# מבוא לסטטיסטיקה ב מורחב

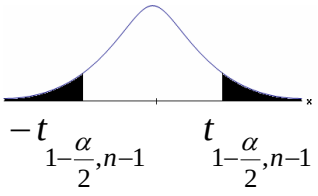
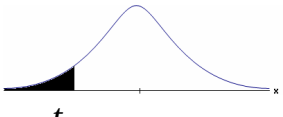
## פרק 19 - בדיקת השערות לתוחלת ההפרש במדגמים מזווגים

### תוכן העניינים

1. בדיקת השערות למדגמים מזווגים ..... 1

# בדיקת השערות על תוחלת ההפרשים במדגמים מזווגים (תלויים)

## בדיקת השערות למדגמים מזווגים – רקע

| | | | |
|---|---|---|---|
| **השערת האפס:**<br>**השערה אלטרנטיבית:** | $H_0: \mu_D = C$<br>$H_1: \mu_D \neq C$ | $H_0: \mu_D = C$<br>$H_1: \mu_D < C$ | $H_0: \mu_D = C$<br>$H_1: \mu_D > C$ |
| **תנאים:** | 1. $\sigma_D$ אינה ידועה<br>2. $D \sim N$ או מדגם מספיק גדול | | |
| **כלל ההכרעה:**<br>אזור הדחייה של $H_0$: | $t_{\bar{D}} > t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}$ או $t_{\bar{D}} < -t^{(n-1)}_{1-\frac{\alpha}{2}}$<br><br><br>■ - דוחים את $H_0$ | $t_{\bar{D}} < -t^{(n-1)}_{1-\alpha}$<br><br><br>■ - דוחים את $H_0$ | $t_{\bar{D}} > t^{(n-1)}_{1-\alpha}$<br><br><br>■ - דוחים את $H_0$ |
| **חלופה לכלל הכרעה:**<br>נדחה $H_0$ אם מתקיים: | $\bar{D} > C + t^{n-1}_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$<br>**או**<br>$\bar{D} < C - t^{n-1}_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$ | $\bar{D} < C - t^{n-1}_{1-\alpha} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$ | $\bar{D} > C + t^{n-1}_{1-\alpha} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$ |

**סטטיסטי המבחן:** $t_{\bar{D}} = \dfrac{\bar{D} - \mu_D}{S_D / \sqrt{n}}$ , $S_D{}^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2}{n-1} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D^2{}_i - n\bar{D}^2}{n-1}$

**דוגמה (פתרון בהקלטה):**


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

חברה שיווקית מעוניינת לבדוק את טענת רשת השיווק "מגה בעיר" הטוענת שמחיריה נמוכים מהמחירים מרשת השיווק "שופרסל".
לצורך הבדיקה נבחרו באקראי 4 מוצרים שונים. המחירים נבדקו בשתי הרשתות.
להלן המחירים:

| המוצר / רשת | מגה בעיר | שופרסל |
|---|---|---|
| שמפו | 17 | 18 |
| ג'ל כביסה | 48 | 57 |
| עוגת גבינה | 35 | 35 |
| לחם | 12 | 10 |
| קפה נמס | 49 | 47 |
| בקבוק יין | 113 | 142 |
| גבינה בולגרית | 20 | 26 |

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמאלית, בדקו ברמת מובהקות של 5% את טענת רשת "מגה בעיר".


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## שאלות

**1)** במטרה לבדוק האם קיים הבדל בין חברת $X$ לחברת $Y$ מבחינת המחירים לשיחות בינ"ל. נדגמו באקראי 7 מדינות ועבור כל מדינה נבדקה עלות דקת שיחה. להלן התוצאות:

| חברה/ מדינה | ארה"ב | קנדה | הולנד | פולין | מצרים | סין | יפן |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 1.5 | 2.1 | 2.2 | 3 | 3.5 | 3.2 | 4.2 |
| $Y$ | 1.4 | 2 | 1.9 | 3.1 | 3.2 | 3.2 | 4.2 |

בהנחה והמחירים מתפלגים נורמלית בכל חברה, בדקו ברמת מובהקות של 5% האם קיים הבדל בין החברות מבחינת המחירים בממוצע?

