מכינה כללית במתמטיקה

פרק 17 - גיאומטריה אוקלידית - פרופורציה ודמיון

תוכן העניינים

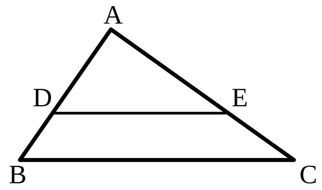
משפט תאלס:

סיכום כללי:

- שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.
- משפט הפוך: אם שני ישרים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים הישרים מקבילים.

- משפט תאלס + ההפוך:

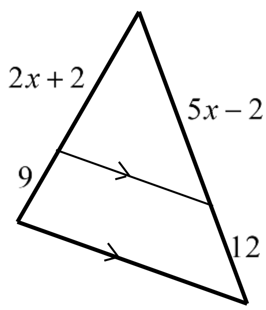
$\frac{AE}{CE}=\frac{AD}{BD} \Leftrightarrow DE \parallel BC$.



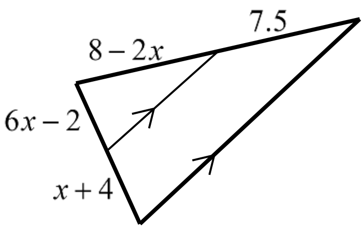
שאלות:

1) מצא את ערכו של x בשרטוטים הבאים:

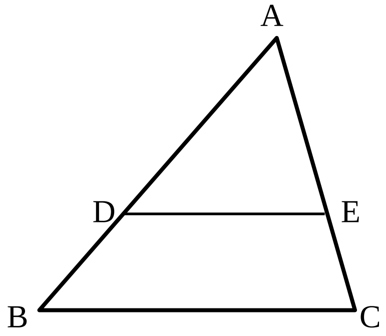
א.



ב.

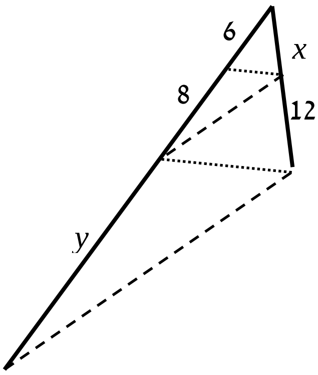


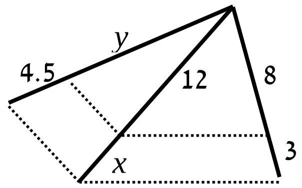
2) בסרטוט שלפניך נתון $DE \parallel BC$.
30 ס"מ $= AC$, 20 ס"מ $= AE$, 12 ס"מ $= BD$.
מצא את אורך הקטע AD.

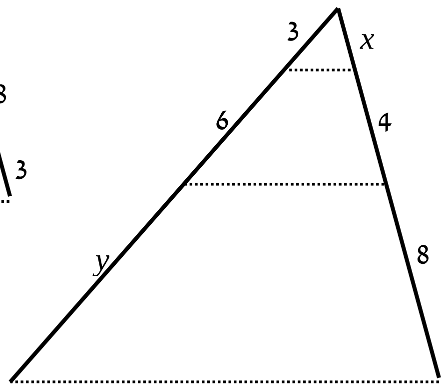


3) חשב את x ואת y בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקוים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס״מ:

ג. ב. א.



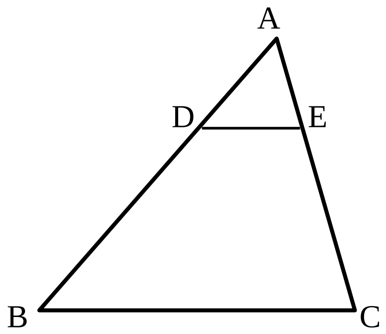




4) בסרטוט שלפניך נתון:

$DE \parallel BC$, $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{7}$, $AC = 36$ ס״מ.

מצא את אורכי הקטעים AE ו-CE.

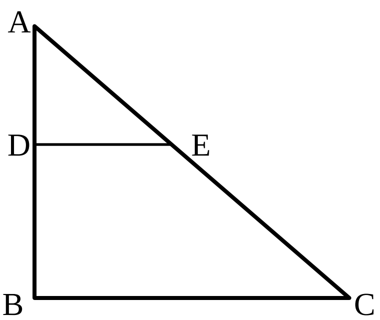


5) במשולש שלפניך נתון $DE \parallel BC$.

כמו כן: $\sphericalangle ADE = 90°$

וכן: $AE = BD = 10$ ס״מ , $DE = 8$ ס״מ.

מצא את אורכי הקטעים AD , CE ו-BC.

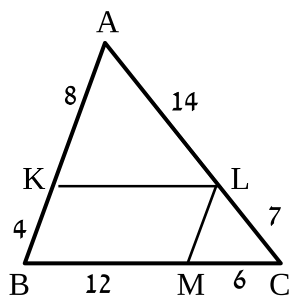


6) מרובע KLMB חסום במשולש ABC.

הנתונים המספריים רשומים בסרטוט.

כל המידות הן בס״מ.

הוכח כי המרובע הוא מקבילית.



תשובות סופיות:

1) א. $x=2$ ב. $x=1$.
2) 24 ס"מ.
3) א. $x=2\ ,\ y=12$ ב. $x=4.5\ ,\ y=12$ ג. $x=9\ ,\ y=18\frac{2}{3}$.
4) 8 ס"מ = AE , 28 ס"מ = CE.
5) 6 ס"מ = AD , $21\frac{1}{3}$ ס"מ = BC , $16\frac{2}{3}$ ס"מ = CE.
6) שאלת הוכחה.

הרחבות של משפט תאלס:

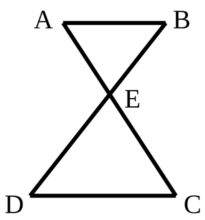
סיכום כללי:

- משפט תאלס המורחב + ההפוך:

$\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB} \Leftrightarrow DE \parallel BC$.

- משפט תאלס "שעון חולי" + ההפוך:

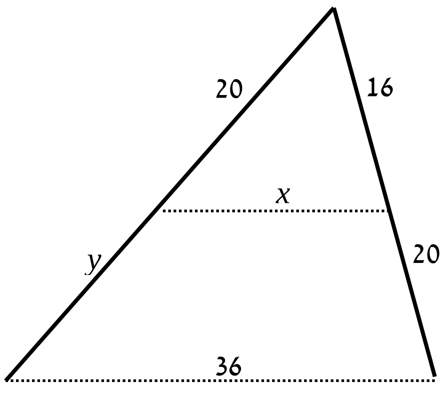
$\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{CE}=\frac{BE}{DE} \Leftrightarrow AB \parallel CD$.



