

מכינה במתמטיקה למדעים מדויקים

96120-12

פרק 21 - גיאומטריה אוקלידית - פרופורציה ודמיון

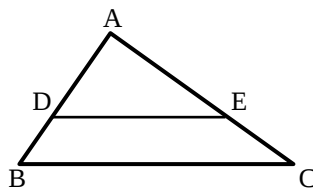
תוכן העניינים

1	משפט תאלס	1
4	הרחבות של משפט תאלס	2
8	משפט חוצה הזווית	3
12	דמיון משולשים	4
19	יחסים בין גדלים שונים ושטחים במשולשים דומים	5
23	פרופורציה במשולש ישר זווית	6
24	פרופורציות במעגל	7

משפט תאלס:

סיכום כללי:

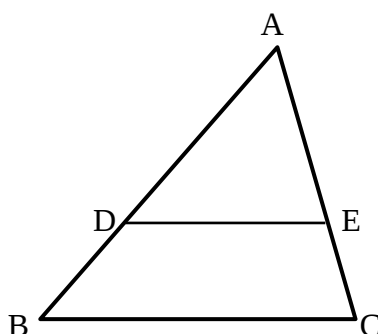
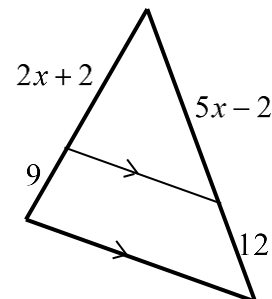
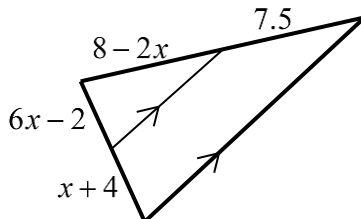
- שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.
- משפט הפוך: אם שני ישרים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים הישרים מקבילים.



- משפט תאלס + ההפוך: $DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

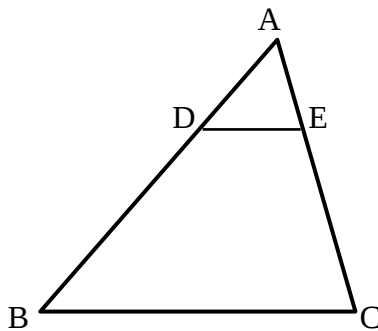
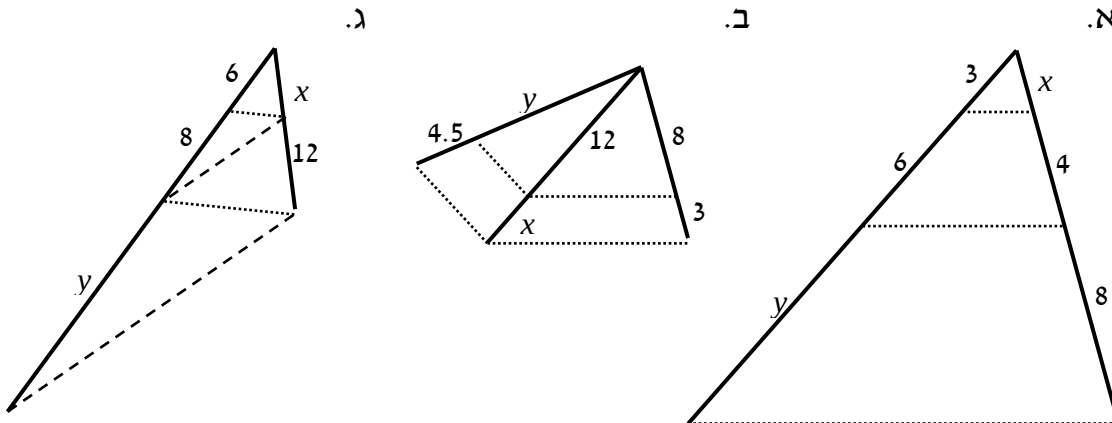
שאלות:

- (1) מצא את ערכו של x בשרטוטים הבאים:
 א. ב.

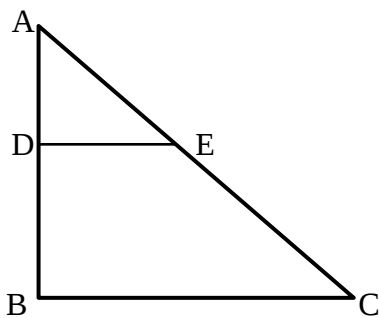


- (2) בשרטוט שלפניך נתון $DE \parallel BC$.
 $BD = 12$ ס"מ, $AE = 20$ ס"מ, $AC = 30$ ס"מ.
 מצא את אורך הקטע AD.

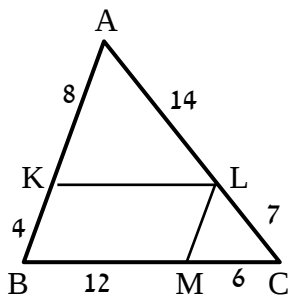
(3) חשב את x ואת y בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:



(4) בסרטוט שלפניך נתון:
 $AC = 36$ ס"מ, $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{7}$, $DE \parallel BC$
 מצא את אורכי הקטעים AE ו-CE.



(5) במשולש שלפניך נתון $DE \parallel BC$.
 כמו כן: $\angle ADE = 90^\circ$
 וכן: $AE = BD = 10$ ס"מ, $DE = 8$ ס"מ.
 מצא את אורכי הקטעים AD ו-CE, BC.



(6) מרובע KLMB חסום במשולש ABC.
 הנתונים המספריים רשומים בסרטוט.
 כל המידות הן בס"מ.
 הוכח כי המרובע הוא מקבילית.

תשובות סופיות:

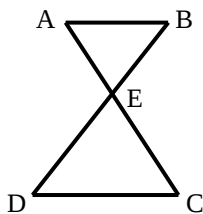
- (1) א. $x=2$ ב. $x=1$
- (2) 24 ס"מ.
- (3) א. $x=2, y=12$ ב. $x=4.5, y=12$ ג. $x=9, y=18\frac{2}{3}$
- (4) 8 ס"מ AE , 28 ס"מ CE .
- (5) 6 ס"מ AD , $21\frac{1}{3}$ ס"מ BC , $16\frac{2}{3}$ ס"מ CE .
- (6) שאלת הוכחה.

הרחבות של משפט תאלס:

סיכום כללי:

- משפט תאלס המורחב + ההפוך:

$$DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



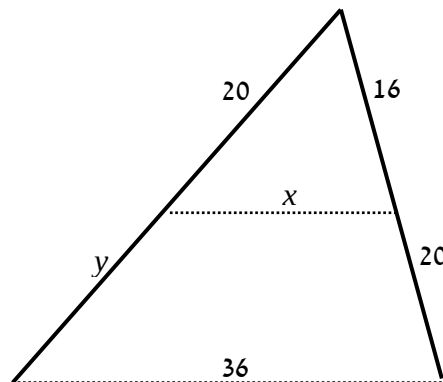
- משפט תאלס "שעון חול" + ההפוך:

$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \frac{BE}{DE} = \frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CD}$$

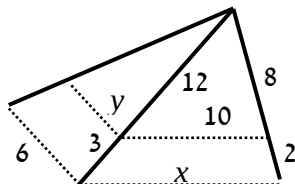
שאלות:

7) חשב את x ואת y בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:

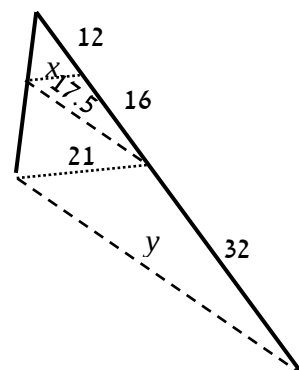
א.



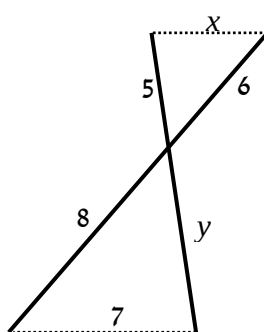
ב.

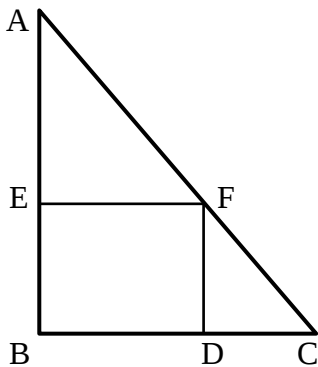


ג.

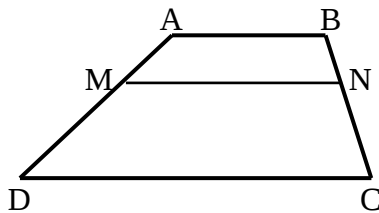


ד.

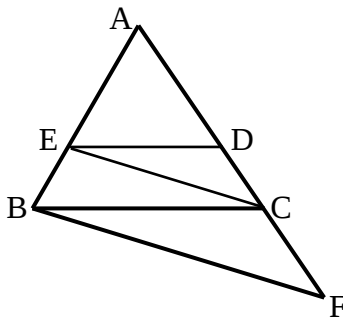




- (8) המרובע EFBD הוא מלבן החסום במשולש ישר זווית ABC. נתון כי: $AB = 20$ ס"מ, $BC = 15$ ס"מ, $AF = 18$ ס"מ. מצא את אורכי צלעות המלבן.

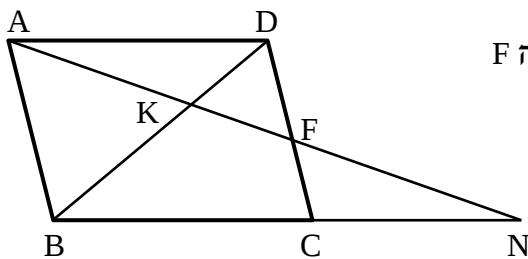


- (9) המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). מעבירים קטע MN אשר מקביל לבסיסים. הוכח: $\frac{AM}{DM} = \frac{BN}{CN}$.



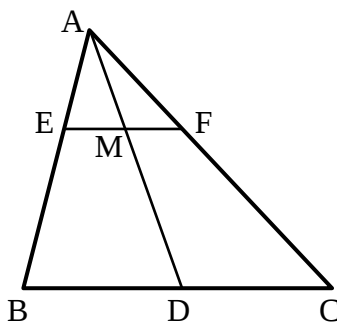
- (10) באיור שלפניך נתון: $DE \parallel BC$, $CE \parallel BF$. הוכח את הטענות הבאות:

א. $\frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CF}$
ב. $AC^2 = AD \cdot AF$

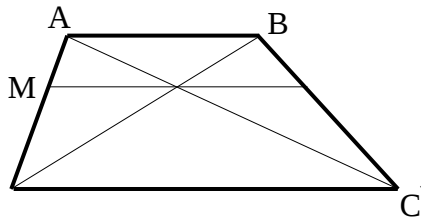


- (11) במקבילית ABCD מעבירים ישר דרך הנקודה A החותך את הצלע CD בנקודה F ונפגש עם המשך BC בנקודה N. הוכח את הטענות הבאות:

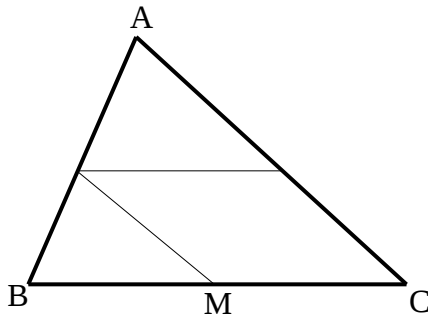
א. $\frac{NK}{AK} = \frac{AK}{KF}$
ב. $\frac{BC}{CN} = \frac{DF}{CF}$



- (12) במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC. הקטע EF מקביל ל-BC וחותך את התיכון בנקודה M. הוכח כי: $EM = FM$.

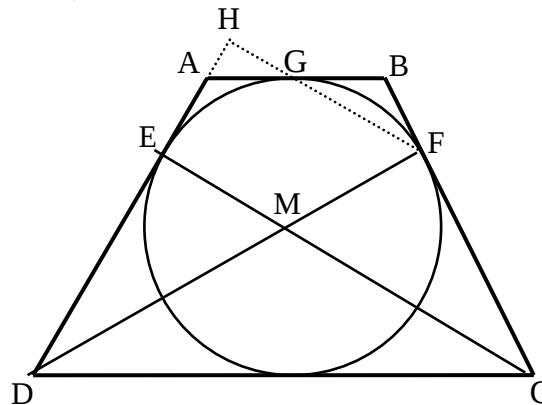


- 13) בטרפז ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה Q. בנקודה Q העבירו קטע המקביל לבסיסי הטרפז וחותך את שוקי הטרפז בנקודות M ו-N כמתואר בשרטוט. נתון: $DC = 18$ ס"מ, $DQ = 9$ ס"מ, $BQ = 3$ ס"מ. חשב את גודל הקטע MQ.

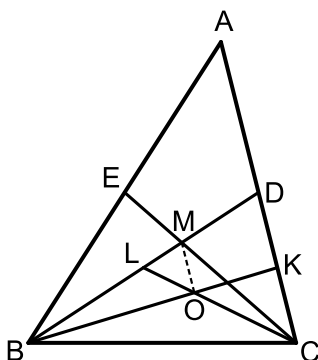


- 14) בשרטוט נתון: $\frac{AK}{CK} = \frac{CM}{BM} = \frac{AL}{BL}$.
א. הוכח: המרובע KLMC הוא מקבילית.
ב. נתון: $AL = 1.5BL$, $BC = 10$ ס"מ. חשב את אורך הקטע LK.

- 15) הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים. חוסמים מעגל בתוך הטרפז אשר משיק לו בנקודות E, F ו-G כמתואר באיור. הקטעים DF ו-CE חוצים את זוויות הטרפז ונחתכים בנקודה M.



