# חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א

## פרק 19 - אינטגרלים מיידיים

### תוכן העניינים

1. אינטגרלים מידיים ..... 1
2. מציאת פונקציה קדומה ..... 4

# אינטגרלים מיידיים

## שאלות

חשבו את האינטגרלים בשאלות **1-12** (פתירה על ידי הכלל: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$):

**1)** $\int 4dx$

**2)** $\int x^4 dx$

**3)** $\int \frac{1}{x^2} dx$

**4)** $\int \sqrt{x} dx$

**5)** $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

**6)** $\int 4x^{10} dx$

**7)** $\int \left(2x^2 - x + 1\right) dx$

**8)** $\int \left(\frac{3}{x^4} + 2\sqrt[3]{x}\right) dx$

**9)** $\int \left(x^2 + 1\right)^2 dx$

**10)** $\int \left(x^2 + 1\right)\left(x + 2\right) dx$

**11)** $\int \frac{1 + 2x^2 + x^4}{x^2} dx$

**12)** $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

חשבו את האינטגרלים בשאלות **13-20**:

(פתירה על ידי הכלל: $\int \left(ax+b\right)^n dx = \frac{\left(ax+b\right)^{n+1}}{a \cdot \left(n+1\right)} + c$)

**13)** $\int \left(4x+1\right)^{10} dx$

**14)** $\int \left(x^2 - 2x + 1\right)^{10} dx$

**15)** $\int \frac{4}{\left(x-2\right)^5} dx$

**16)** $\int \sqrt[3]{4x-10} dx$

**17)** $\int \frac{10}{\sqrt{2x+4}} dx$

**18)** $\int \frac{x}{\left(x-1\right)^4} dx$

**19)** $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x}}$

**20)** $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+1}+1}$

חשבו את האינטגרלים בשאלות **21-26**:

(פתירה על ידי הכלל: $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{\ln|ax+b|}{a} + c$)

**21)** $\int \frac{1}{4x} dx$

**22)** $\int \frac{1 + x + x^2}{x} dx$

**23)** $\int \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx$

**24)** $\int \frac{1}{4x-1} dx$

**25)** $\int \frac{x+3}{x+2} dx$

**26)** $\int \frac{4x+1}{x+2} dx$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

חשבו את האינטגרלים בשאלות **27-29**:

(פתירה על ידי הכלל: $\int e^{ax+b}dx=\frac{e^{ax+b}}{a}+c$)

**27)** $\int\left(e^{4x}+e^{-x}\right)dx$ **28)** $\int\left(e^{x+1}\right)^2dx$ **29)** $\int\left(4\sqrt{e^x}+\frac{1}{\sqrt[3]{e^{4x}}}\right)dx$

**30)** חשבו את האינטגרל: $\int\frac{2^x+4^{2x}+10^{3x}}{5^x}dx$

(פתירה על ידי הכלל: $\int a^{mx+n}dx=\frac{a^{mx+n}}{m\ln a}+c$)

חשבו את האינטגרלים בשאלות **31-33**:

**31)** $\int\frac{1}{1+4x^2}dx$ **32)** $\int\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$ **33)** $\int\frac{x^2}{1-x^2}dx$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

