שדות אלקטרו מגנטיים

תוכן העניינים

תוכן העניינים

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 1 - מבוא מתמטי - וקטורים קואורדינטות וצפיפות מטען - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

וקטורים:

רקע:

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}||\vec{B}| \cdot cos\ \alpha$$

מציאת זווית בין וקטורים:

$$cos\ \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z}{|\vec{A}||\vec{B}|}$$

מכפלה וקטורית:

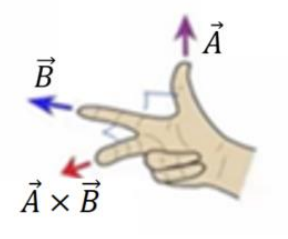
<u>דרך 1 – דטרמיננטה</u>:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

<u>דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד</u>:

גודל המכפלה - $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}||\sin\alpha|$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג -

מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ והתוצאה בכיוון האגודל.

בחירת מערכת צירים:

במערכת צירים צריך להתקיים: $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$.

זהויות:

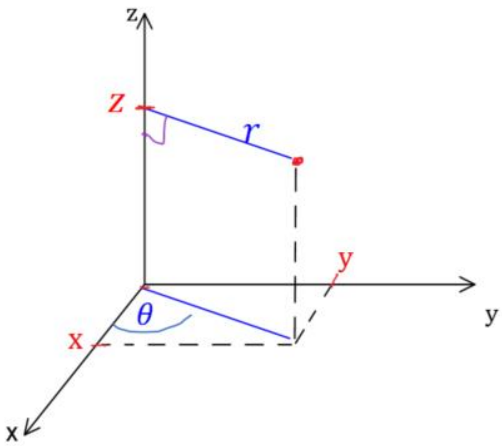
$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})\right) = \vec{B}\left(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})\right) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים:



רקע:

קואורדינטות גליליות: (r,θ,z)

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r\,d\theta / dr / dz$$

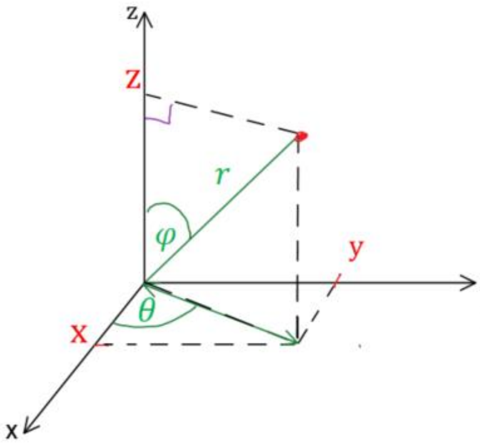
דיסקה מעטפת גלילית

$$dS = rd\theta\, dr / r\, d\theta\, dz / dr\, dz$$

גליל מלא

$$dV = rd\theta\, dr\, dz$$

קואורדינטות כדוריות: (r,θ,φ)



$$z = r\cos\varphi$$

$$x = r\sin\varphi\cos\theta$$

$$y = r\sin\varphi\sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$dl = d\,r / r\sin\varphi d\theta / r\,\mathrm{d}\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2\sin\varphi d\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2\sin\varphi dr d\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

שאלות:

1) **שטח מעגל**

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) **חישוב נפח גליל**

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$

2) $V=\pi R^2 h$

צפיפות מטען:

רקע:

צפיפות נפחית – כמות המטען ביחידת נפח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\rho = \frac{Q_T}{V}$.

צפיפות משטחית – כמות המטען ביחידת שטח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\sigma = \frac{Q}{S}$.

צפיפות אורכית – כמות המטען ביחידת אורך.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\lambda = \frac{Q}{L}$.

אלמנט מטען אינפיטיסימלי:

$$\mathrm{d}q = \lambda d\,l / \sigma\,\mathrm{d}\,s / \rho\,dv$$

שאלות:

1) **תרגיל - דיסקה עם חור**

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

2) **תרגיל – מטען כולל בכדור**

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

תשובות:

1) $Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$

2) $\rho_0 \pi R^3$

אופרטור נאבלה:

רקע:

$$\vec{\nabla}=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\equiv\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
grad $\vec{\nabla} f$	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial f}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r sin\varphi}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{z}$
div $\vec{\nabla}\cdot\vec{F}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial(rF_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2F_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}(A_\varphi\sin\varphi)$
Rot/curl $\vec{\nabla}\times\vec{F}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x}-\left(\frac{\partial F_z}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial\theta}-\frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial F_r}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right)\hat{z}$	$\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\theta}(F_\theta\sin\varphi)-\frac{\partial F_\varphi}{\partial\theta}\right)\hat{r}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi)-\frac{\partial F_r}{\partial\varphi}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial\theta}-\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$

זהויות:

$$\vec{\nabla}(f+g)=\vec{\nabla}f+\vec{\nabla}g$$
$$\vec{\nabla}(\vec{A}+\vec{B})=(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})+(\vec{\nabla}\cdot\vec{B})$$
$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=(\vec{\nabla}\times\vec{A})+(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$
$$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B})=\vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B})+\vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})+(\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}+(\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A}$$
$$\vec{\nabla}(f\cdot g)=(\vec{\nabla}f)\cdot g+(\vec{\nabla}g)\cdot f$$
$$\vec{\nabla}(f\cdot\vec{A})=f(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})+\vec{A}\cdot(\vec{\nabla}f)$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 2 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r)=\rho_0\dfrac{r}{R}$.

5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר a , b , c קבועים נתונים.

א. האם $\vec{A}$ וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: z , θ , r.

6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר a , b , c קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: θ , φ , r.

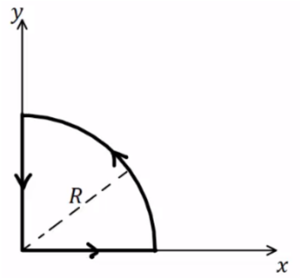
7) divr

חשב את $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla}\cdot\left(f\vec{A}\right)=f\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{A}\cdot\vec{\nabla}f$ כאשר $\vec{A}$ היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

9) אינטגרל קווי על רבע מעגל



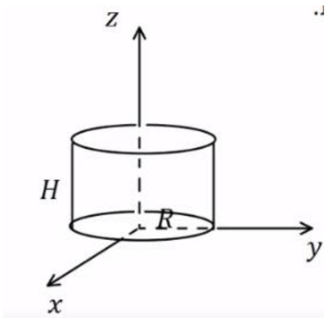
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=2\hat{r}+3\hat{\varphi}-5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.

10) אינטגרל על מעטפת גלילית



נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=ar\hat{r}+b\hat{\theta}+czz$,
בקואורדינטות גליליות, כאשר c, b, a קבועים נתונים.
נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.

11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f=ax^2+by^2+cz^2$.
הוקטור צריך להיות פונקציה של: z, y, x.

12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f\left(x,y,z\right)=2xy$,
והפונקציה הוקטורית: $\vec{A}=2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla}f$.

ב. מצא את הרכיב של $\vec{A}$ בכיוון של $\vec{\nabla}f$ בנקודה המתאימה ל- $f=12$, $x=2$.

13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=0$.

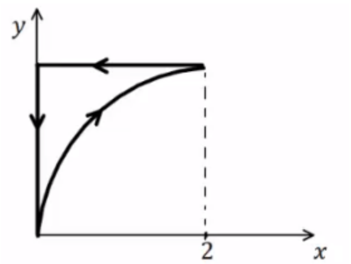
14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A}=y\hat{x}-x\hat{y}$.

א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע״י הקווים הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy:
$(0,0)\to(2,0)\to(0,1)\to(0,0)$.

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך המסלול של סעיף א'.

15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי



נתון שדה וקטורי: $\vec{A}=x^2y\hat{x}+y^2x\hat{y}+C\cos(\beta y)\hat{z}$
כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ על המסלול המתואר באיור.
משוואת העקום היא: $y^2=bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע״י המסלול.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$.

2) $V=\frac{4\pi R^3}{3}$.

3) $q=Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$, $\sigma=\frac{Q}{\pi R^2}$.

4) $Q=\rho_0\pi R^3$.

5) א. כן. ב. $A_r=a\cos\theta+b\sin\theta$, $A_Q=-a\sin\theta+b\cos\theta$, $A_z=C$.

6) $A_r=a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+C\cos\varphi$, $A_\varphi=a\cos\varphi\cos\theta+b\cos\varphi\sin\theta-C\sin\varphi$,
$A_\theta=-a\sin\theta rb\cos\theta$.

7) $\vec\nabla\cdot\vec r=3$.

8) הוכחה.

9) א. $\oint\vec F\cdot d\vec l=-5R\frac{\pi}{2}$. ב. $\int\vec\nabla\times\vec F\cdot d\vec s=-5R\frac{\pi}{2}$.

10) א. $\oint\vec F\cdot d\vec s=(2a+C)\pi R^2H$. ב. $\int\vec\nabla\times\vec F dv=(2a+C)\pi R^2H$.

11) $\hat n=\frac{1}{\sqrt{(ax)^2+(by)^2+(cz)^2}}(ax,by,cz)$.

12) א. $\vec\nabla f=2y\hat x+2x\hat y+0\cdot\hat z$. ב. $\frac{16}{13}(3,2)$.

13) הוכחה.

14) א. $\oint\vec A\cdot d\vec l=-2$. ב. $\int\vec\nabla\times\vec A\cdot=-2$.

15) א. $\oint\vec A\cdot d\vec l=-\frac{1}{21}2^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\frac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}$. ב. $\int\vec\nabla\times\vec A\cdot d\vec s=\frac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}-\frac{2^{\frac{7}{2}}}{21}b^{\frac{1}{2}}$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 3 - חוק קולון - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

חוק קולון וסופרפוזיציה:

רקע:

חוק קולון:

הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו

$$\vec{F} = \frac{kq_1 \cdot q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{kq_1q_2}{r^3}\vec{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2

$r = |\vec{r}|$ ו- $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r} = \frac{kq}{r^3}\vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

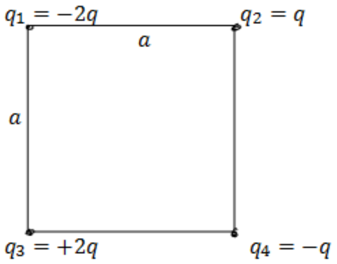
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא עצמו יוצר)

שאלות:

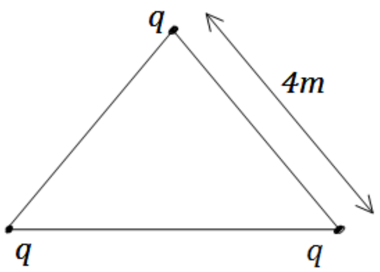
1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט.
q ו- a נתונים.



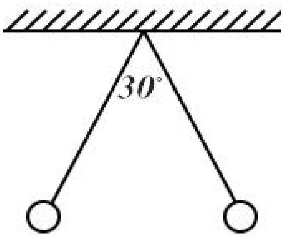
2) מטענים בקודקודי משולש

שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות.
גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.
מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.



3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L.
הזווית בין החוטים היא 30 מעלות.
מצא את מטען הכדורים.



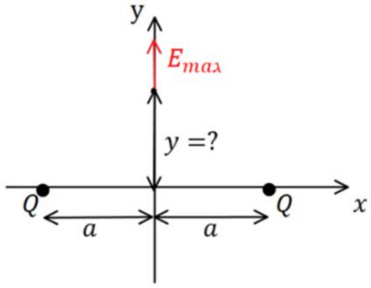
4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a,0)$ ו- $(-a,0)$.

א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0,y)$ שבה השדה החשמלי מקסימאלי.

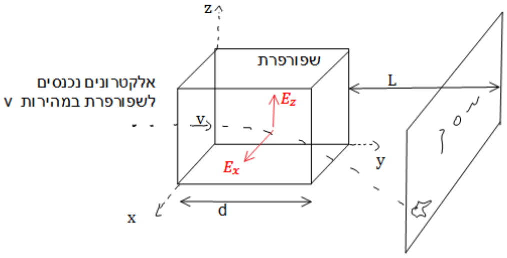
ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימאלי בציר ה- z?



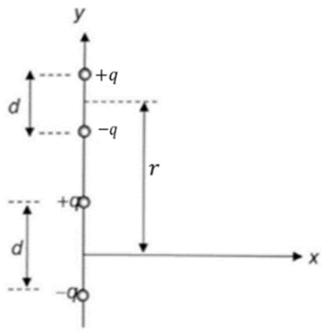
5) שפופרת טלוויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
אורך השפופרת הוא d.
חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפופרת.
הנח כי d<<L וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



6) דיפול מפעיל כוח על דיפול

דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$
הנמצאים בנקודות $\left(0,\pm\frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).



א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול בנקודה $(y,0)$ שעל ציר ה- y.

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש-$r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r >> d$? *
הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית החזקה: $(1+x)^n \approx 1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2 ...+$.

תשובות סופיות:

1) $\frac{kq^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2) $3.897\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}$

3) $\sqrt{\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}\tan(15°)\mathrm{L}^2\left(2-\sqrt{3}\right)}$

4) א. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$ ב. $\frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2}$ ג. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$

5) $\frac{|e|\mathrm{E_x d\cdot L}}{\mathrm{mv}^2}$, $z\approx\frac{|e|\mathrm{E_z d\cdot L}}{\mathrm{mv}^2}$

6) א. $\vec{E}(y)=kq\left[\frac{1}{\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(y+\frac{d}{2}\right)^2}\right]\hat{y}$

ב. $\vec{F}=kq^2\left[\frac{2}{r^2}-\frac{1}{(r+d)^2}-\frac{1}{(r-d)^2}\right]\hat{y}$

ג. $\vec{F}=-\frac{6d^2kq^2}{r^4}\hat{y}$

התפלגות מטען רציפה:

רקע:

במקרים של חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות , נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא :

$$\mathrm{d}q = \lambda d\, l/\sigma\, d\, s/\rho\, dv$$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. יש לרשום את הביטוי של האלמנטים לפי הקואורדינטות שאיתם עובדים בבעיה (ראו נושא קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים במבוא המתמטי)

שאלות:

1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף

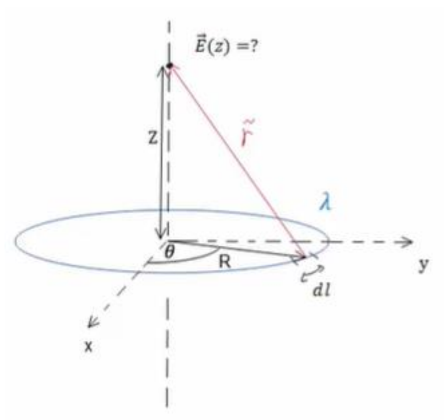
תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R.
מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

2) שדה של טבעת ודסקה

נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ.

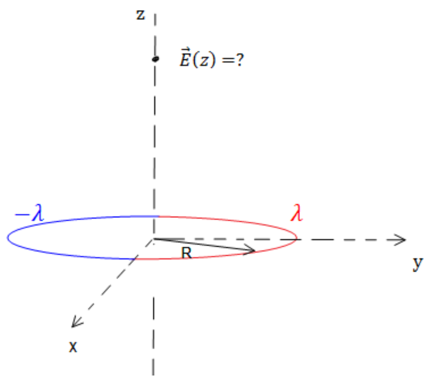
א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.



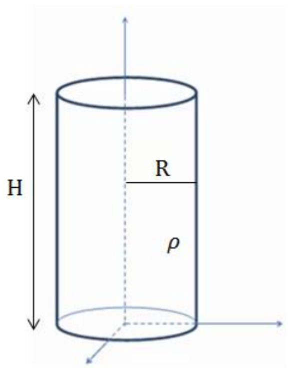
3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R.
חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.



4) שדה של גליל מלא

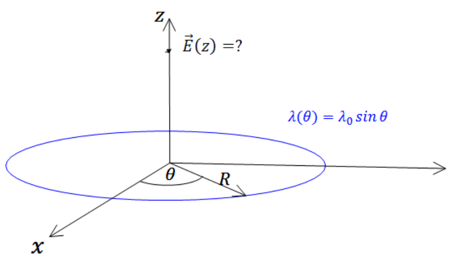
גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).



5) טבעת עם צפיפות לא אחידה

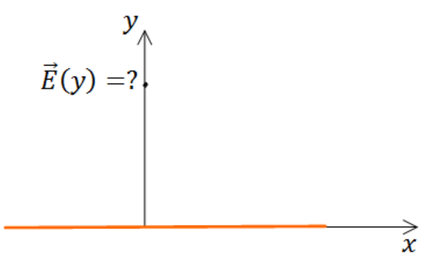
טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה- x.
$\lambda(\theta)=\lambda_0 \sin\theta$.
R , λ_0 קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?
ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z >> R$.
איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).



6) שדה של תיל סופי

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

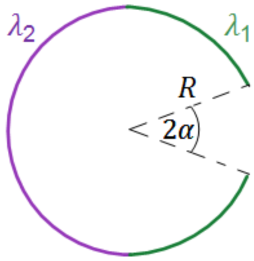


7) שדה של טבעת עם חלק חסר

במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון בצפיפות מטען λ_2.

לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α.

מצא את השדה במרכז הטבעת.

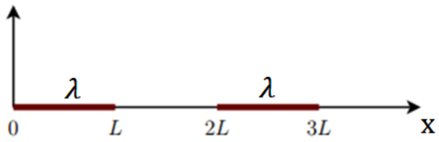


8) כוח של מוט על מוט

שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.

שני המוטות מונחים על ציר ה-x כפי שנראה בציור.

מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

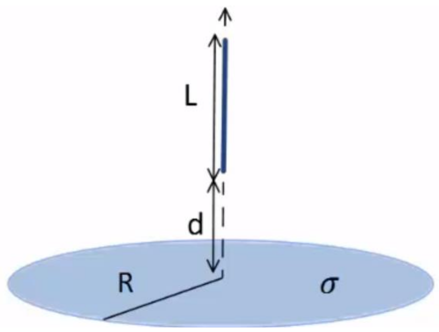


9) כוח של מוט על דסקה

במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ. מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).

המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.

מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.



10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).

החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.
(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin\theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

1) 0

2) א. $\frac{k\lambda R\pi z}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\begin{cases}\hat{z} & z>0\\ -\hat{z} & z<0\end{cases}$ ב. $2\pi k\sigma z\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

3) $2\cdot\frac{-k\lambda R^2 2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $2\pi\sigma k$

5) א. 0 ב. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ ג. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$

6) $\frac{kQ}{y\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

7) $\frac{k}{R}\left[\lambda_1\left(2\sin\alpha-2\right)+\lambda_2\cdot 2\right]$

8) $kx^2\ln\left|\frac{4}{3}\right|$

9) $2\pi k\sigma\lambda\left[L-\left(\sqrt{R^2}+\left(L+d\right)^2\right)-\sqrt{R^2+d^2}\right]$

10) א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוד הוא אפס ואי אפשר לחשב כוח כאשר המרחק הוא אפס. ב. $\vec{F}=q\pi\sigma k\sin\left(2\theta\right)\ln 2\cdot\hat{z}$.
ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 4 - חוק גאוס - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

הסברים בסיסיים:

רקע:

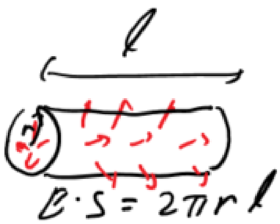
חוק גאוס:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{in}$$

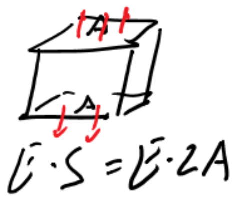
$$Q_{in} = \int \rho \, dV$$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$ נקרא השטף של השדה החשמלי ומסומן ב ϕ_E

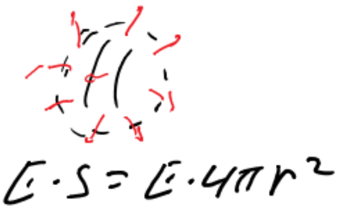
המקרים של חוק גאוס:



1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
במקרים האלו נבנה מעטפת גלילית והשטף
יהיה $E2\pi rl$, כאשר l ו- r הם אורך ורדיוס המעטפת.



2. מישור אינסופי.
במקרים האלו נבנה מעטפת בצורת קובייה והשטף
יהיה $E2A$, כאשר A זה שטח הפאות המקבילות למשטח.



3. כדור / קליפה כדורית.
במקרים האלו נבנה מעטפת כדורית והשטף
יהיה $E4\pi r^2$, כאשר r זה רדיוס המעטפת.

שדה של תיל אינסופי:

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

λ צפיפות מטען ליחידת אורך של התיל.

שדה של מישור אינסופי (דק):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ צפיפות מטען ליחידת שטח של הלוח.

שדה מחוץ לכדור / קליפה כדורית:

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

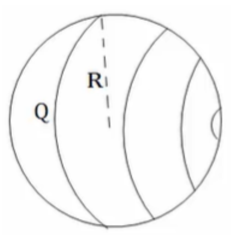
כמו מטען נקודתי.

חוק דאוס הדיפרנציאלי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

שאלות:

1) שדה של קליפה כדורית

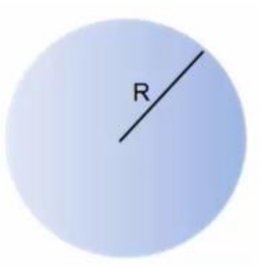


נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R.
מצאו את השדה בכל המרחב.

2) שדה של כדור

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען פחית אחידה ρ.
מצאו את השדה בכל המרחב.

3) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

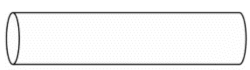


נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מצאו את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

4) שדה של תיל אינסופי

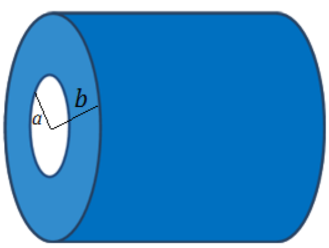
נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ.
מצאו את השדה במרחב.

5) שדה של גליל אינסופי



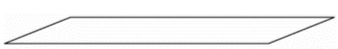
נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס ב-R.
מצאו את השדה במרחב.

6) קליפה גלילית עבה



קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.
א. מצא את המטען הכולל בקליפה.
ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H >> a, b$.

7) שדה של לוח אינסופי



נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצאו את השדה במרחב.

8) לוח עם עובי

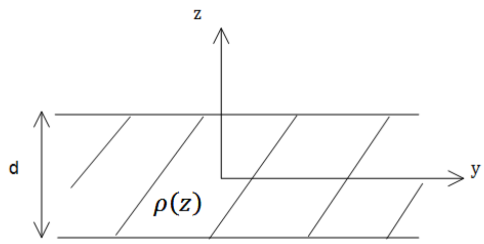
נתון מישור בעל שטח A ועובי d.
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה
ליחידת נפח ρ .

א. מצאו את השדה רחוק מאוד מהמישור.

ב. מצאו את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).

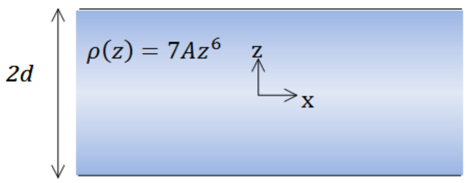
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצאו את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

9) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען
כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$,
A קבוע נתון.
מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב
שיוצר המטען במישור.

10) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען
משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה-z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור
(המישור אינסופי ב-y , x , ראה ציור).

א. מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראו שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצאו את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \frac{KQ}{r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

2) $E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

3) $E=\begin{cases}\frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 R} & r<R\\ \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$

4) $\vec{E}=\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$

5) $\vec{E}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$

6) $\vec{E}=\frac{c\,(b\text{-}a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

7) $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>0\\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<0\end{cases}$

8) א. $\vec{E}=\frac{kpdA}{r^2}\hat{r}$ ב. $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>\frac{d}{2}\\ -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$ ג. $z(t)=A\cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\varepsilon_0 m}}t\right)$

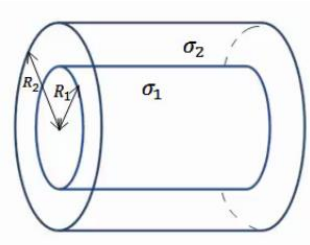
9) $\vec{E}=-\frac{A}{\varepsilon_0 z}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right]\hat{z}$

10) א. $\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}A\cdot z^7\hat{z}$ ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

תרגול נוסף:

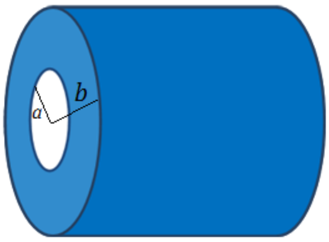
שאלות:

1) שתי קליפות גליליות חלולות



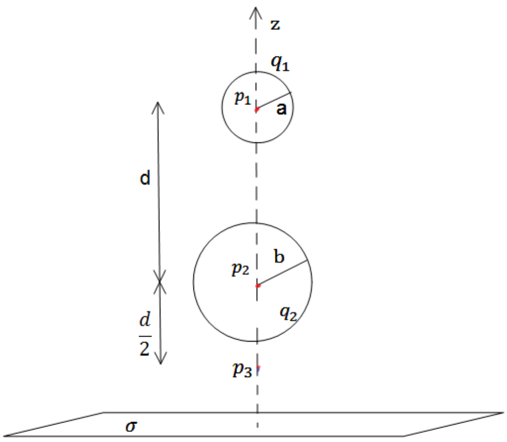
נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות
בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1.
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

2) קליפה גלילית עבה



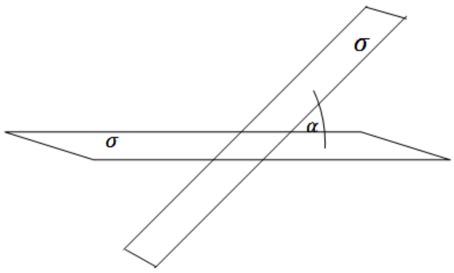
קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.
א. מצא את המטען הכולל בקליפה.
ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H >> a\ ,\ b$.

3) משטח ושתי קליפות כדוריות



שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים
שונים $a<b$, נמצאות במרחק $d>2b$
אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים $q_1\ ,\ q_2$ בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת
לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור
אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה בנקודות הבאות.
א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a.
ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b.
ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

4) **שני מישורים בזווית**

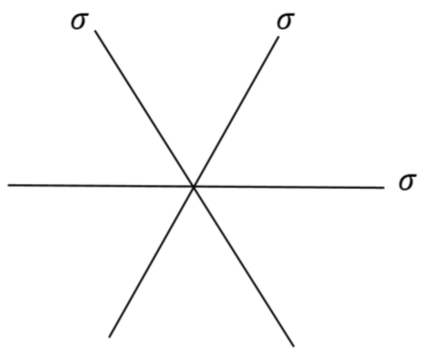


שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ. המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

5) **שלושה לוחות בזווית**



באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ .

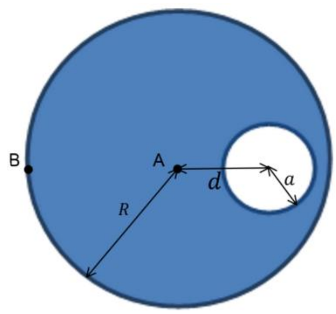
א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.

ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.

ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.
למה תצטמצם תשובתכם עבור $N \gg 1$?
השתמשו ב- $\sin\theta \approx \theta$, כאשר $\theta \ll 1$.

ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודה (או קו החיתוך).
מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודה (או קו החיתוך) $\rho(r)$?

6) **כדור עם חור**



בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a. המרחק של מרכז החלל ממרכזו הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R

א. מצאו את השדה בנקודה A .

ב. מצאו את השדה בנקודה B .

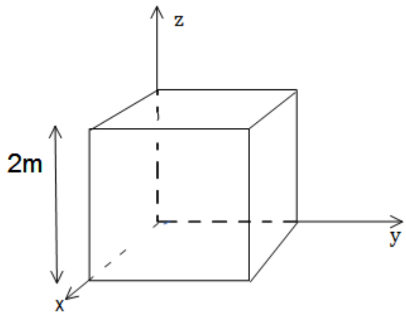
ג*. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

7) שטף דרך קובייה

נתון שדה במרחב: $\vec{E}=-6\hat{x}+(2-3y)\hat{y}$.

א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה $2m$.

ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?



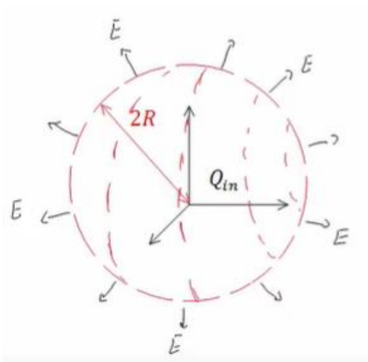
8) מטען כלוא

נתונה פונקציית השדה החשמלי

במרחב: $\vec{E}=\frac{\rho_0 R^3}{\varepsilon_0(r^2+R^2)}\hat{r}$.

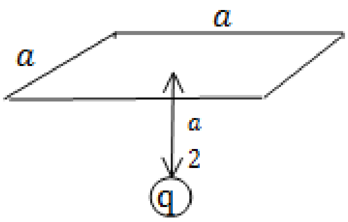
כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו-r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות,

מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.



9) שטף דרך משטח ריבועי

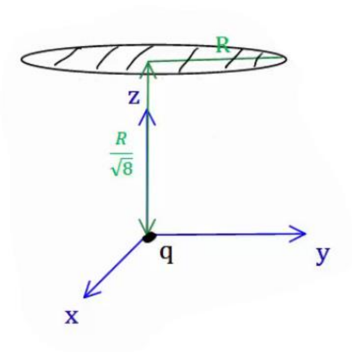
מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q.



10) שטף דרך מעגל

מטען q נמצא בראשית הצירים.

מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור x-y ומרכזו נמצא בנקודה $\left(0,0,\frac{R}{\sqrt{8}}\right)$?

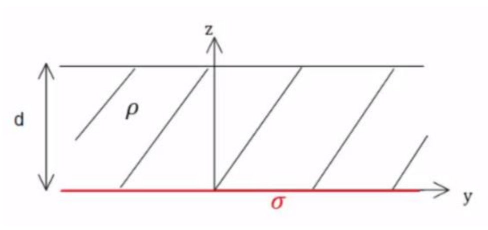


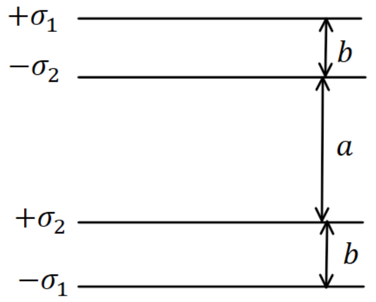
11) מישור עבה צמוד למישור דק

מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור x-y.

מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ, מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור x-y).

מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.





12) ארבעה לוחות

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_2 = 0.02\ \frac{\text{c}}{\text{m}^2}$, $\sigma_1 = 0.05\ \frac{\text{c}}{\text{m}^2}$.
המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3\ \text{c.m}$, $b = 1\ \text{c.m}$
כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

א. מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).

ב. משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).

ג. מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

13) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה.
המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $\text{Q} = 6 \cdot 10^{-6}\text{c}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $\left(\text{q}_e = -1.6 \cdot 10^{-19}\text{c}\ ,\ \text{m}_e = 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg}\right)$.

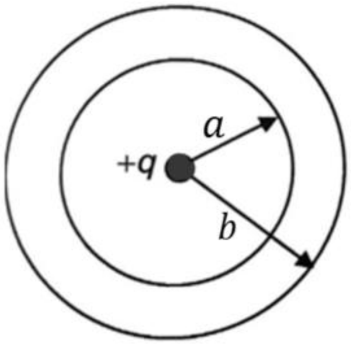
א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?

ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי.
במרכזו של החלל הכדורי $(r = 0)$ מצוי מטען נקודתי $+q$.
מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\left(\sigma_1 R_1+\sigma_2 R_2\right)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) $\vec{E}=\frac{C\left(b-a\right)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

3) א. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+\frac{kq_2\hat{z}}{d^2}+0$ ב. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+0+\left(-\frac{kq_1}{d^2}\hat{z}\right)$

ג. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}-\frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}}\hat{z}-\frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}}\hat{z}$

4) בין המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\cos\alpha\right)+\sin\alpha\hat{y}\right)$

מעל המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\cos\alpha\right)-\sin\alpha\hat{y}\right)$

5) א. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ב. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך של השדה על המעטפת אחיד. ג. $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}\approx\frac{\sigma N}{2\pi\varepsilon_0}$

ד. $\rho(r)=\frac{\sigma N}{2\pi r}$.

6) א. $\frac{4\pi k\rho a^3}{3d^2}\hat{x}$ ב. $\frac{4\pi k\rho}{3}\left(\frac{a^3}{(d+R)^2}-R\right)\hat{x}$ ג. $\frac{4\pi k\rho d}{3}\hat{x}$

7) א. -24 ב. $\frac{Qin}{\varepsilon_0}$

8) $\frac{16}{5}\pi\rho_0 R^3$

9) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$

10) $\phi=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\frac{kqa}{2\left(x^2+y^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}dxdy$

11) $\frac{q}{3\varepsilon_0}$

12) א. $\vec{E} = -5.65\cdot 10^{q}\frac{N}{C}\hat{y}$ ב. $2.53\cdot 10^{-11}J$ ג. $v = 1.04\cdot 10^{8}\frac{m}{sec}$

13) א. $t \approx 1.1\cdot 10^{-12}\sec$ ב. $V(t) = 3.65\cdot 10^{9}\frac{m}{sec}$

ג. $E_k = 6.06\cdot 10^{-12}J$

14) $\alpha = \frac{q}{2\pi a^2}$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 5 - פוטנציאל - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

מהו פוטנציאל:

רקע:

פוטנציאל:

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

עבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- מטענים חופשיים לזוז.
- השדה (או ליתר דיוק הכוח) יהיה אפס בתוך המוליך.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- המטען הכולל בתוך המוליך הוא אפס (במצב סטטי) למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע , מאפסת את הפוטנציאל.

שאלות:

1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

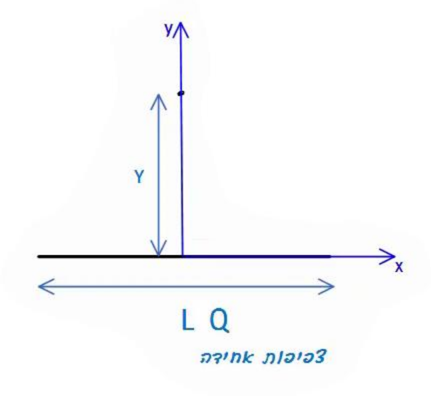
מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q=2\cdot10^{-6}c$
מהאינסוף למרחק $r=50c.m$ ממטען $Q=3\cdot10^{-6}c$
המקובע במקום?

תשובות סופיות:

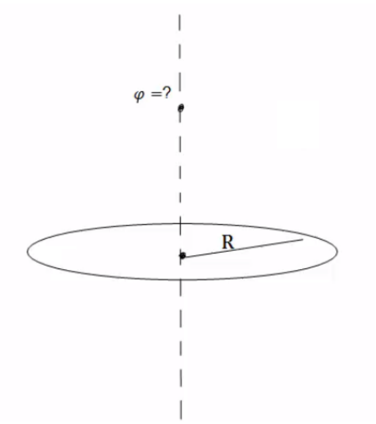
1) $W=108\cdot10^{-3}J$

שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:



1) שיטה ראשונה, סופרפוזיציה
תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה-x.
מצא את הפוטנציאל על ציר ה-y העובר במרכז התיל.



2) פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה
מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.

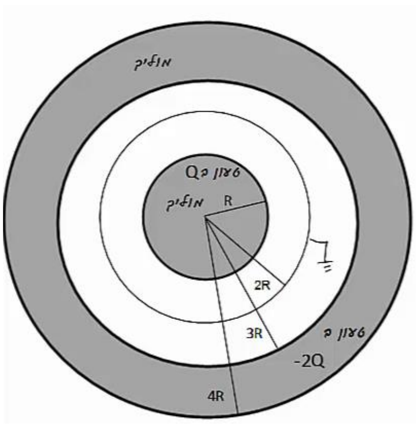
תשובות סופיות:

1) $$\varphi=k\lambda\ln\left|\frac{\frac{L}{\alpha}+\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2}}{-\frac{L}{\alpha}+\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2}}\right|$$

2) $$\varphi=\frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:



1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס

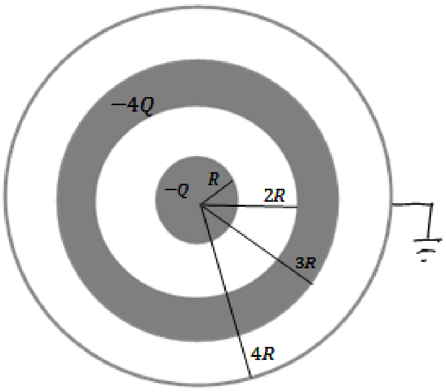
כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q.
מסביב לכדור ברדיוס 2R, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי 3R ורדיוס חיצוני 4R.
המעטפת החיצונית טעונה במטען 2Q- (ראה ציור).
לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.

א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q. הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען Q-.
סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה מוליכה, בעלת רדיוס פנימי 2R ורדיוס חיצוני 3R.
אורך הקליפה הוא L גם כן.
הקליפה טעונה במטען כולל של 4Q-.
מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס 4R ואורך זהה.
הנח כי $R << L$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען |e| משוחרר ממנוחה במרחק r=2R.
מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R?

4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל במרחב.

תשובות סופיות:

1) א. פוטנציאל:

$$\varphi=\begin{cases}C_1 & r<R\\ \frac{kQ}{r}+C_2 & R<r<2R\\ \frac{k(Q+q)}{r}+C_3 & 2R<r<3R\\ C_4 & 3R<r<4R\\ \frac{k(q-Q)}{r}+C_5 & 4R<r\end{cases}$$

התפלגות: ראה סרטון

2)

$$\varphi=\begin{cases}\frac{KQ}{R} & r<R\\ \frac{KQ}{r} & R>r\end{cases}$$

3) א. ראה סרטון

ב.

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\begin{cases}\ln\frac{1}{2}+5\ln\frac{3}{4} & r<R\\ \ln\frac{r}{2R}+5\ln\frac{3}{4} & R<r<2R\\ 5\ln\frac{3}{4} & 2R<r<3R\\ 5\ln\frac{r}{4R} & 3R<r<4R\\ 0 & 4R<r\end{cases}$$

ג.

$$v=\sqrt{\frac{|e|Q\ln 2}{\pi L\varepsilon_0 m_p}}$$

4) א.

$$E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_o}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$$

ב.

$$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_o}+C_1 & r<R\\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right)+C_2 & R<r\end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

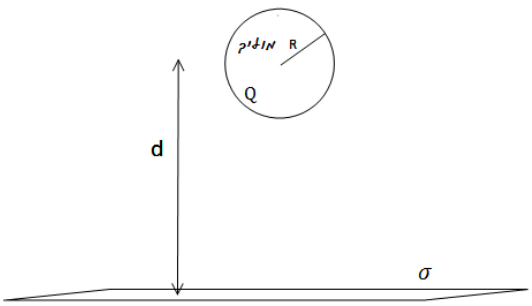
שאלות:

1) **דרך שלישית, חישוב מפורש**

נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ.

במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q.

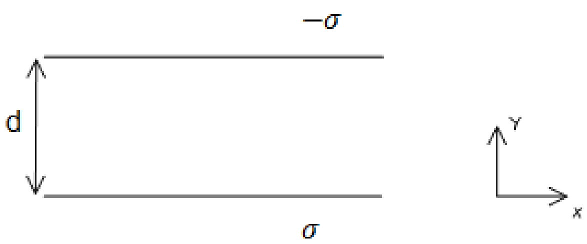
מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



2) **מתח בין לוחות**

מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.

נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.



תשובות סופיות:

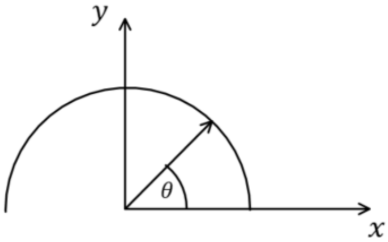
1) $$\Delta\varphi_{B\to A}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(d-R\right)+\frac{kQ}{R}-\left[Q+\frac{KQ}{\lambda}\right]$$

2) $$V=\left|E\right|d$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) חישוב פוטנציאל במרכז חצי טבעת עם צפיפות משתנה



תיל מכופף לחצי טבעת ברדיוס R. מרכז הטבעת (או מרכז המעגל השלם) הוא בראשית הצירים וחצי הטבעת נמצאת בחלק החיובי של ציר ה-y (ראו איור).
חצי הטבעת טעונה בצפיפות מטען לא אחידה ליחידת אורך: $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin\theta$ כאשר θ והיא הזווית עם ציר ה-x החיובי ו- $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m}$.
מצאו את הפוטנציאל בראשית.

2) יצירת היסוד קיריום

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף ג'יימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו "קיריום" על שם מארי קירי. לשם כך הם "הפציצו" גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94, כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נייטרונים), והמסה שלו היא: $M = 6.6\times10^{-27}\,\text{kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור ברדיוס: $R = 7\times10^{-15}\,\text{m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.
אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?
תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J.

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין ("באינסוף")?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג'?

3) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים:

$q_1 = -q$ בנקודה $\vec{r}_1 = -a\hat{y} = (-a,0,0)$

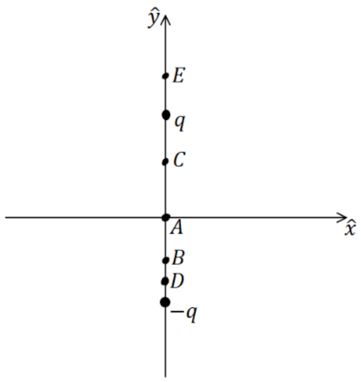
$q_2 = -q$ בנקודה $\vec{r}_2 = a\hat{y} = (a,0,0)$

א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות הבאות: $\vec{r}_E = \frac{3}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_D = -\frac{3}{4}a\hat{y}$, $\vec{r}_C = \frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_B = -\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_A = 0$?

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס? תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי הפוטנציאל.



4) מטען q ומטען 3q

במרחב נמצאים שני מטענים.

מטען 3q בנקודה $(a,0,0)$ ומטען $-$q בנקודה $(-a,0,0)$.

א. מה הפוטנציאל φ (יחסית לאינסוף) ומה השדה החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.
מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x.
ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

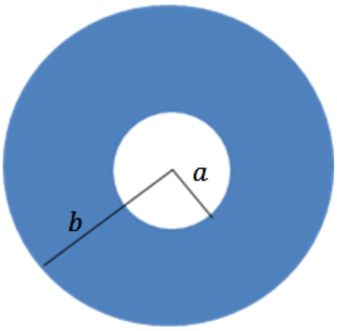
5) מטען על השפה בצורה לא אחידה

מטען Q מפוזר בצורה לא אחידה על שפה של קליפה כדורית ברדיוס R.

א. מה הפוטנציאל במרכז הקליפה?

ב. האם ניתן לחשב את הפוטנציאל על השפה?

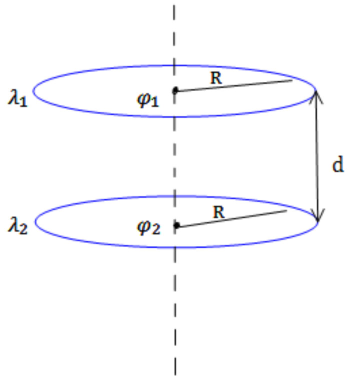
6) דסקה עם חור



בדסקה בעלת רדיוס b קדחו חור במרכזה ברדיוס a.
הדסקה טעונה בצפיפות מטען ליחידת
שטח: $\sigma(r)=\frac{D}{r^2}$, D קבוע לא נתון.

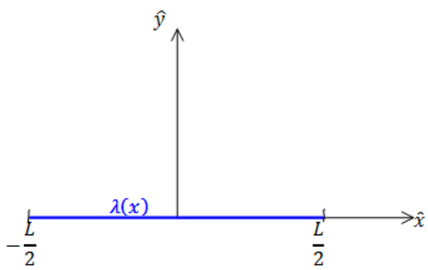
א. מצא את היחידות של D.
ב. מצא את D אם נתון גם המטען הכולל בדסקה Q.
ג. מצא את הפוטנציאל במרכז הדסקה.
ד. בדוק מה קורה בגבול של $b\to a$.

7) טבעת מעל טבעת



שתי טבעות זהות בעלות רדיוס R מונחות האחת מעל ובמקביל לשנייה כך שהמרחק בניהן הוא d.
הטבעת העליונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_1 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_1 .
הטבעת התחתונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_2 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_2 .
מצא את צפיפויות המטען של הטבעות אם נתון כי הפוטנציאל באינסוף מתאפס.

8) תיל עם צפיפות משתנה



תיל דק מונח על ציר ה-x כך שמרכזו בראשית הצירים. אורך התיל הוא L והוא טעון בצפיפות מטען ליחידת אורך: $\lambda(x)=\lambda_0\frac{x}{L}$.

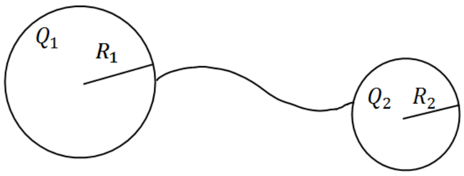
א. מצא את המטען הכולל בתיל.
ב. מצא את הפוטנציאל על ציר ה-x למעט בתחום בו נמצא התיל.

9) כדור זז מחבר בין שני כדורים

הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה. הנח שהכדורים מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F. הכדור השלישי גם הוא זהה אך אינו טעון. מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת תתייצב. לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב. לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי.
מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

10) שני כדורים מוליכים מחוברים בחוט

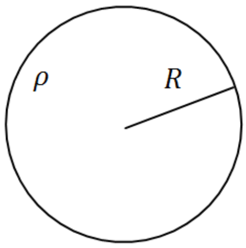
שני כדורים מוליכים טעונים ונמצאים במרחק גדול מאוד זה מזה.
רדיוסי הכדורים והמטענים שלהם הם : R_1 , R_2 , Q_1 , Q_2 .
מחברים בין הכדורים באמצעות חוט מוליך.



א. מה יהיה המטען על כל כדור לאחר זמן רב?

ב. כמה מטען זרם דרך החוט ולאיזה כיוון?

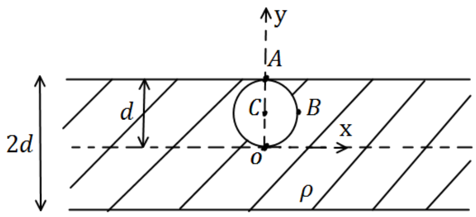
11) פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה



מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ .

12) חור במישור

לוח אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען אחידה וחיובית ליחידת נפח ρ .
בתוך הלוח ישנו חלל כדורי בקוטר d.



א. חשב את השדה החשמלי בנקודות : $O(0,0)$, $A(0, d)$, $B(0.5d, 0.5d)$, $C(0,0.5d)$.

ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות A ו-B.

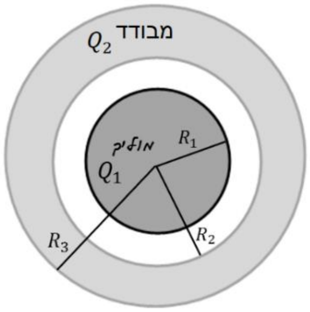
ג. משחררים מטען $q > 0$ בעל מסה m מהנקודה C.

i. לאיזה כיוון יתחיל לנוע המטען אם מתעלמים מהשפעת כוח הכובד?

ii. מהי מהירות המטען רגע לפני שהוא מגיע לדופן החלל?

13) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת

כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1 .
הכדור נמצא במרכזה של קליפה כדורית מבודדת בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3.
הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2.



א. חשב את השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.

