שדות אלקטרומגנטיים



תוכן העניינים

1. אנליזה וקטורית 1
2. אינטגרלים משטחיים ושימושיהם 5
3. חוק גאוס- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון 7
4. פוטנציאל- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון 16
5. תנאי שפה לשדה החשמלי 21
6. חוק אמפר-מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון 23
7. תנאי שפה לשדה המגנטי 28
8. בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות 30
9. בעיות שפה בקואורדינטות גליליות 34
10. בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות 37
11. מטעני דמות - שיטת השיקופים 38
12. נגדים, צפיפות זרם ומשוואת הרציפות 46
13. משוואות מקסוואל 53
14. חומרים דיאלקטריים 55
15. הפוטנציאל הוקטורי 59
16. קוואזיסטטיקה 62
17. וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות 65
18. גלים אלקטרו-מגנטיים 68

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 1

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.

5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר a , b , c קבועים נתונים.

א. האם $\vec{A}$ וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: r , θ , z.

6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר a , b , c קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: r , φ , θ.

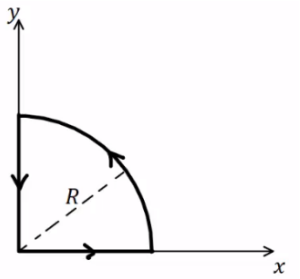
7) divr

חשב את $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla}\cdot\left(f\vec{A}\right)=f\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{A}\cdot\vec{\nabla}f$ כאשר $\vec{A}$ היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

9) אינטגרל קווי על רבע מעגל



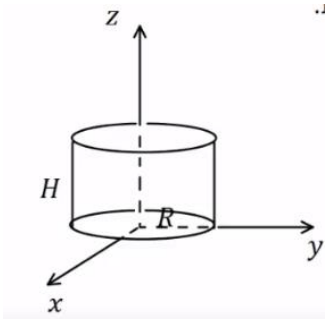
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=2\hat{r}+3\hat{\varphi}-5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.

10) אינטגרל על מעטפת גלילית



נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=ar\hat{r}+b\hat{\theta}+czz$,

בקואורדינטות גליליות, כאשר a , b , c קבועים נתונים.

נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.

11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f=ax^2+by^2+cz^2$.

הוקטור צריך להיות פונקציה של: x , y , z .

12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f\left(x,y,z\right)=2xy$,

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A}=2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla}f$.

ב. מצא את הרכיב של $\vec{A}$ בכיוון של $\vec{\nabla}f$ בנקודה המתאימה ל- $f=12$, $x=2$.

13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=0$.

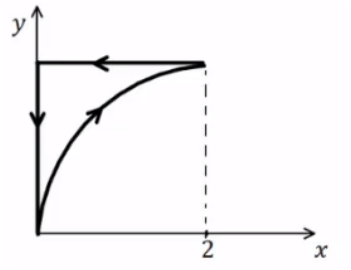
14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A}=y\hat{x}-x\hat{y}$.

א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע"י הקווים הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy:
$(0,0)\to(2,0)\to(0,1)\to(0,0)$.

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך המסלול של סעיף א'.

15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי



נתון שדה וקטורי: $\vec{A}=x^2y\hat{x}+y^2x\hat{y}+C\cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ על המסלול המתואר באיור.

משוואת העקום היא: $y^2=bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע"י המסלול.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$.

2) $V=\frac{4\pi R^3}{3}$.

3) $q=Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$, $\sigma=\frac{Q}{\pi R^2}$.

4) $Q=\rho_0\pi R^3$.

5) א. כן. ב. $A_r=a\cos\theta+b\sin\theta$, $A_Q=-a\sin\theta+b\cos\theta$, $A_z=C$.

6) $A_r=a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+C\cos\varphi$, $A_\varphi=a\cos\varphi\cos\theta+b\cos\varphi\sin\theta-C\sin\varphi$, $A_\theta=-a\sin\theta rb\cos\theta$.

7) $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}=3$.

8) הוכחה.

9) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}=-5R\frac{\pi}{2}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}=-5R\frac{\pi}{2}$.

10) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}=(2a+C)\pi R^2H$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv=(2a+C)\pi R^2H$.

11) $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{(ax)^2+(by)^2+(cz)^2}}(ax,by,cz)$.

12) א. $\vec{\nabla}f=2y\hat{x}+2x\hat{y}+0\cdot\hat{z}$. ב. $\frac{16}{13}(3,2)$.

13) הוכחה.

14) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-2$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot=-2$.

15) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-\frac{1}{21}2^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\frac{2}{5}2^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{2}}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}=\frac{2}{5}2^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{2}}-\frac{2^{\frac{7}{2}}}{21}b^{\frac{1}{2}}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 2 - אינטגרלים משטחיים ושימושיהם

תוכן העניינים

1. אינטגרלים משטחיים מסוג 1 5

אינטגרלים משטחיים מסוג I

שאלות

בשאלות **1-5** חשבו את האינטגרל המשטחי:

1) $\iint_S x^2yzdS$, כאשר S הוא המישור $z=1+2x+3y$,
מעל המלבן $R=[0,3]\times[0,2]$.

2) $\iint_S xdS$, כאשר S הוא המשטח $y=x^2+4z$, $0\le z\le 2$, $0\le x\le 2$.

3) $\iint_S yzdS$, כאשר S הוא המישור $z=y+3$, שכלוא בתוך הגליל $x^2+y^2=1$.

4) $\iint_S \left(x^2z+y^2z\right)dS$, כאשר S הוא חצי הכדור $x^2+y^2+z^2=4$, $z\ge 0$.

5) $\iint_S xyzdS$, כאשר S הוא חלק החרוט $\mathbf{r}(u,v)=u\cos v\mathbf{i}+u\sin v\mathbf{j}+3u\mathbf{k}$,
המקיים $0\le v\le\frac{\pi}{2}$, $1\le u\le 2$.

6) חשבו את **שטח הפנים** של כדור בעל רדיוס R.

7) היריעה הדקה S היא חלק הפרבולואיד $z=x^2+y^2$, שמתחת למישור $z=1$,
וצפיפותה $\delta(x,y,z)=\delta_0$, קבועה.
חשבו את **מסת** היריעה.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) $171\sqrt{14}$
2) $\frac{33\sqrt{33}-17\sqrt{17}}{6}$
3) $\pi\sqrt{2}/4$
4) 16π
5) $93/\sqrt{10}$
6) $4\pi R^2$
7) $\frac{\pi\delta_0}{6}\left(5\sqrt{5}-1\right)$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 3 - חוק גאוס- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

1. הסברים בסיסיים 7
2. תרגול נוסף 12

הסברים בסיסיים:

רקע:

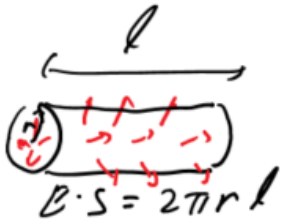
חוק גאוס:

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{in}$$

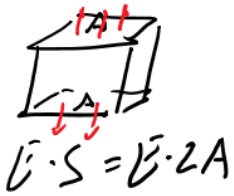
$$Q_{in} = \int \rho \, \mathrm{d}V$$

$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ נקרא השטף של השדה החשמלי ומסומן ב ϕ_E

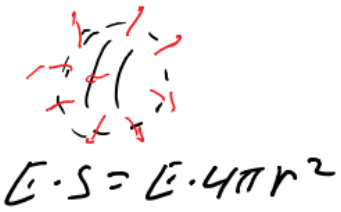
המקרים של חוק גאוס:



1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
במקרים האלו נבנה מעטפת גלילית והשטף יהיה $E2\pi rl$, כאשר l ו- r הם אורך ורדיוס המעטפת.



2. מישור אינסופי.
במקרים האלו נבנה מעטפת בצורת קובייה והשטף יהיה $E2A$, כאשר A זה שטח הפאות המקבילות למשטח.



