שדות אלקטרומגנטיים



תוכן העניינים

1. אנליזה וקטורית 1
2. תנאי שפה לשדה החשמלי 5
3. בעיות שפה בקואורדינטות גליליות 7
4. בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות 10
5. בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות 11
6. מטעני דמות 15
7. דיפול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל 23
8. חומרים דיאלקטריים 26
9. מומנט דיפול מגנטי 34
10. חומרים מגנטים 37
11. משוואת הרציפות 43
12. מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון 51
13. הפוטנציאל הוקטורי 53
14. משוואות מקסוואל 56
15. שדות משתנים בזמן וזרם העתקה - מתוך פיזיקה 2 58
16. וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות 62
17. גלים אלקטרו-מגנטיים 65
18. קוואזיסטטיקה 94

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 1

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.

5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר a , b , c קבועים נתונים.

א. האם $\vec{A}$ וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: r , θ , z.

6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר a , b , c קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: r , φ , θ.

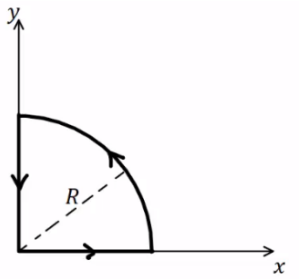
7) divr

חשב את $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla}\cdot\left(f\vec{A}\right)=f\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{A}\cdot\vec{\nabla}f$ כאשר $\vec{A}$ היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

9) אינטגרל קווי על רבע מעגל



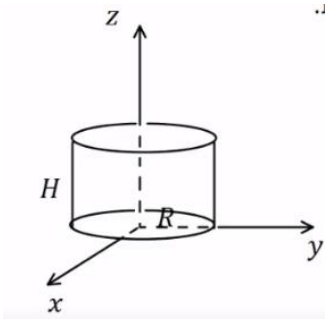
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=2\hat{r}+3\hat{\varphi}-5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.

10) אינטגרל על מעטפת גלילית



נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=ar\hat{r}+b\hat{\theta}+czz$,

בקואורדינטות גליליות, כאשר a , b , c קבועים נתונים.

נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.

11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f=ax^2+by^2+cz^2$.

הוקטור צריך להיות פונקציה של: x , y , z .

12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f\left(x,y,z\right)=2xy$,

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A}=2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla}f$.

ב. מצא את הרכיב של $\vec{A}$ בכיוון של $\vec{\nabla}f$ בנקודה המתאימה ל- $f=12$, $x=2$.

13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=0$.

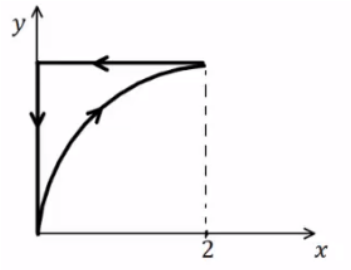
14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A}=y\hat{x}-x\hat{y}$.

א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע"י הקווים הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy:
$(0,0)\to(2,0)\to(0,1)\to(0,0)$.

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך המסלול של סעיף א'.

15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי



נתון שדה וקטורי: $\vec{A}=x^2y\hat{x}+y^2x\hat{y}+C\cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ על המסלול המתואר באיור.

משוואת העקום היא: $y^2=bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע"י המסלול.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$.

2) $V=\frac{4\pi R^3}{3}$.

3) $q=Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$, $\sigma=\frac{Q}{\pi R^2}$.

4) $Q=\rho_0\pi R^3$.

5) א. כן. ב. $A_r=a\cos\theta+b\sin\theta$, $A_Q=-a\sin\theta+b\cos\theta$, $A_z=C$.

6) $A_r=a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+C\cos\varphi$, $A_\varphi=a\cos\varphi\cos\theta+b\cos\varphi\sin\theta-C\sin\varphi$, $A_\theta=-a\sin\theta rb\cos\theta$.

7) $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}=3$.

8) הוכחה.

9) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}=-5R\frac{\pi}{2}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}=-5R\frac{\pi}{2}$.

10) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}=(2a+C)\pi R^2H$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv=(2a+C)\pi R^2H$.

11) $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{(ax)^2+(by)^2+(cz)^2}}(ax,by,cz)$.

12) א. $\vec{\nabla}f=2y\hat{x}+2x\hat{y}+0\cdot\hat{z}$. ב. $\frac{16}{13}(3,2)$.

13) הוכחה.

14) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-2$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot=-2$.

15) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-\frac{1}{21}2^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\frac{2}{5}2^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{2}}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}=\frac{2}{5}2^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{2}}-\frac{2^{\frac{7}{2}}}{21}b^{\frac{1}{2}}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 2 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 5

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

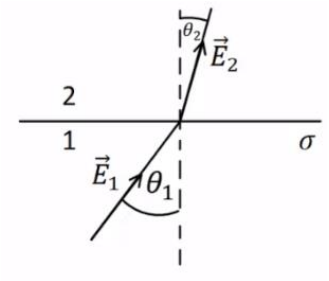
1) קפיצה על שפת כדור

נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R. השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_{in}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר: a , b , c קבועים נתונים.

על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\sin\varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.

מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.

2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון

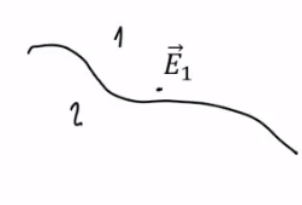


שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1,θ_2

שבאיור הוא: $\tan\theta_2=\dfrac{\tan\theta_1}{1+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 E_1\cos\theta_1}}$ כאשר E_1

הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

3) מציאת נורמל למשטח



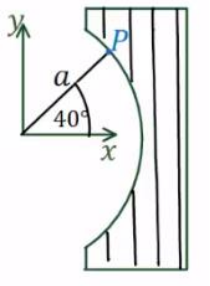
המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x+4y-z=3$.

א. מצא וקטור הנורמל למשטח $\hat{n}$.

ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב למשטח: $\vec{E}_1=2\hat{x}+5\hat{y}-3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

4) עדשה דיאלקטרית



האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a. צד ימין הוא מישור ישר המקביל למישור xz. השדה החשמלי בנקודה P הנמצאת ב- $\vec{r}_P=(a,40°,z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_P)=4\hat{r}-3\hat{\theta}$

ביחידות $\dfrac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.

מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x?

תשובות סופיות:

1) $E_{out}=\left(a+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)x}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ b+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)y}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ c+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)z}{\varepsilon_0 R^2}\right).$

2) הוכחה.

3) א. $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{21}}(2,4,-1)$. ב. $\frac{27}{21}(2,4,-1)$. ג. $-\frac{1}{7}(4,1,12)$.

4) $\varepsilon_r\approx 1.2$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 3 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

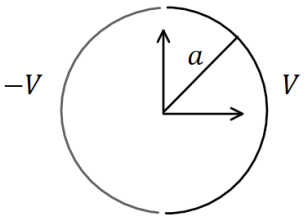
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 7

הסבר ותרגילים:

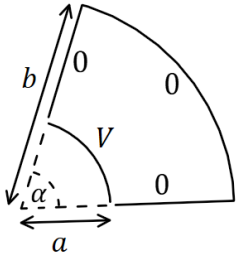
שאלות:

1) גליל חצי חצי



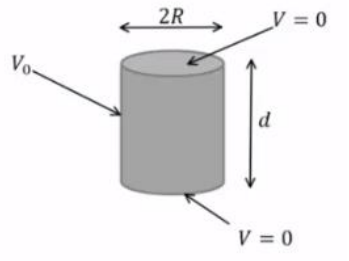
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים.
החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב-$-V$.
מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

2) גזרה בזווית אלפה



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל.
הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b.
הדופן ב-$r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות.
מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד.
הנח שהבעיה דו ממדית.

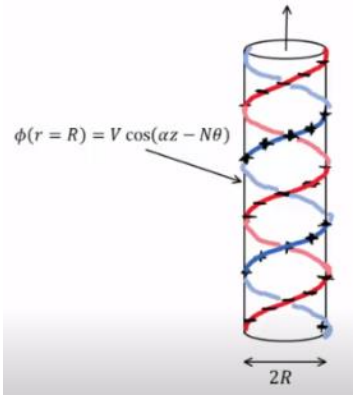
3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R.
נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0.
מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R)=V\cos(\alpha z - N\theta)$.
כאשר המספר השלם N והקבועים V ו- α נתונים.
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.



א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.
ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?
ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?

ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA.
מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבציור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי.
מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחיד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N=2$,
וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס.
מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה?
מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}r^{l}\cos(l\theta)\ ,r<a\ ,\ V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}\left(\frac{a}{r}\right)^{l}\cos(l\theta)\ ,r>a$.

2) $V(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi mK_n}\left(\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\alpha}\theta\right)\ ,K_n=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}$.

3) $V(r,z)=\sum_{n}\frac{4V_0}{\pi nI_0\left(\frac{\pi nR}{\alpha}\right)}I_0\left(\frac{\pi n}{d}r\right)\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right)\ ,K_n=\frac{\pi n}{d}$.

4) א. לא מתבדר $\phi_1(r=0)\neq\infty\ ,\ \phi_1(r>R)=\phi_2(R)\ ,\ \phi_2(r=\infty)=$.

ב. $\phi_1=\frac{V}{I_N(\alpha R)}I_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)\ ,\ \phi_2=\frac{V}{K_N(\alpha R)}K_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$.

ג. $\frac{1}{\alpha}$.

ד. $\eta=\varepsilon_0 V\alpha\cdot C\cdot\cos(\alpha z-N\theta)$.

ה. $\vec{E}=\begin{cases}-\vec{\nabla}\theta_1 & r<R\\ -\vec{\Delta}\theta_2 & R<r\end{cases}\ ,\ \eta_0=\varepsilon_0 V\alpha C$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 4 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

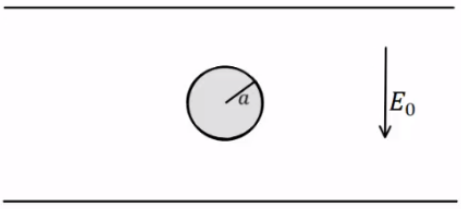
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 10

הסבר ותרגילים:

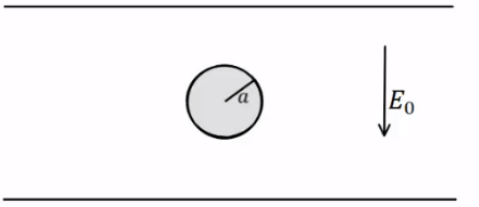
שאלות:

1) דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל



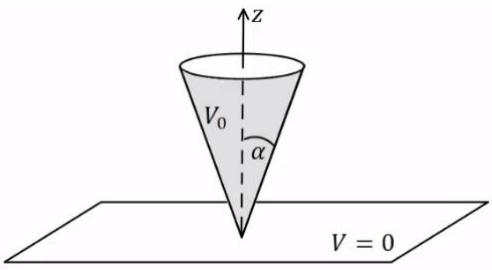
כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון ש- $a << d$.
מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.

2) דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור



כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון ש- $a << d$.
השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.

3) חרוט מעל מישור



חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0.
החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש מבודד בין קודקוד החרוט למישור).
מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
נתון כי: $Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\varphi)=E_0\left(r-a^3r^{-2}\right)\cos\varphi$.

2) $\sigma_a=-3\varepsilon_0E_0\cos\varphi$.

3) $V(\varphi)=V_0\left(\frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)}\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 5 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

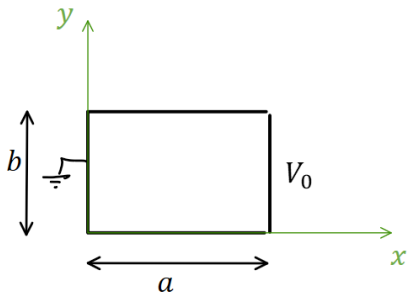
1. הסבר ותרגילים 11

הסבר ותרגילים:

שאלות:

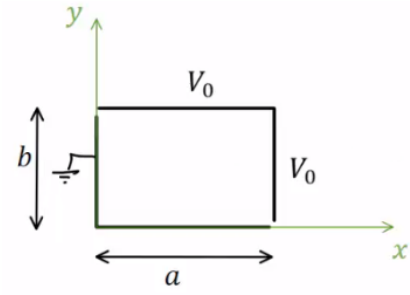
1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

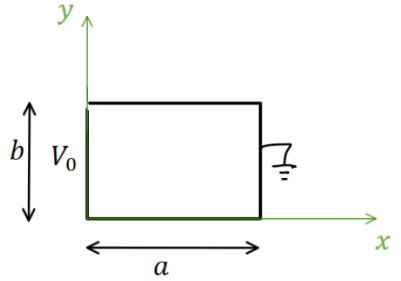
2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

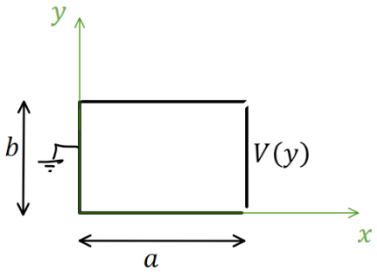
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:

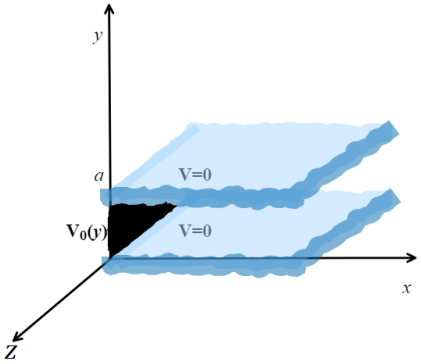
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0 \le y \le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2} < y \le b \end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

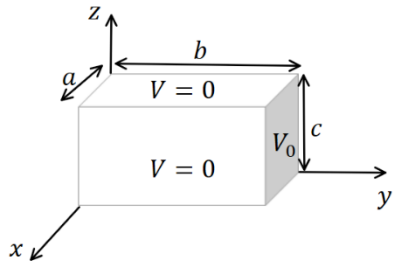
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0 < y < a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים

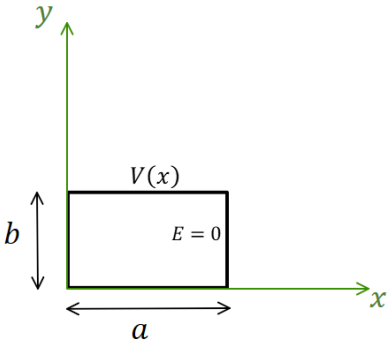


6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a \times b \times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.
השדה ב-0 $E(x = a)$ ושאר הלוחות מוארקים.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right]$.

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy$.

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{8nV_0}{(4n^2-1)\pi\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}$.

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}$.

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,b\right)}$

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 6 - מטעני דמות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 15

הרצאות ותרגילים:

רקע:

שיטת מטעני דמות היא שיטה למצא פוטנציאל בבעיות בהם יש מוליכים עם התפלגות מטען שאינה אחידה.

השיטה:

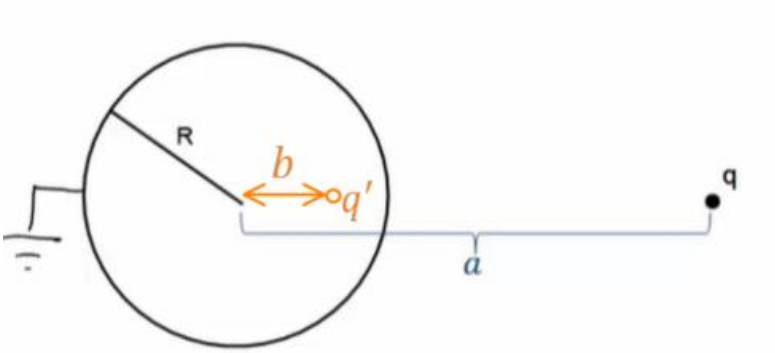
נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך .

בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.

בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.

לפי משפט הקיום והיחידות הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.

המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:

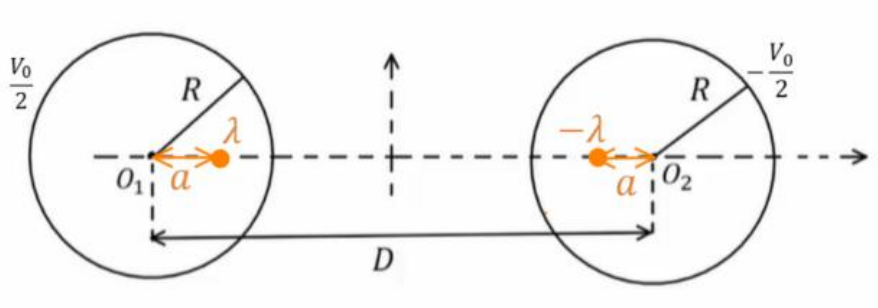


$$q' = -\frac{R}{a}q \qquad b = \frac{R^2}{a}$$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0 אז נוסיף מטען "q במרכז הקליפה כך ש:

$$q'' = \frac{V_0 R}{k}$$

המקרה של שני גלילים אינסופיים:



$$\lambda = \frac{\pi\varepsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R}\right)^2 - 1}\right)}$$

$$a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - R}$$

דיפול חשמלי:

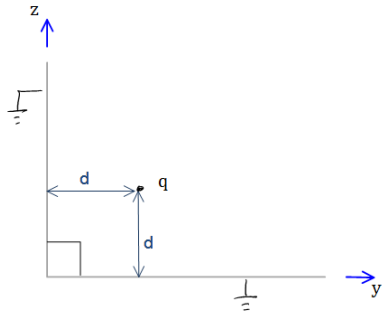
- השיקוף של דיפול חשמלי שמאונך למישור הוא דיפול באותו הגודל ובאותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול חשמלי שמקביל למישור הוא דיפול באותו הגודל אך בכיוון הפוך.
- אם הדיפול בכיוון כללי, נפרק לרכיבים ונשקף כל רכיב בנפרד

שיקוף זרם ודיפול מגנטי:

- השיקוף של זרם שמקביל למישור יהיה זרם זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של זרם שמאונך למישור יהיה זרם זהה באותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמאונך למישור יהיה דיפול זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמקביל למישור יהיה דיפול זהה באותו הכיוון.

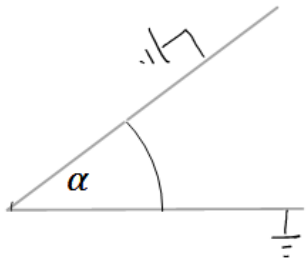
שאלות:

1) לוחות בזווית 90 מעלות



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

2) לוחות בזווית אלפה



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

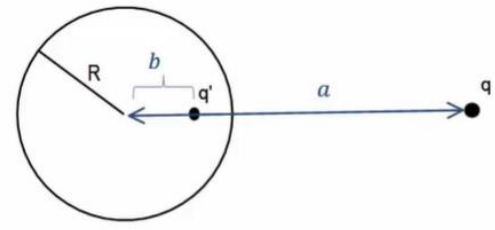
3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצאו את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

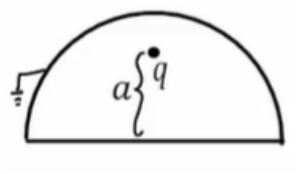
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה



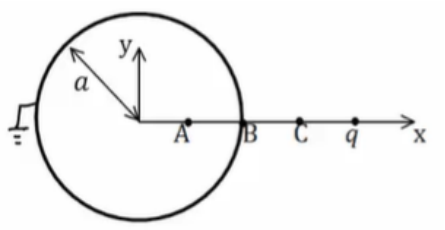
נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה.
מצאו את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית,
מוארקת ברדיוס R.
המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצאו את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את
הפוטנציאל בכל המרחב.

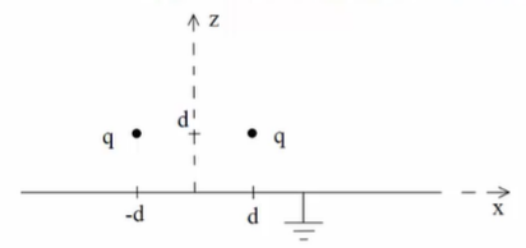
7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל
ציר ה-x כך ש: $x_C=\frac{3a}{2}$, $x_B=a$, $x_A=\frac{a}{2}$.

א. מצאו את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

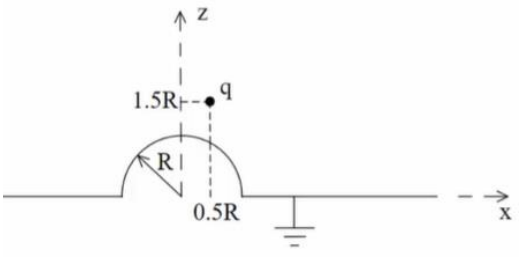
8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$
ו-$(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי
מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי
לבטא פוטנציאל ושדה ב-$z>0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך?
ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.
מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R,0,1.5R)$.

א. מצאו את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.

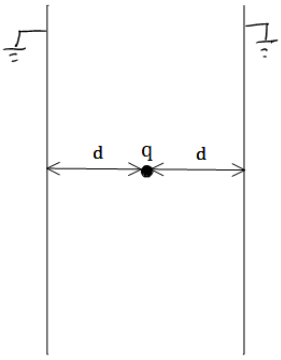
ב. מצאו את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.

ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{\sqrt{3}R}{2},0,\frac{R}{2}\right)$?

ד. מה הכוח הפועל על המטען?

ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

10) מטען בין שני לוחות אינסופיים



נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה.
בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

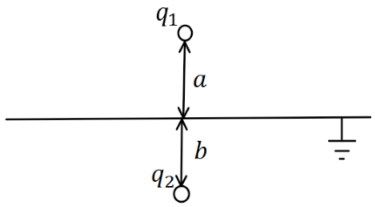
א. מצאו את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצאו את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

11) מטענים משני צידי מישור מוארק

מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.

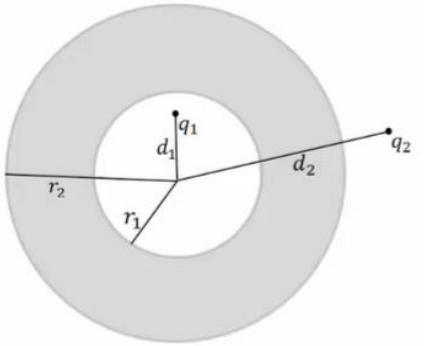
מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.



א. מצאו את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור?
ומהו המטען הכולל על המישור?

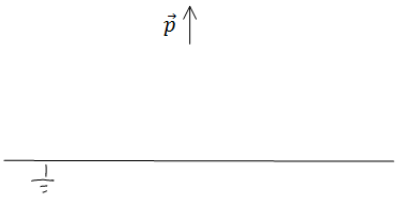
12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ



נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.
מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $d_1 < r_1$.
מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $d_2 > r_2$.
המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצאו את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.
ב. מצאו את הכוח הפועל על המטען q_2.
ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

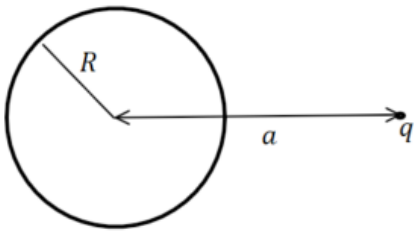
13) דיפול מעל מישור



דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.
מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצאו את השדה בכל המרחב.
ב. מצאו את צפיפות המטען על המישור.
ג. מצאו את סך המטען על המישור.

14) ספירה ניטרלית



מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.
הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.
ניתן להניח כי הספירה ניטרלית.
מהו הפוטנציאל על הספירה?
ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?
רמז: השתמשו בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2}$

2) ראו סרטון.

3) $\sigma = -kq\varepsilon_0 \frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F = -\frac{q^2}{\left(2d\right)^2}$

5) $E\left(r,\theta\right) = \frac{kq\left(r-a\cos\theta\right)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2 - a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$

6) ראה סרטון

7) א. $\varphi_A = \varphi_B = 0$, $\varphi_C = \frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B = \varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2}\left(-\hat{x}\right)$

ד. $U = \frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $\left(-d,0,d\right)$, $\left(d,0,-d\right)$ ב. $-0.338\hat{z}+0.162\hat{x}$

ג. $\sigma = -\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left(\left(x-d\right)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left(\left(x+d\right)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$, $Q_T = -2q$

ד. $U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q$, $\vec{r}_3 = \left(\frac{R}{5},0,-\frac{3}{5}R\right)$, $q_4 = -q$, $\vec{r}_4 = \left(0.5R,0,-1.5R\right)$

ב. $\left(0,0,1.5R\right)$: $\varphi \approx 0.71\frac{kq}{R}$, $\left(0,0,0.5R\right)$: 0

ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F} = \frac{kq^2}{R^2}\left(-0.2,0,-0.64\right)$ ה. $U = \frac{kq^2}{2R}\left(-0.7\right)$

10) א. $V_T = \frac{k\left(-1\right)^n q}{\left(\left(x-2dn\right)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}\left(-\ln\left(2\right)\right)$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{|r_+|^2}\hat{r}_+ +\frac{-kq_1}{|r_-|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1 a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2 b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $U=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1q_2}{d_2}\right]$

13) א. $\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ב. $\sigma\left(r\right)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 7 - דיפול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 23

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

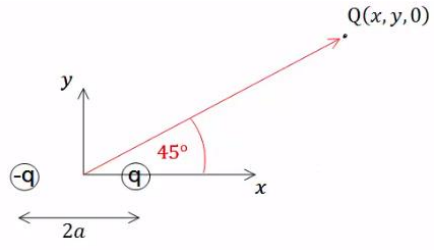
1) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p}=(p,0,0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,0,0)$ עם מהירות $(v,0,0)$ ייעצר בנקודה $(b,0,0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $\left(a,-\sqrt{2}a,0\right)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה



שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים ב- $x=a$ ו- $x=-a$.

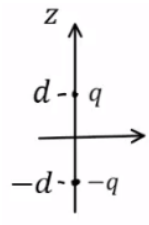
א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x,y,0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x היא 45 מעלות.
השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים, וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

3) חישוב שגיאה



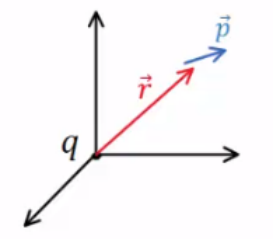
מטען q נמצא ב- $(0,0,d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0,0,-d)$.

א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.

ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

4) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)



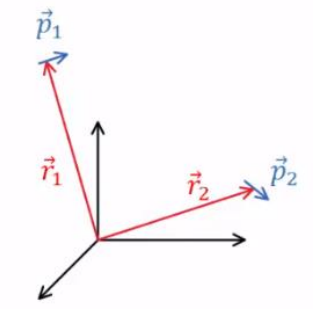
דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול $\vec{p}$ נמצא במיקום $\vec{r}$.
מטען נקודתי q נמצא בראשית.
התייחס ל-q , $\vec{p}$ ו- $\vec{r}$ כנתונים.

א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.

ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.

ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא: $\vec{F}=\frac{k\left(\vec{p}\cdot r^2-\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\cdot\vec{r}\right)}{r^5}$.

5) אנרגיית דיפול-דיפול



דיפול $\vec{p}_1$ ממוקם ב-$\vec{r}_1$ ודיפול $\vec{p}_2$ ממוקם ב-$\vec{r}_2$.

א. הראה שהאנרגיה של $\vec{p}_2$ בשדה של $\vec{p}_2$

היא: $U=\frac{k}{\tilde{r}^3}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\right)$

כאשר: $\vec{\tilde{r}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\tilde{r}=\left|\vec{\tilde{r}}\right|$ ו- $\hat{\tilde{r}}=\frac{\vec{\tilde{r}}}{\tilde{r}}$.

ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של $\vec{p}_1$ בשדה של $\vec{p}_2$ היינו מקבלים תוצאה זהה.

ג. מצא את הכוח הפועל על $\vec{p}_2$ והכוח על $\vec{p}_1$.

ד. מה שווה הכוח על $\vec{p}_2$ במקרה ש-$\vec{p}_2$ מקביל ל-$\vec{p}_1$ ומקביל ל-$\vec{\tilde{r}}$? ומה הכוח אם $\vec{p}_2$ מקביל ל-$\vec{p}_1$ ומאונך ל-$\vec{\tilde{r}}$.

6) מערכת למדידת קיטוביות

המערכת הבאה מיועדת למדידת הקיטוביות של חלקיק. מניחים חלקיק עם קיטוביות ידועה α_1 בראשית ומפעילים רק עליו שדה חשמלי אחיד: $\vec{E}=E_0\hat{y}$.
החלקיק הנמדד נמצא על ציר ה-x ובמרחק a מהראשית.
ניתן להניח שהחלקיקים מאוד קטנים ביחס למרחק ביניהם.
מניחים על ציר ה-x בתחום: $a<x<a+b$ מסילה ועליה גלאי המודד את עוצמת השדה החשמלי. נסמן את המרחק של הגלאי מהחלקיק הנמדד ב-r.

א. מה צריך להיות כיוון הדיפולים שנוצרים בחלקיקים במצב היציב?

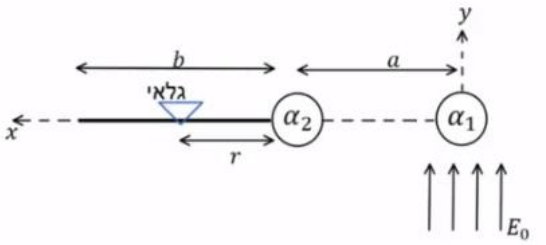
ב. הנח ש-α_1 ו-α_2 נתונים וכתוב באמצעותם זוג משוואות מהן ניתן למצא את $\vec{p}_1$ ו-$\vec{p}_2$.

ג. הנח שמומנטי הדיפול ידועים וכתוב ביטוי לשדה החשמלי במיקום של הגלאי.

ד. כאשר הגלאי נמצא ב- $r=r_0$ נתון כי השדה הנמדד הוא אפס.

מצא את α_2.

האם הכרחי לדעת מהו α_1?



תשובות סופיות:

1) א. $p=\frac{1}{2}mV^2ek\left(\frac{a^2\cdot b^2}{b^2-a^2}\right)$. ב. ראה סרטון.

2) א. $\vec{F}=Q\vec{E}_T$. ב. ראה סרטון. ג. $\vec{P}=q2a\hat{x}$. ד. ראה סרטון.

3) א. $\varphi=\frac{kq2d}{z^2-d^2}$. ב. $z_{\min}=10d$. ג. $z_{\min}\approx 14.14d$.

4) א. $\vec{\tau}=\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\times\vec{r}\right)$. ב. $U=-\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה.

ג. $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot\tilde{\vec{r}}+\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\vec{r}}\right)\cdot\vec{p}_1+\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\vec{r}}\right)\cdot\vec{p}_2-5\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\vec{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\vec{r}}\right)\hat{\vec{r}}\right)$, $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$.

ד. $\vec{F}_2=-\frac{6k}{\tilde{r}^4}p_1p_2\hat{\vec{r}}$, $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(p_1p_2\hat{\vec{r}}\right)$.

6) א. שני הדיפולים בכיוון $\hat{y}$.

ב. $\vec{p}_1=\varepsilon_0\alpha_1\left(E_0\hat{y}-\frac{k\vec{p}_2}{a^3}\right)$, $\vec{p}_2=\varepsilon_0\alpha_2\left(-\frac{k\vec{p}_1}{a^3}\right)$.

ג. $\vec{E}=\frac{k\left(-\vec{p}_1\right)}{\left(a+r\right)^3}+\frac{k\left(-\vec{p}_2\right)}{r^3}$. ד. $\alpha_2=\frac{4\pi a^3r_0^3}{\left(a+r\right)^3}$, לא.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 8 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 26
2. תרגול נוסף 31

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.

כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$ או $\vec{E}_{free}$ - השדה החיצוני

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ε_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.

$$\varepsilon_r > 1$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

σ_i - צפיפות מטען מושרית /קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \varepsilon_0 \Delta E_{0_\perp}$$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \varepsilon_0 \Delta E_\perp$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$$\vec{p} = \int \vec{P}\,\mathrm{d}V$$

על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר:

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים:

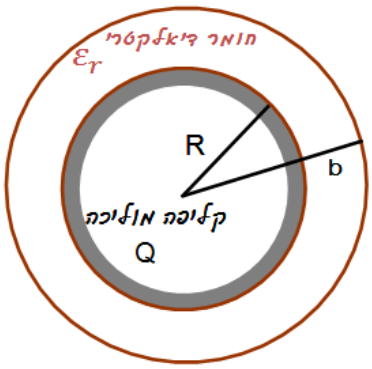
$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}_0$$

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה



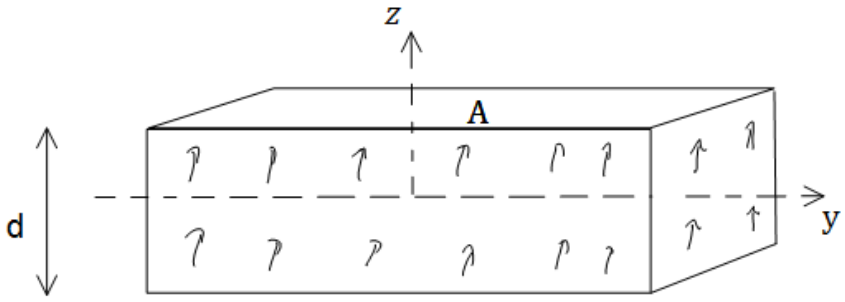
קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

2) תיבה מקוטבת

תיבה בעלת שטח A ועובי d מקוטבת עם צפיפות קיטוב נתונה: $\vec{P} = P_0 \frac{z}{d} \hat{z}$
כאשר ראשית הצירים במרכז התיבה.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית נפחית) בתיבה.

ב. מצא את סך המטען הקשור בתיבה.