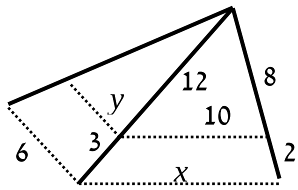
שאלות:

7) חשב את x ואת y בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקוים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:

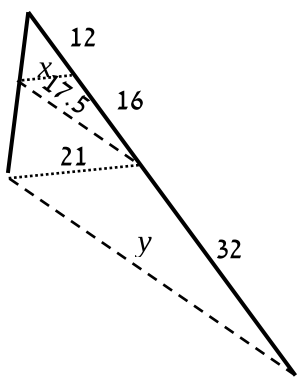
א.



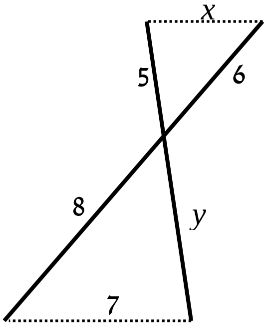
ב.

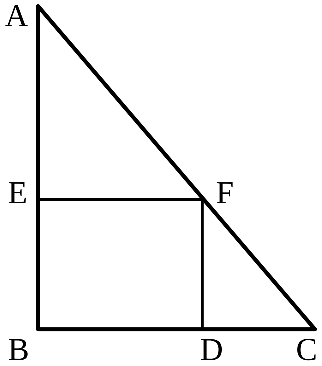


ג.

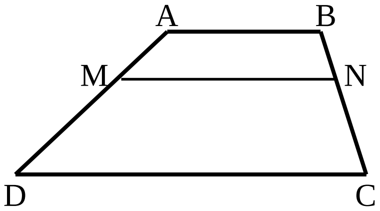


ד.

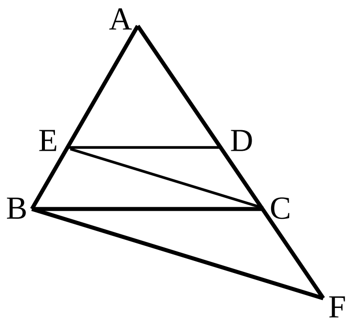




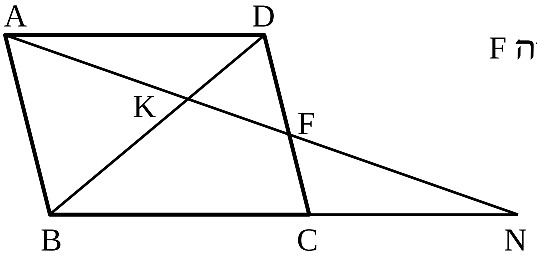
8) המרובע EFBD הוא מלבן החסום במשולש ישר זווית ABC . נתון כי: AB = 20 ס"מ , BC = 15 ס"מ , AF = 18 ס"מ.
מצא את אורכי צלעות המלבן.



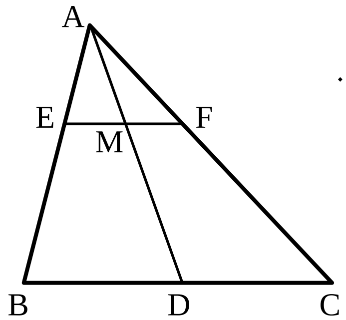
9) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
מעבירים קטע MN אשר מקביל לבסיסים.
הוכח: $\frac{AM}{DM} = \frac{BN}{CN}$.



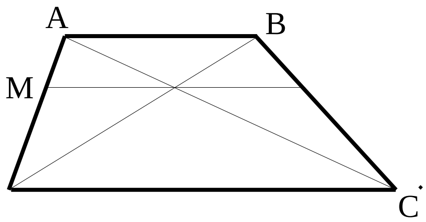
10) באיור שלפניך נתון: $DE \parallel BC$, $CE \parallel BF$.
הוכח את הטענות הבאות:
א. $\frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CF}$.
ב. $AC^2 = AD \cdot AF$.



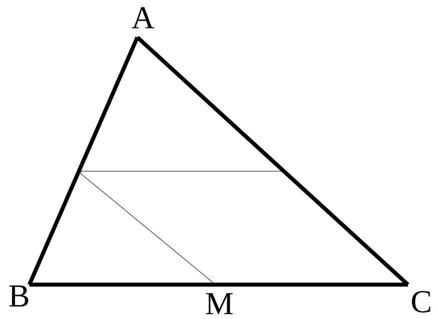
11) במקבילית ABCD מעבירים ישר דרך הנקודה A החותך את הצלע CD בנקודה F ונפגש עם המשך BC בנקודה N.
הוכח את הטענות הבאות:
א. $\frac{NK}{AK} = \frac{AK}{KF}$.
ב. $\frac{BC}{CN} = \frac{DF}{CF}$.



12) במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC.
הקטע EF מקביל ל-BC וחותך את התיכון בנקודה M.
הוכח כי: EM = FM .



13) בטרפז ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה Q.
בנקודה Q העבירו קטע המקביל לבסיסי הטרפז
וחותך את שוקי הטרפז בנקודות M
ו-N כמתואר בשרטוט.
נתון: DC = 18 ס"מ , DQ = 9 ס"מ, BQ = 3 ס"מ.
חשב את גודל הקטע MQ.

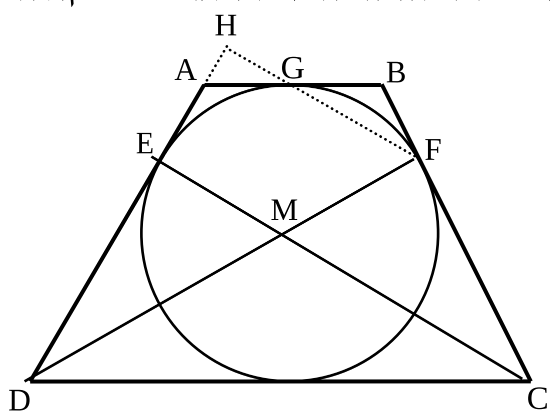


14) בשרטוט נתון: $\frac{AK}{CK} = \frac{CM}{BM} = \frac{AL}{BL}$.

א. הוכח: המרובע KLMC הוא מקבילית.

ב. נתון: $AL = 1.5BL$, BC = 10 ס"מ.
חשב את אורך הקטע LK.

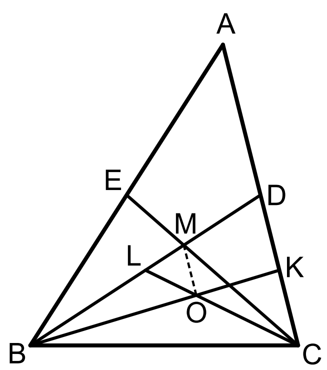
15) הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים.
חוסמים מעגל בתוך הטרפז אשר משיק לו בנקודות E , F ו-G כמתואר באיור.
הקטעים DF ו-CE חוצים את זוויות הטרפז ונחתכים בנקודה M.



א. הוכח כי הנקודה M היא מרכז המעגל החסום.

ב. חשב את זוויות הטרפז.

ג. ממשיכים את GF ואת AD כך שהם נפגשים בנקודה H.
חשב את היחס $\frac{EM}{FH}$.