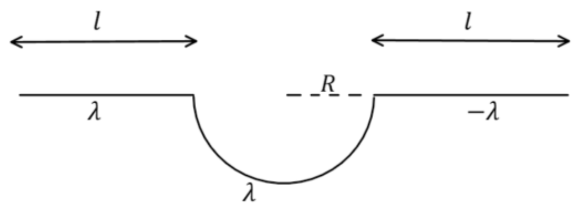
14) שדה ופוטנציאל במרכז של תיל עם חצי עיגול

תיל טעון מורכב משלושה חלקים, שני קווים ישרים בעלי אורך l וחצי עיגול ברדיוס R שמחבר ביניהם, ראו איור. החלק הישר השמאלי וחצי העיגול טעונים בצפיפות מטען אחידה λ שאינה נתונה. החלק הישר הימני טעון ב $-\lambda$.

א. מצאו את λ אם ידוע שסך כל המטען במערכת הוא Q.

ב. חשבו את השדה החשמלי במרכז חצי העיגול.

ג. חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרכז חצי העיגול.



תשובות סופיות:

1) $3.6\cdot10^{-2}$

2) א. $1.93\cdot10^{7}\,\text{V}$ ב. $6.17\cdot10^{-12}\,\text{J}$

ג. $v=4.32\cdot10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $r=1.95\cdot10^{-14}\,\text{m}$

3) א. ראה סרטון ב. $y=0$

ג. ראה סרטון ד. ראה סרטון

4) א. פוטנציאל: $\frac{2kq}{\alpha}$, שדה חשמלי: $-\frac{k4q}{d^2}\hat{x}$ ב. $x_1=-\frac{1}{2}a\,,\ x_2=-2a$

ג. $x_1=-\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{16}{3}\hat{x}\,,\ x_2=\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{2}{3}\hat{x}$ ד. רדיוס: $R=\frac{3}{4}a$, מרכז: $\left(-\frac{5}{4}a,0,0\right)$

ה. איפוס השדה: $x_2=-3.73a$, הפוטנציאל בנקודה זו: $0.27\frac{kq}{a}$

ו. ראו סרטון.

5) א. $\frac{kQ}{R}$ ב. לא

6) א. $\lceil D\rceil=\lceil c\rceil$ ב. $D=\frac{Q}{2\pi\ln\frac{b}{a}}$ ג. $\varphi=\frac{kQ}{\ln\frac{b}{a}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

ד. $\frac{kQ}{a}$

7) $\varphi_1=2\pi k\lambda_1+\frac{2\pi k\lambda_2 R}{\sqrt{R^2+d^2}}\ ,\ \varphi_2=2\pi k\lambda_2+\frac{2\pi k\lambda_1 R}{\sqrt{R^2+\left(-d^2\right)}}$

8) א. 0 ב. $\varphi=\frac{k\lambda_0}{L}\left(-L+x\ln\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{x-\frac{L}{2}}\right)\right)$

9) $\frac{3}{8}F$

10) א. $q_2'=\frac{R_2\left(Q_1+Q_2\right)}{R_1+R_2}$ ב. אם $\frac{Q_1}{Q_2}>\frac{R_1}{R_2}$ אז המטען עבר משמאל לימין,

אם $\frac{Q_1}{Q_2}<\frac{R_1}{R_2}$ אז עבר מימין לשמאל.

11) $$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(r^2-R^2\right) & r\le R\\ -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} & r\ge R\end{cases}$$

12) א. $\vec{E}_C = \dfrac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z}$, $\vec{E}_B = \dfrac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{x}$, $\vec{E}_A = \dfrac{5\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}$, $\vec{E}_O = \dfrac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}$

ב. $\dfrac{3\rho d}{8\varepsilon_0}$ ג. i. למעלה.   ii. $V = \sqrt{\dfrac{2q\rho d^2}{3\varepsilon_0 m}}$

13) א.

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \dfrac{kQ_1}{r^2}\hat{r} & R_1 < r < R_2 \\ \dfrac{k}{r^2}\left(Q_1 + Q_2\left(\dfrac{r^3 - R_2^3}{R_3^3 - R_2^3}\right)\right)\hat{r} & R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{k\left(Q_1 + Q_2\right)}{r^2}\hat{r} & R_3 < r \end{cases}$$

ב.

$$\varphi(r) = \begin{cases} C_1 & r < R_1 \\ \dfrac{kQ_1}{r} + C_2 & R_1 < r < R_2 \\ \dfrac{kQ_1}{r} - \dfrac{kQ_2 r^2}{2\left(R_3^3 - R_2^3\right)} - \dfrac{kQ_2 R_2^3}{\left(R_3^3 - R_2^3\right)r} + C_3 & R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{k\left(Q_1 + Q_2\right)}{r} + C_4 & R_3 < r \end{cases}$$

14) א. $\lambda = \dfrac{Q}{\pi R}$ ב. $\vec{E} = \dfrac{2K\lambda}{R}\hat{y} + 2K\lambda\left(\dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{l+R}\right)\hat{x}$

ג. $\varphi = K\lambda\pi$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 6 - דיפול קוואדרופול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

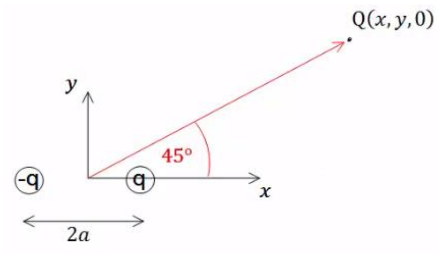
1) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p}=(p,0,0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,0,0)$ עם מהירות $(v,0,0)$ ייעצר בנקודה $(b,0,0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $\left(a,-\sqrt{2}a,0\right)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה



שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים ב- $x=a$ ו- $x=-a$.

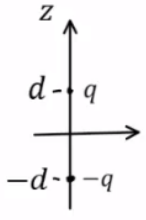
א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x,y,0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x היא 45 מעלות. השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים, וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

3) חישוב שגיאה



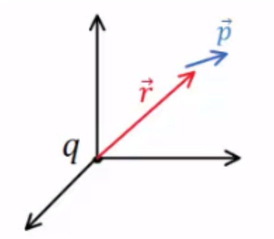
מטען q נמצא ב- $(0,0,d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0,0,-d)$.

א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.

ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

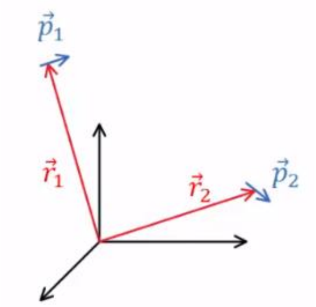
4) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)



דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול $\vec{p}$ נמצא במיקום $\vec{r}$.
מטען נקודתי q נמצא בראשית.
התייחס ל-q , $\vec{p}$ ו- $\vec{r}$ כנתונים.

א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.
ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.
ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא: $\vec{F}=\frac{k\left(\vec{p}\cdot r^2-\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\cdot\vec{r}\right)}{r^5}$.

5) אנרגיית דיפול-דיפול



דיפול $\vec{p}_1$ ממוקם ב- $\vec{r}_1$ ודיפול $\vec{p}_2$ ממוקם ב- $\vec{r}_2$.

א. הראה שהאנרגיה של $\vec{p}_2$ בשדה של $\vec{p}_2$
היא: $U=\frac{k}{\tilde{r}^3}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\right)$
כאשר: $\vec{\tilde{r}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\tilde{r}=\left|\vec{\tilde{r}}\right|$ ו- $\hat{\tilde{r}}=\frac{\vec{\tilde{r}}}{\tilde{r}}$.

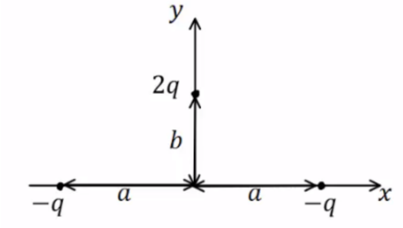
ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של $\vec{p}_1$ בשדה של $\vec{p}_2$ היינו מקבלים תוצאה זהה.
ג. מצא את הכוח הפועל על $\vec{p}_2$ והכוח על $\vec{p}_1$.
ד. מה שווה הכוח על $\vec{p}_2$ במקרה ש- $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומקביל ל- $\vec{\tilde{r}}$? ומה הכוח אם $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומאונך ל- $\vec{\tilde{r}}$.

6) קוואדרופול של מטען בודד

מטען נקודתי בודד q ממוקם בנקודה נתונה $\left(x_0,y_0,z_0\right)$.

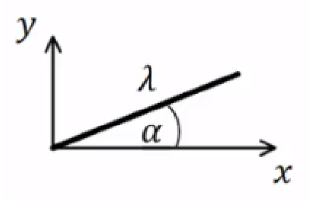
א. מצא את ה- Q הכולל את $\vec{p}$ ואת כל הרכיבים של Q_{ij} למערכת.
ב. מניחים מטען נוסף $-q$ בראשית הצירים, כיצד ישתנו הגדלים שחישבת בסעיף א'.

7) משולש מטענים



באיור הבא מתוארת התפלגות מטענים.
חשב את הפוטנציאל רחוק מאוד מההתפלגות עד הסדר הקוואדרופולי.
$V\left(\vec{r}\right)=k\left(\frac{Q_T}{r}+\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}+\frac{1}{2r^5}\sum_{i,j}r_ir_jQ_{ij}\right)$.

8) מטען קווי בזווית



מוט דק באורך L טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ. המוט מונח על מישור xy כך שקצה אחד שלו נמצא בראשית.
המוט יוצר זווית α עם ציר ה-x.
מצא את: $\vec{p}$, Q_T ו-Q_{ij} ורשום את הפוטנציאל עד לסדר הקוואדרופולי.

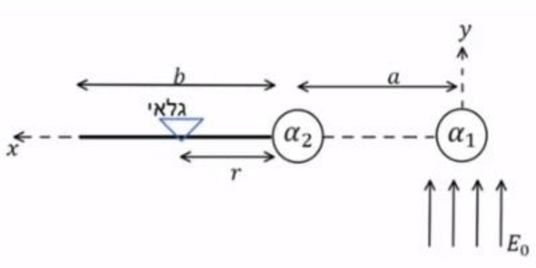
9) קליפה כדורית טעונה

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\cos\varphi$
כאשר φ היא הזווית עם ציר ה-z ו-σ_0 קבוע נתון.
מצא את $\vec{p}$, Q_T ואת Q_{ij} ובטא את הפוטנציאל עד הסדר הקוואדרופולי בקואורדינטות כדוריות.

10) מערכת למדידת קיטוביות

המערכת הבאה מיועדת למדידת הקיטוביות של חלקיק. מניחים חלקיק עם קיטוביות ידועה α_1 בראשית ומפעילים רק עליו שדה חשמלי אחיד: $\vec{E}=E_0\hat{y}$.
החלקיק הנמדד נמצא על ציר ה-x ובמרחק a מהראשית.
ניתן להניח שהחלקיקים מאוד קטנים ביחס למרחק ביניהם.
מניחים על ציר ה-x בתחום: $a<x<a+b$ מסילה ועליה גלאי המודד את עוצמת השדה החשמלי. נסמן את המרחק של הגלאי מהחלקיק הנמדד ב-r.

א. מה צריך להיות כיוון הדיפולים שנוצרים בחלקיקים במצב היציב?
ב. הנח ש-α_1 ו-α_2 נתונים וכתוב באמצעותם זוג משוואות מהן ניתן למצא את $\vec{p}_1$ ו-$\vec{p}_2$.
ג. הנח שמומנטי הדיפול ידועים וכתוב ביטוי לשדה החשמלי במיקום של הגלאי.
ד. כאשר הגלאי נמצא ב-$r=r_0$ נתון כי השדה הנמדד הוא אפס.
מצא את α_2.
האם הכרחי לדעת מהו α_1?



תשובות סופיות:

1) א. $p=\frac{1}{2}mV^2ek\left(\frac{a^2\cdot b^2}{b^2-a^2}\right)$. ב. ראה סרטון.

2) א. $\vec{F}=Q\vec{E}_T$. ב. ראה סרטון. ג. $\vec{P}=q2a\hat{x}$. ד. ראה סרטון.

3) א. $\varphi=\frac{kq2d}{z^2-d^2}$. ב. $z_{\min}=10d$. ג. $z_{\min}\approx 14.14d$.

4) א. $\vec{\tau}=\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\times\vec{r}\right)$. ב. $U=-\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה.

ג. $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot\tilde{\hat{r}}+\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\cdot\vec{p}_1+\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\cdot\vec{p}_2-5\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\hat{\tilde{r}}\right)$, $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$.

ד. $\vec{F}_2=-\frac{6k}{\tilde{r}^4}p_1p_2\hat{\tilde{r}}$, $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(p_1p_2\hat{\tilde{r}}\right)$.

6) א. $Q_T=q$, $\vec{p}=q\left(x_0,y_0,z_0\right)$, $Q_{11}=q\left(2x_0^{'2}-y_0^{'2}-z_0^{'2}\right)$, $Q_{12}=\left(3x_0^{'}y_0^{'}-0\right)q$,
$Q_{13}=3x_0^{'}z_0^{'}q$, $Q_{21}=3x_0^{'}y_0^{'}q$, $Q_{22}=\left(2y_0^{'2}-x_0^{'2}-z_0^{'2}\right)q$, $Q_{23}=3y_0^{'}z_0^{'}q$,
$Q_{31}=3x_0^{'}z_0^{'}q$, $Q_{32}=3y_0^{'}z_0^{'}q$, $Q_{33}=\left(2z_0^{'2}-x_0^{'2}-y_0^{'2}\right)q$.

ב. $Q_T=0$, $\vec{p}=$ לא משתנה , $Q_{ij}=$ לא משתנה.

7) $V\left(\vec{r}\right)=\frac{k2qby}{r^2}+\frac{kq}{r^5}\left(-x^2\left(2a^2+b^2\right)+y^2\left(a^2+2b^2\right)+z^2\left(a^2-b^2\right)\right)$.

8) $Q_T=\lambda L$, $\vec{p}=\frac{\lambda L^2}{2}\left(\cos\alpha\hat{x}+\sin\alpha\hat{y}\right)$, $Q_{xx}=\lambda\left(3\cos^2\alpha-1\right)\frac{L^3}{3}$,
$Q_{xy}=L^3\cos\alpha\sin\alpha$, $Q_{xz}=0$, $Q_{yx}=Q_{xy}$, $Q_{yy}=\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha-1\right)$, $Q_{yz}=0$,
$Q_{zx}=0$, $Q_{zz}=-\lambda\frac{L^3}{3}$.

$$V\left(\vec{r}\right)=k\left(\frac{\lambda L}{r}+\frac{\lambda L^2}{2r^3}\left(x\cos\alpha+y\sin\alpha\right)+\frac{1}{2r^5}\left(x^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\cos^2\alpha-1\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.xyL^3\cos\alpha\sin\alpha\cdot 2+y^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha-1\right)+z^2\left(-\lambda\frac{L^3}{3}\right)\right)\right)$$

9) $Q_T=0$, $\vec{p}_x=\vec{p}_y=0$, $\vec{p}_z=4\pi\sigma_0R^3\cdot\frac{1}{3}$, $Q_{xx}=Q_{yy}=Q_{zz}=0$, $V\left(\vec{r}\right)=\frac{4k\pi\sigma_0R^3\cos\varphi}{3r^2}$.

10) א. שני הדיפולים בכיוון $\hat{y}$. ב. $\vec{p}_1=\varepsilon_0\alpha_1\left(E_0\hat{y}-\frac{k\vec{p}_2}{a^3}\right)$, $\vec{p}_2=\varepsilon_0\alpha_2\left(-\frac{k\vec{p}_1}{a^3}\right)$.

ג. $\vec{E}=\frac{k\left(-\vec{p}_1\right)}{\left(a+r\right)^3}+\frac{k\left(-\vec{p}_2\right)}{r^3}$. ד. $\alpha_2=\frac{4\pi a^3r_0^3}{\left(a+r\right)^3}$, לא.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 7 - מציאת התפלגות מטען - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

מציאת התפלגות מטען:

רקע:

<u>צפיפות נפחית</u>:

$$\rho = \varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של חוק גאוס)

<u>צפיפות משטחית</u>:

$$\sigma = \varepsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

<u>מטען נקודתי</u>: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2}\hat{r}$ (בקורדינטות **כדוריות**) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{\mathrm{k}}$.

<u>צפיפות מטען אורכית</u>: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r}\hat{r}$ (בקורדינטות **גליליות**) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\varepsilon_0\alpha$.

<u>מציאת שדה מהפוטנציאל</u>:

$$\vec{\mathrm{E}} = -\vec{\nabla}\varphi$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של פוטנציאל)

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
grad $\vec{\nabla} f$	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r sin\varphi}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{z}$
div $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial (rF_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\, sin\, \varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r\, sin\, \varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(A_\varphi \sin\varphi)$
Rot/curl $\vec{\nabla} \times \vec{F}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\hat{z}$	$\frac{1}{r\, sin\, \theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(F_\theta\, sin\, \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta}\right)\hat{r} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{sin\, \theta}\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$

(הטבלה הופיע גם בפרק המבוא המתמטי)

שאלות:

1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r) = \begin{cases} Ar^2, & r < a \\ B\,ln(r) + C, & a < r < b \\ D\,ln(r), & b < r \end{cases}$$

A , B , C , D נתונים.

א. מצאו קשר בין הקבועים.

ב. מצאו את התפלגות המטען במרחב.

ג. כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c > b$. מצאו את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע"י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E} = \frac{C}{r}\left(\hat{r} + \cos\theta\,\hat{\theta} + \sin\theta\cos\varphi\hat{\varphi}\right)$$

א. מצאו את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצאו את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצאו שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

3) התפלגות בכדוריות

השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} -\frac{72\pi\cdot 10^5 (N\cdot\frac{m}{C})}{r}\hat{r}, & r < 1 \\ -\frac{144\pi\cdot 10^5\left(N\cdot\frac{m^2}{C}\right)}{r^2}\hat{r}, & r > 1 \end{cases}$$

הקואורדינטות כדוריות.

מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) א. $\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\varepsilon_0 c}{r^2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}+\frac{\sin\theta\cos 2\varphi}{\sin\varphi}\right)$ ב. $4\pi\varepsilon_0 cR$ ג. $4\pi\varepsilon_0 cR$.

3) $\rho(r)=\begin{cases}-\frac{2\cdot 10^{-4}\left(\frac{c}{m}\right)}{r^2} & r<1\\ 0 & 1<r\end{cases}$, $\sigma(r=1)=-2\cdot 10^{-4}\frac{c}{m^2}$.

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 8 - אנרגיה הדרושה לבניית מערכת - מתקן פיזיקה 2

תוכן העניינים

הרצאה:

רקע:

$$U = \Sigma \frac{1}{2} \varphi_i q_i = \int \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \, dv$$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.
- בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית.

$\mu_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית.

שאלות:

1) **הסבר נוסחאות ודוגמה**

מצא את האנרגיה הדרושה לבניית קליפה כדורית בעלת רדיוס R וצפיפות מטען משטחית σ.

תשובות סופיות:

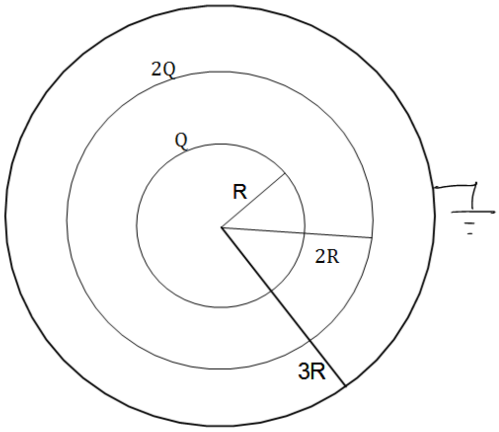
1) $U = \frac{1}{2} \frac{KQ^2}{R}$

תרגילים:

שאלות:

1) אנרגיה של מערכת שלוש קליפות

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפלג בצורה אחידה. הקליפה מוקפת קליפה נוספת ברדיוס 2R הטעונה במטען 2Q.
שתי הקליפות מוקפות בקליפה שלישית מוליכה ומוארקת ברדיוס 3R.
מצא את האנרגיה הדרושה לבניית המערכת.



2) שתי טיפות מים כדוריות וזהות בעלות רדיוס R טעונות כל אחת במטען Q המפולג באופן אחיד על פניהן. מחברים את הטיפות ויוצרים טיפה אחת חדשה וגדולה שגם בה המטען מפולג באופן אחיד על השפה.

א. מהי האנרגיה העצמית של הטיפות לפני שהתחברו?
ב. מהי האנרגיה העצמית של הטיפה החדשה?
ג. מהי האנרגיה העצמית של מערכת שתי הטיפות בדיוק לפני ההתחברות (כלומר, הטיפות כמעט נוגעות אחת בשניה)?
הנח שהתפלגות המטען על כל טיפה עדיין אחידה.
ד. מהו היחס בין האנרגיה שחישבת בסעיף ב' לסעיף ג'?

תשובות סופיות:

1) $\frac{KQ^2}{R}$

2) א. $\frac{KQ^2}{R}$ ב. $\frac{2KQ^2}{\sqrt[3]{2}R}$ ג. $\frac{3}{2}\frac{KQ^2}{R}$ ד. ≈ 1.058

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 9 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

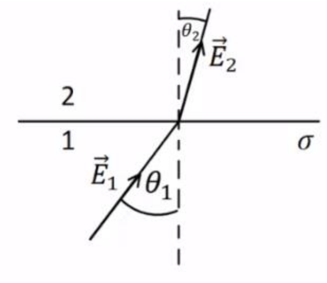
הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) קפיצה על שפת כדור

נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R. השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_{in}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר: c , b , a קבועים נתונים.
על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\sin\varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.
מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.

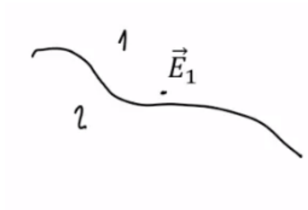
2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון



שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1,θ_2

שבאיור הוא: $\tan\theta_2=\dfrac{\tan\theta_1}{1+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0E_1\cos\theta_1}}$ כאשר E_1 הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

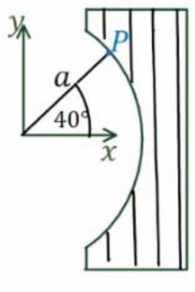
3) מציאת נורמל למשטח



המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x+4y-z=3$.

א. מצא וקטור הנורמל למשטח $\hat{n}$.
ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב למשטח: $\vec{E}_1=2\hat{x}+5\hat{y}-3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?
ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

4) עדשה דיאלקטרית



האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a. צד ימין הוא מישור ישר המקביל למישור xz. השדה החשמלי בנקודה P הנמצאת ב- $\vec{r}_P=(a,40°,z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_P)=4\hat{r}-3\hat{\theta}$ ביחידות $\frac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.
מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x?

תשובות סופיות:

1) $E_{out}=\left(a+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)x}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ b+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)y}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ c+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)z}{\varepsilon_0 R^2}\right)$.

2) הוכחה.

3) א. $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{21}}(2,4,-1)$. ב. $\frac{27}{21}(2,4,-1)$. ג. $-\frac{1}{7}(4,1,12)$.

4) $\varepsilon_r\approx 1.2$.