**1)** $4x+c$

**2)** $\frac{x^5}{5}+c$

**3)** $-\frac{1}{x}+c$

**4)** $\frac{x^{1.5}}{1.5}+c$

**5)** $-\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

**6)** $\frac{4x^{11}}{11}+c$

**7)** $\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x+c$

**8)** $-\frac{1}{x^3}+\frac{3\sqrt[3]{x^4}}{2}+c$

**9)** $\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}+x+c$

**10)** $\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x+c$

**11)** $-\frac{1}{x}+2x+\frac{x^3}{3}+c$

**12)** $\frac{x^{1.5}}{1.5}+\frac{x^{0.5}}{0.5}+c$

**13)** $\frac{(4x+11)^{11}}{44}+c$

**14)** $\frac{(x-1)^{21}}{21}+c$

**15)** $-\frac{1}{(x-2)^4}+c$

**16)** $\frac{3}{16}\sqrt[3]{(4x-10)^4}+c$

**17)** $10\sqrt{2x+4}+c$

**18)** $-\frac{1}{2(x-1)^2}-\frac{1}{3(x-1)^3}+c$

**19)** $-\frac{2}{3}\left((x-1)^{3/2}+x^{3/2}\right)+c$

**20)** $\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}-x+c$

**21)** $\frac{\ln|x|}{4}+c$

**22)** $\ln|x|+x+\frac{x^2}{2}+c$

**23)** $x+2\ln|x|-\frac{1}{x}+c$

**24)** $\frac{\ln|4x-1|}{4}+c$

**25)** $x+\ln|x+2|+c$

**26)** $4\left(x-1.75\ln|x+2|\right)+c$

**27)** $\frac{e^{4x}}{4}-e^{-x}+c$

**28)** $\frac{e^{2x+2}}{2}+c$

**29)** $8e^{\frac{x}{2}}-\frac{3e^{-\frac{4x}{3}}}{4}+c$

**30)** $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^x}{\ln\left(\frac{2}{5}\right)}+\frac{\left(\frac{16}{5}\right)^x}{\ln\left(\frac{16}{5}\right)}+\frac{(200)^x}{\ln(200)}+c$

**31)** $\frac{1}{2}\arctan(2x)+c$

**32)** $\arcsin\left(\frac{x}{2}\right)+c$

**33)** $-\left(x-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|\right)+c$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# מציאת פונקציה קדומה

## שאלות

**1)** נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x)=2x-\sqrt[3]{4x}$.

ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה $(2,3)$.

מצאו את הפונקציה.

**2)** נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x)=\sqrt[3]{5x+7}$.

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-$x$ בנקודה שבה $x=4$.

מצאו את הפונקציה.

**3)** נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x)=\frac{10}{\sqrt[5]{x+1}}+(x-1)^2$.

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-$y$ בנקודה שבה $y=-6$.

מצאו את הפונקציה.

**4)** נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x)=2x-6$.

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 5.

מצאו את הפונקציה.

**5)** נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}+2$.

שיפוע המשיק לפונקציה, בנקודה שבה $y=5\frac{2}{3}$, הוא 3.

מצאו את הפונקציה.

**6)** נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x)=6x+6$.

שיפוע הפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא $-12$,

וערך הפונקציה בנקודה זו הוא 1.

מצאו את הפונקציה.

**7)** נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x)=1+\frac{8}{x^3}$.

המשיק לפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא הישר $y=-4$.

מצאו את הפונקציה.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

**8)** נתונה פונקציה $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימת $f(0)=0$,
ונתון בנוסף כי לכל $x_0$ ממשי: $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=|x_0|$.

א. מצאו את תחומי הרציפות של הפונקציה.

ב. חשבו את הגבול הבא או קבעו שהוא אינו קיים $\lim_{x\to 0} f(x)$

ג. מצאו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה עם ציר ה-$x$.

ד. מצאו את כל נקודות הפיתול של הפונקציה.

ה. תהי $G(x)$ פונקציה קדומה של $|x|$.
חשבו את הנגזרת $\big(G(x)-f(x)\big)'$.

## תשובות סופיות

**1)** $f(x)=x^2-\frac{3}{16}\sqrt[3]{(4x)^4}+2$

**2)** $f(x)=\frac{3}{20}\sqrt[3]{(5x+7)^4}-12\frac{3}{20}$

**3)** $f(x)=12\frac{1}{2}\sqrt[5]{(x+1)^4}+\frac{1}{3}(x-1)^3-18\frac{1}{6}$

**4)** $f(x)=x^2-6x+14$

**5)** $f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{(x+2)^3}-\frac{2}{3}\sqrt{(x-1)^3}+2x-3$

**6)** $f(x)=x^3+3x^2-9x-10$

**7)** $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{x}+3x+2$

**8)** א. רציפה לכל $x$. ב. $\lim_{x\to 0} f(x)=0$ ג. נקודת חיתוך אחת $(0,0)$.
ד. נקודת פיתול אחת $(0,0)$. ה. $0$