שדות אלקטרומגנטיים

פרק 5 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

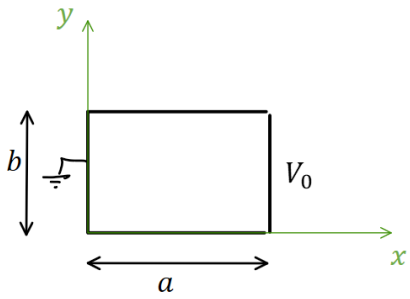
1. הסבר ותרגילים 1

הסבר ותרגילים:

שאלות:

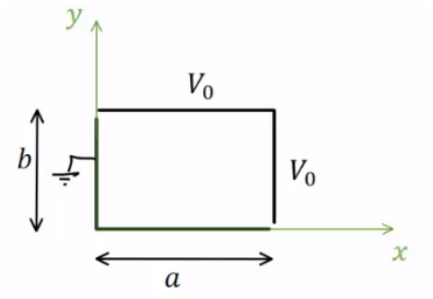
1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

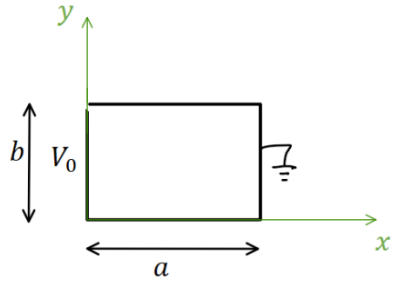
2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

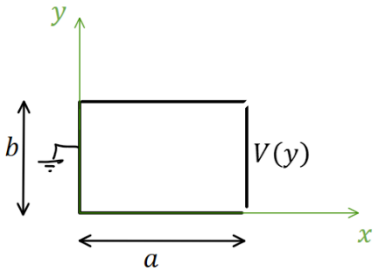
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:

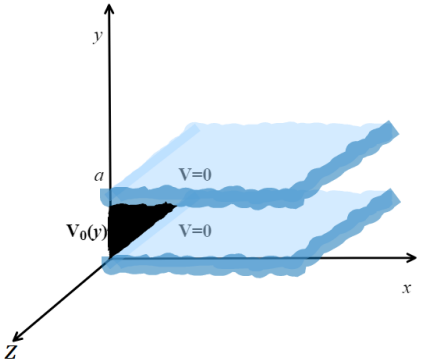
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0 \le y \le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2} < y \le b \end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

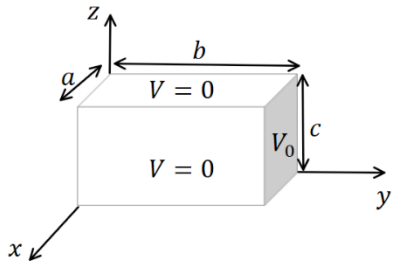
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0 < y < a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים

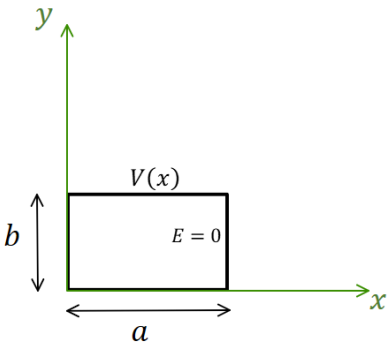


6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a \times b \times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.
השדה ב-0 $E(x = a)$ ושאר הלוחות מוארקים.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right).$

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right].$

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right).$

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy.$

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{8nV_0}{(4n^2-1)\pi\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}.$

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}.$

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,b\right)}$

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$