

שדות אלקטרו מגנטיים



תוכן העניינים

1	1. אנליזה וקטורית.....
5	2. תנאי שפה לשדה החשמלי.....
7	3. דיפול קוואדרופול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל.....
10	4. בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות.....
14	5. בעיות שפה בקואורדינטות גליליות(רשום בסילבוס של 4202 שהחומר לא יילמד בהרצאה ולא יכלל במבחן רק יסופק חומר וידאו להשלמה).....
17	6. בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות.....
18	7. מטעני דמות.....
26	8. נגדים זרם וצפיפות זרם.....
33	9. וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות.....
36	10. מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון.....
38	11. חוק ביו סבר- מתוך פיזיקה 2.....
44	12. השראות- מתוך פיזיקה 2.....
49	13. קוואזיסטטיקה.....
52	14. חומרים דיאלקטריים.....
56	15. הפוטנציאל הוקטורי.....
59	16. מומנט דיפול מגנטי- מתוך פיזיקה 2.....
62	17. חומרים מגנטיים.....
68	18. משוואות מקסוואל.....
70	19. תרגילים ברמת מבחן.....

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים.....1

הסבר ותרגילים:

שאלות:

(1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

(2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

(3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r , מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

(4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

(5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A} = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z}$ כאשר a, b, c קבועים נתונים. א. האם \vec{A} וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של \vec{A} בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: r, θ, z .

(6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A} = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z}$ כאשר a, b, c קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של \vec{A} בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: r, θ, φ .

(7) divr

חשב את $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ כאשר \vec{r} הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

(8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla} \cdot (f\vec{A}) = f \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{\nabla} f$ כאשר \vec{A} היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

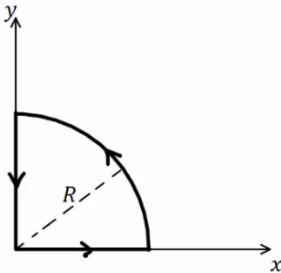
(9) אינטגרל קווי על רבע מעגל

נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F} = 2\hat{r} + 3\hat{\phi} - 5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר ϕ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.



(10) אינטגרל על מעטפת גלילית

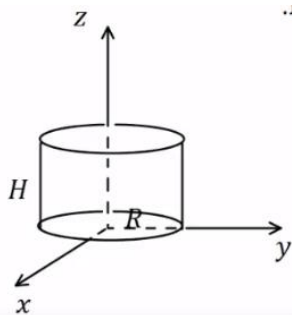
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F} = ar\hat{r} + b\hat{\theta} + czz$, בקואורדינטות גליליות, כאשר a, b, c קבועים נתונים.

נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך

שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{v}$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.



(11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f = ax^2 + by^2 + cz^2$.

הוקטור צריך להיות פונקציה של: x, y, z .

(12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f(x, y, z) = 2xy$,

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A} = 2\hat{x} + 5\hat{y} - 4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla} f$.

ב. מצא את הרכיב של \vec{A} בכיוון של $\vec{\nabla} f$ בנקודה המתאימה ל- $f = 12, x = 2$.

(13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.

14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A} = y\hat{x} - x\hat{y}$.

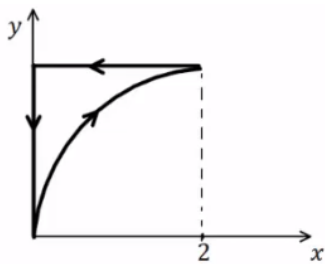
א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע"י הקווים

הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy :

$$(0,0) \rightarrow (2,0) \rightarrow (0,1) \rightarrow (0,0)$$

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך

המסלול של סעיף א'.



15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי

נתון שדה וקטורי: $\vec{A} = x^2y\hat{x} + y^2x\hat{y} + C \cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$ על המסלול

המתואר באיור.

משוואת העקום היא: $y^2 = bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע"י המסלול.

תשובות סופיות:

$$. S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$. V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad (2)$$

$$. \sigma = \frac{Q}{\pi R^2}, q = Q \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (3)$$

$$. Q = \rho_0 \pi R^3 \quad (4)$$

$$. A_r = a \cos \theta + b \sin \theta, A_\theta = -a \sin \theta + b \cos \theta, A_z = C \quad \text{ב. א. כן.} \quad (5)$$

$$, A_r = a \sin \varphi \cos \theta + b \sin \varphi \sin \theta + C \cos \varphi, A_\varphi = a \cos \varphi \cos \theta + b \cos \varphi \sin \theta - C \sin \varphi \quad (6)$$

$$. A_\theta = -a \sin \theta r b \cos \theta$$

$$. \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 3 \quad (7)$$

הוכחה. (8)

$$. \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = -5R \frac{\pi}{2} \quad \text{א.} \quad (9) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{s} = -5R \frac{\pi}{2}$$

$$. \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = (2a + C) \pi R^2 H \quad \text{א.} \quad (10) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{F} dv = (2a + C) \pi R^2 H$$

$$. \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{(ax)^2 + (by)^2 + (cz)^2}} (ax, by, cz) \quad (11)$$

$$. \vec{\nabla} f = 2y\hat{x} + 2x\hat{y} + 0 \cdot \hat{z} \quad \text{א.} \quad (12) \quad \text{ב.} \quad \frac{16}{13} (3, 2)$$

הוכחה. (13)

$$. \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = -2 \quad \text{א.} \quad (14) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = -2$$

$$. \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{21} 2^{\frac{7}{2}} b^{\frac{1}{2}} + \frac{2^{\frac{5}{2}}}{5} b^{\frac{3}{2}} \quad \text{א.} \quad (15) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{5} b^{\frac{3}{2}} - \frac{2^{\frac{7}{2}}}{21} b^{\frac{1}{2}}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 2 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

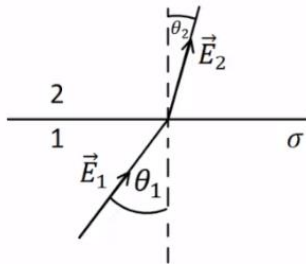
1. הרצאות ותרגילים.....5

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

(1) קפיצה על שפת כדור

נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R . השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_m = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z}$ כאשר: a, b, c קבועים נתונים. על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi) = \sigma_0 \sin \varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה- z . מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.



(2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון

שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1, θ_2

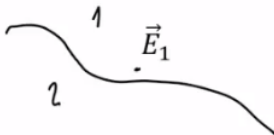
$$\tan \theta_2 = \frac{\tan \theta_1}{1 + \frac{\sigma}{\epsilon_0 E_1 \cos \theta_1}}$$

שבאיור הוא: כאשר E_1

הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

(3) מציאת נורמל למשטח

המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x + 4y - z = 3$.



א. מצא וקטור הנורמל למשטח \hat{n} .

ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב

למשטח: $\vec{E}_1 = 2\hat{x} + 5\hat{y} - 3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

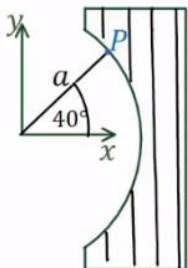
(4) עדשה דיאלקטרית

האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a . צד ימין הוא

מישור ישר המקביל למישור xz . השדה החשמלי בנקודה P

הנמצאת ב- $\vec{r}_p = (a, 40^\circ, z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_p) = 4\hat{r} - 3\hat{\theta}$

ביחידות $\frac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.



מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x ?

תשובות סופיות:

$$\mathbf{E}_{out} = \left(a + \frac{\sigma_0(\sqrt{x^2 + y^2})x}{\epsilon_0 R^2}, b + \frac{\sigma_0(\sqrt{x^2 + y^2})y}{\epsilon_0 R^2}, c + \frac{\sigma_0(\sqrt{x^2 + y^2})z}{\epsilon_0 R^2} \right) \quad (1)$$

(2) הוכחה.

$$\text{א. } \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{21}}(2, 4, -1) \quad \text{ב. } \frac{27}{21}(2, 4, -1) \quad \text{ג. } -\frac{1}{7}(4, 1, 12) \quad (3)$$

(4) $\epsilon_r \approx 1.2$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 3 - דיפול קוואדרופול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....7

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p} = (p, 0, 0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a, 0, 0)$ עם מהירות $(v, 0, 0)$ ייעצר בנקודה $(b, 0, 0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a, -\sqrt{2}a, 0)$ עם מהירות $(0, 0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה

שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים

$$x = a \text{ ו- } x = -a$$

א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q

הנמצא בנקודה $(x, y, 0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול

בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית

של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x היא 45° מעלות.

השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים, וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של

דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

3) חישוב שגיאה

מטען q נמצא ב- $(0, 0, d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0, 0, -d)$.

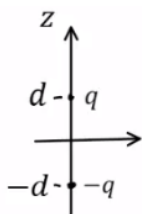
א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z .

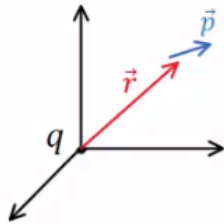
ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל

של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול

לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

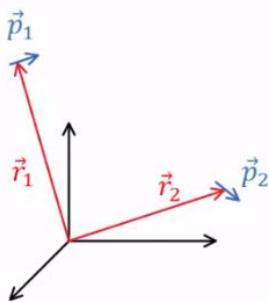


**(4) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)**

דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול \vec{p} נמצא במיקום \vec{r} . מטען נקודתי q נמצא בראשית. התייחס ל- q , \vec{p} ו- \vec{r} כנתונים.

- א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.
 ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.

ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא:
$$\vec{F} = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r}^2 - (\vec{p} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{r})}{r^5}$$

**(5) אנרגיית דיפול-דיפול**

דיפול \vec{p}_1 ממוקם ב- \vec{r}_1 ודיפול \vec{p}_2 ממוקם ב- \vec{r}_2 .

א. הראה שהאנרגיה של \vec{p}_2 בשדה של \vec{p}_1

היא:
$$U = \frac{k}{\tilde{r}^3} (\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3(\vec{p}_1 \cdot \tilde{\vec{r}})(\vec{p}_2 \cdot \tilde{\vec{r}}))$$

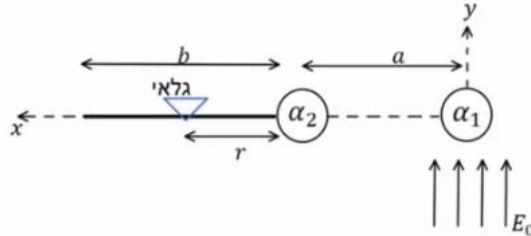
כאשר: $\tilde{\vec{r}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{r}$ ו- $\tilde{r} = |\tilde{\vec{r}}|$, $\tilde{\vec{r}} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

- ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של \vec{p}_1 בשדה של \vec{p}_2 היינו מקבלים תוצאה זהה.
 ג. מצא את הכוח הפועל על \vec{p}_2 והכוח על \vec{p}_1 .
 ד. מה שווה הכוח על \vec{p}_2 במקרה ש- \vec{p}_2 מקביל ל- \vec{p}_1 ומקביל ל- $\tilde{\vec{r}}$? ומה הכוח אם \vec{p}_2 מקביל ל- \vec{p}_1 ומאונך ל- $\tilde{\vec{r}}$.

(6) מערכת למדידת קיטוביות

- המערכת הבאה מיועדת למדידת הקיטוביות של חלקיק. מניחים חלקיק עם קיטוביות ידועה α_1 בראשית ומפעילים רק עליו שדה חשמלי אחיד: $\vec{E} = E_0 \hat{y}$. החלקיק הנמדד נמצא על ציר ה- x ובמרחק a מהראשית. ניתן להניח שהחלקיקים מאוד קטנים ביחס למרחק ביניהם. מניחים על ציר ה- x בתחום: $a < x < a+b$ מסילה ועליה גלאי המודד את עוצמת השדה החשמלי. נסמן את המרחק של הגלאי מהחלקיק הנמדד ב- r .
- א. מה צריך להיות כיוון הדיפולים שנוצרים בחלקיקים במצב היציב?
 ב. הנח ש- α_1 ו- α_2 נתונים וכתוב באמצעותם זוג משוואות מהן ניתן למצא את \vec{p}_1 ו- \vec{p}_2 .
 ג. הנח שמומנטי הדיפול ידועים וכתוב ביטוי לשדה החשמלי במיקום של הגלאי.

- ד. כאשר הגלאי נמצא ב- $r = r_0$ נתון כי השדה הנמדד הוא אפס. מצא את α_2 . האם הכרחי לדעת מהו α_1 ?



תשובות סופיות:

- א. $p = \frac{1}{2} mV^2 ek \left(\frac{a^2 \cdot b^2}{b^2 - a^2} \right)$. ב. ראה סרטון.
- א. $\vec{F} = Q\vec{E}_T$. ב. ראה סרטון. ג. $\vec{P} = q2a\hat{x}$. ד. ראה סרטון.
- א. $\varphi = \frac{kq2d}{z^2 - d^2}$. ב. $z_{\min} = 10d$. ג. $z_{\min} \approx 14.14d$.
- א. $\vec{\tau} = \frac{kq}{r^3} (\vec{p} \times \vec{r})$. ב. $U = -\frac{kq}{r^3} (\vec{p} \cdot \vec{r})$. ג. הוכחה.
- א. הוכחה. ב. הוכחה.
- א. שני הדיפולים בכיוון \hat{y} . ג. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2, \vec{F}_2 = \frac{3k}{\tilde{r}^4} (\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \cdot \tilde{r} + (\vec{p}_2 \cdot \hat{r}) \cdot \vec{p}_1 + (\vec{p}_1 \cdot \hat{r}) \cdot \vec{p}_2 - 5(\vec{p}_1 \cdot \hat{r})(\vec{p}_2 \cdot \hat{r})\hat{r})$. ד. $\vec{F}_2 = \frac{3k}{\tilde{r}^4} (p_1 p_2 \hat{r}), \vec{F}_1 = -\frac{6k}{\tilde{r}^4} p_1 p_2 \hat{r}$.
- א. שני הדיפולים בכיוון \hat{y} . ב. $\vec{p}_2 = \epsilon_0 \alpha_2 \left(-\frac{k\vec{p}_1}{a^3} \right), \vec{p}_1 = \epsilon_0 \alpha_1 \left(E_0 \hat{y} - \frac{k\vec{p}_2}{a^3} \right)$. ג. $\vec{E} = \frac{k(-\vec{p}_1)}{(a+r)^3} + \frac{k(-\vec{p}_2)}{r^3}$. ד. $\alpha_2 = \frac{4\pi a^3 r_0^3}{(a+r)^3}$, לא.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 4 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

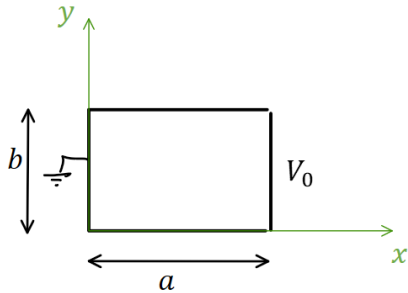
1. הסבר ותרגילים.....10

הסבר ותרגילים:

שאלות:

(1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

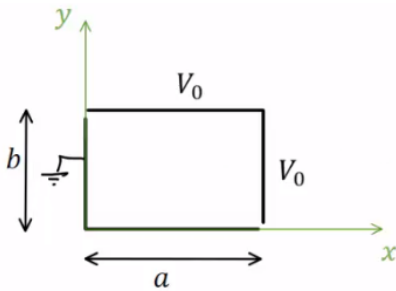
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

(2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה

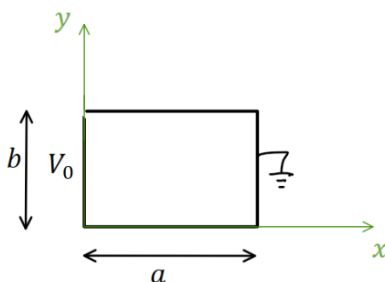
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .



הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0 , שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב- V_0). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

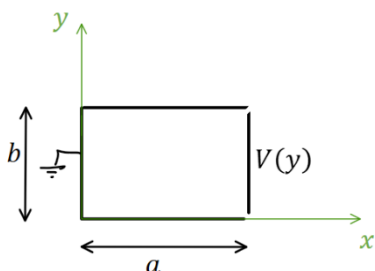
(3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .



הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0 , שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

(4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה
 תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.



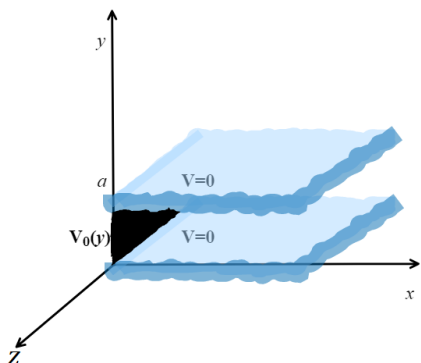
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .
 הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:

א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר
$$V(y) = \begin{cases} V_0 & 0 \leq y \leq \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2} < y \leq b \end{cases}$$

ג. כאשר
$$V(y) = V_0 \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$$

(5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

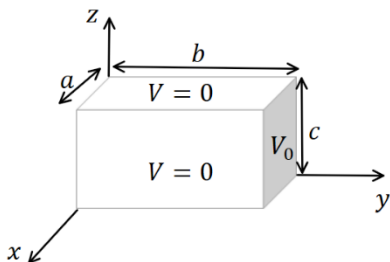


שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.

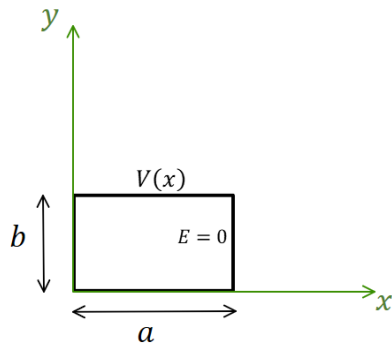
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0 < y < a$.

הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y) = V_0 \sin\left(\frac{6\pi}{a} y\right)$. מצא את הפוטנציאל בין המישורים

(6) תיבה תלת ממדית



תיבה בגודל $a \times b \times c$ עשויה מלוחות מוליכים. כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0 . מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



(7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה

אינסופית לאורך ציר Z . הלוח העליון מוחזק

בפוטנציאל: $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.

השדה ב- $E(x=a) = 0$ ושאר הלוחות מוארקים.

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

$$\cdot \varphi(x, y) = \sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b} x\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \quad (1)$$

$$\cdot \varphi(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{4V_0}{\pi n} \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right) \sinh\left(\frac{\pi n x}{b}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) + \frac{4V_0}{\pi n} \sinh\left(\frac{\pi n b}{a}\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{a} y\right) \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right) \right] \quad (2)$$

$$\cdot \varphi(x, y, z) = \sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b} (-x+a)\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \quad (3)$$

$$\cdot C_n = \frac{2}{b} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \cdot \int_y^b v(y) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) dy \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$C_n = \frac{8V_0}{\pi n \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \cdot \begin{cases} 1 & \text{odd } \frac{n}{2} \quad \text{ב.} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\cdot C_n = \frac{8nV_0}{(4n^2-1)\pi \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \quad \text{ג.} \quad (5)$$

$$\cdot \varphi(x, y) = V_0 \sin\left(\frac{\pi b}{a} y\right) e^{-\frac{\pi b}{a} x} \quad (5)$$

$$\cdot \varphi(x, y, z) = \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{16V_0}{\pi^2 mn} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{c} z\right) \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{c}\right)^2} y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{c}\right)^2} b\right)} \quad (6)$$

$$\cdot \varphi(x, y) = \frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)} \sin\left(\frac{3\pi}{2a} x\right) \sinh\left(\frac{3\pi}{2a} y\right) \quad (7)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 5 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות(רשום בסילבוס של 2024
שהחומר לא יילמד בהרצאה ולא יכלל במבחן רק יסופק חומר וידאו
(להשלמה)

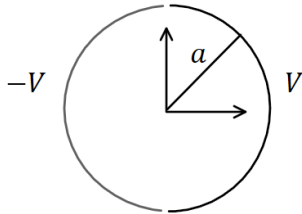
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים.....14

הסבר ותרגילים:

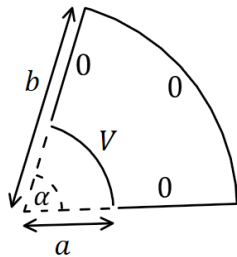
שאלות:

(1) גליל חצי חצי



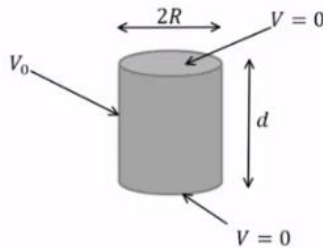
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים. החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב- $-V$. מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

(2) גזרה בזווית אלפה



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל. הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b . הדופן ב- $r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות. מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד. הנח שהבעיה דו ממדית.

(3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R . נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0 . מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

(4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R) = V \cos(\alpha z - N\theta)$.

כאשר המספר השלם N והקבועים V ו- α נתונים.

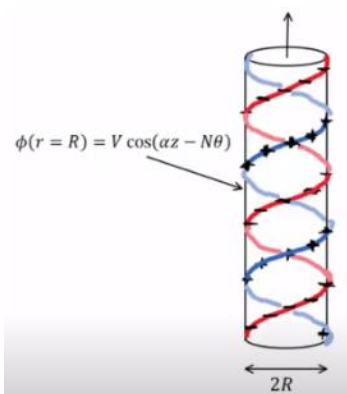
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.

ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?

ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?



ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA. מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבצירור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי. מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N = 2$, וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס. מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה? מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

$$.V(r, \theta) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4V}{\pi l} \left(\frac{a}{r}\right)^l \cos(l\theta) \quad , r > a \quad , \quad V(r, \theta) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4V}{\pi l a^l} r^l \cos(l\theta) \quad , r < a \quad (1)$$

$$.V(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V}{\pi m K_n} \left[\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} + \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} \right] \sin\left(\frac{\pi n}{\alpha} \theta\right) \quad , \quad K_n = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} \quad (2)$$

$$.V(r, z) = \sum_n \frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi n R}{\alpha}\right)} I_0\left(\frac{\pi n}{d} r\right) \sin\left(\frac{\pi n}{d} z\right) \quad , \quad K_n = \frac{\pi n}{d} \quad (3)$$

א. לא מתבדר $\phi_1(r=0) \neq \infty$, $\phi_1(r > R) = \phi_2(R)$, $\phi_2(r = \infty) =$ (4)

ב. $\phi_1 = \frac{V}{I_N(\alpha R)} I_N(\alpha r) \cos(\alpha z - N\theta)$, $\phi_2 = \frac{V}{K_N(\alpha R)} K_N(\alpha r) \cos(\alpha z - N\theta)$

ג. $\frac{1}{\alpha}$

ד. $\eta = \varepsilon_0 V \alpha \cdot C \cdot \cos(\alpha z - N\theta)$

ה. $\vec{E} = \begin{cases} -\vec{\nabla} \theta_1 & r < R \\ -\vec{\Delta} \theta_2 & R < r \end{cases}$, $\eta_0 = \varepsilon_0 V \alpha C$

שדות אלקטרו מגנטיים

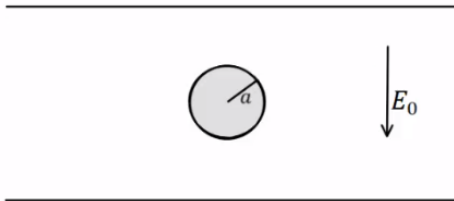
פרק 6 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

תוכן העניינים

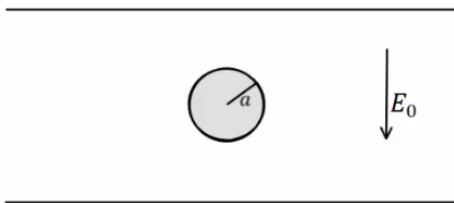
1. הסבר ותרגילים.....17

הסבר ותרגילים:

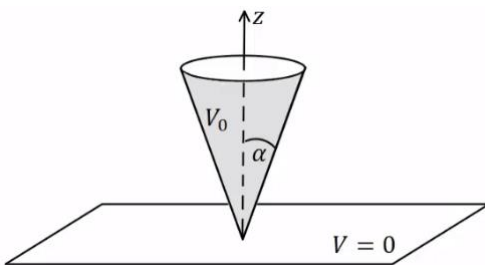
שאלות:



- (1) **דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל**
 כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות. השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון $a \ll d$. מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.



- (2) **דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור**
 כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות. השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון $a \ll d$. השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.



- (3) **חרוט מעל מישור**
 חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0 . החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש מבודד בין קודקוד החרוט למישור). מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
 נתון כי: $Q_0(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$

תשובות סופיות:

$$V(r, \varphi) = E_0 (r - a^3 r^{-2}) \cos \varphi \quad (1)$$

$$\sigma_a = -3\epsilon_0 E_0 \cos \varphi \quad (2)$$

$$V(\varphi) = V_0 \left(\frac{\ln \left(\tan \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right)}{\ln \left(\tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right)} \right) \quad (3)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 7 - מטעני דמות

תוכן העניינים

18 1. הרצאות ותרגילים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

שיטת מטעני דמות היא שיטה למצא פוטנציאל בבעיות בהם יש מוליכים עם התפלגות מטען שאינה אחידה.

השיטה:

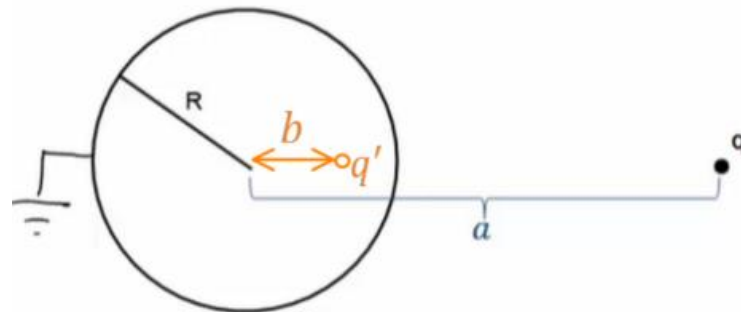
נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך.

בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.

בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.

לפי משפט הקיום והיחידות הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.

המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:



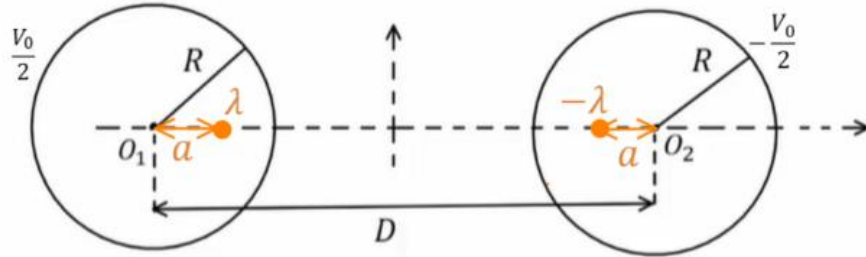
$$b = \frac{R^2}{a}$$

$$q' = -\frac{R}{a}q$$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0 אז נוסף מטען q'' במרכז הקליפה כך ש:

$$q'' = \frac{V_0 R}{k}$$

המקרה של שני גלילים אינסופיים:



$$\lambda = \frac{\pi \epsilon_0 V_0}{\ln \left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R} \right)^2 - 1} \right)}$$

$$a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2} \right)^2 - R^2}$$

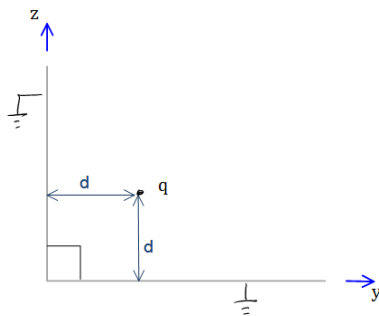
דיפול חשמלי:

- השיקוף של דיפול חשמלי שמאונך למישור הוא דיפול באותו הגודל ובאותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול חשמלי שמקביל למישור הוא דיפול באותו הגודל אך בכיוון הפוך.
- אם הדיפול בכיוון כללי, נפרק לרכיבים ונשקף כל רכיב בנפרד

שיקוף זרם ודיפול מגנטי:

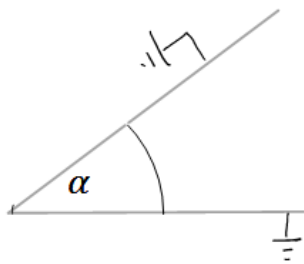
- השיקוף של זרם שמקביל למישור יהיה זרם זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של זרם שמאונך למישור יהיה זרם זהה באותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמאונך למישור יהיה דיפול זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמקביל למישור יהיה דיפול זהה באותו הכיוון.