שדות אלקטרו מגנטיים

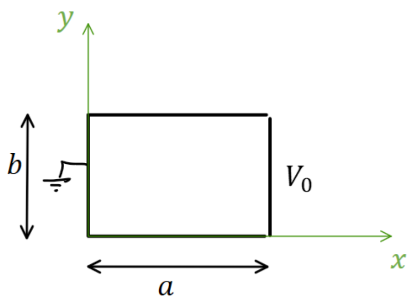
פרק 10 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

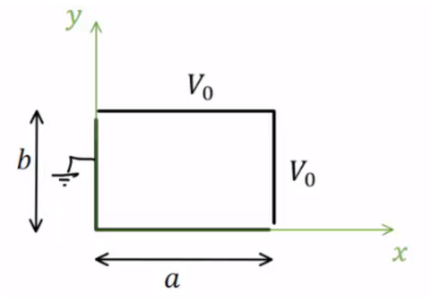
הסבר ותרגילים:

שאלות:

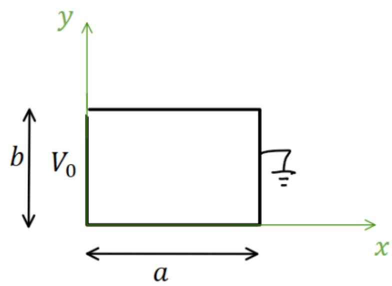
1) **פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם**
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית
לאורך ציר Z.
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות
מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין
הלוח הימני לשאר הלוחות).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



2) **תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה**
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות
מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים
באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים
בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח
שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות
המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

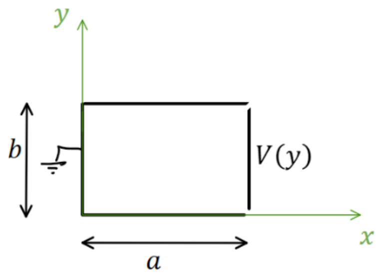


3) **תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים**
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית
לאורך ציר Z.
הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר
הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים
מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:



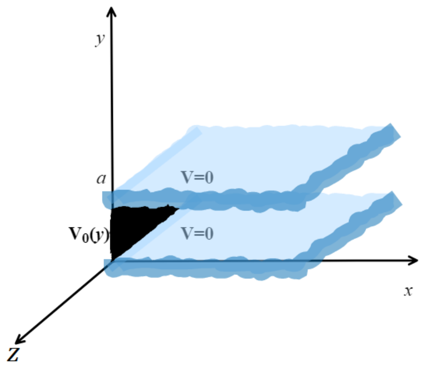
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0\le y\le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2}< y\le b\end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

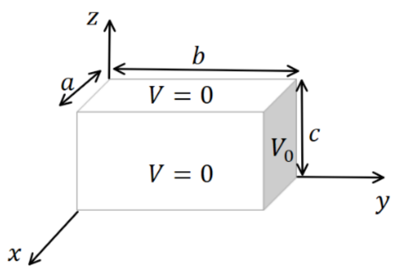
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0<y<a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים

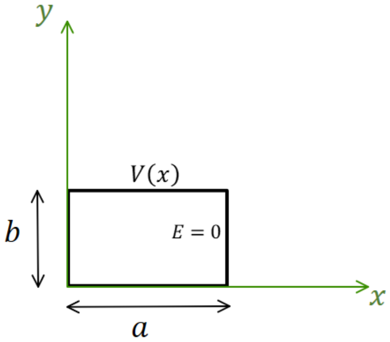


6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a\times b\times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(\mathrm{x}) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.
השדה ב-0 = $E(x = a)$ ושאר הלוחות מוארקים.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right]$.

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy$.

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{8nV_0}{(4n^2-1)\pi\, sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}$.

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}$.

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,b\right)}$.

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$.

שדות אלקטרו מגנטיים

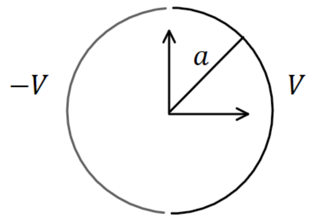
פרק 11 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

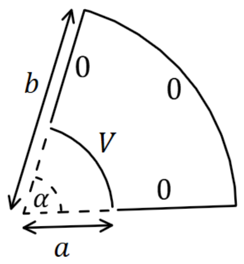
שאלות:

1) גליל חצי חצי



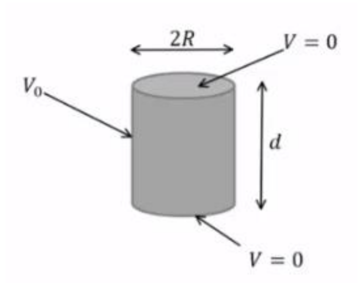
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים.
החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב-$-V$.
מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

2) גזרה בזווית אלפא



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל.
הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b.
הדופן ב-$r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות.
מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד.
הנח שהבעיה דו ממדית.

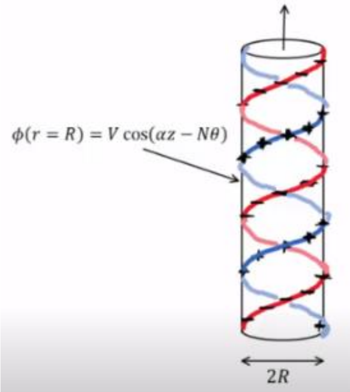
3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R.
נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0.
מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R)=V\cos(\alpha z-N\theta)$.



כאשר המספר השלם N והקבועים V ו-α נתונים.
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.
ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?
ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?

ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA.
מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבציור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי.
מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחיד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N=2$, וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס.
מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה?
מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l a^l}r^l\cos(l\theta)\quad ,r<a$, $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}\left(\frac{a}{r}\right)^l\cos(l\theta)\quad ,r>a$.

2) $K_n=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}$, $V(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi m K_n}\left(\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\alpha}\theta\right)$.

3) $K_n=\frac{\pi n}{d}$, $V(r,z)=\sum_{n}\frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi n R}{\alpha}\right)}I_0\left(\frac{\pi n}{d}r\right)\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right)$.

4) א. לא מתבדר $\phi_2(r=\infty)=$, $\phi_1(r>R)=\phi_2(R)$, $\phi_1(r=0)\neq\infty$.

ב. $\phi_2=\frac{V}{K_N(\alpha R)}K_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$, $\phi_1=\frac{V}{I_N(\alpha R)}I_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$.

ג. $\frac{1}{\alpha}$.

ד. $\eta=\varepsilon_0 V\alpha\cdot C\cdot\cos(\alpha z-N\theta)$.

ה. $\eta_0=\varepsilon_0 V\alpha C$, $\vec{E}=\begin{cases}-\vec{\nabla}\theta_1 & r<R\\ -\vec{\Delta}\theta_2 & R<r\end{cases}$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 12 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

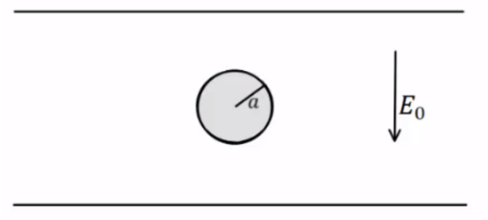
תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

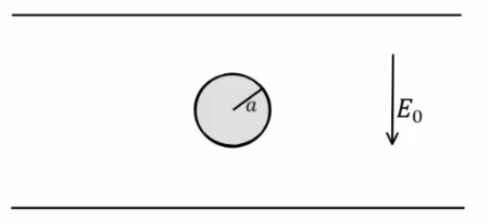
1) דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל

כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $d >> a$.
מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.



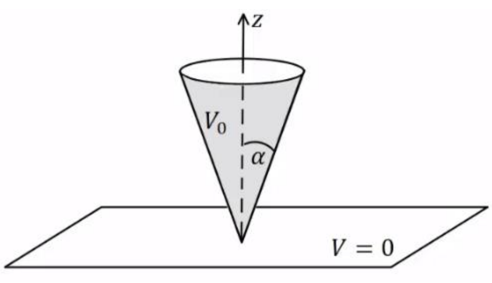
2) דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור

כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $d >> a$.
השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת
ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.



3) חרוט מעל מישור

חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר
מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0.
החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש
מבודד בין קודקוד החרוט למישור).
מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
נתון כי: $Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.



תשובות סופיות:

1) $V(r,\varphi)=E_0\left(r-a^3r^{-2}\right)\cos\varphi$.

2) $\sigma_a=-3\varepsilon_0E_0\cos\varphi$.

3) $V(\varphi)=V_0\left(\frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)}\right)$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 13 - מטעני דמות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

שיטת מטעני דמות היא שיטה למצא פוטנציאל בבעיות בהם יש מוליכים עם התפלגות מטען שאינה אחידה.

השיטה:

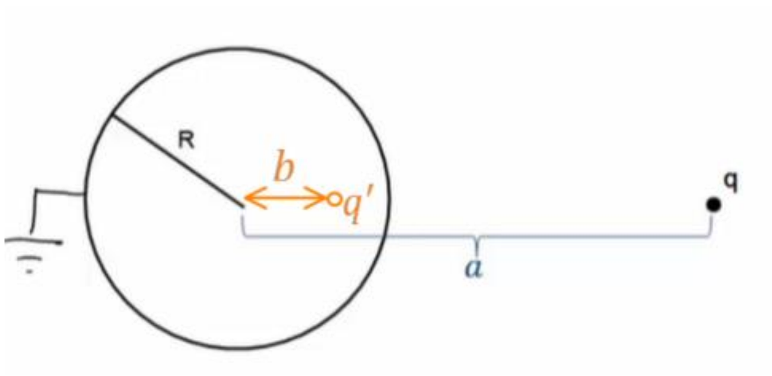
נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך .

בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.

בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.

לפי משפט הקיום והיחידות הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.

המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:

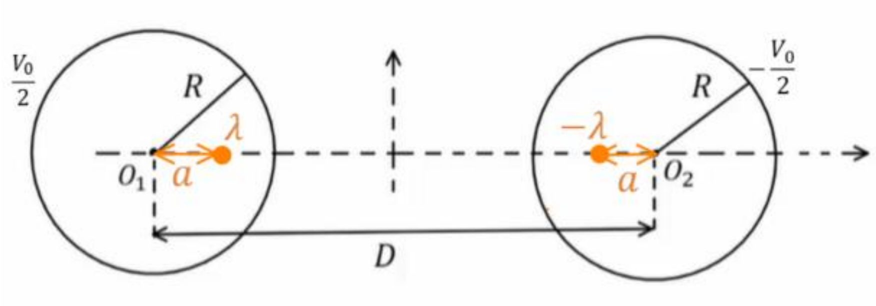


$$b = \frac{R^2}{a} \qquad\qquad q' = -\frac{R}{a} q$$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0 אז נוסיף מטען "q במרכז הקליפה כך ש:

$$q'' = \frac{V_0 R}{k}$$

המקרה של שני גלילים אינסופיים:



$$\lambda = \frac{\pi \varepsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R}\right)^2 - 1}\right)}$$

$$a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - R}$$

דיפול חשמלי:

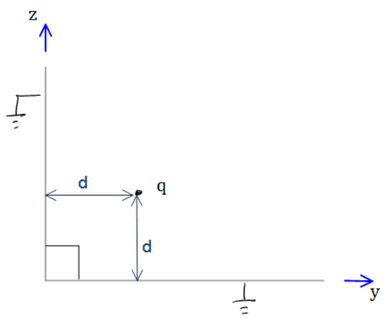
- השיקוף של דיפול חשמלי שמאונך למישור הוא דיפול באותו הגודל ובאותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול חשמלי שמקביל למישור הוא דיפול באותו הגודל אך בכיוון הפוך.
- אם הדיפול בכיוון כללי, נפרק לרכיבים ונשקף כל רכיב בנפרד

שיקוף זרם ודיפול מגנטי:

- השיקוף של זרם שמקביל למישור יהיה זרם זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של זרם שמאונך למישור יהיה זרם זהה באותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמאונך למישור יהיה דיפול זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמקביל למישור יהיה דיפול זהה באותו הכיוון.

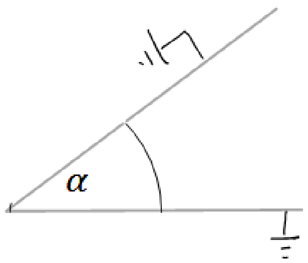
שאלות:

1) לוחות בזווית 90 מעלות



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

2) לוחות בזווית אלפא



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

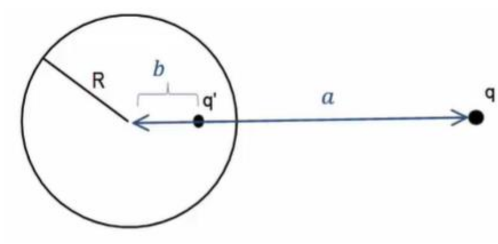
3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצאו את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

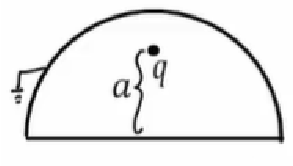
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה



נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה.
מצאו את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

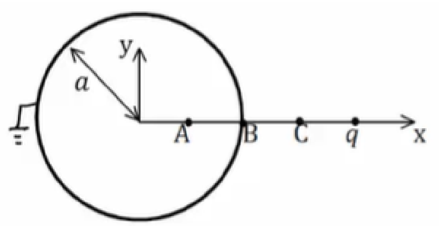
6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R.

המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצאו את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

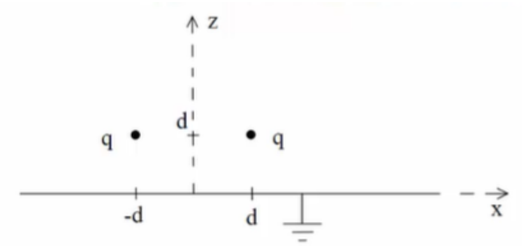
7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש: $x_C=\frac{3a}{2}$, $x_B=a$, $x_A=\frac{a}{2}$.

א. מצאו את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

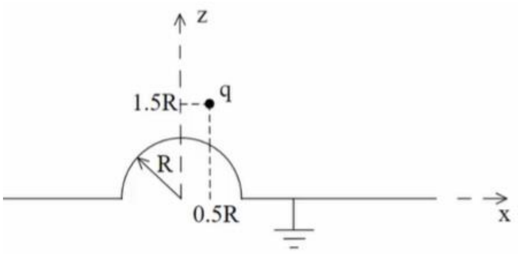
8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$ ו- $(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z>0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.

מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R, 0, 1.5R)$.

א. מצאו את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.

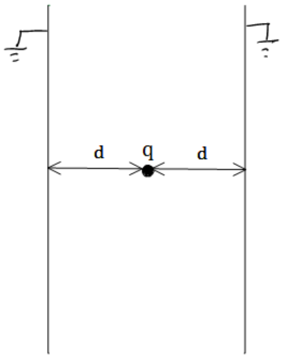
ב. מצאו את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.

ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{R}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}R}{2}\right)$?

ד. מה הכוח הפועל על המטען?

ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

10) מטען בין שני לוחות אינסופיים



נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

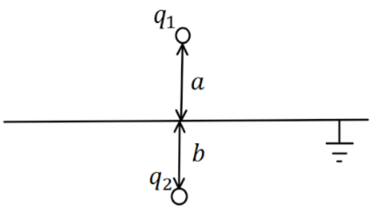
א. מצאו את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצאו את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

11) מטענים משני צידי מישור מוארק

מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.

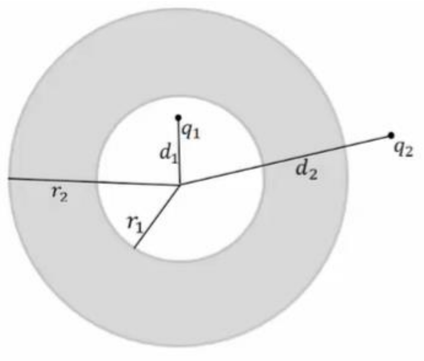
מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.



א. מצאו את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?

12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ



נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $d_1 < r_1$.

מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $d_2 > r_2$.

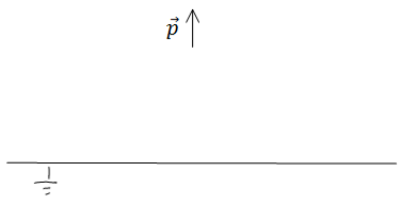
המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצאו את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצאו את הכוח הפועל על המטען q_2.

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

13) דיפול מעל מישור



דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

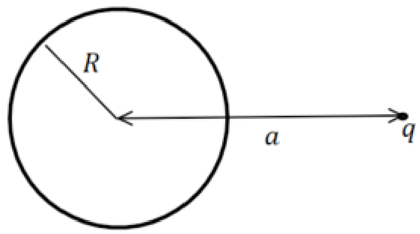
מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצאו את השדה בכל המרחב.

ב. מצאו את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצאו את סך המטען על המישור.

14) ספירה ניטרלית



מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה ניטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi=\frac{kq}{r_1}-\frac{kq}{r_2}$

2) ראו סרטון.

3) $\sigma=-kq\varepsilon_0\frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F=-\frac{q^2}{(2d)^2}$

5) $E(r,\theta)=\frac{kq(r-a\cos\theta)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2-a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$

6) ראו סרטון

7) א. $\varphi_A=\varphi_B=0\ ,\ \varphi_C=\frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B=\varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F}=\frac{2kq^2}{qa^2}(-\hat{x})$

ד. $U=\frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $(-d,0,d)\ ,\ (d,0,-d)$ ב. $-0.338\hat{z}+0.162\hat{x}$

ג. $\sigma=-\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left((x-d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left((x+d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\quad,\quad Q_T=-2q$

ד. $U=\frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3=\sqrt{\frac{2}{5}}q\ ,\ \vec{r}_3=\left(\frac{R}{5},0,-\frac{3}{5}R\right)\ ,\ q_4=-q\ ,\ \vec{r}_4=(0.5R,0,-1.5R)$

ב. $(0,0,1.5R)$: $\varphi\approx 0.71\frac{kq}{R}$, $(0,0,0.5R)$: 0 ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F}=\frac{kq^2}{R^2}(-0.2,0,-0.64)$ ה. $U=\frac{kq^2}{2R}(-0.7)$

10) א. $V_T=\frac{k(-1)^n q}{\left((x-2dn)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}(-\ln(2))$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{\left|r_+\right|^2}\hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{\left|r_-\right|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1 a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2 b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2 q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $U=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2 q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1 q_2}{d_2}\right]$

13) א. $\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ב. $\sigma(r)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 14 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.

כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$ או $\vec{E}_{free}$ - השדה החיצוני

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ε_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר״כ קבוע וידוע.

$$\varepsilon_r > 1$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \varepsilon_0 \Delta E_{0_\perp}$$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \varepsilon_0 \Delta E_\perp$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$$\vec{p} = \int \vec{P}\,\mathrm{d}V$$

על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר:

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = Q_{in_f}$$

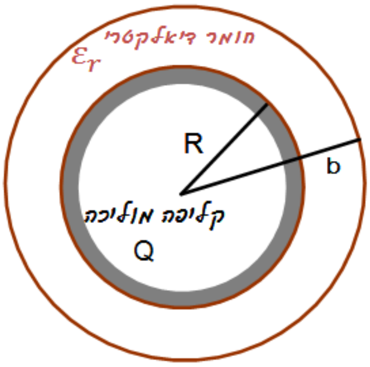
בחומרים ליניארים:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}_0$$

שאלות:



1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה

קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

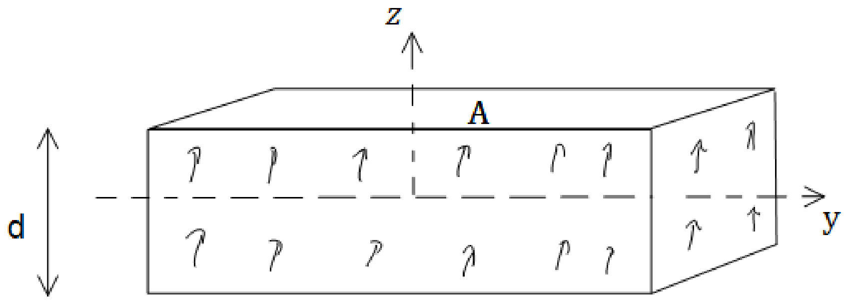
2) תיבה מקוטבת

תיבה בעלת שטח A ועובי d מקוטבת עם צפיפות קיטוב נתונה: $\vec{P} = P_0 \frac{z}{d}\hat{z}$

כאשר ראשית הצירים במרכז התיבה.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית נפחית) בתיבה.

ב. מצא את סך המטען הקשור בתיבה.



3) כדור מקוטב רדיאלית

כדור ברדיוס R מקוטב לפי: $\vec{P} = A\vec{r}$ כאשר A קבוע ו- $\vec{r}$ הוא וקטור ממרכז הכדור.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית ונפחית).

ב. מצא את השדה מחוץ ובתוך הכדור.

4) גליל מקוטב באופן אחיד

גליל מקוטב באופן אחיד ובמקביל לציר הסימטריה. רדיוס הגליל הוא R ואורכו L.
חשב את התפלגות המטען הקשור וצייר את קווי השדה במקרים הבאים:

א. $R \ll L$

ב. $L \ll R$

ג. $R \approx L$

5) שדה של כדור עם צפיפות קיטוב אחידה

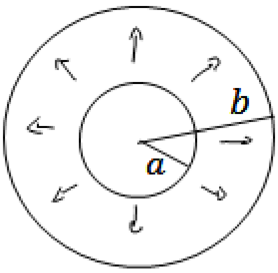
חשב את השדה של כדור מלא עם צפיפות קיטוב אחידה.

<u>הדרכה</u>: חשב את צפיפות המטען הקשור.

ניתן לתאר צפיפות מטען כזו באמצעות שני כדורים הטעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח הנמצאים במרחק קטן אחד מהשני.

מצא מה צריכה להיות הצפיפות של כל כדור (תלויה גם במרחק הקטן) ולאחר מכן חשב את השדה בכל המרחב כסופרפוזיציה של השדות של שני הכדורים.

6) קליפה כדורית דיאלקטרית



קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי בעל צפיפות קיטוב

נתונה: $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{A}{r}\hat{r}$ כאשר A קבוע ו- r הוא המרחק ממרכז הקליפה.

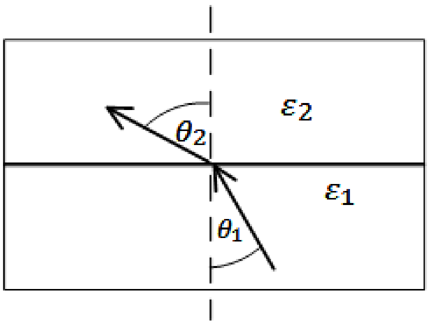
מצא את השדה בכל המרחב פעם בעזרת צפיפות המטען המושרה ופעם באמצעות השימוש בשדה ההעתקה.

7) חוק סנל

קרן אור מורכבת משדה חשמלי ושדה מגנטי המתקדמים במרחב, הראה כי אם קרן האור עוברת מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_1 לחומר בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 אז מתקיים חוק סנל (התעלם מהשדה המגנטי).

חוק סנל: $\tan\theta_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\tan\theta_2$

כאשר θ_1 היא זווית הפגיעה של הקרן עם האנך ו-θ_2 היא זווית השבירה עם האנך בחומר.



תשובות סופיות:

1) השדה במרחב:
$$\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}r^2}\hat{r} & \mathrm{R}<r<\mathrm{b}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{r^2} & \mathrm{b}<r\end{cases}$$

התפלגות המטען המושרית: $\sigma_i(\mathrm{R})=\dfrac{\varepsilon_0\mathrm{kQ}}{\mathrm{R}^2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}-1\right)$, $\sigma_i(\mathrm{b})=\varepsilon_0\left(\dfrac{\mathrm{kQ}}{\mathrm{b}^2}-\dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mathrm{b}^2}\right)$

2) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_{\mathrm{b}}=\dfrac{P_0}{2}$, נפחית: $\rho_{\mathrm{b}}=-\dfrac{P_0}{\mathrm{d}}$ ב. 0

3) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_{\mathrm{b}}=\mathrm{A}\cdot\mathrm{R}$, נפחית: $\rho_{\mathrm{b}}=-3\mathrm{A}$

ב. שדה בתוך הכדור: $\vec{E}=\dfrac{\mathrm{A}r}{\varepsilon_0}\hat{r}$, מחוץ לכדור: 0.

4) א. $\vec{p}=q\mathrm{L}\hat{z}$ ב. $\vec{E}=\dfrac{P_0}{\varepsilon_0}\hat{z}$ ג. ראה סרטון

5)
$$\vec{E}=\begin{cases}-\dfrac{P_0}{3\varepsilon_0}\hat{z} & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{k}\left(3\left(\vec{p}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-\vec{p}\right)}{r^3} & r>\mathrm{R}\end{cases}$$

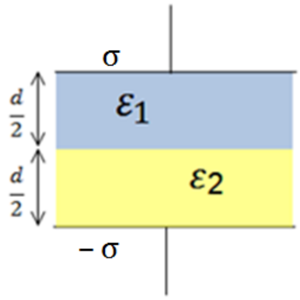
6) $\vec{E}=0$

7) שאלת הוכחה

תרגול נוסף:

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



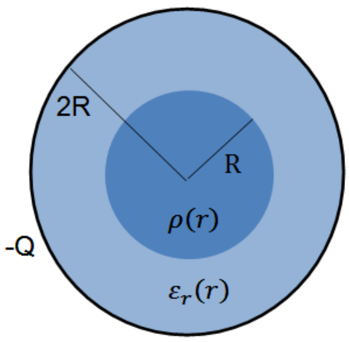
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם,
הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון σ – .
בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור.
נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ε_1 ו- ε_2.

א. מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
ב. מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין לוחות .
ג. מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
ד. מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
ה. מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
ו. מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע״י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ε_r.
בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ.
מצאו את השדה בכל המרחב. (רמז: מצאו קודם כל את D).

3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R.
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\varepsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס 2R הטעונה במטען כולל $\vec{E}Q$-.

א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?

ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים R, $3R$ ובאורך $L >> 3R$.
ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטרים.

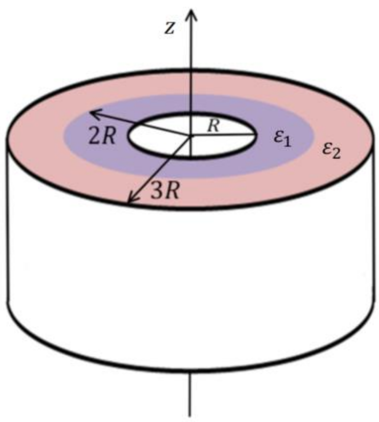
חומר בעל מקדם ε_1 ממלא את התווך בין R ל- $2R$ וחומר בעל מקדם ε_2 את התווך בין $2R$ ל- $3R$. טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.

א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?

ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?

ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.

ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל?
חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{D}=\sigma\hat{z}$

ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_1} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_2} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$

ג. $\vec{p}=\begin{cases}\left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_1}\right)\hat{z} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_2}\right)\hat{z} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$

ד. $V=-\dfrac{d}{2}\sigma\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\right)$

ה. $\sigma_b(z=d)=\sigma\left(1-\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}\right)$, $\sigma_b\left(z=\dfrac{d}{2}\right)=\varepsilon_0\sigma\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2}-\dfrac{1}{\varepsilon_1}\right)$, $\sigma_b(z=0)=\sigma\left(\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)$

ו. $E_T=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_1}\hat{z}$

2) $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r>R\end{cases}$

3) א. $\vec{D}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4r}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2}\hat{r} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2}\hat{r} & 2R<r<\infty\end{cases}$

ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 R^3\hat{r}}{4r^2\varepsilon_0\left(\dfrac{r}{R}\right)} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} & 2R<r\end{cases}$

ג. $\rho_b=\dfrac{-\rho_0 R^2}{4r^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2}$, $\sigma_b(r=R)=\dfrac{-\rho_0 R}{8}$, $\sigma_b(r=2R)=\dfrac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}$

ד. 0

4) א. $u=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{(2\pi rL)^2}\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon_1} & R<r<2R\\ \dfrac{1}{\varepsilon_2} & 2R<r<3R\end{cases}$

ב. $U=\dfrac{Q^2}{4\pi L}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}\right)$

ג. $C=\dfrac{2\pi L}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}}$

ד. $c_2=\dfrac{2\pi L\varepsilon_2}{\ln\dfrac{3}{2}}$, $c_1=\dfrac{2\pi L\varepsilon_1}{\ln 2}$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 15 - קבלים - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי:

רקע:

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $\sqrt{A} \gg d$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ε_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T=Q_1=Q_2$ ו- $V_T=V_1+V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):

$$C_T=C_1+C_2$$

כאשר $Q_T=Q_1+Q_2$ ו- $V_T=V_1=V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדר״כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$$U_c=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s=\Delta qV_s=-2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$$F = \left|\frac{dU_c}{dx}\right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

שאלות:

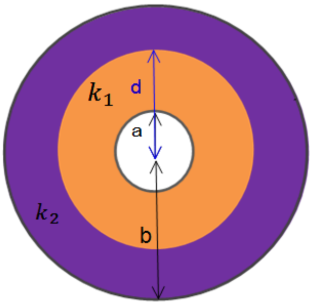
1) קבל גלילי

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות מוליכות באורך L ורדיוסים b , a .

א. מצא את הקיבול של הקבל $L >> a , b$.

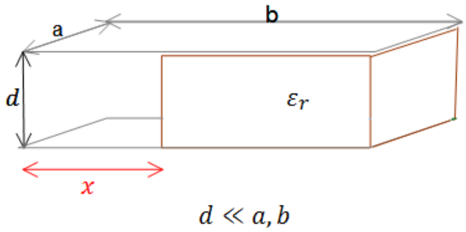
ב. כעת ממלאים את הקבל בחומר דיאלקטרי בעל קבוע משתנה.
k_1 כאשר $a < r < d$ ו-k_2 כאשר $d < r < b$.
מצא את הקיבול החדש.

ג. טוענים את הקבל במטען Q, מצא את התפלגות המטען במרחב (חופשי ומושרה).



2) דרך שניה לחשב קיבול וחיבור קבלים

קבל לוחות מורכב משני לוחות מלבנים בעלי אורך b ורוחב a. המרחק בין הלוחות הוא d. לתוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי הממלא את כל החלל בין הלוחות עד למרחק x מקצה הלוחות. הקבוע הדיאלקטרי של החומר נתון ε_r.

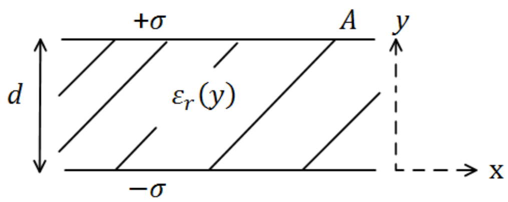


א. מצא את הקיבול של הקבל כתלות ב-x.

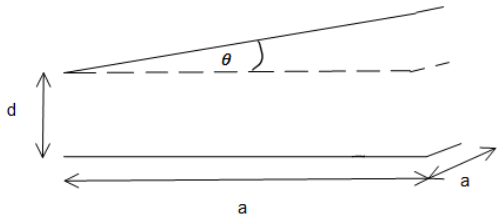
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מה תהיה התפלגות המטען החופשי על הלוחות? ומהי צפיפות המטען המושרה בחומר?

3) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי התלוי בגובה

קבל לוחות טעון בצפיפות מטען $\pm\sigma$.
שטח הלוחות הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d. בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק בין הלוחות: $\varepsilon_r(y) = 1 + \left(\frac{y}{d}\right)^2$,
כאשר הלוח התחתון נמצא ב-$y = 0$.
מצא את הקיבול של הקבל.



4) קבל לוחות בזווית

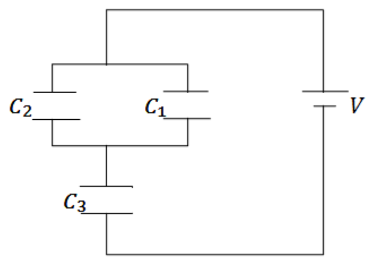


נתון קבל לוחות בעל שטח A ומטען Q.
אורך כל צלע בלוחות הקבל הינה a.
עקב טעות בייצור נוצרה זווית θ קטנה מאוד בין הלוחות.

א. חשב את קיבולו של הקבל כפונקציה של θ.

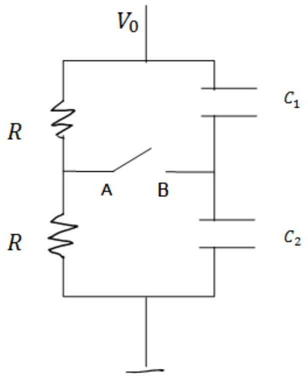
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מצא את התפלגות המטען המשטחית על לוחות הקבל.

5) שלושה קבלים



במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.

6) קבלים עם מפסק

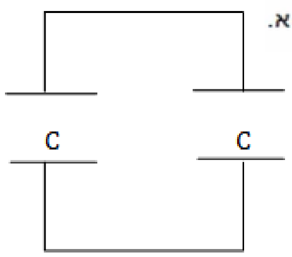


במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

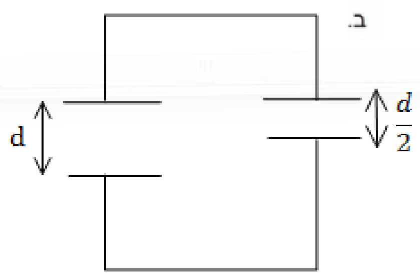
ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

7) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני



טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

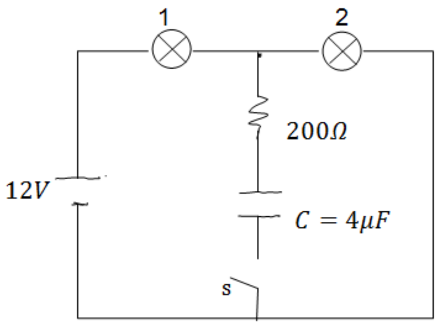


כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

8) שתי נורות

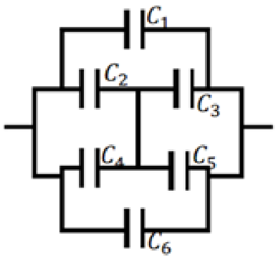


במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

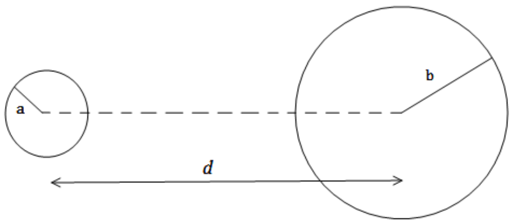
ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

9) חיבור קונפיגורציית קבלים



נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

10) שני כדורים מרוחקים



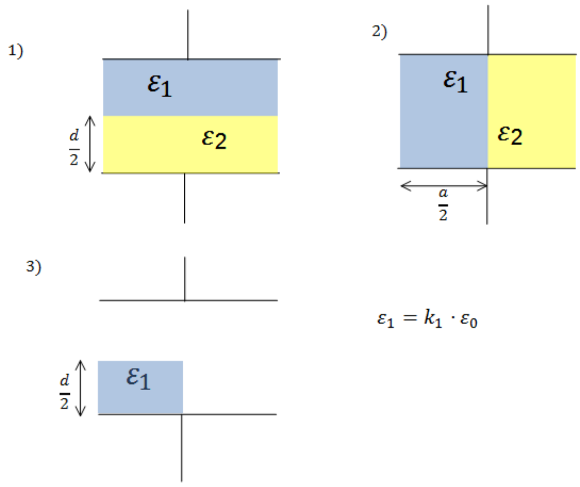
שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים ונתונים a , b טעונים במטענים שווים ומנוגדים +q , -q.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?

ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.

ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

11) חומרים דיאלקטרים בתוך קבל

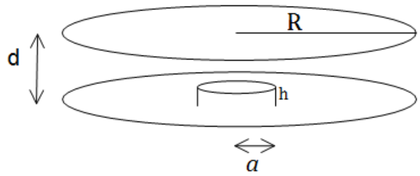


נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס רק חומר אחד, החומרים ממלאים את כל הצלע שנכנסת ללוח).

א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?
ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

12) קבל לוחות עם בליטה

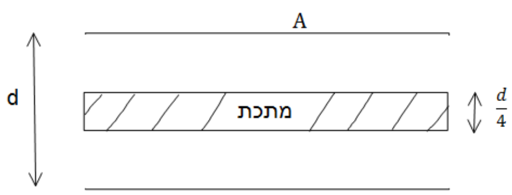
במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d $(d \ll R)$.
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל ברדיוס a $(a \gg d)$ ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.



א. מצא את הקיבול של הקבל.
ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.
ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

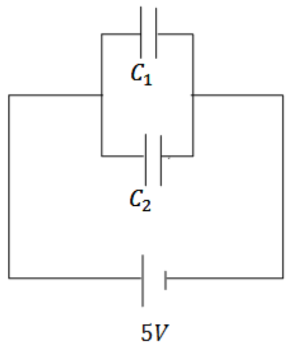
13) קבל עם פיסת מתכת

קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, $(d \ll \sqrt{A})$.



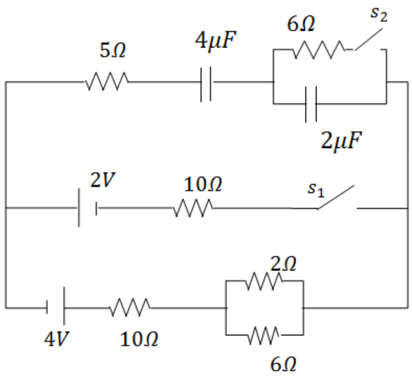
א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.
ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.
חזור על סעיף א.
ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שנייה.
חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

14) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי



במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא 5V.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור
ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש
לאחר שהמערכת מתייצבת.

15) מעגל עם קבלים



חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל
קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:

א. s_1 פתוח ו- s_2 סגור.

ב. s_2 פתוח ו- s_1 סגור.

ג. שני המפסקים סגורים.

תשובות סופיות:

1) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $C=\frac{Q}{V}$ ג. $\sigma_i=\frac{Q}{2\pi bc}\left(1-\frac{1}{k_2}\right)$

2) א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a}{d}\left(x+\varepsilon_r\left(b-x\right)\right)$

ב. $\sigma_2=\frac{\varepsilon_0 V_0\varepsilon_r}{d}$, $\sigma_1=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$, $q_2=\frac{\varepsilon_0 a\left(b-x\right)V_0\varepsilon_r}{d}E$, $q_1=\frac{\varepsilon_0 axV_0}{d}$

3) $\frac{\pi d}{4\varepsilon_0 A}$

4) א. $\frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\ln\left(1+\frac{a}{b}\theta\right)$ ב. $\sigma_{(x)}=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d+xty\theta}$

5) $q_1=3\mu C\ ,\ q_2=4.5\mu C\ ,\ q_3=7.5\mu C$

6) א. $V_{AB}=\frac{V_0}{2}-\frac{V_0C_2}{C_1+C_2}$ ב. $\Delta q=\frac{V_0}{2}\left(C_2-C_1\right)$

7) א. $U_T=2U_1=CV_0^2$ ב. $U'_T=\frac{2}{3}CV_0^2\ ,\ V'=\frac{2}{3}V_0$

8) א. נורה 1: $R_1=200\Omega\ ,\ V_1=5.34V\ ,\ P_1=0.143W$

נורה 2: $R_2=250\Omega\ ,\ V_2=6.68V\ ,\ P_2=0.178W$

ב. $V_0=V_2=6.68V$

9) $C_T=C_1+C_6+C_{2345}$

10) א. $\vec{E}=\left(\frac{kq}{x^2}+\frac{kq}{\left(d-x\right)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi\approx kq\left(\frac{2}{d}-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה.

11) מצב 1:

א. $C_T=\frac{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)a^2}{2d}$ ב. $E_1=E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{i_2}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{V}{d}$, $\sigma_{free_2}=\frac{\varepsilon_2}{d}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{V}{d}$, $\sigma_{free_1}=\frac{\varepsilon_1}{d}V$

מצב 2:

א. $C_T=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2\cdot 2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}$ ב. $E_2=\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $E_1=\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1}=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V\ ,\ \sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2}=\frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V\ ,\ \sigma_{i_2}=-\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3}=0\ ,\ \sigma_{i_3}=\dfrac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)2\varepsilon_0}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$

מצב 3:

א. $C_T=\dfrac{\varepsilon_0 a^2}{a}\left(\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_0}+\dfrac{1}{2}\right)$ ב. $E_3=\dfrac{V}{d}\ ,\ E_2=\dfrac{2\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,\ E_1=\dfrac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\dfrac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}}=-\varepsilon_0\dfrac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i=\dfrac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_{free}=0\ ,\ \sigma_T=\dfrac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)$

12) א. $C_T=\varepsilon_0\pi\left(\dfrac{a^2}{d-h}+\dfrac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_2=\dfrac{V}{d}\ ,\ E_1=\dfrac{V}{d-h}$

ג. $\sigma_2=\varepsilon_0\dfrac{V}{d}\ ,\ \sigma_1=\varepsilon_0\dfrac{V}{d-h}$

13) א. $q=\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}V\ ,\ E=\dfrac{V}{d}\ ,\ U=\dfrac{1}{2}\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}V^2$

ב. $q_T=\dfrac{4\varepsilon_0 AV}{3d}\ ,\ E_1=E_2=\dfrac{4V}{3d}\ ,\ U=\dfrac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2$

ג. $q_T=\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}V\ ,\ E_1=E_2=\dfrac{V}{d}\ ,\ U=\dfrac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}$

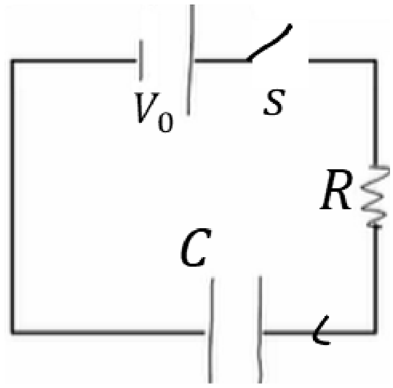
14) $q'_3=12.5\mu C\ ,\ V'_3=2.5V\ ,\ U=15.625J$

15) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $q_1=\dfrac{136}{129}\mu C\ ,\ I=\dfrac{12}{43}A$ ג. $q_1=\dfrac{136}{43}\mu C\ ,\ I=\dfrac{12}{43}A$

פריקה וטעינה של קבל - מעגלי RC :

רקע:

מעגל טעינה :



- משוואת המתחים :

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

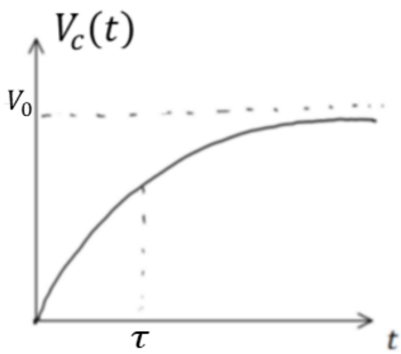
$$I = \frac{dq}{dt}$$

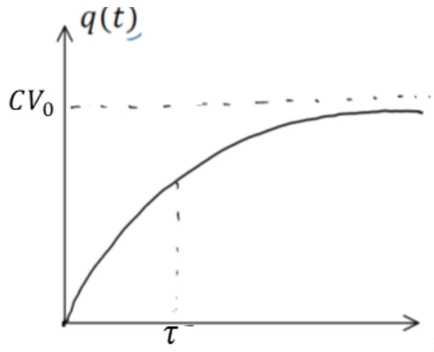
- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן :

$$q(t) = CV_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$V_c(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

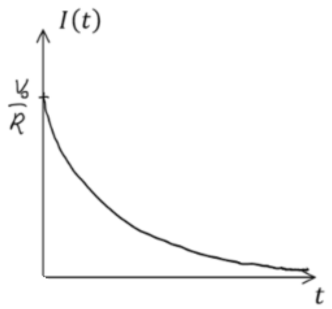
$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני





- הזרם כתלות בזמן:

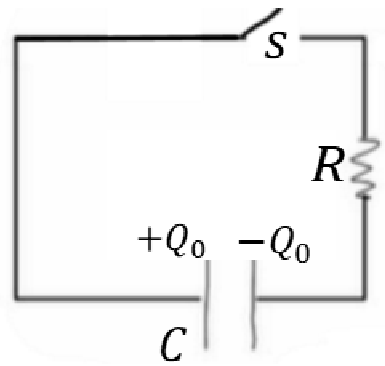
$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



בהתחלה $(t = 0)$ הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב $(t > 5\tau)$ הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:



- משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

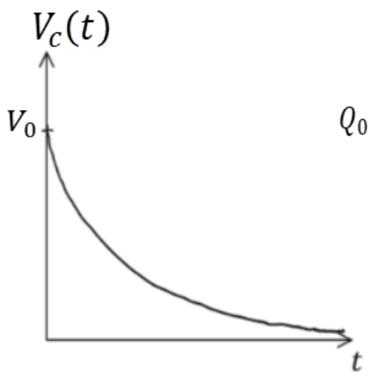
$$I = -\frac{dq}{dt}$$

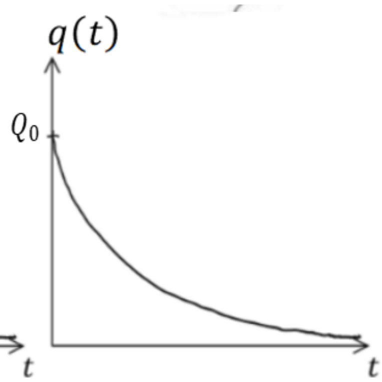
- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן:

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

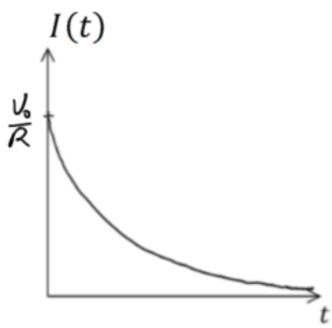
$$Q_0 = CV_0$$





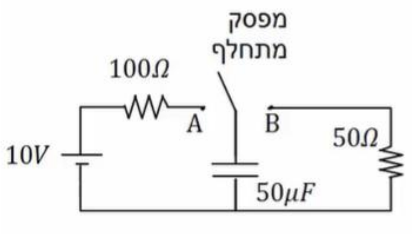
- הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



שאלות:

1) מתג מתחלף



במעגל הבא מחברים ב- $t=0$ את המפסק המתחלף לנקודה A. ב- $t=0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.

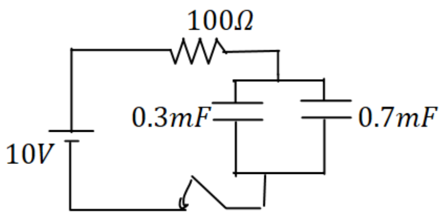
א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.

ב. מה המטען על הקבל ב- $t=0.02$.

ג. רשום שוב את הזרם כתלות בזמן.

ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

2) טעינה של שני קבלים

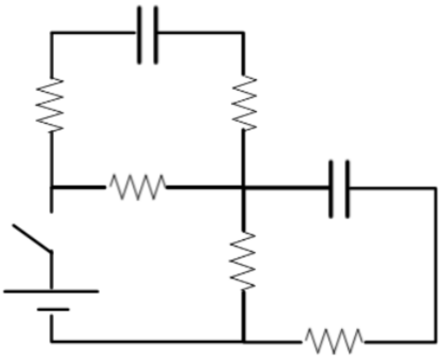


במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t=0$.

א. מהו הזמן האופייני במעגל?

ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל בזמנים: $t=0.2\sec\ ,\ 0.8\sec$.

3) קבלים בהתחלה ובסוף



במעגל הבא הקיבול של הקבלים זהה ושווה ל-C התנגדות הנגדים זהה ושווה ל-R ומתח הסוללה הוא V.

הקבלים אינם טעונים כאשר המפסק פתוח.

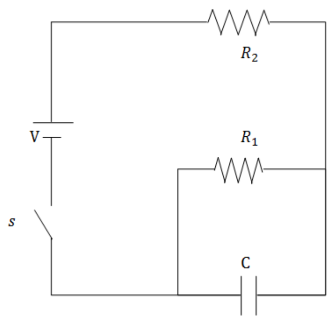
א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג.

ב. מצאו את הזרם בסוללה והמתח על כל קבל לאחר זמן רב.

ג. מהו המטען על כל קבל לאחר זמן רב?

4) מטען על קבל במקביל לפני הזמן

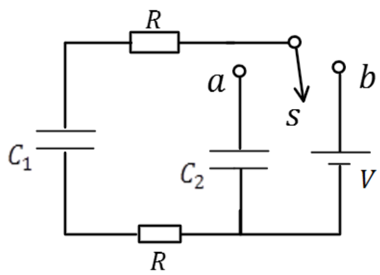
במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$
כאשר הקבל אינו טעון.
מצא את המטען על הקבל והזרם בכל נגד
כפונקציה של הזמן.
נתון: V, R_1, R_2, C.



5) פריקה בין שני קבלים

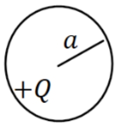
במעגל הבא הקבל C_1 טעון במטען Q_0 לפני
סגירת המתג s לנקודה a.

א. רשום את המשוואה ממנה ניתן לקבל את המטען על הקבל C_1 כתלות בזמן.
ב. פתור את המשוואה ומצא את המטען על כל קבל כתלות בזמן.
ג. מהם הזרמים בשני הנגדים כתלות בזמן?