3) כדור מקוטב רדיאלית

כדור ברדיוס R מקוטב לפי: $\vec{P} = A\vec{r}$ כאשר A קבוע ו- $\vec{r}$ הוא וקטור ממרכז הכדור.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית ונפחית).

ב. מצא את השדה מחוץ ובתוך הכדור.

4) גליל מקוטב באופן אחיד

גליל מקוטב באופן אחיד ובמקביל לציר הסימטריה. רדיוס הגליל הוא R ואורכו L.
חשב את התפלגות המטען הקשור וצייר את קווי השדה במקרים הבאים:

א. $R \ll L$

ב. $L \ll R$

ג. $R \approx L$

5) שדה של כדור עם צפיפות קיטוב אחידה

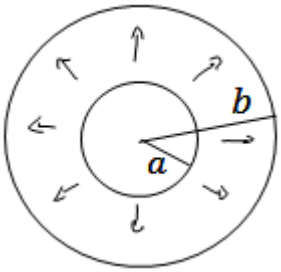
חשב את השדה של כדור מלא עם צפיפות קיטוב אחידה.

<u>הדרכה</u>: חשב את צפיפות המטען הקשור.

ניתן לתאר צפיפות מטען כזו באמצעות שני כדורים הטעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח הנמצאים במרחק קטן אחד מהשני.

מצא מה צריכה להיות הצפיפות של כל כדור (תלויה גם במרחק הקטן) ולאחר מכן חשב את השדה בכל המרחב כסופרפוזיציה של השדות של שני הכדורים.

6) קליפה כדורית דיאלקטרית



קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי בעל צפיפות קיטוב

נתונה: $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{A}{r}\hat{r}$ כאשר A קבוע ו- r הוא המרחק ממרכז הקליפה.

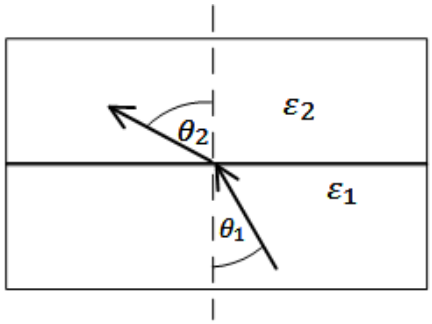
מצא את השדה בכל המרחב פעם בעזרת צפיפות המטען המושרה ופעם באמצעות השימוש בשדה ההעתקה.

7) חוק סנל

קרן אור מורכבת משדה חשמלי ושדה מגנטי המתקדמים במרחב, הראה כי אם קרן האור עוברת מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_1 לחומר בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 אז מתקיים חוק סנל (התעלם מהשדה המגנטי).

חוק סנל: $tan\,\theta_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} tan\,\theta_2$

כאשר θ_1 היא זווית הפגיעה של הקרן עם האנך ו-θ_2 היא זווית השבירה עם האנך בחומר.



תשובות סופיות:

1) השדה במרחב:
$$\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_r r^2}\hat{r} & \mathrm{R}<r<\mathrm{b}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{r^2} & \mathrm{b}<r\end{cases}$$

התפלגות המטען המושרית: $\sigma_i(\mathrm{b})=\varepsilon_0\left(\dfrac{\mathrm{kQ}}{\mathrm{b}^2}-\dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_r\mathrm{b}^2}\right)$, $\sigma_i(\mathrm{R})=\dfrac{\varepsilon_0\mathrm{kQ}}{\mathrm{R}^2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_r}-1\right)$

2) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_b=\dfrac{P_0}{2}$, נפחית: $\rho_b=-\dfrac{P_0}{d}$ ב. 0

3) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_b=A\cdot R$, נפחית: $\rho_b=-3A$

ב. שדה בתוך הכדור: $\vec{E}=\dfrac{Ar}{\varepsilon_0}\hat{r}$, מחוץ לכדור: 0.

4) א. $\vec{p}=qL\hat{z}$ ב. $\vec{E}=\dfrac{P_0}{\varepsilon_0}\hat{z}$ ג. ראה סרטון

5)
$$\vec{E}=\begin{cases}-\dfrac{P_0}{3\varepsilon_0}\hat{z} & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{k}\left(3(\vec{p}\cdot\hat{r})\hat{r}-\vec{p}\right)}{r^3} & r>\mathrm{R}\end{cases}$$

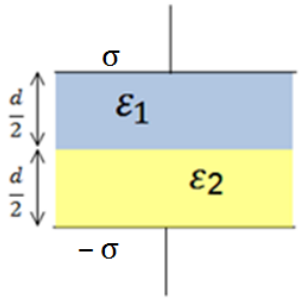
6) $\vec{E}=0$

7) שאלת הוכחה

תרגול נוסף:

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



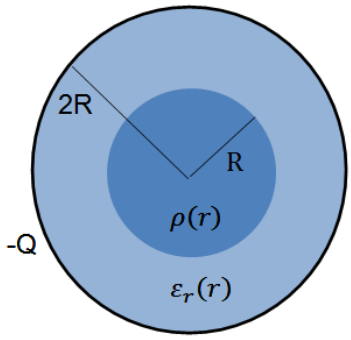
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם,
הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון σ − .
בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור.
נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ε_1 ו- ε_2 .

א. מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
ב. מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין לוחות .
ג. מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
ד. מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
ה. מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
ו. מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ε_r .
בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ.
מצאו את השדה בכל המרחק. (רמז: מצאו קודם כל את D).

3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה
השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R.
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\varepsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס 2R הטעונה במטען כולל $-\vec{E}Q$.

א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?

ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים R, 3R ובאורך $L >> 3R$. ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטרים.

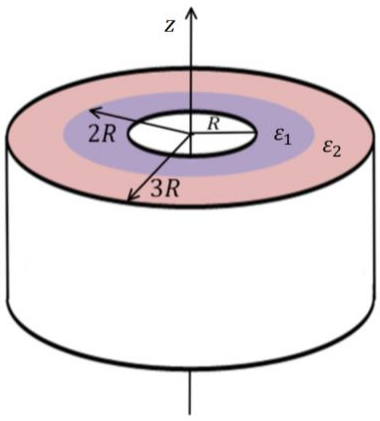
חומר בעל מקדם ε_1 ממלא את התווך בין R ל- 2R וחומר בעל מקדם ε_2 את התווך בין 2R ל- 3R . טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.

א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?

ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?

ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.

ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל?
חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{D}=\sigma\hat{z}$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_1} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_2} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$$

ג. $$\vec{p}=\begin{cases}\left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_1}\right)\hat{z} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_2}\right)\hat{z} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$$

ד. $$V=-\frac{d}{2}\sigma\left(\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}\right)$$

ה. $$\sigma_b(z=0)=\sigma\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right),\ \sigma_b\left(z=\frac{d}{2}\right)=\varepsilon_0\sigma\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{1}{\varepsilon_1}\right),\ \sigma_b(z=d)=\sigma\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}\right)$$

ו. $$E_T=\frac{\sigma}{\varepsilon_1}\hat{z}$$

2) $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r>R\end{cases}$$

3) א. $$\vec{D}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4r}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2}\hat{r} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2}\hat{r} & 2R<r<\infty\end{cases}$$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 R^3\hat{r}}{4r^2\varepsilon_0\left(\dfrac{r}{R}\right)} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} & 2R<r\end{cases}$$

ג. $$\rho_b=\frac{-\rho_0 R^2}{4r^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2},\ \sigma_b(r=R)=\frac{-\rho_0 R}{8},\ \sigma_b(r=2R)=\frac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}$$

ד. 0

4) א. $$u=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{(2\pi rL)^2}\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon_1} & R<r<2R\\ \dfrac{1}{\varepsilon_2} & 2R<r<3R\end{cases}$$

ב. $$U=\frac{Q^2}{4\pi L}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{3}{2}\right)$$

ג. $$C=\frac{2\pi L}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}}$$

ד. $$c_1=\frac{2\pi L\varepsilon_1}{\ln 2},\ c_2=\frac{2\pi L\varepsilon_2}{\ln\frac{3}{2}}.$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 9 - מומנט דיפול מגנטי

תוכן העניינים

1. הסברים ותרגילים 34

הסברים ותרגילים:

רקע:

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

I - הזרם בלולאה

$\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה. כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.

מומנט הדיפול מסומן לעיתים גם באות $\vec{m}$.

השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדיי הדיפול:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0[3(\vec{\mu}\cdot\hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$$

מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני:

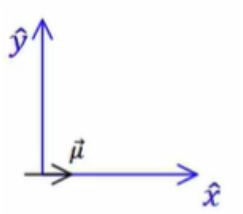
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני:

$$U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$$

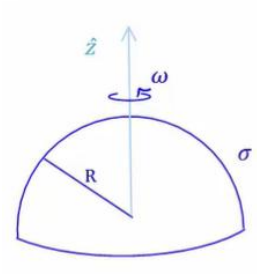
שאלות:

1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית



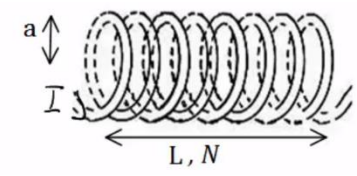
נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu = (\mu, 0,0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0, -a, 0)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) חצי קליפה כדורית מסתובבת



חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z.
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.

3) מומנט דיפול מגנטי של סליל



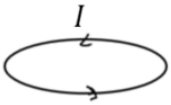
חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.

4) טבעת משרה זרם בטבעת



נתונות שתי טבעות מוליכות הנמצאות זו מעל זו.
מזרימים זרם בטבעת התחתונה נגד כיוון השעון שעוצמתו הולכת וגדלה.

א. מה כיוון הזרם בטבעת העליונה?



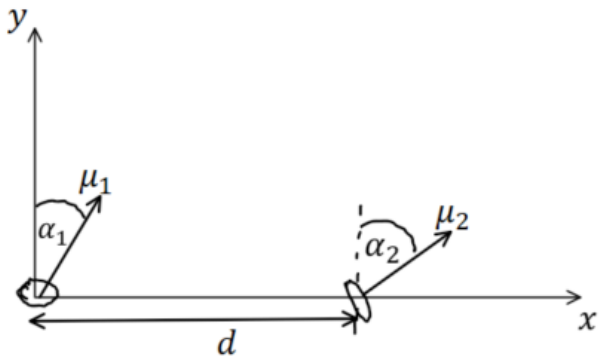
ב. ניתן להסתכל על דיפול מגנטי כמגנט קטן כך שכיוון מומנט הדיפול הוא הכיוון מדרום לצפון של המגנט.
לאן יפעל הכוח בין הטבעות?
מזיזים את הטבעת העליונה להיות לצד הטבעת התחתונה .



ג. חזרו על סעיף א.

5) אנרגיית דיפול דיפול

שני דיפולים מגנטיים נמצאים במרחק d זה מזה לאורך ציר ה-x.
לשני הדיפולים מומנט מגנטי הזהה בגודלו: $|\overrightarrow{\mu_1}| = |\overrightarrow{\mu_2}| = \mu$.
שני וקטורי מומנט הדיפול נמצאים על מישור $x-y$ והזוויות שלהם עם ציר ה-y הן α_1 ו- α_2 בהתאמה. מצאו את העבודה הדרושה להרחיק את הדיפולים ממצב זה עד אינסוף. הניחו שהדיפולים אינם משנים את כיוונם בזמן שהם מתרחקים.



תשובות סופיות:

1) $|e|\frac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi a^2} = m_e v$

2) $\vec{\mu} = \frac{2\pi R^4}{3}\sigma\omega \cdot \hat{z}$

3) $\mu_T = NI\pi a^2$

4) א. עם השעון. ב. כוח דחייה. ג. נגד השעון.

5) $\frac{\mu_0\mu_1\mu_2}{4\pi d^3}\left(2\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2) - \cos(\alpha_1)\cos(\alpha_2)\right)$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 10 - חומרים מגנטים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 37

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חומרים פאראמגנטיים - חומרים המחזקים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים בעלי אטומים עם מס אלק' לא זוגי, לאטומים אלו דיפול מגנטי כתוצאה מסיבוב האלקטרון ה"נוסף".
הדיפולים מתיישרים לכיוון השדה החיצוני ומגבירים אותו.

חומרים דיאמגנטיים - חומרים המקטינים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים ללא מונמט דיפול טבעי של האטומים.

נוכחות השדה החיצוני גורמת ליצירת מומנט דיפול הפוך לשדה הקיים (על ידי שינוי מהירות הסיבוב של האלקטרון) ובכך להחלשת השדה החיצוני.

חומרים פרומגנטיים - חומרים בהם הקיטוב המגנטי נשמר גם כאשר השדה החיצוני נפסק.
הקיטוב תלוי "בהיסטוריה" של החומר.

אפקט פרומגנטי>> דיאמגנטי>>פאראמגנטי.

וקטור המגנטיזציה $\vec{M}$:
מומנט דיפול ליחידת נפח בחומר (יחידות של מומנט דיפול מגנטי חלקי נפח).

$$\vec{M} = N\vec{m}_1$$

N - מספר הדיפולים ליחידת נפח בחומר.
$\vec{m}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

מומנט הדיפול הכולל של החומר:

$$\vec{m} = \int \vec{M}\, dV$$

ניתן לחשב את השדה המגנטי שיוצרים הדיפולים באמצעות חישוב השדה של צפיפות זרם קשורה.

צפיפות זרם קשורה משטחית וקווית בחומר:

$$\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\vec{k}_b = \vec{M} \times \hat{n}$$

$\hat{n}$ - וקטור המאונך לשפת החומר וכלפי חוץ.

ניתן להפריד את צפיפות הזרם לשני חלקים:

$$\vec{J}_T = \vec{J}_b + \vec{J}_{free}$$

כאשר $\vec{J}_{free}$- היא צפיפות הזרם הנובעת ממטענים החופשיים לזוז בחומר ו-$\vec{J}_b$ נובעת מהמגנטיזציה.

הוקטור $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

הוקטור $\vec{H}$ מקיים את חוק אמפר עבור הזרמים החופשיים:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{free}$$
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{in_{free}}$$

הדיברגנט של $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

חומרים לינארים:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

כאשר χ_m היא הסוסטביליות המגנטית, תכונה שתלויה בחומר ובדרך קבועה.
ו- μ היא הפרמביליות המגנטית כך ש:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$$

תנאי שפה:

1. $H_{2\perp} - H_{1\perp} = -(M_{2\perp} - M_{1\perp})$
2. $\vec{H}_{2||} - \vec{H}_{1||} = \vec{k}_{free} \times \hat{n}_{1\to 2}$
3. $B_{2\perp} = B_{1\perp}$
4. $\vec{B}_{2||} - \vec{B}_{1||} = \vec{k}_T \times \hat{n}_{1\to 2}$

הכי נוח להשתמש בתנאים 2 ו- 3 ואלו מספיקים בשביל למצא את כל הרכיבים של כל השדות בהנחת הלינאריות או בהינתן המגנטיזציה.

מודל המטען המגנטי:

אם: $\vec{J}_{free} = 0$ אז: $\vec{H}$ שדה משמר וניתן להגדיר פונקציית פוטנציאל מגנטי:

$$\vec{\mathrm{H}} = -\vec{\nabla}\phi_{\mathrm{m}}$$

את הפוטנציאל (או השדה) ניתן למצא כמו שמוצאים פוטנציאל באלקטרוסטטיקה ממטען (באמצעות חוק גאוס, חוק קולון, משוואת לאפלאס או כל שיטה אחרת), כאשר "המטען" המגנטי הוא:

$$\rho_{\mathrm{m}} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathrm{M}}$$

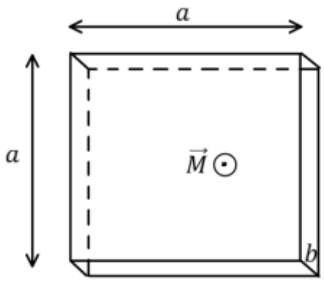
משוואת לאפלאס:

$$\vec{\nabla}^2\phi_{\mathrm{m}} = -\rho_{\mathrm{m}}$$

- המודל תקף גם אם יש $\vec{\mathrm{k}}_{\mathrm{free}}$ (זרם חופשי על השפה).
- המודל תקף גם עבור חומרים לא לינאריים.

שאלות:

1) תיבה דקה ממוגנטת

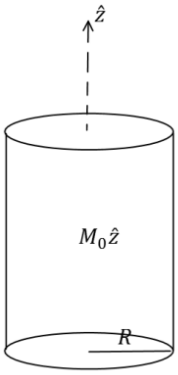


נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי b. $b << a$
לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני)ואחידה $\vec{M}$.
כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b.

א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.

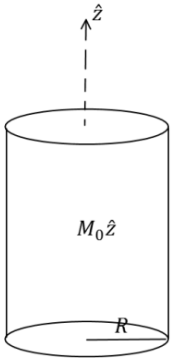
ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.

2) גליל אינסופי ממוגנט



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.

3) גליל ממוגנט נוסף



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\varphi}$.
כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.

א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n.
מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זורם זרם I.

5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמבליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח' נפח ρ .
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω.

א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?

ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

6) חומר ממלא חצי מרחב

חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28} \left[\frac{1}{m^3}\right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24}[A \cdot m^2]\hat{x}$.
השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא: $\vec{B} = 0.04[T]\hat{x}$.

א. מצא את המגנטיזציה $\vec{M}$ בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפארמבליות μ של החומר.

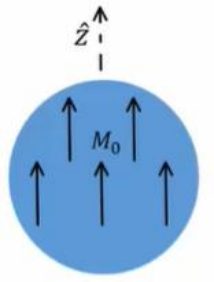
ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?

ג. מצא את השדה החיצוני $\vec{H}$ אשר יצר את המגנטיזציה.

ד. מה יהיה השדה המגנטי $\vec{B}$ בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

7) כדור ממוגנט

כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.



תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\left(3Ma^2b\hat{z}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-Ma^2b\hat{z}}{r^3}\right)$

2) $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

3) א. $\vec{J}_b=2A\hat{z}\ ,\ \vec{k}_b=-AR\hat{z}$, $\begin{matrix}\vec{B}=\mu_0\vec{M} & r<R\\ B=0 & r>R\end{matrix}$

ב. $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

4) $\vec{B}=\mu_0\left(1+Xm\right)nI\hat{z}$

5) א. $\vec{B}=\mu_0\alpha r\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}\quad r<R\ ,\ \vec{B}=0\quad r>R$

ב. $\Delta\left(\frac{U_B}{l}\right)=\mu_0\alpha\rho^2\cdot\pi R^7\omega^2\cdot\frac{1}{56}(-1)$

6) א. $\vec{M}=2.4\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x}\ ,\ Xm\approx2.07\ ,\ \mu=3.86\cdot10^{-6}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$

ב. $\vec{J}_b=0\ ,\ \vec{k}=0$

ג. $H=\begin{cases}1.16\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x<0\\ 3.56\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x>0\end{cases}$

ד. $B_x\left(0^+\right)=0.04T\ ,\ \vec{B}\approx0.01T\hat{x}$

7) $\phi_{m_1}=\frac{M_0}{3}r\cos\varphi\ ,\ \phi_{m_2}=\frac{M_0R^3}{3}\cos\varphi$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 11 - משוואת הרציפות

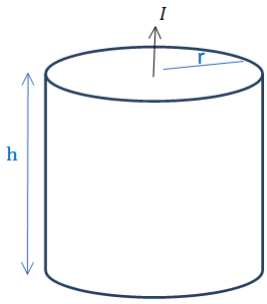
תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 43

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



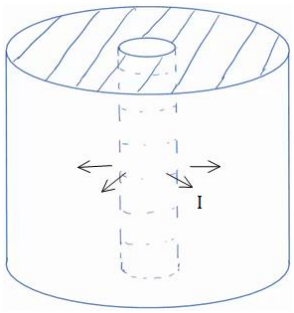
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



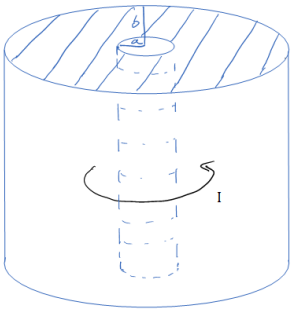
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) זרם מעגלי בגליל



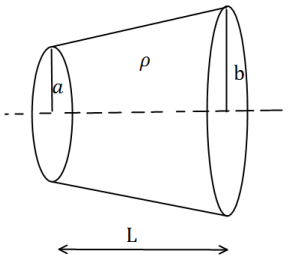
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).

ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.

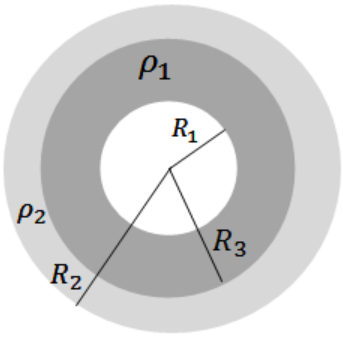
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

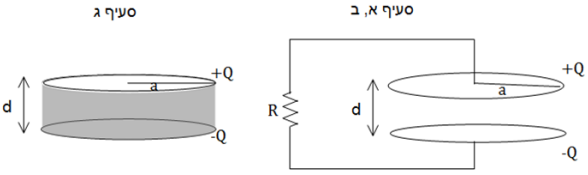
5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ $(R_3 < R_2)$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V.
ג. מהו השדה החשמלי בנגד?
ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות



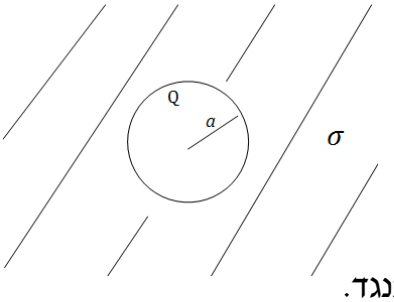
קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$, התנגדות הנגד היא R.

א. מצא את הזרם במעגל.
ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.
חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל-a.
חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.
מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.

7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

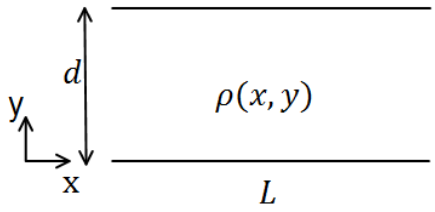


קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a
נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ.
נתון כי המטען על הקליפה ב-$t=0$ הוא Q.

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

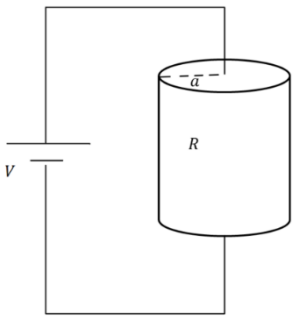


נתונים שני לוחות מקבילים בעלי
ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה
מרחק d, אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים
$(L \gg d)$.
בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל
התנגדות סגולית $\rho(x,y)$.
חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א. $\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$.

ב. $\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$.

9) צפיפות זרם בנגד גלילי



נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.

ב. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?

ג. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

10) אנטנת דיפול

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:

$$I(x,t) = \begin{cases} I_0 \cos(\omega t) & |x| < \frac{b}{2} \\ 0 & |x| > \frac{b}{2} \end{cases}$$

כאשר: I_0, ω, b קבועים נתונים.
מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

11) צפיפות זרם ברגע נתון

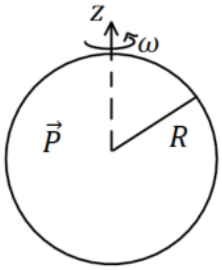
צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה: $\vec{j} = \alpha\left(x^3\hat{x} + y^3\hat{y} + z^3\hat{z}\right)$
כאשר α קבועה וחיובית.

א. מהן היחידות של α?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1,-3,4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב-Q.
מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

12) כדור מקוטב מסתובב



כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב
אחיד: $\vec{P} = P_0\hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה-z
במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

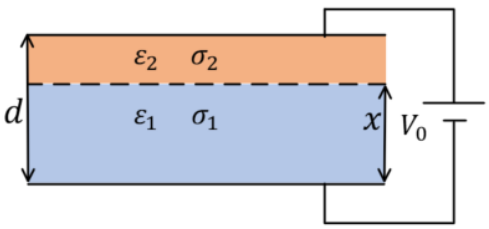
ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה z?

13) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפלס בכדוריות

כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ.
שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a) = V_0\cos\varphi$.
כאשר φ היא הזווית עם ציר ה z.
מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

14) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים



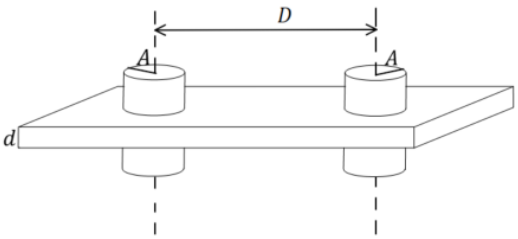
קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני חומרים דיאלקטרים מוליכים.
חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ε_1 ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 ומוליכות σ_2.
החומר הראשון ממלא את הקבל עד למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני ממלא את שאר הקבל (ראה איור).
הקבל מחובר למקור מתח V_0, הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

א. מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.

ב. מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

15) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך

נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך אחיד שפאותיו מקבילות ועוביו d.



מוליכות המישור היא σ.
נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם בעלי רדיוס A וצירים מקבילים.
המרחק בין צירי הגלילים הוא D.
הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך כאשר צירים ניצבים לפאות הלוח.
מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V.

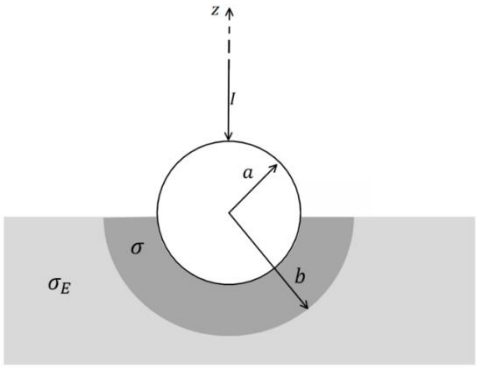
א. $A \ll D$.
ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.
(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

16) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A וארוך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.
התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.
הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות המים היא σ.
מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

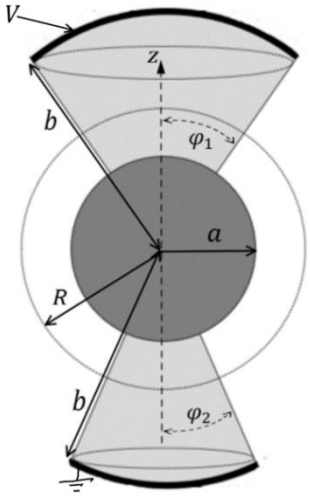
17) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע

הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא.
חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $b-a$ בעלת מוליכות σ.
המוליכות של האדמה היא σ_E.



א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.
ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.
ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.
ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

18) כדור ושתי גזרות



המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \varphi \le \varphi_1, 0 \le \theta \le 2\pi$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \varphi \le \varphi_2, a \le r \le b\ 0 \le \theta \le 2\pi$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי
מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$
ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית
ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת
לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת
צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה.
הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$. ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$. ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$, $E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$.

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$. ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$.

3) א. $R_T=\frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho}\ln\frac{b}{a}}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_T}{\rho 2\pi r}\hat{\theta}$. ג. $\vec{E}=\rho\cdot\vec{J}$.

4) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$.

5) א. $R_T=\frac{\rho_1}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_3}\right)+\frac{\rho_2}{4\pi}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}\right)$. ב. $\vec{J}_{(r)}=\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r}$.

ג. $\vec{E}=\begin{cases}\rho_1\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_3\\ \rho_2\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_3<r<R_2\end{cases}$.

ד. $\tilde{\sigma}_{(R_2)}=-\varepsilon_0\frac{I}{4\pi R_2^2}\rho_2$, $\tilde{\sigma}_{(R_3)}=\frac{I\varepsilon_0}{4\pi R_3^2}(\rho_2-\rho_1)$, $\tilde{\sigma}_{(R_1)}=\varepsilon_0\rho_1\frac{I}{4\pi R_1^2}-0$, $\tilde{\rho}=0$.

6) א. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$. ב. $k=\frac{a^2-r^2}{2\pi ra^2}\frac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$.

ג. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$, $k=0!$, $\vec{J}=\frac{I}{\pi a^2}\hat{z}$.

7) א. $q(t)=Qe^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$. ב. $\vec{E}=\frac{kq(t)}{r^2}\hat{r}$, $\vec{J}=\frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r}$.

8) א. $R=\frac{2\rho_0 d}{\pi L^2}$. ב. $R_T=\frac{\rho_0 d}{L^2}$.

9) א. $J=\frac{V}{\pi a^2 R}$. ב. $K_r(r)=\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

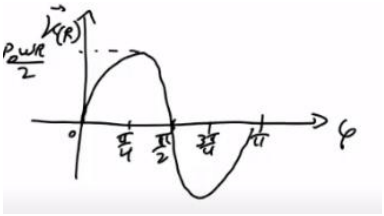
ג. $K_r(r)=-\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

10) $\lambda(x,t)=\frac{I_0}{\omega}\sin(\omega t)\left(\delta\left(\frac{b}{2}-x\right)-\delta\left(\frac{b}{2}+x\right)\right)$.

11) א. $\frac{A}{m^5}$. ב. $\frac{d\rho}{dt}=-78\alpha\cdot m^2$. ג. $\frac{dQ}{dt}=12\pi\alpha\cdot\frac{R^5}{5}$, המטען גדל.

12) א. $\vec{K}=\frac{1}{2}\rho_0\omega R\sin 2\varphi\hat{\theta}$.

ב. גרף:



ג. $I=0$.

13) $\vec{J}=-\frac{\sigma V_0}{a}\hat{z}$.

14) א. $\frac{\sigma_2 V_0\cdot x}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.

ב. $\sigma_\rho=\frac{(\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma 1)V_0}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.

15) א. $\frac{\pi\sigma dV}{\ln\frac{D-A}{A}}$.

ב. $\frac{\sigma\pi V}{\ln\left(\frac{D}{2A}+\sqrt{\left(\frac{D}{2A}\right)^2-1}\right)}$.

16) $R=\frac{\ln\left(\frac{H}{A}+\sqrt{\left(\frac{H}{A}\right)^2-1}\right)}{2\pi\sigma l}$.

17) א. ראה סרטון.

ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_E r}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$.

ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

18) א. $J_{1_r}(1-\cos\varphi_1)=-J_{2_r}(1-\cos\varphi_2)$.

ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$,

$K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 12 - מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

תוכן העניינים

1. חוק אמפר הדיפרנציאלי 51

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

רקע:

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):

$$\hat{n}_{1\to 2} \times \Delta\vec{B} = \mu_0 \vec{k}$$

כאשר $\hat{n}_{1\to 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2

$$\Delta\vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{c}{r}\hat{\theta}$ בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית, לאחר מכן נשווה אותו לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{c2\pi}{\mu_0}$

שאלות:

1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$B_\theta = \begin{cases} Ar + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

2) שדה בכיוון z

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B} = \begin{cases} (Ar + C)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

1) $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\begin{cases} (2A+0)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$

2) $\vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & r < a \end{cases}$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 13 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 53

הרצאות ותרגילים:

רקע:

הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A}$ מוגדר לפי:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

משוואת פואסון לפוטנציאל הוקטורי (מחוק אמפר):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

עבור כיול של הפוטנציאל $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$

פתרון המשוואה:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \mathrm{d}v'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\mathrm{k}}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \mathrm{d}s'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I\, \mathrm{d}\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ניתן למצא פוטנציאל וקטורי מתוך שדה מגנטי במקרים סימטריים באמצעות אינטגרל מסלולי:

$$\oint \vec{\mathrm{A}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \int \vec{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{s}}$$

תנאי שפה לפוטנציאל הוקטורי:

כל רכיבי הפוטנציאל הוקטורי רציפים.

פיתוח מולטיפולי עד לסדר שני:

סדר ראשון תמיד מתאפס והסדר השני הוא:

$$\vec{\mathrm{A}}_{\mathrm{dip}}(\vec{\mathrm{r}}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{\mathrm{m}} \times \hat{\mathrm{r}}}{\mathrm{r}^2}$$

כאשר $\vec{\mathrm{m}}$ הוא מונט הדיפול המגנטי של המערכת.

שאלות:

1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\varphi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי



תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה-z.

א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

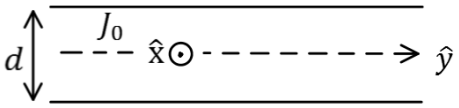
3) סליל אינסופי

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a.
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זורם זרם I.

4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I, אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה



מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x-y$ כאשר המישור $x-y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d.

א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=\frac{C}{r^2}\hat{\varphi}$

2) א. $\vec{A}\left(\vec{r}\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\left(\frac{z+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}{z-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}\right)\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 IL\cdot\hat{y}}{4\pi x\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+x^2}}$

3) $\vec{A}=\frac{\mu_0 In}{2}\hat{\varphi}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 Ina^2}{2r}\hat{\varphi}\quad r>a$

4) $\vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\hat{z}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\ln\frac{r}{a}\right)\hat{z}\quad r>a$

5) א. $\vec{A}=A(z)\hat{x}\ ,\ \vec{B}=B(z)\hat{y}$ ב. $A(z)=\begin{cases}-\mu_0 J\frac{z^2}{2}\hat{x} & |z|<\frac{d}{2}\\ \frac{-\mu_0 Jd}{2}\left(z-\frac{d}{4}\right)\hat{x} & |z|>\frac{d}{2}\end{cases}$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 14 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

1. המשוואות והמעברים 56

המשוואות והמעברים:

רקע:

משוואות מקסוול:

	הצורה הדיפרנציאלית	הצורה האינטגרבילית	הערות
1	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$	$\oint\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\,dV$	חוק גאוס
2	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$	$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=0$	השטף המגנטי על משטח סגור תמיד מתאפס= אין מטען מגנטי
3	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{d\vec{B}}{dt}$	$\oint\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{s}$	מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדי $\varepsilon=-\dot{\phi}_B$
4	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}$	$\oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\int\vec{J}\cdot d\vec{s}+\mu_0\int\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}d\vec{s}$	חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

שאלות:

1) שדה מגנטי רדיאלי והיקפי מתאפסים

באזור מסוים במרחב נתון כי ישנו שדה מגנטי בכיוון ציר z בעל סימטריה גלילית.
כמו כן נתון כי אין זרמים באזור זה. הראו כי B_θ ו- B_r מתאפסים.

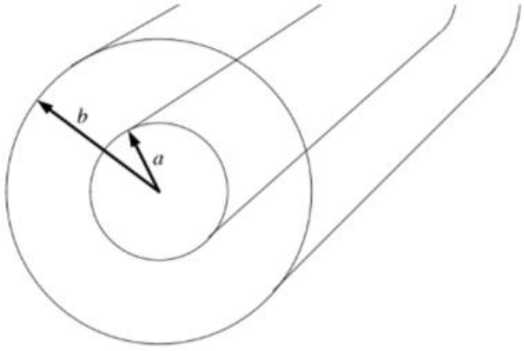
2) גלים בכבל קו אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי עשוי משתי קליפות גליליות מוליכות וארוכות מאוד בעלות רדיוסים a , b. ציר הסימטריה של הכבל הוא ציר z ובין הקליפות אין חומר.
השדה החשמלי בין הקליפות נתון לפי הפונקציה:

$$\vec{E}=\begin{cases}\frac{E_0}{r}\cos\left(\omega t-\omega\frac{z}{c}\right)\hat{r} & a<r<b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$

ידוע שאין זרמי DC.

א. מצאו את השדה המגנטי.
ב. מצאו את צפיפות הזרם המשטחית על הקליפות.
ג. מצאו את צפיפות המטען המשטחית על הקליפות.
ד. הראו כי משוואת הרציפות מתקיימת.



תשובות סופיות:

1) הוכחה בסרטון.

2) א. $\vec{B}=\begin{cases}\frac{E_0}{cr}\cos\left(\omega t-\frac{\omega}{c}z\right)\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$.

ב. $\overrightarrow{k_{(b)}}=-\frac{E_0}{cb}\cos\left(wt-\frac{w}{c}z\right)\hat{z}$, $\overrightarrow{k_{(a)}}=-\frac{E_0}{ca}\cos\left(wt-\frac{w}{c}z\right)\hat{z}$.

ג. $\sigma_{(b)}=-\frac{\varepsilon_o E_0}{b}\cos\left(wt-w\frac{z}{c}\right)$, $\sigma_{(a)}=\frac{\varepsilon_o E_0}{a}\cos\left(wt-w\frac{z}{c}\right)$.

ד. הוכחה בסרטון.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 15 - שדות משתנים בזמן וזרם העתקה - מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

1. הסברים ותרגילים 58

הסברים ותרגילים:

רקע:

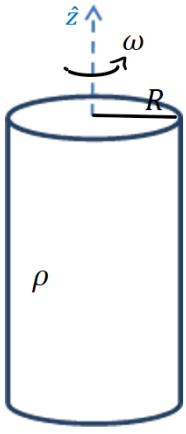
ממשואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.

אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז:
נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פארדי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר בדר"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$

אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז:
נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר רק שבמקום זרם יש $\int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s}$ (או במקום צפיפות זרם $\varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

שאלות:

1) גליל טעון מסתובב בתאוצה

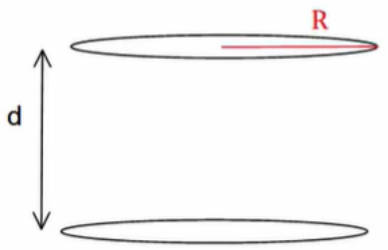


גליל אינסופי מלא ברדיוס R טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית המשתנה בזמן $\omega = \alpha t$ כאשר α קבועה ונתונה.

א. מה השדה המגנטי בכל המרחב?
ב. מה השדה החשמלי בכל המרחב?
ג. מה הכוח שפועל על מטען?

2) שדה חשמלי תלוי בזמן בתוך קבל לוחות ווקטור פוינטינג על השפה

קבל לוחות מורכב משני לוחות עגולים ברדיוס R המקבילים זה לזה ונמצאים במרחק d אחד מהשני $d<<R$.



הקבל מחובר למעגל חשמלי המספק לקבל זרם I קבוע (ונתון).

א. מצא את המטען על הקבל כפונקציה של הזמן אם נתון ש-$q(t=0)=0$

ב. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של הזמן.

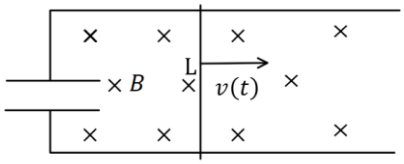
ג. מצא את השדה המגנטי כפונקציה של הזמן והמיקום, בתוך הקבל ומחוץ לו.

ד. מצא את האנרגיה האגורה בין הלוחות.

ה. מצא את הוקטור פוינטינג על שפת הקבל וחשב את השטף שלו על מעטפת הקבל.

3) פארדיי עם קבל

קבל לוחות מעגלי ברדיוס a ומרחק בין הלוחות (d<<a) מחובר למסילה מוליכה חסרת התנגדות.



על המסילה מונח מוט חסר התנגדות באורך L. מושכים את המוט כך שהוא מתרחק מהקבל במהירות $v(t)=At$.

במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד וקבוע לתוך הדף.

א. מהו המטען על הקבל? על איזה לוח המטען החיובי?

ב. מהו השדה החשמלי בתוך הקבל?

ג. מהו השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו, גודל וכיוון (התעלם מהשדה שנוצר ע"י התיילים והמוט)?

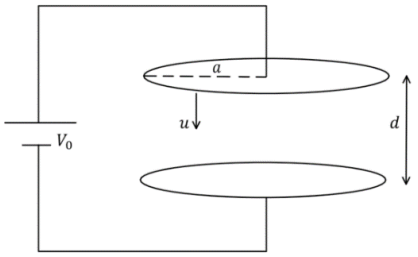
ד. מהו הכוח שיש להפעיל על המוט על מנת שינוע במהירות הנתונה אם מסת המוט היא M?

4) לוחות בקבל מתקרבים בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a ומרחק $d \ll a$ ביניהם.

הקבל מחובר למקור מתח קבוע V_0.

בזמן $t = 0$ מתחילים לקרב את הלוח העליון אל התחתון במהירות קבועה ונמוכה u.



א. מהו המתח בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ב. מהו השדה החשמלי בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ג. מהו השדה המגנטי בין לוחות הקבל ומחוץ להן כתלות בזמן?

ד. חזור על כל הסעיפים אם ניתקו את הקבל מהמקור רגע לפני תחילת ההזזה של הלוח.

תשובות סופיות:

1) א. $r < R \quad \vec{B} = \mu_0 \rho \omega \frac{R^2 - r^2}{2} \hat{z} \quad , \quad r > R \quad \vec{B} = 0$

ב. $r < R \quad \vec{E} = -\mu_0 \rho \alpha \frac{1}{2r}\left(R^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right)\hat{\theta} + E_r(r)\hat{r} \quad , \quad r > R \quad \vec{E} = \frac{-\mu_0 \rho \alpha}{2r}\left(\frac{R^4}{4}\right)\hat{\theta} + (E_r)\hat{r}$

ג. $\vec{F} = q\vec{E}$

2) א. $q(t) = It$

ב. $\vec{E} = \frac{-q(t)}{\varepsilon_0 \pi R^2}\hat{z}$

ג. $\vec{B} = \frac{-\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\hat{\theta}$

ד. $U = \frac{I^2 t^2 d}{2\varepsilon_0 \pi R^2} + \frac{\mu_0 I^2 d}{16\pi}$

ה. $\vec{S} = \frac{-1}{\mu_0} \cdot \frac{q(t)}{\varepsilon_0 \pi R^2} \frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}\hat{r} \quad , \quad \phi_S = \frac{-I^2 td}{\varepsilon_0 \pi R^2}$

3) א. $q_c = \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{d} BLAt$, עליון.

ב. $\vec{E} = \frac{BLAt}{d}\hat{z}$

ג. $r < a \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 B_0 LAr}{2d}\hat{\theta} \quad ,$

$a < r \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 BLAa^2}{2dr}\hat{\theta}$

ד. $F = MA + \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{d} B_0^2 L^2 A$

4) א. $V_c(t) = V_0$

ב. $\vec{E} = \frac{-V_0 \hat{z}}{d - ut}$

ג. $r < a \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 V_0 ur\hat{\theta}}{2(d-ut)^2} \quad ,$

$r > a \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 V_0 ua^2 \hat{\theta}}{2(d-ut)^2 r}$

ד. $\vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{E} = \frac{-V_0 z}{d} \quad , \quad V_c(t) = \frac{d-ut}{d} \cdot V_0$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 16 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 62

הרצאות ותרגילים:

רקע:

<u>אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:</u>

$$U = \int \left(\frac{\varepsilon_0 \left(\vec{E}\right)^2}{2} + \frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0} \right) \mathrm{d}v$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em} = \frac{\varepsilon_0 \left(\vec{E}\right)^2}{2} + \frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0}$$

<u>וקטור פויינטינג:</u>

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

<u>הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג:</u>

$$P + \oint \vec{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}U_{em}}{\mathrm{d}t}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

P - ההספק שהולך לחום

הקשר הדיפרנציאלי:

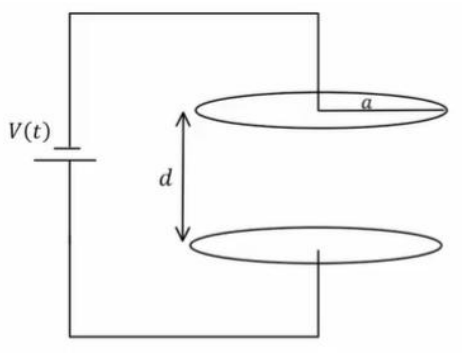
$$\vec{E} \cdot \vec{J} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathrm{s}} = -\frac{\mathrm{d}u_{em}}{\mathrm{d}t}$$

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם

$\vec{E} \cdot \vec{J}$ הוא הספק ליחידת נפח

שאלות:

1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן



קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d << a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

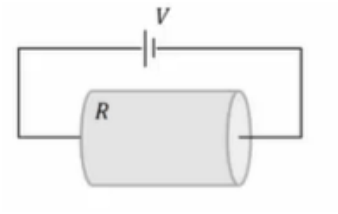
ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.

2) משפט פויינטינג בנגד גלילי



נגד גלילי בעל אורך L, רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.

ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.

ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.

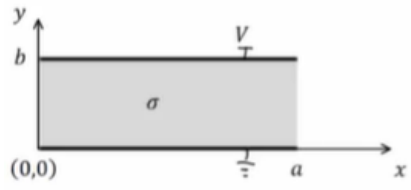
ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

3) מישור אינסופי במתח קבוע

נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W >> a, b$.

נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך.

הרוחב a מקביל לציר x, הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור).



המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V.

א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?

ב. מהו $\vec{H}$ במרחב?

ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז?
חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=\frac{A\cdot t}{d}\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ar}{2d}\hat{\theta}\quad r<a\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Aa^2}{2rd}\hat{\theta}\quad r\geq a$

ג. $U=\frac{\varepsilon_0 A^2\pi a^2}{2d}\left(t^2+\frac{\mu_0\varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S}=\frac{-A^2\varepsilon_0 ta}{d}\pi a$ ה. הוכחה.

2) א. $\vec{E}=\frac{V}{L}\hat{z}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0 Vr}{2\pi a^2 R}\hat{\theta}$ ב. $\vec{S}_{(r=a)}=\frac{V^2(-\hat{r})}{2\pi aLR}$ ג. $U_{em}=\frac{\varepsilon_0 V^2\pi a^2}{2L}+\frac{V^2L}{16\pi R^2}$

ד. הוכחה.

3) א. $\vec{E}=-\frac{V}{b}\hat{y}\ ,\ \vec{J}=-\frac{\sigma V}{b}\hat{y}$ ב. $H_z=\frac{\sigma V}{b}\left(x-\frac{a}{2}\right)$ ג. $\vec{E}\cdot\vec{J}=\frac{\sigma V^2}{b^2}$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 17 - גלים אלקטרו-מגנטיים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 65

הרצאות ותרגילים:

נושא 1: מושגים בסיסיים בגלים

רקע:

גל - הפרעה שמתקדמת במרחב.

גלים רוחביים - ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות הגל.

גלים אורכיים - ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות הגל.

זמן מחזור - הזמן שלוקח להפרעה לעשות מחזור שלם (סימון - T).

תדירות - מספר המחזורים שנעשים בשנייה (סימון - $f = \frac{1}{T}$).

אורך הגל - המרחק בין מחזורים (או המרחק בין שיא לשיא)(סימון - λ).

מהירות הגל - קצב התקדמות ההפרעה במרחב (סימון - u).

גל מוחזר - כשגל פוגע בנקודה בה יש שינוי בתווך נוצר גל מוחזר.
הגל המוחזר יהיה בתדירות זהה ובכיוון הפוך לגל הפוגע.

התאבכות - סכמה של שני גלים.

גל עומד - ההפרעה לא מתקדמת במרחב.

פונקציית הגל - פונקציה המתארת את ההפרעה כתלות במיקום ובזמן

משוואת הגלים -

במימד אחד - $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

בשלושה מימדים - $\vec{\nabla}^2 f = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

נושא 2: משוואת הגלים האלקטרומגנטיים

רקע:

משוואות מקסוול בהיעדר מטענים וזרמים חופשיים:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}=-\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

בחומר איזוטרופי ולינארי מתקיים:

$$\vec{B}=\mu\vec{H}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$

משוואת הגלים עבור השדה החשמלי והמגנטי:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

כאשר:

$$u=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

ובריק: $u=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=c=3\cdot10^8\,{}^{m}/_{s}$

המשוואה היא עבור כל רכיב בנפרד.
המשוואה זהה לשדה המגנטי.

אינדקס השבירה (מהירות האור בריק חלקי מהירות האור בחומר):

$$n=\frac{c}{u}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$$

תמיד גדול מאחד (מהירות האור בחומר תמיד קטנה מהמהירות בריק):

פתרון למשוואת הגלים במימד אחד:

$$E_x(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$$

$$\mathrm{k}=\frac{2\pi}{\lambda},\ \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

מעבר לייצוג קופלקסי: $\cos(kx-\omega t)=Re\left[e^{i(kx-\omega t)}\right]$.

כשעובדים עם הייצוג הקומפלקסי ניתן לעבוד רק עם החלק התלוי במרחב (או השדה ב-$t=0$) ובסוף להכפיל את הפונקציה ב- $e^{-i\omega t}$ בשביל לקבל את התלות בזמן.

יחס הדיספרסיה - הקשר בין התדירות למספר הגל:

$$\omega = uk$$

אם היחס לא לינארי אז צריך להבדיל בין מהירות הפאזה למהירות החבורה:

$$u_{ph}=\frac{\omega}{k}\ ,u_g=\frac{d\omega}{dk}$$

נושא 3: גל אלקטרומגנטי מישורי

רקע:

הצורה הכללית של הפתרון ההרמוני:

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cdot\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)$$

כאשר:

וקטור הגל - $\vec{k}=k_x\hat{x}+k_y\hat{y}+k_z\hat{z}$

$$\vec{k}\cdot\vec{r}=k_xx+k_yy+k_z$$

הערות – תמיד אפשר להוסיף גם פאזה.

יחס הדיספרסיה בגל: $\omega=u|k|=u\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2}$.

הכיוון של $\vec{k}$ הוא כיוון התקדמות הגל ובגל מישורי תמיד $\vec{E}\perp\hat{k}$.

לכיוון של $\vec{E}$ (המסומן בדר"כ ב-$\hat{n}$) קוראים כיוון הקיטוב של הגל.

השדה המגנטי בגל:
כיוון השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי ולכיוון התקדמות הגל.
התלות בזמן ובמרחב של השדה המגנטי זהה לזו של השדה החשמלי.
(אותו קוסינוס עם אותו ארגומנט).

$$\vec{B}=\frac{1}{u}\hat{k}\times\vec{E}=\frac{\vec{k}\times\vec{E}}{\omega}$$

העכבה של התווך: $\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

בריק: $\eta=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=\eta_0=120\pi$

$$\vec{H}=\frac{1}{\eta}\hat{k}\times\vec{E},$$

$$\vec{E}=-\eta\hat{k}\times\vec{H}$$

וקטור פוינטינג (האנרגיה שהגל נושא) - כמות אנרגיה ליחידת שטח ליחידת זמן.

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

בנוסחה מציבים את הביטוי הממשי של השדות.

הכיוון של $\vec{S}$ הוא בכיוון של $\hat{k}$ (כיוון התקדמות הגל).