שאלות:



(1) לוחות בזווית 90 מעלות

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



(2) לוחות בזווית אלפא

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α . במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

(3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

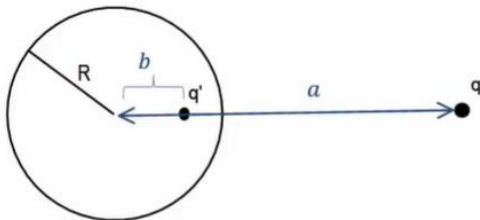
נתון מישור אינסופי מוארק. במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q . מצאו את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

(4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

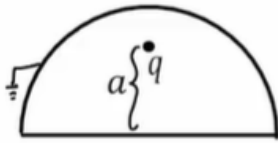
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q . מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

(5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה

נתונה ספירה מוליכה ומוארכת ברדיוס R . מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה. מצאו את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

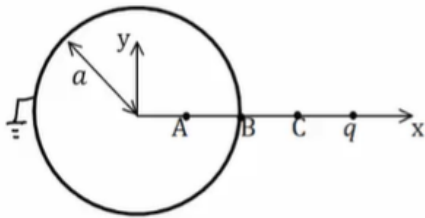


(6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R . המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה. מצאו את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

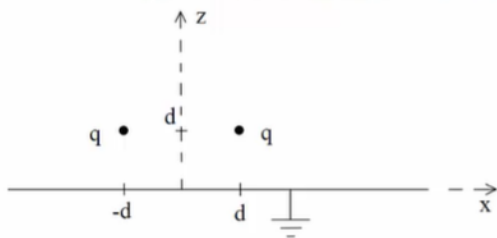
(7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת. מטען q נמצא במרחק $2a$ ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש: $x_A = \frac{a}{2}$, $x_B = a$, $x_C = \frac{3a}{2}$.

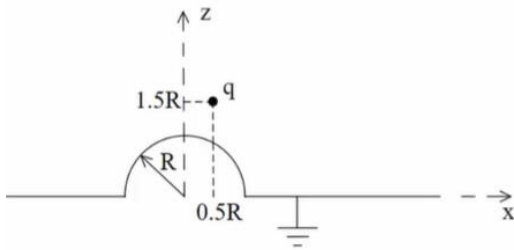
- א. מצאו את הפוטנציאל בנקודות: A, B, C .
- ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B ?
- ג. מה הכוח הפועל על המטען q ?
- ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

(8) שני מטענים מעל מישור



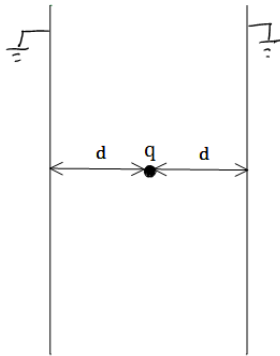
נתונים שני מטענים q במיקומים $(d, 0, d)$ ו- $(-d, 0, d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

- א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z > 0$?
- ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)? יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
- ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
- ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

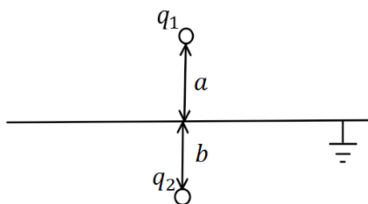


- 9) **מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז**
נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור. מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R, 0, 1.5R)$.

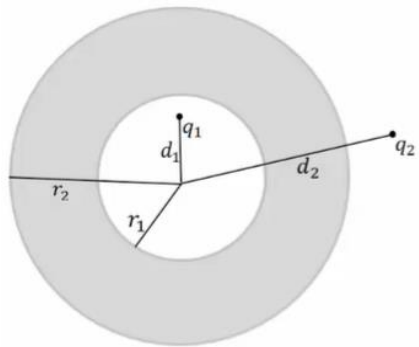
- א. מצאו את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.
ב. מצאו את הפוטנציאל בנקודות $(0, 0, 0.5R)$, $(0, 0, 1.5R)$.
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $(\frac{\sqrt{3}R}{2}, 0, \frac{R}{2})$?
ד. מה הכוח הפועל על המטען?
ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?



- 10) **מטען בין שני לוחות אינסופיים**
נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק $2d$ זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
א. מצאו את פונקציית הפוטנציאל במרחב.
ב. מצאו את העבודה הדרושה לבניית המערכת.



- 11) **מטענים משני צידי מישור מוארק**
מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק. מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.
א. מצאו את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?



12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ

נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס

פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2 .

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך

ש- $d_1 < r_1$.

מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך

ש- $d_2 > r_2$.

המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצאו את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצאו את הכוח הפועל על המטען q_2 .

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

13) דיפול מעל מישור

דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצאו את השדה בכל המרחב.

ב. מצאו את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצאו את סך המטען על המישור.

$\vec{p} \uparrow$

$\frac{1}{\epsilon_0}$

14) ספירה ניטרלית

מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה

מוליכה ברדיוס R .

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת

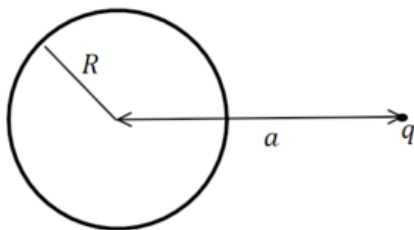
לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה ניטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמשו בחוק שימור המטען.



תשובות סופיות:

$$\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} \quad (1)$$

ראו סרטון. (2)

$$\sigma = -kq\epsilon_0 \frac{2d}{(r^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$F = -\frac{q^2}{(2d)^2} \quad (4)$$

$$E(r, \theta) = \frac{kq(r - a \cos \theta)}{(r^2 + a^2 - 2ra \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq \left(r \left(\frac{a}{R} \right)^2 - a \cos \theta \right)}{\left(R^2 + \left(\frac{ra}{R} \right)^2 - 2ra \cos \theta \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

ראה סרטון (6)

$$\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2} (-\hat{x}) \quad \text{ג.} \quad \sigma_B = \epsilon_0 \left(-\frac{3kq}{a^2} \right) \quad \text{ב.} \quad \varphi_A = \varphi_B = 0, \quad \varphi_C = \frac{3kq}{2a} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$U = \frac{-kq^2}{6a} \quad \text{ד.}$$

$$-0.338\hat{z} + 0.162\hat{x} \quad \text{ב.} \quad (-d, 0, d), (d, 0, -d) \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$Q_T = -2q, \quad \sigma = -\frac{1}{2\pi} qd \left(\frac{1}{((x-d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((x+d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ג.}$$

$$U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2} \cdot 2d} \quad \text{ד.}$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q, \quad \vec{r}_3 = \left(\frac{R}{5}, 0, -\frac{3}{5}R \right), \quad q_4 = -q, \quad \vec{r}_4 = (0.5R, 0, -1.5R) \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\frac{kq}{R^2} 1.04\epsilon_0 \quad \text{ג.} \quad 0 : (0, 0, 0.5R), \quad \varphi \approx 0.71 \frac{kq}{R} : (0, 0, 1.5R) \quad \text{ב.}$$

$$U = \frac{kq^2}{2R} (-0.7) \quad \text{ה.} \quad \vec{F} = \frac{kq^2}{R^2} (-0.2, 0, -0.64) \quad \text{ד.}$$

$$\frac{kq^2}{2d} (-\ln(2)) \quad \text{ב.} \quad V_T = \frac{k(-1)^n q}{((x-2dn)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$\sigma_T = \frac{-1}{2\pi} \left(\frac{q_1 a}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 b}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ב.} \quad E_{wp} = \frac{kq_1}{|r_+|^2} \hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{|r_-|^2} \hat{r}_- \quad \text{א. (11)}$$

$$\vec{F} = \frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2 \hat{r}}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)^2} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2 \hat{r}}{d_2^2} \quad \text{ב.} \quad \varphi_2(r_2) = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kq_2}{d_2} \quad \text{א. (12)}$$

$$U = \frac{1}{2} \left[\frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2}{d_2} - \frac{kq_1^2 \cdot \frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1} - d_1\right)} + \frac{kq_1^2}{r_2} + \frac{kq_1 q_2}{d_2} \right] \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{k \left(3p(z - z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z - z_0)^2\right)}{\left(r^2 + (z - z_0)^2\right)^{\frac{5}{2}}} + \frac{k \left(3p(z + z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z + z_0)^2\right)}{\left(r^2 + (z + z_0)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{א. (13)}$$

$$\text{ג.} \quad \sigma(r) = \frac{(-2pr^2 + 4pz_0^2)}{4\pi \left(r^2 + z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{ב.}$$

$$\varphi = \frac{kq}{a} \quad \text{פוטנציאל על הספירה: (14)}$$

$$\text{מטעני הדמות הם: } q' = -q \frac{R}{a} \quad \text{במיקום } q' = q \frac{R}{a}, b = \frac{R^2}{a} \quad \text{במרכז}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

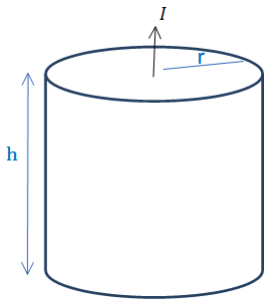
פרק 8 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

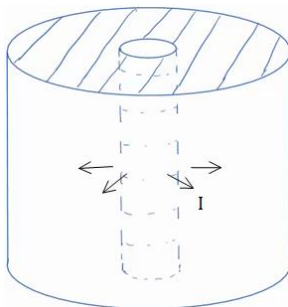
1. הרצאות ותרגילים 26

הרצאות ותרגילים:

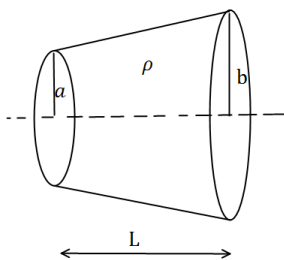
שאלות:



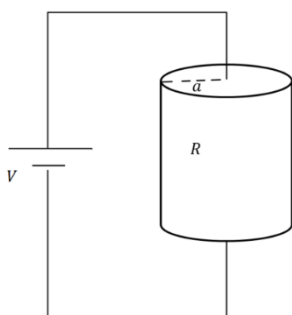
- (1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי
 גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו- z הוא המרחק מבסיס הגליל.
 א. חשב את ההתנגדות השקולה.
 נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
 מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0 (המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).
 ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.
 ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).



- (2) זרם רדיאלי
 קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
 א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
 ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
 מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
 ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.



- (3) חרוט קטום
 נתון חרוט קטום שאורכו L , רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b .
 בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
 ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ .
 חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.



- (4) צפיפות זרם בנגד גלילי
 נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V .
 א. מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.
 ב. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?
 ג. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

(5) אנטנת דיפול

$$I(x, t) = \begin{cases} I_0 \cos(\omega t) & |x| < \frac{b}{2} \\ 0 & |x| > \frac{b}{2} \end{cases}$$

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:

כאשר: I_0, ω, b קבועים נתונים.

מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

(6) צפיפות זרם ברגע נתון

$$\vec{j} = \alpha(x^3 \hat{x} + y^3 \hat{y} + z^3 \hat{z})$$

צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה:

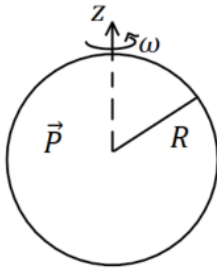
כאשר α קבועה וחיובית.

א. מהן היחידות של α ?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1, -3, 4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב- Q .

מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

(7) כדור מקוטב מסתובב

כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב

אחיד: $\vec{P} = P_0 \hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה- z

במהירות זוויתית קבועה ω .

הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה- z ?

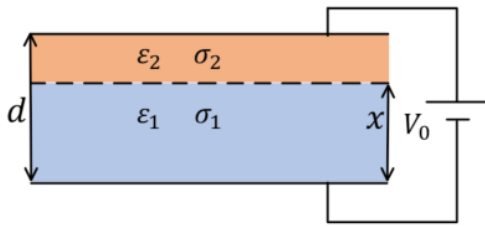
(8) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפס בכדוריות

כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ .

שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a) = V_0 \cos \varphi$.

כאשר φ היא הזווית עם ציר ה- z .

מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

9) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים


קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני חומרים דיאלקטריים מוליכים.

חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ϵ_1 ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם דיאלקטרי ϵ_2 ומוליכות σ_2 .

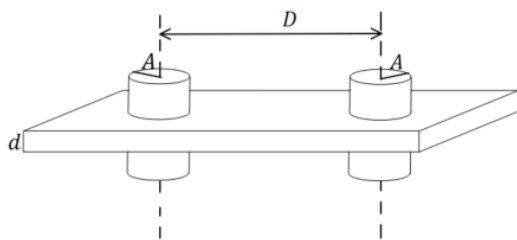
החומר הראשון ממלא את הקבל עד למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני ממלא את שאר הקבל (ראה איור).

הקבל מחובר למקור מתח V_0 , הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

- מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.
- מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

10) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך

נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך



אחיד שפאותיו מקבילות ועוביו d .

מוליכות המישור היא σ .

נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם בעלי רדיוס A וציריהם מקבילים.

המרחק בין צירי הגלילים הוא D .

הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך כאשר ציריהם ניצבים לפאות הלוח.

מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני

אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V .

א. $A \ll D$.

ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.

(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים

מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

11) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A ואורך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.

התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.

הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות המים היא σ .

מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

12 קליפה כדורית עבה ומוליכה עם כדור קטן בתוכה

קליפה כדורית מוליכה בעלת רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $5R$ טעונה במטען Q . המוליכות הסגולית של הקליפה תלויה במרחק ממרכז הקליפה r

לפי: $\sigma(r) = \sigma_0 \frac{r^2}{3R^2}$. בתוך החלל הפנימי של הקליפה נמצא כדור ברדיוס R

עם מוליכות גבוהה מאוד ביחס למוליכות הקליפה. מרכז הכדור מתלכד עם מרכז הקליפה. חוט מוליך (עם מוליכות גבוהה מאוד גם כן) מחבר את הכדור אל מחוץ לקליפה דרך תעלה צרה בקליפה. דרך החוט המוליך טענו את הכדור במטען $-Q$, והמתינו עד שהמערכת התייצבה.

א. כיצד מתפלג המטען על הכדור הפנימי וכיצד מתפלג המטען על הקליפה?