- א. הוכח כי הנקודה M היא מרכז המעגל החסום.
ב. חשב את זוויות הטרפז.
ג. ממשיכים את GF ואת AD כך שהם נפגשים בנקודה H. חשב את היחס $\frac{EM}{FH}$.



- 16) במשולש ABC מעבירים את התיכונים BD ו-CE אשר נפגשים בנקודה M. במשולש BDC מעבירים את התיכונים CL ו-BK הנפגשים בנקודה O.
א. הוכח כי: $3LM = BL$.
ב. הוכח כי: $AC \parallel MO$.
ג. נתון: $S_{BLC} = 27$. חשב את שטח המשולש MOL.

תשובות סופיות:

(7) א. $x = 16, y = 25$

ב. $x = 12.5, y = 4.8$

ג. $x = 9, y = 37.5$

ד. $x = 5.25, y = 6\frac{2}{3}$

(8) 10.8 ס"מ ו-5.6 ס"מ.

(9) שאלת הוכחה.

(10) א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

(11) א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

(12) שאלת הוכחה.

(13) 4.5 ס"מ.

(14) א. שאלת הוכחה.

ב. 6 ס"מ.

(15) א. שאלת הוכחה.

ב. $60^\circ, 120^\circ$ ג. $\frac{2}{3}$.

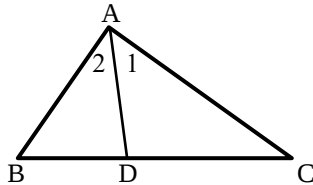
(16) א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

ג. 3.

משפט חוצה הזווית:

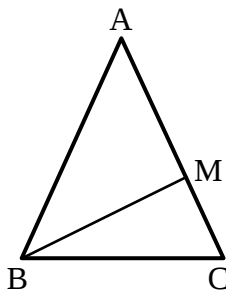
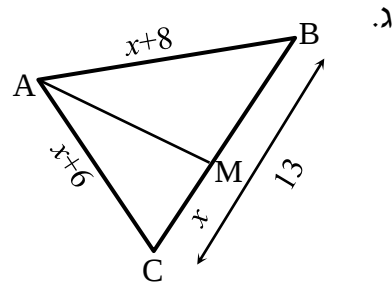
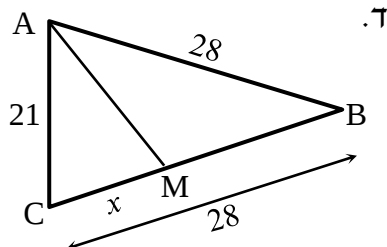
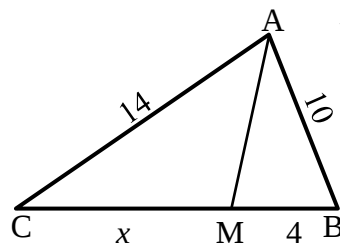
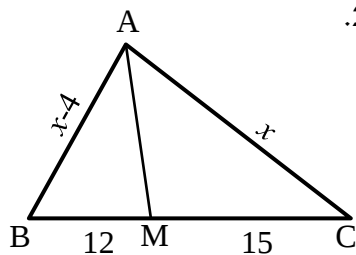
סיכום כללי:



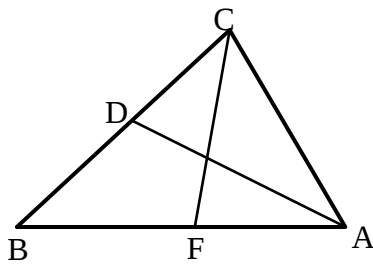
- חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית ביחס הזהה ליחס בין הצלעות שביניהן הוא כלוא ולהיפך.
אם: $\angle A_1 = \angle A_2$ אז: $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$ ולהיפך.

שאלות:

17) מצא את גודלו של x בסרטוטים הבאים אם נתון כי AM חוצה זווית A בכל המשולשים, כל הגדלים הם בס"מ:

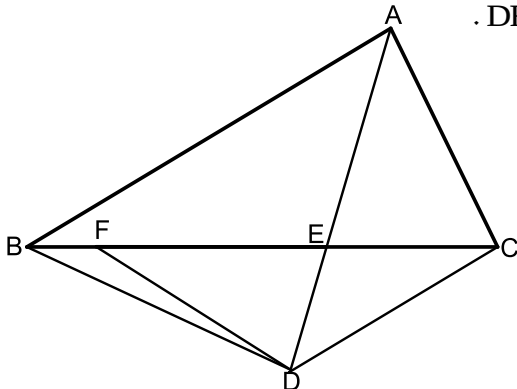


- 18) נתון משולש שווה שוקיים ABC, $(AB = AC)$.
ידוע כי היקפו הוא 28 ס"מ.
הקטע BM הוא חוצה זווית B.
נתון כי הקטע AM גדול פי 3 מהקטע MC.
חשב את אורך הקטע MC.

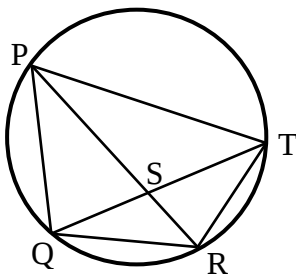


- 19** הקטעים AD ו-CF הם חוצי הזוויות A ו-C בהתאמה במשולש ABC.
נתון: $AB = 18$ ס"מ, $AC = 12$ ס"מ, $CD = 6$ ס"מ.
חשב את אורך הקטע AF.

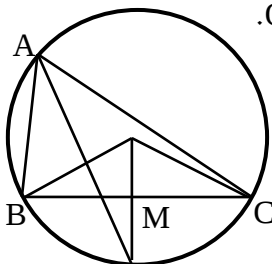
- 20** נתון משולש ABC. הקטע AE חוצה את זווית A של המשולש. ממשיכים את AE עד לנקודה D כך שנוצר המשולש BDC. F היא נקודה על הצלע BC המקיימת: $DF = FE = DC$. הצלע AB מקבילה לצלע DC.



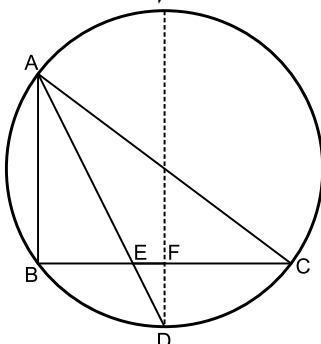
- א. הוכח כי: $AC = EF$.
ב. הוכח: $\frac{AB}{BE} = \frac{FE}{CE}$.
ג. המושך את הקטע DF עד לנקודה H שעל הצלע AB.
ידוע כי המרובע ACDH הוא בר חסימה.
חשב את זוויות המשולש DEF.



- 21** המרובע PQRT חסום במעגל.
נתון כי: $QR = RT$.
ידוע כי: $PQ = 20$ ס"מ, $PT = 28$ ס"מ, $QT = 24$ ס"מ.
חשב את אורך הקטע QS.



