# שיטות כמותיות בניהול

## פרק 2 - אי שוויונים אלגבריים

### תוכן העניינים


1. אי שוויונים ממעלה ראשונה ..... 1
2. אי שוויונים ממעלה שנייה ..... 2
3. אי שוויונים ממעלה שלישית ..... 3
4. אי שוויונים עם מנה ..... 4
5. אי שוויונים כפולים מערכות וגם ואו ..... 6
6. אי שוויונים עם ערך מוחלט ..... 7
7. אי שוויונים עם שורשים ..... 9

# אי-שוויונים ממעלה ראשונה

## סיכום כללי

**פעולות המותרות לביצוע בפתרון אי-שוויון**

- לחבר או לחסר כל מספר או ביטוי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי חיובי.
- לכפול או לחלק בכל מספר או ביטוי שלילי תוך הפיכת סימן אי-השוויון.
- להעלות בחזקה אי זוגית.
- להעלות בחזקה זוגית אם שני אגפי אי-השוויון אינם שליליים.

**פעולות אסורות לביצוע בפתרון אי-שוויון**

- לכפול או לחלק בביטוי שלא יודעים את סימנו.
- להעלות בחזקה זוגית כשיש אגף שלילי.

## שאלות

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $45x-26>109$

**2)** $2(x-5)\geq\frac{1}{2}(4x+6)$

**3)** $\frac{8x-4}{2}<\frac{9(x+1)}{3}$

## תשובות סופיות

**1)** $x>3$

**2)** אף $x$.

**3)** $x<5$

# אי-שוויונים ממעלה שנייה

## סיכום כללי

אי שוויון ריבועי הוא מהצורה: $ax^2+bx+c \begin{matrix}>\\<\end{matrix} 0$ כאשר $a \neq 0$.

כדי לפתור אי שוויון ריבועי יש למצוא את נקודות האפס של הביטוי הריבועי ולאחר מכן למצוא את תחום ההצבה עבורו הביטוי מקיים את אי השוויון עצמו.

## שאלות

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $x^2 < 144$

**2)** $x^2 - 12x > -32$

**3)** $(x+2)(x+5) < 0$

**4)** $(x+2)(x+4) < 35$

**5)** $-x^2 + 13x + 30 < 0$

## תשובות סופיות

**1)** $-12 < x < 12$

**2)** $x < 4 \ , \ x > 8$

**3)** $-5 < x < -2$

**4)** $-9 < x < 3$

**5)** $x < -2 \ , \ x > 15$

# אי-שוויונים ממעלה שלישית

## סיכום כללי

אי שוויונים ממעלה גבוהה מיוחסים לכאלה שניתן לכתוב אותם בצורה של פולינומים, כגון: $x^3-4x^2+4x+1>0$ , $x^4+2x^2+1<0$ וכו'.

נפתור אותם על ידי פירוק לגורמים ומציאת נקודות האפס של כל גורם.

לאחר מכן נבדוק את כל אחד מתחומי המספרים המתקבלים עבור הנעלם, ונראה באלו מהם מתקבל פסוק אמת.

## שאלות

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $(x-1)(x-2)(x-3)>0$

**2)** $(-2x^2-3x+2)(x+1)\le 0$

**3)** $(x^2+3x+5)(x-2)>0$

## תשובות סופיות

**1)** $1<x<2\ ,\ x>3$

**2)** $-2\le x\le -1\ ,\ x\ge \frac{1}{2}$

**3)** $x>2$

# אי-שוויונים עם מנה

## סיכום כללי

אי שוויון מהצורה $\frac{f(x)}{g(x)}>0$ (או $\frac{f(x)}{g(x)}<0$) נקרא אי-שוויון עם מנה,

בו $f(x)$ ו-$g(x)$ פולינומים.

למשל $\frac{2x+4}{x^2-3x+4}<0$, בו $f(x)=2x+4$ ו- $g(x)=x^2-3x+4$.

כדי לפתור אי שוויון עם מנה, נמצא את נקודות האפס של $f(x)$ ושל $g(x)$,

ונציב מספרים בתחומים המתקבלים.

אלו שיתנו פסוק אמת יהוו את פתרון אי-השוויון.