16) במשולש ABC מעבירים את התיכונים BD ו-CE
אשר נפגשים בנקודה M.
במשולש BDC מעבירים את התיכונים CL ו-BK
הנפגשים בנקודה O.

א. הוכח כי: $3LM = BL$.

ב. הוכח כי: $AC \parallel MO$.

ג. נתון: $S_{BLC} = 27$.
חשב את שטח המשולש MOL.

תשובות סופיות:

7) א. $x = 16$, $y = 25$ ב. $x = 12.5$, $y = 4.8$
ג. $x = 9$, $y = 37.5$ ד. $x = 5.25$, $y = 6\frac{2}{3}$.

8) 10.8 ס"מ ו-5.6 ס"מ.

9) שאלת הוכחה.

10) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

11) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

12) שאלת הוכחה.

13) 4.5 ס"מ.

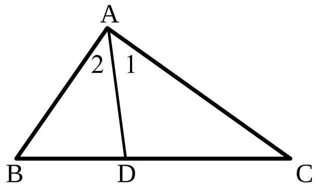
14) א. שאלת הוכחה. ב. 6 ס"מ.

15) א. שאלת הוכחה. ב. $60°,120°$ ג. $\frac{2}{3}$.

16) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 3.

משפט חוצה הזווית:

סיכום כללי:



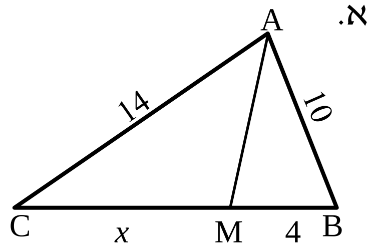
- חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית ביחס הזהה ליחס בין הצלעות שביניהן הוא כלוא ולהיפך.

אם: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$ אז: $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{BD}$ ולהיפך.

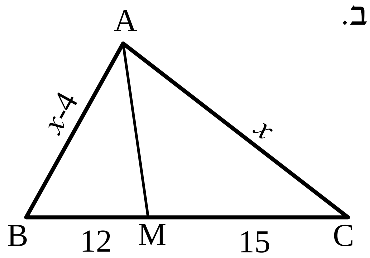
שאלות:

17) מצא את גודלו של x בסרטוטים הבאים אם נתון כי AM חוצה זווית A בכל המשולשים, כל הגדלים הם בס"מ:

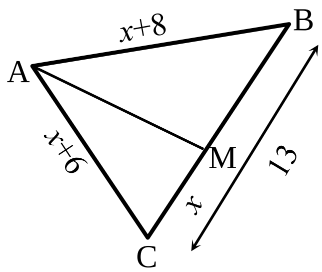
א.



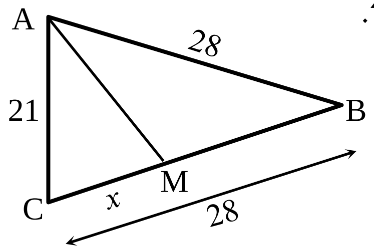
ב.



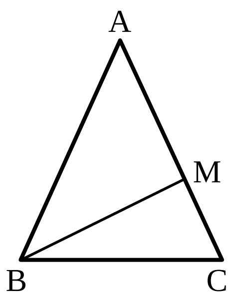
ג.

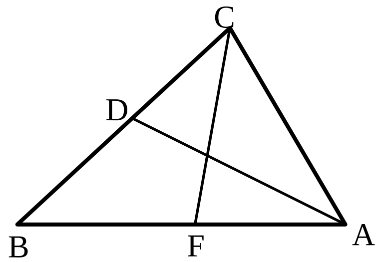


ד.



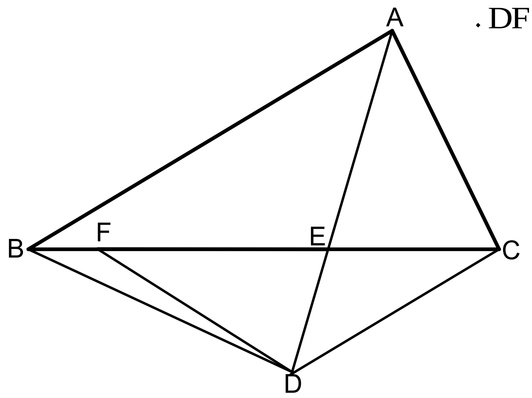
18) נתון משולש שווה שוקיים ABC, $(AB = AC)$.
ידוע כי היקפו הוא 28 ס"מ.
הקטע BM הוא חוצה זווית B.
נתון כי הקטע AM גדול פי 3 מהקטע MC.
חשב את אורך הקטע MC.



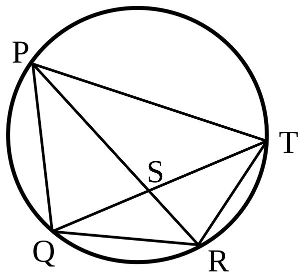


19) הקטעים AD ו-CF הם חוצי הזוויות A ו-C בהתאמה במשולש ABC.
נתון: $AB =$ 18 ס"מ , $AC =$ 12 ס"מ , $CD =$ 6 ס"מ .
חשב את אורך הקטע AF.

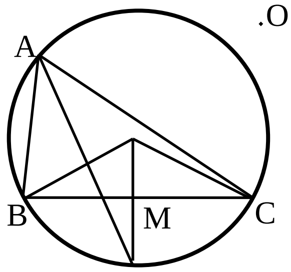
20) נתון משולש ABC. הקטע AE חוצה את זווית A של המשולש.
ממשיכים את AE עד לנקודה D כך שנוצר המשולש BDC.
F היא נקודה על הצלע BC המקיימת: $DF = FE = DC$.
הצלע AB מקבילה לצלע DC.



א. הוכח כי: $AC = EF$.
ב. הוכח: $\frac{AB}{BE} = \frac{FE}{CE}$.
ג. הָמְשך את הקטע DF עד לנקודה H שעל הצלע AB.
ידוע כי המרובע ACDH הוא בר חסימה.
חשב את זוויות המשולש DEF.

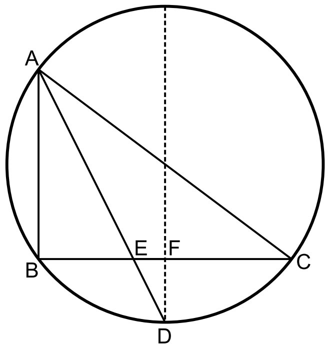


21) המרובע PQRT חסום במעגל.
נתון כי: $QR = RT$.
ידוע כי: $PQ =$ 20 ס"מ , $PT =$ 28 ס"מ , $QT =$ 24 ס"מ .
חשב את אורך הקטע QS.