3. כדור / קליפה כדורית.
במקרים האלו נבנה מעטפת כדורית והשטף יהיה $E4\pi r^2$, כאשר r זה רדיוס המעטפת.

שדה של תיל אינסופי:

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

λ צפיפות מטען ליחידת אורך של התיל.

שדה של מישור אינסופי (דק):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ צפיפות מטען ליחידת שטח של הלוח.

שדה מחוץ לכדור / קליפה כדורית:

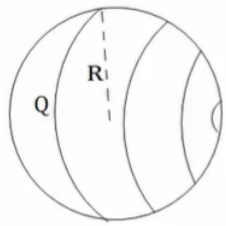
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

כמו מטען נקודתי.

חוק דאוס הדיפרנציאלי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

שאלות:

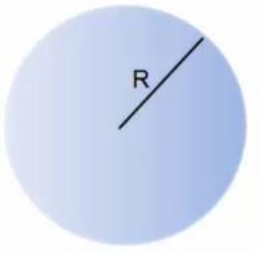


1) שדה של קליפה כדורית

נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R.
מצאו את השדה בכל המרחב.

2) שדה של כדור

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען פחית אחידה ρ.
מצאו את השדה בכל המרחב.



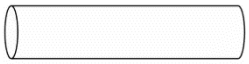
3) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.
מצאו את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

4) שדה של תיל אינסופי

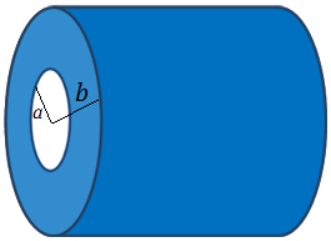
נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ.
מצאו את השדה במרחב.

5) שדה של גליל אינסופי



נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס ב-R.
מצאו את השדה במרחב.

6) קליפה גלילית עבה



קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H>>a\ ,\ b$.

7) שדה של לוח אינסופי



נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצאו את השדה במרחב.

8) לוח עם עובי



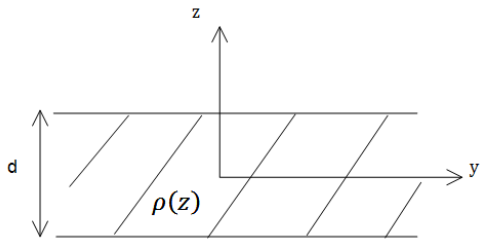
נתון מישור בעל שטח A ועובי d.
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה ליחידת נפח ρ.

א. מצאו את השדה רחוק מאוד מהמישור.

ב. מצאו את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).

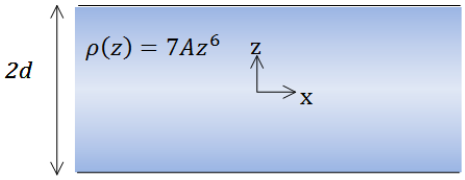
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצאו את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

9) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$,
A קבוע נתון.
מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב שיוצר המטען במישור.

10) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה-z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור (המישור אינסופי ב-y , x , ראה ציור).

א. מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראו שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצאו את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \frac{KQ}{r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

2) $E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

3) $E=\begin{cases}\frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 R} & r<R\\ \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$

4) $\vec{E}=\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$

5) $\vec{E}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$

6) $\vec{E}=\frac{C(b-a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

7) $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>0\\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<0\end{cases}$

8) א. $\vec{E}=\frac{kpdA}{r^2}\hat{r}$ ב. $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>\frac{d}{2}\\ -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$ ג. $z(t)=A\cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\varepsilon_0 m}}t\right)$

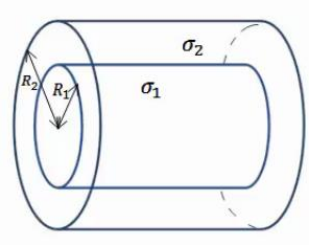
9) $\vec{E}=-\frac{A}{\varepsilon_0 z}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right]\hat{z}$

10) א. $\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}A\cdot z^7\hat{z}$ ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

תרגול נוסף:

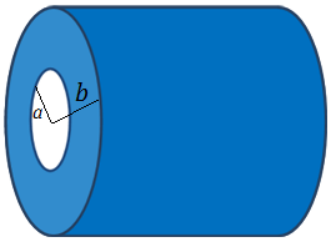
שאלות:

1) שתי קליפות גליליות חלולות



נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1.
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

2) קליפה גלילית עבה

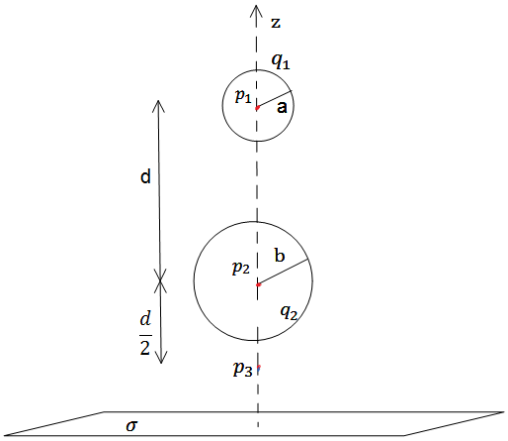


קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H >> a\ ,\ b$.

3) משטח ושתי קליפות כדוריות



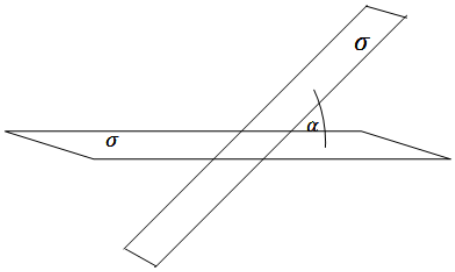
שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים
שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$
אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים q_1 , q_2 בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת
לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור
אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה בנקודות הבאות.

א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a.

ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b.

ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

4) שני מישורים בזווית

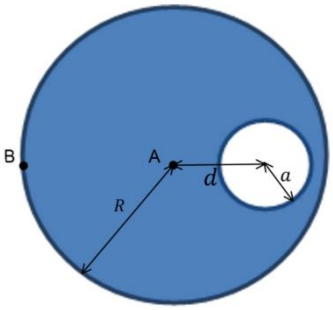


שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ. המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

5) כדור עם חור



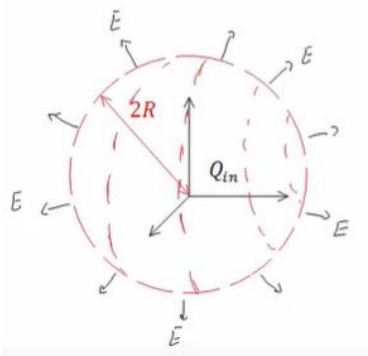
בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a. המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R

א. מצאו את השדה בנקודה A .

ב. מצאו את השדה בנקודה B .

ג*. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

6) מטען כלוא

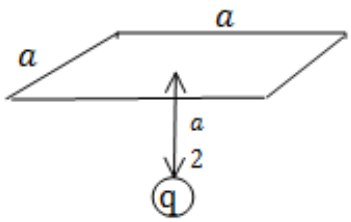


נתונה פונקציית השדה החשמלי

במרחב : $\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\varepsilon_0(r^2+R^2)}\hat{r}$.

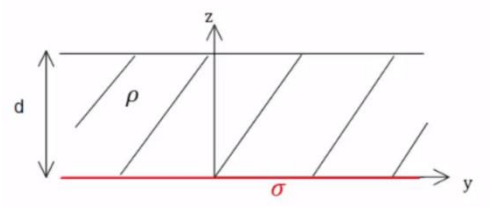
כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו-r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות,
מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס 2R.

