישוב שטחם בנפרד ואיחודם.

שאלות עם מקבילית:

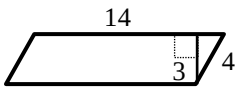
שאלות:

5) חשב את השטחים וההיקפים של המקבילויות הבאות (כל המידות בס"מ):

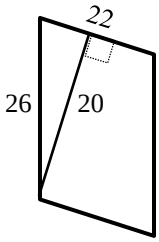
א.



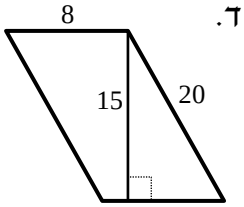
ב.



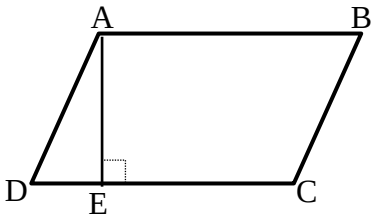
ג.



ד.



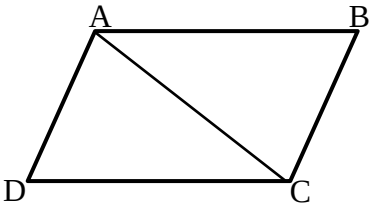
6) נתונה מקבילית ABCD.
מעבירים גובה AE לצלע CD שאורכו הוא 6 ס"מ.
ידוע כי שטח המקבילית הוא 60 סמ"ר.



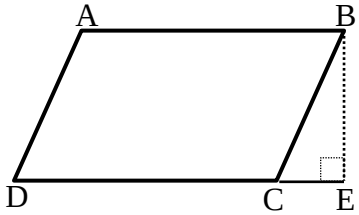
א. מצא את אורך הצלע AB.

ב. ידוע כי היקף המקבילית הוא 36 ס"מ.
מצא את אורך הצלע BC.

7) נתונה מקבילית ABCD.
מעבירים את האלכסון AC שאורכו 25 ס"מ.
ידוע כי היקף המשולש ACD הוא 66 ס"מ.
חשב את היקף המקבילית.



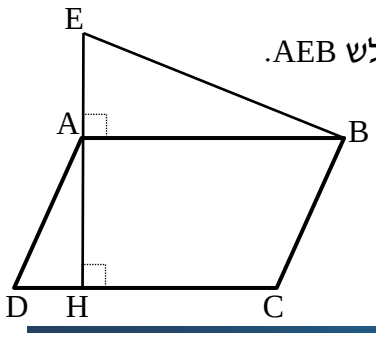
8) נתונה מקבילית ABCD.
מורידים גובה מהקדקוד B לצלע CD כך שנוצר המשולש BCE.
שטח המשולש BCE הוא 24 סמ"ר
ושטח המקבילית ABCD הוא 112 סמ"ר.
נתון: CE = 6 ס"מ.



א. מצא את אורך הגובה BE.

ב. מצא את אורך הצלע AB של המקבילית.

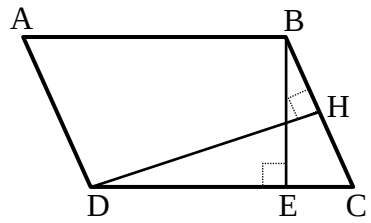
9) נתונה מקבילית ABCD.
מעלים אנך מהקדקוד A עד לנקודה E ויוצרים משולש AEB.
מורידים גובה AH לצלע CD שאורכו 12 ס"מ.
נתון: AE = 8 ס"מ, AD = 13 ס"מ.
שטח כל הצורה AEBCD הוא 256 סמ"ר.



א. מצא את אורך הצלע AB.

ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.

10) במקבילית ABCD מעבירים את הגבהים BE ו-DH לצלעות CD ו-BC בהתאמה.



נתון: BE = 12 ס"מ, BC = 14.4 ס"מ, DH = 15 ס"מ.

א. חשב את שטח המקבילית ABCD.

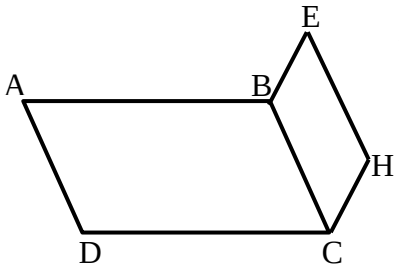
ב. חשב את אורך הצלע AB.

ג. חשב את היקף המקבילית.

11) נתונה המקבילית ABCD.

