

# שדות אלקטרומגנטיים להנדסת חשמל

פרק 5 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

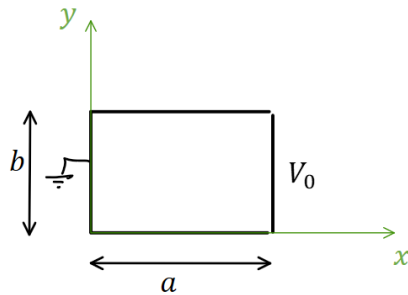
1. הסבר ותרגילים.....1

## הסבר ותרגילים:

### שאלות:

#### (1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

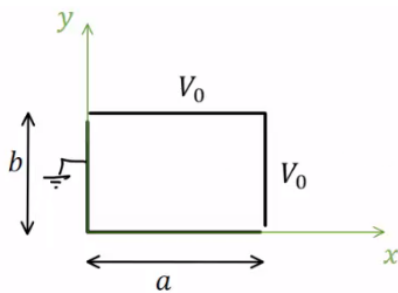
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר  $Z$ .



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל  $V_0$  ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

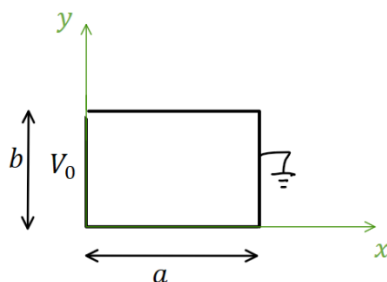
#### (2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר  $Z$ . הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל  $V_0$ , שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב- $V_0$ ). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



#### (3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

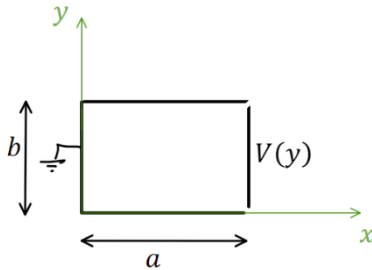
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר  $Z$ .



הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל  $V_0$ , שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

**(4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה**

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר  $Z$ .



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל  $V(y)$  כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:

א. בצורה כללית עם הביטוי  $V(y)$  בתשובה.

ב. כאשר 
$$V(y) = \begin{cases} V_0 & 0 \leq y \leq \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2} < y \leq b \end{cases}$$

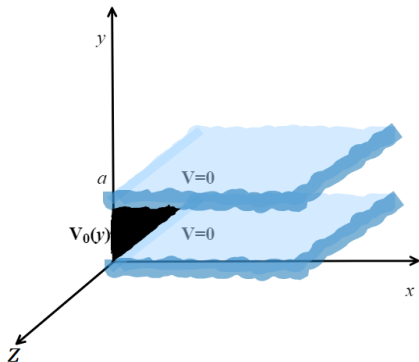
ג. כאשר 
$$V(y) = V_0 \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$$

**(5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך**

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור  $xz$  ובמרחק  $a$  ביניהם.

לוח מוליך נמצא על מישור  $yz$  בין  $0 < y < a$ .

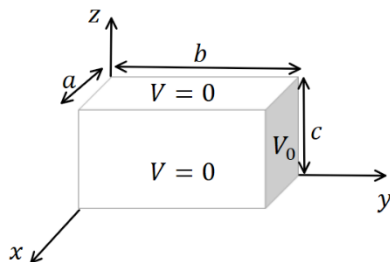
הלוח נמצא בפוטנציאל  $V_0(y) = V_0 \sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$ . מצא את הפוטנציאל בין המישורים

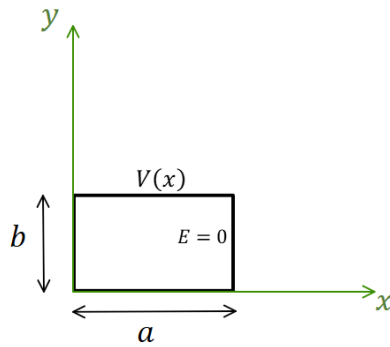


**(6) תיבה תלת ממדית**

תיבה בגודל  $a \times b \times c$  עשויה מלוחות מוליכים. כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל  $V_0$ .

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).




**(7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית**

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה

אינסופית לאורך ציר  $Z$ . הלוח העליון מוחזק

בפוטנציאל:  $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$ .

השדה ב- $E(x=a) = 0$  ושאר הלוחות מוארקים. מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

### תשובות סופיות:

$$\varphi(x, y) = \sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b} x\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \quad (1)$$

$$\varphi(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{4V_0}{\pi n} \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right) \sinh\left(\frac{\pi n x}{b}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) + \frac{4V_0}{\pi n} \sinh\left(\frac{\pi n b}{a}\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{a} y\right) \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right) \right] \quad (2)$$

$$\varphi(x, y, z) = \sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b} (-x + a)\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \quad (3)$$

$$C_n = \frac{2}{b} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \cdot \int_y^b v(y) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) dy \quad (4)$$

$$C_n = \frac{8V_0}{\pi n \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \cdot \begin{cases} 1 & \text{odd } \frac{n}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

$$C_n = \frac{8nV_0}{(4n^2 - 1)\pi \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \quad (6)$$

$$\varphi(x, y) = V_0 \sin\left(\frac{\pi b}{a} y\right) e^{-\frac{\pi b}{a} x} \quad (7)$$

$$\varphi(x, y, z) = \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{16V_0}{\pi^2 mn} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{c} z\right) \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{c}\right)^2} y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{c}\right)^2} b\right)} \quad (8)$$

$$\varphi(x, y) = \frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)} \sin\left(\frac{3\pi}{2a} x\right) \sinh\left(\frac{3\pi}{2a} y\right) \quad (9)$$