6) קבל של שני כדורים

שני כדורים בעלי רדיוסים a ו- b מרוחקים
מאוד זה מזה.
טוענים את הכדורים במטענים $+Q$ ו- $-Q$
בהתאמה.



א. חשב את האנרגיה האלקטרוסטטית הכוללת של המערכת.
ב. חשב את הקיבול של המערכת דרך התוצאה שקיבלת עבור האנרגיה.
ג. אם מחברים את הכדורים בחוט ארוך מאוד עם התנגדות כוללת R, מה זמן הפריקה האופייני של המערכת?

תשובות סופיות:

1) א. $V_C(t)=\begin{cases}10\left(1-e^{-\frac{t}{0.05}}\right) & 0<t<0.01\\ 8.65\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$

ב. $q_0(t=0.02)\approx 7.92\cdot 10^{-6}\,\text{C}$

ג. $I(t)=\begin{cases}\frac{10}{100}\cdot e^{\frac{-t}{0.005}} & 0<t<0.01\\ \frac{8.65}{50}\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$ ד. ראה סרטון

2) א. $0.1\sec$ ב. $0.8\sec$: $V_1=V_2=10\text{V}$, $q_1=3\cdot 10^{-3}\text{C}$, $q_2=7\cdot 10^{-3}\text{C}$

$0.2\sec$: $V_1=V_2\approx 8.65\text{V}$, $q_1=2.6\cdot 10^{-3}\text{C}$, $q_2=6.01\cdot 10^{-3}\text{C}$

3) א. $\frac{6V}{7R}$ ב. זרם סוללה: $\frac{V}{2R}$, מתח קבלים: $\frac{V}{2}$.

ג. מטען קבלים: $\frac{CV}{2}$

4) $q(t)=\frac{VR_1\cdot C}{R_2+R_1}\left(1-e^{\frac{R_2+R_1}{R_1C\cdot R_2}t}\right)$

5) א. $\frac{C_1+C_2}{2RC_1C_2}\cdot q_1+q_1-\frac{Q_0}{2RC_2}=0$ ב. $q_1(t)=(\tau\cdot A-Q_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$,

$q_2(t)=(-\tau\cdot A+Q_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ג. $I=\left(\frac{Q_0}{\tau}-A\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$

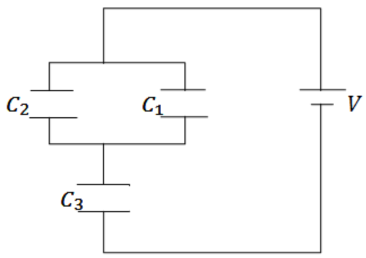
6) א. $U=\frac{KQ^2}{2}\left(\frac{b+a}{a\cdot b}\right)$ ב. $C=\frac{a\cdot b}{K(a+b)}$ ג. $\tau=RC=\frac{Rab}{K(a+b)}$

תרגילים נוספים בקבלים:

שאלות:

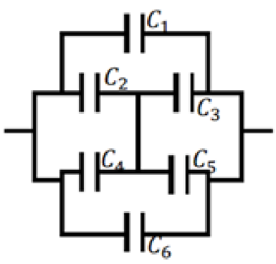
1) שלושה קבלים

במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.



2) חיבור קונפיגורציית קבלים

נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

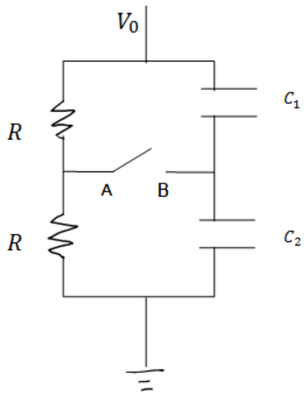


3) קבלים עם מפסק

במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?



4) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני

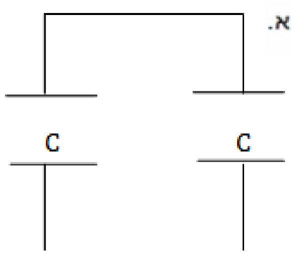
טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

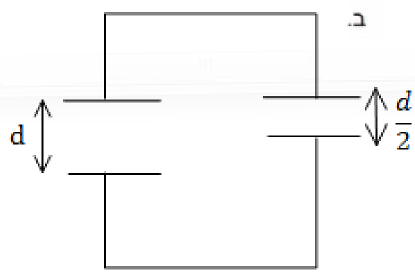
א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

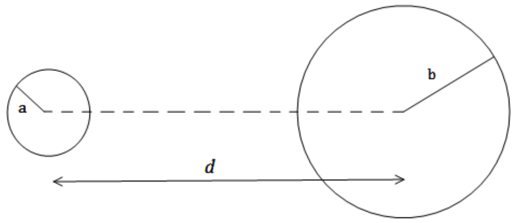
ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?





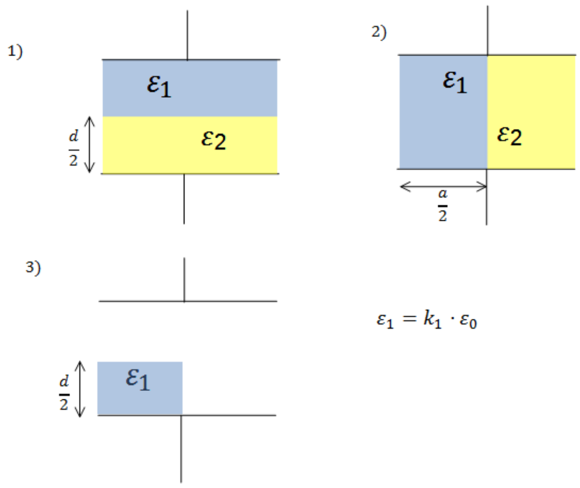
5) **שני כדורים מרוחקים**



שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים
ונתונים a , b טעונים במטענים שווים
ומנוגדים +q , -q.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.
ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

6) **חומרים דיאלקטרים בתוך קבל**

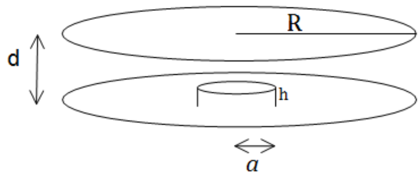


נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a
ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים
שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות
כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס
רק חומר אחד, החומרים ממלאים את
כל הצלע שנכנסת ללוח).

א. מצא עבור כל מצב את הקיבול
של הקבל.
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל
בכל אחד מהמצבים?
ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

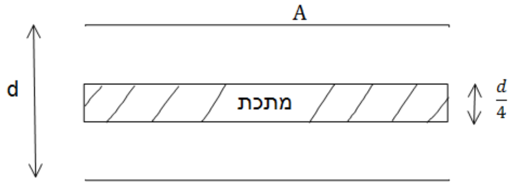
7) **קבל לוחות עם בליטה**

במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות
מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל
ברדיוס a ($a \gg d$) ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.



א. מצא את הקיבול של הקבל.
ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל
אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.
ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

8) קבל עם פיסת מתכת



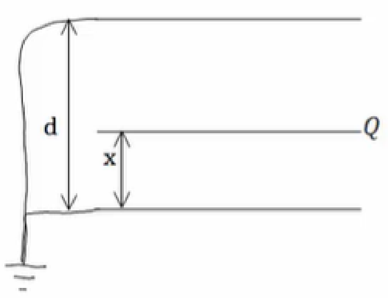
קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, ($d \ll \sqrt{A}$).

א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.
חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.
חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

9) שלושה לוחות



נתונה מערכת המורכבת משני לוחות מוארקים במרחק d. בין הלוחות, במרחק x מהלוח התחתון, מכניסים לוח נוסף זהה עם מטען Q.
שטח הלוחות הוא $A \gg d^2$.

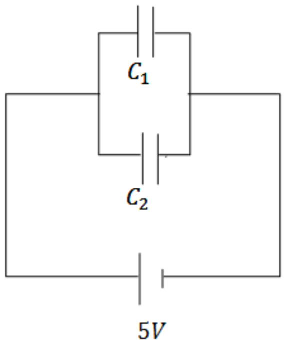
א. מצא את הקיבול של המערכת.

ב. מצא את המטען על כל לוח.

ג. מצא את האנרגיה של המערכת כפונקציה של x.

ד. מהו הכוח הפועל על הלוח?

10) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי



במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא 5V.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש לאחר שהמערכת מתייצבת.

11) קבל כדורי עם חומר דיאלקטרי מפוצל

קבל כדורי מורכב משתי קליפות כדוריות מוליכות דקות ברדיוסים b , a.
הקליפה הפנימית מוחזקת במתח V_0 והקליפה החיצונית מוארקת.

א. חשב את המטען על כל קליפה.

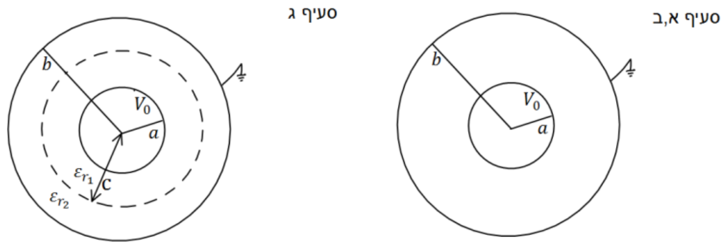
ב. חשב את הקיבול של הקבל.

ממלאים את הקבל בשני חומרים דיאלקטריים.

חומר אחד בעל מקדם ε_{r_1} הממלא את החלל בין הרדיוסים a ל-c

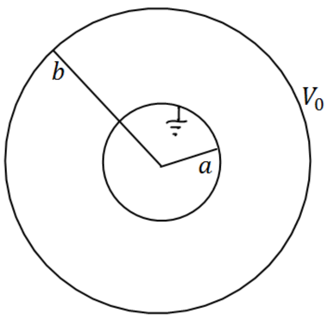
וחומר שני בעל מקדם ε_{r_2} הממלא את החלל בין הרדיוסים c ל-b.

ג. חשב את הקיבול החדש.



12) קבל לא אידיאלי

קבל כדורי מורכב משתי קליפות כדוריות מוליכות דקות ברדיוסים b , a.
הקליפה החיצונית מוחזקת במתח V_0 והקליפה הפנימית מוארקת.



א. חשב את המטען על כל קליפה, שים לב שיש שדה מחוץ לקבל!

ב. חשב את הקיבול של הקבל.

מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_r הממלא את החלל בין הרדיוסים a ל-b.

ג. חשב את הקיבול החדש וחשב את המטען החופשי על הקליפה המוארקת.

13) מרחיקים לוחות בקבל לוחות

קבל לוחות בעל אורך צלע $a = 2\,c.m.$ ומרחק בין הלוחות $d = 1\,mm$ נטען ע"י סוללה במתח $3V$. לאחר שהקבל נטען במלואו מנתקים את הסוללה ומרחיקים את הלוחות למרחק $3d$.

א. מצא את הפרש הפוטנציאל החדש על הקבל.

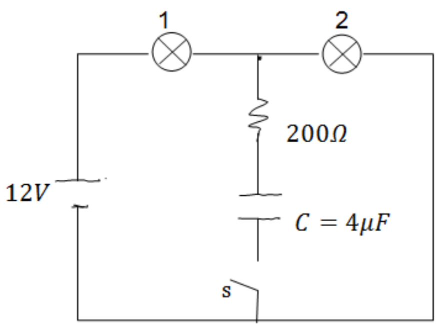
ב. מצא את האנרגיה ההתחלתית והסופית האגורה בקבל.

ג. מצא את העבודה הנדרשת ע"מ להרחיק את הלוחות ע"י הגדרת העבודה.

14) מושכים לוח מקבל גלילי

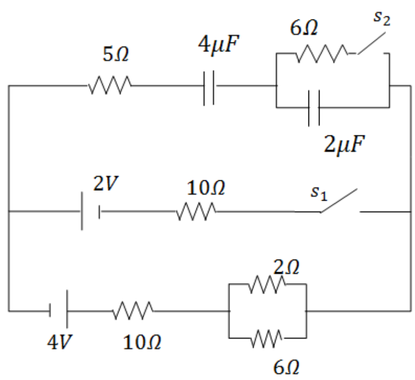
קבל גלילי עשוי משני קליפות גליליות באורך L ורדיוסים $a < b \ll L$.
נתון כי הגליל הפנימי טעון במטען Q והחיצוני ב- $-Q$.
א. מצא את הקיבול של הקבל.
ב. מושכים את הגליל הפנימי כלפי מעלה לאורך הציר המשותף כך שהוא בולט בשיעור $\Delta L \ll L$ בחלקו העליון.
מהו הכוח החשמלי הפועל על הגליל הפנימי? (ניתן להניח כי השדה החשמלי מתאפס באזורים בהם אין חפיפה בין הגלילים).

15) שתי נורות



במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.
א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.
ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

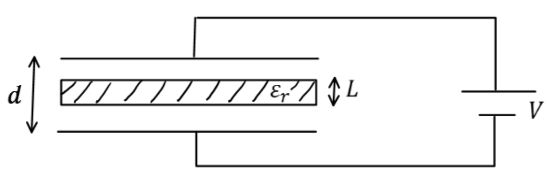
16) מעגל עם קבלים



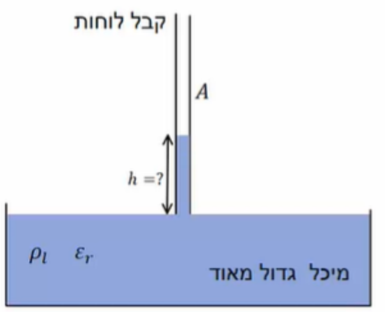
חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא :
א. s_1 פתוח ו- s_2 סגור.
ב. s_2 פתוח ו- s_1 סגור.
ג. שני המפסקים סגורים.

17) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי הממלא רק חלק מהקבל

קבל לוחות בנוי משני לוחות ריבועיים בעלי צלעות a המרוחקים מרחק d זה מזה.
בין לוחות הקבל הוכנס חומר דיאלקטרי בעובי $L < d$ ומקדם דיאלקטרי ε_r .
מחברים את הקבל למקור מתח V.
א. מהו השדה החשמלי באזור ללא החומר הדיאלקטרי?
ב. מהו השדה החשמלי בתוך החומר הדיאלקטרי?
ג. מהו המטען המושרה על השפה של החומר הדיאלקטרי?



18) גובה נוזל בתוך קבל



קבל לוחות ריבועיים מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d.
מחזיקים את הקבל כך שקצהו טבול במיכל גדול
מאוד המכיל נוזל בעל מקדם דיאלקטרי ε_r
וצפיפות מסה ליחידת נפח ρ_l.
המטרה היא למצא עד איזה גובה עולה הנוזל בקבל.

א. הנח שהגובה ידוע ומצא את האנרגיה כובדית של המים והאנרגיה הפוטנציאלית של הקבל.

ב. מצא מה השינוי באנרגיה של הסוללה ע"י חישוב העבודה שביצעה הסוללה (התייחס לגובה כנתון עדיין).

ג. מצא באיזה גובה המערכת תתייצב? השתמש בשיקול שמערכת שואפת להתייצב במינימום של האנרגיה שלה.

19) קבל לוחות עם חומר לא אחיד

בקבל לוחות שטח הלוחות הוא A והמרחק ביניהם הוא d.
בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה
עם המרחק בין הלוחות $\varepsilon_r(y) = \frac{2d}{y+d}$ כאשר הלוח התחתון נמצא ב- $y = 0$.
הקבל מחובר למקור מתח V.

א. מצאו את הקיבול של הקבל.

ב. חשבו את צפיפות המטען על לוחות הקבל.

ג. חשבו את השדה החשמלי בין לוחות הקבל, גודל וכיוון.

ד. מהי האנרגיה האגורה בקבל.

תשובות סופיות:

1) $q_1 = 3\mu C\ ,\ q_2 = 4.5\mu C\ ,\ q_3 = 7.5\mu C$

2) $C_T = C_1 + C_6 + C_{2345}$

3) א. $V_{AB} = \frac{V_0}{2} - \frac{V_0 C_2}{C_1 + C_2}$ ב. $\Delta q = \frac{V_0}{2}\left(C_2 - C_1\right)$

4) א. $U_T = 2U_1 = CV_0^2$ ב. $U'_T = \frac{2}{3}CV_0^2\ ,\ V' = \frac{2}{3}V_0$

ג. $\Delta U = \frac{1}{3}CV_0^2$, האנרגיה ירדה ועברה לכוח שהזיז את הלוחות.

5) א. $\vec{E} = \left(\frac{kq}{x^2} + \frac{kq}{\left(d - x\right)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi \approx kq\left(\frac{2}{d} - \frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה

6) מצב 1:

א. $C_T = \frac{\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)a^2}{2d}$ ב. $E_1 = E_2 = \frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{free_1} = \frac{\varepsilon_1}{d}V\ ,\ \sigma_{i_1} = \left(\varepsilon_0 - \varepsilon_1\right)\frac{V}{d}\ ,\ \sigma_{free_2} = \frac{\varepsilon_2}{d}V\ ,\ \sigma_{i_2} = \left(\varepsilon_0 - \varepsilon_2\right)\frac{V}{d}$

מצב 2:

א. $C_T = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2 \cdot 2}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}$ ב. $E_1 = \frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}V\ ,\ E_2 = \frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1} = \frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}V\ ,\ \sigma_{i_1} = \left(\varepsilon_0 - \varepsilon_1\right)\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2} = \frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}V\ ,\ \sigma_{i_2} = -\left(\varepsilon_0 - \varepsilon_2\right)\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3} = 0\ ,\ \sigma_{i_3} = \frac{\left(\varepsilon_2 - \varepsilon_1\right)2\varepsilon_0}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}$

מצב 3:

א. $C_T = \frac{\varepsilon_0 a^2}{a}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_0} + \frac{1}{2}\right)$ ב. $E_1 = \frac{2\varepsilon_0 V}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_0\right)}\ ,\ E_2 = \frac{2\varepsilon_1 V}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_0\right)}\ ,\ E_3 = \frac{V}{d}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T = \sigma_{free} = \varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T = \sigma_{free} = \varepsilon_0\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1 V}{d\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_0\right)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}} = -\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_{free}=0$, $\sigma_T = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)$

7) א. $C_T = \varepsilon_0\pi\left(\frac{a^2}{d-h}+\frac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_1=\frac{V}{d-h}$, $E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_1=\varepsilon_0\frac{V}{d-h}$, $\sigma_2=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

8) א. $q=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$, $E=\frac{V}{d}$, $U=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}V^2$

ב. $q_T=\frac{4\varepsilon_0 AV}{3d}$, $E_1=E_2=\frac{4V}{3d}$, $U=\frac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2$

ג. $q_T=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$, $E_1=E_2=\frac{V}{d}$, $U=\frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}$

9) א. $C_T=\varepsilon_0 A\left(\frac{d}{x(d-x)}\right)$ ב. $q_1=Q\frac{d-x}{d}$, $q_2=Q\left(\frac{x}{d}\right)$

ג. $U(x)=\frac{Q^2\cdot x(d-x)}{2\varepsilon_0 Ad}$ ד. $\vec{F}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 Ad}(d-2x)$

10) $q'_3=12.5\mu C$, $V'_3=2.5V$, $U=15.625J$

11) א. $q_1=\frac{V_0}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$, $q_2=-q_1$ ב. $C=\frac{1}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

ג. $C=\frac{q}{\left|kq\left(\frac{1}{\varepsilon_{r_1}}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{r_2}}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\right)\right|}$

12) א. $q_1=\frac{V_0}{k\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$, $q_2=\frac{bV_0}{ak\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$ ב. $C_T=\frac{1}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}+\frac{b}{k}$

ג. $C_T=\frac{\varepsilon_r}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}+\frac{b}{k}$, $q_1=\frac{-\varepsilon_r}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}V_0$

13) א. $V'=9V$ ב. $U_{C_i}=15.93\cdot10^{-12}J$, $U_{C_p}=47.79\cdot10^{-12}J$

ג. $W=31.86\cdot10^{-12}J$

14) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $|F|=\frac{q^2\ln\frac{b}{a}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(L-x)^2}$

15) א. נורה 1: $R_1=200\Omega\ ,\ V_1=5.34V\ ,\ P_1=0.143W$

נורה 2: $R_2=250\Omega\ ,\ V_2=6.68V\ ,\ P_2=0.178W$

ב. $V_0=V_2=6.68V$

16) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{129}\mu C$ ג. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{43}\mu C$

17) א. $E_0=\frac{q}{\varepsilon_0 a^2}=\frac{V}{d-L\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)}$ ב. $E=\frac{V}{d\cdot\varepsilon_r-L(\varepsilon_r-1)}$

ג. $\sigma_T=\varepsilon_0\left(\frac{V}{\varepsilon_r d-L(\varepsilon_r-1)}-\frac{V}{d-L\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)}\right)$

18) א. $U_g=\rho_l adg\frac{1}{2}h^2\ ,\ U_C=\frac{1}{2}C_{(h)}U^2$ ב. $\Delta U=-\Delta C_{(h)}V^2$

ג. $h=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)V^2}{2d^2\rho_l g}$

19) א. $\frac{4\varepsilon_0 A}{3d}$ ב. $\frac{4\varepsilon_0 V}{3d}$, חיובי ב- $y=d$ ושלילי ב- $y=0$.

ג. $\frac{2V(y+d)}{3d^2}$ ד. $\frac{2\varepsilon_0 AV^2}{3d}$

שדות אלקטרו מגנטיים

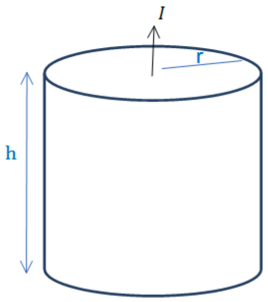
פרק 16 - נגדים צפיפות זרם ומשוואת הרציפות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



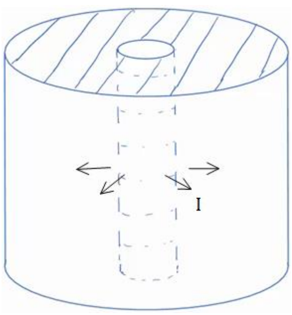
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



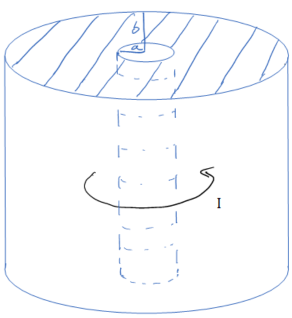
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) זרם מעגלי בגליל



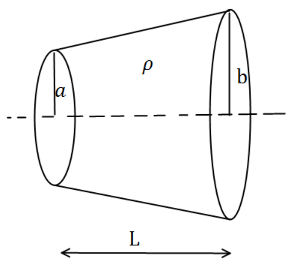
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז״א זרם מעגלי).

ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.

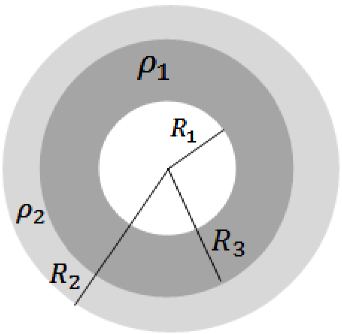
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a
ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים

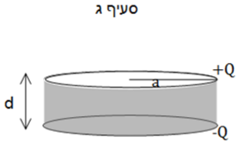


נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1
ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות
סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ $(R_3 < R_2)$
והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.

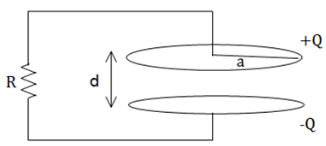
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V.
ג. מהו השדה החשמלי בנגד?
ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

סעיף ג



סעיף א, ב



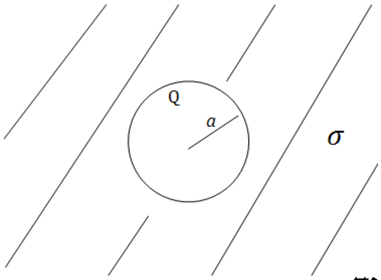
קבל לוחות עגולים טעון במטען Q
ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a
והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$,
התנגדות הנגד היא R.

א. מצא את הזרם במעגל.
ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.
חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל- a.
חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.
מצא את הצפיפות ע״י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א׳ ו-ב׳.