על הצלע BC בונים מקבילית נוספת BCHE שהיקפה הוא 44 ס"מ.

ידוע כי היקף הצורה ABEHCD הוא 94 ס"מ.



נתון: BC = 15 ס"מ.

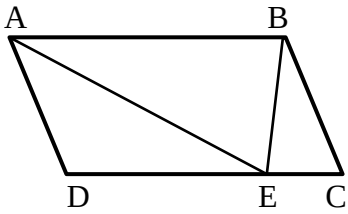
א. חשב את אורך הצלע AB.

ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.

12) המרובע ABCD הוא מקבילית.

הנקודה E נמצאת על DC.

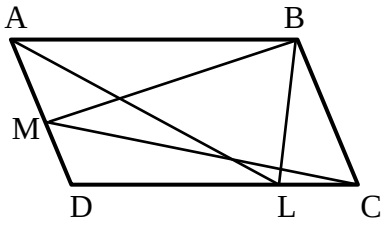
הוכח כי: $S_{AEB}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.



13) המרובע ABCD הוא מקבילית.

הנקודות M ו-L נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה.

הוכח כי: $S_{BMC}=S_{ALB}$.



תשובות סופיות:

5) א. $P=$ 48 ס"מ , $S=$ 117 סמ"ר
ב. $P=$ 36 ס"מ , $S=$ 42 סמ"ר
ג. $P=$ 96 ס"מ , $S=$ 440 סמ"ר
ד. $P=$ 56 ס"מ , $S=$ 120 סמ"ר.

6) א. AB = 10 ס"מ
ב. BC = 8 ס"מ.

7) $P=$ 82 ס"מ.

8) א. BE = 8 ס"מ
ב. AB = 14 ס"מ.

9) א. AB = 16 ס"מ
ב. $P=$ 58 ס"מ.

10) א. $S=$ 216 סמ"ר
ב. AB = 18 ס"מ
ג. $P=$ 64.8 ס"מ.

11) א. AB = 25 ס"מ
ב. $P=$ 80 ס"מ.

12) שאלת הוכחה.

13) שאלת הוכחה.

שאלות עם מלבן:

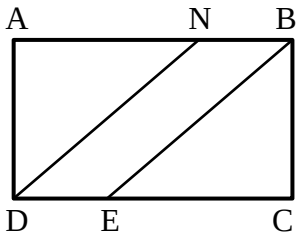
שאלות:

14) במלבן ABCD אורכי הצלעות הם: 12 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BC.
מצאו את ההיקף של המלבן.

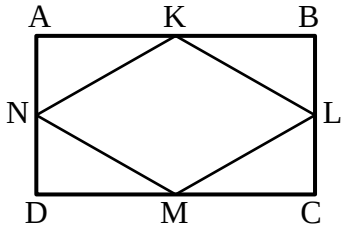
15) במלבן ABCD אורך הצלע AB הוא 10 ס"מ. היקף המלבן הוא 32 ס"מ.
מצאו את שטח המלבן.

16) במלבן ABCD נתון: 11 ס"מ = DC, 9 ס"מ = AD.
מצאו את האורך של האלכסון AC.

17) המרובע ABCD הוא מלבן.
הישרים DN ו-BE מקבילים.
נתון: 32 ס"מ = AB, 30 ס"מ = DN ו-8 ס"מ = BN.
הוכח כי מרובע NBED הוא מקבילית וחשב את שטחה.



18) הנקודות K, L, M ו-N הן אמצעי הצלעות AB , BC , CD
ו-AD בהתאמה במלבן ABCD.
נתון כי היקף המלבן הוא 120 ס"מ וכי שטחו
הוא 836 סמ"ר.
חשב את שטחו של המרובע KLMN.



תשובות סופיות:

14) 40 ס"מ.

15) 60 סמ"ר.

16) $\sqrt{202} \approx$ 14.21 ס"מ.

17) 144 סמ"ר.

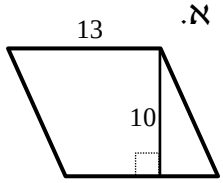
18) 418 סמ"ר.

שאלות עם מעוין:

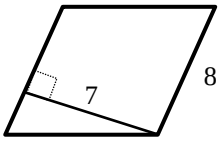
שאלות:

19) חשב את השטחים וההיקפים של המעוינים הבאים (כל המידות בס"מ):

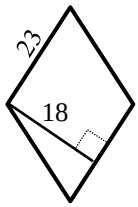
א.