**2)** מכון המכין לפסיכומטרי טוען שהוא מעלה את ממוצע הציונים ביותר מ-30 נקודות. 8 נבחנים נבדקו לפני ואחרי שהם למדו במכון. להלן התוצאות שהתקבלו:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| לפני | 506 | 470 | 420 | 640 | 670 | 390 | 500 | 590 |
| אחרי | 570 | 540 | 430 | 610 | 680 | 510 | 520 | 580 |

מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%? הניחו שציוני פסיכומטרי מתפלגים נורמלית.

**3)** נדגמו 5 סטודנטים שסיימו את הקורס סטטיסטיקה ב'. להלן הציונים שלהם בסמסטר א' ו- ב':

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| סטטיסטיקה א' | 74 | 68 | 90 | 75 | 82 |
| סטטיסטיקה ב' | 80 | 84 | 87 | 76 | 100 |

פורסם שתלמידים שמסיימים את סמסטר ב משפרים בממוצע את הציונים ב-5 נקודות לעומת סמסטר א'. הניחו שהציונים מתפלגים נורמלית.

א. מהי מובהקות התוצאה לבדיקת הטענה שהשיפור הוא יותר מ 5 נקודות?

ב. על סמך הסעיף הקודם, מהי רמת המובהקות המינימלית להכרעה שהשיפור הוא יותר מ- 5 נקודות?

ג. לאור זאת, מה המסקנה ברמת מובהקות של 10%?

**4)** לצורך בדיקת השפעת היפנוזה על לימוד אנגלית, נבחרו 10 זוגות תאומים זהים. אחד התאומים למד אנגלית בהשפעת היפנוזה, והשני ללא היפנוזה. לאחר מכן נערך לשניהם מבחן באנגלית. נניח שציוני המבחן מתפלגים נורמאלית ללא ידיעת השונות האמתית. המבחן שיש לבצע כאן הוא:

א. מבחן $Z$ למדגם יחיד.

ב. מבחן $T$ למדגם יחיד.

ג. מבחן $T$ למדגמים בלתי תלויים.

ד. מבחן $T$ למדגמים מזווגים.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

**5)** בתחנת טיפת חלב מסוימת יש שני מכשירי שקילה. על מנת להשוות בין שני המשקלים נדגמו 4 תינוקות. כל תינוק בן חודשיים נשקל בכל אחד מהמשקלים. להלן תוצאות השקילה (בק"ג):

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| משקל במכשיר 1 | 4.5 | 9.6 | 0.7 | 2.5 |
| משקל במכשיר 2 | 3.5 | 6.9 | 1.7 | 0.5 |

נניח שהמשקלים מתפלגים נורמלית, המבחן שיש לבצע כאן הוא:

א. מבחן Z למדגם יחיד.

ב. מבחן T למדגם יחיד.

ג. מבחן T למדגמים בלתי תלויים.

ד. מבחן T למדגמים מזווגים.

**6)** כדי להשוות בין שני אצנים נדגמו 5 תוצאות מריצת 100 מטר של כל אצן. זמני הריצה נרשמו ויש להניח שמתפלגים נורמלית. המטרה להשוות בין האצנים. המבחן שיש לבצע כאן הוא:

א. מבחן Z למדגם יחיד.

ב. מבחן T למדגם יחיד.

ג. מבחן T למדגמים בלתי תלויים.

ד. מבחן T למדגמים מזווגים.

## תשובות סופיות

**1)** לא נדחה $H_0$.

**2)** לא נדחה $H_0$.

**3)** א. $0.25 \le pv \le 0.5$ ב. 0.5 ג. לא נדחה $H_0$.

**4)** ד'.

**5)** ד'.

**6)** ג'.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל