מכינה בפיזיקה קולג לנגרה בוונקובר

פרק 20 - גוף קשיח -

תוכן העניינים

הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי:

רקע:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$$

תנע זוויתי של גוף קשיח:

רקע:

תנ"ז של גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי , כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):

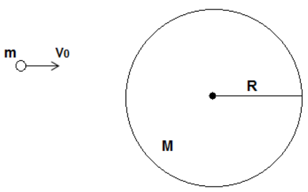
$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$$

תנ"ז של גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

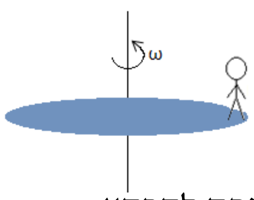
I - מומנט ההתמד ביחס לציר

שאלות:



1) **כדור מתנגש בדיסקה**

דסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחוברת באמצעות ציר העובר במרכזה לשולחן אופקי חסר חיכוך.
כדור פלסטלינה בעל מסה m נע במהירות V_0 לעבר הדסקה.
הכדור פוגע בדסקה משמאלה, ובמרחק d ממרכזה. הכדור נדבק לדסקה ושניהם מתחילים להסתובב יחדיו (סביב הציר במרכז הדסקה). הדסקה נמצאת במנוחה לפני הפגיעה וכוח הכובד אינו משפיע על הגופים (המערכת אופקית).
מצא את המהירות הזוויתית בה יסתובבו הגופים לאחר הפגיעה.



2) **אדם קופץ מדיסקה**

נתונה דסקה בעלת רדיוס R המסתובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית קבועה ω. בקצה הדסקה עומד איש נקודתי ומסתובב ביחד עם הדסקה. ברגע מסוים האיש קופץ מהדסקה ונתון כי מהירותו מיד לאחר הקפיצה היא V_0 בכיוון הרדיאלי, ביחס לקרקע.
מצא את המהירות הזוויתית של הדסקה לאחר הקפיצה אם נתונים מסת האיש m ומסת הדסקה M.

תשובות סופיות:

1) $\omega=\frac{mv_0d}{I}$

2) $\omega'=\frac{\left(\frac{1}{2}M+m\right)\omega_0}{\frac{1}{2}M}$

אנרגיה סיבובית של גוף קשיח:

רקע:

אנרגיה קינטית סיבובית סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) העובר במרכז המסה:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) כלשהו*:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} I_o \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$$

I_o - מומנט ההתמד ביחס לציר

$\vec{v}_0$ - היא מהירות הציר

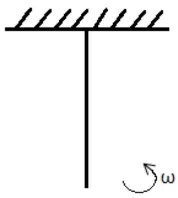
$\vec{r}_{c.m.,o}$ - מיקום מרכז המסה ביחס לציר

*השימוש בנוסחה מאוד נדיר

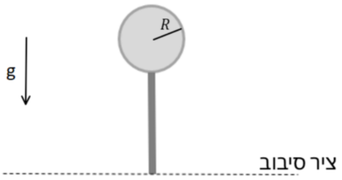
שאלות:

1) מוט מסתובב

מוט באורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעותציר ויכול להסתובב.
למוט מהירות זוויתית התחלתית ω.
מהי הזווית המקסימאלית אליה יגיע המוט?



2) דיסקה מחוברת למוט נופלת ממצב אנכי



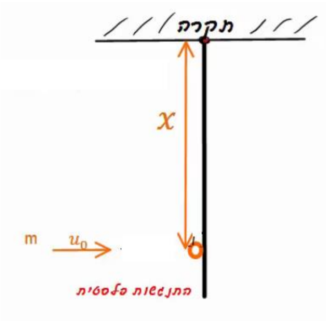
גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך L ומסה M המחובר בקצה אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה m המפולגת באופן אחיד ורדיוס R.

בקצה השני, המוט מחובר לציר אופקי.

המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר).

הגוף מתחיל מהמצב המתואר באיור (מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף. מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר יגיע לנקודה הנמוכה ביותר?

3) כדור פוגע במוט שתלוי מהתקרה (כולל תנז)



כדור בעל מסה m פוגע במוט שתלוי מהתקרה במרחק x מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך L ובעל מסה M. מהירותו ההתחלתית של הכדור היא μ_0 והוא מתנגש פלסטית עם המוט.

א. מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?

ב. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט?

ג. מצא x כך שהכוח שמפעילה התקרה על המוט יתאפס.

תשובות סופיות:

1) $\cos\theta = 1 - \frac{L\omega_0^{\ 2}}{3g}$

2) $\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg\left(L+R\right)}{\frac{ML}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m\left(L+R\right)^2}}$

3) א. $\omega = \frac{mv_0x}{mx^2 + \frac{ML^2}{3}}$

ב. $\cos\theta = 1 - \frac{I\omega^2}{\left(M+m\right)gx_{c.m}}$ כאשר: $I = \frac{Ml^2}{3} + mx^2$, $x_{c.m} = \frac{M\frac{L}{2} + mx}{M+m}$

ו- ω מצאנו בסעיף א'.

ג. $mu_0 = M\frac{L}{r} + mx$

ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה:

רקע:

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

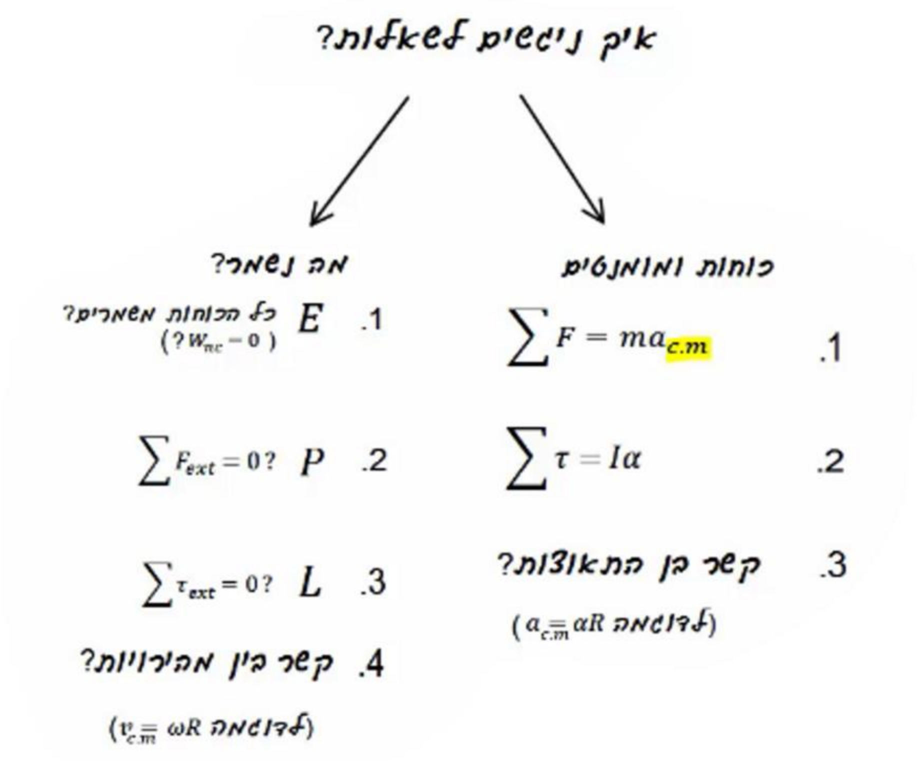
תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

כל הנוסחאות זהות בהחלפת אותיות

גלגול ללא החלקה:
מהירות הנקודה שנוגעת במשטח שווה לאפס

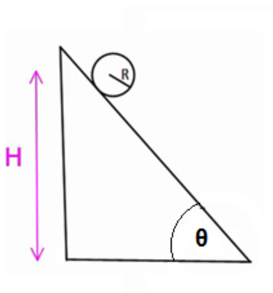
$$v_{c.m.} = \omega R$$
$$a_{c.m.} = \alpha R$$

בגלגול ללא החלקה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.



שאלות:

1) דוגמה - כדור על מדרון משופע

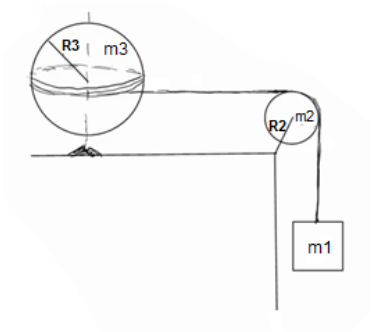


כדור בעל רדיוס R מונח בגובה H על מדרון משופע בעל זווית α. הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה.