7) שטף דרך משטח ריבועי



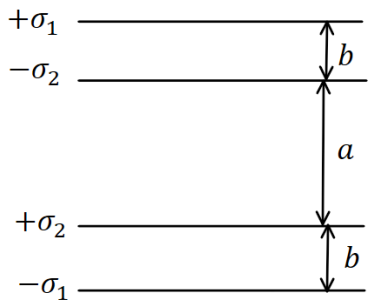
מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q.

8) מישור עבה צמוד למישור דק



מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור x-y.
מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור x-y).
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

9) ארבעה לוחות



במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05\ \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02\ \frac{c}{m^2}$.
המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3\ c.m$, $b = 1\ c.m$
כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

א. מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).

ב. משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).

ג. מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

10) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה.
המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6\cdot10^{-6}c$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $\left(q_e = -1.6\cdot10^{-19}c\ ,\ m_e = 9.1\cdot10^{-31}kg\right)$.

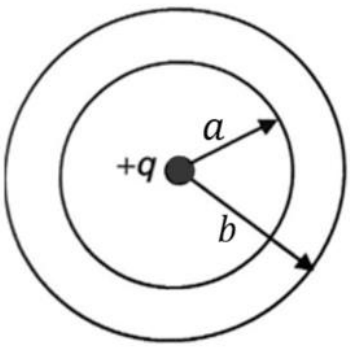
א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?

ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

11) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי.
במרכזו של החלל הכדורי $(r = 0)$ מצוי מטען נקודתי $+q$.
מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\left(\sigma_1 R_1+\sigma_2 R_2\right)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) $\vec{E}=\frac{C\left(b-a\right)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

3) א. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+\frac{kq_2\hat{z}}{d^2}+0$ ב. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+0+\left(-\frac{kq_1}{d^2}\hat{z}\right)$

ג. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}-\frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}}\hat{z}-\frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}}\hat{z}$

4) בין המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\cos\alpha\right)+\sin\alpha\hat{y}\right)$

מעל המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\cos\alpha\right)-\sin\alpha\hat{y}\right)$

5) א. $\frac{4\pi k\rho a^3}{3d^2}\hat{x}$ ב. $\frac{4\pi k\rho}{3}\left(\frac{a^3}{(d+R)^2}-R\right)\hat{x}$ ג. $\frac{4\pi k\rho d}{3}\hat{x}$

6) $\frac{16}{5}\pi\rho_0 R^3$

7) $\phi=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\frac{kqa}{2\left(x^2+y^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}dxdy$

8) $\frac{q}{3\varepsilon_0}$

9) א. $\vec{E}=-5.65\cdot10^{q}\frac{N}{C}\hat{y}$ ב. $2.53\cdot10^{-11}\text{J}$ ג. $v=1.04\cdot10^{8}\frac{m}{sec}$

10) א. $t\approx1.1\cdot10^{-12}\,\text{sec}$ ב. $V\left(t\right)=3.65\cdot10^{9}\frac{m}{sec}$

ג. $E_k=6.06\cdot10^{-12}\text{J}$

11) $\alpha=\frac{q}{2\pi a^2}$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 4 - פוטנציאל- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

1. מהו פוטנציאל 16
2. שיטה 1, סופרפוזיציה 18
3. שיטה 2, שאלות חוק גאוס 19

מהו פוטנציאל:

רקע:

פוטנציאל:

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

עבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- מטענים חופשיים לזוז.
- השדה (או ליתר דיוק הכוח) יהיה אפס בתוך המוליך.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- המטען הכולל בתוך המוליך הוא אפס (במצב סטטי) למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע , מאפסת את הפוטנציאל.

שאלות:

1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} c$

מהאינסוף למרחק $r = 50 c.m$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} c$

המקובע במקום?

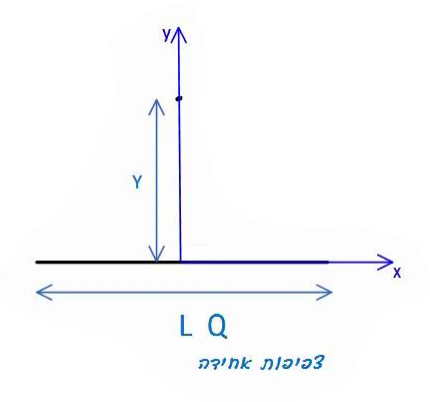
תשובות סופיות:

1) $W = 108 \cdot 10^{-3} J$

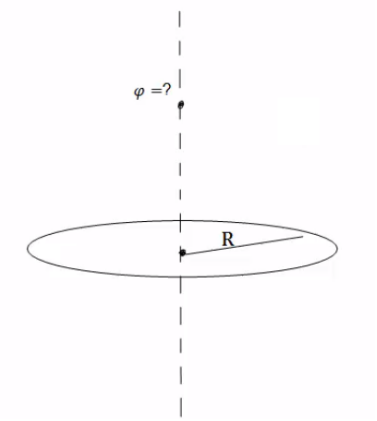
שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:

1) **שיטה ראשונה, סופרפוזיציה**
תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה-x.
מצא את הפוטנציאל על ציר ה-y העובר במרכז התיל.



2) **פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה**
מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.



תשובות סופיות:

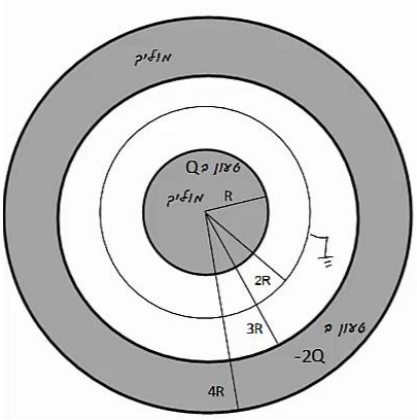
1) $$\varphi = k\lambda \ln \left| \frac{\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right|$$

2) $$\varphi = \frac{2\pi k \lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:

1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס



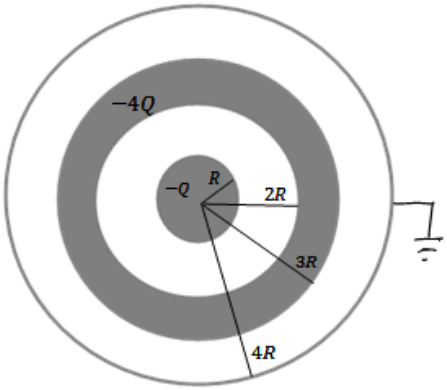
כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q.
מסביב לכדור ברדיוס 2R, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי 3R ורדיוס חיצוני 4R.
המעטפת החיצונית טעונה במטען 2Q- (ראה ציור).
לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.

א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q. הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען Q-.
סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה מוליכה, בעלת רדיוס פנימי 2R ורדיוס חיצוני 3R.
אורך הקליפה הוא L גם כן.
הקליפה טעונה במטען כולל של 4Q-.
מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס 4R ואורך זהה.
הנח כי $L >> R$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען |e| משוחרר ממנוחה במרחק r=2R.
מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R?

4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה ρ.

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל במרחב.

תשובות סופיות:

1) א. פוטנציאל: התפלגות: ראה סרטון

$$\varphi=\begin{cases}C_1 & r<R\\ \frac{kQ}{r}+C_2 & R<r<2R\\ \frac{k(Q+q)}{r}+C_3 & 2R<r<3R\\ C_4 & 3R<r<4R\\ \frac{k(q-Q)}{r}+C_5 & 4R<r\end{cases}$$

2)

$$\varphi=\begin{cases}\frac{KQ}{R} & r<R\\ \frac{KQ}{r} & R>r\end{cases}$$

3) א. ראה סרטון

ב.

