# מכינה במתמטיקה ברמת 5 יחידות

## פרק 20 - גיאומטריה אוקלידית - שטחים והיקפים

תוכן העניינים


1. שטחים והיקפים של משולשים ..... 1
2. שטחים והיקפים של מרובעים ..... 3
3. שאלות עם מקבילית ..... 4
4. שאלות עם מלבן ..... 7
5. שאלות עם מעוין ..... 8
6. שאלות עם ריבוע ..... 10
7. שאלות עם טרפז ..... 12

# שטחים והיקפים של משולשים:

## סיכום כללי:

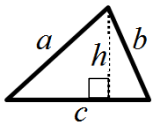
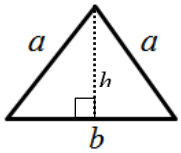
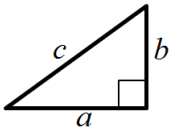
### שטח – הגדרה:

גודל של תחום מישורי בהשוואה ליחידת מידה קבועה.
שטח נמדד ביחידות מידה של אורך בריבוע כגון:
מטר ריבועי ($m^2$), ס"מ ריבועי (סמ"ר $cm^2$).

### היקף – הגדרה:

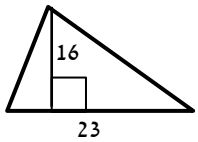
היקף מצולע הוא סכום כל צלעותיו.

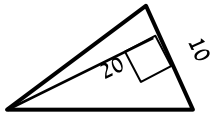
### משולשים:

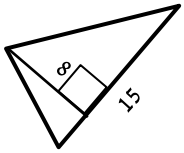
| סוג | משולש כללי | משולש שווה שוקיים | משולש ישר זווית |
|---|---|---|---|
| איור |   |   |   |
| שטח | $S=\frac{c\cdot h}{2}$ | $S=\frac{b\cdot h}{2}$ | $S=\frac{a\cdot b}{2}$ |
| היקף | $P=a+b+c$ | $P=2a+b$ | $P=a+b+c$ |

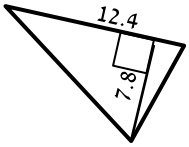
## שאלות:

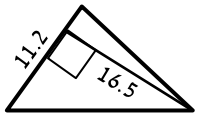
**1)** מצא את שטחם של המשולשים הבאים (כל המידות נתונות בס"מ):

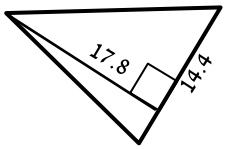
א.



ב.


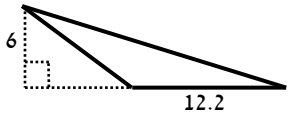

ג.


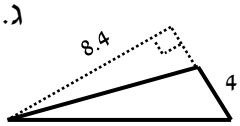

ד.


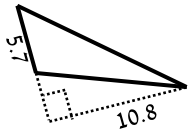

ה.



ו.



**2)** מצא את שטחם של המשולשים קהי-הזווית הבאים (כל המידות בס"מ):

א.



ב.


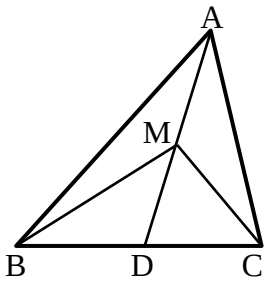

ג.



**3)** הוכח כי אם במשולש ABC, הקטע AD המחבר את הקדקוד A עם הצלע BC יוצר שני משולשים השווים בשטחם אז הוא תיכון ל-BC.

**4)** במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC.
M היא אמצע AD. הוכח כי:

א. הקטעים AD, MC ו-BM מחלקים את המשולש ABC ל-4 משולשים שווי שטח.

ב. $S_{MBC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.




## תשובות סופיות:

**1)** א. 184 סמ"ר ב. 100 סמ"ר ג. 60 סמ"ר ד. 48.36 סמ"ר
ה. 92.4 סמ"ר ו. 128.16 סמ"ר.

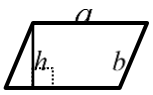
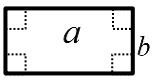
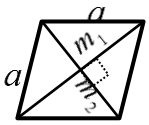
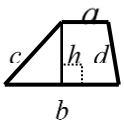
**2)** א. 36.6 סמ"ר ב. 16.8 סמ"ר ג. 30.78 סמ"ר.