הממוצע של הוקטור פוינטינג בזמן (נקרא גם **העוצמה** של הגל):

$$\vec{S}_{Avg} = \langle \vec{S} \rangle = \mathrm{Re}\left\{\frac{\tilde{\vec{E}} \times \tilde{\vec{H}}^*}{2}\right\}$$

$\tilde{\vec{E}}$ ו- $\tilde{\vec{H}}$ הם הייצוג הקומפלקסי של השדות.

המרה של הנגזרות בזמן ובמרחב:

$$\frac{\partial}{\partial t} \to -\mathrm{i}\omega$$

$$\vec{\nabla} \to \mathrm{i}\vec{k}$$

שאלות:

1) **דוגמה - חישוב כל הגדלים הבסיסיים**

השדה החשמלי של גל א"מ המתקדם בחומר לא מגנטי נתון בביטוי הבא: $\vec{E} = 4\pi \cos(10^9 t - 6x)\hat{y}\frac{mV}{m}$.

א. מהו התדר של הגל ומהו אורך הגל?

ב. מהו מקדם השבירה והקבוע הדיאלקטרי של החומר?

ג. מהו $\vec{H}$ ומהו וקטור פוינטינג הממוצע?

2) **דוגמה 2 - חישוב כל הגדלים 2**

השדה: $\frac{3\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{10}} \cdot H_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)}$ מתפשט בתווך לא מגנטי.

מצאו את:

א. וקטור הגל ואורך הגל.

ב. תדר הגל.

ג. מהירות הגל בתווך ומקדם השבירה.

ד. המקדם הדיאלקטרי והעכבה.

ה. השדה החשמלי.

תשובות סופיות:

1) א. $\lambda = \frac{\pi}{3} m$, $f = 1.59 \cdot 10^8 Hz$.

ב. $\varepsilon_r = 3.24$, $n = 1.8$.

ג. $\vec{S}_{AVg} = 12\pi \cdot 10^{-8} \hat{x}$, $\vec{H} = 6 \cdot 10^{-5} \cos\left(6x - 10^9 t\right) z \frac{A}{m}$.

2) א. $\lambda = \frac{1}{\sqrt{10}} m$, $\vec{K} = 2\pi(1, -3, 0)$.

ב. $f = 5 \cdot 10^7 Hz$.

ג. $n = 18.97$, $u = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot 10^6 \frac{m}{\sec}$.

ד. $\eta = 2\pi \cdot \sqrt{10}$, $\varepsilon_r = 360$.

ה. $\vec{E}(x, y, t) = -2\pi \cdot \sqrt{10} \cdot H_0 e^{i\left(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t\right)} \hat{z}$.

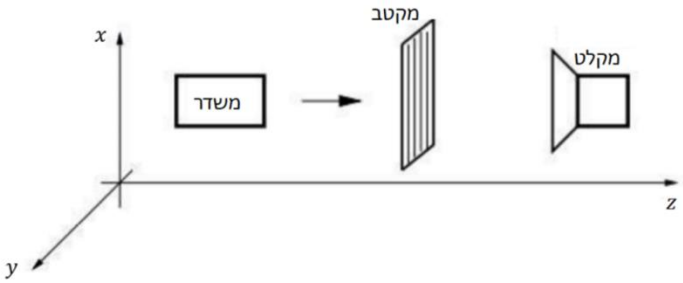
נושא 4 : קיטוב מעגלי ואליפטי

רקע:

הקיטוב של הגל נקבע על ידי כיוון השדה החשמלי (לא לבלבל עם כיוון הגל).
מקטב - מודד את הקיטוב של הגל.
קיטוב לינארי - כיוון השדה קבוע.
קיטוב מעגלי ימני - רכיב y מפגר אחרי רכיב x ב-$90°$.
כלומר הפאזה של רכיב y פחות הפאזה של רכיב x שווה $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
השדה מסתובב נגד השעון או בהתאם לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z.
קיטוב מעגלי שמאלי - רכיב y מקדים את רכיב x ב-$90°$.
($\varphi = -\frac{\pi}{2}$ השדה מסתובב עם השעון או הפוך לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z).
קיטוב אליפטי - מתקבל כאשר יש הפרש פאזה של $90°$ והאמפליטודה של הרכיבים שונה או אם הפרש הפאזה שונה מ-$90°$.

שאלות:

1) **דוגמה חשובה - שינוי עוצמה ממקטבים**
נתונה המערכת הבאה:



במערכת ,המשדר יכול לייצר גל הנע בכיוון z בכל קיטוב שנרצה.
והמשדר יכול למדוד גל בכל קיטוב שמגיע אליו.
המקטב מורכב מרשת מתכתית כפי שמתואר באיור.
כיוון המקטב מוגדר לפי כיוון הרכיב של השדה שעובר, כלומר במאונך לרשת.

א. עבור המצב של המקטב בתמונה נתון כי המקלט אינו קולט סיגנל.
רשמו את פונקציית הגל שמייצר המשדר.

ב. עבור אותו גל מוסיפים לפני המקטב הקיים מקטב זהה נוסף בזווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x.
מה היחס בין העוצמה שימדוד הגלאי לעוצמה שיוצאת מהמשדר?

2) דוגמה - קיטוב לינארי ומעגלי

מצאו את הקיטוב של השדה במקרים הבאים.

עבור קיטוב לינארי רשמו את כיוון הקיטוב וזווית הקיטוב.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 3E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos(kz + \omega t)\,\hat{x} + E_0 \cos\left(kz + \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ד. $\vec{H} = H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

3) דוגמה - קיטובים אליפטים וערכים מקסימאלים

מצאו את הקיטוב של הגלים הבאים.

אם הקיטוב אליפטי, מצאו את הערך המקסימאלי של השדה החשמלי ואת זווית ההטיה של הציר הראשי של האליפסה.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ד. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + \frac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

4) קיטוב אליפטי הוא סכום של קיטובים מעגליים

הוכיחו כי ניתן לייצג גל בעל קיטוב אליפטי בעזרת סכום של גל בעל קיטוב מעגלי ימני וגל בעל קיטוב מעגלי שמאלי.

5) קיטוב מעגלי כסכום של קיטובים אליפטיים

הוכיחו כי גל בעל קיטוב מעגלי הינו סופרפוזיציה של שני גלים בעלי קיטוב אליפטי בכיוונים הפוכים.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}(z,t)=E_0\hat{x}\cos(kz-\omega t)$ ב. $\frac{3}{16}$

2) א. קיטוב ליניארי, θ=72° , $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{10}}(1,3)$.

ב. קיטוב מעגלי שמאלי. ג. קיטוב מעגלי ימני.

ד. קיטוב ליניארי, $\theta=-45°$, $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1)$.

3) א. קיטוב ליניארי, θ=26.6° , $\hat{n}=\frac{(1,2)}{\sqrt{5}}$.

ב. קיטוב אליפטי, $\theta=\frac{\pi}{2}$, $E_{max}=2E_0$.

ג. קיטוב אליפטי, $\theta=45°$, $E_{max}=1.7E_0$.

ד. קיטוב אליפטי, $\theta=21.7°$, $E_{max}=1.27E_0$.

4) הוכחה.

5) הוכחה.

נושא 5: פגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי

רקע:

כאשר גל הנע בתווך אחד פוגע בשפה של תווך אחר נקבל גל עובר וגל מוחזר תדירות כל הגלים זהה ושווה לתדירות המקוראת אמפליטודות הגל העובר והגל המוחזר נקבל מתנאי השפה.

$$B_{2\perp} = B_{1\perp} \qquad D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma_{free}$$

$$H_{2||} - H_{1||} = k_{\text{free}} \qquad E_{2||} = E_{1||}$$

σ_{free} - היא צפיפות המטען המשטחית והחופשית על השפה

k_{free} - צפיפות הזרם המשטחי והחופשי על השפה

בפגיעה ישרה (או פגיעה בניצב) לשני השדות רכיב מקביל לשפה בלבד.

בתווך דיאלקטרי: $\sigma_{free} = \mathrm{k}_{free} = 0$

הקשר בין האמפליטודות:

$$\frac{E_{\text{to}}}{E_{\text{io}}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$\frac{E_{\text{ro}}}{E_{\text{io}}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

<u>השוויון השני נכון רק אם</u>: $\mu_1 = \mu_2$ (זה המצב ברוב המקרים).

לא לבלבל בין n ל-η.

מקדם העברה:

$$\tau = \frac{E_t}{E_0}$$

מקדם החזרה:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_0}$$

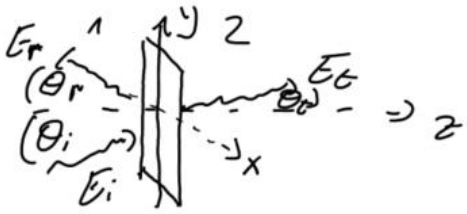
בפגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי:

$$1 + \Gamma = \tau$$

נושא 6: פגיעה בזווית בתווך דיאלקטרי

רקע:

מישור השפה בין החומרים (מישור xy באיור).
מישור הפגיעה הוא המישור של וקטורי הגל (מישור yz באיור).



משיקולי סימטריה k_y זהה לכל הגלים.

$$\theta_i = \theta_r$$

חוק סנל: $\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{u_t}{u_i} = \frac{n_i}{n_t}$

אם: $n_i > n_t$ אז קיימת **זווית קריטית**.
אם זווית הפגיעה גדולה מהזווית הקריטית אז לא יהיה גל עובר או תהיה החזרה מלאה:

$$\theta_c = shiftsin\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

משוואות פרנל:
עבור פגיעה בזווית עם קיטוב אנכי (השדה החשמלי מאונך **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{\perp} = \frac{E_{r_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{n_1\cos\theta_i - \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{\perp} = \frac{E_{t_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{\perp} = \tau^{\perp}$$

עבור פגיעה בזווית עם קיטוב מקבילי (השדה החשמלי מקביל **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{||} = \frac{E_{r_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}} = \frac{\eta_2 \cos\theta_t - \eta_1 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} = \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{||} = \frac{E_{t_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} = \frac{2n_1 n_2 \cos\theta_i}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{||} = \tau^{||} \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

זווית ברוסטר היא הזווית שבה יש העברה מלאה (ואין החזרה).

זווית ברוסטר בקיטוב מקבילי:

$$\sin^2\theta_B{}^{||} = \frac{1 - \frac{\mu_t \varepsilon_i}{\mu_i \varepsilon_t}}{1 - \left(\varepsilon_t/\varepsilon_i\right)^2}$$

אם: $\mu_2 \approx \mu_1$ אז:

$$\sin\theta_B{}^{||} = \frac{1}{1 + \varepsilon_i/\varepsilon_t}$$

$$\tan\theta_B{}^{||} = \frac{n_t}{n_i}$$

בקיטוב אנכי:

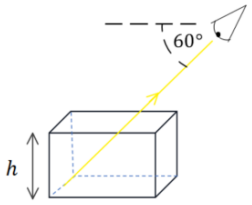
$$\sin^2\theta_B{}^{\perp} = \frac{1 - \frac{\mu_i \varepsilon_t}{\mu_t \varepsilon_i}}{1 - \left(\mu_i/\mu_t\right)^2}$$

* מאוד נדיר למצוא חומרים שקיימת עבורם זווית ברוסטר בקיטוב אנכי.

שאלות:

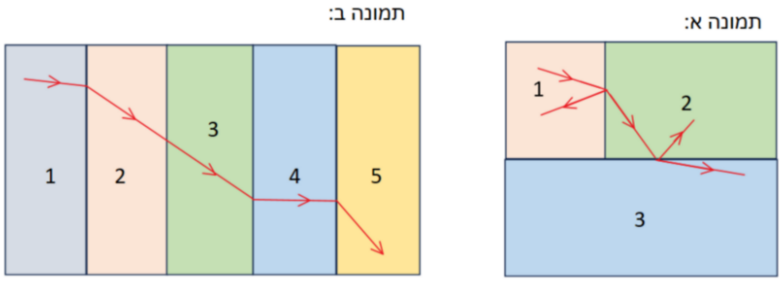
1) תרגיל - צופה מסתכל על תיבה

לתיבת זכוכית ריקה גובה של $h = 6cm$. צופה מסתכל על התיבה, כאשר הוא מוריד את ראשו בזווית של 60 מעלות מתחת לאופק הוא רואה בדיוק את קצה הבסיס הרחוק של התיבה. ממלאים את התיבה בשמן $n = 1.54$.
איזה נקודה בבסיס התיבה יראה הצופה?
(מצאו את מרחק הנקודה מהקצה הרחוק של בסיס התיבה).



2) תרגיל - שבירה דרך מספר חומרים

בתמונות הבאות מתוארים חומרים בעלי מקדמי שבירה שונים.
גל עובר דרך השכבות כמתואר באיורים. הניחו שהתמונות מדויקות.
דרגו את מקדמי השבירה של החומרים השונים, בכל תמונה, מהקטן לגדול (אין קשר בין התמונות).



3) דוגמה - גל פוגע בזווית במים

גל אלקטרומגנטי מישורי נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית בפני הים.
הקבוע הדיאלקטרי של מי ים הוא בערך 80. (הניחו שהמים מתנהגים כמבודד).

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור גל בקיטוב מקבילי.

גל המקוטב אנכית פוגע בפני הים בזווית שחישבתם בסעיף א.

ב. מהי זווית ההעברה של הגל?

ג. מה הם מקדמי ההעברה וההחזרה?

4) תרגיל - שבירה במעברים עם זווית קריטית וברוסטר

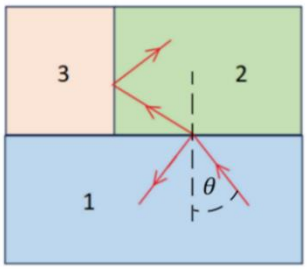
אור נכנס מחומר 1 ועובר שבירה במעבר לחומר 2 כך שחלקו מוחזר וחלקו מועבר, ראו איור. הקרן שהועברה ממשיכה עד לפגיעה בחומר 3 שם היא פוגעת בו בזווית הקריטית ומבצעת החזרה מלאה.

נתון: $n_1 = 1.5,\ n_2 = 1.3,\ n_3 = 1.1$.

א. מהי הזווית θ שבאיור?

ב. האם צריך להגדיל או להקטין את הזווית θ כך שהאור לא יבצע החזרה מלאה וייכנס לחומר 3?

ג. האם האור יעבור לחומר 3 בהינתן ש-θ היא זווית ברוסטר למעבר בין חומר 1 לחומר 2? (הניחו כי הפרמביליות זהה).



5) תרגיל - גלים בין שני מקטבים

גל בעל קיטוב בכיוון x ואמפליטודה של השדה החשמלי E_0 נע בכיוון z.

הגל עובר דרך שני מקטבים הראשון בעל קיטוב בזווית 20 מעלות עם ציר x והשני בזווית 60 מעלות עם ציר x. בכל הסעיפים ניתן להזניח החזרות מרובות.

א. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל העובר את המקטב הראשון?

ב. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל העובר את המקטב השני? רשמו ביטוי לגל זה.

ג. בהנחה שהמקטב השני הוא מקטב רשת המחזיר את הרכיב המקביל ללא איבוד אנרגיה לחום. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל המוחזר מהמקטב השני?

6) תרגיל - מקטב מערימה של משטחי זכוכית

דרך פשוטה ויעילה לבנות מקטב היא להשתמש בערימה של משטחי זכוכית מיקרוספקופים עם מרווחים ביניהם. הרעיון הוא לנצל את ההבדל בין מקדמי ההעברה של הרכיב המקביל והמאונך. בזווית ברוסטר ישנה העברה מלאה של הרכיב המקביל בעוד שרק חלק מהרכיב המאונך עובר , כלומר זהו סוג של מקטב. נניח שיש לנו חתיכה אחת של זכוכית והפגיעה בה היא בזווית ברוסטר.

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור הפגיעה בזכוכית (מאוויר) בעלת מקדם שבירה $n = 1.46$ (מקדם השבירה תלוי באורך הגל , הניחו שזה מקדם השבירה עבור אורך הגל שבבעיה וכי הפרמביליות אחידה).

ב. מצאו את זווית ההעברה , האם היא תלויה בקיטוב?

ג. הראו כי זווית הפגיעה ביציאה מהזכוכית היא זווית ברוסטר לאותו מעבר.

ד. מצאו את מקדמי ההעברה לכל רכיב ($\tau^{\perp}$, $\tau^{\parallel}$) עבור היציאה מהזכוכית.

מקדמי ההחזרה וההעברה של האנרגיה עבור שני הרכיבים מוגדרים באופן הבא: $T = \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i}|\tau|^2$.
מקדם ההעברה הכולל הוא מכפלה של מקדם ההעברה בכניסה של האור לזכויות במקדם ההעברה של היציאה של האור מהזכוכית.
ניתן להזניח החזרות מרובות.

ה. מהו מקדם ההעברה הכולל של האנרגיה עבור כל רכיב.

ו. נגדיר את יעילות המקטב לפי: $e = \frac{T^{\parallel}}{T^{\perp}}$ לכמה שכבות נזדקק על מנת להגיע ליעילות של $e = 10^4$

תשובות סופיות:

1) 1.4cm.

2) תמונה א: $n_1 > n_2 > n_3$, תמונה ב: $n_5 < n_3 = n_2 < n_1 < n_4$.

3) א. $\theta_B = 84°$. ב. $\theta_t = 6.4°$.

ג. $\tau^{\perp} = 0.025$, $\Gamma^{\perp} = -0.975$.

4) א. $\theta \approx 27.5°$ ב. צריך להגדיל את טטה. ג. האור ייכנס.

5) א. $E_0 \cos(20°)$ בכיוון: $\cos(20°)\hat{x} + \sin(20°)\hat{y}$.

ב. $\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(20°)\cos(40°)\left(\cos(60°)\hat{x} + \sin(60°)\hat{y}\right)\cos(kz - \omega t)$.

ג. $E_0 \cos(20°)\sin(40°)$ בכיוון: $\cos(30°)\hat{x} - \sin(30°)\hat{y}$.

6) א. $\theta_B \approx 55.6°$ ב. $\theta_t \approx 34.4°$ לא תלויה בקיטוב.

ג. $\tau^{\perp} = 1.36$ $\tau^{"} = 0.685$ ד. $\tau^{\perp} = 0.754$ $\tau^{"} = 1$ ה. 33

נושא 7: פגיעה במוליך מושלם

רקע:

במוליך מושלם השדות בתוך המוליך מתאפסים תנאי השפה:

$$H_{1||} = -k_{\text{free}}$$

$$E_{1||} = 0$$

בפגיעה ישרה מתקבל **גל עומד**.
יש הפרש פאזה של 90 בין השדה החשמלי למגנטי
בפגיעה בזווית:

$$\theta_i = \theta_r$$

צריך לחלק לקיטוב מקביל או מאונך למישור הפגיעה אבל בשני המקרים מקבלים גל עומד בכיוון z (בכיוון מאונך לשפה) וגל מתקדם בכיוון y (בכיוון מקביל לשפה).

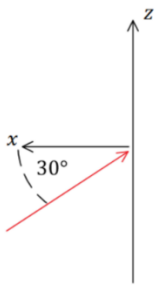
שאלות:

1) תרגיל - גל פוגע במראה בזווית

גל אלקטרו מגנטי מתקדם במישור xz עם זווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x כפי שמתואר באיור. לגל כיתוב בכיוון y. הגל פוגע במראה מישורית הנמצאת במישור zy ומוחזר ממנה.

א. כתבו את $\hat{k}$ עבור הגל הפוגע והמוחזר.

ב. מהו הכיוון של השדה החשמלי והמגנטי של הגל המוחזר?



תשובות סופיות:

1) א. $\hat{k}_r = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$, $\hat{k}_i = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$ ב. $\hat{E} = -\hat{y}$ ג. $\hat{B}_r = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{z} + \frac{1}{2}\hat{x}$

נושא 8: גלים במוליך לא אידיאלי

רקע:

התפלגות המטען הנפחית דועכת וכל המטען נע לכיוון השפה.
הזמן האופייני של דעיכת הצפיפות הנפחית הוא

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

σ - היא המוליכות.

במוליך מושלם: $\sigma \to \infty$ ו- $\tau \to 0$
במוליך לא מושלם מסתכלים על היחס בין זמן הדעיכה לזמן המחזור.
טיב המוליכות תלוי בתדר (עבור תדרים מסוימים החומר יהיה מוליך טוב ועבור תדרים אחרים מוליך לא טוב).

מוליך טוב $\tau \ll \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \gg 1$
מוליך גרוע $\frac{1}{\omega} \ll \tau$ או $1 \gg \frac{\sigma}{\varepsilon\omega}$
משוואות מקסוול במוליכים:

$$1)\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 0$$

$$2)\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$3)\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$4)\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon + \mathrm{i}\frac{\sigma}{\omega}$$

המשוואה והפתרון נשארים כמו במקרה של תווך דיאלקטרי רק ש: $\varepsilon \to \varepsilon_{eff}$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_{\text{eff}}} \to k = k_R + \mathrm{i}k_I$$

עבור גל המתקדם בכיוון $\hat{z}$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-k_I z}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_R z - \omega t)}$$

מהירות הפאזה:

$$u = \frac{\omega}{k_R}$$

עומק החדירה:

$$d = \frac{1}{k_I}$$

העכבה הופכת למורכבת:

$$\eta_{eff} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{eff}}} = |\eta| e^{i\varphi}$$

φ - הפרש פאזה בין השדה המגנטי לחשמלי.

שאלות:

1) דוגמה - גלי סונר ורדיו מתפשטים בים

גל אלקטרומגנטי בעל קיטוב לינארי מתפשט בתוך מי ים.

המוליכות הסגולית של מי ים היא: $\sigma \approx 4 \frac{1}{\Omega \cdot m}$ והמקדם הדיאלקטרי היחסי הוא: $\varepsilon_r \approx 80$. הניחו כי הגל מתפשט בכיוון z וכי האמפליטודה של השדה החשמלי היא: E_0.

מצאו את הגדלים הבאים עבור גלי רדיו: $f = 10^7 Hz$, ועבור גלי סונר: $f = 10^3 Hz$.

א. עומק החדירה, אורך הגל, ומהירות הגל.

ב. השדה החשמלי ו-$\vec{H}$.

ג. הוקטור פוינטינג.

ד. כמות יחסית של אנרגיה הנקלטת בצוללת בעומק של 15 מטר מתחת לפני הים.

2) ציפוי כסף למיקרוגל

מיקרוגל פועל בתדרים של $10^{10} Hz$. על מנת שקרינה לא תצא מהמיקרו יש לעטוף אותו בשכבת מתכת (כלוב פארדיי).

העריכו מה צריכה להיות עובי השכבה כך שלא תהיה יציאה של קרינה מהמיקרו אם המתכת היא כסף.

למה לדעתכם לא משתמשים בכסף ליצירה של שכבת הגנה במיקרו?

ההתנגדות הסגולית של כסף היא: $\rho = 1.59 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

תשובות סופיות:

1) א. רדיו: $d=0.08m\ ,\ \lambda=0.5m\ ,\ u=5\cdot10^6\ \frac{m}{\sec}$.

סונר: $d=8m\ ,\ \lambda=50m\ ,\ u=5\cdot10^4\ \frac{m}{\sec}$.

ב. רדיו: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t\right)}\hat{x}\ ,\ \vec{H}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

סונר: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^{-2}z-2\pi\cdot10^3t\right)}\hat{x}\ ,\ \vec{H}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^2z-2\pi\cdot10^3t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

ג. רדיו: $\vec{S}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{0.04}}\hat{z}$. סונר: $\vec{S}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{4}}\hat{z}$.

ד. רדיו: 0%.

סונר: 2.35%.

2) $3\mu m\sim$ עובי השכבה. כסף היא מתכת יקרה.

נושא 9 : פגיעה בזווית במוליך לא מושלם

רקע:

מאותם שיקולי סימטריה לציר y שהיו במעבר בין חומרים דיאלקטרים k_y זהה לכל הגלים.
מכאן שזווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה וחוק סנל ממשיך להתקיים
מכיוון ש- k_y מגיע מהחומר הדיאלקטרי הוא חייב להיות ממשי ולא תלוי במוליכות
הדעיכה נובעת ותלויה רק ברכיב המדומה של k_z.
<u>במקרה של מוליך טוב</u>

הגל העובר יהיה רק במאונך לשפה ($\theta_t = 0$)

הרכיבים של השדות המאונכים לשפה לא חודרים למוליך.

מקבלים את משוואות פרנל עם עכבה אפקטיבית

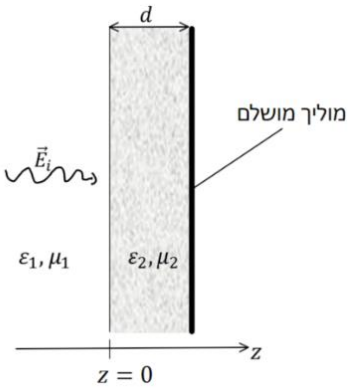
נושא 10: מעבר של יותר מתווך אחד

רקע:

נציב את תנאי השפה עבור כל ממעבר.

שאלות:

1) שכבת חומר דיאלקטרי ליד מוליך מושלם



גל הנע בתווך דיאלקטרי בעל ε_1, μ_1 פוגע בניצב לשכבה בעובי d עם ε_2, μ_2 ומוחזר ממוליך מושלם הנמצא בקצה השכבה, ראו איור. השדה החשמלי של הגל נתון לפי: $\vec{E}_i(z,t) = E_{i0}\,\hat{x}\cos\omega\left(\frac{z}{u} - t\right)$.

מצאו את:

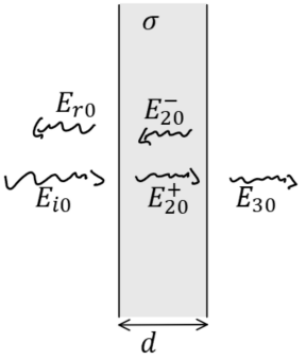
א. $\vec{E}_r(z,t)$.

ב. $\vec{E}_1(z,t)$.

ג. $\langle s_1 \rangle$.

ד. העובי d עבורו לא ניתן יהיה לזהות את השכבה.

2) גל עובר דרך פיסת נחושת



גל אלקטרומגנטי מישורי בתדירות $10\ MHz$ עם אמפליטודה E_{i0} פוגע בניצב לפיסת נחושת ($\sigma = 5.80 \cdot 10^7 \frac{S}{m}$) דקה מישורית בעובי d השווה לעומק החדירה.

הזניחו החזרות מסדר שני ומעלה וחשבו את:

א. האמפליטודות של כל שאר הגלים: $E_{r0}, E_{20}^+, E_{20}^-, E_{30}$ כתלות ב-E_{i0}.

ב. $\frac{\langle s_3 \rangle}{\langle s_{1i} \rangle}$.

3) חישוב כל הגדלים

השדה החשמלי של גל מישורי הנע בתווך הומוגני נתון לפי הביטוי: $\vec{E} = \cos(z + 2\pi \cdot 10^7 t)\hat{y}$ ביחידות של וולט למטר.

א. מהו תדר הגל (בהרץ)?

ב. מהו כיוון התקדמות הגל?

ג. מהו אורך הגל?

בהנחה כי: $\mu = \mu_0$ מצאו את המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר.

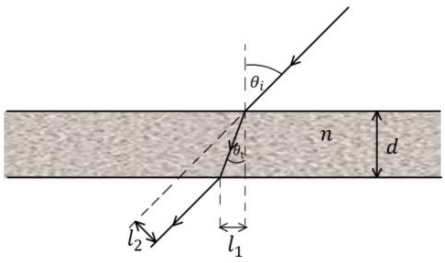
רשמו ביטוי ל-$\vec{H}$.

ד. רשמו ביטוי לווקטור פוינטינג הממוצע בזמן.

4) ציירו קיטוב אליפטי

ציירו את אליפסת הפולריזציה (האליפסה אותה "מצייר" קצהו של ווקטור השדה החשמלי במישור המאונך לכיוון התקדמות הגל כאשר הצופה מודד אותו לאורך זמן בנקודה קבועה) עבור הגל: $\vec{E} = (5\mathrm{i}\hat{x} - \hat{y})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\pi z + \omega t)}$.

5) חישוב הזזה לטרלית (חוק סנל)



קרן אור נעה באוויר ופוגעת בזווית θ_i בחומר שקוף בעובי d בעל אינדיקס שבירה n.

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את המרחק של נקודת היציאה l_1.

ג. מצאו את ההזזה הלטרלית (המרחק l_2 באיור).

6) תרגיל - אלכוהול מזויף

רועי קנה בקבוק יוקרתי של משקה ג'ין ורוצה לוודא שהאלכוהול אינו מזויף. אלכוהול מזויף מכיל כמות גבוה של אתנול במקום מתנול. לרועי יש שני מצביעי לייזר באורכי גל של $532nm$ ו- $638nm$. הוא מכוון את הלייזר בזווית 30 מעלות כלפי מעלה ולמרכז הבקבוק ומודד את הגובה h ממנו יוצאת קרן האור, ראו איור. קוטר הבקבוק הוא 12cm. את מקדמי השבירה של מתנול ואתנול ניתן למצא באינטרנט והקירוב שלהם עבור תחום אורכי גל: $\lambda \in [0.4\mu\mathrm{m}, 0.8\mu\mathrm{m}]$ הוא:

מתנול: $\mathrm{n}(\lambda) \approx -0.8\lambda^3 + 1.8\lambda^2 - 1.4\lambda + 1.7$

אתנול: $\mathrm{n}(\lambda) \approx -0.1\lambda^3 + 0.3\lambda^2 - 0.3\lambda + 1.4$

בנוסחה יש להציב את אורך הגל הנמדד באוויר ב- $\mu\mathrm{m}$.

לצורך הפשטות נניח כי הבקבוק מכיל 100% אתנול או מתנול.

א. ציירו באמצעות מחשב גרף של $\mathrm{n}(\lambda)$ עבור מתנול ואתנול על אותו גרף.

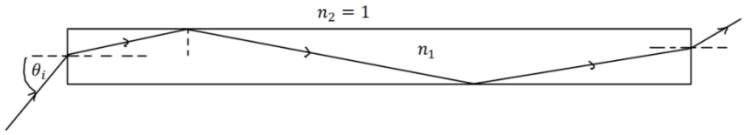
ב. ציירו באמצעות מחשב את זווית ההעברה כתלות ב- λ.
על איזה מהלייזרים תמליצו לרועי להשתמש?

ג. מצאו את הערך של h עבור כל אחד מסוגי החומרים.

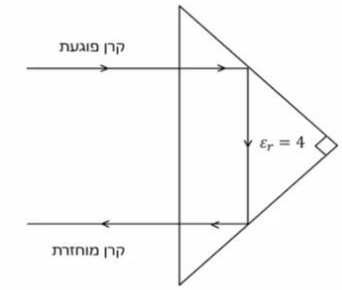


7) גל א"מ לא יוצא מסיב אופטי

סיב אופטי ישר עשוי מחומר דיאלקטרי שקוף בעל אינדקס שבירה n_1.
גל אלקטרו מגנטי נכנס בצידו האחד של הסיב בזווית θ_i ופוגע בדפנות של הסיב במהלך ההתקדמות.
מהו n_1 המינימלי כך שהגל לא יצא מהסיב עד אשר יגיע לקצה השני ללא תלות בזווית הפגיעה θ_i.



8) אור מוחזר מפריזמה משולשת



אור נכנס ומוחזר מפריזמה משולשת העשויה זכוכית.
מסלול קרן האור מתואר באיור.
מהו אחוז עוצמת האור של הקרן המוחזרת.
הניחו $\varepsilon_r = 4$ עבור זכוכית.
הפריזה היא משולש שווה שוקיים וישר זווית.

9) פגיעה ישרה במוליך מושלם

גל הנע באוויר (ריק) בכיוון ציר z פוגע פגיעה ישירה במוליך מושלם (שפת המוליך היא מישור xy). אמפליטודת השדה החשמלי של הגל היא: $6\ m\frac{V}{m}$ והתדירות היא: $100\ MHz$.

א. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל הפוגע והגל המוחזר.
ב. רשמו ביטוי לשדה החשמלי הכולל .
ציינו במפורש מה גודל השדה הנמדד כתלות בזמן ובמרחב.
ג. מצאו את המיקום הכי קרוב למוליך שבו השדה החשמלי מתאפס.

10) גל מקוטב מעגלית פוגע במוליך מושלם

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון לפי: $\vec{E}(z) = E_{i0}(\hat{x} - i\hat{y})e^{ikz}$.
הגל פוגע פגיעה ישרה במוליך מושלם כך ששפת המוליך היא במישור $z = 0$.

א. מהו סוג הקיטוב של הגל? במקרה של קיטוב מעגלי או אליפטי ציינו גם אם הקיטוב ימני או שמאלי.
ב. מצאו את הקיטוב של הגל המוחזר.
ג. מהו הזרם המושרה במוליך?
ד. רשמו ביטוי מפורש לשדה החשמלי הנמדד כתלות במרחב ובזמן.

11) גל פוגע בזווית במוליך מושלם

גל מישורי בתדירות ω נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית במוליך מושלם.
זווית הפגיעה היא θ_i וקיטוב הגל מאונך למישור הפגיעה.
אמפליטודת השדה החשמלי היא E_{i0} .

א. מצאו את הזרם על שפת המוליך כתלות בזמן ובמרחב.

ב. מצאו את הממוצע בזמן של הוקטור פוינטינג.

12) גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב מקבילי

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון
לפי: $\vec{E}_i(x,z) = 10e^{i(6x+8z)}\hat{y}\frac{V}{m}$.
הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור $z = 0$.

א. מהם אורך הגל והתדירות?

ב. רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו-H הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.

ג. מהי זווית הפגיעה?

ד. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל המוחזר.

ה. רשמו את השדה החשמלי ואת H השקולים באוויר.

13) גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב אנכי

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון
לפי: $\vec{E}_i(x,z) = 5(\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z})e^{-i6(\sqrt{3}y-z)}\frac{V}{m}$.
הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור $z = 0$.

א. מהם אורך הגל והתדירות?

ב. רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו-H הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.

ג. מהי זווית הפגיעה?

ד. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל המוחזר.