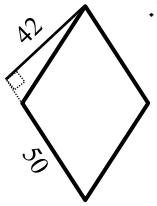
ב.



ג.



ד.



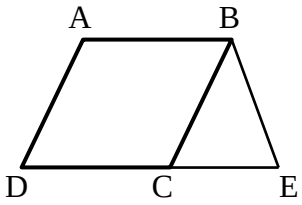
20) במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון: 3 ס"מ = AO, 4 ס"מ = BO. מצא את אורך צלע המעוין.

21) במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון: 12 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BO. מצא את AO.

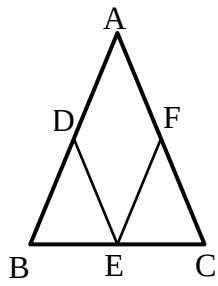
22) במעוין ABCD האלכסון AC שווה באורכו לצלע המעוין.
נתון: 20 ס"מ = AB.
א. חשב את אורך האלכסון BD.
ב. חשב את שטח המעוין.

23) נתון מעוין ABCD. אורך האלכסון הקצר הוא 7 ס"מ ושטח המעוין הוא 35 סמ"ר. חשב את היקף המעוין.

24) נתון מעוין ABCD בעל אורך צלע של 8 ס"מ.
מעבירים את הקטע BE השווה באורכו לצלע המעוין
כך שנוצר המשולש BCE. ידוע כי: 6 ס"מ = CE.
א. איזה סוג משולש הוא המשולש BCE? נמק.
ב. חשב את היקף הצורה ABECD.



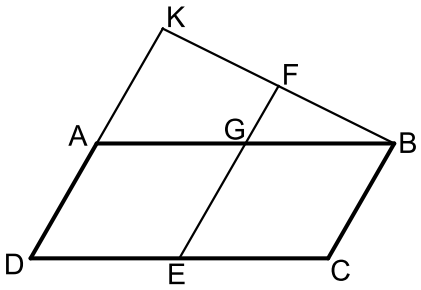
25) נתון משולש שווה שוקיים ABC, (AB =AC).
מסמנים את אמצעי צלעות המשולש ב-D, E ו-F
ומעבירים את הקטעים DE ו-EF כך שהמרובע ADEF הוא מעוין.
נתון: 12 ס"מ = BC, וכי היקף המשולש ABC הוא 48 ס"מ.



א. מצא את אורך צלע המעוין ADEF.

ב. חשב את היקף המעוין ADEF.

26) המרובע ABCD הוא מקבילית שבה אורך הצלע AB גדולה פי 2 מהצלע AD.
ממשיכים את הצלע AD עד לנקודה K ומחברים אותה לקדקוד B. מעבירים
את הקטע FE כך ש-F היא אמצע הקטע BK. EF חותך את הצלע AB בנקודה G
ומקביל לצלע AD.



א. הוכח כי המרובע AGED הוא מעוין.

ב. שטח המעוין AGED הוא 20 סמ"ר.
חשב את שטח המרובע DCBK אם ידוע
כי A היא אמצע הקטע DK.

תשובות סופיות:

19) א. $P=$ 52 ס"מ , $S=$ 130 סמ"ר
ב. $P=$ 32 ס"מ , $S=$ 56 סמ"ר.
ג. $P=$ 92 ס"מ , $S=$ 414 סמ"ר
ד. $P=$ 200 ס"מ , $S=$ 2100 סמ"ר.

20) 5 ס"מ.

21) $\sqrt{80}\approx$ 8.94 ס"מ.

22) א. $BD=20\sqrt{3}$ ס"מ
ב. 346.41 סמ"ר.

23) 24.413 ס"מ.

24) א. משולש שווה שוקיים, מכיוון ש-BE=BC.
ב. $P=$ 38 ס"מ.

25) א. 9 ס"מ.
ב. $P=$ 36 ס"מ.

26) ב. 60 סמ"ר.

שאלות עם ריבוע:

שאלות:

27) נתון ריבוע ABCD בעל אורך צלע של 6 ס״מ.

א. חשב את שטח הריבוע.

ב. חשב את היקף הריבוע.

ג. חשב את אורך האלכסון בריבוע.

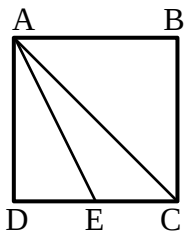
28) שטחו של ריבוע ABCD הוא 49 סמ״ר.

א. מהו אורך צלע הריבוע?