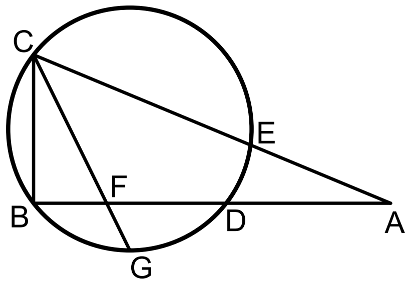
22) הנקודות A, B, C ו-D מונחות על היקפו של מעגל שמרכזו O.
הרדיוס DO חוצה את הזווית BOC.
נתון: $AB =$ 8 ס"מ , $AC =$ 12 ס"מ , $BC =$ 10 ס"מ.
חשב את אורכו של הקטע MN.

23) במעגל שרדיוסו הוא 10 ס"מ המיתרים AB ו-BC מאונכים זה לזה.
הנקודה D היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{BC}$. הקטע AD חותך את המיתר BC בנקודה E.
אורך המיתר AB הוא 12 ס"מ.



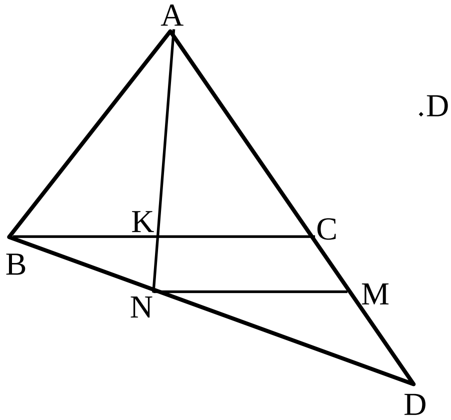
א. חשב את אורך הקטע BE.
מהנקודה D מעבירים מיתר החותך את המיתר BC בנקודה F ומקביל למיתר AB.
ב. הוכח כי מיתר זה עובר דרך מרכז המעגל.
ג. חשב את אורך הקטע FE.

24) הישרים AB ו-AC חותכים את המעגל בנקודות D ו-E
בהתאמה כך שהמיתרים BD ו-BC מאונכים זה לזה.
המיתר CG חוצה את הקשת הקטנה $\overset{\frown}{BGD}$.
וחותך את המיתר BD בנקודה F.
נתון: $\frac{AC}{AB}=\frac{13}{12}$. נסמן: $AB=t$.

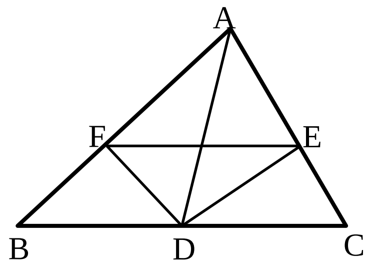


א. הבע באמצעות t את אורך המיתר BC.
ב. נתון כי רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ
וכי: $\frac{BF}{DF}=\frac{3}{5}$.
חשב את אורך הקטע AB.

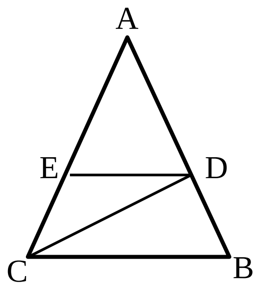
25) נתון משולש ABC.
ממשיכים את הצלע AC מהכיוון של C עד לנקודה D.
מחברים את הנקודה D עם הקדקוד B.
מעבירים את הקטע AK אשר חוצה את זווית A
במשולש ABC.
המשך AK חותך את BD בנקודה N.
מעבירים את הקטע MN. נתון: $BC \parallel MN$.
הוכח: $\frac{AB}{AD}=\frac{CM}{DM}$.



26) נתון משולש ABC. מעבירים את התיכון AD לצלע BC.
נתון כי DE הוא חוצה זווית $\sphericalangle ADC$
וכי DF הוא חוצה זווית $\sphericalangle ADB$.
הוכח: $EF \parallel BC$.



27) נתון משולש ABC. מעבירים את הקטעים CD ו-DE.
נתון כי: $DE \parallel BC$ ו- $AC=2BC$.
הקטע AC גדול פי 3 מהקטע DE.
הוכח כי: $\sphericalangle BCD=\sphericalangle ACD$.



תשובות סופיות:

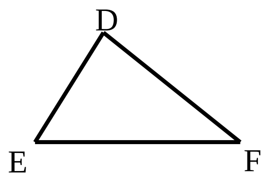
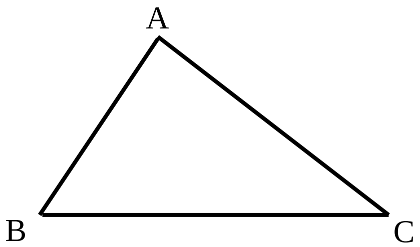
17) א. $x=5.6$ ב. $x=20$ ג. $x=6$ ד. $x=12$.
18) 3 ס״מ.
19) 8 ס״מ.
20) שאלת הוכחה. ג. 36° , 72°, 72° .
21) 10 ס״מ.
22) 1 ס״מ.
23) א. $\text{BE}=6$ ב. שאלת הוכחה. ג. $\text{EF}=2$.
24) שאלת הוכחה.
25) שאלת הוכחה.
26) שאלת הוכחה.
27) 15 ס״מ.

דמיון משולשים:

סיכום כללי:

הגדרה:

משולשים דומים הם משולשים ששווים זה לזה בכל זוויותיהם ושצלעותיהם שומרות בהתאמה על אותו יחס.

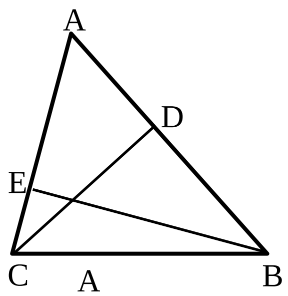
יחס הדמיון ושוויונות	משולש ראשון	משולש שני
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ $\Updownarrow$ $\measuredangle A = \measuredangle D \,,\, \measuredangle B = \measuredangle E \,,\, \measuredangle C = \measuredangle F$ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$		

משפטי הדמיון:

- משפט דמיון זווית-זווית (ז.ז) : אם בין שני משולשים שוות שתי זוויות אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ) : אם בין שני משולשים שתי צלעות שומרות על אותו יחס והזוויות שבניהן שווה אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ) : אם בין שני משולשים שלוש הצלעות שומרות על אותו יחס אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-והזווית הגדולה (צ.צ.ז) : אם בין שני משולשים שתי לצעות שומרות על אותו יחס והזווית שמול הצלע הגדולה מבניהם שווה אז המשולשים דומים.

שאלות:

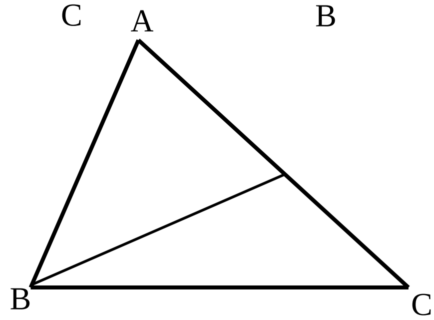
משפט דמיון ז.ז:



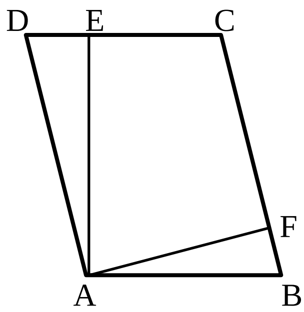
28) CD ו-BE הם גבהים במשולש ABC.

א. הוכח כי: $\Delta ABE \sim \Delta ACD$.

ב. נתון כי: AB = 18 ס"מ, BE = 12 ס"מ,
CD = 10 ס"מ. חשב את אורך הצלע AC.



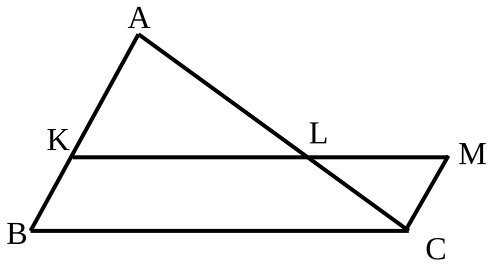
29) במשולש ABC העבירו את הקטע BK
כך ש- $\sphericalangle AKB = \sphericalangle ABC$.
הוכח: $\Delta AKB \sim \Delta ABC$.



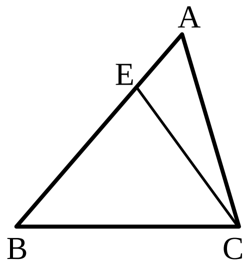
30) המרובע ABCD הוא מקבילית.
מעבירים גבהים AE ו-AF לצלעות DC ו-BC בהתאמה.

א. הוכח כי: $\Delta ADE \sim \Delta AFB$.

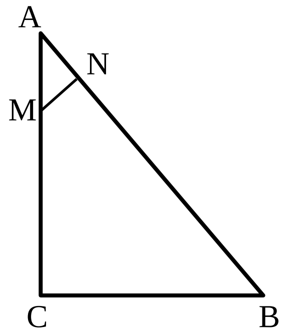
ב. הוכח כי: $DC \cdot AE = BC \cdot AF$
והסבר את המשמעות הגיאומטרית של התוצאה.



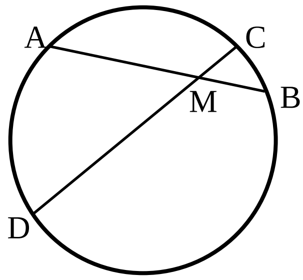
31) נתונה מקבילית BKMC.
המשיכו את הצלע BK עד לנקודה A.
הקטע AC חותך את הצלע KM בנקודה L.
הוכח: $LC \cdot BC = LM \cdot AC$.



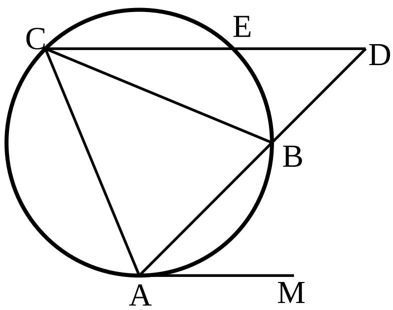
32) מעבירים את הקטע CE במשולש ABC.
ידוע כי: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ECB$ וכן: BE = 8 ס"מ,
BC = 10 ס"מ. חשב את AB.



33) המשולש ABC הוא ישר זווית $(\measuredangle C = 90^\circ)$.
מנקודה M שעל הניצב AC העלו אנך NM ליתר AB.
נתון כי: $AB = 20$ ס״מ, $AN = 4$ ס״מ, $BC = 12$ ס״מ.
מצא את אורך הקטע AM.

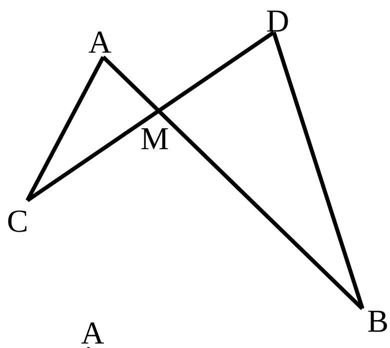


34) המיתרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
א. הוכח כי: $\Delta ADM \sim \Delta CBM$.
ב. נתון כי: $AM = 5$ ס״מ, $DM = 8$ ס״מ,
$CM = 2$ ס״מ.
חשב את אורכו של BM.

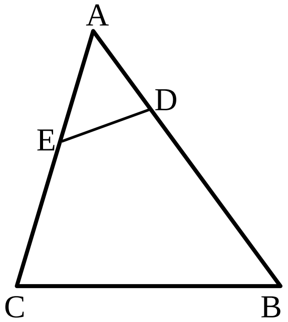


35) המשולש ABC חסום במעגל.
מהנקודה A מעבירים משיק AM.
ממשיכים את AB עד לנקודה D שמחוץ למעגל.
מחברים את הנקודה D עם הקדקוד C.
הישר CD חותך את המעגל
בנקודה E כך ש- $CE \parallel AM$.
הוכח כי AC הוא הממוצע הגיאומטרי
בין AB לבין AD.
כלומר: $AC^2 = AB \cdot AD$.

משפט דמיון צ.ז.צ:

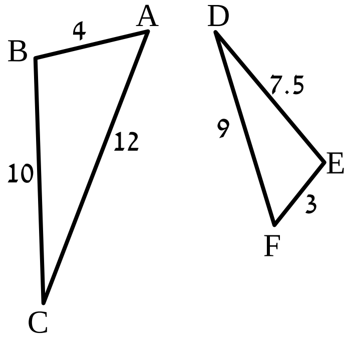


36) הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
אורכי הקטעים הם: $AM = 3$ ס״מ,
$BM = 10$ ס״מ, $CM = 6$ ס״מ, $DM = 5$ ס״מ.
א. הוכח כי: $\Delta AMC \sim \Delta DMB$.
ב. האם $BD \parallel AC$? נמק.
ג. מצא את אורכו של AC
אם נתון כי BD שווה ל-14 ס״מ.



37) לפניך משולש ABC.
מעבירים את הקטע DE אשר יוצר את הגדלים הבאים:
$AD = 4$ ס״מ, $BD = 11$ ס״מ, $AE = 5$ ס״מ, $CE = 7$ ס״מ.
א. הוכח כי: $\Delta ADE \sim \Delta ACB$.
ב. הוכח כי את המרובע BCED אפשר לחסום במעגל.

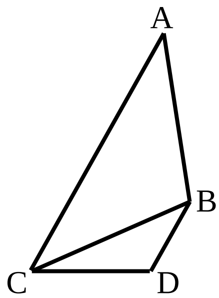
משפט דמיון צ.צ.צ:



38) בסרטוט שלפניך רשומים שני משולשים.
אורכי צלעותיהם נתונים בתרשים (בס"מ).

א. הוכח כי המשולשים דומים ורשום את הדמיון עפ"י הקדקודים.

ב. רשום את הזוויות השוות בשני המשולשים.