- 22** הנקודות A, B, C ו-D מונחות על היקפו של מעגל שמרכזו O. הרדיוס DO חוצה את הזווית BOC.
נתון: $AB = 8$ ס"מ, $AC = 12$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ.
חשב את אורכו של הקטע MN.



- 23** במעגל שרדיוסו הוא 10 ס"מ המיתרים AB ו-BC מאונכים זה לזה. הנקודה D היא אמצע הקשת $\widehat{BC}$. הקטע AD חותך את המיתר BC בנקודה E. אורך המיתר AB הוא 12 ס"מ.
א. חשב את אורך הקטע BE.
מהנקודה D מעבירים מיתר החותך את המיתר BC בנקודה F ומקביל למיתר AB.
ב. הוכח כי מיתר זה עובר דרך מרכז המעגל.
ג. חשב את אורך הקטע FE.

(24) הישרים AB ו-AC חותכים את המעגל בנקודות D ו-E בהתאמה כך שהמיתרים BD ו-BC מאונכים זה לזה.

המיתר CG חוצה את הקשת הקטנה $\widehat{BGD}$.

וחותך את המיתר BD בנקודה F.

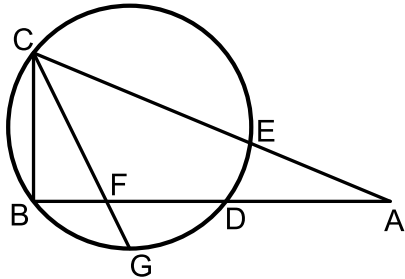
נתון: $\frac{AC}{AB} = \frac{13}{12}$. נסמן: $AB = t$.

א. הבע באמצעות t את אורך המיתר BC.

ב. נתון כי רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ

וכי: $\frac{BF}{DF} = \frac{3}{5}$.

חשב את אורך הקטע AB.



(25) נתון משולש ABC.

ממשיכים את הצלע AC מהכיוון של C עד לנקודה D.

מחברים את הנקודה D עם הקדקוד B.

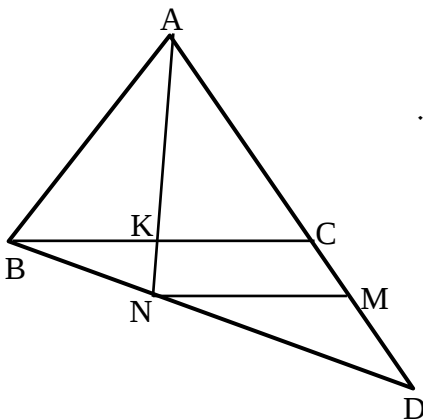
מעבירים את הקטע AK אשר חוצה את זווית A

במשולש ABC.

המשך AK חותך את BD בנקודה N.

מעבירים את הקטע MN. נתון: $BC \parallel MN$.

הוכח: $\frac{AB}{AD} = \frac{CM}{DM}$.

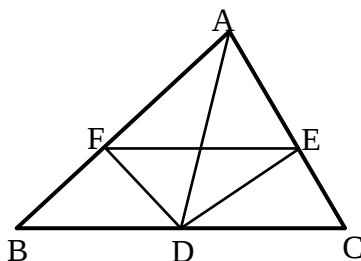


(26) נתון משולש ABC. מעבירים את התיכון AD לצלע BC.

נתון כי DE הוא חוצה זווית ADC.

וכי DF הוא חוצה זווית ADB.

הוכח: $EF \parallel BC$.

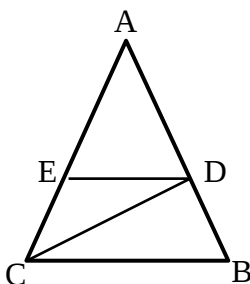


(27) נתון משולש ABC. מעבירים את הקטעים CD ו-DE.

נתון כי: $DE \parallel BC$ ו- $AC = 2BC$.

הקטע AC גדול פי 3 מהקטע DE.

הוכח כי: $\angle BCD = \angle ACD$.



תשובות סופיות:

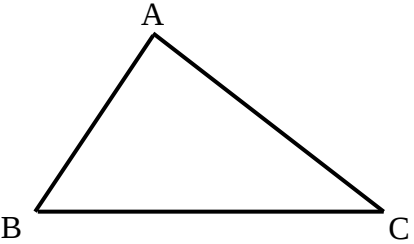
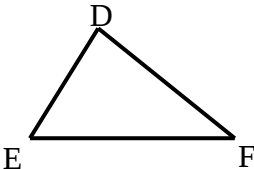
- (17) א. $x = 5.6$ ב. $x = 20$ ג. $x = 6$ ד. $x = 12$
- (18) 3 ס"מ.
- (19) 8 ס"מ.
- (20) שאלת הוכחה. ג. $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$.
- (21) 10 ס"מ.
- (22) 1 ס"מ.
- (23) א. $BE = 6$ ב. שאלת הוכחה. ג. $EF = 2$.
- (24) שאלת הוכחה.
- (25) שאלת הוכחה.
- (26) שאלת הוכחה.
- (27) 15 ס"מ.

דמיון משולשים:

סיכום כללי:

הגדרה:

משולשים דומים הם משולשים ששווים זה לזה בכל זוויותיהם ושצלעותיהם שומרות בהתאמה על אותו יחס.

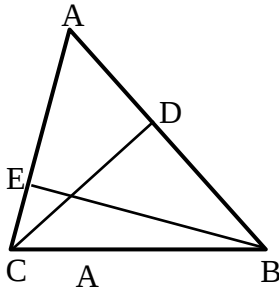
משולש שני	משולש ראשון	יחס הדמיון ושוויונות
		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\sphericalangle A = \sphericalangle D, \sphericalangle B = \sphericalangle E, \sphericalangle C = \sphericalangle F$ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

משפטי הדמיון:

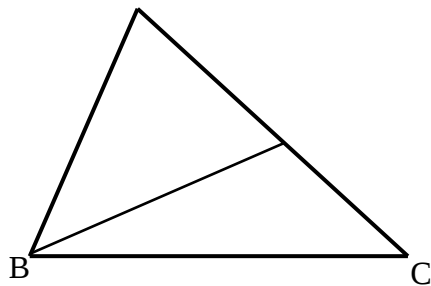
- משפט דמיון זווית-זווית (ז.ז): אם בין שני משולשים שוות שתי זוויות אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ): אם בין שני משולשים שתי צלעות שומרות על אותו יחס והזווית שבניהן שווה אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ): אם בין שני משולשים שלוש הצלעות שומרות על אותו יחס אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-והזווית הגדולה (צ.צ.ז): אם בין שני משולשים שתי לצעות שומרות על אותו יחס והזווית שמול הצלע הגדולה מבניהם שווה אז המשולשים דומים.

שאלות:

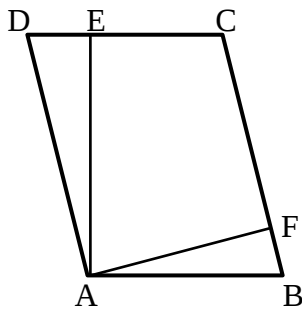
משפט דמיון ז.ז:



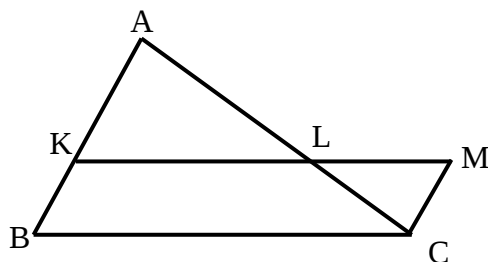
- (28) CD ו- BE הם גבהים במשולש ABC .
 א. הוכח כי: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.
 ב. נתון כי: $AB = 18$ ס"מ, $BE = 12$ ס"מ, $CD = 10$ ס"מ. חשב את אורך הצלע AC .



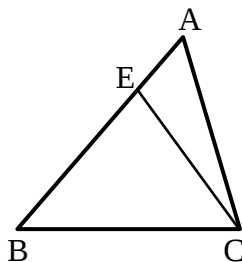
- (29) במשולש ABC העבירו את הקטע BK
 כך ש- $\angle AKB = \angle ABC$.
 הוכח: $\triangle AKB \sim \triangle ABC$.



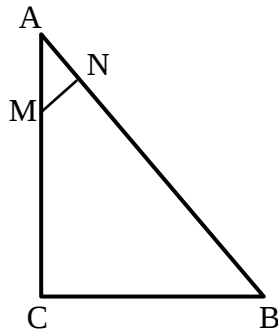
- (30) המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.
 מעבירים גבהים AE ו- BF לצלעות DC ו- BC בהתאמה.
 א. הוכח כי: $\triangle ADE \sim \triangle AFB$.
 ב. הוכח כי: $DC \cdot AE = BC \cdot AF$.
 והסבר את המשמעות הגיאומטרית של התוצאה.



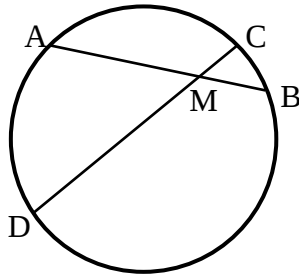
- (31) נתונה מקבילית $BKMC$.
 המשיכו את הצלע BK עד לנקודה A .
 הקטע AC חותך את הצלע KM בנקודה L .
 הוכח: $LC \cdot BC = LM \cdot AC$.



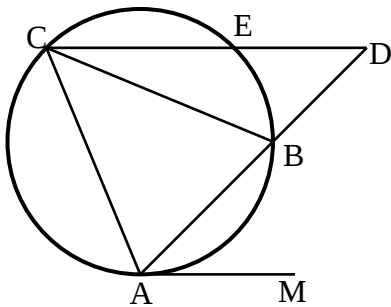
- (32) מעבירים את הקטע CE במשולש ABC .
 ידוע כי: $\angle BAC = \angle ECB$ וכן: $BE = 8$ ס"מ.
 $BC = 10$ ס"מ. חשב את AB .



- 33** המשולש ABC הוא ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 מנקודה M שעל הניצב AC העלו אנך NM ליתר AB.
 נתון כי: $AB = 20$ ס"מ, $AN = 4$ ס"מ, $BC = 12$ ס"מ.
 מצא את אורך הקטע AM.

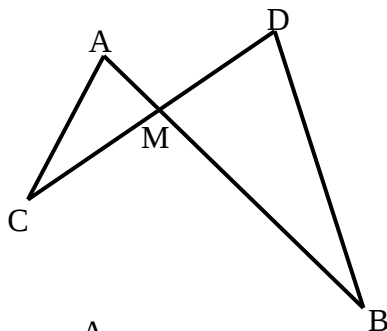


- 34** המיתרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
 א. הוכח כי: $\triangle ADM \sim \triangle CBM$.
 ב. נתון כי: $AM = 5$ ס"מ, $DM = 8$ ס"מ, $CM = 2$ ס"מ.
 חשב את אורכו של BM.

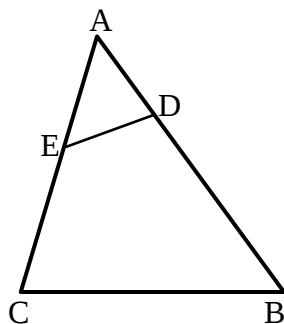


- 35** המשולש ABC חסום במעגל.
 מהנקודה A מעבירים משיק AM.
 ממשיכים את AB עד לנקודה D שמחוץ למעגל.
 מחברים את הנקודה D עם הקדקוד C.
 הישר CD חותך את המעגל
 בנקודה E כך ש- $CE \parallel AM$.
 הוכח כי AC הוא הממוצע הגיאומטרי
 בין AB לבין AD.
 כלומר: $AC^2 = AB \cdot AD$.

משפט דמיון צ.ז.צ:

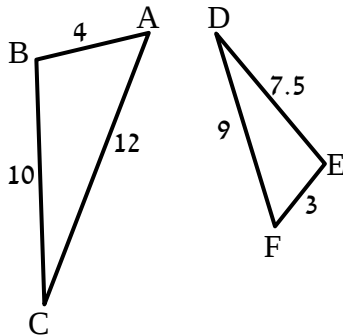


- 36** הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
 אורכי הקטעים הם: $AM = 3$ ס"מ, $BM = 10$ ס"מ, $CM = 6$ ס"מ, $DM = 5$ ס"מ.
 א. הוכח כי: $\triangle AMC \sim \triangle BMD$.
 ב. האם $AC \parallel BD$? נמק.
 ג. מצא את אורכו של AC
 אם נתון כי BD שווה ל-14 ס"מ.

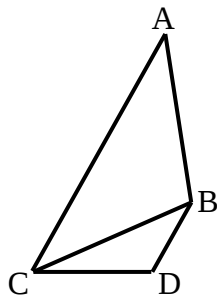


- 37** לפניך משולש ABC.
 מעבירים את הקטע DE אשר יוצר את הגדלים הבאים:
 $AD = 4$ ס"מ, $BD = 11$ ס"מ, $AE = 5$ ס"מ, $CE = 7$ ס"מ.
 א. הוכח כי: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.
 ב. הוכח כי את המרובע BCED אפשר לחסום במעגל.

משפט דמיון צ.צ.צ.:

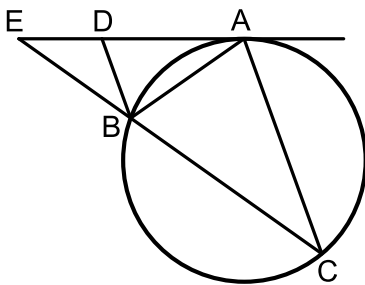


- (38) בסרטוט שלפניך רשומים שני משולשים. אורכי צלעותיהם נתונים בתרשים (בס"מ).
א. הוכח כי המשולשים דומים ורשום את הדמיון עפ"י הקדקודים.
ב. רשום את הזוויות השוות בשני המשולשים.