א. מצאו את מהירות הכדור בתחתית המדרון.

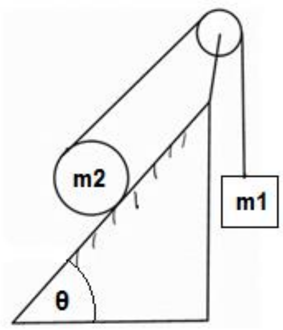
ב. מצאו את תאוצת הכדור.

2) גלובוס



גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן.
מלפפים חוט סביב מרכז הגלובוס (סביב קו המשווה) והחוט ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לא אידיאלית למסה תלויה m_1.
נתונים גם: m_2 ו- R_2 מסה ורדיוס הגלגלת, m_3 ו- R_3 מסה ורדיוס הגלובוס.
המערכת מתחילה ממנוחה.
מצא את תאוצת כל הגופים, קווית וזוויתית ואת המתיחות בחוט.

3) יויו במישור מחובר למסה



יויו (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה m_2 ורדיוס R מונח על מישור משופע בעל זווית θ.
החוט של היויו מחובר דרך גלגלת אידיאלית למסה m_1.
נתון כי היויו מתגלגל ללא החלקה על המישור וכי קיים חיכוך בין היויו למישור.

א. מצא לאן תנוע המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.

ב. מצא את תאוצות הגופים וגודל כוח החיכוך.

4) מוט אופקי נופל

מוט בעל מסה M (צפיפות אחידה) ואורך L תלוי בקצהו לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה.
משחררים את המוט ממצב אופקי.

א. מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכז המסה של המוט ברגע השחרור.

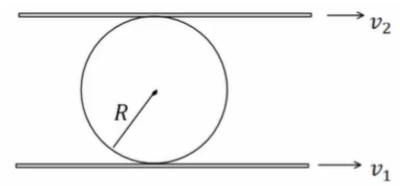
כעת המוט נופל עד להגיעו למצב מאונך לקרקע.

ב. מצא את הכוח שמפעיל הציר שמחבר את המוט לקיר על המוט, ברגע השחרור.

ג. מצא את המהירות הזוויתית של המוט ברגע זה (כשהוא מאונך לקרקע).

ד. חזור על סעיפים א' ו-ב' עבור רגע זה.

5) משטח מלמעלה ומשטח מלמטה



כדור בעל רדיוס R לחוץ בין שני משטחים נעים.
המשטח מתחת לכדור נע במהירות v_1 והמשטח מעליו נע במהירות v_2.

א. מהי מהירות מרכז המסה של הכדור אם ידוע שהוא מתגלגל ללא החלקה ביחס לשני המשטחים?

ב. חזור על סעיף א' אם המשטח העליון נע בכיוון ההפוך.

תשובות סופיות:

1) א. $\mathrm{mgH} = \frac{1}{2}\mathrm{mv_{c.m.}}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\mathrm{mR}^2\right)\left(\frac{\mathrm{v_{c.m.}}}{\mathrm{R}}\right)^2$ ב. $a = \frac{5}{7}\mathrm{g}\sin\theta$

2) ראה סרטון.

3) ראה סרטון.

4) א. $\alpha = \frac{3}{2}\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{L}}$, $a_x = a_r = 0$, $a_{c.m.} = \frac{3}{4}\mathrm{g} = a_y$ ב. $\sum \mathrm{F}_x = \mathrm{m}a_{x_{c.m.}}$, $\sum \mathrm{F}_y = \mathrm{m}a_{y_{c.m.}}$

ג. $\mathrm{mg}\frac{\mathrm{L}}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{I}\omega^2$

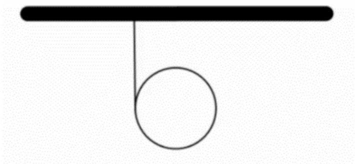
ד. $\alpha=0$, $a_y = a_r = -\omega^2\frac{\mathrm{L}}{2}$, $a_\theta = 0 = a_{x_{c.m.}}$, $\sum \mathrm{F}_x = \mathrm{m}a_{x_{c.m.}}$, $\sum \mathrm{F}_y = \mathrm{m}a_{y_{c.m.}}$

5) א. $\mathrm{v_{c.m.}} = \frac{\mathrm{v_1}+\mathrm{v_2}}{2}$ ב. $\mathrm{v_{c.m.}} = \frac{\mathrm{v_1}-\mathrm{v_2}}{2}$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) חישוק מתגלגל מחבל

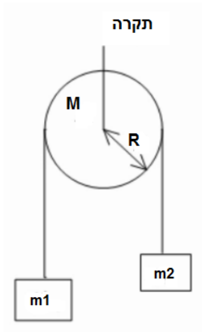


חבל מלופף סביב חישוק בעל רדיוס R ומסה m.
(החבל מחובר לתקרה).