**3)** שאלת הוכחה.

**4)** שאלת הוכחה.

# שטחים והיקפים של מרובעים:

## סיכום כללי:

| סוג | מקבילית | מלבן | מעוין | ריבוע | טרפז |
|---|---|---|---|---|---|
| איור |  |  |  | |  |
| שטח | $S=a\cdot h$ | $S=a\cdot b$ | $S=a\cdot h$<br>$S=\frac{m_1\cdot m_2}{2}$ | $S=a^2$ | $S=\frac{(a+b)h}{2}$ |
| היקף | $P=2(a+b)$ | $P=2(a+b)$ | $P=4a$ | $P=4a$ | $P=a+b+c+d$ |

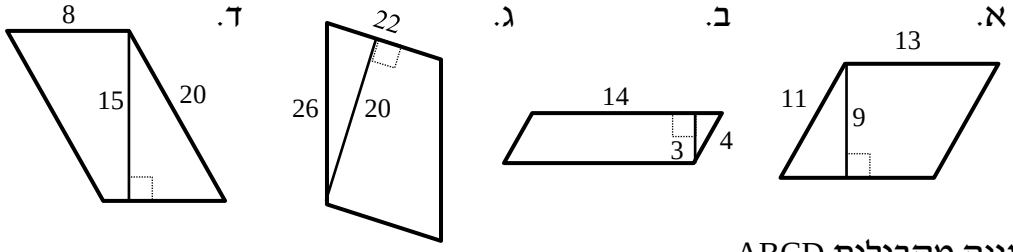
**הערות כלליות:**

- שטח מקבילית ניתן לחישוב ע"י מכפלת כל צלע בגובה המתאים לה.
  כך ניתן לקבל את הנוסחה: $S=a\cdot h_a=b\cdot h_b$ כאשר $h_a$ ו- $h_b$ הם הגבהים לצלעות $a$ ו- $b$ בהתאמה.
- ניתן לחשב שטח מעוין ע"י מחצית ממכפלת אלכסונים או ע"י מכפלת צלע בגובה שלה (שכן היא סוג של מקבילית).
- עבור טרפז ישר זווית, שבו $h=c$ נקבל: $S=\frac{(a+b)c}{2}$.
- ניתן לחשב שטח של טרפז ע"י הורדת גבהים, חלוקתו למלבן ושני משולשים, חישוב שטחם בנפרד ואיחודם.

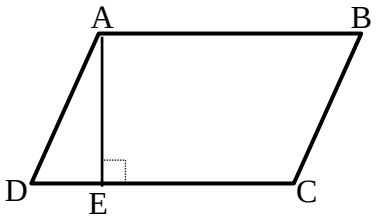
# שאלות עם מקבילית:

## שאלות:

**5)** חשב את השטחים וההיקפים של המקביליות הבאות (כל המידות בס"מ):



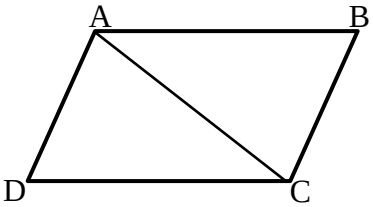

**6)** נתונה מקבילית ABCD.
מעבירים גובה AE לצלע CD שאורכו הוא 6 ס"מ.
ידוע כי שטח המקבילית הוא 60 סמ"ר.



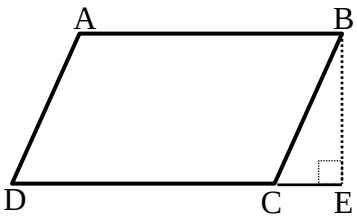

א. מצא את אורך הצלע AB.

ב. ידוע כי היקף המקבילית הוא 36 ס"מ.
מצא את אורך הצלע BC.

**7)** נתונה מקבילית ABCD.
מעבירים את האלכסון AC שאורכו 25 ס"מ.
ידוע כי היקף המשולש ACD הוא 66 ס"מ.
חשב את היקף המקבילית.