ה. רשמו את השדה החשמלי ואת H השקולים באוויר.

14) גלי רדיו בנחושת

מצאו את אורך הגל ומהירות הפאזה של גל רדיו בתדר של 1MHz המתפשט בנחושת.
השוו לתוצאה המתקבלת באוויר (או ריק).
המוליכות של נחושת היא: $59.6 \cdot 10^6(\Omega \cdot m)^{-1}$ ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

15) כמה עמוק חודרת קרינת הפלאפון למח

המוליכות של עצם הגולגולת היא בערך : $0.15\frac{S}{m}$ ($S=siemens=\frac{1}{\Omega}$) והמקדם הדיאלקטרי הוא בערך 12. עבור רקמת המוח עצמה המוליכות היא בקירוב $1\frac{S}{m}$ והמקדם הדיאלקטרי הוא בקירוב 50 (קרוב למים).
העריכו את עומק החדירה של קרינת ה-4g המשודרת בתדרים בסביבות ה-$1GHz$.
מה יהיה השינוי בעומק החדירה עבור קרינת ה-5g המשודרת בתדרים של כ-$30GHz$ (בפועל התוצאה נמוכה פי 10 כי המקדם הדיאלקטרי והמוליכות גם משתנים עם שינוי התדר).

16) גל פוגע בזווית במי ים

גל בעל תדירות של $10\ kHz$ המקוטב במקביל למישור הפגיעה נע באוויר ופוגע בזווית בשפה של המים באוקיינוס.
זווית הפגיעה היא : $88°$, $\varepsilon_r = 80$, $\mu_r = 1$ ו- $\sigma = 4\frac{S}{m}$.

א. מצאו את זווית ההעברה.
ב. מצאו את מקדם ההעברה $\tau^{||}$.
ג. את היחס $\frac{\langle s_t \rangle}{\langle s_i \rangle}$ על השפה ($\langle s \rangle$ הוא הממוצע בזמן).
ד. ואת המרחק שבו עוצמת השדה יורדת ב-30dB (דציבל).

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}_r(z,t)=E_{i0}\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\hat{x}$ כאשר $\tan\theta=\frac{\eta_2}{\eta_1}\tan(K_2d)$.

ב. $\vec{E}_1(z,t)=E_{i0}\hat{x}\left[\cos(K_1z-\omega t)+\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\right]$.

ג. $\langle S_1\rangle=0$.

ד. $d=\frac{\pi n}{\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}$.

2) א. $\frac{E_{20}^{-}}{E_{i0}}\approx(-2.49+4.53i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{20}^{+}}{E_{i0}}\approx(1.90+0.140i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{r0}}{E_{i0}}\approx-1+4.67\cdot10^{-6}i$.

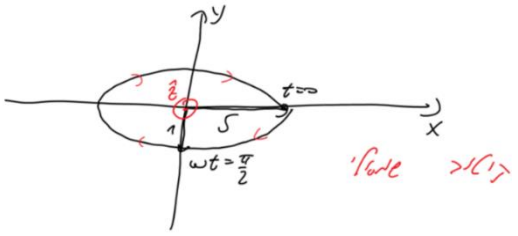
ב. $\frac{E_{30}}{E_{i0}}\approx(-2.70+4.90i)\cdot10^{-6}$.

ג. $\frac{\langle S_3\rangle}{\langle S_1\rangle}=3.13\cdot10^{-11}$.

3) א. $f=10^7\,Hz$. ב. בכיוון $-\hat{z}$. ג. $\lambda=2\pi m$. ד. $\varepsilon_r=22.8$.

ה. $\vec{H}(z,t)=\frac{1}{8\pi^2}\cos(z+2\pi\cdot10^7t)\hat{x}$. ו. $\vec{S}_{AVg}=-\frac{\hat{z}}{16\pi^2}$.

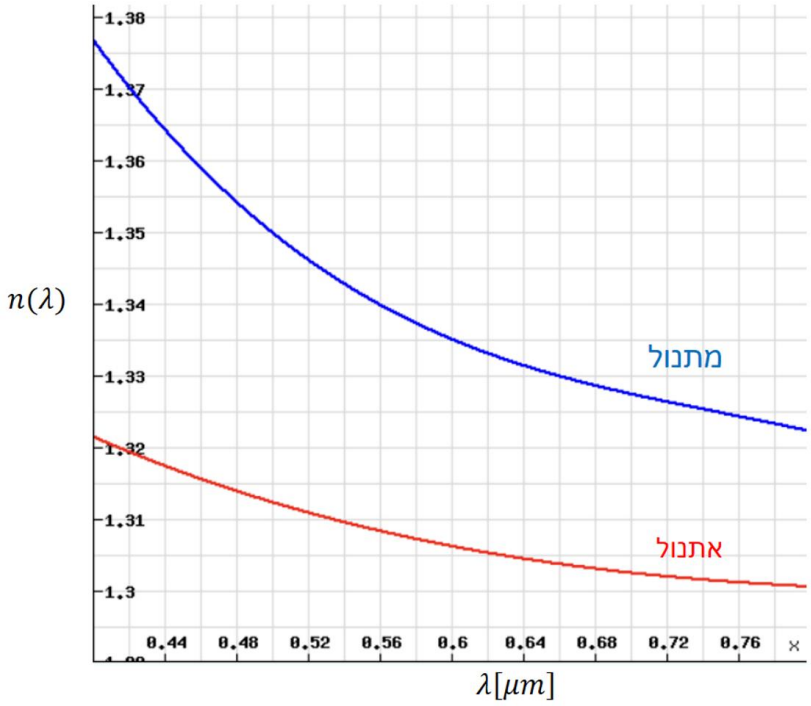
4) שרטוט:



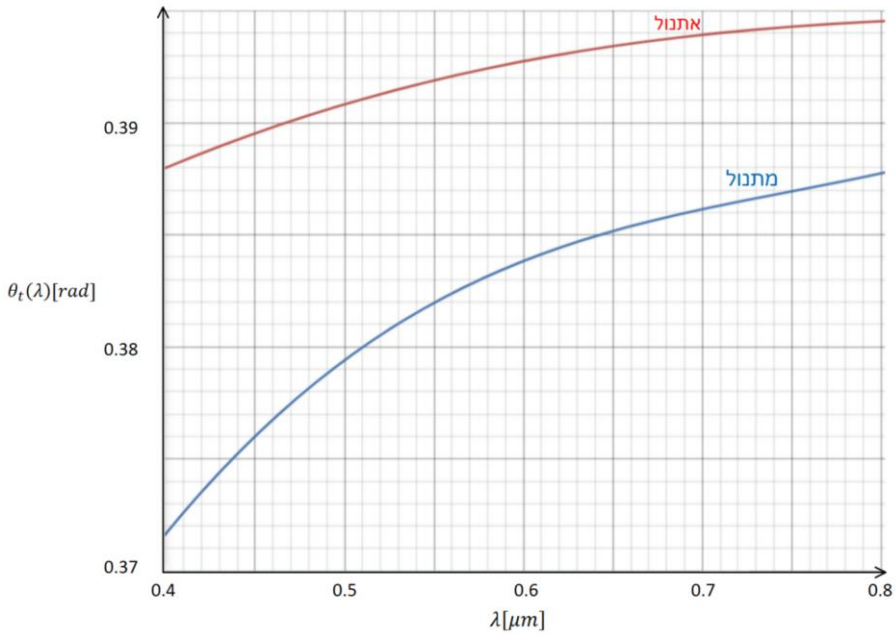
5) א. $\sin\theta_t=\frac{1}{n}\sin\theta_i$. ב. $l_1=\frac{d\sin\theta_i}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}$.

ג. $l_2=d\sin\theta_i\left(1-\frac{1}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}\right)$.

6) א. שרטוט:



ב. בלייזר של ה-532 ננומטר.



ג. אתנול – 4.83cm , מתנול - 4.96cm.

7) $\sqrt{2}$.

8) 79%.

9) א. $\vec{E}_i = 6\cdot10^{-3}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{x}$, $\vec{H}_i = \frac{6\cdot10^{-3}}{120\pi}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{y}$.

ב. $\vec{E}_T = 12\cdot10^{-3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}z\right)\sin\left(2\pi\cdot10^8 t\right)$.

ג. $-\frac{3}{2}m$.

10) א. קיטוב מעגלי שמאלי. ב. מעגל ימני. ג. $\vec{J}_S = \frac{2E_{i0}}{\eta_0}\left(\hat{x}-i\hat{y}\right)$.

ד. $\vec{E}_1\left(z,t\right) = 2E_{i0}\sin\left(kz\right)\left(\sin\left(\omega t\right)\right)\hat{x}+\cos\left(\omega t\right)\hat{y}$.

11) א. $\vec{J}_S\left(y,t\right) = \frac{E_{i0}}{60\pi}\cos\theta_i\cos\left(\frac{\omega}{c}\sin\theta_i y-\omega t\right)\hat{x}$.

ב. $\left\langle\vec{S}\right\rangle = \frac{-{E_{i0}}^2}{30\pi}\sin\theta_i\sin^2\left(\frac{\omega}{c}\cos\theta_i z\right)\hat{y}$.

12) א. $f = \frac{3}{2\pi}\cdot10^9\,Hz$, $\lambda = \frac{\pi}{5}m$.

ב. $\vec{H}_i\left(x,z,t\right) = \frac{3\hat{z}-4\hat{x}}{60\pi}\cos\left(6x+8z-3\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_i\left(x,z,t\right) = 10\cos\left(6x+8z-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$.

ג. $\theta_i = 36.9°$.

ד. $\vec{H}_r\left(x,z,t\right) = \frac{-3\hat{z}-4\hat{x}}{60\pi}\cos\left(6x-8z-3\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_r\left(x,z,t\right) = -10\cos\left(6x-8z-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$.

ה. $\vec{E}_1\left(x,z,t\right) = -20\sin\left(8z\right)\sin\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$,

$\vec{H}_1\left(x,z,t\right) = \frac{1}{30\pi}\left(-3\sin\left(8z\right)\sin\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{z}-4\cos\left(8z\right)\cos\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{x}\right)$.

13) א. $f = \frac{1.8}{\pi}\cdot10^9\,Hz$, $\lambda = \frac{\pi}{6}m$.

ב. $\vec{H}_i = -\frac{\hat{x}}{12\pi}\cos\left(6\sqrt{3}+6z+3\cdot6\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_i = 5\left(\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z}\right)\cos\left(6\sqrt{3}y-6z+3.6\cdot10^9 t\right)$.

ג. $\theta = 60°$.

ד. $\vec{H}_r = -\frac{\hat{x}}{12}\cos\left(6\sqrt{3}y+6z+3.6\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_r = 5\left(-\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z}\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+6z+3.6\cdot10^9 t\right)$.

ה. $\vec{E}_1 = 10\left(\sin\left(6z\right)\sin\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{y}\right)+\sqrt{3}\cos\left(6z\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{z}$,

$\vec{H}_1 = -\frac{\hat{x}}{12\pi}\cos\left(6z\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{z}$.

14) $u = 410\frac{m}{\sec}\approx10^{-5}c$, $\lambda = 4.1\cdot10^{-4}m$.

15) $d = 4cm$ עבור ה-5g אין הבדל.

16) א. $\theta_t = 0.03°$. ב. $\tau'' = 7.37 \cdot 10^{-4} e^{-i \cdot 0.778}$. ג. $\frac{\langle S_t \rangle}{\langle S_i \rangle} = 1.03 \cdot 10^{-3}$.

ד. $8.69m$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 18 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 94

הרצאות ותרגילים:

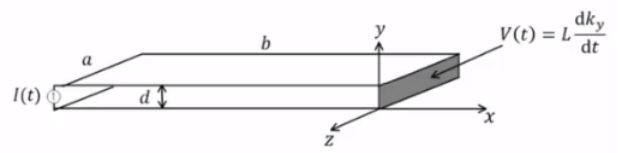
שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a\times b$ ומרחק d ביניהם.
בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t)=I_0\sin(\omega t)$.
בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t)=L\frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.

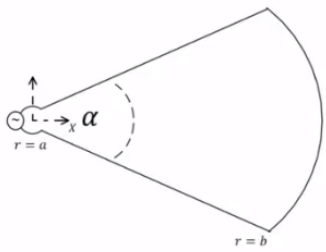
כמו כן: $b>>a>>d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
ה. השווה את $k^{(2)}$ ל-$k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוואזיסטטי (ניתן להניח: $\frac{L}{\mu_0 d}>>b$).
ו. חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
ז. הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



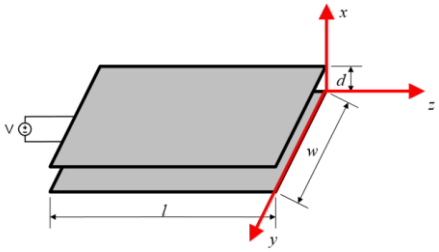
2) גיזרה גלילית

מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב-$\theta=\pm\frac{\alpha}{2}$, $a<r<b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב-$-\frac{\alpha}{2}\le\theta\le\frac{\alpha}{2}$, $r=b$.
הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש-$l>>b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב-z. הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.



א. חשב את: $\vec{H}^{(0)}(r,\theta,t)$.
ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.
ג. חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r,\theta,t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב-$r=a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

3) התכנסות למשוואת מקסוול



נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה.
אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d << l, w$.
בין הלוחות בנקודה $z = -l$, מחובר מקור מתח,
התנהגות המקור ב- $z = 0$ היא: $V(t) = A\cos(\omega t)$
ללא תיקונים מסדר גבוה.
פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקווזיסטטי.

א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.

ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.

ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$.
הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.

ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.

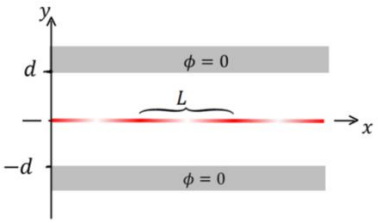
ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$.
מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?

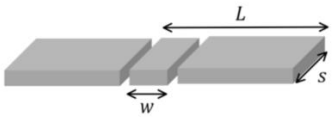
ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.

ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.

ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.

4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים





קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על
מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v.
צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן
היא: $\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$.
הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$.
בהנחה ש- $v << c$ ניתן להשתמש בקירוב
הקווזיסטטי "ולהקפיא את הבעיה" כלומר להתייחס
לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.

ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.

ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L, מתוך החתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב w. מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד.
הנח עומק החתיכה הוא s וכי $w << L$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}^{(0)}=0$, $\vec{H}^{(0)}=-k\hat{z}=-\frac{I}{a}\hat{z}$.

ב. $\mathrm{H}^{(1)}=0$, $E_y^{(1)}=\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ג. $\eta^{(1)}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ד. $K_x^{(2)}=-\frac{\varepsilon_0\mu_0\ddot{I}}{a}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{Lx}{\mu_0 d}+\frac{Lb}{\mu_0 d}-\frac{b^2}{2}\right)$.

ה. $\lambda>>\frac{L}{\mu_0 d}$.

ו. $\vec{S}=\frac{\mu_0\dot{I}I}{Q^2}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)(-\hat{x})$

ז. הוכחה.

2) א. $\vec{H}^{(0)}=-\frac{I}{l}\hat{z}$.

ב. $L=\frac{\mu_0\alpha\left(b^2-a^2\right)}{2l}$.

ג. $E_\theta=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(r-\frac{b^2}{r}\right)$.

ד. $V=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(b^2-a^2\right)\alpha$.

3) א. $\vec{H}^{(0)}=0$, $\vec{E}^{(0)}=-\frac{V}{d}\hat{x}$.

ב. $Kz=-\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z$, $\vec{H}_y^{(1)}=\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z$, $\vec{E}^1=0$.

ג. $\mathrm{C}=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}$, $I=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}\dot{V}$.

ד. $H^{(2)}=0$, $E_x^{(2)}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\ddot{v}}{2d}z^2$.

ה. $I^2=0$, $V^2=\frac{\mu_0 ld}{2w}\ddot{I}$.

ו. $E^{(3)}=0$, $H_y^{(3)}=-\varepsilon_0^2\mu_0\frac{\ddot{V}}{2d}\frac{z^3}{3}$.

ז. ראה סרטון.

ח. הוכחה.

4) א. $\phi_1=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d+y)+\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y+d\right)\right)$,

$\phi_2=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d-y)-\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y-d\right)\right)$,

כאשר $\varphi=-Vt$, $k=\frac{2\pi}{L}$.

ב. $\vec{E}_2=\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y-d\right)\right)\hat{x}+$

$\left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}+\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\cosh\left(k\left(y-d\right)\right)\right)\hat{y}$,

$\vec{E}_1=\frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y+d\right)\right)\hat{x}+$

$\left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0}-\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\cosh\left(k\left(y+d\right)\right)\right)\hat{y}$.

ג. $\bar{P}=\frac{1}{2}I_0^2R$, $q\approx-5\left(\frac{\eta_0\omega}{2}+\frac{\eta_1\omega\cos k\varphi}{2\cosh(kd)}\right)$ כאשר $I_0=\frac{5\omega kv\eta_1}{2\cosh(kd)}$.