א. מהי תאוצת מרכז המסה של החישוק?

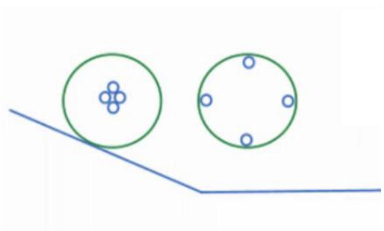
ב. לאחר כמה זמן ירד החישוק גובה של h אם התחיל תנועתו ממנוחה?

2) מסות וגלגלת



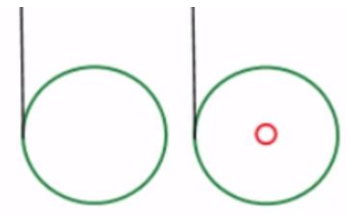
שתי מסות שונות m_2 , m_1 תלויות משני הצדדים
של גלגלת לא אידיאלית המקובעת במרכזה.
המסות משוחררות ממנוחה.
מצא את תאוצת המסות אם נתון:
M מסת הגלגלת, R רדיוס הגלגלת
וכי החוט אינו מחליק על הגלגלת.

3) שתי דיסקות שונות במדרון



בגן המדע שבמכון ויצמן יש שתי דסקות קלות
אליהן מודבקות 4 מסות כבדות כמתואר בשרטוט.
את הדסקות מניחים על שני מדרונים ובודקים מי
תנוע בהגיעה למישור מהר יותר.
הסבר כיצד ניתן לחשב מהירות זו על פי נתוני המערכת.

4) שני חישוקים מתגלגלים מחבל



חישוק בעל מסה m ורדיוס R תלוי מחבל המלופף סביבו.

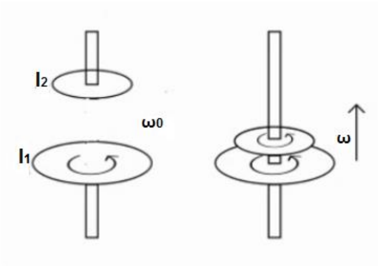
א. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h?
מה תהיה תאוצתו? כמה זמן תארך הנפילה?

חישוק אחר חסר מסה בעל רדיוס R מכיל מסה נקודתית
במרכזו בעלת מסה m.

ב. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h?

ג. מה תהיה מהירותו אם החבל יהיה ללא חיכוך?

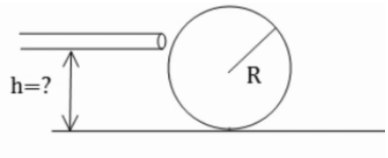
5) מצמד



בכלי עבודה רבים קיים מנגנון הקרוי מצמד (קלאץ').
תפקיד המצמד הוא להעביר את הכוח המניע אל החלק המונע בצורה הדרגתית (למשל להעביר את כוח המנוע ברכב אל הגלגלים מבלי לגרום לתנועה פתאומית בגלגלים).
המצמד מופעל ע"י הצמדת דסקה מסתובבת אל דסקה נייחת והעברת אנרגיה מזו לזו בעזרת כוח החיכוך.
לפניך מצמד הבנוי משתי דסקות בעלות מומנט התמד שונה.
הדסקה התחתונה מסתובבת במהירות התחלתית נתונה.
בשלב מסוים הדסקה העליונה מונחת על הדסקה התחתונה ובעזרת כוח המשיכה וכוח החיכוך מתחילה לנוע בעצמה עד ששתי הדיסקות ינועו ביחד.

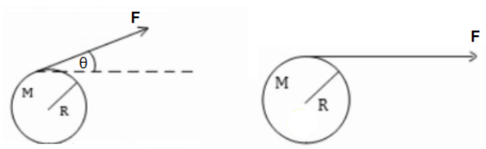
א. מצא את המהירות הסופית של הדיסקות.
ב. כמה אנרגיה אבדה בתהליך זה?

6) מכה בכדור ללא החלקה



כדור סנוקר ברדיוס R נמצא במנוח על שולחן ללא חיכוך (חיכוך נמוך מאוד).
מצא באיזה גובה מעל תחתית הכדור יש לתת מכה אופקית עם המקל כך שהכדור יתגלגל ללא החלקה.
מומנט ההתמד של הכדור הוא: $I_{c.m}=\frac{2}{5}mR^2$
הדרכה: ערוך תרשים כוחות ונתח את הבעיה בשלב המכה עצמה.

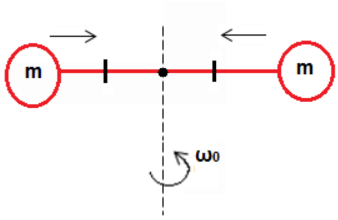
7) חוט מושך דיסקה ללא החלקה - תרגיל פשוט



חוט מלופף מסביב לגליל המונח על מישור שאינו חלק. רדיוס הגליל הוא R ומסתו M.
כוח F נתון מושך את הגליל.
מצא את תאוצת הגליל במקרים הבאים אם ידוע שהגליל מתגלגל ללא החלקה:

א. הכוח פועל בכיוון אופקי.
ב. הכוח פועל בזווית θ ביחס לאופק וידוע שהגליל אינו מתרומם.
ג. מה כיוון החיכוך בכל מקרה?

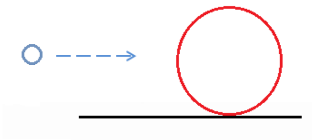
8) מחליקה על קרח סוגרת ידיים



מחליקה על הקרח מסתובבת במהירות w_0 .
המחליקה בעלת מסה זניחה אך היא מחזיקה
מסה m בכל יד.
הידיים פרוסות לצדדים ואורך כל יד l .
לפתע המחליקה סוגרת את ידיה לחצי מאורכן המקורי.

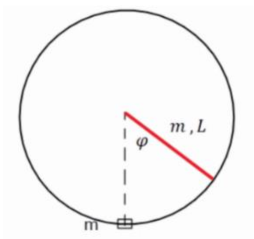
א. מה תהיה מהירות הסיבוב החדשה?
ב. כמה אנרגיה הושקעה בתהליך?

9) גלגול עם החלקה



אל עבר דסקה בעלת מסה M ורדיוס R נורה
קליע בעל מסה m במהירות v .
הדסקה מונחת על מישור בעל מקדם חיכוך נתון.
מצא כמה זמן תימשך ההחלקה.

10) מוט משוחרר בזווית פוגע במסה



מוט המחובר לציר משוחרר ממנוחה מזווית נתונה.
כשהמוט מגיע לנקודה הנמוכה ביותר הוא פוגע במסה
ודוחף אותה במהירות לא ידועה לעבר מסילה מעגלית.
נתון כי הקצה התחתון של המוט נע מיד לאחר ההתנגשות
במהירות משיקית u .

א. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט לאחר הפגיעה?
ב. מהי מהירות המסה מיד לאחר הפגיעה?
ג. מהו הכוח אותו מפעילה המסילה על המסה מיד לאחר ההתנגשות?

11) צמד לוליינים בטרפז

בקרקס ישנו מכשיר הקרוי טרפז. על הטרפז נתלה לוליין
המחזיק בידיו לוליין אחר. נתון כי צמד הלוליינים התחילו
את תנועתם ממנוחה במצב מאוזן וניתקו ידיהם במצב מאונך.
הניחו כי אורך כל לוליין l ומסתו m .
לאחר הניתוק הלוליין המנותק סוגר את גופו לחצי מאורכו.

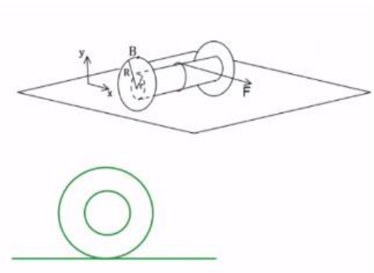
א. מהי המהירות הזוויתית ברגע הניתוק?
ב. מהי המהירות הזוויתית של הלוליין המנותק מיד לאחר הניתוק ולפני שסגר את גופו?
ג. מהי המהירות הזוויתית לאחר שסגר את גופו?