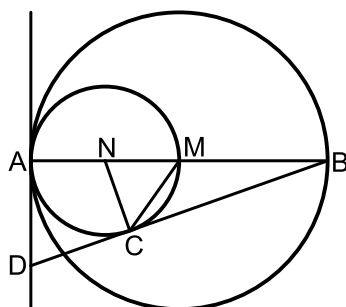


- (39) נתונים המשולשים ABC ו-BDC. ידוע כי: $AB = 10$ ס"מ, $AC = 16$ ס"מ, $BC = 5$ ס"מ, $DC = 4$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.
א. הוכח כי שני המשולשים דומים ורשום אותם לפי סדר התאמת קדקודיהם.
ב. הוכח כי: $AC \parallel BD$.

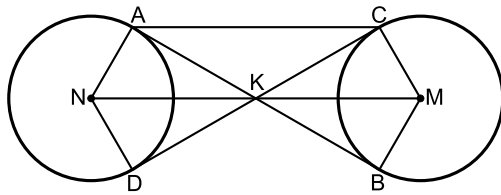
שוונות – דמיון משולשים:



- (40) מעבירים משיק AE למעגל הנתון באיור. מנקודת ההשקה מעבירים את המיתרים AB ו-AC כך שנוצר המשולש ABC. ידוע כי: $\widehat{AC} = \widehat{BC}$. המשך המיתר BC נפגש עם המשיק בנקודה E. המיתר AB חוצה את זווית CBD.
א. הוכח כי הקטע BD מקביל למיתר AC.
ב. הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ וכתוב את יחס הדמיון.
ג. הוכח: $\frac{DE}{BE} = \frac{BD}{AB}$.

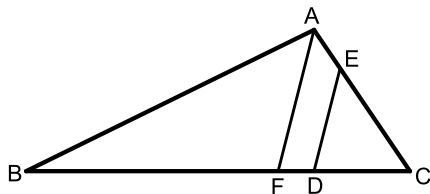


- (41) המעגלים שמרכזם בנקודות M ו-N משיקים זה לזה מבפנים בנקודה A כך שהיקף המעגל הפנימי עובר בנקודה M. דרך הנקודה A מעבירים משיק. AB הוא קוטר במעגלים ו-C היא נקודה הנמצאת על היקף המעגל הפנימי כך שהישר החותך BD משיק למעגל הפנימי בנקודה זו.
א. הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle CBN$ וחשב את יחס הדמיון.
ב. נתון כי: $AD = \sqrt{8}$. חשב את רדיוס המעגל הגדול.
ג. הוכח: $2CD = BC$.

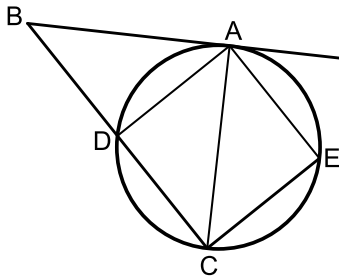


- 42 נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה M ו-N. מעבירים שני משיקים למעגלים AB ו-CD הנחתכים בנקודה K. מעבירים את הרדיוסים AN ו-DN במעגל השמאלי ו-BM ו-CM במעגל הימני.
- א. הוכח: $KN = KM$.

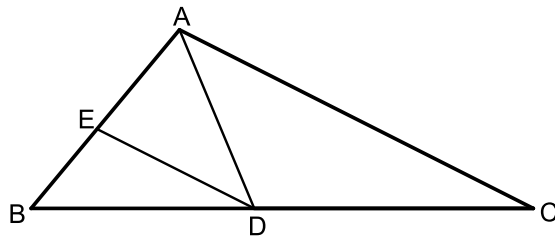
- ב. הוכח כי המרובע ACMN הוא טרפז שווה שוקיים.
- ג. רדיוס המעגלים הוא R וידוע כי המשולש BKC הוא שווה צלעות. הבע באמצעות R את היקף הטרפז ACMN.



- 43 על הצלעות של המשולש ABC הקצו את הנקודות D ו-E כך שהמרובע AEDB הוא בר חסימה. הנקודה D מחלקת את הצלע BC כך שהקטע BD גדול פי 3 מהקטע DC.
- א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle DEC$.
- ב. נתון גם כי $AC \cdot CE = 36$. חשב את אורך הקטע DC.
- ג. מעבירים מהקודקוד A את הקטע AF המקביל לקטע DE. נתון כי $AC = 9$. חשב את היחס: $\frac{DF}{BC}$.



- 44 הקטע AB משיק למעגל בנקודה A. מהנקודה B מעבירים ישר חותך למעגל החותך אותו בנקודות C ו-D. E היא נקודה על המעגל כך ש- $\angle AEC = 90^\circ$. נתון כי המיתר AC חוצה את זווית BCE.
- א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle EAC$.
- ב. נסמן ב-R את רדיוס המעגל. הוכח: $R = \frac{\sqrt{BC \cdot CE}}{2}$.
- ג. איזה מרובע יהיה המרובע ADCE אם יתקיים: $2CE = BC$. נמק.



45 במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות BC ו-AB בהתאמה.

נתון כי: $\angle ADC = \angle BED$, $DE \parallel AC$.

א. הוכח: $AD \cdot BD = AB \cdot DE$.

ב. ידוע כי הנקודה D מחלקת

את הצלע BC באופן הבא: $\frac{BD}{DC} = \frac{4}{5}$

וכי: $AD \cdot BD = 16$. חשב את המכפלה: $AB \cdot AC$.

46 מהנקודה C של המשולש BCD מעבירים את הקטע AC כך שהמשולש ACD

הוא שווה שוקיים ($AC = AD$).

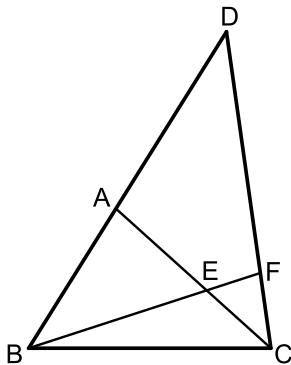
הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שמתקיים

$\angle D = \angle CBF$, $3 \cdot \angle ACD = \angle BEC$.

א. הוכח כי הקטע BF חוצה את זווית B.

ב. הוכח כי: $\triangle AEB \sim \triangle FEC$.

ג. הוכח כי: $\frac{BE}{BC} = \frac{AE}{FC}$.



תשובות סופיות:

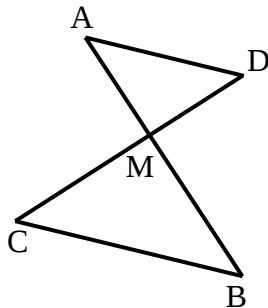
- (28) שאלת הוכחה.
 (29) שאלת הוכחה.
 (30) שאלת הוכחה.
 (31) שאלת הוכחה.
 (32) 12.5 ס"מ.
 (33) 5 ס"מ.
 (34) א. שאלת הוכחה.
 (35) א. שאלת הוכחה.
 (36) א. שאלת הוכחה.
 (37) א. שאלת הוכחה.
 (38) א. $\triangle ABC \sim \triangle FED$
 (39) א. $\triangle ABC \sim \triangle CDB$
 (40) א. שאלת הוכחה.
 (41) א. שאלת הוכחה.
 (42) א. שאלת הוכחה.
 (43) א. שאלת הוכחה.
 (44) א. שאלת הוכחה.
 (45) א. שאלת הוכחה.
 (46) א. שאלת הוכחה.
- ב. 3.2 ס"מ.
 ב. לא.
 ג. 8.4 ס"מ.
 ב. שאלת הוכחה.
 ב. $\angle A = \angle F, \angle B = \angle E, \angle C = \angle D$.
 ב. שאלת הוכחה.
 ג. שאלת הוכחה.
 ג. שאלת הוכחה.
 ג. $9R$.
 ג. $\frac{DF}{BC} = \frac{5}{16}$.
 ג. ריבוע.
 ג. שאלת הוכחה.
- ב. שאלת הוכחה.
 ב. 4 ס"מ.
 ב. שאלת הוכחה.
 ב. 3 ס"מ.
 ב. שאלת הוכחה.
 ב. $AB \cdot AC = 36$.
 ב. שאלת הוכחה.

יחסים בין גדלים שונים ושטחים במשולשים דומים:

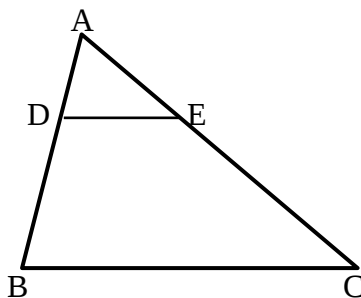
שאלות:

(47) הוכח את חלקי המשפט הבאים:

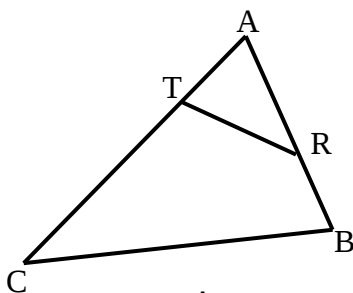
- גבהים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.
- תיכונים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.
- היקפים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.



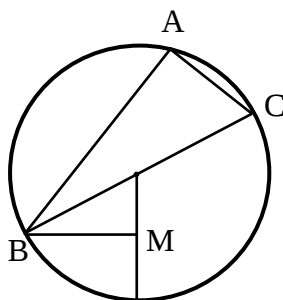
- (48)** הקטעים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.
נתון כי: $AD \parallel BC$ וכן נתונים הגדלים הבאים:
 $AD = 4$ ס"מ, $BC = 6$ ס"מ, $S_{ADM} = 36$ סמ"ר.
א. הוכח כי: $\triangle AMD \sim \triangle BMC$.
ב. חשב את שטח המשולש MBC.



- (49)** במשולש ABC הקטע DE מקביל לצלע BC.
נתון: $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$ וכי: $S_{ADE} = 20$ סמ"ר.
א. חשב את שטח המשולש ABC.
ב. חשב את שטח המרובע DECB.



- (50)** בסרטוט שלפניך נתון משולש ABC ובו קטע RT
כך שמתקיימים האורכים הבאים:
 $AR = 6$ ס"מ, $AT = 4$ ס"מ, $BR = 4$ ס"מ, $S_{ABC} = 100$ סמ"ר.
מצא את שטח המרובע RTCB.



- (51)** המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
הצלע BC היא קוטר המעגל.
הקטע BM מאונך לרדיוס DO.
נתון: $AC = 2OM$.
א. הוכח: $\widehat{AB} = 2\widehat{BD}$.
ב. חשב את היחס: $\frac{S_{ABOM}}{S_{ABAC}}$.

(52) נתון משולש ABC. על הצלע AB של המשולש ABC

בונים משולש שווה צלעות ABD.

הצלע AC חותכת את הצלע BD בנקודה E

אשר ממנה מעבירים ישר EF המקביל לצלע BC.

נתון כי: $\angle DBC = 80^\circ$, $\angle DCB = 40^\circ$.

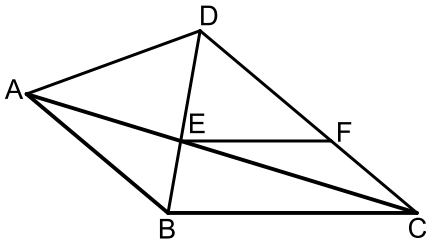
א. הוכח כי המשולשים ABE ו-CDE דומים.

ב. הוכח: $FC \cdot CE = AE \cdot DF$.

ג. נתון כי: $BC = 1.5 \cdot EF$.

הוכח: $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$.

ד. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}}$.



(53) נתון משולש ABC. על הצלע BC של המשולש ABC

בונים משולש נוסף BDC.

הצלעות DC ו-AB נחתכות בנקודה M.

הצלע AB חוצה את זווית B וידוע

כי: $2\angle ACD = \angle B$.

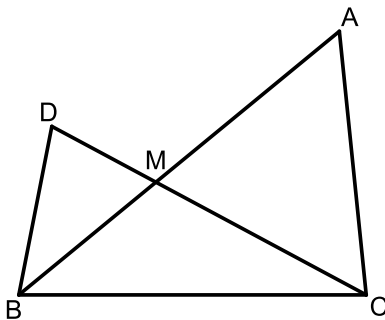
א. הוכח: $\triangle ACM \sim \triangle DBM$.

ב. הוכח: $\frac{AC}{BC} = \frac{AM}{CM}$.

ג. נתון כי: $\frac{AM}{CM} = \frac{8}{5}$ וכי אורך הצלע BD הוא 6 ס"מ.

סכום הצלעות AC ו-BC הוא 19.5 ס"מ.

חשב את היחס: $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}}$.



(54) המרובע ABCD הוא טרפז, $(AB \parallel CD)$.

מעבירים את קטע האמצעים EF החותך

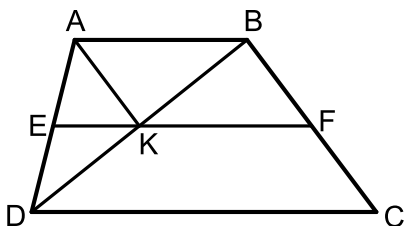
את אלכסון הטרפז BD בנקודה K.

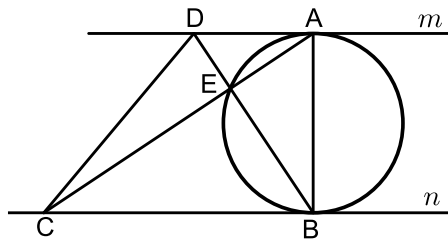
ידוע כי הקטע AK מקביל לשוק BC של הטרפז.

א. הוכח כי המרובע ABFK הוא מקבילית.

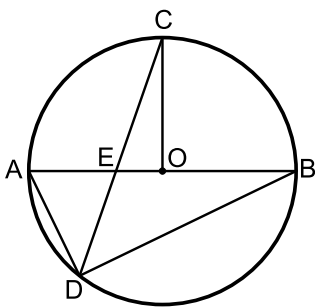
ב. נסמן: $S_{BKF} = S$.