ב. מהו אורך האלכסון בריבוע?

ג. מהו היקף הריבוע?

29) בריבוע ABCD מעבירים את הקטע AE כך ש-E היא אמצע הצלע DC ואת האלכסון AC.
שטח הריבוע הוא 40 סמ״ר.



א. מצא את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את אורך אלכסון הריבוע.

ג. מצא את אורך הקטע AE.

30) חשב את צלע הריבוע השווה בשטחו לשטח משולש שצלעו 25 ס״מ והגובה לצלע זו הוא 18 ס״מ.

31) נתונים מלבן וריבוע השווים בשטחם.
אורכי צלעות המלבן הם 25 ס״מ ו-9 ס״מ.
חשב את היקף הריבוע.

32) נתונים מלבן וריבוע השווים בהיקפם.
שטח הריבוע הוא 36 ס״מ ואורך המלבן גדול ב-8 ס״מ מרוחבו.
חשב את שטח המלבן.

תשובות סופיות:

27) א. 36 סמ"ר ב. 24 ס"מ ג. 8.48 ס"מ.

28) א. 7 ס"מ ב. 9.89 ס"מ ג. 28 ס"מ.

29) א. 6.32 ס"מ ב. 8.94 ס"מ ג. 7.07 ס"מ.

30) 15 ס"מ.

31) 60 ס"מ.

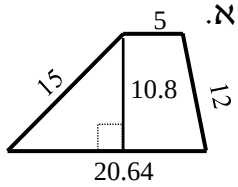
32) 20 סמ"ר.

שאלות עם טרפז:

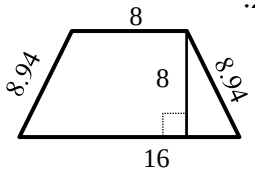
שאלות:

33) חשב את השטחים וההיקפים של הטרפזים הבאים (כל המידות בס"מ):

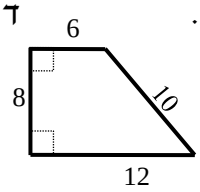
א.



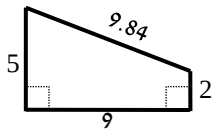
ב.



ג.



ד.



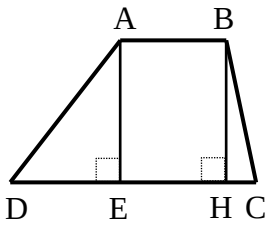
34) נתון טרפז $ABCD$, $(AB\|CD)$.

מורידים את הגבהים AE ו-BH שאורכם 8 ס"מ.

ידוע כי: $DE = 6$ ס"מ, $HC = 2$ ס"מ.

שטח הטרפז הוא 88 סמ"ר.

מצא את אורך בסיס הטרפז AB.



35) נתון טרפז $ABCD$, $(AB\|CD)$.

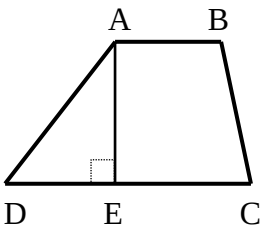
מורידים גובה AE מהקדקוד A.

היקף הטרפז הוא 68 ס"מ ונתון כי:

$AD = 18$ ס"מ, $BC = 16$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. מצא את הגובה AE אם ידוע כי שטח הטרפז הוא 255 סמ"ר.



36) נתון טרפז $ABCD$, $(AB\|CD)$.

מהקדקוד B מורידים גובה חיצוני לטרפז BE

כאשר E נמצאת על המשך הבסיס DC.

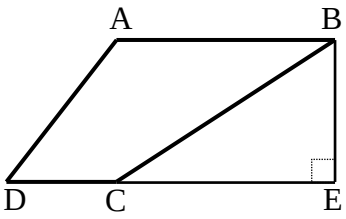
ידוע כי: $AB = 20$ ס"מ, $DC = 8$ ס"מ

וכי שטח הטרפז הוא 196 סמ"ר.

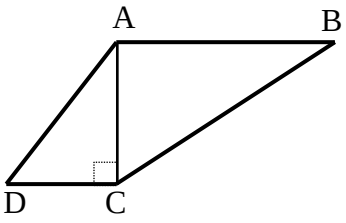
א. מצא את הגובה BE.

ב. נתון כי: $\sphericalangle D = 60°$, $\sphericalangle BCD = 130°$.

חשב את זווית $\sphericalangle A$ ואת זוויות המשולש BCE.



37) נתון טרפז $ABCD$, $(AB\|CD)$.



