

מתמטיקה א

פרק 2 - גבול של פונקציה

תוכן העניינים

1. הסבר כללי (ללא ספר)
2. הצבה 1
3. צמצום 2
4. הכפלה בצמוד 3
5. פונקציה שואפת לאינסוף 4
6. איקס שואף לאינסוף 5
7. הגבול של אוילר 7
8. גבול של פונקציה מפוצלת 8

הצבה

שאלה

חשבו את הגבולות הבאים :

א. $\lim_{x \rightarrow 4} x^2 + x + 1$

ב. $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x+1}{x+2}$

ג. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x+3}$

ד. $\lim_{x \rightarrow 100} 20$

תשובה

א. 21 ב. $\frac{11}{12}$ ג. 2 ד. 20

צמצום

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 - 50}{2x^2 + 3x - 35} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - x}{x - 1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - x}{x - 1} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{6x^2 - 5x + 1} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[5]{x} + 1}{x + 1} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 4x^2 + x - 4} \quad (9)$$

תשובות סופיות

-3 (5)	$n-1$ (4)	6 (3)	$\frac{10}{8.5}$ (2)	$\frac{5}{6}$ (1)
$\frac{1}{5}$ (10)	$\frac{8}{17}$ (9)	27 (8)	3 (7)	32 (6)

הכפלה בצמוד

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{x+6}}{2x-6} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - x} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}} + x - 1}{\sqrt[3]{x}} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x^2-1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{1 - \sqrt{2x-1}} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{\sqrt{x^2+x+2}+x} \quad (8)$$

תשובות סופיות

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{6} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \quad (9)$$

$$4 \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (6)$$

$$-\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (7)$$

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{8}{3} \quad (8)$$

פונקציה שואפת לאינסוף

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^2}{x-2} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4}{x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{(x-2)(x-5)} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2}{(2-x)^2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{1}{2} \ln(2-x) \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} ((\ln x)^2 + 2 \ln x - 3) \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \quad (11)$$

תשובות סופיות

$$\phi \quad (4)$$

$$-\infty \quad (3)$$

$$\phi \quad (2)$$

$$\phi \quad (1)$$

$$\phi \quad (8)$$

$$\infty \quad (7)$$

$$\infty \quad (6)$$

$$-\infty \quad (5)$$

$$\phi \quad (11)$$

$$1 \quad (10)$$

$$0 \quad (9)$$

X שואף לאינסוף

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2}{x^2 + 1000x} \quad (2)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^3 + 10x} \quad (4)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} \quad (6)$$
- $$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - 5x}}{x^3 - 2x^2 + 1} \quad (8)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-3}}{\sqrt{4x+1} - \sqrt{5x-1}} \quad (10)$$
- $$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{16^x + 4^{\frac{x+1}{2}}}{2^{4x+2} + 2^{x+3}} \quad (12)$$
- $$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 \cdot 9^x + 3^{x+1}}{81^{0.5x} + 3^{x+3}} \quad (14)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{3x^3 - 5x - 1}{x^3 - 2x^2 + 1} \right) \quad (16)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[5]{\frac{ax+1}{bx+2}} \quad (18)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + kx} - x) \quad (20)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x) \quad (22)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}) \quad (24)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x})^{\ln x} \quad (1)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^5 + 10x} \quad (3)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{2x + 10} - \frac{x}{2} \right) \quad (5)$$
- $$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} \quad (7)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^4 + 2x^2 + 6 + 27x^6}}{\sqrt{3x^3 + 10x + 4x^4}} \quad (9)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16^x + 4^{x+1}}{2^{4x+2} + 2^{x+3}} \quad (11)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 9^x + 3^{x+1}}{81^{0.5x} + 3^{x+3}} \quad (13)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x^2 + 2}{x^2 + 1000x}} \quad (15)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^4 + 10x}} \quad (17)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x) \quad (19)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x) \quad (21)$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + x^2 + 1} - x^2) \quad (23)$$

תשובות סופיות

- (1) 0 (2) $-\infty$ (3) 0 (4) -3 (5) -5 (6) 1 (7) -1 (8) -3 (9) 1.5 (10) $\frac{1-\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}}$ (11) $\frac{1}{4}$ (12) 0 (13) 4 (14) $\frac{1}{9}$ (15) 2 (16) $\ln 3$ (17) $e^{\frac{1}{3}}$ (18) אם $b \neq 0$: $\lim = \sqrt[5]{\frac{a}{b}}$ אם $b = 0, a > 0$: ∞ אם $b = 0, a < 0$: $-\infty$ (19) 2.5 (20) $\frac{k}{2}$ (21) $\frac{1}{2}$ (22) $-\frac{1}{2}$ (23) $\frac{1}{2}$ (24) $\frac{a-b}{2}$

הגבול של אוילר

שאלות

חשבו את הגבולות הבאים (היעזרו בגבול של אוילר: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^{x^2-1} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^x \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x+1}{x^2+x+4}\right)^{4x^2} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)^x \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+4x+1}{x^2+x+2}\right)^{10x} \quad (7)$$

תשובות סופיות

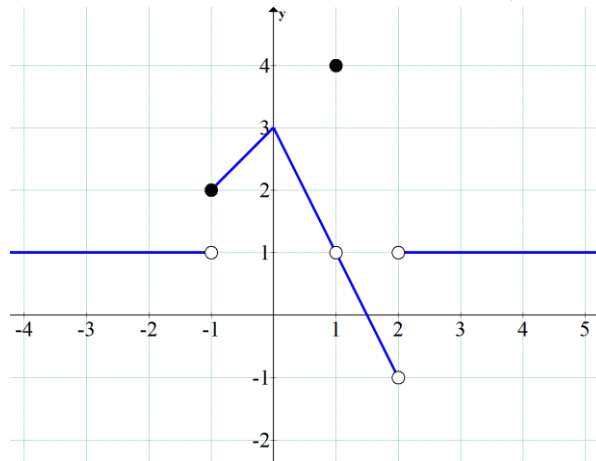
$$e^3 \quad (5) \quad e^{-1} \quad (4) \quad e^2 \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad e^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$e^{30} \quad (7) \quad e^{-12} \quad (6)$$

גבול של פונקציה מפוצלת

שאלות

(1) להלן גרף של פונקציה:



חשבו את הגבולות הבאים או הוכיחו שהם לא קיימים:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad 3. \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \quad \text{א.}$$

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} (3f - f^2) \quad 2. \lim_{x \rightarrow -1} (3f - f^2) \quad \text{ב.}$$

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{4-f} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1-f} \quad \text{ג.}$$

חשב את הגבול $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ של הפונקציות הבאות:

$$(a=1), f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} & x > 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & x < 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$(a=0), f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (3)$$

$$(a=\infty), f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (4)$$

$$(a = -\infty), f(x) = \frac{|x|}{x} \quad (5)$$

תשובות סופיות

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1, \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{א.} \quad 3. \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \text{א.} \quad (1)$$

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} (3f - f^2) = 2, \quad 2. \lim_{x \rightarrow -1} (3f - f^2) = 2 \quad \text{ב.}$$

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{4 - f(x)} = \frac{1}{3}, \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1 - f(x)} = \text{ג.}$$

$$\phi \quad (2)$$

$$\phi \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (5)$$