חיברו את הכדור להארקה לעומק קצר מאוד. בגלל המוליכות הגבוהה של הכדור (ביחס לקליפה) הפוטנציאל בו הספיק להתאפס בעוד שהתפלגות המטען על הקליפה העבה עדיין לא השתנתה. נסמן ב- $t = 0$ את רגע הניתוק מההארקה.

ב. מה המטען על הכדור ב- $t = 0$?

ג. אם נמתין זמן מספיק ארוך כיצד יתפלג המטען במרחב?

ד. חשב את השדה החשמלי במרחב כתלות במקום ובזמן.

ה. חשב את צפיפות המטען הנפחית כתלות במקום ובזמן בקליפה המוליכה.

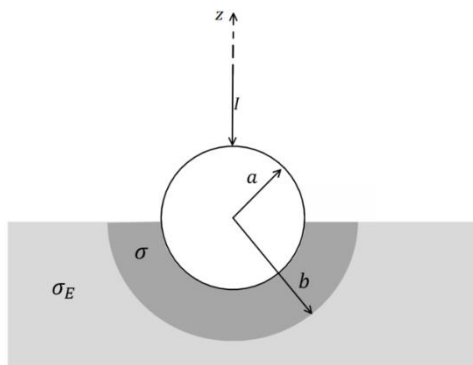
ו. שרטט גרף של צפיפות המטען בקליפה ב- $r = 4R$ כתלות בזמן.

ז. חשב את צפיפות המטען המשטחית על הדופן הפנימית ועל הדופן

החיצונית של הקליפה והשווה לסעיף ג'.

ח. הראה כי הספק החום המתפתח במוליך הוא: $\iiint \sigma(r) E^2(r, t) dv$.

ט. הראה כי האנרגיה הכוללת שהפכה לחום בקליפה שווה לשינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת.



13 הארקה דרך כדור שקוע בקרקע

הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא.

חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם

ברדיוס a . הכדור שקוע בקרקע עד קו

המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת

שכבה שעוביה $a - b$ בעלת מוליכות σ .

המוליכות של האדמה היא σ_E .

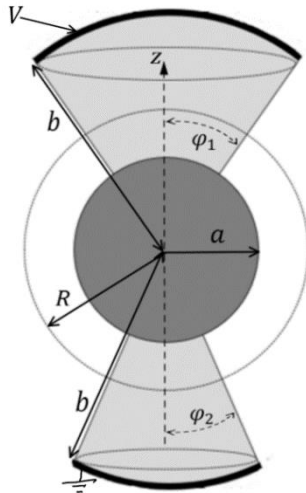
א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל

האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.

ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.

ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.

ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?



14) כדור ושתי גזרות

המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה

בתחום: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$,

העשויה מחומר בעל מוליכות σ .

כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם

וגזרה כדורית תחתונה

בתחום: $0 \leq \varphi \leq \varphi_2, a \leq r \leq b, 0 \leq \theta \leq 2\pi$

בעלת מוליכות σ גם כן.

על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי

מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V .

באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה

עשוי מוליך מושלם ומוארק.

המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: \vec{J}_1 ו- \vec{J}_2

ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית

ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת

לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת

צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את \vec{H} בגזרה העליונה.

הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}, \quad \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad . I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad . R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad . R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad (2)$$

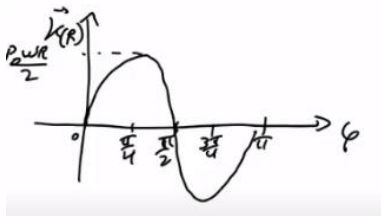
$$. R = \frac{\rho L}{\pi ab} \quad (3)$$

$$. K_r(r) = \frac{V}{2\pi a^2 R} \left(\frac{\alpha^2}{r} - r \right) \quad \text{ב.} \quad . J = \frac{V}{\pi a^2 R} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$. K_r(r) = -\frac{V}{2\pi a^2 R} \left(\frac{\alpha^2}{r} - r \right) \quad \text{ג.}$$

$$. \lambda(x, t) = \frac{I_0}{\omega} \sin(\omega t) \left(\delta \left(\frac{b}{2} - x \right) - \delta \left(\frac{b}{2} + x \right) \right) \quad (5)$$

$$. \frac{dQ}{dt} = 12\pi\alpha \cdot \frac{R^5}{5} \quad \text{ג.} \quad . \frac{d\rho}{dt} = -78\alpha \cdot m^2 \quad \text{ב.} \quad . \frac{A}{m^5} \quad \text{א.} \quad (6)$$



ב. גרף:

$$. \vec{K} = \frac{1}{2} \rho_0 \omega R \sin 2\varphi \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$. I = 0 \quad \text{ג.}$$

$$. \vec{J} = -\frac{\sigma V_0}{a} \hat{z} \quad (8)$$

$$. \sigma_\rho = \frac{(\epsilon_1 \sigma_2 - \epsilon_2 \sigma_1) V_0}{x(\sigma_2 - \sigma_1) + \sigma_1 d} \quad \text{ב.} \quad . \frac{\sigma_2 V_0 \cdot x}{x(\sigma_2 - \sigma_1) + \sigma_1 d} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$. \frac{\sigma \pi V}{\ln \left(\frac{D}{2A} + \sqrt{\left(\frac{D}{2A} \right)^2 - 1} \right)} \quad \text{ב.} \quad . \frac{\pi \sigma d V}{\ln \frac{D-A}{A}} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$. R = \frac{\ln \left(\frac{H}{A} + \sqrt{\left(\frac{H}{A} \right)^2 - 1} \right)}{2\pi \sigma l} \quad (11)$$

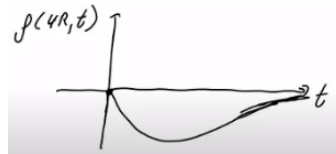
$$. \eta(3R) = \frac{Q}{4\pi(3R)^2}, \quad \eta(5R) = 0 \quad \text{קליפה:} \quad \eta(R) = \frac{-Q}{4\pi R^2} \quad \text{א. פנימי:} \quad (12)$$

$$. q^2 = -\frac{Q}{3} \quad \text{ב.}$$

$$\eta(R) = \frac{-Q}{4\pi R^2}, \eta(3R) = \frac{Q}{4\pi(3R)^2}, \eta(5R) = \frac{2Q}{4\pi(5R)^2}, \rho = 0 \quad \text{ג.}$$

$$\rho(r,t) = -\frac{4KQ\sigma_0 t}{9R^2 r} e^{-\frac{\sigma(r)t}{\epsilon_0}} \quad \text{ה.} \quad E(r,t) = \frac{2KQ}{3r^2} \cdot e^{-\frac{\sigma(r)t}{\epsilon_0}} \quad \text{ד.}$$

ו. שרטוט:



$$\eta(3R,t) = \frac{Q}{4\pi \cdot 27R^2} \left(e^{-\frac{3\sigma_0 t}{\epsilon_0}} + 1 \right), \eta(5R,t) = \frac{2Q}{4\pi \cdot 75R^2} \left(1 - e^{-\frac{25\sigma_0 t}{3\epsilon_0}} \right) \quad \text{ז.}$$

ט. הוכחה.

ח. הוכחה.

$$\phi_1 = A_1 + \frac{I}{2\pi\sigma r}, A_1 = \frac{I}{2\pi b} \left(\frac{1}{\sigma_E} + \frac{1}{\sigma} \right), \phi_2 = \frac{I}{2\pi\sigma_E r} \quad \text{ב.} \quad \text{א. ראה סרטון. (13)}$$

$$K_\phi = \frac{I}{2\pi a} \left(\frac{\cos \phi + 1}{\sin \phi} \right) \quad \text{ד.} \quad R = \frac{1}{2\pi b} \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma} \right) + \frac{1}{2\pi a \sigma} \quad \text{ג.}$$

ב. ראה סרטון.

$$J_{1r} (1 - \cos \phi_1) = -J_{2r} (1 - \cos \phi_2) \quad \text{א. (14)}$$

$$A_1 = V - \frac{aKV}{(b-a)(1-K)}, B_1 = -\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}, \phi_1 = A_1 + \frac{B_1}{r}, \phi_2 = A_2 + \frac{B_2}{r} \quad \text{ג.}$$

$$A_2 = -\frac{aV}{(b-a)(1-K)}, B_2 = \frac{abV}{(b-a)(1-K)}, K = \frac{1 - \cos \phi_2}{1 - \cos \phi_1}$$

$$\vec{H} = \frac{\sigma B_1}{r} \frac{1 - \cos \phi}{\sin \phi} \hat{\theta} \quad \text{ד.}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 9 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 33

הרצאות ותרגילים:

רקע:

אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left(\frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$$

וקטור פויינטינג:

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג:

$$P + \oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU_{em}}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

P - ההספק שהולך לחום

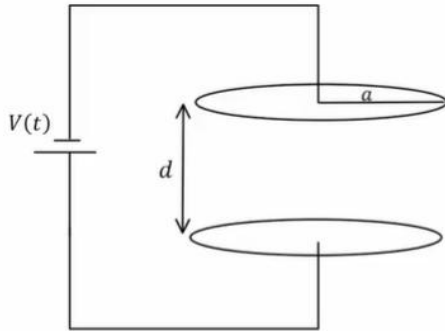
הקשר הדיפרנציאלי:

$$\vec{E} \cdot \vec{j} + \vec{\nabla} \cdot \vec{s} = - \frac{du_{em}}{dt}$$

\vec{j} - צפיפות הזרם

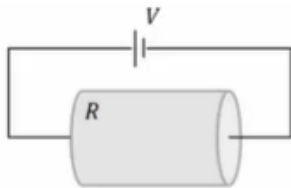
$\vec{E} \cdot \vec{j}$ הוא הספק ליחידת נפח

שאלות:



(1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן
קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d \ll a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

- ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.
- ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.
- ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.
- ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



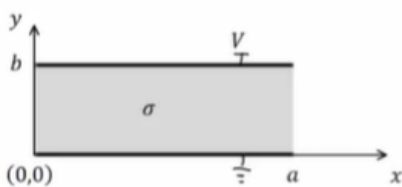
(2) משפט פויינטינג בנגד גלילי

נגד גלילי בעל אורך L , רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V .

- א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.
- ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.
- ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.
- ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

(3) מישור אינסופי במתח קבוע

נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W \gg a, b$. נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפנינת המוליך. הרוחב a מקביל לציר x , הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור). המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V .



- א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?
- ב. מהו \vec{H} במרחב?
- ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז? חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 A r}{2d} \hat{\theta} \quad r < a, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 A a^2}{2rd} \hat{\theta} \quad r \geq a \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{A \cdot t}{d} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$U = \frac{\epsilon_0 A^2 \pi a^2}{2d} \left(t^2 + \frac{\mu_0 \epsilon_0 a^2}{2} \right) \quad \text{ג.} \quad \vec{S} = \frac{-A^2 \epsilon_0 t a}{d} \pi a \quad \text{ד. ה. הוכחה.}$$

$$U_{em} = \frac{\epsilon_0 V^2 \pi a^2}{2L} + \frac{V^2 L}{16\pi R^2} \quad \text{ג.} \quad \vec{S}_{(r=a)} = \frac{V^2 (-\hat{r})}{2\pi a L R} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{V}{L} \hat{z}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 V r}{2\pi a^2 R} \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (2)$$

ד. הוכחה.

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{\sigma V^2}{b^2} \quad \text{ג.} \quad H_z = \frac{\sigma V}{b} \left(x - \frac{a}{2} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = -\frac{V}{b} \hat{y}, \quad \vec{J} = -\frac{\sigma V}{b} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 10 - מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

תוכן העניינים

1. חוק אמפר הדיפרנציאלי.....36

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

רקע:

מציאת צפיפות זרם משטחית \vec{j} משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

מציאת צפיפות זרם קווית \vec{k} משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):

$$\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$$

כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2

$$\Delta \vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{c}{r} \hat{\theta}$ בקואורדינטות גליליות

ובאזור הכולל את הראשית, לאחר מכן נשווה אותו לשדה של תיל אינסופי $(\frac{\mu_0 I}{2\pi r})$

$$I = \frac{c2\pi}{\mu_0}$$

שאלות:

(1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B}_\theta = \begin{cases} Ar + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה- z (קואורדינטות גליליות).

(2) שדה בכיוון z

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B} = \begin{cases} (Ar + C)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה- z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \begin{cases} (2A + 0)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & r < a \end{cases} \quad (2)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 11 - חוק ביו סבר- מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 38

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק ביו-סבר:

השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם

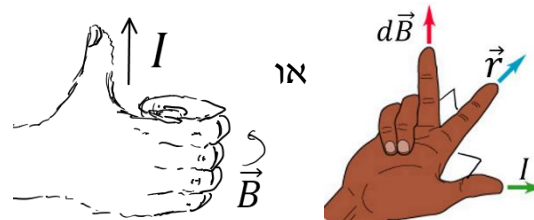
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi |r|^3} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi |r|^2}$$

\vec{r} - הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ - אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

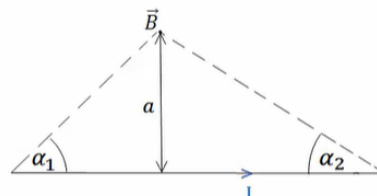
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ - מקדם הפרמביליות של הריק

- חישוב הכיוון:



השדה של תיל סופי:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$



במרכז התיל:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

כאשר L הוא אורך התיל.

השדה של תיל אינסופי:

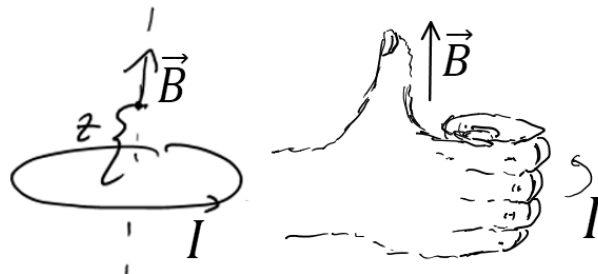
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:

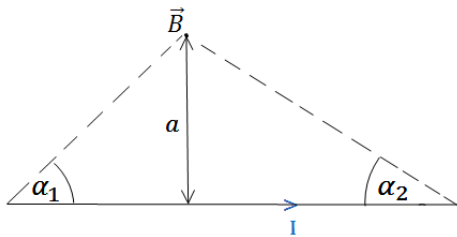


כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

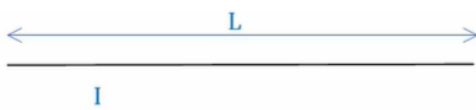
הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

שאלות:



- (1) **חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות**
 הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$
 כאשר I הוא הזרם בתיל.



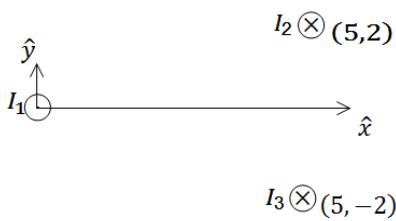
- (2) **חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים**
 נתון תיל סופי באורך L וזרם I .
 השדה נמצא במרחק y מהראשית.
 חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.



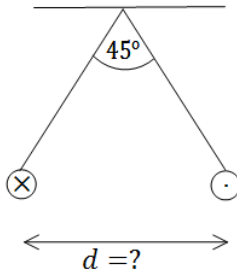
- (3) **חישוב שדה של טבעת**
 חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זרם I .



- (4) **חישוב שדה של דיסקה**
 דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ .
 הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר הסימטריה שלה.
 מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.



- (5) **שדה של שלושה תילים אינסופיים**
 שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z מונחים במיקומים הבאים:
 $\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$
 הזרמים בתילים הם:
 $I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.
 מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?

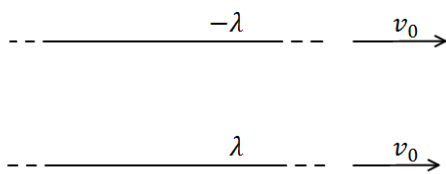


6) שני תילים תלויים

שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע. בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים. הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2 \frac{gr}{m}$. מצא את המרחק בין התילים.

7) מצולע עם אן צלעות

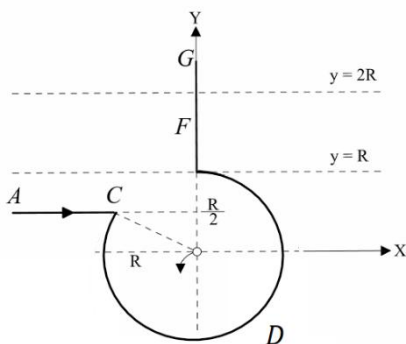
במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I . נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R .
א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?
ב. בדוק עבור $n \rightarrow \infty$.



8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי

שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו- $-\lambda$. התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה. מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

9) חישוב שדה של תיל מיוחד



תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים. המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).

בתיל זורם זרם I , כיוון הזרם מסומן בשרטוט.

א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?

ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.

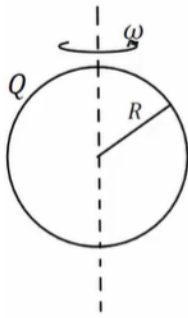
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט. מהו סימן מטענו של החלקיק?

ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.

חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).

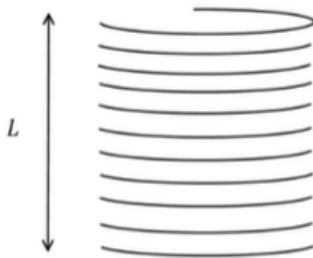
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0, ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.

מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?



10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
 הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω .
 הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.



11) שדה של סליל סופי

בסליל סופי באורך L , רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
 חשבו את השדה המגנטי ב:
 א. מרכז הסליל.
 ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi y} \frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

$$B_x = B_y = 0, \quad B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 \sigma w}{2} \left((R^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} + z^2 (R^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} - 2z \right) \quad (4)$$

$$x_1 = -2.76, \quad x_2 = 5.26 \quad (5)$$

$$d = 0.241 \text{m} \quad (6)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{ב.} \quad B = \frac{n\mu_0 I}{2\pi R} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$V = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (8)$$

$$\vec{F} = \frac{Ia}{3} 7R^3 \hat{x} \quad \text{ג.} \quad B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2 - \sqrt{3}) \quad \text{א.} \quad \text{ב. שלילי} \quad (9)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 Qw}{6\pi R} \quad (10)$$

$$\frac{\mu_0 \ln L}{2(R^2 + (L)^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{ב.} \quad \frac{\mu_0 \ln L}{2\left(R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א.} \quad (11)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 12 - השראות- מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

44	1. השראות עצמית
46	2. השראות הדדית

השראות עצמית:

רקע:

ההשראות ברכיב:

$$L = \frac{\Phi_B}{I}$$

כאשר Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הוא הזרם ברכיב.
 - ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בדי"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:

1. נניח שזורם זרם I ברכיב.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל:

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$$

כאשר N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת.
 כא"מ ברכיב עם השראות L :

$$\varepsilon = -L\dot{I}$$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

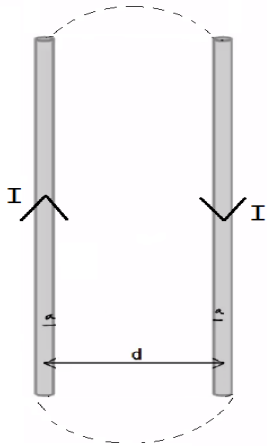
$$U_L = \frac{1}{2} LI^2$$

שאלות:

(1) שני תיילים ארוכים

נתונים שני תיילים מאוד ארוכים שהמרחק ביניהם הוא d . רדיוס כל אחד מהתיילים הוא a ונתון שהתיילים מחוברים ביניהם באינסוף. נתון זרם I במערכת.

הנח כי $d \gg a$ והתיילים אינם משפיעים אחד על השני. חשבו השראות של המערכת ליחידת אורך. ניתן להזניח את השדה בתוך התיילים.



תשובות סופיות:

$$L = \frac{l\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-a}{a} \quad (1)$$

השראות הדדיות:

רקע:

השראות הדדית:

$$M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$$

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזורם זרם I_2 ברכיב 2.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

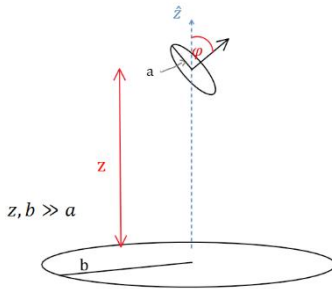
- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$
 ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

יחס המתחים בשנאי:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

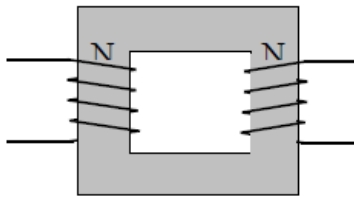
שאלות:



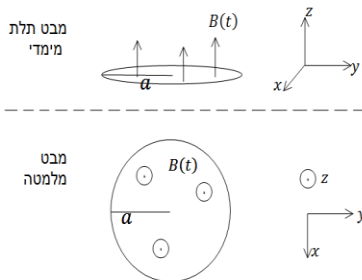
1 טבעת בזווית מעל טבעת גדולה

- טבעת ברדיוס b מונחת על מישור $x - y$ במקביל לקרקע. טבעת נוספת ברדיוס a שקטן מאוד ביחס ל- b מונחת בגובה z מעל מישור $x - y$. מרכזי הטבעות נמצאים על ציר ה- z אחד מעל השני. הטבעת הקטנה גם מוטת ביחס למישור $x - y$ כך שהוקטור המאונך למישור הטבעת יוצר זווית φ עם ציר ה- z .
- מצא את $M_{1,2}$.
 - התנגדות הטבעת הקטנה נתונה ומסומנת ב- R_a . כמו כן ידוע הזרם כתלות בזמן בטבעת הגדולה והוא שווה ל- $I_b = I_0 \cos(\omega t)$. I_0 ו- ω קבועים נתונים. מצא את הזרם בטבעת הקטנה.
 - מהו מומנט הכוח הפועל על הטבעת הגדולה?

2 שנאי



- שנאי מורכב משני סלילים בעלי מספר ליפופים שונה המקיפים ליבה מגנטית מלבנית משני צידי הליבה. הנח כי ליבה מגנטית שומרת את כל קווי השדה המגנטי בתוכה, או לחלופין, כי השטף המגנטי אחיד בכל חתך של הליבה. נתון כי המתח על הסליל השמאלי הוא מתח חילופין (מתח מהצורה $V(t) = V_0 \sin \omega t$). מצא את המתח על הסליל הימני כתלות במתח של הסליל השמאלי. נתון מספר הליפופים בכל סליל. N_1, N_2



3 שטף חיצוני השראות ונגד בטבעת

- טבעת מוליכה ברדיוס a והתנגדות R נמצאת בתוך שדה מגנטי אחידה במרחב ומשתנה בזמן $B(t) = At$ כאשר A קבוע חיובי. כיוון השדה בניצב למישור בו נמצאת הטבעת (השטף מקסימאלי).

- מצא את סך הכא"מ הפועל על הטבעת כתלות בזרם, אם ההשראות העצמית של הטבעת L נתונה.
- מצא משוואה על הזרם כתלות בזמן ופתור אותה למציאת הזרם כתלות בזמן. (היעזר בפתרון של סליל במעגל טעינה).
- מצא את הזרם והשטף הכולל כתלות בזמן בקירוב $R \rightarrow 0$, התעלם מהרגעים הראשונים.

תשובות סופיות:

$$I_a = \frac{-MI_0(-\omega \sin \omega t)}{R_a} \quad \text{ב.} \quad M = \frac{\mu_0 b^2 \pi a^2 \cos \varphi}{2} (b^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \quad \text{א. (1)}$$

$$|\vec{\tau}| = \mu_a B_z \sin \varphi \quad \text{ג.}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{N_2}{N_1} V_0 \sin \omega t \quad \text{(2)}$$

$$I(t) = -\frac{A\pi a^2}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad \text{ב.} \quad \varepsilon = -A\pi a^2 - LI \quad \text{א. (3)}$$

$$\phi_{BT} = 0, \quad I(t) = -\frac{A\pi a^2}{L} t \quad \text{ג.}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 13 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

49 1. הרצאות ותרגילים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

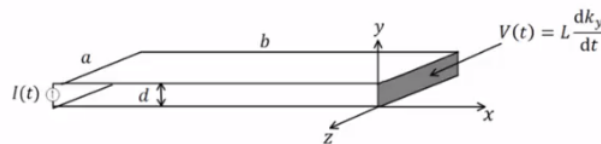
נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a \times b$ ומרחק d ביניהם. בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t) = L \frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור לזרם מסדר גבוה.

כמו כן: $b \gg a \gg d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

- חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
- חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
- מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
- חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
- השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לכונות הקירוב הקוואזיסטטי

$$\left(\frac{L}{\mu_0 d} \gg b \right) \text{ (ניתן להניח)}$$

- חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
- הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



2) גיזרה גלילית

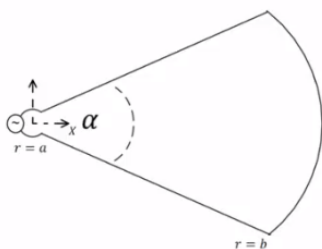
מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב- $\theta = \pm \frac{\alpha}{2}$, $a < r < b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב- $-\frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2}$, $r = b$. הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש- $l \gg b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב- z . הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.

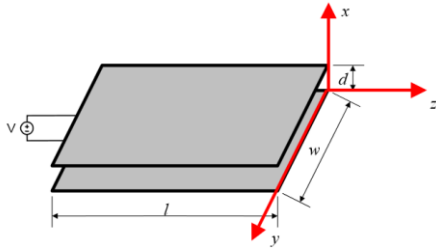
$$\text{א. חשב את: } \vec{H}^{(0)}(r, \theta, t)$$

ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.

ג. חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r, \theta, t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב- $r = a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

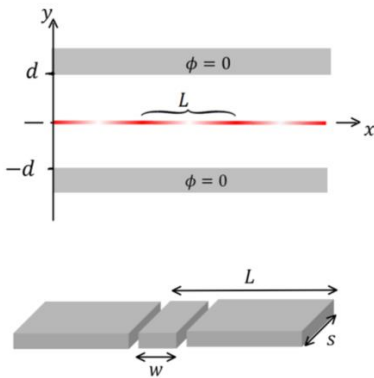




(3) התכנסות למשוואת מקסוול

נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה. אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d \ll l, w$. בין הלוחות בנקודה $z = -l$, מחובר מקור מתח, התנהגות המקור ב- $z = 0$ היא: $V(t) = A \cos(\omega t)$. ללא תיקונים מסדר גבוה. פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקוויזיסטטי.

- א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.
- ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.
- ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$. הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.
- ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.
- ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$. מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?
- ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.
- ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.
- ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.



(4) קרן אלקטרוני משטחית בין שני מוליכים

קרן משטחית של אלקטרוני נמצאת על מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v . צפיפות המטען של האלקטרוני בקרן היא:

$$\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$$

הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$. בהנחה ש- $v \ll c$ ניתן להשתמש בקירוב הקוויזיסטטי "ולקהפיא את הבעיה" כלומר להתייחס לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

- א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.
- ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.
- ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L , מתוך חתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב w . מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד. הנח עומק החתיכה הוא s וכי $s \ll L$.

תשובות סופיות:

$$\cdot E_y^{(1)} = \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right), H^{(1)} = 0 \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{H}^{(0)} = -k\hat{z} = -\frac{I}{a} \hat{z}, \vec{E}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\cdot K_x^{(2)} = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0 \ddot{I}}{a} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{Lx}{\mu_0 d} + \frac{Lb}{\mu_0 d} - \frac{b^2}{2} \right) \quad \text{ד.} \quad \cdot \eta^{(1)} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\vec{S} = \frac{\mu_0 \dot{I}}{Q^2} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) (-\hat{x}) \quad \text{ו.} \quad \cdot \lambda \gg \frac{L}{\mu_0 d} \quad \text{ה.}$$

ז. הוכחה.

$$\cdot L = \frac{\mu_0 \alpha (b^2 - a^2)}{2l} \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{H}^{(0)} = -\frac{I}{l} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cdot V = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} (b^2 - a^2) \alpha \quad \text{ד.} \quad \cdot E_\theta = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} \left(r - \frac{b^2}{r} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\cdot \vec{E}^1 = 0, \vec{H}_y^{(1)} = \frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z, K_z = -\frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{E}^{(0)} = -\frac{V}{d} \hat{x}, \vec{H}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\cdot E_x^{(2)} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\ddot{V}}{2d} z^2, H^{(2)} = 0 \quad \text{ד.} \quad \cdot I = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \dot{V}, C = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \quad \text{ג.}$$

$$\cdot E^{(3)} = 0, H_y^{(3)} = -\varepsilon_0^2 \mu_0 \frac{\ddot{V}}{2d} \frac{z^3}{3} \quad \text{ו.} \quad \cdot V^2 = \frac{\mu_0 l d}{2w} \ddot{I}, I^2 = 0 \quad \text{ה.}$$

ז. הוכחה.

ז. ראה סרטון.

$$\cdot \phi_1 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d+y) + \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\cdot \phi_2 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d-y) - \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d))$$

$$\cdot k = \frac{2\pi}{L}, \varphi = -Vt \quad \text{כאשר}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d)) \hat{x} + \quad \text{ב.}$$

$$\left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y-d)) \right) \hat{y}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \hat{x} +$$

$$\left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0} - \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y+d)) \right) \hat{y}$$

$$\cdot I_0 = \frac{5\omega k v \eta_1}{2 \cosh(kd)} \quad \text{כאשר} \quad q \approx -5 \left(\frac{\eta_0 \omega}{2} + \frac{\eta_1 \omega \cos k\varphi}{2 \cosh(kd)} \right), \bar{\rho} = \frac{1}{2} I_0^2 R \quad \text{ג.}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 14 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 52

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

הגדרות:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים.
 במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
 \vec{E}_{free} - השדה של המטענים החופשיים.
 \vec{E} - השדה הכולל
 $\epsilon_r > 1$ או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.
 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ ו-

η_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.
 η_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

הקשר η_{free} לשדה החופשי:

$$\eta_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free \perp}$$

η_T - צפיפות המטען הכוללת, נוסחאות:

$$\eta_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp} ; \eta_i = \eta_T - \eta_{free}$$

\vec{P} - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

\vec{p}_1 - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל של החומר (סכימה על כל הדיפולים):

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

שימו לב לא לבלבל, \vec{p} קטן ביחידות של דיפול ו \vec{P} גדול ביחידות של דיפול לנפח שני דברים שונים.

צפיפות מטען מושרית על השפה:

$$\eta_i \equiv \eta_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר \hat{n} הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

צפיפות מטען מושרית נפחית (רק אם \vec{P} לא אחיד):

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{free} \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in,free}$$

בחומרים לינאריים (כמעט תמיד בשאלות):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי (סימטרי לכל הכיוונים):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

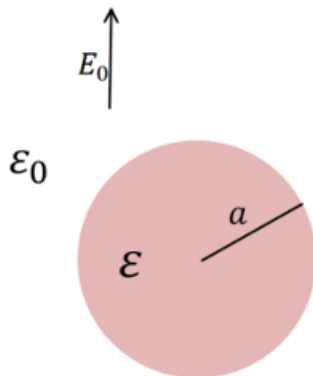
תנאי שפה לשדה והפוטנציאל:

1. $\Delta D_{\perp} = \eta_{free}$ או $\eta_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$ אבל הראשון עדיף. עבור הפוטנציאל, נמצא את השדה המאונך דרך $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ משם $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ונציב.

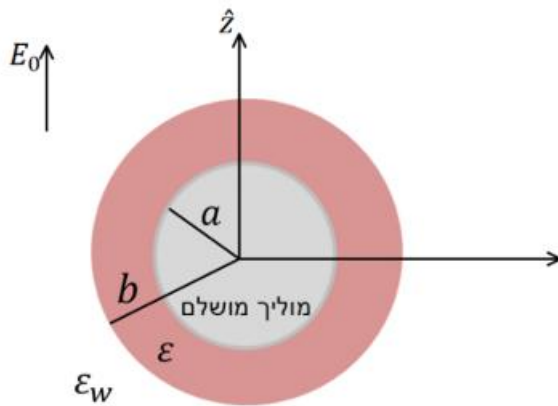
2. הפוטנציאל רציף או $\Delta E_{\parallel} = 0$ או $\Delta D_{\parallel} = \Delta P_{\parallel}$ בדרי"כ הראשון עדיף.

שאלות:

- (1) כדור ברדיוס a עשוי מחומר דיאלקטרי אחיד בעל מקדם ϵ . הכדור נמצא בשדה אחיד E_0 . מצאו את הפוטנציאל והשדה בכל המרחב.



- (2) המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי מגילוי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם נייטרלי ברדיוס a . מקיפים את הכדור בשכבה בעובי $b - a$ העשוי מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ϵ . המקדם הדיאלקטרי של מים הוא ϵ_w . בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד $E_0 \hat{z}$.
- א. רשמו את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.
 ב. חשבו את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.
 ג. מצאו מה צריך להיות רדיוס השכבה b כך שמחוץ לשכבה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי $E_0 \hat{z}$.



תשובות סופיות:

(1) הפוטנציאל והשדה בתוך הכדור:

$$\phi_1 = -\frac{3E_0}{2 + \varepsilon_r} r \cos \varphi$$

$$\vec{E}_1 = \frac{3E_0}{2 + \varepsilon_r} \hat{z}$$

מחוץ לכדור:

$$\phi_2 = -E_0 \left(r - \frac{(\varepsilon_r - 1)a^3}{(2 + \varepsilon_r)r^2} \right) \cos \varphi$$

$$\vec{E}_2 = E_0 \hat{z} + \frac{3p \cos \varphi \hat{r} - p \hat{z}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(1) $\phi_2(a) = C = 0$.א (2)

(2) $\phi_2(b) = \phi_3(b)$

(3) $\Rightarrow \varepsilon_W \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \Big|_b = \varepsilon \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \Big|_b$

(4) $\phi_3(r \rightarrow \infty) = -E_0 z = -E_0 r \cos \varphi$

$\phi_3 = (Ar + Br^{-2}) \cos \varphi$.ב

$A = -E_0$

$$B = \frac{E_0 b^3 ((b^3 + 2a^3)\varepsilon_r - (b^3 - a))}{2(b^3 - a^3) + (b^3 + 2a^3)\varepsilon_r}$$

$\phi_2 = (\tilde{A}r + \tilde{B}r^{-2}) \cos \varphi$

$$\tilde{A} = \frac{-3E_0 b^3}{2(b^3 - a^3) + \varepsilon_r(b^3 + 2a^3)}$$

$\tilde{B} = -a^3 \tilde{A}$

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_W}$$

השדה הוא מינוס גרדיאנט של הפוטנציאל

$$b = a \left(\frac{1+2\varepsilon_r}{1-\varepsilon_r} \right)^{\frac{1}{3}}$$
 .ג

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 15 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

56 1. הרצאות ותרגילים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

הפוטנציאל הוקטורי \vec{A} מוגדר לפי:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

משוואת פואסון לפוטנציאל הוקטורי (מחוק אמפר):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

עבור כיוול של הפוטנציאל $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$

פתרון המשוואה:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{k}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} ds'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ניתן למצא פוטנציאל וקטורי מתוך שדה מגנטי במקרים סימטריים באמצעות אינטגרל מסלולי:

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

תנאי שפה לפוטנציאל הוקטורי:

כל רכיבי הפוטנציאל הוקטורי רציפים.

פיתוח מולטיפולי עד לסדר שני:

סדר ראשון תמיד מתאפס והסדר השני הוא:

$$\vec{A}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{m} \times \hat{r}}{r^2}$$

כאשר \vec{m} הוא מונט הדיפול המגנטי של המערכת.

שאלות:

(1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\phi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

(2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי

תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה- z .
א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.



ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

(3) סליל אינסופי

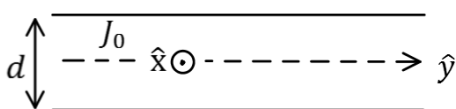
נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a .
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זרם I .

(4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I , אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

(5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה

מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x - y$ כאשר המישור $x - y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d .



א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

$$\vec{J} = \frac{C}{r^2} \hat{\phi} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I L \cdot \hat{y}}{4\pi x \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + x^2}} \quad \text{ב.} \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \left(\frac{z + \frac{L}{2} + \sqrt{\left(z + \frac{L}{2}\right)^2 + x^2 + y^2}}{z - \frac{L}{2} + \sqrt{\left(z - \frac{L}{2}\right)^2 + x^2 + y^2}} \right) \hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I \ln}{2} \hat{\phi} \quad r < a, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 I \ln a^2}{2r} \hat{\phi} \quad r > a \quad (3)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \hat{z} \quad r < a, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \left(\frac{a^2}{2} + a^2 \ln \frac{r}{a} \right) \hat{z} \quad r > a \quad (4)$$

$$A(z) = \begin{cases} -\mu_0 J \frac{z^2}{2} \hat{x} & |z| < \frac{d}{2} \\ -\frac{\mu_0 J d}{2} \left(z - \frac{d}{4} \right) \hat{x} & |z| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{A} = A(z) \hat{x}, \quad \vec{B} = B(z) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (5)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 16 - מומנט דיפול מגנטי- מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

1. הסברים ותרגילים 59

הסברים ותרגילים:

רקע:

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

I - הזרם בלולאה

\vec{A} - השטח הסגור על-ידי הלולאה. כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.

מומנט הדיפול מסומן לעיתים גם באות \vec{m} .

השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדיי הדיפול:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$$

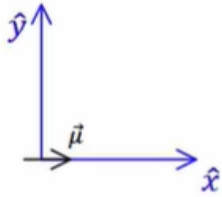
מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

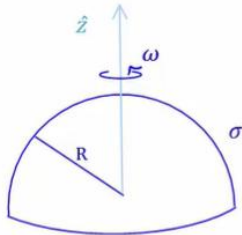
האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

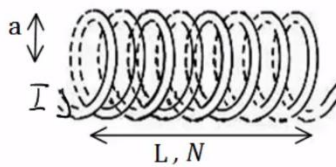
שאלות:



- (1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית**
נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu = (\mu, 0, 0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0, -a, 0)$
עם מהירות $(0, 0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.



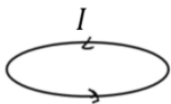
- (2) חצי קליפה כדורית מסתובבת**
חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען
משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z .
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.



- (3) מומנט דיפול מגנטי של סליל**
חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.



- (4) טבעת משרה זרם בטבעת**
נתונות שתי טבעות מוליכות הנמצאות זו מעל זו.
מזרימים זרם בטבעת התחתונה נגד כיוון השעון
שעוצמתו הולכת וגדלה.



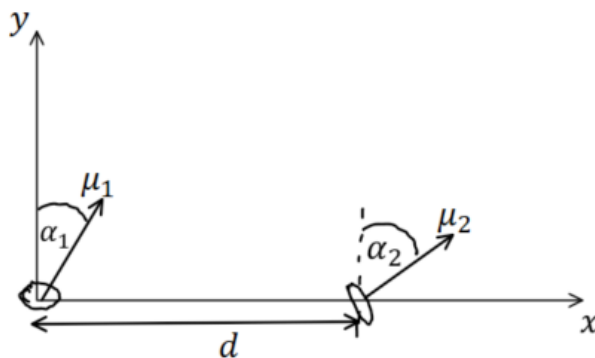
- א. מה כיוון הזרם בטבעת העליונה?
ב. ניתן להסתכל על דיפול מגנטי כמגנט קטן כך שכיוון
מומנט הדיפול הוא הכיוון מדרום לצפון של המגנט.
לאן יפעל הכוח בין הטבעות?
מזיזים את הטבעת העליונה להיות לצד הטבעת התחתונה.



- ג. חזרו על סעיף א.

(5) אנרגיית דיפול דיפול

שני דיפולים מגנטיים נמצאים במרחק d זה מזה לאורך ציר ה- x . לשני הדיפולים מומנט מגנטי הזהה בגודלו: $|\vec{\mu}_1| = |\vec{\mu}_2| = \mu$. שני וקטורי מומנט הדיפול נמצאים על מישור $x - y$ והזוויות שלהם עם ציר ה- y הן α_1 ו- α_2 בהתאמה. מצאו את העבודה הדרושה להרחיק את הדיפולים ממצב זה עד אינסוף. הניחו שהדיפולים אינם משנים את כיוונם בזמן שהם מתרחקים.



תשובות סופיות:

$$|e| \frac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi a^2} = m_e v \quad (1)$$

$$\vec{\mu} = \frac{2\pi R^4}{3} \sigma \omega \cdot \hat{z} \quad (2)$$

$$\mu_T = NI\pi a^2 \quad (3)$$

(4) א. עם השעון. ב. כוח דחייה. ג. נגד השעון.

$$\frac{\mu_0 \mu_1 \mu_2}{4\pi d^3} (2 \sin(\alpha_1) \sin(\alpha_2) - \cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2)) \quad (5)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 17 - חומרים מגנטיים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 62

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חומרים פאראמגנטיים - חומרים המחזקים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים בעלי אטומים עם מס אלק' לא זוגי, לאטומים אלו דיפול מגנטי כתוצאה מסיבוב האלקטרון ה"נוסף".
 הדיפולים מתיישרים לכיוון השדה החיצוני ומגבירים אותו.

חומרים דיאמגנטיים - חומרים המקטינים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים ללא מונט דיפול טבעי של האטומים.

נוכחות השדה החיצוני גורמת ליצירת מונט דיפול הפוך לשדה הקיים (על ידי שינוי מהירות הסיבוב של האלקטרון) ובכך להחלשת השדה החיצוני.

חומרים פרומגנטיים - חומרים בהם הקיטוב המגנטי נשמר גם כאשר השדה החיצוני נפסק.
 הקיטוב תלוי "בהיסטוריה" של החומר.

אפקט פרומגנטי << דיאמגנטי >> פאראמגנטי.

וקטור המגנטיזציה \vec{M} :

מומנט דיפול ליחידת נפח בחומר (יחידות של מומנט דיפול מגנטי חלקי נפח).

$$\vec{M} = N\vec{m}_1$$

N - מספר הדיפולים ליחידת נפח בחומר.

\vec{m}_1 - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

מומנט הדיפול הכולל של החומר:

$$\vec{m} = \int \vec{M} dV$$

ניתן לחשב את השדה המגנטי שיוצרים הדיפולים באמצעות חישוב השדה של צפיפות זרם קשורה.

צפיפות זרם קשורה משטחית וקווית בחומר:

$$\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\vec{k}_b = \vec{M} \times \hat{n}$$

\hat{n} - וקטור המאונך לשפת החומר וכלפי חוץ.

ניתן להפריד את צפיפות הזרם לשני חלקים:

$$\vec{J}_T = \vec{J}_b + \vec{J}_{free}$$

כאשר \vec{J}_{free} היא צפיפות הזרם הנובעת ממתענים החופשיים לזווה בחומר ו- \vec{J}_b נובעת מהמגנטיזציה.