### הערות

- ניתן לבצע כפל של המכנה בריבוע בכדי להעביר את אי השוויון לצורה של מכפלות.
- ניתן להעביר אי שוויון המכיל מספר מנות ומספרים שלמים לצורה הנ"ל,
  על ידי פעולות אלגבריות מתאימות תחילה.

## שאלות

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $\frac{x-1}{x^2-9}>0$

**2)** $\frac{x-1}{3x+2}\geq -3$

**3)** $\frac{x-3}{2x^2-10x+12}>0$

## תשובות סופיות

**1)** $-3 < x < 1 \ , \ x > 3$

**2)** $x < -\frac{2}{3} \ , \ x \geq -\frac{1}{2}$

**3)** $2 < x < 3 \ , \ x > 3$

# אי-שוויונים כפולים – מערכות וגם ואו

## סיכום כללי

אי-שוויון כפול הוא צורה מקוצרת להציג שני אי-שיוונים אשר יש לפתור יחד (קרי: כמערכת 'וגם').

למשל, במקום לכתוב: $a<b$ וגם $b<c$, ניתן לכתוב: $a<b<c$.

מכאן, כדי לפתור אי שוויון כפול יש לפצל אותו תחילה לשני אי-שיוונים,

ולפתור כל אחד בנפרד. לאחר מכן יש לקחת את חיתוך הפתרונות.

## שאלות

פתור את אי-השוויונים הבאים:

**1)** $3<x+1<5$

**2)** $-1<\frac{x-1}{x+1}<1$

**3)** $6x-38\le x-3\le 5x+7$

## תשובות סופיות

**1)** $2<x<4$

**2)** $x>0$

**3)** $-2.5\le x\le 7$

# אי שוויונים עם ערך מוחלט

## סיכום כללי

### כללים לפתרון אי שוויון עם ערך מוחלט יחיד

| מקרה | $\lvert x\rvert < a$ | $\lvert x\rvert > a$ |
|---|---|---|
| פתרון | $-a < x < a$ | $x < -a \cap x > a$ |

### כללים לפתרון אי שוויון עם מספר ערכים מוחלטים

- נמצא את הנקודות המאפסות כל ביטוי עם ערך מוחלט.
- מחלקים את אי השוויון לתחומים לפי נקודות האפס.
- פותרים את אי השוויון לכל תחום בנפרד.
- כותבים פתרון כללי (מערכת או) לכל התחומים יחדיו.

## שאלות

**1)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $\lvert x+2\rvert < 3$ ב. $\lvert 2x+1\rvert > 7$

ג. $\lvert 6-2x\rvert < x$ ד. $\lvert 2x+1\rvert - 3x > 4$

**2)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $1 < \lvert 4-3x\rvert < 7$ ב. $\lvert 2x+3\rvert < 8 < \lvert 5-x\rvert$

**3)** פתור את אי-השוויונים הבאים:

א. $\lvert x-3\rvert + \lvert 2x+2\rvert > 7$ ב. $\lvert 3-2x\rvert - 11 > 4 - \lvert 6+x\rvert$

## תשובות סופיות

**1)** א. $-5<x<1$ ב. $x>3$ או $x<-4$

ג. $2<x<6$ ד. $x<-1$.

**2)** א. $1\frac{2}{3}<x<3\frac{2}{3}$ או $-1<x<1$ ב. $-5\frac{1}{2}<x<-3$

**3)** א. $x>2$ או $x<-2$ ב. $x>4$ או $x<-6$

# אי שוויונים עם שורשים

## סיכום כללי

**מקרים בפתרון אי-שוויונות עם שורשים**

| מקרה | אי השוויון | פתרון |
|---|---|---|
| $a \geq 0$ | $\sqrt{f(x)} < a$ | $0 \leq f(x) < a^2$ |
| $a < 0$ | $\sqrt{f(x)} < a$ | אין פתרון |
| | $\sqrt{f(x)} > a$ | כל $x$ בת.ה. של $f(x)$ |

## שאלות

פתור את אי השוויונים הבאים:

**1)** $\sqrt{x+3} < 7$

**2)** $\sqrt{2x-5} \geq 1$

**3)** $\sqrt{2x^2+5x-6} > 2-x$

**4)** $\sqrt{x^2+x-6} < x-3$

## תשובות סופיות

**1)** $-3 \leq x < 46$

**2)** $x \geq 3$

**3)** $x < -10 \ , \ x > 1$

**4)** $\varnothing$