סדנת רענון במתמטיקה

פרק 7 - בעיות מילוליות

תוכן העניינים

1. הקדמה כללית 1
2. בעיות תנועה בלי אחוזים עם נעלם אחד ושניים 3
3. בעיות תנועה עם אחוזים 6
4. בעיות תנועה - מהירות מושפעת מזרמים 7
5. בעיות תנועה - מהירות ממוצעת 8
6. בעיות תנועה שונות 9
7. בעיות הספק 12
8. שאלות שונות 14

הקדמה כללית:

הגדרה:	אחוז אחד הוא מאית השלם.
בעיית תנועה:	זמן × מהירות = דרך.
בעיית הספק:	הספק × זמן = עבודה.

הערות:

- אם לא צוין אחרת, המהירויות בכל שאלה קבועות.
- אם לא צוין אחרת, ההספקים בכל שאלה קבועים.

שאלות:

1) ענה על הסעיפים הבאים:

א. כמה הם 20% מ-300?

ב. כמה הם 120% מ-300?

ג. מהו המספר הגדול מ-300 ב-20%?

2) ענה על הסעיפים הבאים:

א. חולצה עלתה 240 ₪ והתייקרה ב-30%. מה מחירה כעת?

ב. נעליים עלו 450 ₪ והוזלו ב-40%. מה מחירם כעת?

3) מכונית נסעה במהירות 80 קמ"ש ואז הורידה את מהירותה ב-20%.
מה מהירותה כעת?

4) אופנוע נסע במהירות x והעלה את מהירותו ב-30%.
בטא באמצעות x את מהירותו כעת.

5) צינור מילא בריכה בקצב של x ליטר בשעה.
לאחר מכן ירד הספק המילוי שלו ב-20% ולבסוף עלה הספק המילוי שלו ב-30%.
בטא באמצעות x את הספק המילוי שלו כעת.

תשובות סופיות:

1) א. 60 ב. 360 ג. 360

2) א. 312 ₪ ב. 270 ₪

3) 64 קמ"ש.

4) $1.3x$

5) $1.04x$

בעיות תנועה בלי אחוזים עם נעלם אחד ושניים:

שאלות:

1) מכונית נוסעת מ-A ל-B במהירות של 90 קמ״ש. בדרך חזרה נסעה המכונית במהירות של 60 קמ״ש. בסה״כ נמשכה הנסיעה הלוך וחזור 20 שעות.

א. כמה שעות נסעה המכונית לכל כיוון?

ב. מהי הדרך שעברה המכונית?

2) אוטובוס ומשאית יוצאים בו זמנית משני יישובים A ו-B בהתאמה. מהירות האוטובוס היא 60 קמ״ש ומהירות המשאית היא 80 קמ״ש. האוטובוס הגיע ליישוב B שעה ו-40 דקות מאוחר יותר מהזמן שלקח למשאית להגיע ליישוב A.

א. כמה זמן נסע האוטובוס וכמה זמן נסעה המשאית?

ב. מהו המרחק בין שתי הערים?

3) הולכת רגל יצאה לטיול במהירות מסוימת. לאחר שעה וחצי יצא בעקבותיה מאותו מקום הולך רגל נוסף במהירות הגדולה ממהירותה ב-4.5 קמ״ש. הולך הרגל השיג את הולכת הרגל שעה לאחר שיצא לדרכו.

א. מהי מהירות ההליכה של הולכת הרגל?

ב. מהו המרחק שעברו עד שנפגשו?

4) שני רוכבי אופניים יוצאים בו זמנית מעיר א׳ לעיר ב׳. הרוכב הראשון נוסע במהירות קבועה ומגיע לעיר ב׳ לאחר 5 שעות. הרוכב השני נוסע במשך השעתיים הראשונות במהירות הקטנה ב-2 קמ״ש ממהירות הרוכב הראשון. לאחר מכן הוא מגביר את מהירותו ב-14 קמ״ש ומגיע לעיר ב׳ שעה ו-20 דקות לפני הרוכב הראשון.

א. באיזו מהירות נסע הרוכב הראשון?

ב. איזו דרך עבר הרוכב השני בכל חלק?

5) משאית נוסעת מרחק של 245 ק״מ בכל יום במהירות קבועה.
יום אחד נסעה המשאית במשך שעתיים וחצי במהירות הרגילה, לאחר מכן עצרה לתדלוק במשך 24 דקות ואז המשיכה בנסיעה במהירות הגדולה ב-70 קמ״ש ממהירותה הקודמת. המשאית הגיעה ליעדה שעה לפני השעה שהיא מגיעה בכל יום.

א. באיזו מהירות נוסעת המשאית בכל יום?

ב. כמה זמן לוקח למשאית להגיע ליעדה בכל יום?

6) רוכב אופניים יצא בשעה 06:00 לרכיבה במהירות 24 קמ״ש. בשעה 07:00 יצא מאותו מקום רוכב אופנוע באותו כיוון ובמהירות של 40 קמ״ש.
באיזו שעה ובאיזה מרחק מנקודת היציאה ישיג רוכב האופנוע את רוכב האופניים?