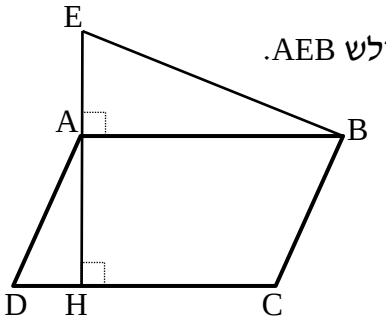

**8)** נתונה מקבילית ABCD.
מורידים גובה מהקדקוד B לצלע CD כך שנוצר המשולש BCE.
שטח המשולש BCE הוא 24 סמ"ר
ושטח המקבילית ABCD הוא 112 סמ"ר.
נתון: CE = 6 ס"מ.




א. מצא את אורך הגובה BE.

ב. מצא את אורך הצלע AB של המקבילית.

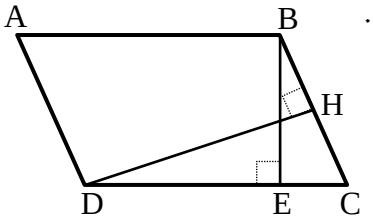
**9)** נתונה מקבילית ABCD.
מעלים אנך מהקדקוד A עד לנקודה E ויוצרים משולש AEB.
מורידים גובה AH לצלע CD שאורכו 12 ס"מ.
נתון: AE = 8 ס"מ, AD = 13 ס"מ.
שטח כל הצורה AEBCD הוא 256 סמ"ר.




א. מצא את אורך הצלע AB.

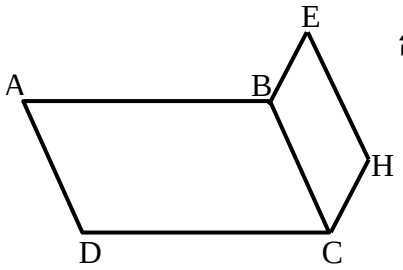
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.

**10)** במקבילית ABCD מעבירים את הגבהים BE ו-DH לצלעות CD ו-BC בהתאמה.
נתון: BE = 12 ס"מ, BC = 14.4 ס"מ, DH = 15 ס"מ.



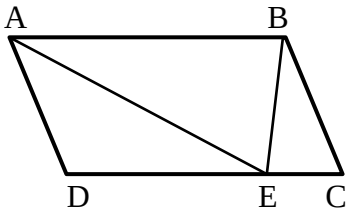

א. חשב את שטח המקבילית ABCD.
ב. חשב את אורך הצלע AB.
ג. חשב את היקף המקבילית.

**11)** נתונה המקבילית ABCD.
על הצלע BC בונים מקבילית נוספת BCHE שהיקפה הוא 44 ס"מ.
ידוע כי היקף הצורה ABEHCD הוא 94 ס"מ.
נתון: BC = 15 ס"מ.

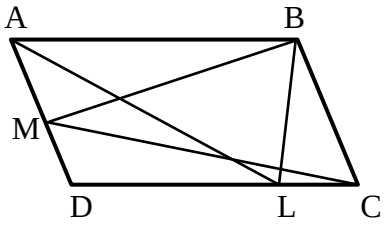



א. חשב את אורך הצלע AB.
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.

**12)** המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודה E נמצאת על DC.
הוכח כי: $S_{AEB} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.




**13)** המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודות M ו-L נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה.
הוכח כי: $S_{BMC} = S_{ALB}$.



## תשובות סופיות:

**5)** א. 48 ס"מ = $P$ , 117 סמ"ר = $S$
ב. 36 ס"מ = $P$ , 42 סמ"ר = $S$
ג. 96 ס"מ = $P$ , 440 סמ"ר = $S$
ד. 56 ס"מ = $P$ , 120 סמ"ר = $S$.

