מתמטיקה למדעים 1

פרק 22 - אינטגרלים לא אמיתיים

תוכן העניינים

1. אינטגרל לא אמיתי מסוג ראשון 1
2. אינטגרל לא אמיתי מסוג שני 3
3. אינטגרל לא אמיתי מסוג שלישי 4
4. שימושים של אינטגרלים לא אמיתיים 5

אינטגרל לא אמיתי מסוג ראשון

שאלות

חשבו את האינטגרלים בשאלות **1-5**:

1) $\int_1^\infty \frac{xdx}{\left(1+x^2\right)^2}$

2) $\int_1^\infty \frac{dx}{\left(1+x\right)\sqrt{x}}$

3) $\int_1^\infty xe^{-x^2}dx$

4) $\int_1^\infty \frac{x}{x^2+5}dx$

5) $\int_1^\infty x^2e^{-2x}dx$

6) הוכיחו כי $\int_0^\pi \frac{1}{1+\alpha\cos x}dx=\frac{\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}}$, עבור $|\alpha|<1$.

7) הוכיחו כי $\int_0^\pi \frac{1}{\alpha-\cos x}dx=\frac{\pi}{\sqrt{\alpha^2-1}}$, עבור $|\alpha|>1$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) $\frac{1}{4}$
2) $\frac{\pi}{2}$
3) $\frac{1}{2e}$
4) מתבדר: ∞.
5) $\frac{5}{4e^2}$
6) שאלת הוכחה.
7) שאלת הוכחה.

אינטגרל לא אמיתי מסוג שני

שאלות

חשבו את האינטגרלים הבאים:

1) $\int_0^1 \sin\frac{1}{x}\cdot\frac{dx}{x^2}$

2) $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$

תשובות סופיות

1) מתבדר: ∞.

2) מתבדר: ∞.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

אינטגרל לא אמיתי מסוג שלישי

שאלה

1) חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^2}dx$.

תשובה

1) מתבדר: ∞.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

שימושים של אינטגרלים לא אמיתיים

שאלות

1) חשבו את השטח בין גרף הפונקציה $y=e^{2x}$, הישר $x=1$ וציר ה- x , עבור $x\le 1$.

2) חשבו את השטח בין גרף הפונקציה $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$, ציר ה- y , ציר ה- x והישר $x=5$.

3) נתונה הפונקציה $f\left(x\right)=\frac{x^2}{e^{x^3}}$.
ידוע כי השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x , בתחום $0\le x\le k$, שווה לשטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x , בתחום $x\ge k$.
מצאו את הקבוע k .

תשובות סופיות

1) $\frac{1}{2}e^2$

2) $2\sqrt{5}$

3) $k=\sqrt[3]{\ln 2}$