

חדו"א ד

פרק 20 - אינטגרלים לא אמיתיים

תוכן העניינים

1. אינטגרל לא אמיתי מסוג ראשון.....1
2. אינטגרל לא אמיתי מסוג שני.....2
3. אינטגרל לא אמיתי מסוג שלישי.....3
4. שימושים של אינטגרלים לא אמיתיים.....4
5. מבחני השוואה.....5

אינטגרל לא אמיתי מסוג ראשון

שאלות

חשבו את האינטגרלים הבאים :

$$\int_1^{\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)^2} \quad (1)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} \quad (2)$$

$$\int_1^{\infty} x e^{-x^2} dx \quad (3)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{x}{x^2+5} dx \quad (4)$$

$$\int_1^{\infty} x^2 e^{-2x} dx \quad (5)$$

תשובות סופיות

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2e} \quad (3)$$

$$\text{מתבדר : } \infty \quad (4)$$

$$\frac{5}{4e^2} \quad (5)$$

אינטגרל לא אמיתי מסוג שני

שאלה

1) חשבו את האינטגרל $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$.

תשובה

1) מתבדר: ∞ .

אינטגרל לא אמיתי מסוג שלישי

שאלה

(1) חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$.

תשובה

(1) מתבדר: ∞ .

שימושים של אינטגרלים לא אמיתיים

שאלות

(1) חשבו את השטח בין גרף הפונקציה $y = e^{2x}$, הישר $x=1$ וציר ה- x , עבור $x \leq 1$.

(2) חשבו את השטח בין גרף הפונקציה $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, ציר ה- y , ציר ה- x והישר $x=5$.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{e^{x^3}}$.

ידוע כי השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x , בתחום $0 \leq x \leq k$, שווה לשטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x , בתחום $x \geq k$. מצאו את הקבוע k .

תשובות סופיות

$$\frac{1}{2}e^2 \quad (1)$$

$$2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$k = \sqrt[3]{\ln 2} \quad (3)$$

מבחני השוואה

שאלות

בדקו את התכנסות או התבדרות האינטגרלים הבאים :

$$\int_1^{\infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + 4x^2 + 5} dx \quad (2)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 + 4x^2 + 5} dx \quad (1)$$

$$\int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{x} dx \quad (4)$$

$$\int_1^{\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) dx \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^2 \frac{e^{3x}}{1 + x^2} dx \quad (6)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + x^4} dx \quad (5)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}(\sqrt{1+x}-1)} dx \quad (8)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{1+x} dx \quad (7)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{\sqrt[4]{(x-1)^5} \sqrt{(1+x)^5}} dx \quad (10)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2(x+\sqrt{x})} dx \quad (9)$$

תשובות סופיות

(2) מתבדר.

(1) מתכנס.

(4) מתבדר.

(3) מתבדר.

(6) מתכנס.

(5) מתכנס.

(8) מתכנס.

(7) מתבדר.

(10) מתבדר.

(9) מתכנס.