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\begin{cases}\ln\frac{1}{2}+5\ln\frac{3}{4} & r<R\\ \ln\frac{r}{2R}+5\ln\frac{3}{4} & R<r<2R\\ 5\ln\frac{3}{4} & 2R<r<3R\\ 5\ln\frac{r}{4R} & 3R<r<4R\\ 0 & 4R<r\end{cases}$$

ג.

$$v=\sqrt{\frac{|e|Q\ln 2}{\pi L\varepsilon_0 m_p}}$$

4) א.

$$E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_o}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$$

ב.

$$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_o}+C_1 & r<R\\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right)+C_2 & R<r\end{cases}$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 5 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 21

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

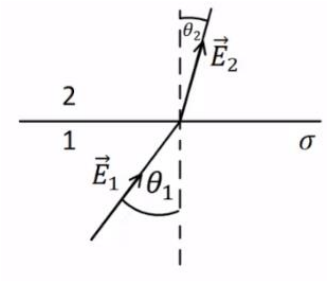
1) קפיצה על שפת כדור

נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R. השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_{in}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר: a , b , c קבועים נתונים.

על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\sin\varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.

מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.

2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון

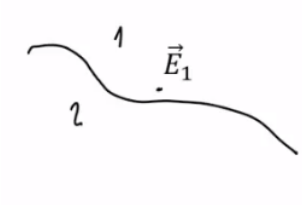


שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1,θ_2

שבאיור הוא: $\tan\theta_2=\dfrac{\tan\theta_1}{1+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 E_1\cos\theta_1}}$ כאשר E_1

הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

3) מציאת נורמל למשטח



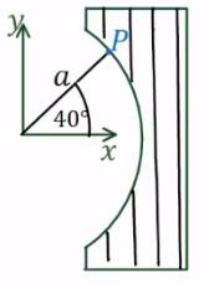
המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x+4y-z=3$.

א. מצא וקטור הנורמל למשטח $\hat{n}$.

ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב למשטח: $\vec{E}_1=2\hat{x}+5\hat{y}-3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

4) עדשה דיאלקטרית



האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a. צד ימין הוא מישור ישר המקביל למישור xz. השדה החשמלי בנקודה P הנמצאת ב- $\vec{r}_P=(a,40°,z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_P)=4\hat{r}-3\hat{\theta}$

ביחידות $\dfrac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.

מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x?

תשובות סופיות:

1) $E_{out}=\left(a+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)x}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ b+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)y}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ c+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)z}{\varepsilon_0 R^2}\right).$

2) הוכחה.

3) א. $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{21}}(2,4,-1)$. ב. $\frac{27}{21}(2,4,-1)$. ג. $-\frac{1}{7}(4,1,12)$.

4) $\varepsilon_r\approx 1.2$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 6 - חוק אמפר-מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 23

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר :

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ מקדם המגנטיות של הריק

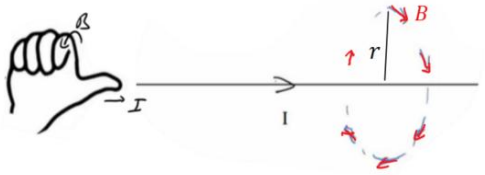
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכ, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר :

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טוראויד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



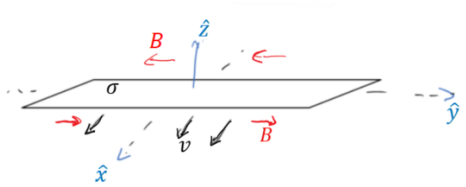
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות , ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי:

עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$

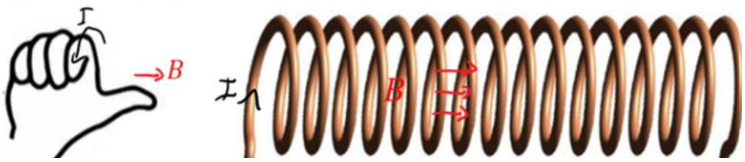


שדה של סליל אינסופי:

$$B = \mu_0 I n$$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

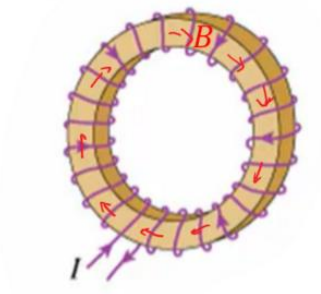


טורואיד:

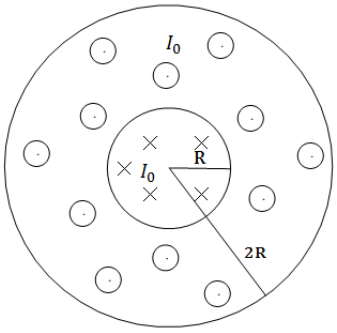
$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:



1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).

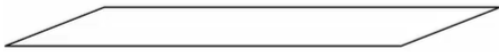
בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי



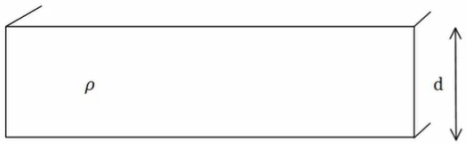
נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.

חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

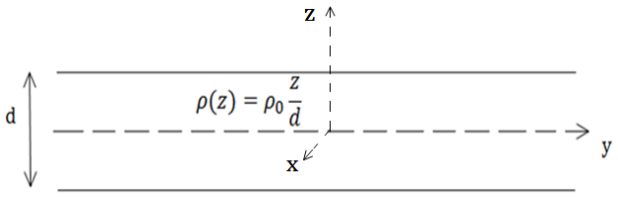
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.

צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.

קיימת סימטריה בציר ה-z.

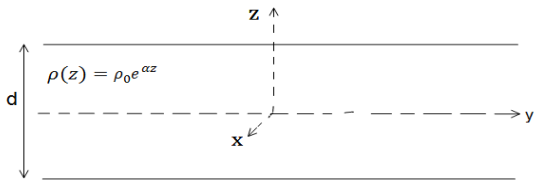
חשב את השדה המגנטי.

5) מישור עם צפיפות מטען משתנה



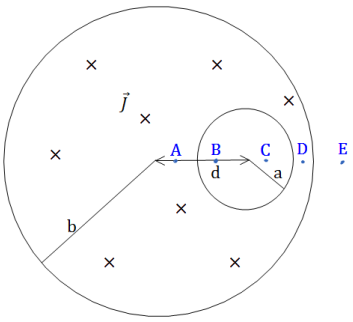
מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת
נפח $\rho(z)=\rho_0\frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען
משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0 e^{\alpha z}$
כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x
(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

7) חור בגליל

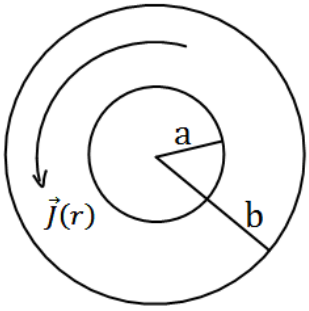


בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה
ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E
המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל
הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז : $\hat{\theta}=\hat{z}\times\hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

8) שדה מגנטי של זרם היקפי



בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r)=Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z}\quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta\quad r<R$, $B=0\quad R<r<2R$

2) $$\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$$

3) $$\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})\ ,\ \vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$$

4) $$\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$$

5) $$\vec{B}=0\quad z>\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=0\quad z<-\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$$

6) $$,\ \vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$$

$$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$$

7) א. $\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}$, $\vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}$, $\vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}$, $\vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

$\vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$

8) $$\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad a<r<b\ ,\ \vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad 0<r<a$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 7 - תנאי שפה לשדה המגנטי

תוכן העניינים

1. חוק אמפר הדיפרנציאלי 28

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

רקע:

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):

$$\hat{n}_{1\to 2} \times \Delta\vec{B} = \mu_0 \vec{k}$$

כאשר $\hat{n}_{1\to 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2

$$\Delta\vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{c}{r}\hat{\theta}$ בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית, לאחר מכן נשווה אותו לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{c2\pi}{\mu_0}$

שאלות:

1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$B_\theta = \begin{cases} Ar + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

2) שדה בכיוון z

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B} = \begin{cases} (Ar + C)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