7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

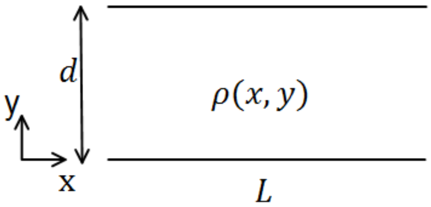


קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a
נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ.
נתון כי המטען על הקליפה ב-$t=0$ הוא Q.

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

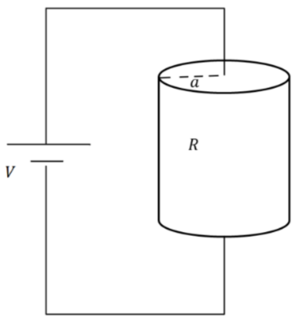


נתונים שני לוחות מקבילים בעלי ממדים $L\times L$, המרוחקים זה מזה מרחק d, אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים $(L \gg d)$.
בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל התנגדות סגולית $\rho(x,y)$.
חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א. $\rho=\rho_0\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$.

ב. $\rho=\rho_0\frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$.

9) צפיפות זרם בנגד גלילי



נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.

ב. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?

ג. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

10) אנטנת דיפול

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:

$$I(x,t)=\begin{cases} I_0\cos(\omega t) & |x|<\frac{b}{2} \\ 0 & |x|>\frac{b}{2} \end{cases}$$

כאשר: I_0,ω,b קבועים נתונים.
מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

11) צפיפות זרם ברגע נתון

צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה: $\vec{j} = \alpha\left(x^3\hat{x} + y^3\hat{y} + z^3\hat{z}\right)$

כאשר α קבועה וחיובית.

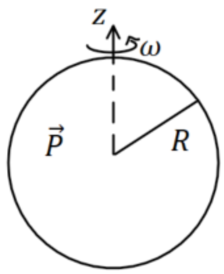
א. מהן היחידות של α?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1,-3,4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב-Q.

מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

12) כדור מקוטב מסתובב



כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב אחיד: $\vec{P} = P_0\hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה-z במהירות זוויתית קבועה ω.

הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה z?

13) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפלס בכדוריות

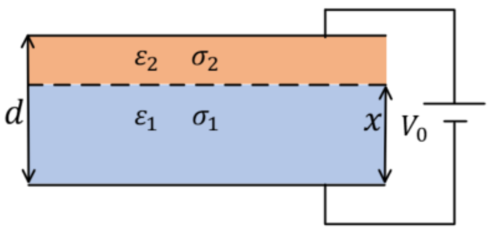
כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ.

שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a) = V_0\cos\varphi$.

כאשר φ היא הזווית עם ציר ה z.

מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

14) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים



קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני חומרים דיאלקטרים מוליכים.

חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ε_1 ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 ומוליכות σ_2.

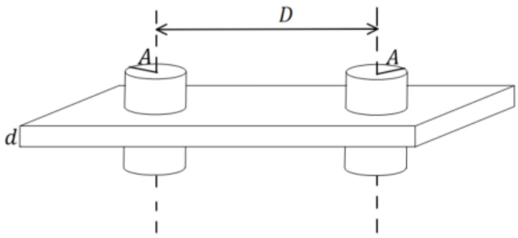
החומר הראשון ממלא את הקבל עד למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני ממלא את שאר הקבל (ראה איור).

הקבל מחובר למקור מתח V_0, הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

א. מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.

ב. מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

15) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך



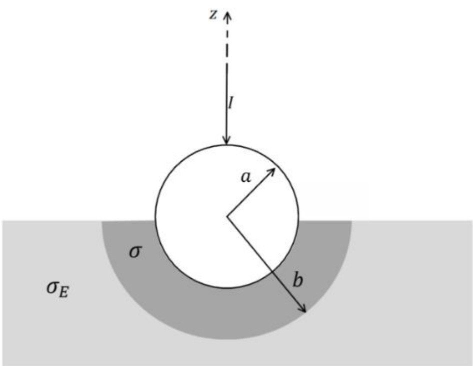
נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך
אחיד שפאותיו מקבילות ועוביו d.
מוליכות המישור היא σ.
נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם
בעלי רדיוס A וציריהם מקבילים.
המרחק בין צירי הגלילים הוא D.
הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך
כאשר ציריהם ניצבים לפאות הלוח.
מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V.

א. $A \ll D$.
ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.
(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

16) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A וארוך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.
התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.
הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות המים היא σ.
מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

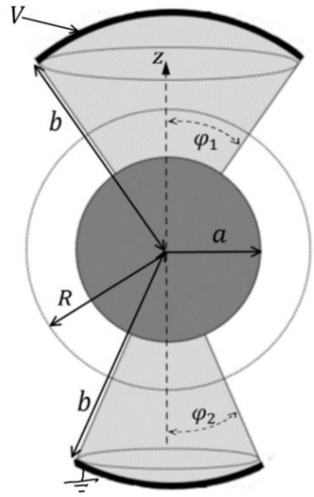
17) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע



הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא.
חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם
ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו
המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת
שכבה שעוביה $b-a$ בעלת מוליכות σ.
המוליכות של האדמה היא σ_E.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.
ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.
ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.
ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

18) כדור ושתי גזרות



המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \varphi \le \varphi_1, 0 \le \theta \le 2\pi$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$ $a \le r \le b$, $0 \le \varphi \le \varphi_2$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי
מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$ ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה. הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פוינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$. ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$. ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$, $E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$.

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$. ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$.

3) א. $R_T=\frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho}\ln\frac{b}{a}}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_T}{\rho 2\pi r}\hat{\theta}$. ג. $\vec{E}=\rho\cdot\vec{J}$.

4) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$.

5) א. $R_T=\frac{\rho_1}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_3}\right)+\frac{\rho_2}{4\pi}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}\right)$. ב. $\vec{J}_{(r)}=\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r}$.

ג. $\vec{E}=\begin{cases}\rho_1\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_3\\ \rho_2\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_3<r<R_2\end{cases}$.

ד. $\tilde{\rho}=0$, $\tilde{\sigma}_{(R_1)}=\varepsilon_0\rho_1\frac{I}{4\pi R_1^2}-0$, $\tilde{\sigma}_{(R_3)}=\frac{I\varepsilon_0}{4\pi R_3^2}(\rho_2-\rho_1)$, $\tilde{\sigma}_{(R_2)}=-\varepsilon_0\frac{I}{4\pi R_2^2}\rho_2$.

6) א. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$. ב. $k=\frac{a^2-r^2}{2\pi ra^2}\frac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$.

ג. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$, $k=0!$, $\vec{J}=\frac{I}{\pi a^2}\hat{z}$.

7) א. $q(t)=Qe^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$. ב. $\vec{E}=\frac{kq(t)}{r^2}\hat{r}$, $\vec{J}=\frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r}$.

8) א. $R=\frac{2\rho_0 d}{\pi L^2}$. ב. $R_T=\frac{\rho_0 d}{L^2}$.

9) א. $J=\frac{V}{\pi a^2 R}$. ב. $K_r(r)=\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

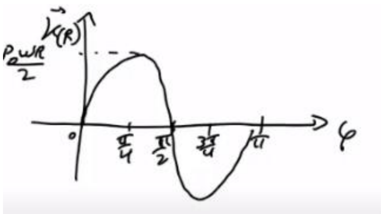
ג. $K_r(r)=-\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

10) $\lambda(x,t)=\frac{I_0}{\omega}\sin(\omega t)\left(\delta\left(\frac{b}{2}-x\right)-\delta\left(\frac{b}{2}+x\right)\right)$.

11) א. $\frac{A}{m^5}$. ב. $\frac{d\rho}{dt}=-78\alpha\cdot m^2$. ג. $\frac{dQ}{dt}=12\pi\alpha\cdot\frac{R^5}{5}$, המטען גדל.

12) א. $\vec{K}=\frac{1}{2}\rho_0\omega R\sin 2\varphi\hat{\theta}$.

ב. גרף:



ג. $I=0$.

13) $\vec{J}=-\frac{\sigma V_0}{a}\hat{z}$.

14) א. $\frac{\sigma_2 V_0\cdot x}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$. ב. $\sigma_\rho=\frac{(\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma 1)V_0}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.

15) א. $\frac{\pi\sigma dV}{\ln\frac{D-A}{A}}$. ב. $\frac{\sigma\pi V}{\ln\left(\frac{D}{2A}+\sqrt{\left(\frac{D}{2A}\right)^2-1}\right)}$.

16) $R=\frac{\ln\left(\frac{H}{A}+\sqrt{\left(\frac{H}{A}\right)^2-1}\right)}{2\pi\sigma l}$.

17) א. ראה סרטון. ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_E r}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$. ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

18) א. $J_{1_r}(1-\cos\varphi_1)=-J_{2_r}(1-\cos\varphi_2)$. ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$,

$K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 17 - חוק ביו סבר - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק ביו-סבר:

השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם

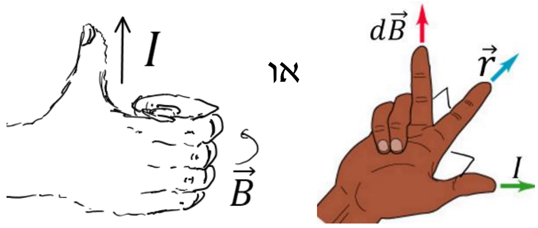
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \vec{r}}{|r|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{|r|^2}$$

$\vec{r}$ - הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ - אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

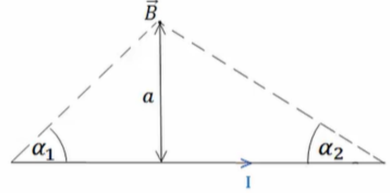
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, N/A^2$ - מקדם הפרמביליות של הריק

- חישוב הכיוון:



השדה של תיל סופי:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$$



במרכז התיל:

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\frac{L}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+a^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

כאשר L הוא אורך התיל.

השדה של תיל אינסופי:

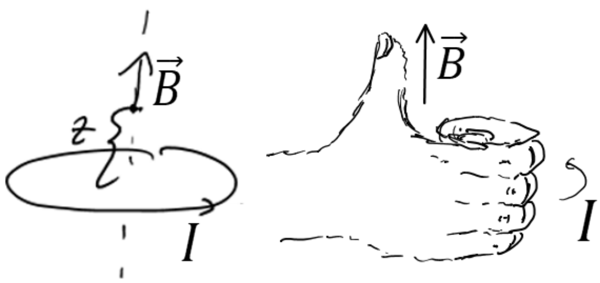
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:



כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים:

$$\frac{dF}{dl}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

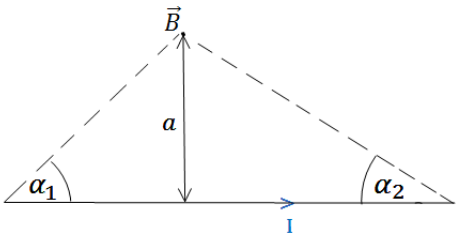
שאלות:

1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות

הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:

$.B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$

כאשר I הוא הזרם בתיל.

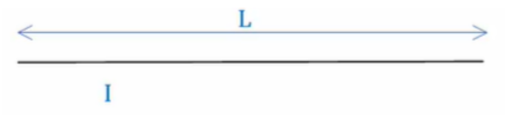


2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים

נתון תיל סופי באורך L וזרם I.

השדה נמצא במרחק y מהראשית.

חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.



3) חישוב שדה של טבעת

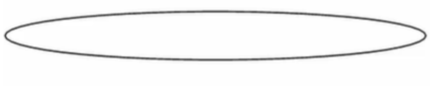
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זורם זרם I.

4) חישוב שדה של דיסקה

דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ.

הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר הסימטריה שלה.

מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.



5) שדה של שלושה תילים אינסופיים

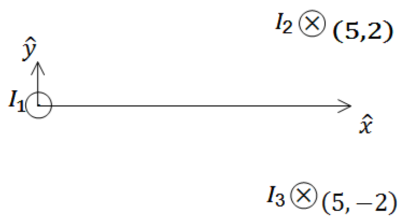
שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z מונחים במיקומים הבאים:

$.\vec{r}_1(0,0)\ ,\ \vec{r}_2(5,2)\ ,\ \vec{r}_3(5,-2)$

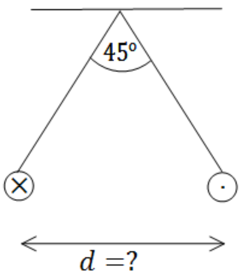
הזרמים בתילים הם:

$I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.

מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?



6) שני תילים תלויים

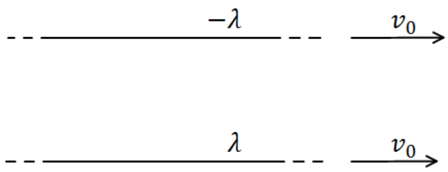


שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2\frac{gr}{m}$.
מצא את המרחק בין התילים.

7) מצולע עם אן צלעות

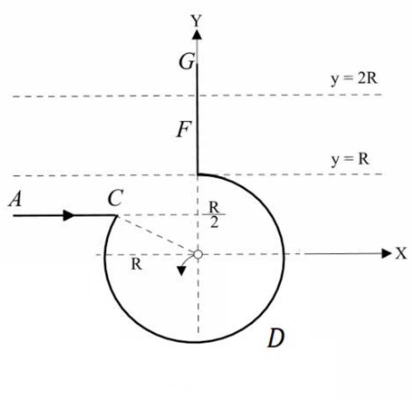
במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I .
נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R.
א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?
ב. בדוק עבור $n \to \infty$.

8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי



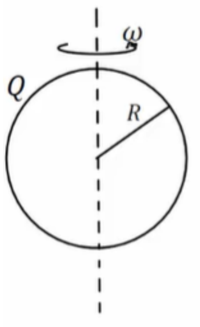
שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו-$-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

9) חישוב שדה של תיל מיוחד



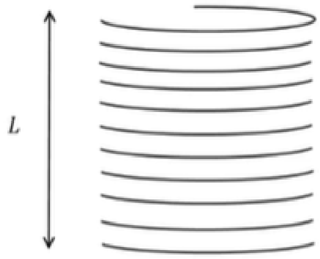
תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.
המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).
בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.
א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?
ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט.
מהו סימן מטענו של החלקיק?
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.
חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.
מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

11) שדה של סליל סופי



בסליל סופי באורך L, רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
חשבו את השדה המגנטי ב:

א. מרכז הסליל.

ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi y}\frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

3) $Bx=By=0\ ,\ Bz=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $\vec{B}_T=\frac{\mu_0\sigma w}{2}\left(\left(R^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}+z^2\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}}-2z\right)$

5) $x_1=-2.76\ ,\ x_2=5.26$

6) $d=0.241m$

7) א. $B=\frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$ ב. $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

8) $V=3\cdot10^8\ \frac{m}{sec}$

9) א. $Bz=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2-\sqrt{3}\right)$ ב. שלילי ג. $\vec{F}=\frac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

10) $B_z=\frac{\mu_0 Qw}{6\pi R}$

11) א. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+(L)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 18 - חוק אמפר - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר :

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ מקדם המגנטיות של הריק

כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכ, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.

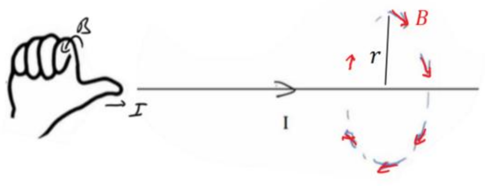
הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר :

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טורואיד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



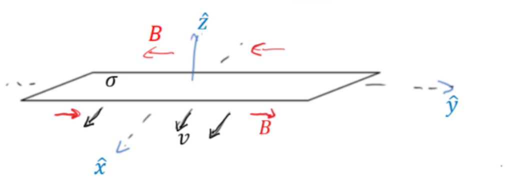
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות , ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי:

עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$

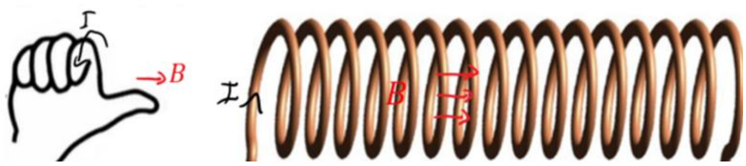


שדה של סליל אינסופי:

$$B = \mu_0 I n$$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

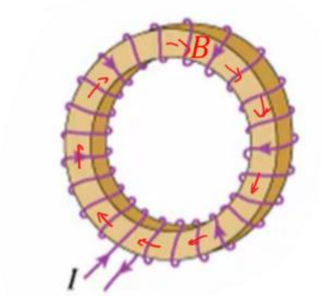


טורואיד:

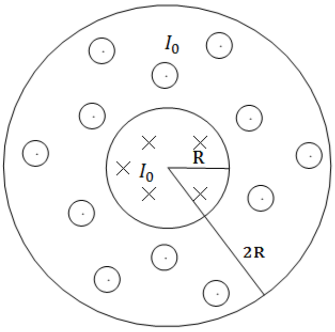
$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:



1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).

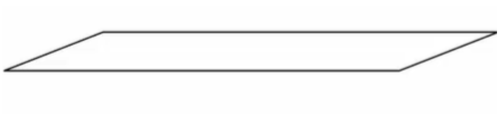
בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי



נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.

חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה

מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.

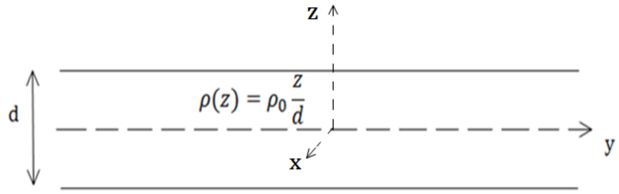
צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.

קיימת סימטריה בציר ה-z.

חשב את השדה המגנטי.

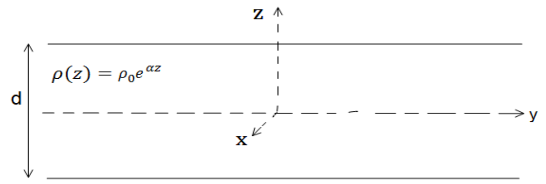
5) מישור עם צפיפות מטען משתנה

מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת
נפח $\rho(z)=\rho_0\frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.



6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית

מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען
משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0 e^{\alpha z}$
כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x
(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

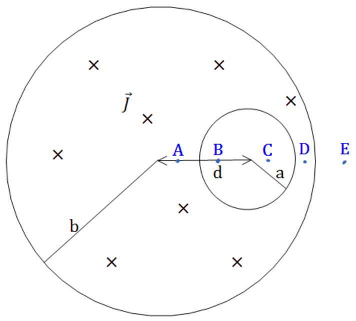


7) חור בגליל

בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה
ונתונה J .

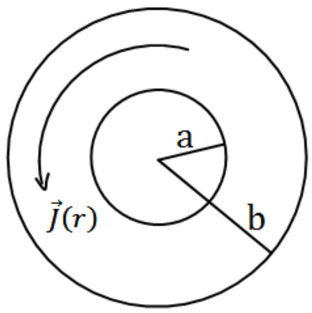
א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E
המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל
הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז: $\hat{\theta}=\hat{z}\times\hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.



8) שדה מגנטי של זרם היקפי

בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r)=Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z} \quad r<R \,,\ \vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z} \quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta \quad r<R \,,\ B=0 \quad R<r<2R$

2) $\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$

3) $\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y}) \ ,\ \vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

4) $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5) $\vec{B}=0 \quad z>\frac{d}{2} \,,\ \vec{B}=0 \quad z<-\frac{d}{2} \,,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y} \quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

6) $,\ \vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y} \quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

7) א. $\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta} \,,\ \vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta} \,,\ \vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta} \,,\ \vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

$\vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$

8) $\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z} \quad a<r<b \,,\ \vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z} \quad 0<r<a$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 19 - מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתו - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

רקע:

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{J}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):

$$\hat{n}_{1\to 2} \times \Delta\vec{B} = \mu_0 \vec{k}$$

כאשר $\hat{n}_{1\to 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2

$$\Delta\vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה:

$$\vec{B} = \frac{c}{r}\hat{\theta}$$

בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית, לאחר מכן נשווה אותו לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{c 2\pi}{\mu_0}$

שאלות:

1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצאו את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$B_\theta = \begin{cases} \mathrm{Ar} + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases}.$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

2) שדה בכיוון z

מצאו את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{\mathrm{B}} = \begin{cases} (\mathrm{Ar}+\mathrm{C})\hat{\mathrm{z}} & \mathrm{r} < \mathrm{a} \\ 0 & \mathrm{a} < \mathrm{r} \end{cases}.$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

1) $$I = \frac{2\pi C}{\mu_0} \ , \ \vec{K} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{D}{A} - Aa\right)\hat{z} \ , \ \vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\begin{cases} 2A\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

2) $$\vec{K}(a) = \frac{Aa + C}{\mu_0}\hat{\theta} \ , \ \vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 20 - מומנט דיפול מגנטי

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

רקע:

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי :

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

I - הזרם בלולאה

$\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה. כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.

מומנט הדיפול מסומן לעיתים גם באות $\vec{m}$.

השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדיי הדיפול:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0[3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$$

מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני :

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

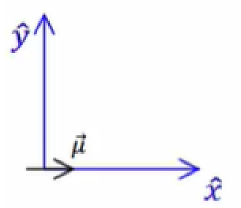
האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

שאלות:

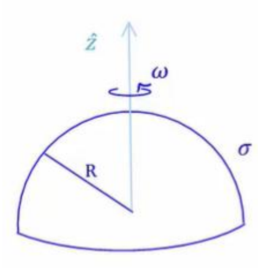
1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית

נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu=(\mu,0,0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0,-a,0)$
עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.



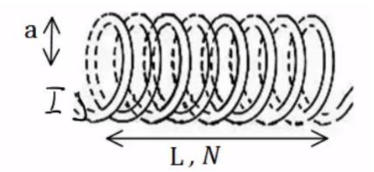
2) חצי קליפה כדורית מסתובבת

חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען
משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z.
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.



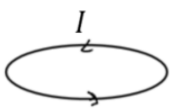
3) מומנט דיפול מגנטי של סליל

חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.



4) טבעת משרה זרם בטבעת

נתונות שתי טבעות מוליכות הנמצאות זו מעל זו.
מזרימים זרם בטבעת התחתונה נגד כיוון השעון
שעוצמתו הולכת וגדלה.



א. מה כיוון הזרם בטבעת העליונה?

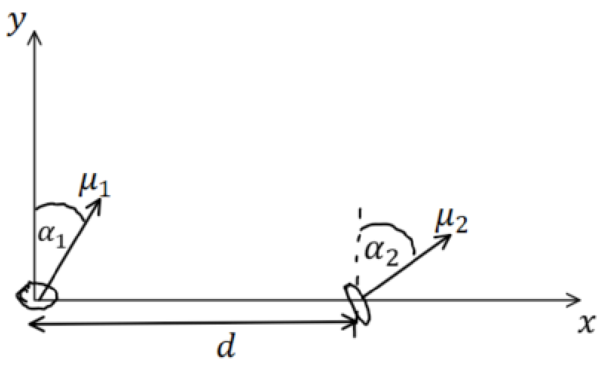
ב. ניתן להסתכל על דיפול מגנטי כמגנט קטן כך שכיוון מומנט הדיפול הוא הכיוון מדרום לצפון של המגנט.
לאן יפעל הכוח בין הטבעות?

מזיזים את הטבעת העליונה להיות לצד הטבעת התחתונה .

ג. חזרו על סעיף א.

5) אנרגיית דיפול דיפול

שני דיפולים מגנטיים נמצאים במרחק d זה מזה לאורך ציר ה-x.
לשני הדיפולים מומנט מגנטי הזהה בגודלו : $|\vec{\mu_1}| = |\vec{\mu_2}| = \mu$.
שני וקטורי מומנט הדיפול נמצאים על מישור $x-y$ והזוויות שלהם עם ציר ה-y הן α_1 ו- α_2 בהתאמה. מצאו את העבודה הדרושה להרחיק את הדיפולים ממצב זה עד אינסוף. הניחו שהדיפולים אינם משנים את כיוונם בזמן שהם מתרחקים.