הבע באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.





55) בין המשיקים המקבילים m ו- n מעבירים מעגל כך ש-AB הוא הקוטר היוצא משתי נקודות ההשקה שלהם. הנקודות D ו-C נמצאות על המשקי המשיקים כך שהמרובע ABCD הוא טרפז. אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה E שנמצאת על היקף המעגל. ידוע כי: $S_{ABC} = 3 \cdot S_{DAB}$. שטח המשולש ADE יסומן ב- S . בטא באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.

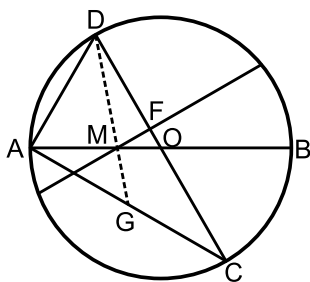


56) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
 מהנקודה C שעל היקף המעגל מעבירים את הרדיוס CO
 ואת המיתר CD החותך את הקוטר בנקודה E.
 מהנקודה D מעבירים את המיתרים BD ו-AD.
 ידוע כי המיתר CD מקיים : $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE}$
 נתון : $AD = DE$.

א. הוכח כי הרדיוס CO מאונך לקוטר AB.
 ב. הוכח: $\Delta COE \sim \Delta BDA$.
 ג. נתון כי: $BD = 9\sqrt{2 + \sqrt{2}} \approx 16.63$ ס"מ.
 i. חשב את אורכו של רדיוס המעגל.

ii. $\frac{S_{COE}}{S_{BDA}}$: חשב את היחס:

(שים לב, הינך יכול להשאיר $\sqrt{2}$ בתשובתך הסופית).



(57) AB ו-CD הם קטרים במעגל שמרכזו O.
 מעבירים מיתר החותך את AB בנקודה M
 כך שמתקיים: $2AM = BM$ ואת CD
 בנקודה F כך שמתקיים: $FM \perp CD$.
 ידוע כי זווית BMF היא 30° .
 מעבירים את המיתרים AC ו-AD כך
 שנוצר המשולש ACD.

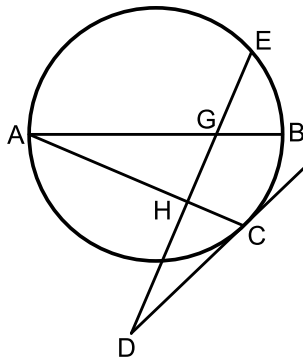
א. הוכח: $\angle CAB = \angle BMF$.

ב. i. הוכח כי המשולשים ADC ו-FOM דומים.

ii. פי כמה קטן הקטע FO מרדיוס המעגל?

ג. מעבירים מהקודקוד D של המשולש ACD

קטע העובר דרך הנקודה M וחותך את המיתר AC בנקודה G.
חשב פי כמה גדול שטח המשולש DGC משטח המשולש MOF.



(58) AB הוא קוטר במעגל.

מהנקודה A מעבירים מיתר AC.

הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל וממנה מעבירים

משיק CD וישר חותך DE.

ידוע כי הישר DE חותך את הקוטר AB

בנקודה G ומאונך למיתר AC בנקודה H.

א. הוכח: $\angle ACD = \angle BGE$.

ב. נתון כי: $\frac{S_{AHG}}{S_{GHCB}} = \frac{4}{5}$. חשב את היחס: $\frac{AH}{AC}$.

תשובות סופיות:

(47) שאלת הוכחה.

(48) א. שאלת הוכחה.

ב. 81 סמ"ר.

(49) א. 125 ס"מ.

ב. 105 סמ"ר.

(50) 84 סמ"ר.

(51) א. שאלת הוכחה.

ב. $\frac{S_{ABOM}}{S_{ABAC}} = \frac{1}{4}$.

(52) א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

ג. שאלת הוכחה.

ד. $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{1}{4}$.

(53) א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

ג. $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}} = 0.8$.

(54) א. שאלת הוכחה.

ב. 6S.

(55) 16S.

(56) א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

ג. i. $R = 9$.

ii. $\frac{S_{COE}}{S_{BDA}} = \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$.

(57) א. שאלת הוכחה.

ב. i. שאלת הוכחה.

ii. קטן פי 6.

ג. שטח המשולש DGC גדול פי 18 משטח המשולש MOF.

(58) א. שאלת הוכחה.

ב. $\frac{AH}{AC} = \frac{2}{3}$.

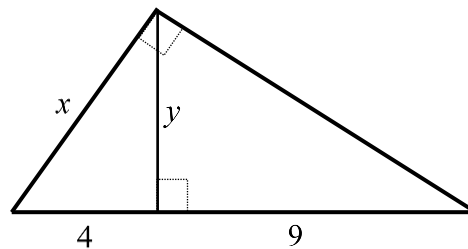
פרופורציה במשולש ישר זווית:

סיכום כללי:

- במשולש ישר זווית, הגובה ליתר בריבוע שווה למכפלת היטלי הניצבים על היתר.
- במשולש ישר זווית, ניצב בריבוע שווה למכפלת היתר והיטל הניצב על היתר.
- (משפט הפוך ל-1) אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

שאלות:

(59) מצא את ערכם של x ו- y בשרטוט הבא:



(60) במשולש ישר זווית שאורכי ניצביו m ו- n נתון כי אורך הגובה ליתר הוא h .

הראה שמתקיים: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}$ (אין צורך ברישום מסודר של הוכחה).

(61) הוכח את המשפט: אם במשולש גובה לצלע אחת בריבוע שווה למכפלת היטלי הצלעות האחרות על צלע זאת, המשולש ישר זווית.

תשובות סופיות:

(59) $y = 6$, $x = \sqrt{52}$

(60) שאלת הוכחה.

(61) שאלת הוכחה.

פרופורציות במעגל:

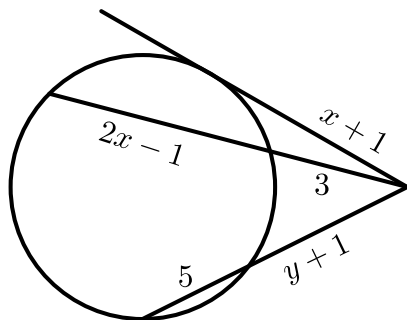
סיכום כללי:

- אם שני מיתרים נחתכים במעגל, אז מכפלת קטעי המיתר האחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

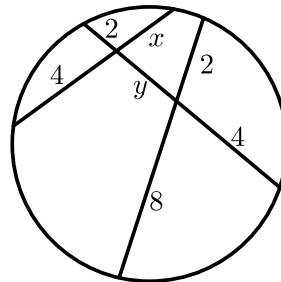
שאלות:

62) חשב את גודלם של x ו- y בשרטוטים הבאים:

ב.



א.



63) הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל, מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

64) הוכח את המשפט: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל, מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.

תשובות סופיות:

ב. $x = 5, y = 3$.

62) א. $x = 3, y = 2$

63) שאלת הוכחה.

64) שאלת הוכחה.