12) מוט מתגלש - מציאת מהירות

מוט בעל מסה m ואורך l מונח על רצפה וקיר חלקים בזווית נתונה θ_0. מיד לאחר שהניחו את המוט, המוט מתחיל להחליק עד הפגיעה ברצפה. אין חיכוך בין המוט לקיר או לרצפה. מצאו את מהירות מרכז המסה של המוט בזמן פגיעתו ברצפה.

13) יויו מתגלגל (חוט מלמעלה)

יויו מורכב מגליל ברדיוס r ומסה m. משתי צידי הגליל מחוברות דסקות ברדיוס $R > r$ ומסה M כל אחת. סביב הגליל ובמרכזו מלופף חוט. היויו מונח על משטח לא חלק ומושכים את החוט בכוח F קבוע בכיוון ציר ה-x.



נתון כי היויו מתחיל את תנועתו ממנוחה וכי הוא מתגלגל ללא החלקה (היויו זז בציר ה-x).
כמו כן כל אות בגוף השאלה נתונה.

א. מהו מומנט ההתמד של היויו?

ב. מהי תאוצת מרכז המסה של היויו?

ג. מהו מיקום היויו כפונקציה של הזמן?

ד. הנקודה B נמצאת על קצה הגלגל ובדיוק מעל מרכזו ב-$t = 0$.
מצא את מיקום הנקודה כתלות בזמן.

14) עיפרון נופל*

עיפרון באורך L ניצב אנכית על משטח.
ברגע מסוים הוא מתחיל ליפול ימינה.
כאשר הזווית בינו לבין האנך למשטח מגיעה ל-θ_1 העיפרון מתחיל להחליק.

א. עבור זוויות θ שבהן עדיין אין החלקה $\theta < \theta_1$.

i. מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון ω.

ii. מצאו את התאוצה הזוויתית של העיפרון α.

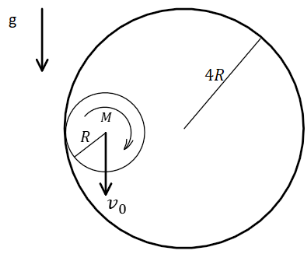
iii. מצאו את התאוצה הקווית של מרכז המסה של העיפרו

iv. מצאו את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך.

v. מצאו את הכוח הנורמלי.

ב. מצאו את מקדם החיכוך הסטטי μ_s.

15) גליל בתוך גליל*



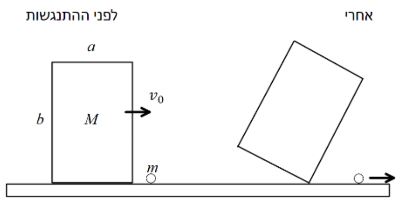
גליל מלא ברדיוס R ומסה M המפולגת אחידה מתגלגל ללא החלקה בתוך גליל גדול ודק שרדיוסו $4R$.
הגליל הגדול מקובע במקומו.

א. נתון שמהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בגובה מרכז הגליל הגדול ובדרכו מטה היא v_0. מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך הפועל על הגליל בנקודה זו? ומהו התנאי על v_0 כך שיתאפשר גלגול ללא החלקה אם מקדם החיכוך μ_s נתון?

ב. מהי מהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בתחתית הגליל הגדול?

ג. כאשר הגליל הקטן נמצא בתחתית הגדול, פוגע בו קליע נקודתי, גם הוא בעל מסה M הנע ישר כלפי מטה. הקליע נדבק לשפת הגליל בדיוק מעל מרכזו ונע עמו (זמן ההתנגשות קצר מאוד וניתן להזניח את השפעת החיכוך עם הגליל הגדול בהתנגשות).
שים לב שלאחר הפגיעה הגלגול כבר לא חייב להיות ללא החלקה.
מצא את מהירות מרכז הגליל (לא מרכז המסה) לאחר הפגיעה.