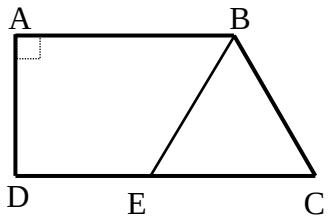
האלכסון AC הוא גובה בטרפז ואורכו 12 ס"מ.
ידוע כי: $AB = AD = 13$ ס"מ, $BC = 17.7$ ס"מ.
היקף הטרפז הוא 48.7 ס"מ ו- $\sphericalangle B = 42.71°$.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. חשב את שטח הטרפז.

ג. חשב את זווית C.

38) הטרפז $ABCD$, $(AB\|CD)$ הוא ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.

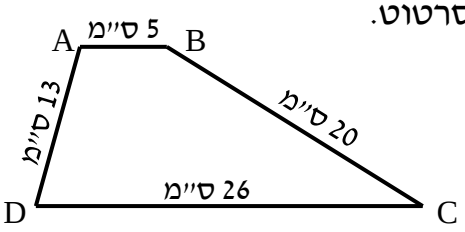


מהנקודה E שעל הבסיס DC מעבירים את הקטע BE
כך שהמשולש BCE הוא שווה צלעות עם $BC = 14$ ס"מ.
היקף הטרפז $ABCD$ הוא 67 ס"מ ו- AD הוא 10 ס"מ.

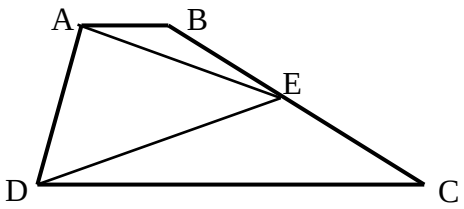
א. מהו היקף הטרפז $ABED$?

ב. חשב את שטח הטרפז $ABED$.

39) נתון טרפז $ABCD$ שאורכי צלעותיו נתונים בסרטוט.
חשב את שטח הטרפז (פתור כתרגיל חישוב).

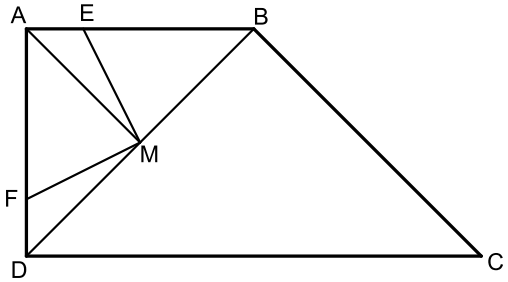


40) המרובע $ABCD$ הוא טרפז $(AB\|CD)$.



הנקודה E היא אמצע השוק BC.
הוכח כי: $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.

41) המרובע $ABCD$ הוא טרפז ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.
הנקודה M נמצאת על אמצע האלכסון BD של הטרפז וממנה מעבירים
את הקטעים ME ו-MF השווים זה לזה ומחברים אותה עם הקדקוד A.
נתון כי: $ME \perp MF$ וכי: $\sphericalangle DFM > 90°$.



א. הוכח: $\Delta AMF \cong \Delta BME$.

ב. נתון כי: $BC = \sqrt{32}$, $AE = FD = 1$.
כמו כן: $AM \| BC$.

i. מצא את אורך הקטע BE.

ii. חשב את שטח הטרפז $ABCD$.

תשובות סופיות:

33) א. $P=$ 52.64 ס"מ , $S=$ 138.456 סמ"ר.
ב. $P=$ 41.88 ס"מ , $S=$ 96 סמ"ר.
ג. $P=$ 36 ס"מ , $S=$ 72 סמ"ר.
ד. $P=$ 25.48 ס"מ , $S=$ 31.5 סמ"ר.

34) $AB=$ 7 ס"מ.

35) א. $DC=$ 22 ס"מ.
ב. $AE=$ 15 ס"מ.

36) א. $BE=$ 14 ס"מ.
ב. $\sphericalangle A=120°$, $\sphericalangle CBE=40°$, $\sphericalangle BCE=50°$, $\sphericalangle E=90°$.

37) א. $DC=$ 5 ס"מ.
ב. $S=$ 108 סמ"ר.
ג. $\sphericalangle C=137.29°$.

38) א. $P=$ 53 ס"מ.
ב. $S=$ 145 סמ"ר.

39) 186 סמ"ר.

40) שאלת הוכחה.

41) ב. i. 3 ס"מ.
ב. ii. 24 סמ"ר.