1)
$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\begin{cases} (2A + 0)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

2)
$$\vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & r < a \end{cases}$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 8 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

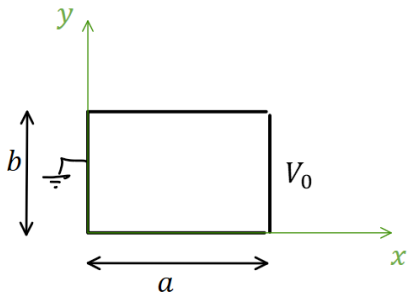
1. הסבר ותרגילים 30

הסבר ותרגילים:

שאלות:

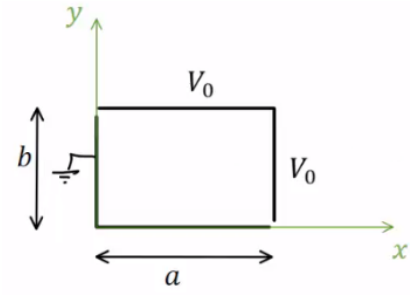
1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

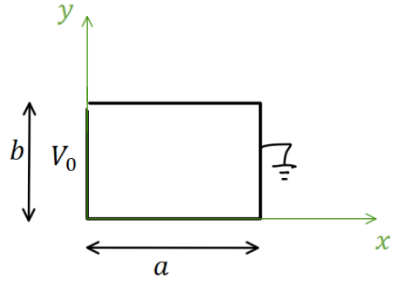
2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

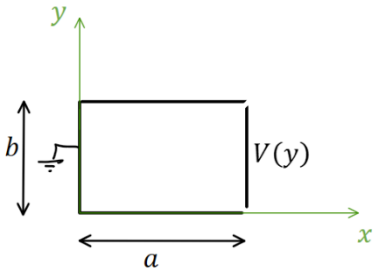
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:

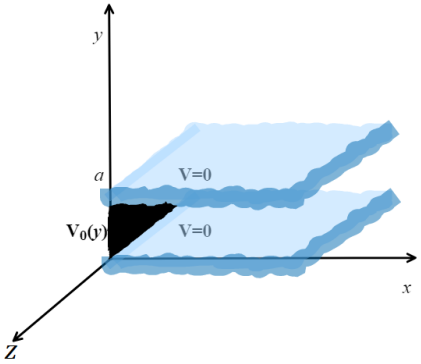
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0 \le y \le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2} < y \le b \end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

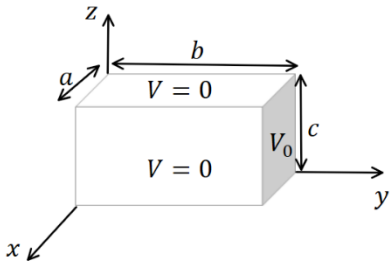
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0 < y < a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים

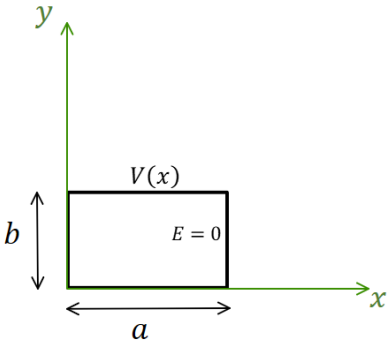


6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a \times b \times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.
השדה ב-0 $E(x = a)$ ושאר הלוחות מוארקים.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right]$.

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy$.

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{8nV_0}{(4n^2-1)\pi\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}$.

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}$.

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,b\right)}$.

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 9 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

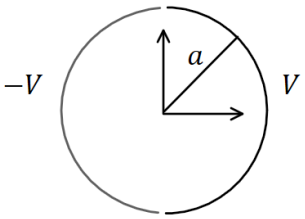
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 34

הסבר ותרגילים:

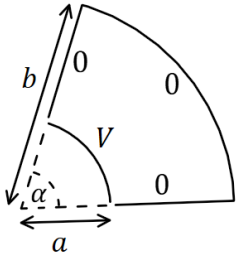
שאלות:

1) גליל חצי חצי



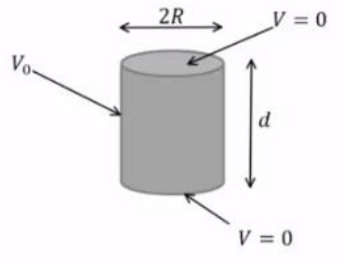
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים.
החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב-$-V$.
מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

2) גזרה בזווית אלפה



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל.
הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b.
הדופן ב-$r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות.
מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד.
הנח שהבעיה דו ממדית.

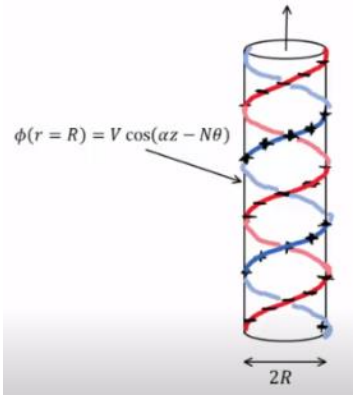
3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R.
נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0.
מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R)=V\cos(\alpha z - N\theta)$.
כאשר המספר השלם N והקבועים V ו- α נתונים.
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.



א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.
ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?
ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?

ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA.
מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבציור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי.
מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחיד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N=2$,
וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס.
מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה?
מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}\left(\frac{a}{r}\right)^{l}\cos(l\theta)\quad ,r>a\ ,\ V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l a^{l}}r^{l}\cos(l\theta)\quad ,r<a$.

2) $V(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi m K_n}\left(\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\alpha}\theta\right)\quad ,K_n=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}$.

3) $V(r,z)=\sum_{n}\frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi n R}{\alpha}\right)}I_0\left(\frac{\pi n}{d}r\right)\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right)\ ,K_n=\frac{\pi n}{d}$.

4) א. לא מתבדר $\phi_1(r=0)\neq\infty\ ,\ \phi_1(r>R)=\phi_2(R)\ ,\ \phi_2(r=\infty)=$.

ב. $\phi_1=\frac{V}{I_N(\alpha R)}I_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)\ ,\ \phi_2=\frac{V}{K_N(\alpha R)}K_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$.

ג. $\frac{1}{\alpha}$.

ד. $\eta=\varepsilon_0 V\alpha\cdot C\cdot\cos(\alpha z-N\theta)$.

ה. $\vec{E}=\begin{cases}-\vec{\nabla}\theta_1 & r<R\\ -\vec{\Delta}\theta_2 & R<r\end{cases}\ ,\ \eta_0=\varepsilon_0 V\alpha C$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 10 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

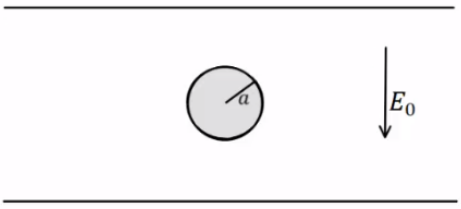
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים 37

הסבר ותרגילים:

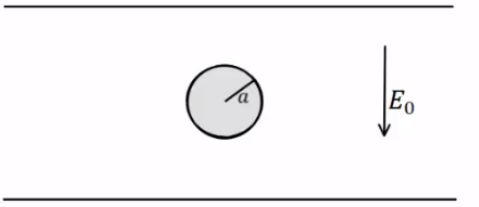
שאלות:

1) דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל



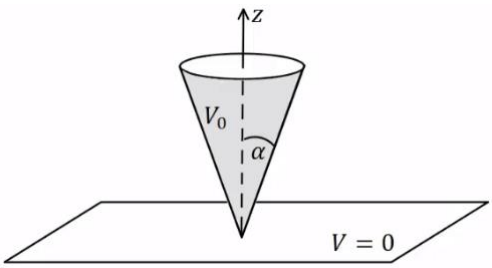
כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון ש- $a << d$.
מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.

2) דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור



כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון ש- $a << d$.
השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.

3) חרוט מעל מישור



חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0.
החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש מבודד בין קודקוד החרוט למישור).
מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
נתון כי: $Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\varphi)=E_0\left(r-a^3r^{-2}\right)\cos\varphi$.

2) $\sigma_a=-3\varepsilon_0E_0\cos\varphi$.

3) $V(\varphi)=V_0\left(\frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)}\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 11 - מטעני דמות - שיטת השיקופים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 38

הרצאות ותרגילים:

רקע:

שיטת מטעני דמות היא שיטה למצא פוטנציאל בבעיות בהם יש מוליכים עם התפלגות מטען שאינה אחידה.

השיטה:

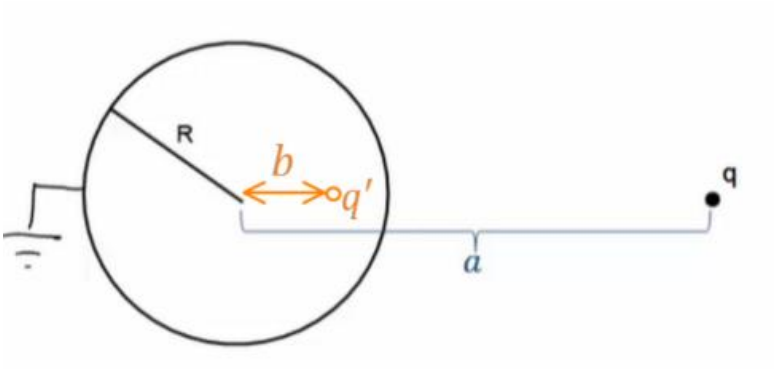
נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך .

בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.

בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.

לפי משפט הקיום והיחידות הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.

המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:

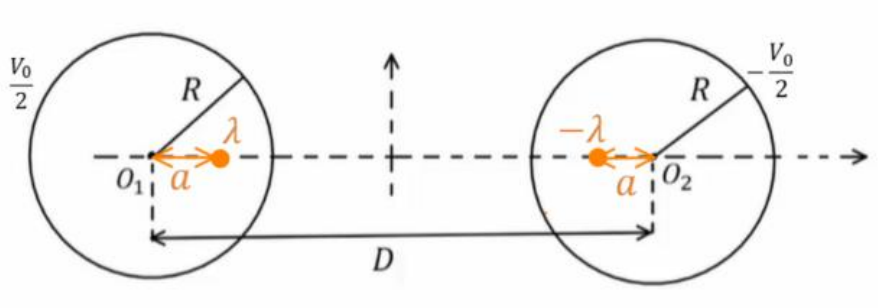


$$q' = -\frac{R}{a}q \qquad b = \frac{R^2}{a}$$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0 אז נוסיף מטען "q במרכז הקליפה כך ש:

$$q'' = \frac{V_0 R}{k}$$

המקרה של שני גלילים אינסופיים:



$$\lambda = \frac{\pi\varepsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R}\right)^2 - 1}\right)}$$

$$a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - R}$$

דיפול חשמלי:

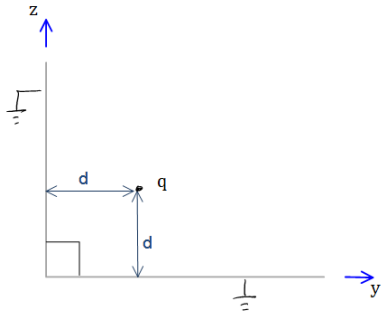
- השיקוף של דיפול חשמלי שמאונך למישור הוא דיפול באותו הגודל ובאותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול חשמלי שמקביל למישור הוא דיפול באותו הגודל אך בכיוון הפוך.
- אם הדיפול בכיוון כללי, נפרק לרכיבים ונשקף כל רכיב בנפרד

שיקוף זרם ודיפול מגנטי:

- השיקוף של זרם שמקביל למישור יהיה זרם זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של זרם שמאונך למישור יהיה זרם זהה באותו הכיוון.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמאונך למישור יהיה דיפול זהה בכיוון הפוך.
- השיקוף של דיפול מגנטי שמקביל למישור יהיה דיפול זהה באותו הכיוון.

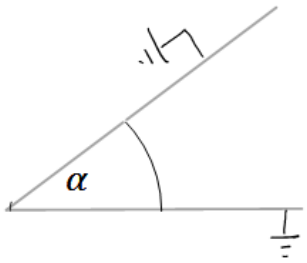
שאלות:

1) לוחות בזווית 90 מעלות



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

2) לוחות בזווית אלפה



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

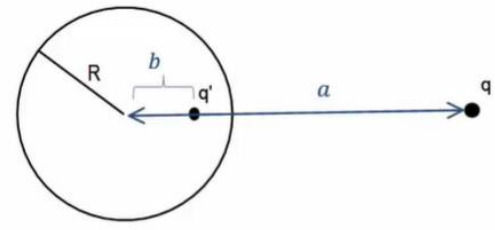
3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצאו את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

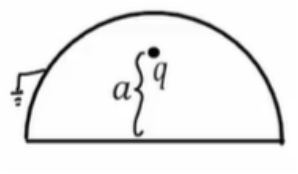
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה



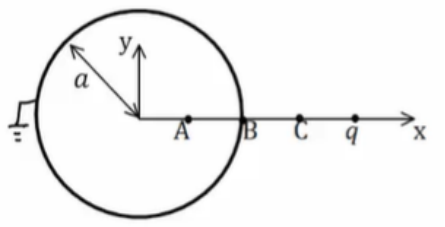
נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה. מצאו את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית,
מוארקת ברדיוס R.
המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצאו את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את
הפוטנציאל בכל המרחב.

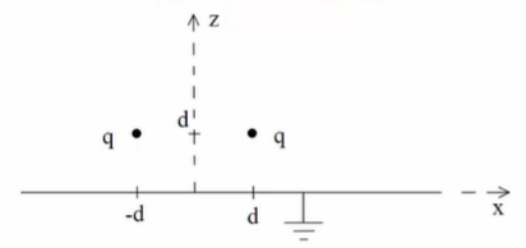
7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל
ציר ה-x כך ש: $x_C=\frac{3a}{2}$, $x_B=a$, $x_A=\frac{a}{2}$.

א. מצאו את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

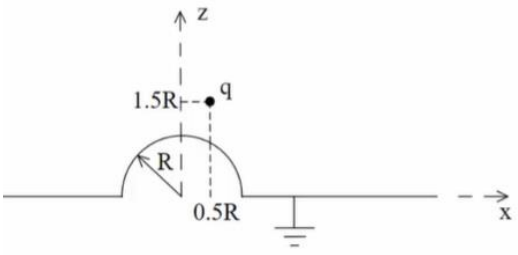
8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$
ו-$(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי
מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי
לבטא פוטנציאל ושדה ב-$z>0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך?
ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.
מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R,0,1.5R)$.

א. מצאו את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.

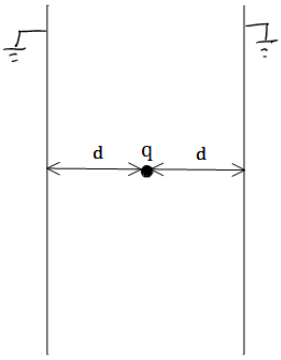
ב. מצאו את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.

ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{\sqrt{3}R}{2},0,\frac{R}{2}\right)$?

ד. מה הכוח הפועל על המטען?

ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

10) מטען בין שני לוחות אינסופיים



נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה.
בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

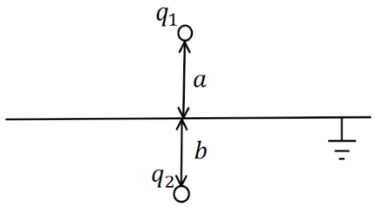
א. מצאו את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצאו את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

11) מטענים משני צידי מישור מוארק

מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.