7) אוטובוס נוסע מעיר א׳ לעיר ב׳ הרחוקה ממנה ב-800 ק״מ. לאחר שעבר האוטובוס 135 ק״מ במהירות קבועה הוא עצר להתרעננות במשך חצי שעה.
לאחר מכן המשיך האוטובוס את נסיעתו במהירות הגדולה ב-43 קמ״ש ממהירותו הקודמת עד לעיר ב׳. סך כל הזמן שהיה האוטובוס בדרך הוא 7 שעות.

א. מה הייתה המהירות ההתחלתית של האוטובוס?

ב. מה היה המרחק שעבר האוטובוס אחרי ההתרעננות עד לעיר ב׳?

8) המרחק בין ת״א לנצרת הוא 103 ק״מ. בשעה 08:00 יצאה מכונית מנצרת לת״א במהירות 90 קמ״ש. בשעה 08:20 יצאה משאית מת״א לנצרת במהירות 56 קמ״ש. באיזו שעה ייפגשו המכונית והמשאית?

9) משאית נסעה מדימונה לאילת, מרחק של 200 ק״מ. 50 דקות אחריה יצאה מכונית מדימונה לאילת במהירות הגבוהה ב-30 קמ״ש והגיעה לאילת 40 דקות לפני המשאית. מצא את מהירות המכונית.

תשובות סופיות:

1) א. 8 שעות הלוך ו-12 שעות חזור ב. 720 ק״מ.

2) א. אוטובוס – 6 שעות ו-40 דקות, משאית – 5 שעות. ב. 400 ק״מ.

3) א. 3 קמ״ש ב. 7.5 ק״מ.

4) א. 12 קמ״ש ב. 20 ק״מ ו-40 ק״מ.

5) א. 50 קמ״ש ב. 4 שעות ו-54 דקות.

6) 8:30, 60 ק״מ.

7) א. 90 קמ״ש ב. 665 ק״מ.

8) 8:50.

9) 80 קמ״ש.

בעיות תנועה עם אחוזים:

שאלות:

10) מכונית נסעה במהירות מסוימת במשך שעתיים. אחר כך העלתה את מהירותה ב-25% ונסעה עוד שעה וחצי. בסך הכול עברה המכונית 310 ק״מ. מה הייתה מהירותה ההתחלתית של המכונית?

11) מכונית נוסעת מעיר א׳ לעיר ב׳ מרחק של 480 ק״מ במהירות קבועה. בדרכה חזרה נסעה המכונית במשך שעה במהירות הקבועה. לאחר מכן עצרה להתרעננות של 36 דקות ואז הגבירה את מהירותה ב-25% ממהירותה הקודמת והגיעה בחזרה לעיר א׳ 24 דקות פחות מהזמן שלקח לה להגיע לעיר ב׳. באיזו מהירות נסעה המכונית מעיר א׳ לעיר ב׳?

12) רכבת משא ורכבת נוסעים יוצאות מעיר א׳ לעיר ב׳ מרחק של 360 ק״מ. מהירות רכבת הנוסעים גדולה ב-20% ממהירות רכבת המשא. רכבת הנוסעים התעכבה 40 דקות בתחנה, ולכן יצאה באיחור מהתחנה של עיר א׳. עם זאת היא הגיעה לעיר ב׳ 20 דקות לפני רכבת המשא.

א. מה הן המהירויות של שתי הרכבות?

ב. כמה זמן נסעה רכבת הנוסעים מעיר א׳ לעיר ב׳?

13) מכונית ומונית נוסעות מנקודה A לנקודה B. המכונית נוסעת במהירות קבועה ומגיעה לנקודה B כעבור 4 שעות. המונית נוסעת במשך 3 שעות המהירות הקטנה ב-10 קמ״ש ממהירות המכונית ולאחר מכן מגבירה את מהירותה ב-50% ומגיעה לנקודה B יחד עם המכונית.

א. מהי מהירות המכונית?

ב. מהו המרחק בין נקודה A לנקודה B?

תשובות סופיות:

10) 80 קמ״ש.

11) 80 קמ״ש.

12) א. 60 קמ״ש, 72 קמ״ש. ב. 5 שעות.

13) א. 90 קמ״ש. ב. 360 ק״מ.

בעיות תנועה – מהירות מושפעת מזרמים:

שאלות:

17) סירה שטה בנהר שבו מהירות הזרם היא 3 קמ״ש עם כיוון זרם המים.
לאחר חצי שעה החליטו אנשי הסירה לשנות את כיוונם וחזרו במשך שעתיים לנקודת המוצא שלהם.
מהירות הסירה במים עומדים קבועה במשך כל השייט.

א. מצא את מהירות הסירה.

ב. מהו המרחק הכולל ששטה הסירה?

תשובות סופיות:

17) א. 5 קמ״ש ב. 8 ק״מ.

בעיות תנועה – מהירות ממוצעת:

שאלות:

18) מכונית נוסעת 3 שעות במהירות קבועה של 140 קמ״ש ולאחר מכן במשך שעתיים נוספות במהירות קבועה של 100 קמ״ש.

א. מה סך הדרך שעברה המכונית?

ב. מהי המהירות הממוצעת של המכונית?

19) מכונית נוסעת 4 שעות במהירות של 130 קמ״ש ולאחר מכן מספר שעות נוספות במהירות של 70 קמ״ש. ידוע כי מהירותה הממוצעת היא 110 קמ״ש. כמה שעות נסעה המכונית במהירות של 70 קמ״ש?

20) אופנוע עובר מרחק של 200 ק״מ במהירות מסוימת. לאחר מכן מאיץ האופנוע ומגדיל את מהירותו ב-40%. הוא נוסע במהירות זו ועובר מרחק של 280 ק״מ. המהירות הממוצעת של האופנוע היא 96 קמ״ש.

א. כמה זמן נסע האופנוע?

ב. באיזו מהירות התחיל האופנוע את נסיעתו?

תשובות סופיות:

18) א. 620 ק״מ. ב. 124 קמ״ש.

19) שעתיים.

20) א. 5 שעות. ב. 80 קמ״ש.

בעיות תנועה שונות:

שאלות:

21) המרחק בין ת״א לקריית שמונה הוא 180 ק״מ. שני רוכבי אופנוע יצאו בו זמנית, האחד מת״א לקריית שמונה והשני מקריית שמונה לת״א. כעבור 45 דקות הרוכבים עדיין לא נפגשו והמרחק ביניהם היה 52.5 ק״מ. רוכב האופנוע שיצא מת״א הגיע ליעדו 15 דקות לפני שהרוכב השני הגיע ליעדו.
מצא את מהירויות רוכבי האופנוע.

22) רכבת נוסעת בקו ת״א – ב״ש במשך שעה ורבע.
יום אחד, לאחר חצי שעת נסיעה, הייתה תקלה ברכבת והיא נאלצה לעצור ל-10 דקות עד שהתקלה תוקנה. כדי לנסות ולהגיע ליעדה בזמן העלתה את מהירותה ב-10 קמ״ש בהמשך הדרך והגיעה ליעדה באיחור קל של 5 דקות בלבד. מצא את מהירות הרכבת.

23) אדם הולך ברגל מביתו למקום העבודה שלו במהירות מסוימת.
יום אחד יצא מביתו מאוחר מאוד ולכן נאלץ להגביר את מהירות ההליכה שלו ב-3 קמ״ש. הוא הגיע לעבודה בזמן והדרך ארכה מחצית מהזמן שבדרך כלל היא אורכת. מצא את מהירות ההליכה של האדם (בשגרה).

24) שני הולכי רגל הולכים זה לקראת זה, האחד מנקודה A לנקודה B והשני מנקודה B לנקודה A הם נפגשים כעבור חצי שעה וממשיכים ליעדם.
הולך הרגל הראשון הגיע לנקודה B 25 דקות לפני שהולך הרגל השני הגיע לנקודה A. מצא את היחס בין מהירויות הולכי הרגל.

25) היישובים A ו-B נמצאים על גדת נהר בעל זרם קבוע.
יום אחד, יצאה ספינה מיישוב A ליישוב B במהירות מסוימת.
שעה לאחר מכן יצאה ספינה שנייה מיישוב B ליישוב A וכעבור שעתיים פגשה את הספינה הראשונה. הספינות המשיכו ליעדן וחזרו חזרה ליישוב המוצא באותו יום. למחרת, שוב יצאה הספינה מיישוב A ליישוב B אך במהירות כפולה מביום הקודם. הספינה מיישוב B יצאה גם היא במהירות כפולה לכיוון היישוב A אך הפעם רק חצי שעה אחרי שיצאה הספינה הראשונה. כעבור שעה עוד לא פגשה את הספינה הראשונה אך הייתה במרחק של שני ק״מ ממנה.
מצא את עוצמת הזרם אם ידוע שכיוונו מיישוב A ליישוב B.

26) שלושה רוכבי אופנוע יצאו מירושלים לאילת ונסעו דרך עין גדי.
המרחק בין עין גדי לאילת הוא 240 ק"מ. שלושת הרוכבים יצאו מירושלים בהפרשי זמן קבועים והגיעו לעין גדי באותו זמן. הרוכב שיצא ראשון הגיע לאילת שעה אחרי שהגיע לשם הרוכב שיצא שני. הרוכב שיצא שלישי הגיע לאילת ומיד פנה חזרה ופגש את הרוכב שיצא ראשון במרחק 80 ק"מ מאילת.
מצא את מהירויות רוכבי האופנוע.

27) מכונית ואופנוע יצאו באותו זמן מנקודה A לנקודה B.
כשהאופנוע היה באמצע הדרך הייתה המכונית במרחק 16 ק"מ מנקודה B.
כשהאופנוע היה במרחק 6 ק"מ מנקודה B המכונית הייתה במרחק 12 ק"מ מנקודה B.

א. מצא את המרחק בין הנקודה A לנקודה B.

ב. פי כמה גדולה מהירות האופנוע ממהירות המכונית?

28) דן ורן עורכים מרוץ לאורך מסלול של 10 ק"מ. מהירותו של דן גדולה ב-5 קמ"ש ממהירותו של רן. שניהם יצאו למרוץ באותו זמן ודן הגיע לקו הסיום יותר מ-20 דקות לפני רן. מהו תחום המספרים בו נמצאת מהירותו של רן?

29) רכבת נוסעת בקו ת"א – ב"ש במשך שעה ורבע. יום אחד, לאחר חצי שעת נסיעה, הייתה תקלה ברכבת והיא נאלצה לעצור ל-10 דקות עד שהתקלה תוקנה. כדי לנסות ולהגיע ליעדה בזמן העלתה את מהירותה ב-10 קמ"ש בהמשך הדרך והגיעה ליעדה באיחור קל שלא עלה על 5 דקות (שים לב – הרכבת הגיעה <u>באיחור</u>, אך איחור זה לא עלה על 5 דקות).
מצא את תחום המספרים בו נמצאת מהירות הרכבת.

30) שלושה חברים הלכו מבית הספר לספורטק בהליכה מהירה.
מהירותו של הראשון הייתה גדולה ב-8 קמ"ש ממהירותו של השני וב-m קמ"ש ממהירותו של השלישי, לכן, הגיע הראשון m שעות לפני השני ושעתיים לפני השלישי.

א. הבע באמצעות m את מהירותו וזמן הליכתו של החבר הראשון.

ב. לאלו ערכים של m יש לבעיה פתרון?

תשובות סופיות:

21) 90 קמ"ש, 80 קמ"ש.

22) 80 קמ"ש.

23) 3 קמ"ש.

24) 1.5.

25) 4 קמ"ש.

26) 60 קמ"ש, 80 קמ"ש, 120 קמ"ש.

27) א. 24 ק"מ ב. 1.5.

28) 10 קמ"ש $< x <$ 0 קמ"ש.

29) 80 קמ"ש $> x >$ 35 קמ"ש.

30) א. $v = \frac{8m(m-2)}{m^2-16}$, $t = \frac{2m(8-m)}{m^2-16}$ ב. $4 < m < 8$.

בעיות הספק:

שאלות:

1) טבח הכין פנקייקים בקצב קבוע במשך שעתיים. אחר כך העלה את קצב עבודתו ב-25% והכין פנקייקים עוד שעה וחצי בקצב החדש.
בסך הכול הכין הטבח 310 פנקייקים.
כמה פנקייקים בשעה הכין הטבח בשעתיים הראשונות לעבודתו?

2) צינור ממלא בריכה בקצב קבוע. לאחר שעתיים נפתח צינור נוסף הממלא את הבריכה בקצב של 25% מהצינור הראשון. לאחר עוד שעה וחצי התמלאה הבריכה לאחר שנכנסו אליה בסה"כ 310 ליטר מים.
כמה ליטרים לשעה מכניס הצינור הראשון לבריכה?

3) צינור א' ממלא בריכה בשלוש שעות.
צינור ב' ממלא את אותה בריכה בשעתיים.
שני הצינורות נפתחו יחדיו בשעה 10:00. באיזו שעה תהיה הבריכה מלאה?

4) קבוצת פועלים סללה כביש. את השליש הראשון של הכביש סללו בקצב של 10 מטר ביום. את השליש השני של הכביש סללו בקצב הגדול ב-15 מטר ביום מהקצב בו סללו את השליש השלישי של הכביש. זמן סלילת השליש הראשון היה שווה לזמן סלילת שאר הכביש. מצא את קצב סלילת השליש האחרון של הכביש.

5) למיכל שני ברזים, ברז א' ממלא אותו וברז ב' מרוקן אותו. יום אחד כאשר במיכל היו 20% מנפח הקיבול שלו, פתחו בטעות את שני הברזים בו זמנית והמיכל התרוקן תוך 6 דקות. מצא בכמה זמן ממלא ברז א' לבדו את המיכל כשהוא ריק אם ידוע שזמן זה ארוך ב-5 דקות מהזמן הדרוש לברז ב' לרוקן את המיכל כשהוא מלא.

6) שתי קבוצות של חקלאים אספו מלונים משדה. תחילה, עבדה רק הקבוצה המהירה יותר ואספה מלונים משליש מהשדה. אחר כך, עבדה רק הקבוצה האיטית יותר ואספה מלונים מעוד שישית מהשדה. לבסוף, הצטרפה הקבוצה המהירה לעבודה ויחד אספו מלונים במשך 9 ימים נוספים. מתחילת איסוף המלונים ועד סיומו עברו 29 ימים. מצא בכמה ימים יכולה הייתה הקבוצה המהירה לאסוף את המלונים מכל השדה לו עבדה לבדה.

7) מורה שברשותו היו מבחני המתמטיקה של כל השכבה, 224 במספר, תכנן לבדוק אותם תוך מספר ימים מסוים. הוא התחיל בעבודתו ואחרי 6 ימי עבודה, קיבל לידיו עוד 7 מבחנים שנשכחו בבית הספר וקיבל הודעה כי עליו להחזיר את הבחינות 3 ימים לפני המועד שתכנן. הוא חישב וגילה שכדי לעמוד ביעד עליו לבדוק עוד 11 מבחנים בכל יום.
בכמה ימים תכנן המורה לסיים את בדיקת המבחנים?

8) למיכל שנפחו 300 ליטר יש שני ברזים: ברז אחד למילוי והשני להרקה. מילוי המיכל (כשהוא ריק) אורך 8 דקות יותר מריקון המיכל (כשהוא מלא). יום אחד, כשהמיכל היה מלא, פתחו בטעות את שני הברזים והמיכל התרוקן בפחות מחצי שעה. באיזה תחום מספרי נמצאת כמות המים הנכנסת למיכל בדקה מברז המילוי?

9) שני פועלים תכננו לבצע עבודה מסוימת כך שהראשון יעבוד 8 ימים ואחריו השני יעבוד 6 ימים. אולם, 4 ימים אחרי תחילת העבודה חלה הפועל הראשון והפסיק לעבוד והפועל השני נאלץ לעבוד m ימים לבדו וגם אז הסתיימה רק 75% מהעבודה.