16) תיבה מתנגשת באבן*

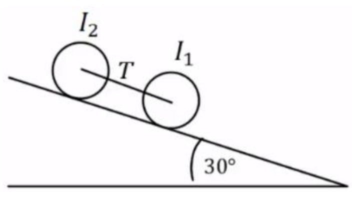


תיבה דו מימדית בגודל $a \times b$ ומסה M נעה על משטח אופקי חלק במהירות v_0.
ברגע מסוים התיבה מתנגשת התנגשות אלסטית באבן עם מסה m הנמצאת במנוחה על המשטח.
כתוצאה מההתנגשות התיבה ממשיכה בתנועה ימינה אך גם מתחילה להסתובב.
ניתן להניח שהפינה הימנית תחתונה של התיבה כל הזמן נוגעת בקרקע.

א. מה התנאי על v_0 כך שהתיבה לא תתהפך?

ב. מה קורה לתנאי של סעיף א' אם $a << b$?

17) שני גלילים מחוברים בחוט על מדרון משופע*



שני גלילים בעלי מסה $m = 3kg$ ורדיוס $R = 20 c.m$ כל אחד, מחוברים בחוט אידיאלי ומתגלגלים יחד ללא החלקה במורד מדרון. זווית המדרון היא $30°$.
התפלגות המסה של הגלילים אינה אחידה ומומנטי ההתמד שלהם סביב מרכז המסה נתונים: $I_2 = 90 kg \cdot cm^2$, $I_1 = 50 kg \cdot cm^2$.
מהי המתיחות בחוט המחבר בין הגלילים?

תשובות סופיות:

1) א. $a=\frac{g}{2}$ ב. $t=\sqrt{\frac{4h}{g}}$

2) $a=\frac{(m_1-m_2)g}{\frac{1}{2}M+m_1+m_2}$

3) ראה סרטון.

4) א. $t=\frac{1}{2}\left(\frac{g}{2}\right)t^2$, $a=\frac{g}{2}$, $mgh=mv^2$ ב. $mgh=\frac{1}{2}mv'^2$ ג. נפילה חופשית.

5) א. $\omega_1=\omega_0\frac{I_1}{I_1+I_2}$ ב. $\Delta E=\frac{1}{2}I_1\omega_0^2-\frac{1}{2}(I_1+I_2)\omega_1^2$

6) $h=\frac{2}{5}R$

7) א. $a=\frac{4}{3}\frac{F}{m}$ ב. $a=\frac{4}{3}\frac{F}{m}$ ג. $\frac{1}{3}F$, $F\frac{1}{3}(1+\cos\varphi)$

8) א. $\omega_1=\omega_0\cdot 4$ ב. $\Delta E=\frac{1}{2}I_1\omega_1^2-\frac{1}{2}I_0\omega_0^2$

9) ראה סרטון.

10) ראה סרטון.

11) א. $\sqrt{\frac{g}{6l}}$ ב. אין שינוי. ג. $\sqrt{\frac{8g}{3l}}$

12) $\sqrt{\frac{3}{4}gl\sin\theta_0}$

13) א. $I=2\frac{1}{2}MR^2+\frac{1}{2}mr^2$ ב. $F+\frac{Fr-I\frac{a}{R}}{R}=(m+2M)(a)$

ג. $x_{(t)}=\frac{1}{2}at^2$ ד. $B_x=\frac{1}{2}at^2+R\sin\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)$, $B_y=R\cos\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)$

14) א.i. $\omega=\sqrt{3\frac{g}{L}(1-\cos\theta)}$ ii. $\alpha=\frac{3g}{2L}\sin\theta$ iii. $\vec{a}=-\omega^2 r\hat{r}+\alpha r\hat{\theta}$

iv. $\sum F_x=m(-a_r\sin\theta+a_\theta\cos\theta)$ v. $\sum F_y=m(-a_r\cos\theta-a_\theta\sin\theta)$

ב. $f_{s_{max}}(\theta_1)=\mu_s N(\theta_1)$

15) א. $f_s=\frac{mg}{3}$, $v_0\ge\sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}}$ ב. $v_1=\sqrt{v_0^2+4gR}$ ג. $v_0=\frac{1}{2}v_1$

16) א. $v_0 = \frac{\left[\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{I}{M}\right)\left(1+\frac{m}{M}\right)+\left(\frac{b}{2}\right)^2\right]\sqrt{g(2R-b)}}{b\sqrt{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{I}{M}\right)}}$

כאשר: $I = \frac{M}{12}(a^2+b^2)$ $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$

ב. $v_0 = 0$

17) $T \approx 0.22N$