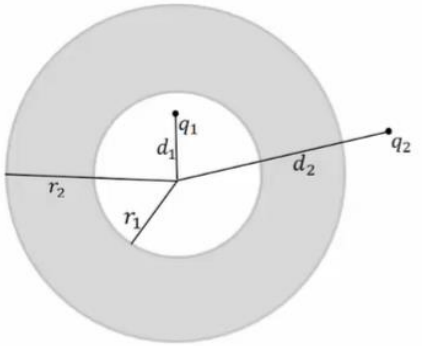
מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.



א. מצאו את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור?
ומהו המטען הכולל על המישור?

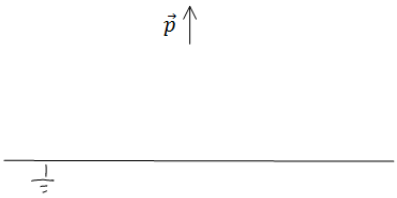
12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ



נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.
מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $d_1 < r_1$.
מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $d_2 > r_2$.
המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצאו את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.
ב. מצאו את הכוח הפועל על המטען q_2.
ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

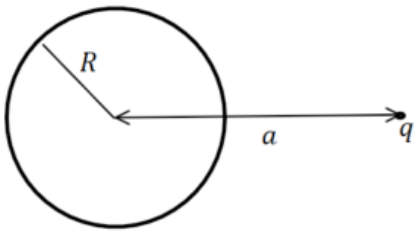
13) דיפול מעל מישור



דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.
מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצאו את השדה בכל המרחב.
ב. מצאו את צפיפות המטען על המישור.
ג. מצאו את סך המטען על המישור.

14) ספירה ניטרלית



מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.
הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.
ניתן להניח כי הספירה ניטרלית.
מהו הפוטנציאל על הספירה?
ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?
רמז: השתמשו בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2}$

2) ראו סרטון.

3) $\sigma = -kq\varepsilon_0 \frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F = -\frac{q^2}{\left(2d\right)^2}$

5) $E\left(r,\theta\right) = \frac{kq\left(r-a\cos\theta\right)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2 - a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$

6) ראה סרטון

7) א. $\varphi_A = \varphi_B = 0$, $\varphi_C = \frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B = \varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2}\left(-\hat{x}\right)$

ד. $U = \frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $\left(-d,0,d\right)$, $\left(d,0,-d\right)$ ב. $-0.338\hat{z}+0.162\hat{x}$

ג. $\sigma = -\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left(\left(x-d\right)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left(\left(x+d\right)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$, $Q_T = -2q$

ד. $U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q$, $\vec{r}_3 = \left(\frac{R}{5},0,-\frac{3}{5}R\right)$, $q_4 = -q$, $\vec{r}_4 = \left(0.5R,0,-1.5R\right)$

ב. $\left(0,0,1.5R\right)$: $\varphi \approx 0.71\frac{kq}{R}$, $\left(0,0,0.5R\right)$: 0

ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F} = \frac{kq^2}{R^2}\left(-0.2,0,-0.64\right)$ ה. $U = \frac{kq^2}{2R}\left(-0.7\right)$

10) א. $V_T = \frac{k\left(-1\right)^n q}{\left(\left(x-2dn\right)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}\left(-\ln\left(2\right)\right)$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{|r_+|^2}\hat{r}_+ +\frac{-kq_1}{|r_-|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1 a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2 b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $U=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1q_2}{d_2}\right]$

13) א. $\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ב. $\sigma\left(r\right)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 12 - נגדים, צפיפות זרם ומשוואת הרציפות

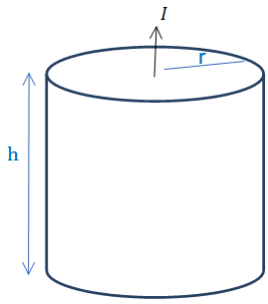
תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 46

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



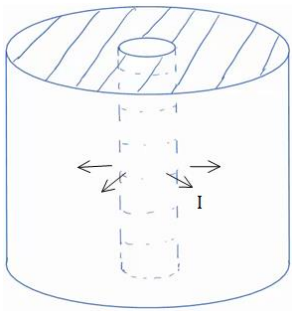
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



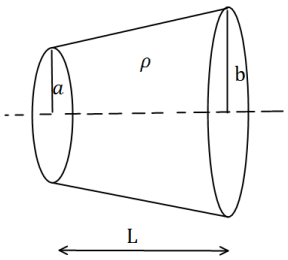
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

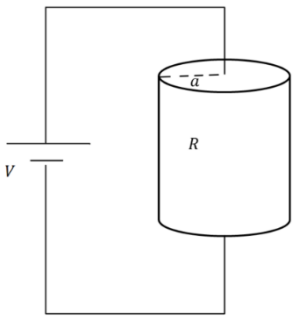
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

4) צפיפות זרם בנגד גלילי



נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.

ב. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?

ג. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

5) אנטנת דיפול

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:
$$I(x,t)=\begin{cases} I_0\cos(\omega t) & |x|<\frac{b}{2} \\ 0 & |x|>\frac{b}{2} \end{cases}$$
כאשר: I_0,ω,b קבועים נתונים.
מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

6) צפיפות זרם ברגע נתון

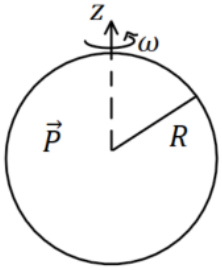
צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה: $\vec{j}=\alpha\left(x^3\hat{x}+y^3\hat{y}+z^3\hat{z}\right)$
כאשר α קבועה וחיובית.

א. מהן היחידות של α?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1,-3,4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב-Q.
מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

7) כדור מקוטב מסתובב



כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב אחיד: $\vec{P}=P_0\hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה-z במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

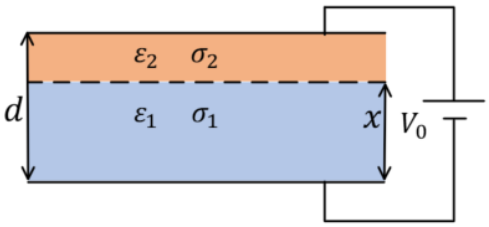
ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה z?

8) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפלס בכדוריות

כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ.
שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a)=V_0\cos\varphi$.
כאשר φ היא הזווית עם ציר ה z.
מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

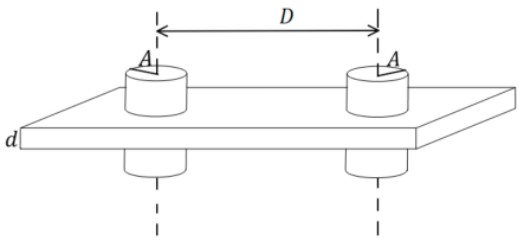
9) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים



קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני חומרים דיאלקטרים מוליכים.
חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ε_1 ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 ומוליכות σ_2.
החומר הראשון ממלא את הקבל עד למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני ממלא את שאר הקבל (ראה איור).
הקבל מחובר למקור מתח V_0, הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

א. מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.
ב. מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

10) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך



נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך אחיד שפאותיו מקבילות ועוביו d.
מוליכות המישור היא σ.
נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם בעלי רדיוס A וצירים מקבילים.
המרחק בין צירי הגלילים הוא D.
הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך כאשר צירים ניצבים לפאות הלוח.
מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V.