הוקטור \vec{H} :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

הוקטור \vec{H} מקיים את חוק אמפר עבור הזרמים החופשיים:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{free}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{infree}$$

הדיברגנט של \vec{H} :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

חומרים לינאריים:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

כאשר χ_m היא הסוסטביליות המגנטית, תכונה שתלויה בחומר ובדרכ קבועה.
 ו- μ היא הפרמביליות המגנטית כך ש:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$$

תנאי שפה :

$$H_{2\perp} - H_{1\perp} = -(M_{2\perp} - M_{1\perp}) \quad .1$$

$$\vec{H}_{2\parallel} - \vec{H}_{1\parallel} = \vec{k}_{free} \times \hat{n}_{1 \rightarrow 2} \quad .2$$

$$B_{2\perp} = B_{1\perp} \quad .3$$

$$\vec{B}_{2\parallel} - \vec{B}_{1\parallel} = \vec{k}_T \times \hat{n}_{1 \rightarrow 2} \quad .4$$

הכי נוח להשתמש בתנאים 2 ו-3 ואלו מספיקים בשביל למצא את כל הרכיבים של כל השדות בהנחת הלינאריות או בהינתן המגנטיזציה.

מודל המטען המגנטי :

אם : $\vec{J}_{free} = 0$ אז : \vec{H} שדה משמר וניתן להגדיר פונקציית פוטנציאל מגנטי :

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\phi_m$$

את הפוטנציאל (או השדה) ניתן למצא כמו שמוצאים פוטנציאל באלקטרוסטטיקה ממטען (באמצעות חוק גאוס, חוק קולון, משוואת לאפלאס או כל שיטה אחרת), כאשר "המטען" המגנטי הוא :

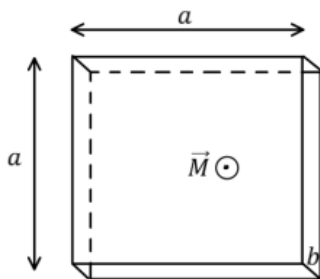
$$\rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

משוואת לאפלאס :

$$\vec{\nabla}^2 \phi_m = -\rho_m$$

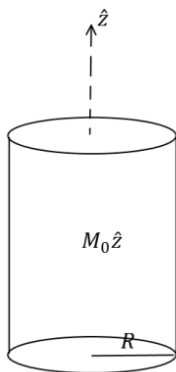
- המודל תקף גם אם יש \vec{k}_{free} (זרם חופשי על השפה).
- המודל תקף גם עבור חומרים לא לינאריים.

שאלות:



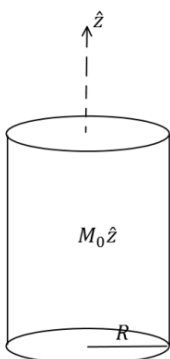
(1) תיבה דקה ממוגנטת

נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי $b \ll a$.
 לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני) ואחידה \vec{M} .
 כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b .
 א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.
 ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.



(2) גליל אינסופי ממוגנט

גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0 \hat{z}$.
 מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.



(3) גליל ממוגנט נוסף

גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\phi}$.
 כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.
 א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.
 ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

(4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n .
 מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
 מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זרם I .

(5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

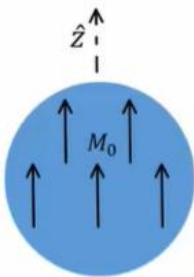
- גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמביליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח' נפח ρ .
 הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω .
 א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?
 ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

(6) חומר ממלא חצי מרחב

- חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28} \left[\frac{1}{m^3} \right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24} [A \cdot m^2] \hat{x}$.
 השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא: $\vec{B} = 0.04 [T] \hat{x}$.
 א. מצא את המגנטיזציה \vec{M} בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפאראמביליות μ של החומר.
 ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?
 ג. מצא את השדה החיצוני \vec{H} אשר יצר את המגנטיזציה.
 ד. מה יהיה השדה המגנטי \vec{B} בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

(7) כדור ממוגנט

- כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0 \hat{z}$.
 מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.



תשובות סופיות:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{(3Ma^2b\hat{z} \cdot \hat{r})\hat{r} - Ma^2b\hat{z}}{r^3} \right) \quad \text{ב.} \quad \text{א. ראה סרטון} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} \quad (2)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} \quad \text{ב.} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{M} \quad r < R, \quad \vec{J}_b = 2A\hat{z}, \quad \vec{k}_b = -AR\hat{z} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$B = 0 \quad r > R$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + Xm) nI\hat{z} \quad (4)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \alpha r \rho \omega \frac{R^2 - r^2}{2} \hat{z} \quad r < R, \quad \vec{B} = 0 \quad r > R \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\Delta \left(\frac{U_B}{1} \right) = \mu_0 \alpha \rho^2 \cdot \pi R^7 \omega^2 \cdot \frac{1}{56} (-1) \quad \text{ב.}$$

$$\vec{J}_b = 0, \quad \vec{k} = 0 \quad \text{ב.} \quad \vec{M} = 2.4 \cdot 10^4 \left(\frac{A}{m} \right) \hat{x}, \quad Xm \approx 2.07, \quad \mu = 3.86 \cdot 10^{-6} \left(\frac{T \cdot m}{A} \right) \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$B_x(0^+) = 0.04T, \quad \vec{B} \approx 0.01T\hat{x} \quad \text{ד.} \quad H = \begin{cases} 1.16 \cdot 10^4 \left(\frac{A}{m} \right) \hat{x} & x < 0 \\ 3.56 \cdot 10^4 \left(\frac{A}{m} \right) \hat{x} & x > 0 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\phi_{m_1} = \frac{M_0}{3} r \cos \varphi, \quad \phi_{m_2} = \frac{M_0 R^3}{3} \cos \varphi \quad (7)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 18 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

1. המשוואות והמעברים 68

המשוואות והמעברים:

רקע:

משוואות מקסוול:

הערות	הצורה האינטגרבילית	הצורה הדיפרנציאלית	
חוק גאוס	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$	1
השטף המגנטי על משטח סגור תמיד = מתאפס = אין מטען מגנטי	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	2
מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדי $\epsilon = -\phi_B$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$	3
חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$	4

שאלות:

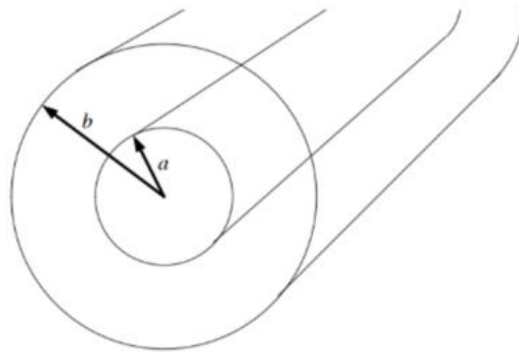
(1) **שדה מגנטי רדיאלי והיקפי מתאפסים**
 באזור מסוים במרחב נתון כי ישנו שדה מגנטי בכיוון ציר z בעל סימטריה גלילית.
 כמו כן נתון כי אין זרמים באזור זה. הראו כי B_θ ו- B_r מתאפסים.

(2) **גלים בכבל קו אקסיאלי**
 כבל קו-אקסיאלי עשוי משתי קליפות גליליות מוליכות וארוכות מאוד בעלות רדיוסים a, b . ציר הסימטריה של הכבל הוא ציר z ובין הקליפות אין חומר. השדה החשמלי בין הקליפות נתון לפי הפונקציה:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{E_0}{r} \cos\left(\omega t - \omega \frac{z}{c}\right) \hat{r} & a < r < b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

ידוע שאין זרמי DC.

- א. מצאו את השדה המגנטי.
- ב. מצאו את צפיפות הזרם המשטחית על הקליפות.
- ג. מצאו את צפיפות המטען המשטחית על הקליפות.
- ד. הראו כי משוואת הרציפות מתקיימת.



תשובות סופיות:

(1) הוכחה בסרטון.

(2) א.
$$\vec{B} = \begin{cases} \frac{E_0}{cr} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} z\right) \hat{\theta} & a < r < b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

ב.
$$\vec{k}_{(a)} = -\frac{E_0}{ca} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} z\right) \hat{z}, \vec{k}_{(b)} = -\frac{E_0}{cb} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} z\right) \hat{z}$$

ג.
$$\sigma_{(a)} = \frac{\epsilon_0 E_0}{a} \cos\left(\omega t - \omega \frac{z}{c}\right), \sigma_{(b)} = -\frac{\epsilon_0 E_0}{b} \cos\left(\omega t - \omega \frac{z}{c}\right)$$

ד. הוכחה בסרטון.

שדות אלקטרו מגנטיים

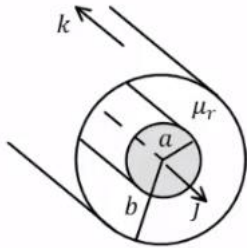
פרק 19 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

70 1. תרגילים

תרגילים:

שאלות:



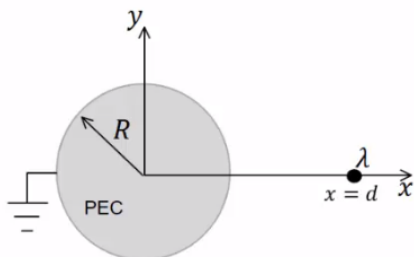
(1) כבל קו-אקס עם חומר מגנטי

כבל קואקסיאלי בעל אורך אינסופי עשוי מגליל מלא פנימי בעל רדיוס a הנושא זרם I בצפיפות זרם נפחית אחידה. החלק החיצוני של הכבל הוא מעטפת גלילית דקה מאוד ברדיוס b הנושאת זרם I בכיוון הפוך ובצפיפות זרם משטחית אחידה. התחום שבין הגלילים מלא בחומר מגנטי עם מקדם פרמאביליות: $\mu_r = 1$.

חשבו את:

- א. \vec{H} בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של H כתלות ב- r והראו ש- H מקיים את תנאי השפה הדרושים.
- ב. \vec{B} בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של B כתלות ב- r והראו ש- B מקיים את תנאי השפה הדרושים.
- ג. \vec{M} בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של M כתלות ב- r והראו ש- \vec{M} מקיים את תנאי השפה הדרושים.

(2) תיל טעון מול גליל מוארק

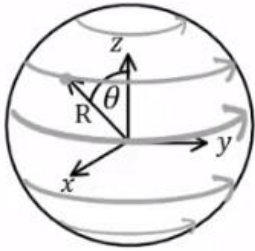


נתון גליל אינסופי העשוי מוליך מושלם (PEC) בעל רדיוס R . נקבע את ראשית הצירים במרכז הגליל ואת ציר ה- z לאורך ציר הסימטריה של הגליל. מחוץ לגליל ובמרחק d על ציר ה- x החיובי ישנו תיל אינסופי עם צפיפות מטען λ (ראה איור).

הנח כי הגליל מוארק בנקודה: $(-R, 0) = (x, y)$ וכן המקדמים הם: ϵ_0, μ_0 בכל המרחב.

- א. מצא את מיקום צפיפות המטען המשוקפת $-\lambda$ הנחוצה לבעיה השקולה ואת תחום השקילות. קבע את הנקודה: $(x, y) = (0, R)$ על ציר ה- y כנקודת ייחוס לפוטנציאלים. יש להראות פיתוח מלא של התוצאה.
- ב. מצא את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.
- ג. מצא את צפיפות המטען המושרה ואת סך כל המטען המושרה ליחידת אורך בחתך הגליל.

- ד. כעת נתון כי: $d \gg R$, מצא את צפיפות המטען המושרה על הגליל בקירוב סדר ראשון.
- ה. בתנאי של סעיף ד', נתון כי קו המטענים נע במהירות איטית כך שמיקומו הינו: $(x, y) = (d(t), 0)$. מצא את כל סוגי צפיפות המקורות המושרים בקירוב הקוויזיסטטי ואת התנאי על פרמטרי הבעיה לנכונות הקירוב הקוויזיסטטי.

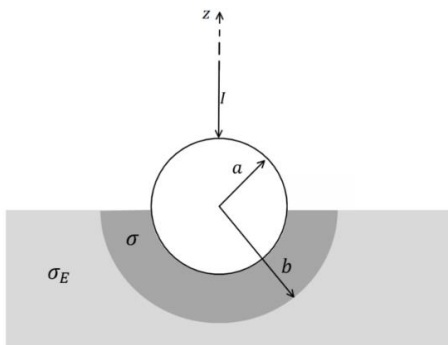


- (3) צפיפות זרם משטחית על כדור מגנטי**
נתונה צפיפות זרם משטחית המפולגת על גבי פני כדור בעל רדיוס R שמרכזו בראשית הצירים: $\vec{k}(\varphi, \theta) = k_0 \sin(2\theta) \hat{\varphi}$. הנח שהמקדמים הם: ϵ_0, μ_0 בכל המרחב.

- א. רשום ביטוי אינטגרלי לשדה המגנטי על ציר ה- z (אין צורך לפתור את האינטגרל אך יש לפשט ככל הניתן).

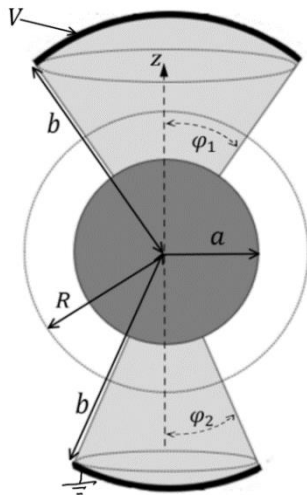
כעת נתון כי בנפח הכדור יש חומר מגנטי לינארי עם מקדם פרמהביליות יחסית μ_r ומקדם דיאלקטרי ϵ_0 .

- ב. הוכח כי קיים פוטנציאל סקלרי לשדה המגנטי ורשום את המשוואה הדיפרנציאלית של הפוטנציאל ואת כל תנאי השפה הנחוצים להגדרת הבעיה.
- ג. חשב את הפוטנציאל המגנטי הסקלרי בכל המרחב. כעת מוסיפים דיפול חשמלי בראשית הצירים בעל מומנט דיפול: $\vec{p} = p_0 \hat{z}$.
- ד. חשב את הוקטור פוינטינג עבור נקודה על ציר x בתוך הכדור. מה המשמעות הפיזיקלית של תשובתך?



- (4) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע**
הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא. חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a . הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $a - b$ בעלת מוליכות σ . המוליכות של האדמה היא σ_E .

- א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.
- ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.
- ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.
- ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?