**6)** א. 10 ס"מ = AB
ב. 8 ס"מ = BC.

**7)** 82 ס"מ= $P$.

**8)** א. 8 ס"מ = BE
ב. 14 ס"מ = AB.

**9)** א. 16 ס"מ = AB
ב. 58 ס"מ = $P$.

**10)** א. 216 סמ"ר= $S$
ב. 18 ס"מ = AB
ג. 64.8 ס"מ= $P$.

**11)** א. 25 ס"מ = AB
ב. 80 ס"מ = $P$.

**12)** שאלת הוכחה.

**13)** שאלת הוכחה.

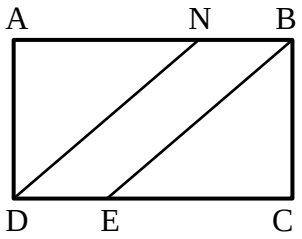
# שאלות עם מלבן:

## שאלות:

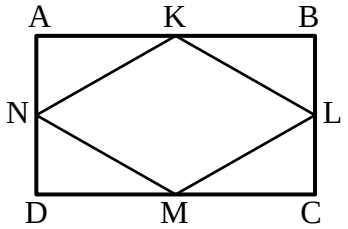
**14)** במלבן ABCD אורכי הצלעות הם: 12 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BC.
מצאו את ההיקף של המלבן.

**15)** במלבן ABCD אורך הצלע AB הוא 10 ס"מ. היקף המלבן הוא 32 ס"מ.
מצאו את שטח המלבן.

**16)** במלבן ABCD נתון: 11 ס"מ = DC, 9 ס"מ = AD.
מצאו את האורך של האלכסון AC.




**17)** המרובע ABCD הוא מלבן.
הישרים DN ו-BE מקבילים.
נתון: 32 ס"מ = AB, 30 ס"מ = DN ו-8 ס"מ = BN.
הוכח כי מרובע NBED הוא מקבילית וחשב את שטחה.




**18)** הנקודות K, L, M ו-N הן אמצעי הצלעות AB , BC , CD ו-AD בהתאמה במלבן ABCD.
נתון כי היקף המלבן הוא 120 ס"מ וכי שטחו הוא 836 סמ"ר.
חשב את שטחו של המרובע KLMN.

## תשובות סופיות:

**14)** 40 ס"מ.

**15)** 60 סמ"ר.

**16)** 14.21 ס"מ $\approx \sqrt{202}$.

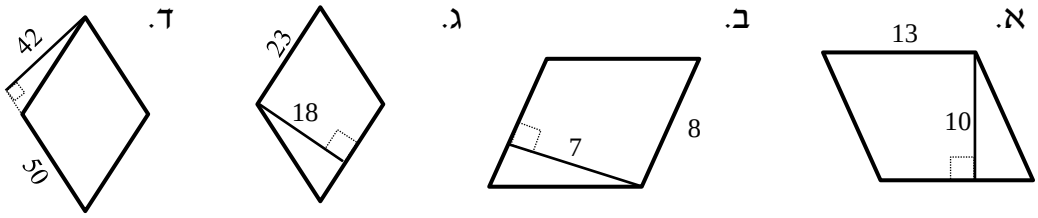
**17)** 144 סמ"ר.

**18)** 418 סמ"ר.

## שאלות עם מעוין:

### שאלות:

**19)** חשב את השטחים וההיקפים של המעוינים הבאים (כל המידות בס"מ):



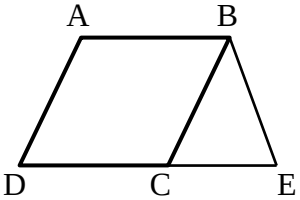

**20)** במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון: AO = 3 ס"מ, BO = 4 ס"מ. מצא את אורך צלע המעוין.

**21)** במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון: AB = 12 ס"מ, BO = 8 ס"מ. מצא את AO.

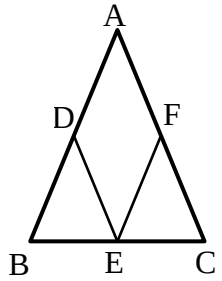
**22)** במעוין ABCD האלכסון AC שווה באורכו לצלע המעוין.
נתון: AB = 20 ס"מ.
א. חשב את אורך האלכסון BD.
ב. חשב את שטח המעוין.

**23)** נתון מעוין ABCD. אורך האלכסון הקצר הוא 7 ס"מ ושטח המעוין הוא 35 סמ"ר. חשב את היקף המעוין.

**24)** נתון מעוין ABCD בעל אורך צלע של 8 ס"מ.
מעבירים את הקטע BE השווה באורכו לצלע המעוין כך שנוצר המשולש BCE. ידוע כי: CE = 6 ס"מ.
א. איזה סוג משולש הוא המשולש BCE? נמק.
ב. חשב את היקף הצורה ABECD.

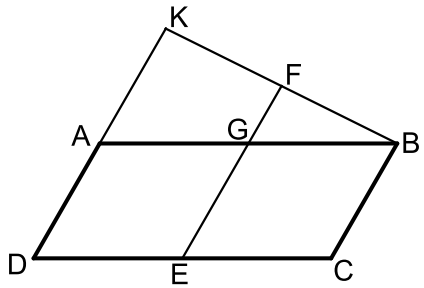


**25)** נתון משולש שווה שוקיים ABC, (AB =AC).
מסמנים את אמצעי צלעות המשולש ב-D, E ו-F
ומעבירים את הקטעים DE ו-EF כך שהמרובע ADEF הוא מעוין.
נתון: BC = 12 ס"מ, וכי היקף המשולש ABC הוא 48 ס"מ.




א. מצא את אורך צלע המעוין ADEF.
ב. חשב את היקף המעוין ADEF.

**26)** המרובע ABCD הוא מקבילית שבה אורך הצלע AB גדולה פי 2 מהצלע AD.
ממשיכים את הצלע AD עד לנקודה K ומחברים אותה לקדקוד B. מעבירים
את הקטע FE כך ש-F היא אמצע הקטע BK. EF חותך את הצלע AB בנקודה G
ומקביל לצלע AD.




א. הוכח כי המרובע AGED הוא מעוין.
ב. שטח המעוין AGED הוא 20 סמ"ר.
חשב את שטח המרובע DCBK אם ידוע
כי A היא אמצע הקטע DK.

## תשובות סופיות:

**19)** א. 52 ס"מ = $P$ , 130 סמ"ר= $S$ ב. 32 ס"מ = $P$ , 56 סמ"ר= $S$ .
ג. 92 ס"מ = $P$ , 414 סמ"ר= $S$ ד. 200 ס"מ = $P$ , 2100 סמ"ר= $S$ .

**20)** 5 ס"מ.

**21)** 8.94 ס"מ $\approx \sqrt{80}$ .

**22)** א. $20\sqrt{3}$ ס"מ = BD ב. 346.41 סמ"ר.

**23)** 24.413 ס"מ.

**24)** א. משולש שווה שוקיים, מכיוון ש-BE=BC. ב. 38 ס"מ= $P$ .

**25)** א. 9 ס"מ. ב. 36 ס"מ= $P$ .

**26)** ב. 60 סמ"ר.

# שאלות עם ריבוע:

## שאלות:

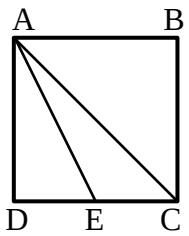
**27)** נתון ריבוע ABCD בעל אורך צלע של 6 ס"מ.

א. חשב את שטח הריבוע.
ב. חשב את היקף הריבוע.
ג. חשב את אורך האלכסון בריבוע.

**28)** שטחו של ריבוע ABCD הוא 49 סמ"ר.

א. מהו אורך צלע הריבוע?
ב. מהו אורך האלכסון בריבוע?
ג. מהו היקף הריבוע?

**29)** בריבוע ABCD מעבירים את הקטע AE כך ש-E היא אמצע הצלע DC ואת האלכסון AC.
שטח הריבוע הוא 40 סמ"ר.




א. מצא את אורך צלע הריבוע.
ב. מצא את אורך אלכסון הריבוע.
ג. מצא את אורך הקטע AE.

**30)** חשב את צלע הריבוע השווה בשטחו לשטח משולש שצלעו 25 ס"מ והגובה לצלע זו הוא 18 ס"מ.

**31)** נתונים מלבן וריבוע השווים בשטחם.
אורכי צלעות המלבן הם 25 ס"מ ו-9 ס"מ.
חשב את היקף הריבוע.

**32)** נתונים מלבן וריבוע השווים בהיקפם.
שטח הריבוע הוא 36 ס"מ ואורך המלבן גדול ב-8 ס"מ מרוחבו.
חשב את שטח המלבן.

## תשובות סופיות:

**27)** א. 36 סמ"ר ב. 24 ס"מ ג. 8.48 ס"מ.

**28)** א. 7 ס"מ ב. 9.89 ס"מ ג. 28 ס"מ.

**29)** א. 6.32 ס"מ ב. 8.94 ס"מ ג. 7.07 ס"מ.

**30)** 15 ס"מ.

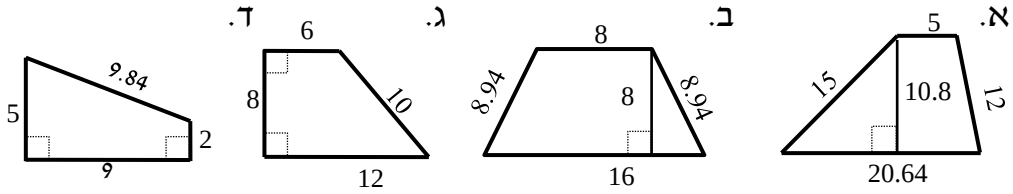
**31)** 60 ס"מ.

**32)** 20 סמ"ר.

# שאלות עם טרפז:

## שאלות:

**33)** חשב את השטחים וההיקפים של הטרפזים הבאים (כל המידות בס"מ):



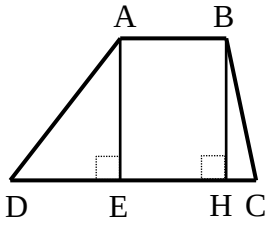

**34)** נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.

מורידים את הגבהים AE ו-BH שאורכם 8 ס"מ.

ידוע כי: 6 ס"מ = DE, 2 ס"מ = HC.

שטח הטרפז הוא 88 סמ"ר.

מצא את אורך בסיס הטרפז AB.




**35)** נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.

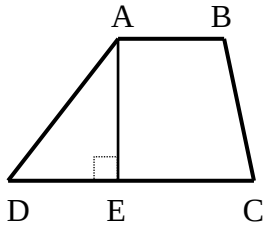
מורידים גובה AE מהקדקוד A.

היקף הטרפז הוא 68 ס"מ ונתון כי:

18 ס"מ = AD, 16 ס"מ = BC, 12 ס"מ = AB.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. מצא את הגובה AE אם ידוע כי שטח הטרפז הוא 255 סמ"ר.




**36)** נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.

מהקדקוד B מורידים גובה חיצוני לטרפז BE

כאשר E נמצאת על המשך הבסיס DC.

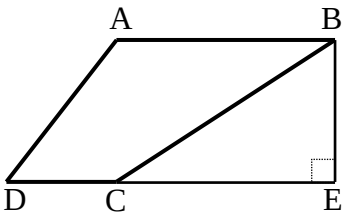
ידוע כי: 20 ס"מ = AB, 8 ס"מ = DC

וכי שטח הטרפז הוא 196 סמ"ר.

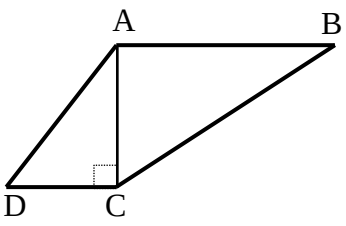
א. מצא את הגובה BE.

ב. נתון כי: $\sphericalangle D = 60°$, $\sphericalangle BCD = 130°$.

חשב את זווית $\sphericalangle A$ ואת זוויות המשולש BCE.



**37)** נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.



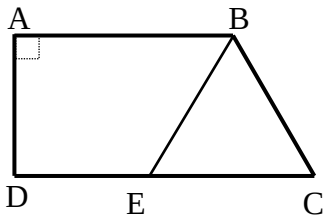

האלכסון AC הוא גובה בטרפז ואורכו 12 ס"מ.
ידוע כי: 13 ס"מ = AB = AD, 17.7 ס"מ = BC.
היקף הטרפז הוא 48.7 ס"מ ו- $\sphericalangle B = 42.71°$.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. חשב את שטח הטרפז.

ג. חשב את זווית C.

**38)** הטרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$ הוא ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.

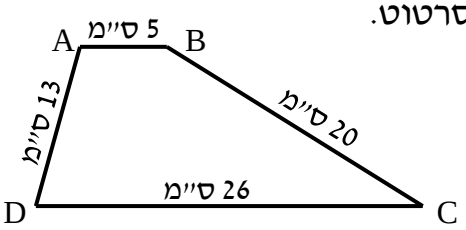



מהנקודה E שעל הבסיס DC מעבירים את הקטע BE
כך שהמשולש BCE הוא שווה צלעות עם 14 ס"מ = BC.
היקף הטרפז ABCD הוא 67 ס"מ ו- AD הוא 10 ס"מ.

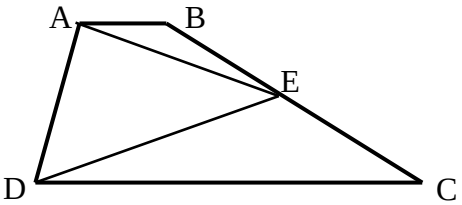
א. מהו היקף הטרפז ABED?

ב. חשב את שטח הטרפז ABED.

**39)** נתון טרפז ABCD שאורכי צלעותיו נתונים בסרטוט.
חשב את שטח הטרפז (פתור כתרגיל חישוב).

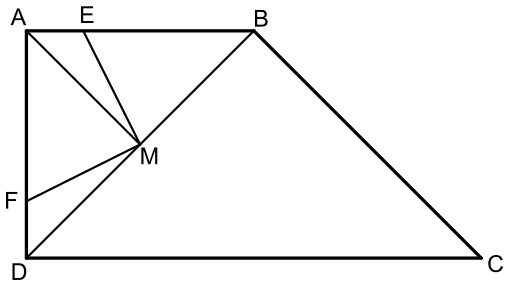



**40)** המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.




הנקודה E היא אמצע השוק BC.
הוכח כי: $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.

**41)** המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.
הנקודה M נמצאת על אמצע האלכסון BD של הטרפז וממנה מעבירים
את הקטעים ME ו-MF השווים זה לזה ומחברים אותה עם הקדקוד A.
נתון כי: $ME \perp MF$ וכי: $\sphericalangle DFM > 90°$.




א. הוכח: $\Delta AMF \cong \Delta BME$.

ב. נתון כי: $BC = \sqrt{32}$, $AE = FD = 1$.
כמו כן: $AM \parallel BC$.

i. מצא את אורך הקטע BE.

ii. חשב את שטח הטרפז ABCD.

## תשובות סופיות:

**33)** א. 52.64 ס"מ $P=$ , 138.456 סמ"ר $S=$ .
ב. 41.88 ס"מ $P=$ , 96 סמ"ר $S=$ .
ג. 36 ס"מ $P=$ , 72 סמ"ר $S=$ .
ד. 25.48 ס"מ $P=$ , 31.5 סמ"ר $S=$ .

**34)** 7 ס"מ = AB.

**35)** א. 22 ס"מ = DC.
ב. 15 ס"מ = AE.

**36)** א. 14 ס"מ = BE.
ב. $\sphericalangle A=120^\circ$ , $\sphericalangle CBE=40^\circ$ , $\sphericalangle BCE=50^\circ$ , $\sphericalangle E=90^\circ$ .

**37)** א. 5 ס"מ = DC.
ב. 108 סמ"ר $S=$ .
ג. $\sphericalangle C=137.29^\circ$ .

**38)** א. 53 ס"מ $P=$ .
ב. 145 סמ"ר $S=$ .

**39)** 186 סמ"ר.

**40)** שאלת הוכחה.

**41)** ב. i. 3 ס"מ.
ב. ii. 24 סמ"ר.