# חדוא 2 מ

## פרק 20 - אינטגרלים משולשים ושימושיהם

### תוכן העניינים

1. אינטגרלים משולשים ושימושיהם . . . . . 1

# אינטגרלים משולשים ושימושיהם

## שאלות

חשבו את האינטגרלים בשאלות **1-4**:

**1)** $\int_0^1\int_0^z\int_0^{x+z} 6xzdydxdz$

**2)** $\int_0^3\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-z^2}} ze^y dxdzdy$

**3)** $B=\left\{(x,y,z)\middle|0\le x\le 1,-1\le y\le 2,0\le z\le 3\right\}$ , $\iiint_B xyz^2dV$

**4)** $B=\left\{(x,y,z)\middle|0\le x\le 1\,,\,0\le y\le \sqrt{x}\,,0\le z\le 1+x+y\right\}$ , $\iiint_B 6xydV$

חשבו את האינטגרלים בשאלות **5-8**, על ידי שינוי סדר אינטגרציה:

**5)** $\int_0^4\int_0^1\int_{2y}^2 \frac{4\cos\left(x^2\right)}{2\sqrt{z}}dxdydz$

**6)** $\int_0^1\int_0^1\int_{x^2}^1 12xze^{zy^2}dydxdz$

**7)** $\int_0^1\int_{\sqrt[3]{z}}^1\int_0^{\ln 3} \frac{\pi e^{2x}\sin\pi y^2}{y^2}dxdydz$

**8)** $\int_0^2\int_0^{4-x^2}\int_0^x \frac{\sin 2z}{4-z}dydzdx$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

בשאלות **9-14** חשבו את **נפחי הגופים** החסומים על ידי המשטחים:

**9)** $z=1+x+y,\ z=0,\ x+y=1,\ x=0,\ y=0$

**10)** $z=0,\ z=x^2+y^2,\ y=1,\ y=x^2$

**11)** $(x\geq 0)\ \ z=0,\ z=x^2+y,\ y=0.5x,\ y=2x,\ y=\frac{2}{x}$

**12)** $z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1,\ 2y^2=x$

**13)** $(z\geq 0)\ x^2+\frac{y^2}{4}=1,\ z=y$

**14)** $z=x+y,\ z=6,\ x=0,\ y=0,\ z=0$

**15)** חשבו את המסה ואת מרכז הכובד של גליל שגובהו $h$ ורדיוס הבסיס שלו $r$.
הניחו שהצפיפות בכל נקודה פרופורציונלית למרחק הנקודה מבסיס הגליל,
כלומר, פונקציית הצפיפות היא מהצורה $\delta(x,y,z)=kz$ $(k>0)$.

**16)** חשבו את מומנט ההתמד של התיבה ההומוגנית (פונקציית צפיפות קבועה)
$V=\{(x,y,z)\mid 0\leq x\leq a\ ,\ 0\leq y\leq b\ ,\ 0\leq z\leq c\}$, סביב ציר ה- $z$.
בטאו את התשובה באמצעות המסה של התיבה, $M$.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

1) $1$
2) $\frac{1}{3}\left(e^3-1\right)$
3) $\frac{27}{4}$
4) $\frac{65}{28}$
5) $2\sin 4$
6) $3e-6$
7) $4$
8) $\frac{\sin^2 4}{2}$
9) $\frac{5}{6}$
10) $\frac{88}{100}$
11) $\frac{17}{6}$
12) $16\frac{1}{5}$
13) $\frac{8}{3}$
14) $36$
15) $\left(\bar{x},\bar{y},\bar{z}\right)=\left(0,0,\frac{2h}{3}\right),\ M=\frac{1}{2}\pi kh^2r^2$
16) $\frac{1}{3}M\left(a^2+b^2\right)$


כתב ופתר – גיא סלומון ©