(5) כדור ושתי גזרות

המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים :
גזרה כדורית עליונה

בתחום : $0 \leq \varphi \leq \varphi_1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$

, העשויה מחומר בעל מוליכות σ . $a \leq r \leq b$

כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה

בתחום : $0 \leq \varphi \leq \varphi_2, a \leq r \leq b, 0 \leq \theta \leq 2\pi$

בעלת מוליכות σ גם כן.

על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי

מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V .

באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.

המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: \vec{J}_1 ו- \vec{J}_2

ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית

ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת
לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת
צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את \vec{H} בגזרה העליונה.

הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

(6) שני לוחות ומקור זרם

נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a \times b$ ומרחק d ביניהם.

בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם : $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$

בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן

מתקיים : $V(t) = L \frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.

כמו כן : $b \gg a \gg d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.

ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.

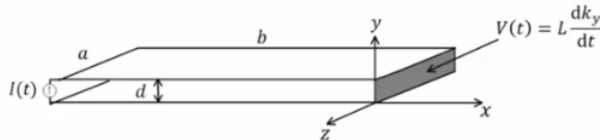
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?

ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.

ה. השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוואזיסטטי

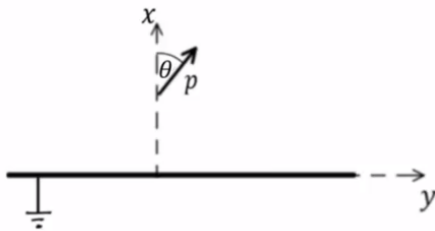
$$\left(\frac{L}{\mu_0 d} \gg b\right) \text{ (ניתן להניח)}$$

1. חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
2. הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



7 דיפולים בזווית מעל מישור מוארק

דיפול חשמלי p מונח במרחק a מעל מישור אינסופי העשוי מוליך מושלם ומוארק. המישור נמצא על מישור yz והדיפול נמצא בזווית θ ביחס לציר ה- x .



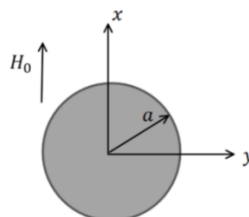
- א. מהו דיפול השיקוף?
- ב. מהו השדה שיוצר דיפול השיקוף במיקום של הדיפול הנתון?
- ג. מהו מומנט הכוח שפועל על הדיפול הנתון?
- ד. חשבו את העבודה שצריך להשקיע כוח חיצוני על מנת לסובב את הדיפול מזווית $\theta = 0$ לזווית θ כלשהי. רמז: העבודה של מומנט כוח היא: $W = \int \tau d\theta$.

- ה. מהם מצבי שיווי המשקל? מי מתוכם יציבים ומי לא יציבים?
- ו. חזור על סעיפים א עד ה עבור דיפול מגנטי.

8 קיטוביות מגנטית של גליל מול מישורים מוארים

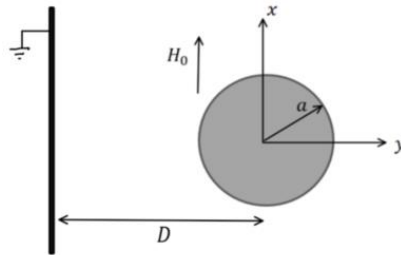
גליל אינסופי עשוי מוליך מושלם נמצא בשדה אחיד: $\vec{H} = H_0 \hat{x}$. ציר הגליל הוא לאורך ציר z באורך.

- א. מצאו את השדה המגנטי בכל המרחב וחשבו ממנו את הקיטוביות המגנטית α_m של הגליל.

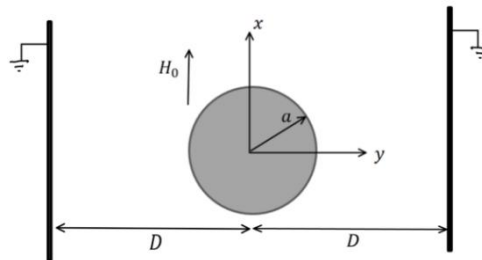


כעת מניחים ליד הגליל מישור אינסופי מוליך מושלם ומוארק כך שהמרחק בין המישור לגליל הוא D כאשר $D \gg a$.

חשבו את הקיטוביות המגנטית המתוקנת של הגליל המוגדרת על ידי $\tilde{\alpha}_m = \frac{m}{H_0}$.

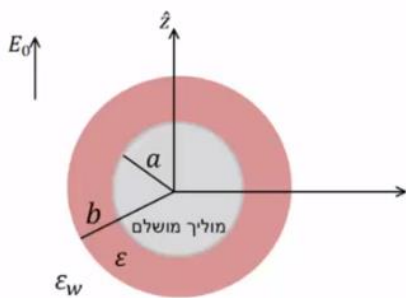


כעת מניחים מצידו השני של הגליל מישור נוסף זהה באותו המרחק. ב. חשבו שוב את הקיטוביות המתוקנת במקרה זה.



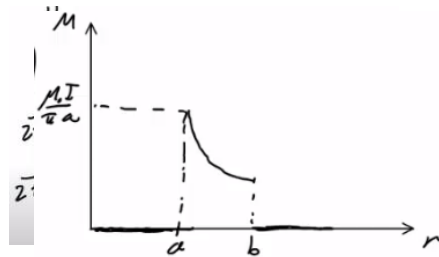
9) שכבת הסוואה בתוך מים

המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם ניטרלי ברדיוס a . מקיפים את הכדור בשכבה בעובי $b - a$. העשויה מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ϵ . המקדם הדיאלקטרי של מים הוא ϵ_w . בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד $E_0 \hat{z}$.

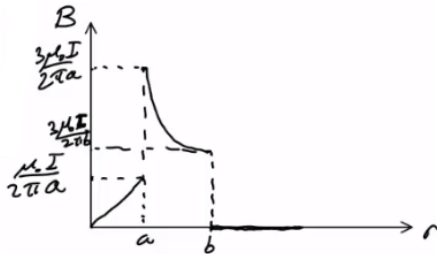


- א. רשום את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.
- ב. חשב את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.
- ג. מה צריך להיות רדיוס השכבה b כך שמחוץ לשדה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי $E_0 \hat{z}$.

תשובות סופיות:



$$\text{גרף, } \vec{H} = \begin{cases} \frac{Ir}{2\pi a^2} \hat{\theta} & r < a \\ \frac{I}{2\pi r} \hat{\theta} & a < r < b \quad \text{א.} \\ 0 & b < r \end{cases} \quad (1)$$



$$\text{גרף, } \vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2} \hat{\theta} & r < a \\ \frac{3\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta} & a < r < b \quad \text{ב.} \\ 0 & b < r \end{cases}$$

$$\text{גרף, } \vec{M} = \begin{cases} 0 & r < a \\ \frac{\mu_0 I}{\pi r} \hat{\theta} & a < r < b \quad \text{ג.} \\ 0 & b < r \end{cases}$$

$$\varphi = \begin{cases} 0 & r < R \\ k\lambda \ln \left(\frac{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta} \cdot \frac{R^2 + d^2}{R^2 + b^2} \right) & r > R \quad \text{ב.} \end{cases} \quad \text{א. } b_2 = \frac{R^2}{d} \quad (2)$$

$$\vec{E} = -k\lambda \left(\frac{1(2r - 2b \cos \theta)}{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta} - \frac{1(2r - 2rd \cos \theta)}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta} \right) \hat{r} - \frac{k\lambda}{r} \left(\frac{1(2rb \sin \theta)}{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta} - \frac{2rd \sin \theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta} \right) \hat{\theta}$$

$$.k_\theta = -\frac{Ru\lambda}{\pi d^2} \sin \theta \quad \text{ד.} \quad \text{ה. } \eta = \frac{\lambda}{2\pi R} \frac{R^2 - d^2}{R^2 - 2dR \cos \theta + d^2}$$

$$\vec{B} = \mu_0 R^3 k_0 \hat{z} \int_1^{-1} \frac{-dx \cdot x(1-x^2)}{z^2 + R^2 - 2zRx} \quad \text{א.} \quad (3)$$

ב. $\theta_m(r=\infty) < \infty, \theta_m(r=0) < \infty$

$$0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, -\frac{1}{R} \frac{\partial \phi_{m2}}{\partial \theta} l_R + \frac{1}{R} \frac{\partial \phi_{m1}}{\partial \theta} l_R = k_0 \sin 2\theta, + \frac{\partial \phi_{m2}}{2r} l_R = \mu_r \left(+ \frac{\partial \phi_{m1}}{2r} l_R \right)$$

$$\phi_{m1}(r, \theta) = -\frac{k_0 r^2}{R(6+4\mu_r)} (3 \cos(2\theta) + 1), \phi_{m2}(r, \theta) = \frac{\mu_r R^4 k_0}{9+6\mu_r} r^{-3} (3 \cos(2\theta) + 1) \quad \text{ג.}$$

$$\vec{H} = \frac{\rho_0 k_0 \hat{y}}{\pi \epsilon_0 R (6+4\mu_r) x^2} \quad \text{ד.}$$

א. ראה סרטון. (4)

$$\phi_1 = A_1 + \frac{I}{2\pi\sigma r}, A_1 = \frac{I}{2\pi b} \left(\frac{1}{\sigma_E} + \frac{1}{\sigma} \right), \phi_2 = \frac{I}{2\pi\sigma_E r} \quad \text{ב.}$$

$$K_\varphi = \frac{I}{2\pi a} \left(\frac{\cos \varphi + 1}{\sin \varphi} \right) \quad \text{ד.} \quad R = \frac{1}{2\pi b} \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma} \right) + \frac{1}{2\pi a \sigma} \quad \text{ג.}$$

א. $J_{1r}(1 - \cos \varphi_1) = -J_{2r}(1 - \cos \varphi_2)$ ב. ראה סרטון. (5)

$$A_1 = V - \frac{aKV}{(b-a)(1-K)}, B_1 = -\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}, \phi_1 = A_1 + \frac{B_1}{r}, \phi_2 = A_2 + \frac{B_2}{r} \quad \text{ג.}$$

$$A_2 = -\frac{aV}{(b-a)(1-K)}, B_2 = \frac{abV}{(b-a)(1-K)}, K = \frac{1 - \cos \varphi_2}{1 - \cos \varphi_1}$$

$$\vec{H} = \frac{\sigma B_1}{r} \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} \hat{\theta} \quad \text{ד.}$$

$$E_y^{(1)} = \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right), H^{(1)} = 0 \quad \text{ב.} \quad \vec{H}^{(0)} = -k\hat{z} = -\frac{I}{a} \hat{z}, \vec{E}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$K_x^{(2)} = -\frac{\epsilon_0 \mu_0 \ddot{I}}{a} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{Lx}{\mu_0 d} + \frac{Lb}{\mu_0 d} - \frac{b^2}{2} \right) \quad \text{ד.} \quad \eta^{(1)} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\vec{S} = \frac{\mu_0 \dot{I}}{Q^2} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) (-\hat{x}) \quad \text{ג.} \quad \lambda \gg \frac{L}{\mu_0 d} \quad \text{ה.} \quad \text{ז. הוכחה.}$$

$$\vec{E} = \frac{kP(2 \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y})}{(2a)^3} \quad \text{ב.} \quad \vec{P} = P(\cos \theta \hat{x} - \sin \theta \hat{y}) \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$w = \frac{kP^2}{32a^3} (\cos 2\theta - 1) \quad \text{ד.} \quad \vec{\tau} = \frac{-kP^2 \sin 2\theta}{16a^3} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\theta = 0 : \text{יצויב}, \theta = \frac{\pi}{2} : \text{לא יציב}, \theta = \pi : \text{יצויב}, \theta = \frac{3\pi}{2} : \text{לא יציב.} \quad \text{ה.}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{(-2 \cos \theta \hat{x} - \sin \theta \hat{y})}{8a^3} \quad \text{ב.ג.} \quad \vec{m} = m(\sin \theta \hat{y} - \cos \theta \hat{x}) \quad \text{א.א.}$$

$$\text{ו.ג.} \quad \vec{\tau} = \frac{\mu_0 m^2 \sin 2\theta \hat{z}}{64\pi a^3} \quad \text{ו.ד.} \quad w = \frac{\mu_0 m^2}{128\pi a^3} (1 - \cos 2\theta)$$

ו.ה. $\theta = 0$: לא יציב, $\theta = \frac{\pi}{2}$: יציב, $\theta = \pi$: לא יציב, $\theta = \frac{3\pi}{2}$: יציב.

$$\text{א.} \quad H_0 \hat{x} + \frac{2\pi(H_0 a^2)(\cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})}{2\pi r^2}, \quad \alpha_m = -2\pi a^2 \quad (8)$$

$$\text{ב.} \quad \tilde{\alpha}_m = \frac{-2\pi a^2}{1 - \frac{a^2}{4D^2}} \quad \text{ג.} \quad \tilde{\alpha}_m = \frac{-2\pi a^2}{1 - \frac{\pi^2 a^2}{12D^2}}$$

$$\text{א.} \quad \theta_3(r \rightarrow \infty) = -E_0 z = -Er \cos \varphi, \quad \varepsilon w \cdot \frac{\partial \theta_3}{\partial r} l_b = \varepsilon \frac{\partial \theta_2}{\partial r} l_b, \quad \theta_2(b) = \theta_3(b), \quad \theta_2(a) = C = 0 \quad (9)$$

$$\text{ב.} \quad \varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_w}, \quad \tilde{B} = -a^3 \tilde{A}, \quad \tilde{A} = \frac{-3E_0 b^3}{2(b^3 - a^3) + \varepsilon_r (b^3 + 2a^3)}, \quad B = \frac{E_0 b^3 \left((b^3 + 2a^3) \varepsilon_r - (b^3 - a^3) \right)}{2(b^3 - a^3) + (b^3 + 2a^3) \varepsilon_r}$$

$$\vec{E}_2 = -\vec{D}\phi_2 = -\tilde{A}\hat{x} + \frac{2\tilde{B} \cos \varphi \hat{r} + \tilde{B} \sin \varphi \hat{\phi}}{r^3}, \quad E_0 \frac{(\cos \varphi \hat{r} - \sin \varphi \hat{\phi})}{\hat{x}} + \frac{2B \cos \varphi \hat{r} + B \sin \varphi \hat{\phi}}{r^3}$$

$$\text{ג.} \quad b = a \left(\frac{1 + 2\varepsilon_r}{1 - \varepsilon_r} \right)^{\frac{1}{3}}$$