# סטטיסטיקה והסתברות

## פרק 58 - בדיקת השערות על הפרש פרופורציות

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

# בדיקת השערות על הפרש פרופורציות

## רקע

| | | | |
|---|---|---|---|
| **השערת האפס** : **השערה אלטרנטיבית:** | $H_0: p_1 - p_2 = 0$<br>$H_1: p_1 - p_2 \neq 0$ | $H_0: p_1 - p_2 = 0$<br>$H_1: p_1 - p_2 < 0$ | $H_0: p_1 - p_2 = 0$<br>$H_1: p_1 - p_2 > 0$ |
| **תנאים:** | 1.מדגמים בלתי תלויים | 2. מדגמים גדולים | |
| **כלל ההכרעה:** אזור הדחייה של : | $Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} < -Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ או $Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$<br> <br>$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$<br>$H_0$ דוחים את - ■ | $Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} < -Z_{1-\alpha}$<br> <br>$-Z_{1-\alpha}$<br>$H_0$ דוחים את - ■ | $Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} > Z_{1-\alpha}$<br> <br>$Z_{1-\alpha}$<br>$H_0$ דוחים את - ■ |

**סטטיסטי המבחן:** $$Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} \underset{H_0}{=} \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_2}}}$$

כאשר הפרופורציה המשוקללת : $$\hat{p} = \frac{y_1 + y_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

**חלופה אחרת לכלל הכרעה:**

| **כלל ההכרעה:** אזור הדחייה של $H_0$ | |
|---|---|
| $\hat{p}_1-\hat{p}_2>0+Z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\ \hat{q}}{n_1}+\frac{\hat{p}\ \hat{q}}{n_2}}$<br>או $\hat{p}_1-\hat{p}_2<0-Z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1}+\frac{\hat{p}\ \hat{q}}{n_2}}$ | $\hat{p}_1-\hat{p}_2<0-Z_{1-\alpha}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1}+\frac{\hat{p}\ \hat{q}}{n_2}}$ |
| $\hat{p}_1-\hat{p}_2>0+Z_{1-\alpha}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1}+\frac{\hat{p}\ \hat{q}}{n_2}}$ | |

**התפלגות** של $\hat{p}_1-\hat{p}_2$ :

$$\hat{p}_1-\hat{p}_2\sim N(p_1-p_2,\frac{p_1\cdot q_1}{n_1}+\frac{p_2\cdot q_2}{n_2})$$

**תקנון:**

$$Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

$$Z_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}\underset{H_0}{=}\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1}+\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_2}}}$$

**דוגמה (פתרון בהקלטה) :**

נדגמו 80 סטודנטים שנבחנו במיקרו-כלכלה. מתוכם 60 עברו את הבחינה.
נדגמו 100 סטודנטים שנבחנו בסטטיסטיקה א'. מתוכם 82 עברו את הבחינה.
האם שיעור העוברים את הבחינה בסטטיסטיקה גבוה מאשר מהבחינה במיקרו כלכלה? בדקו ברמת מבוהקות של 10%.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## שאלות

**1)** במדגם של 200 גברים, 8% היו מובטלים. במדגם של 180 נשים, 10% מהן היו מובטלות.
האם קיים הבדל מובהק בין פרופורציית המובטלים לפרופורציית המובטלות?
בדקו ברמת מובהקות של 5%.

**2)** אחוז בעלי רישיון נהיגה בקרב האוכלוסייה הבוגרת הינו 60%. במדגם של 300 בוגרים מתל אביב 204 היו בעלי רישיון נהיגה.
במדגם של 220 בוגרים מירושלים 100 היו בעלי רישיון נהיגה.

א. ברמת מובהקות של 5% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון בתל אביב גבוה מהאחוז הארצי?

ב. ברמת מובהקות של 10% האם תקבלו את הטענה שאחוז בעלי הרישיון נהיגה בתל אביב גבוה מאחוז בעלי רישיון הנהיגה בירושלים?

**3)** נדגמו 500 בוגרים מתוכם 200 גברים והיתר נשים. במדגם התקבל: מתוך הגברים ל-48% תעודת בגרות. מתוך הנשים ל-58% תעודת בגרות. מטרת המחקר היא לבדוק האם שיעור הזכאיות לבגרות גבוה משיעור הזכאים.

א. מהי מובהקות התוצאה?

ב. מה תהיה המסקנה ברמת מובהקות של 8%?

**4)** במדגם שנערך על 100 פרות מחוות בדרום הארץ התקבל כי 20 פרות נושאות וירוס מסוים. במדגם שנערך על 200 פרות מחוות בצפון הארץ התקבל כי 10 מתוכן נושאות וירוס גם כן.

א. בנו מבחן ברמת מובהקות של 5% לבדיקת הטענה כי הוויורוס תקף את פרות הדרום באופן משמעותי יותר מאשר את הפרות בצפון הארץ.

ב. מהי המסקנה לבדיקת הטענה של סעיף א ומהי הטעות האפשרית במסקנה?

ג. מהי עוצמת המבחן אם שיעור הפרות בדרום עם הוויורוס גבוה ב-10% משיעור הפרות בצפון עם הוויורוס?

ד. כיצד העוצמה תשתנה אם נגדיל את רמת המובהקות?


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## תשובות סופיות

**1)** לא נדחה את $H_0$.

**2)** א. נדחה $H_0$. ב. נדחה $H_0$.

**3)** א. 0.0139 ב. נדחה $H_0$.

**4)** א. ראה סרטון. ב. נדחה $H_0$. ג. 0.8238

ד. תגדל.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל