חדוא לתלמידי כלכלה וניהול

פרק 23 - אינטגרלים לא אמיתיים

תוכן העניינים

1. אינטגרל לא אמיתי מסוג ראשון 1
2. אינטגרל לא אמיתי מסוג שני 2
3. אינטגרל לא אמיתי מסוג שלישי 3
4. שימושים של אינטגרלים לא אמיתיים 4
5. מבחני השוואה 5

אינטגרל לא אמיתי מסוג ראשון

שאלות

חשבו את האינטגרלים הבאים:

1) $\int_1^\infty \frac{xdx}{\left(1+x^2\right)^2}$

2) $\int_1^\infty \frac{dx}{\left(1+x\right)\sqrt{x}}$

3) $\int_1^\infty xe^{-x^2}dx$

4) $\int_1^\infty \frac{x}{x^2+5}dx$

5) $\int_1^\infty x^2e^{-2x}dx$

תשובות סופיות

1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{\pi}{2}$

3) $\frac{1}{2e}$

4) מתבדר: ∞.

5) $\frac{5}{4e^2}$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

אינטגרל לא אמיתי מסוג שני

שאלה

1) חשבו את האינטגרל $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$.

תשובה

1) מתבדר: ∞.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

אינטגרל לא אמיתי מסוג שלישי

שאלה

1) חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^2}dx$.

תשובה

1) מתבדר: ∞.

שימושים של אינטגרלים לא אמיתיים

שאלות

1) חשבו את השטח בין גרף הפונקציה $y=e^{2x}$, הישר $x=1$ וציר ה- x , עבור $x\le 1$.

2) חשבו את השטח בין גרף הפונקציה $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$, ציר ה- y , ציר ה- x והישר $x=5$.

3) נתונה הפונקציה $f\left(x\right)=\frac{x^2}{e^{x^3}}$.
ידוע כי השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x , בתחום $0\le x\le k$, שווה לשטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x , בתחום $x\ge k$.
מצאו את הקבוע k .

תשובות סופיות

1) $\frac{1}{2}e^2$

2) $2\sqrt{5}$

3) $k=\sqrt[3]{\ln 2}$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

מבחני השוואה

שאלות

בדקו את התכנסות או התבדרות האינטגרלים הבאים:

1) $\int_1^\infty \frac{x^2+2x+1}{x^4+4x^2+5}dx$

2) $\int_1^\infty \frac{x^2+2x+1}{x^3+4x^2+5}dx$

3) $\int_1^\infty \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)dx$

4) $\int_2^\infty \frac{\sqrt{x^3+1}}{x}dx$

5) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^4}dx$

6) $\int_{-\infty}^2 \frac{e^{3x}}{1+x^2}dx$

7) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{1+x}dx$

8) $\int_0^\infty \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{1+x}-1\right)}dx$

9) $\int_0^\infty \frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2\left(x+\sqrt{x}\right)}$

10) $\int_1^\infty \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{\sqrt[4]{(x-1)^5}\sqrt{(1+x)^5}}dx$

תשובות סופיות

1) מתכנס.
2) מתבדר.
3) מתבדר.
4) מתבדר.
5) מתכנס.
6) מתכנס.
7) מתבדר.
8) מתכנס.
9) מתכנס.
10) מתבדר.