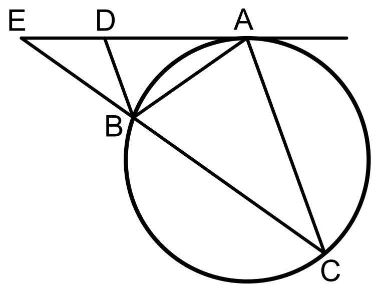


39) נתונים המשולשים ABC ו-BDC.
ידוע כי: $AC = 16$ ס"מ, $AB = 10$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ, $BD = 4$ ס"מ.

א. הוכח כי שני המשולשים דומים ורשום אותם לפי סדר התאמת קדקודיהם.

ב. הוכח כי: $AC \parallel BD$.

שונות – דמיון משולשים:

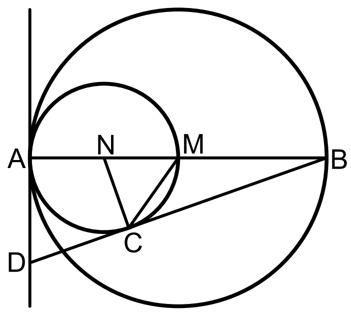


40) מעבירים משיק AE למעגל הנתון באיור.
מנקודת ההשקה מעבירים את המיתרים AB ו-AC כך שנוצר המשולש ABC. ידוע כי: $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$.
המשך המיתר BC נפגש עם המשיק בנקודה E.
המיתר AB חוצה את זווית CBD.

א. הוכח כי הקטע BD מקביל למיתר AC.

ב. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta CBA$ וכתוב את יחס הדמיון.

ג. הוכח: $\frac{BD}{AB} = \frac{DE}{BE}$.



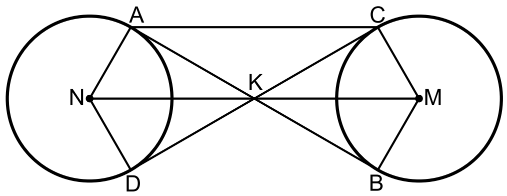
41) המעגלים שמרכזם בנקודות M ו-N משיקים זה לזה מבפנים בנקודה A כך שהיקף המעגל הפנימי עובר בנקודה M.
דרך הנקודה A מעבירים משיק.
AB הוא קוטר במעגלים ו-C היא נקודה הנמצאת על היקף המעגל הפנימי כך שהישר החותך BD משיק למעגל הפנימי בנקודה זו.

א. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta CBN$ וחשב את יחס הדמיון.

ב. נתון כי: $AD = \sqrt{8}$.
חשב את רדיוס המעגל הגדול.

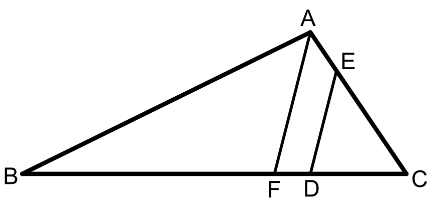
ג. הוכח: $2CD = BC$.

42) נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה M ו-N.
מעבירים שני משיקים למעגלים AB ו-CD
הנחתכים בנקודה K.
מעבירים את הרדיוסים AN ו-DN במעגל
השמאלי ו-BM ו-CM במעגל הימני.



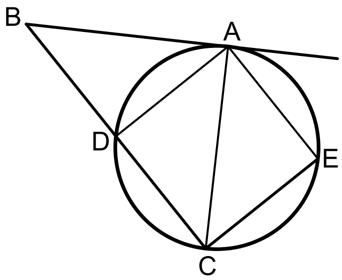
א. הוכח: $KN = KM$.
ב. הוכח כי המרובע ACMN הוא טרפז שווה שוקיים.
ג. רדיוס המעגלים הוא R וידוע כי המשולש BKC הוא שווה צלעות.
הבע באמצעות R את היקף הטרפז ACMN.

43) על הצלעות של המשולש ABC הקצו את הנקודות D ו-E
כך שהמרובע AEDB הוא בר חסימה.
הנקודה D מחלקת את הצלע BC
כך שהקטע BD גדול פי 3 מהקטע DC.

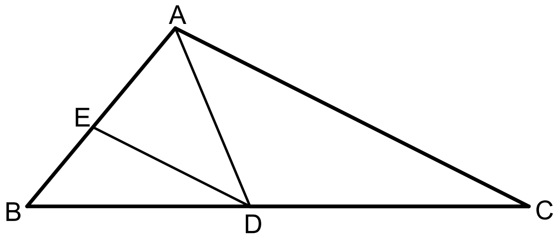


א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta DEC$.
ב. נתון גם כי: $AC \cdot CE = 36$.
חשב את אורך הקטע DC.
ג. מעבירים מהקודקוד A את הקטע AF המקביל לקטע DE.
נתון כי: $AC = 9$.
חשב את היחס: $\frac{DF}{BC}$.

44) הקטע AB משיק למעגל בנקודה A.
מהנקודה B מעבירים ישר חותך למעגל החותך אותו
בנקודות C ו-D. E היא נקודה על המעגל כך ש- $\measuredangle AEC = 90°$.
נתון כי המיתר AC חוצה את זווית BCE.



א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta EAC$.
ב. נסמן ב- R את רדיוס המעגל.
הוכח: $R = \frac{\sqrt{BC \cdot CE}}{2}$.
ג. איזה מרובע יהיה המרובע ADCE אם יתקיים: $BC = 2CE$. נמק.



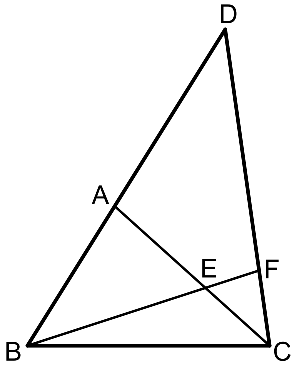
45) במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות BC ו-AB בהתאמה.
נתון כי: $DE \parallel AC$, $\sphericalangle ADC = \sphericalangle BED$.

א. הוכח: $AD \cdot BD = AB \cdot DE$.

ב. ידוע כי הנקודה D מחלקת את הצלע BC באופן הבא: $\frac{BD}{DC} = \frac{4}{5}$

וכי: $AD \cdot BD = 16$. חשב את המכפלה: $AB \cdot AC$.

46) מהקודקוד C של המשולש BCD מעבירים את הקטע AC כך שהמשולש ACD הוא שווה שוקיים $(AC = AD)$.
הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שמתקיים $3 \cdot \sphericalangle ACD = \sphericalangle BEC$, $\sphericalangle D = \sphericalangle CBF$.



א. הוכח כי הקטע BF חוצה את זווית $\sphericalangle B$.

ב. הוכח כי: $\Delta AEB \sim \Delta FEC$.

ג. הוכח כי: $\frac{BE}{BC} = \frac{AE}{FC}$.

תשובות סופיות:

28) שאלת הוכחה.
29) שאלת הוכחה.
30) שאלת הוכחה.
31) שאלת הוכחה.
32) 12.5 ס"מ.
33) 5 ס"מ.
34) א. שאלת הוכחה. ב. 3.2 ס"מ.
35) א. שאלת הוכחה.
36) א. שאלת הוכחה ב. לא. ג. 8.4 ס"מ.
37) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה
38) א. $\Delta ABC \sim \Delta FED$ ב. $\sphericalangle A=\sphericalangle F$, $\sphericalangle B=\sphericalangle E$, $\sphericalangle C=\sphericalangle D$.
39) א. $\Delta ABC \sim \Delta CDB$ ב. שאלת הוכחה.
40) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.
41) א. שאלת הוכחה. ב. 4 ס"מ. ג. שאלת הוכחה.
42) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה. ג. $9R$.
43) א. שאלת הוכחה ב. 3 ס"מ. ג. $\frac{DF}{BC}=\frac{5}{16}$.
44) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. ריבוע.
45) א. שאלת הוכחה. ב. $AB\cdot AC=36$.
46) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

יחסים בין גדלים שונים ושטחים במשולשים דומים:

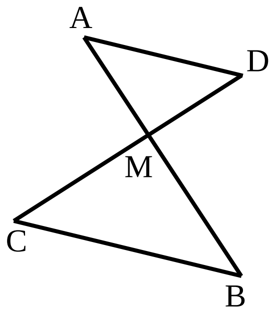
שאלות:

47) הוכח את חלקי המשפט הבאים:

א. גבהים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.

ב. תיכונים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.

ג. היקפים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.



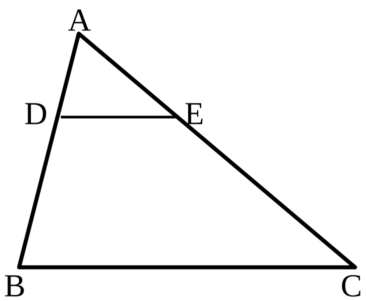
48) הקטעים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.

נתון כי: $AD \parallel BC$ וכן נתונים הגדלים הבאים:

4 ס״מ $= AD$, 6 ס״מ $= BC$, 36 סמ״ר $= S_{ADM}$.

א. הוכח כי: $\Delta AMD \sim \Delta BMC$.

ב. חשב את שטח המשולש MBC.

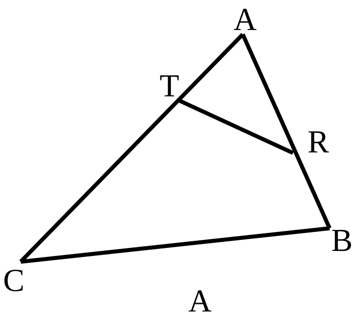


49) במשולש ABC הקטע DE מקביל לצלע BC.

נתון: $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$ וכי: 20 סמ״ר $= S_{ADE}$.

א. חשב את שטח המשולש ABC.

ב. חשב את שטח המרובע DECB.

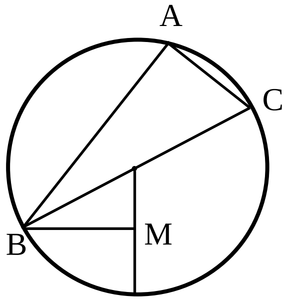


50) בסרטוט שלפניך נתון משולש ABC ובו קטע RT כך שמתקיימים האורכים הבאים:

4 ס״מ $= BR$, 4 ס״מ $= AT$, 6 ס״מ $= AR$,

11 ס״מ $= CT$, 100 סמ״ר $= S_{ABC}$.

מצא את שטח המרובע RTCB.



51) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע BC היא קוטר המעגל.

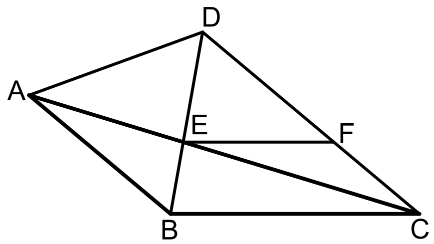
הקטע BM מאונך לרדיוס DO.

נתון: $AC = 2OM$.

א. הוכח: $\overset{\frown}{AB} = 2\overset{\frown}{BD}$.

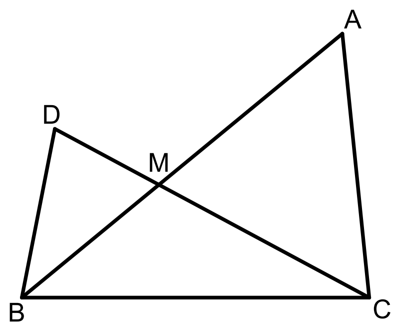
ב. חשב את היחס: $\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAC}}$.

52) נתון משולש ABC. על הצלע AB של המשולש ABC בונים משולש שווה צלעות ABD.
הצלע AC חותכת את הצלע BD בנקודה E אשר ממנה מעבירים ישר EF המקביל לצלע BC.
נתון כי: $\sphericalangle DBC = 80°$, $\sphericalangle DCB = 40°$.



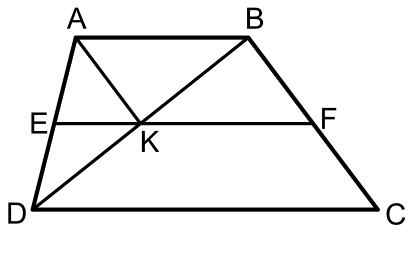
א. הוכח כי המשולשים ABE ו-CDE דומים.
ב. הוכח: $FC \cdot CE = AE \cdot DF$.
ג. נתון כי: $BC = 1.5 \cdot EF$.
הוכח: $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$.
ד. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}}$.

53) נתון משולש ABC. על הצלע BC של המשולש ABC בונים משולש נוסף BDC.
הצלעות DC ו-AB נחתכות בנקודה M.
הצלע AB חוצה את זווית B וידוע כי: $2\sphericalangle ACD = \sphericalangle B$.

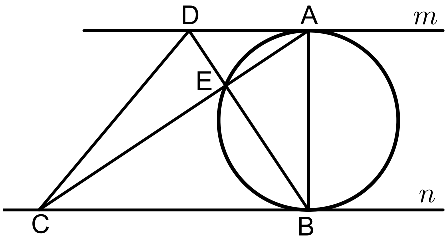


א. הוכח: $\Delta ACM \sim \Delta DBM$.
ב. הוכח: $\frac{AM}{CM} = \frac{AC}{BC}$.
ג. נתון כי: $\frac{8}{5} = \frac{AM}{CM}$ וכי אורך הצלע BD הוא 6 ס"מ.
סכום הצלעות AC ו-BC הוא 19.5 ס"מ.
חשב את היחס: $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}}$.

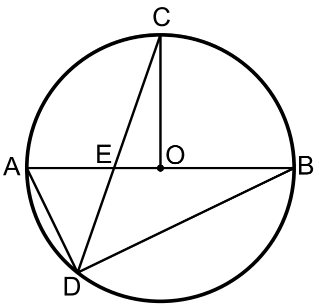
54) המרובע ABCD הוא טרפז, $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את קטע האמצעים EF החותך את אלכסון הטרפז BD בנקודה K.
ידוע כי הקטע AK מקביל לשוק BC של הטרפז.



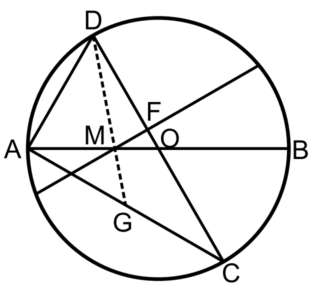
א. הוכח כי המרובע ABFK הוא מקבילית.
ב. נסמן: $S_{BKF} = S$.
הבע באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.



55) בין המשיקים המקבילים m ו-n מעבירים מעגל כך ש-AB הוא הקוטר היוצא משתי נקודות ההשקה שלהם.
הנקודות D ו-C נמצאות על המשכי המשיקים כך שהמרובע ABCD הוא טרפז.
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה E שנמצאת על היקף המעגל.
ידוע כי: $S_{ABC} = 3 \cdot S_{DAB}$.
שטח המשולש ADE יסומן ב- S.
בטא באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.

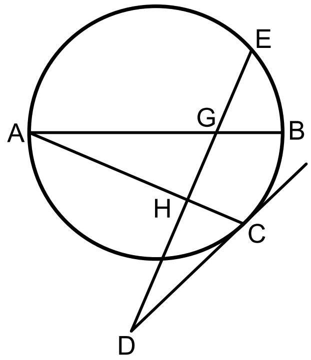


56) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
מהנקודה C שעל היקף המעגל מעבירים את הרדיוס CO ואת המיתר CD החותך את הקוטר בנקודה E.
מהנקודה D מעבירים את המיתרים BD ו-AD.
ידוע כי המיתר CD מקיים: $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE}$.
נתון: $AD = DE$.
א. הוכח כי הרדיוס CO מאונך לקוטר AB.
ב. הוכח: $\Delta COE \sim \Delta BDA$.
ג. נתון כי: $BD = 9\sqrt{2+\sqrt{2}} \approx 16.63$ ס"מ.
i. חשב את אורכו של רדיוס המעגל.
ii. חשב את היחס: $\frac{S_{COE}}{S_{BDA}}$
(שים לב, הינך יכול להשאיר $\sqrt{2}$ בתשובתך הסופית).



57) AB ו-CD הם קטרים במעגל שמרכזו O.
מעבירים מיתר החותך את AB בנקודה M כך שמתקיים: $2AM = BM$ ואת CD בנקודה F כך שמתקיים: $FM \perp CD$.
ידוע כי זווית BMF היא $30°$.
מעבירים את המיתרים AC ו-AD כך שנוצר המשולש ACD.
א. הוכח: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle BMF$.
ב. i. הוכח כי המשולשים ADC ו-FOM דומים.
ii. פי כמה קטן הקטע FO מרדיוס המעגל?
ג. מעבירים מהקודקוד D של המשולש ACD קטע העובר דרך הנקודה M וחותך את המיתר AC בנקודה G.
חשב פי כמה גדול שטח המשולש DGC משטח המשולש MOF.

58) AB הוא קוטר במעגל.
מהנקודה A מעבירים מיתר AC.
הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל וממנה מעבירים
משיק CD וישר חותך DE.
ידוע כי הישר DE חותך את הקוטר AB
בנקודה G ומאונך למיתר AC בנקודה H.



א. הוכח: $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BGE$.

ב. נתון כי: $\frac{4}{5} = \frac{S_{AHG}}{S_{GHCB}}$. חשב את היחס: $\frac{AH}{AC}$.

תשובות סופיות:

47) שאלת הוכחה.

48) א. שאלת הוכחה. ב. 81 סמ"ר.

49) א. 125 ס"מ. ב. 105 סמ"ר.

50) 84 סמ"ר.

51) א. שאלת הוכחה. ב. $\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAC}} = \frac{1}{4}$.

52) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה. ד. $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{1}{4}$.

53) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}} = 0.8$.

54) א. שאלת הוכחה. ב. $6S$.

55) $16S$.

56) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. i. $R = 9$ ג. ii. $\frac{S_{COE}}{S_{BDA}} = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$.

57) א. שאלת הוכחה. ב. i. שאלת הוכחה. ב. ii. קטן פי 6.
ג. שטח המשולש DGC גדול פי 18 משטח המשולש MOF.

58) א. שאלת הוכחה. ב. $\frac{AH}{AC} = \frac{2}{3}$

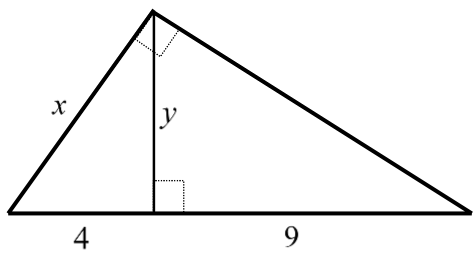
פרופורציה במשולש ישר זווית:

סיכום כללי:

- במשולש ישר זווית, הגובה ליתר בריבוע שווה למכפלת היטלי הניצבים על היתר.
- במשולש ישר זווית, ניצב בריבוע שווה למכפלת היתר והיטל הניצב על היתר.
- (משפט הפוך ל-1) אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

שאלות:

59) מצא את ערכם של x ו- y בשרטוט הבא:



60) במשולש ישר זווית שאורכי ניצביו m ו- n נתון כי אורך הגובה ליתר הוא h.
הראה שמתקיים: $\frac{1}{n^2}+\frac{1}{m^2}=\frac{1}{h^2}$ (אין צורך ברישום מסודר של הוכחה).

61) הוכח את המשפט: אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

תשובות סופיות:

59) $y=6\ ,\ x=\sqrt{52}$

60) שאלת הוכחה.

61) שאלת הוכחה.

פרופורציות במעגל:

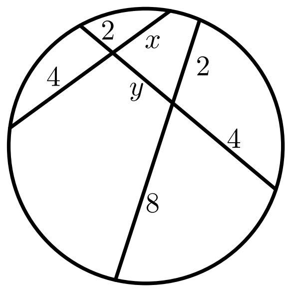
סיכום כללי:

- אם שני מיתרים נחתכים במעגל, אז מכפלת קטעי המיתר האחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

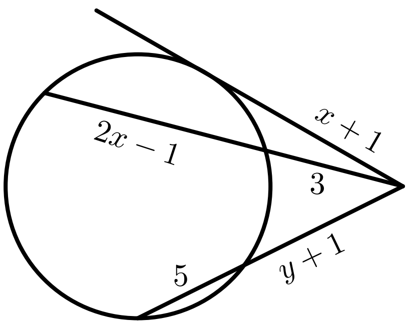
שאלות:

62) חשב את גודלם של x ו- y בשרטוטים הבאים:

א.



ב.



63) הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

64) הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.

תשובות סופיות:

62) א. $x=3\,,\,y=2$ ב. $x=5\,,\,y=3$.

63) שאלת הוכחה.

64) שאלת הוכחה.