א. הבע באמצעות m את הזמן שבו כל פועל היה מסיים את העבודה לו עבד לבדו.

ב. לאלו ערכים של m יש לבעיה פתרון?

תשובות סופיות:

1) 80 פנקייקים.

2) 80 ליטרים בשעה.

3) 11:12

4) 15 מטרים ליום.

5) 15 דקות.

6) 24 ימים.

7) 14 ימים.

8) בין 15 ליטרים ל-37.5 ליטרים.

9) א. $4m-12$, $\frac{16(m-3)}{2m-9}$ ב. $m>3$

שאלות שונות:

שאלות:

בעיות תנועה:

1) בשעה 8:00 בבוקר יצא הולך רגל מקיבוץ לכיוון חיפה. באותה שעה יצא רוכב קטנוע מחיפה לאותו הקיבוץ. שניהם נעו באותו כביש ומהירויותיהם לא השתנו בזמן התנועה. מהירות רוכב הקטנוע הייתה גדולה ב-12 קמ"ש מזו של הולך הרגל. 50 דקות לאחר השעה 8:00 הולך הרגל ורוכב הקטנוע טרם נפגשו וידוע כי המרחק ביניהם היה 16 ק"מ. 30 דקות לאחר פגישתם הגיע רוכב הקטנוע לקיבוץ. מצא את מהירות הולך הרגל ואת המרחק בין הקיבוץ לעיר חיפה.

2) סירת מנוע נעה בין שתי נקודות ציון. הסירה עוברת את המרחק שבין הנקודות הלוך ושוב במשך 14 שעות. המרחק בין שתי נקודות הציון הוא 48 ק"מ. ידוע כי באותו הזמן שעוברת הסירה מרחק של 4 ק"מ עם הזרם היא עוברת רק 3 ק"מ נגד הזרם. מהי מהירות זרם המים בנהר ומהי מהירות הסירה במים עומדים?

3) אוטובוס יוצר לדרך שאורכה 500 ק"מ, ומהירותו קבועה. אחרי נסיעה של שעתיים, הקטין נהג האוטובוס את המהירות, ולכן איחר בשעה אחת בדיוק. לו היה נוסע הנהג במהירות הנמוכה לאורך כל הדרך היה מאחר ליעדו בשעה וארבעים דקות. מצא את מהירותו הרגילה של האוטובוס.

4) שני רוכבי אופניים יצאו בבת אחת זה לקראת זה ממקומות A ו-B, האחד מ-A ל-B והשני מ-B ל-A. הם נפגשו בדרך וכל אחד מהם המשיך לנוע ליעד בלי להתעכב. רוכב האופניים מ-A הגיע ל-B 4 שעות לאחר הפגישה, ואילו רוכב האופניים מ-B הגיע ל-A 9 שעות לאחר הפגישה. מהירויות רוכבי האופניים לא השתנו בשעות התנועה. בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את המרחק בין המקומות A ו-B.

5) במגרש ספורט מדדו שני ספורטאים את אורכו של מסלול ריצה. כשהם יוצאים משני קצותיו, זה לקראת זה. לאחר שצעדו כל אחד 50 צעדים, נשאר ביניהם מרחק של 17 מטרים. כל צעד של הספורטאי הראשון היה קצר ב-10 ס"מ מצעדו של הספורטאי השני. את המסלול כולו עובר הספורטאי הראשון ב-24 צעדים יותר מאשר הספורטאי השני. הצעדים של כל אחד מהספורטאים לא השתנו באורכם במשך המדידה. מהו אורך מסלול הריצה?

6) המרחק מקיבוץ לחיפה הוא 40 ק"מ. בשעה 7 בבוקר יצא טנדר ובו דברי דואר מן הקיבוץ לחיפה. כעבור 20 דקות יצאה אחריו מכונית מן הקיבוץ במהירות של 45 קמ"ש כדי להוסיף את החבילה על דברי הדואר. היא הדביקה את הטנדר וחזרה מיד לקיבוץ. ברגע שעברה את מחצית הדרך ממקום הפגישה עם הטנדר לקיבוץ, הגיע הטנדר לחיפה. מהירות הטנדר ומהירות המכונית לא השתנו בזמן הנסיעה. מצא את מהירות הטנדר.

7) שני תיירים יצאו ביחד מ-A ל-B. התייר הראשון לא התעכב בדרכו והגיע ל-B לאחר $2\frac{1}{4}$ שעות. התייר השני, לאחר שעבר $\frac{1}{6}$ מהדרך, חזר ל-A שהה שם 15 דקות ואחר-כך הלך ל-B. שני התיירים הגיעו ל-B באותו זמן. התייר השני עבר כל קילומטר 4 דקות פחות מהתייר הראשון. מהירות ההליכה של שני התיירים לא השתנתה בעת ההליכה. מצא את מהירותו (בקמ"ש) של כל אחד מהתיירים.

8) על שפת הנהר נמצאות שלוש תחנות של ספינות דיג: A, B ו-C.
התחנה B נמצאת בין A ל- C, במרחק 12 ק"מ מ- C. כיוון זרם המים בנהר הוא מ- A ל-C. ספינת דיג שלה מנוע קטן עוברת את הדרך מ- A ל- C ב-4 שעות ואת הדרך מ-C ל-A ב-6 שעות. ספינת הדיג שלה מנוע גדול, שמהירותה גדולה פי 3 ממהירות הספינה עם המנוע הקטן, עוברת את הדרך מ-B ל- C ב-45 דקות.
מצא את מהירות זרם המים בנהר.

9) שלושה כלי רכב יצאו זה אחר זה בבוקר אחד מתל אביב לאילת. אופנוע יצא בשעה 7:00, מכונית משא ב-8:00 ומונית ב-8:24 (24 דקות אחרי השעה 8:00). מהירויותיהם היו קבועות והן היו סדרה חשבונית. המונית הדביקה את רוכב האופנוע חצי שעה לאחר שהדביקה את מכונית המשא, ומכונית המשא הדביקה את רוכב האופנוע במרחק 180 ק"מ מתל אביב.
שלושת כלי הרכב נעו כולם באותו מסלול. מצא את מהירויות כלי הרכב.

10) משאית יצאה מתל אביב למחנה צבאי בדרום. אחריה יצא אוטובוס במהירות הגדולה ב-12 קמ"ש ממהירותה, והוא הגיע למחנה באותו הזמן שהיא הגיעה. שעתיים וחצי לפני שהגיעו למחנה, וכשהאוטובוס היה כבר בנסיעה, יצא לקראתם מן המחנה רוכב אופנוע שמהירותו גדולה פי 2 ממהירות המשאית. הוא פגש את המשאית 10 דקות לפני שפגש את האוטובוס. כל כלי הרכב נסעו באותו כביש, ומהירויותיהם לא השתנו בזמן הנסיעה. מצא את מהירותה של המשאית.

11) המרחק בין עיר A לעיר B הוא 300 ק"מ. משאית יצאה מעיר A ונסעה במהירות קבוע של V קמ"ש לכיוון עיר B. בדרכה חזרה הגדילה המשאית את מהירותה ב- U קמ"ש, כלומר נסעה במהירות של U+V קמ"ש. ידוע שהמהירות הממוצעת של המשאית **בכל** דרכה (הלוך וחזור), הייתה 60 קמ"ש. אילו המשאית הייתה חוזרת מעיר B לעיר A במהירות $V-U$ קמ"ש, אזי המהירות הממוצעת בכל הדרך (הלוך וחזור) הייתה רק $\frac{100}{3}$ קמ"ש.

חשב את המהירויות V ו- U.

12) המרחק בין הנקודות A ו- B הוא 64 ק"מ. רוכב אופניים יצא מנקודה A לכיוון נקודה B ונסע במהירות קבועה.40 דקות לאחר שיצא לדרכו, יצא מנקודה A לכיוון נקודה B רוכב קטנוע שנסע במהירות קבועה של 36 קמ"ש.
רוכב הקטנוע הדביק את רוכב האופניים בנקודה C ומיד הסתובב וחזר על עקבותיו באותה מהירות לנקודה A. רוכב האופניים שהמשיך בנסיעתו בלי עיכובים, הגיע לנקודה B ברגע שהקטנוע עבר את מחצית הדרך מ- C ל- A.
מצא את מהירות רוכב האופניים.

13) הזמן הדרוש לגוף ראשון לעבור 160 ק"מ ארוך ב- 5 שעות מן הזמן הדרוש לגוף שני לעבור 90 ק"מ. מהירות הגוף הראשון גדולה ב-m קמ"ש ממהירות הגוף השני ($m>0$).

א. בטא באמצעות m את מהירות הגוף השני.

ב. מצא לאלו ערכים של m יקבלו מהירויות הגופים ערכים חיוביים בלבד.

14) שני כלי רכב יצאו מנקודה A בו זמנית בשעה 07:00 בבוקר ונסעו לנקודה B, לפגישה שתוכננה להתקיים בשעה 10:00 בבוקר. הרכב הראשון הגיע לפגישה בזמן והרכב השני שנסע במהירות הקטנה ב-16 קמ"ש ממהירות הרכב הראשון הגיע לפגישה 48 דקות מאוחר יותר. מצא את המרחק בין הנקודות A ו-B וחשב את המהירות של כל אחד מכלי הרכב.

15) המרחק בין A ל- B הוא 360 ק"מ. נהג משאית תכנן לעבור את כל הדרך מ-A ל- B במהירות קבועה של x קמ"ש. לאחר שעבר $\frac{1}{4}$ מהדרך הגביר הנהג את מהירותו ל-$(x+15)$ קמ"ש, ולכן הגיע לנקודה B שעה וחצי לפני המועד המתוכנן. חשב את x.

16) המרחק בין הנקודות A ל- B בנהר הוא x ק"מ. הנהר זורם מ-A ל- B במהירות של 6 קמ"ש. אדם שט מ-A ל- B וחוזר חזרה מ- B ל- A. סך כל הזמן שארך השיט היה 8 שעות. אלו לא היה זרם בנהר, האדם היה שט את הדרך הלוך ושוב בזמן של 6 שעות. מה המרחק בין שתי הנקודות A ו-B $(x=?)$, ומה הייתה מהירותו בלי מהירות זרם הנהר?

17) המרחק בין שתי ערים הוא 450 ק"מ. משאית יצאה לדרכה מעיר אחת לשנייה. לאחר שנסעה במהירות קבועה במשך שעתיים, נאלצה להתעכב במשך 40 דקות בגלל תקלה. לאחר תיקון התקלה המשיכה המשאית מיד בדרכה, אך במהירות קבועה הגדולה ב-5 ק"מ לשעה ממהירותה הקודמת. המשאית הגיעה לעיר השנייה 25 דקות לאחר הזמן שתוכנן מראש. מה הייתה מהירות המשאית לפני התקלה?

18) רכבת משא נוסעת מידי יום במהירות קבועה מתחנה A לתחנה B. המרחק בין A ל- B הוא 180 ק"מ. יום אחד, אחרי שעברה $\frac{1}{3}$ מהדרך, עצרה הרכבת עצירה לא מתוכננת מראש למשך 30 דקות. כדי שהרכבת תספיק להגיע ל- B על פי לוח הזמנים הרגיל, היה צריך להגביר את מהירותה לאחר העצירה ב-20 קמ"ש. מצא את המהירות הרגילה של הרכבת.

19) בין הנקודות A ו-B מובילות שתי דרכים. הדרך הראשונה אורכה 60 ק"מ, והדרך השנייה ארוכה ממנה ב-20%. רוכב קטנוע נסע מ- A ל- B בדרך הקצרה במהירות קבועה, וחזר בדרך הארוכה במהירות קבועה, הגדולה ב-6 קמ"ש ממהירותו הראשונה. זמן הנסיעה בחזרה (מ- B ל- A) היה ארוך ב-5 דקות מזמן הנסיעה מ- A ל- B. מצא את המהירות שבה נסע רוכב הקטנוע בכל כיוון ואת זמן הנסיעה (הלוך ושוב).

20) רוכב אופניים עובר בדרך כלל את המרחק בין A ל- B במהירות קבועה במשך 5 שעות ו-20 דקות. באחד הימים יצא רוכב האופניים מ-A ועבר $\frac{3}{4}$ של הדרך במהירות הגדולה ב-10 קמ"ש ממהירותו הרגילה, ולכך התעייף ואת שאר הדרך עבר במהירות קטנה ב-15 קמ"ש ממהירותו הרגילה.
ביום זה הוא הגיע ל-B לאחר 5 שעות ו-40 דקות לאחר שיצא מ- A.

א. מהי מהירותו הרגילה של רוכב האופניים?

ב. מהו המרחק בין A ל- B?

21) המרחק בין שתי ערים א' ו-ב' הוא 126 ק"מ. שני רוכבי אופניים, שיצאו בו זמנית, האחד מעיר א' והשני מעיר ב', ונסעו זה לקראת זה במהירויות קבועות, נפגשו אחרי שלוש שעות. הרוכב שיצא מעיר א' עבר את כל הדרך עד לעיר ב' בשעה ו-45 דקות פחות מהרוכב שיצא מעיר ב' לעיר א'.
מצא את המהירות של כל אחד מרוכבים האופניים.

22) מ-A ל- C יש שתי דרכים. הדרך הראשונה היא הדרך המישורית AC, שאורכה 24 ק"מ. הדרך השנייה מתחילה בעלייה AB של 8 ק"מ, ואח"כ ירידה BC של 18 ק"מ. מהירותו של רוכב אופניים במישור היא x קמ"ש, בעלייה מהירותו $(x-4)$ קמ"ש, ובירידה מהירותו $(x+6)$ קמ"ש. ידוע שאם רוכב האופניים יבחר לנסוע מ- A ל- C בדרך הראשונה או בדרך השנייה, זמן הנסיעה יהיה זהה. חשב את x (כמה פתרונות לבעיה?).

23) מונית נסעה מעיר א' לעיר ב' בכביש ראשי במהירות קבועה. בדרך חזרה נסעה המונית בדרך עפר הקצרה ב-40% מהכביש, אך מהירותה פחתה ב-20%.

א. בכמה אחוזים התקצר או התארך זמן הנסיעה בדרך חזרה (לעומת הנסיעה בכיוון הראשון)?

ב. מה הייתה מהירות המונית בכיוון השעון, אם ידוע שאורך הכביש היה 360 ק"מ, וזמן הנסיעה בחזרה התקצר בשעה?

בעיות הספק:

24) כתב יד נמסר להדפסה לשתי כתבניות. הכתבנית השנייה ניגשה לעבודה שעתיים אחרי הראשונה.6 שעות לאחר שהכתבנית הראשונה ניגשה לעבודה סיימו שתיהן יחד את ההדפסה של 60% מכתב היד. הן המשיכו בהדפסה וסיימו אותה יחד. לאחר סיום העבודה התברר שהכתבנית הראשונה ביצעה $\frac{3}{10}$ מן העבודה. קצב העבודה של הכתבניות לא השתנה במשך העבודה.
בכמה שעות הייתה כל אחת מהכתבניות יכולה לבצע את העבודה לבדה?

25) בבריכה שני פתחים: פתח אחד גדול ופתח שני קטן יותר. אם מכניסים לבריכה הריקה מים רק דרך הפתח הקטן במשך 6 שעות, ולאחר מכן במשך שעה ו-12 דקות מכניסים מים דרך שני הפתחים יחד, הבריכה מתמלאת כולה. כמו כן ידוע, שאם מכניסים לבריכה הריקה מים רק דרך הפתח הגדול במשך 3 שעות ולאחר מכן ממשיכים להכניס מים דרך פתח זה במשך 9 שעות, אך בו בזמן מוציאים מים דרך הפתח הקטן, הבריכה כולה מתמלאת במים.
מצא בכמה שעות תתמלא הבריכה, אם יכניסו מים רק דרך הפתח הקטן.

26) שני פועלים קיבלו על עצמם לבצע עבודה מסוימת. ביום הראשון התחיל הפועל הראשון לעבוד לבדו. הפועל הראשון עבד במשך 3 שעות, ואז הצטרף אליו הפועל השני. כעבור 6 שעות נוספות של עבודה משותפת של שני הפועלים, התברר שהם סיימו 55% מהעבודה. ביום השני עבדו הפועלים יחדיו עד שסיימו את כל העבודה. לאחר סיום העבודה, התברר שכל אחד מהפועלים ביצע בדיוק מחצית מהעבודה. בכמה שעות היו שני הפועלים מסיימים את על העבודה אלו עבדו כל הזמן ביחד?

27) שני צינורות ממלאים מיכל כשהם פתוחים ביחד במשך 6 שעות.
יום אחד, כשהמיכל היה ריק, פתחו רק את הצינור הראשון למשך הזמן שלוקח לצינור השני למלא מחצית מיכל. סגרו את הצינור הראשון ופתחו רק את הצינור השני למשך הזמן שלוקח לצינור הראשון למלא שליש מיכל.
כתוצאה מכך התמלאו בסך הכול $\frac{5}{6}$ מיכל.
מצא בכמה שעות יכול כל אחד מהצינורות למלא לבד מיכל ריק.

28) על שתי קבוצות פועלים הוטל לסלול כביש בין הערים A ו- B.
במשך 36 הימים הראשונים עבדו הקבוצות בנפרד. תחילה עבדה רק הקבוצה הראשונה וסללה $\frac{1}{4}$ מהכביש. לאחר מכן הפסיקה הקבוצה הראשונה את עבודתה, ורק הקבוצה השנייה עבדה. קבוצה זו סללה $\frac{1}{3}$, עד לגמר היום ה-36, מהכביש. ביום ה-37 החלו שתי הקבוצות לעבוד במשותף, וסיימו את סלילת הכביש תוך 12 ימים. הספק הקבוצות לא השתנה במשך כל ימי עבודתן. בכמה ימים הייתה יכולה כל קבוצה לסלול את הכביש לבדה? כמה פתרונות לבעיה?

29) שתי קבוצות פועלים עבדו בסלילת כביש משני קצותיו. הקבוצה השנייה סללה בכל יום 5 מטר יותר מאשר הקבוצה הראשונה, ועבדה בסך הכול 2 ימים יותר מהקבוצה הראשונה. ידוע שהקבוצה הראשונה סללה $16a$ מטרים בעוד שהקבוצה השנייה סללה $36a$ מטרים (a פרמטר חיובי). קצב העבודה של שתי הקבוצות נשאר קבוע בכל זמן הסלילה. סמן ב-x את מספר המטרים שסללה הקבוצה הראשונה בכל יום, ומצא לאלו ערכים של הפרמטר a יקבל x ערכים חיוביים בלבד.

תשובות סופיות:

1) מהירות הולך הרגל היא 6 קמ"ש.
המרחק בין הקיבוץ לעיר חיפה הוא 36 ק"מ.

2) מהירות הזרם היא 1 קמ"ש. מהירות הסירה במים עומדים היא 7 קמ"ש.

3) 100 קמ"ש.

4) הרוכב הראשון ב-10 שעות והרוכב השני ב-15 שעות.

5) 72 מטרים.

6) 30 קמ"ש.

7) מהירות התייר הראשון : 5 קמ"ש, מהירות התייר השני : 7.5 קמ"ש.

8) 1 קמ"ש.

9) 45 קמ"ש, 60 קמ"ש, 75 קמ"ש.

10) 36 קמ"ש.

11) 25 קמ"ש $= U$, 50 קמ"ש $= U$.

12) 24 קמ"ש.

13) א. $\frac{14-m\pm\sqrt{m^2-100m+196}}{2}$ ב. $0<m\le 2$.

14) 228 ק"מ, 76 קמ"ש, 60 קמ"ש.

15) 45 קמ"ש.

16) 36 ק"מ, 12 קמ"ש.

17) 75 קמ"ש.

18) 1 קמ"ש.

19) הלוך 90 קמ"ש וחזור 96 קמ"ש. זמן כולל 85 דקות.
או : הלוך : 48 קמ"ש וחזור 54 קמ"ש. זמן כולל 155 דקות.

20) א. 30 קמ"ש. ב. 160 ק"מ

21) 24 קמ"ש, 18 קמ"ש.

22) 24 או 12 קמ"ש.

23) א. 25%. ב. 90 קמ"ש.

24) הכתבנית הראשונה ב-30 שעות, הכתבנית השנייה ב-10 שעות.

25) 9 שעות.

26) $13\frac{1}{3}$ שעות.

27) הצינור הראשון ב-15 שעות והצינור השני ב-10 שעות
או הצינור הראשון ב-12 שעות והצינור השני ב-12 שעות.

28) הקבוצה הראשונה: 48 ימים והקבוצה השנייה: 72 ימים
או הקבוצה הראשונה: 86.4 והקבוצה השנייה: 43.2 ימים.

29) $a \geq 2.5$.