תשובות סופיות:

1) $|e|\dfrac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi a^2} = m_e v$

2) $\vec{\mu} = \dfrac{2\pi R^4}{3}\sigma\omega \cdot \hat{z}$

3) $\mu_T = NI\pi a^2$

4) א. עם השעון. ב. כוח דחייה. ג. נגד השעון.

5) $\dfrac{\mu_0\mu_1\mu_2}{4\pi d^3}\left(2\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2) - \cos(\alpha_1)\cos(\alpha_2)\right)$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 21 - שדות משתנים בזמן

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

רקע:

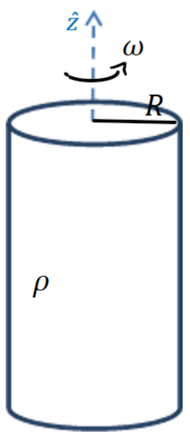
ממשואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.

אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז:
נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פארדי ובמקום הכא״מ נחשב את האינטגרל כאשר בדר״כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$

אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז:
נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר רק שבמקום זרם יש $\int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s}$ (או במקום צפיפות זרם $\varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

שאלות:

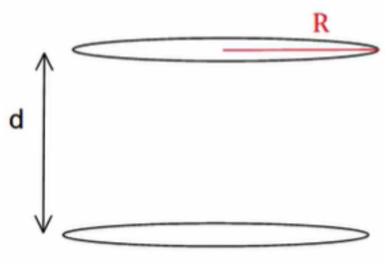
1) גליל טעון מסתובב בתאוצה



גליל אינסופי מלא ברדיוס R טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית המשתנה בזמן $\omega = \alpha t$ כאשר α קבועה ונתונה.
א. מה השדה המגנטי בכל המרחב?
ב. מה השדה החשמלי בכל המרחב?
ג. מה הכוח שפועל על מטען?

2) שדה חשמלי תלוי בזמן בתוך קבל לוחות ווקטור פוינטינג על השפה

קבל לוחות מורכב משני לוחות עגולים ברדיוס R המקבילים זה לזה ונמצאים במרחק d אחד מהשני $d<<R$.



הקבל מחובר למעגל חשמלי המספק לקבל זרם I קבוע (ונתון).

א. מצא את המטען על הקבל כפונקציה של הזמן אם נתון ש-$q(t=0)=0$

ב. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של הזמן.

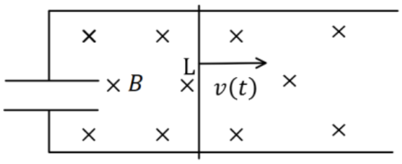
ג. מצא את השדה המגנטי כפונקציה של הזמן והמיקום, בתוך הקבל ומחוץ לו.

ד. מצא את האנרגיה האגורה בין הלוחות.

ה. מצא את הוקטור פוינטינג על שפת הקבל וחשב את השטף שלו על מעטפת הקבל.

3) פארדיי עם קבל

קבל לוחות מעגלי ברדיוס a ומרחק בין הלוחות $(d<<a)$ מחובר למסילה מוליכה חסרת התנגדות.



על המסילה מונח מוט חסר התנגדות באורך L. מושכים את המוט כך שהוא מתרחק מהקבל במהירות $v(t)=At$.

במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד וקבוע לתוך הדף.

א. מהו המטען על הקבל? על איזה לוח המטען החיובי?

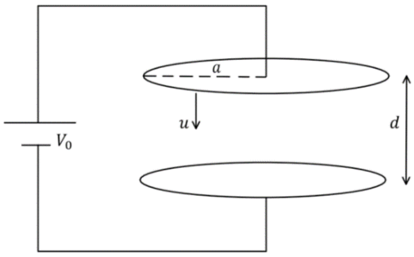
ב. מהו השדה החשמלי בתוך הקבל?

ג. מהו השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו, גודל וכיוון (התעלם מהשדה שנוצר ע"י התיילים והמוט)?

ד. מהו הכוח שיש להפעיל על המוט על מנת שינוע במהירות הנתונה אם מסת המוט היא M?

4) לוחות בקבל מתקרבים בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a ומרחק $a \ll d$ ביניהם.
הקבל מחובר למקור מתח קבוע V_0.
בזמן $t = 0$ מתחילים לקרב את הלוח העליון אל התחתון במהירות קבועה ונמוכה u.



א. מהו המתח בין לוחות הקבל כתלות בזמן?
ב. מהו השדה החשמלי בין לוחות הקבל כתלות בזמן?
ג. מהו השדה המגנטי בין לוחות הקבל ומחוץ להן כתלות בזמן?
ד. חזור על כל הסעיפים אם ניתקו את הקבל מהמקור רגע לפני תחילת ההזזה של הלוח.

תשובות סופיות:

1) א. $r<R$ $\vec{B}=\mu_0\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}$, $r>R$ $\vec{B}=0$

ב. $r<R$ $\vec{E}=-\mu_0\rho\alpha\frac{1}{2r}\left(R^2\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)\hat{\theta}+E_r(r)\hat{r}$, $r>R$ $\vec{E}=\frac{-\mu_0\rho\alpha}{2r}\left(\frac{R^4}{4}\right)\hat{\theta}+(E_r)\hat{r}$

ג. $\vec{F}=q\vec{E}$

2) א. $q(t)=It$ ב. $\vec{E}=\frac{-q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\hat{z}$ ג. $\vec{B}=\frac{-\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\hat{\theta}$

ד. $U=\frac{I^2t^2d}{2\varepsilon_0\pi R^2}+\frac{\mu_0 I^2 d}{16\pi}$ ה. $\vec{S}=\frac{-1}{\mu_0}\cdot\frac{q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}\hat{r}$, $\phi_{\vec{S}}=\frac{-I^2td}{\varepsilon_0\pi R^2}$

3) א. $q_c=\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}BLAt$, עליון. ב. $\vec{E}=\frac{BLAt}{d}\hat{z}$ ג. $r<a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 B_0 LAr}{2d}\hat{\theta}$,

$a<r$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 BLAa^2}{2dr}\hat{\theta}$ ד. $F=MA+\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}B_0^2L^2A$

4) א. $V_c(t)=V_0$ ב. $\vec{E}=\frac{-V_0\hat{z}}{d-ut}$ ג. $r<a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ur\hat{\theta}}{2(d-ut)^2}$,

$r>a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ua^2\hat{\theta}}{2(d-ut)^2 r}$ ד. $\vec{B}=0$, $\vec{E}=\frac{-V_0 z}{d}$, $V_c(t)=\frac{d-ut}{d}\cdot V_0$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 22 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

המשוואות והמעברים:

רקע:

משוואות מקסוואל:

	הצורה הדיפרנציאלית	הצורה האינטגרבילית	הערות
1	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$	$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\,\mathrm{d}V$	חוק גאוס
2	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$	השטף המגנטי על משטח סגור תמיד מתאפס= אין מטען מגנטי
3	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}$	$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$	מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדיי $\varepsilon=-\dot{\phi}_B$
4	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t}$	$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\int \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{s}+\mu_0\int \varepsilon_0\frac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\vec{s}$	חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

שאלות:

1) שדה מגנטי רדיאלי והיקפי מתאפסים

באזור מסוים במרחב נתון כי ישנו שדה מגנטי בכיוון ציר z בעל סימטריה גלילית. כמו כן נתון כי אין זרמים באזור זה. הראו כי B_θ ו-B_r מתאפסים.

2) מסגרת נעה בשדה מגנטי

שדה מגנטי בתחום המרחבי: $x>0$ נתון בביטוי:

$\vec{B}(x,y,z) = 4A\mu_0 \frac{z\hat{x}-(x+2l)\hat{z}}{(x+2l)^2+z^2}$.

כאשר A קבוע נתון. מסילה ריבועית שאורך הצלע שלה l מונחת במישור: $z=0$. ב-$t=0$ מרכז המסילה נמצא בנקודה $(2l,0,0)$. ההתנגדות החשמלית של המסילה היא R. מושכים את המסילה במהירות קבועה v בכיוון החיובי של ציר ה-x.

א. חשבו את צפיפות הזרם במרחב בתחום: $x>0$.

ב. חשבו באופן מפורש את $\nabla\cdot\vec{B}$, האם התוצאה שקיבלתם הגיונית?

ג. מהו גול וכיוון הזרם במסילה כפונקציה של הזמן?

תשובות סופיות:

1) הוכחה בסרטון.

2) א. 0 ב. 0, כן, דיב B שווה אפס לפי המשוואה השנייה של מקסוול

ג. $\frac{4l^2A\mu_0V}{\left(Vt+\frac{9}{2}l\right)\left(Vt+\frac{7}{2}l\right)R}$, עם השעון.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 23 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

<u>אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות</u>:

$$U=\int\left(\frac{\varepsilon_0\left(\vec{E}\right)^2}{2}+\frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0}\right)\mathrm{d}v$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em}=\frac{\varepsilon_0\left(\vec{E}\right)^2}{2}+\frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0}$$

<u>וקטור פויינטינג</u>:

$$\vec{s}=\frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

<u>הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג</u>:

$$P+\oint\vec{s}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=-\frac{\mathrm{d}U_{em}}{\mathrm{d}t}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

P - ההספק שהולך לחום

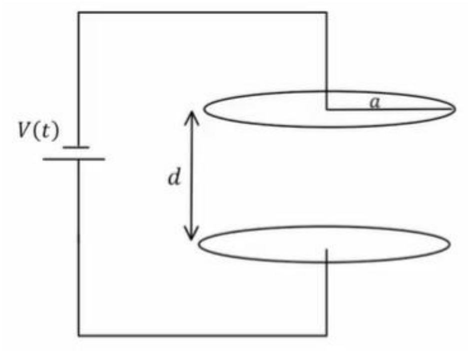
הקשר הדיפרנציאלי:

$$\vec{E}\cdot\vec{J}+\vec{\nabla}\cdot\vec{s}=-\frac{\mathrm{d}u_{em}}{\mathrm{d}t}$$

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם

$\vec{E}\cdot\vec{J}$ הוא הספק ליחידת נפח

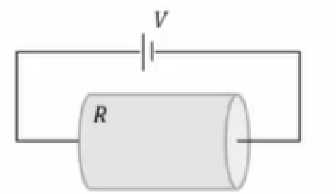
שאלות:



1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d << a$ זה מזה.
הקבל מחובר למקור מתח התלוי ליניארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.
ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.
ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.
ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.
ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



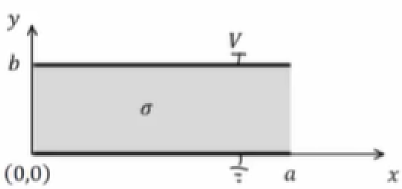
2) משפט פויינטינג בנגד גלילי

נגד גלילי בעל אורך L, רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.
ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.
ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.
ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

3) מישור אינסופי במתח קבוע

נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W >> a, b$.
נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך.
הרוחב a מקביל לציר x, הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור).
המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V.



א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?
ב. מהו $\vec{H}$ במרחב?
ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז?
חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=\frac{A\cdot t}{d}\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Aa^2}{2rd}\hat{\theta} \quad r\ge a \ , \ \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ar}{2d}\hat{\theta} \quad r<a$

ג. $U=\frac{\varepsilon_0 A^2\pi a^2}{2d}\left(t^2+\frac{\mu_0\varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S}=\frac{-A^2\varepsilon_0 ta}{d}\pi a$ ה. הוכחה.

2) א. $\vec{E}=\frac{V}{L}\hat{z} \ , \ \vec{B}=\frac{\mu_0 Vr}{2\pi a^2 R}\hat{\theta}$ ב. $\vec{S}_{(r=a)}=\frac{V^2(-\hat{r})}{2\pi aLR}$ ג. $U_{em}=\frac{\varepsilon_0 V^2\pi a^2}{2L}+\frac{V^2 L}{16\pi R^2}$

ד. הוכחה.

3) א. $\vec{E}=-\frac{V}{b}\hat{y} \ , \ \vec{J}=-\frac{\sigma V}{b}\hat{y}$ ב. $H_z=\frac{\sigma V}{b}\left(x-\frac{a}{2}\right)$ ג. $\vec{E}\cdot\vec{J}=\frac{\sigma V^2}{b^2}$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 24 - חומרים מגנטיים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חומרים פאראמגנטיים - חומרים המחזקים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים בעלי אטומים עם מס אלקי' לא זוגי, לאטומים אלו דיפול מגנטי כתוצאה מסיבוב האלקטרון ה"נוסף".
הדיפולים מתיישרים לכיוון השדה החיצוני ומגבירים אותו.

חומרים דיאמגנטיים - חומרים המקטינים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים ללא מונמט דיפול טבעי של האטומים.

נוכחות השדה החיצוני גורמת ליצירת מומנט דיפול הפוך לשדה הקיים (על ידי שינוי מהירות הסיבוב של האלקטרון) ובכך להחלשת השדה החיצוני.

חומרים פרומגנטיים - חומרים בהם הקיטוב המגנטי נשמר גם כאשר השדה החיצוני נפסק.
הקיטוב תלוי "בהיסטוריה" של החומר.

אפקט פרומגנטי>> דיאמגנטי>>פאראמגנטי.

וקטור המגנטיזציה $\vec{M}$:
מומנט דיפול ליחידת נפח בחומר (יחידות של מומנט דיפול מגנטי חלקי נפח).

$$\vec{M} = N\vec{m}_1$$

N - מספר הדיפולים ליחידת נפח בחומר.
$\vec{m}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

מומנט הדיפול הכולל של החומר :

$$\vec{m} = \int \vec{M}\, dV$$

ניתן לחשב את השדה המגנטי שיוצרים הדיפולים באמצעות חישוב השדה של צפיפות זרם קשורה.

צפיפות זרם קשורה משטחית וקווית בחומר :

$$\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\vec{k}_b = \vec{M} \times \hat{n}$$

$\hat{n}$ - וקטור המאונך לשפת החומר וכלפי חוץ.

ניתן להפריד את צפיפות הזרם לשני חלקים :

$$\vec{J}_T = \vec{J}_b + \vec{J}_{free}$$

כאשר $\vec{J}_{free}$- היא צפיפות הזרם הנובעת ממטענים החופשיים לזוז בחומר
ו-$\vec{J}_b$ נובעת מהמגנטיזציה.

הוקטור $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

הוקטור $\vec{H}$ מקיים את חוק אמפר עבור הזרמים החופשיים :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{free}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{in_{free}}$$

הדיברגנט של $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

חומרים ליניארים :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

כאשר χ_m היא הסוסטביליות המגנטית, תכונה שתלויה בחומר ובדרך קבועה.
ו- μ היא הפרמביליות המגנטית כך ש :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

תנאי שפה:

1. $H_{2\perp} - H_{1\perp} = -(M_{2\perp} - M_{1\perp})$
2. $\vec{H}_{2||} - \vec{H}_{1||} = \vec{k}_{free} \times \hat{n}_{1\to 2}$
3. $B_{2\perp} = B_{1\perp}$
4. $\vec{B}_{2||} - \vec{B}_{1||} = \vec{k}_{T} \times \hat{n}_{1\to 2}$

הכי נוח להשתמש בתנאים 2 ו- 3 ואלו מספיקים בשביל למצא את כל הרכיבים של כל השדות בהנחת הלינאריות או בהינתן המגנטיזציה.

מודל המטען המגנטי:

אם: $\vec{J}_{free} = 0$ אז: $\vec{H}$ שדה משמר וניתן להגדיר פונקציית פוטנציאל מגנטי:

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\phi_m$$

את הפוטנציאל (או השדה) ניתן למצא כמו שמוצאים פוטנציאל באלקטרוסטטיקה ממטען (באמצעות חוק גאוס, חוק קולון, משוואת לאפלאס או כל שיטה אחרת), כאשר "המטען" המגנטי הוא:

$$\rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

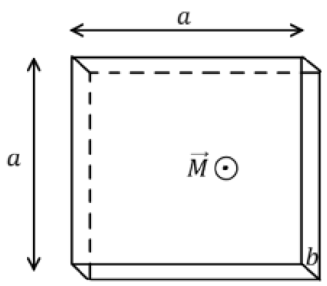
משוואת לאפלאס:

$$\vec{\nabla}^2\phi_m = -\rho_m$$

- המודל תקף גם אם יש $\vec{k}_{free}$ (זרם חופשי על השפה).
- המודל תקף גם עבור חומרים לא לינאריים.

שאלות:

1) תיבה דקה ממוגנטת

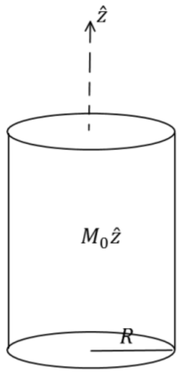


נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי b << a.
לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני)ואחידה $\vec{M}$.
כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b.

א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.

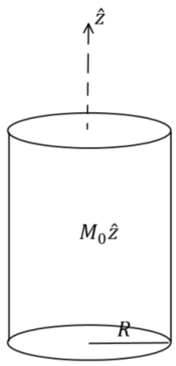
ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.

2) גליל אינסופי ממוגנט



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.

3) גליל ממוגנט נוסף



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\varphi}$.
כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.

א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n.
מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זורם זרם I.

5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמבליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח' נפח ρ .

הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω.

א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?

ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

6) חומר ממלא חצי מרחב

חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28} \left[\frac{1}{m^3}\right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24}[A \cdot m^2]\hat{x}$.

השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא : $\vec{B} = 0.04[T]\hat{x}$.

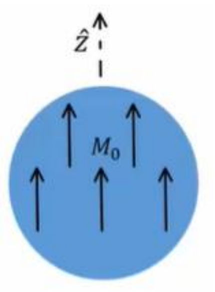
א. מצא את המגנטיזציה $\vec{M}$ בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפאראמביליות μ של החומר.

ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?

ג. מצא את השדה החיצוני $\vec{H}$ אשר יצר את המגנטיזציה.

ד. מה יהיה השדה המגנטי $\vec{B}$ בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

7) כדור ממוגנט



כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.

מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון
ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\left(3Ma^2b\hat{z}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-Ma^2b\hat{z}}{r^3}\right)$

2) $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

3) א. $\vec{k}_b=-AR\hat{z}$, $\vec{J}_b=2A\hat{z}$, $\begin{matrix}\vec{B}=\mu_0\vec{M} & r<R \\ B=0 & r>R\end{matrix}$
ב. $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

4) $\vec{B}=\mu_0\left(1+Xm\right)nI\hat{z}$

5) א. $\vec{B}=\mu_0\alpha r\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{B}=0\quad r>R$
ב. $\Delta\left(\frac{U_B}{l}\right)=\mu_0\alpha\rho^2\cdot\pi R^7\omega^2\cdot\frac{1}{56}\left(-1\right)$

6) א. $\mu=3.86\cdot10^{-6}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$, $Xm\approx2.07$, $\vec{M}=2.4\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x}$
ב. $\vec{k}=0$, $\vec{J}_b=0$
ג. $H=\begin{cases}1.16\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x<0\\ 3.56\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x>0\end{cases}$
ד. $\vec{B}\approx0.01T\hat{x}$, $B_x\left(0^+\right)=0.04T$

7) $\phi_{m_1}=\frac{M_0}{3}r\cos\varphi$, $\phi_{m_2}=\frac{M_0R^3}{3}\cos\varphi$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 25 - גלים אלקטרומגנטיים - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

רקע:

ממשוואות מקסוול למשוואות הגלים בריק $(\rho = J = 0)$:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}$$

c - מהירות האור $\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד :

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 E_x = \frac{1}{c^2}\frac{d^2 E_x}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 E_y = \frac{1}{c^2}\frac{d^2 E_y}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 E_z = \frac{1}{c^2}\frac{d^2 E_z}{dt^2}$$

תזכורת ללאפלסיאן :

$$\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$$

פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ - וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

ω - התדירות הזוויתית

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

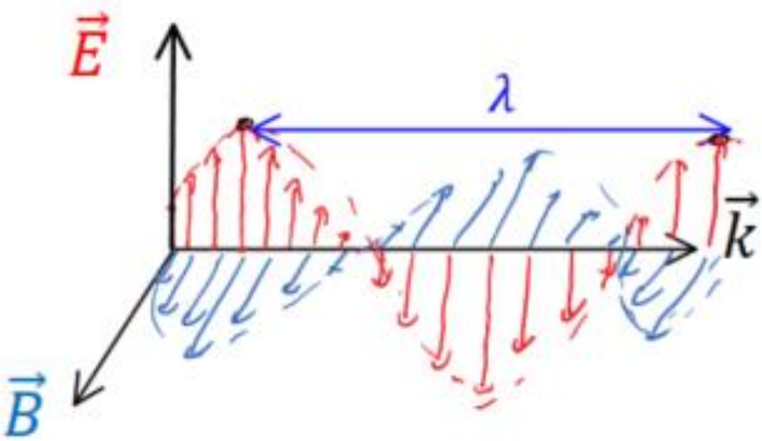
f - התדירות בהרץ
T - זמן המחזור

הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i

איך למצא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\hat{k} \times \vec{E}$$
$$\vec{E} = c\vec{B} \times \hat{k}$$

צורת הגל במרחב:



λ - אורך הגל, המרחק בין שיא לשיא:

$$|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

יחס הדיספרסיה:

$$\omega = c|k|$$

היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואת הגלים

השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

פתרון נוסף:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$$

במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל $-\vec{k}$

שאלות:

1) תרגיל 1

נתון השדה המגנטי: $\vec{B}=B_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\hat{z}$.

א. מצא את וקטור הגל של השדה?

ב. הבא את התדירות באמצעות הפרמטר A.

ג. מצא את השדה החשמלי?

ד. מה הכוח הפועל על מטען Q הנמצא בראשית עם מהירות $\vec{v}=v_0\hat{x}$ ב- $t=0$?

ה. מצא את הוקטור פויטינג?

2) מצא שדה מגנטי

השדה החשמלי בגל אלקטרו מגנטי נתון לפי: $\vec{E}=E_0(1,1,2)e^{i(2x-z-\omega t)}$.

מצא את השדה המגנטי.

3) גל עומד

משוואת הגלים בצורה כללית היא: $\nabla^2\phi=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$ כאשר ϕ היא פונקציית הגל במרחב ו- v היא מהירות הגל $\left(v=\frac{\omega}{k}\right)$. במקרה של גלים אלקטרו מגנטים ϕ תהיה הפונקציה של השדה החשמלי או המגנטי, $v=c$.

א. הראה שהפונקציה $\phi(x,t)=A\cos(kx)\sin(\omega t)$ מקיימת את משוואת הגלים ולכן היא פתרון אפשרי למשוואה.

ב. פתרון דלמבר למשוואת הגלים אומר שכל פתרון צריך להיות מהצורה $f(x-vt)+g(x+vt)$, כאשר f ו- g הם פונקציות כלשהן. הראה שהפונקציה מסעיף א' היא גם פיתרון מהצורה הכללית של הפתרון של דלמבר.
רמז: השתמש בזהויות טריגונומטריות.

4) תרגיל 4

השדה החשמלי של גל אלקטרו מגנטי המתפשט בריק בכיוון x נתון לפי:

$$\vec{E}=E_0e^{-\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}\hat{y}+E_0e^{-\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}\hat{z}$$

כאשר E_0 ו- a הם קבועים חיוביים.

א. מהו השדה המגנטי של הגל?

ב. הראו כי השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי.

ג. כתבו ביטוי לצפיפות האנרגיה של הגל.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{k}=(A,-2A,0)$ ב. $\omega=C\cdot A\cdot\sqrt{S}$

ג. $\vec{E}=+C^2 2AB_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\cdot\frac{1}{+\omega}\hat{x}+C^2 2AB_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\cdot\frac{1}{+\omega}\hat{y}$

ד. $\vec{F}=Q\left(\frac{C^2AB_0}{\omega}(2\hat{x}+\hat{y})+V_0B_0(-\hat{y})\right)$ ה. $\vec{S}\cdot\vec{E}=0$

2) $\vec{B}=\frac{E_0}{\sqrt{5}c}(1,-5,2)e^{i(2x-z-\omega t)}$

3) שאלת הוכחה.

4) א. $\frac{E_0}{c}e^{-\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}(\hat{z}-\hat{y})$ ב. הוכחה. ג. $2\varepsilon_0E_0^{\,2}e^{-2\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}$