א. $A \ll D$.
ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.
(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

11) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A וארוך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.
התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.
הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות המים היא σ.
מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

12) קליפה כדורית עבה ומוליכה עם כדור קטן בתוכה

קליפה כדורית מוליכה בעלת רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $5R$ טעונה במטען Q. המוליכות הסגולית של הקליפה תלויה במרחק ממרכז הקליפה r לפי: $\sigma(r)=\sigma_0\frac{r^2}{3R^2}$. בתוך החלל הפנימי של הקליפה נמצא כדור ברדיוס R עם מוליכות גבוהה מאוד ביחס למוליכות הקליפה. מרכז הכדור מתלכד עם מרכז הקליפה. חוט מוליך (עם מוליכות גבוהה מאוד גם כן) מחבר את הכדור אל מחוץ לקליפה דרך תעלה צרה בקליפה. דרך החוט המוליך טענו את הכדור במטען $-Q$, והמתינו עד שהמערכת התייצבה.

א. כיצד מתפלג המטען על הכדור הפנימי וכיצד מתפלג המטען על הקליפה?

חיברו את הכדור להארקה לזמן קצר מאוד. בגלל המוליכות הגבוהה של הכדור (ביחס לקליפה) הפוטנציאל בו הספיק להתאפס בעוד שהתפלגות המטען על הקליפה העבה עדיין לא השתנתה. נסמן ב-$t=0$ את רגע הניתוק מההארקה.

ב. מה המטען על הכדור ב-$t=0$?

ג. אם נמתין זמן מספיק ארוך כיצד יתפלג המטען במרחב?

ד. חשב את השדה החשמלי במרחב כתלות במקום ובזמן.

ה. חשב את צפיפות המטען הנפחית כתלות במקום ובזמן בקליפה המוליכה.

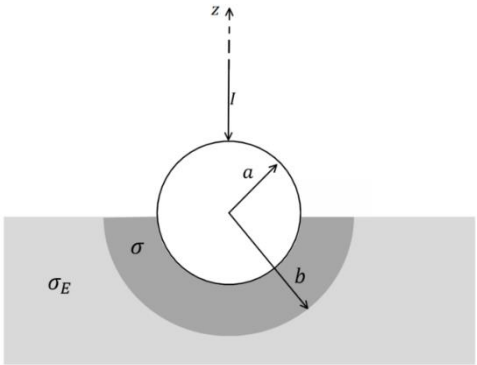
ו. שרטט גרף של צפיפות המטען בקליפה ב-$r=4R$ כתלות בזמן.

ז. חשב את צפיפות המטען המשטחית על הדופן הפנימית ועל הדופן החיצונית של הקליפה והשווה לסעיף ג'.

ח. הראה כי הספק החום המתפתח במוליך הוא: $\iiint\sigma(r)E^2(r,t)dv$.

ט. הראה כי האנרגיה הכוללת שהפכה לחום בקליפה שווה לשינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת.

13) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע



הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא. חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $b-a$ בעלת מוליכות σ. המוליכות של האדמה היא σ_E.

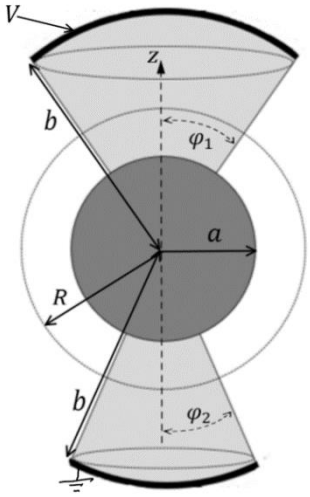
א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.

ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.

ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.

ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

14) כדור ושתי גזרות



המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \varphi \le \varphi_1, 0 \le \theta \le 2\pi$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \varphi \le \varphi_2, a \le r \le b\ 0 \le \theta \le 2\pi$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי
מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$
ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית
ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת
לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת
צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה.
הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$. ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$. ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$, $E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$.

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$. ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$.

3) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$.

4) א. $J=\frac{V}{\pi a^2 R}$. ב. $K_r(r)=\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

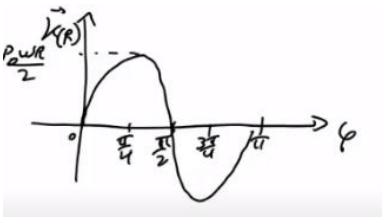
ג. $K_r(r)=-\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

5) $\lambda(x,t)=\frac{I_0}{\omega}\sin(\omega t)\left(\delta\left(\frac{b}{2}-x\right)-\delta\left(\frac{b}{2}+x\right)\right)$.

6) א. $\frac{A}{m^5}$. ב. $\frac{d\rho}{dt}=-78\alpha\cdot m^2$. ג. $\frac{dQ}{dt}=12\pi\alpha\cdot\frac{R^5}{5}$, המטען גדל.

7) א. $\vec{K}=\frac{1}{2}\rho_0\omega R\sin 2\varphi\hat{\theta}$.

ב. גרף:



ג. $I=0$.

8) $\vec{J}=-\frac{\sigma V_0}{a}\hat{z}$.

9) א. $\frac{\sigma_2 V_0\cdot x}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$. ב. $\sigma_\rho=\frac{(\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma 1)V_0}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.

10) א. $\frac{\pi\sigma dV}{\ln\frac{D-A}{A}}$. ב. $\frac{\sigma\pi V}{\ln\left(\frac{D}{2A}+\sqrt{\left(\frac{D}{2A}\right)^2-1}\right)}$.

11) $R=\frac{\ln\left(\frac{H}{A}+\sqrt{\left(\frac{H}{A}\right)^2-1}\right)}{2\pi\sigma l}$.

12) א. פנימי: $\eta(R)=\frac{-Q}{4\pi R^2}$, קליפה: $\eta(5R)=0$, $\eta(3R)=\frac{Q}{4\pi(3R)^2}$.

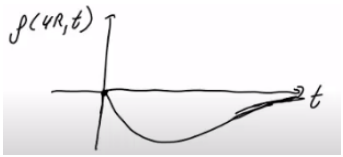
ב. $q'=-\frac{Q}{3}$.

ג. $\rho=0$, $\eta(5R)=\frac{\frac{2Q}{3}}{4\pi(5R)^2}$, $\eta(3R)=\frac{\frac{Q}{3}}{4\pi(3R)^2}$, $\eta(R)=\frac{\frac{-Q}{3}}{4\pi R^2}$.

ד. $E(r,t)=\frac{2KQ}{3r^2}\cdot e^{-\frac{\sigma(r)t}{\varepsilon_0}}$.

ה. $\rho(r,t)=-\frac{4KQ\sigma_0 t}{9R^2 r}e^{-\frac{\sigma(r)t}{\varepsilon_0}}$.

ו. שרטוט:



ז. $\eta(5R,t)=\frac{2Q}{4\pi\cdot 75R^2}\left(1-e^{-\frac{25\sigma_0 t}{3\varepsilon_0}}\right)$, $\eta(3R,t)=\frac{Q}{4\pi\cdot 27R^2}\left(e^{-\frac{3\sigma_0 t}{\varepsilon_0}}+1\right)$.

ח. הוכחה. ט. הוכחה.

13) א. ראה סרטון. ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_E r}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$.

ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

14) א. $J_{1_r}(1-\cos\varphi_1)=-J_{2_r}(1-\cos\varphi_2)$. ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$,

$K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 13 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

1. המשוואות והמעברים 53

המשוואות והמעברים:

רקע:

משוואות מקסוול:

	הצורה הדיפרנציאלית	הצורה האינטגרבילית	הערות
1	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$	$\oint\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\,dV$	חוק גאוס
2	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$	$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=0$	השטף המגנטי על משטח סגור תמיד מתאפס= אין מטען מגנטי
3	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{d\vec{B}}{dt}$	$\oint\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int\frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{s}$	מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדי $\varepsilon=-\dot{\phi}_B$
4	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}$	$\oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\int\vec{J}\cdot d\vec{s}+\mu_0\int\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}d\vec{s}$	חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

שאלות:

1) שדה מגנטי רדיאלי והיקפי מתאפסים

באזור מסוים במרחב נתון כי ישנו שדה מגנטי בכיוון ציר z בעל סימטריה גלילית.
כמו כן נתון כי אין זרמים באזור זה. הראו כי B_θ ו- B_r מתאפסים.

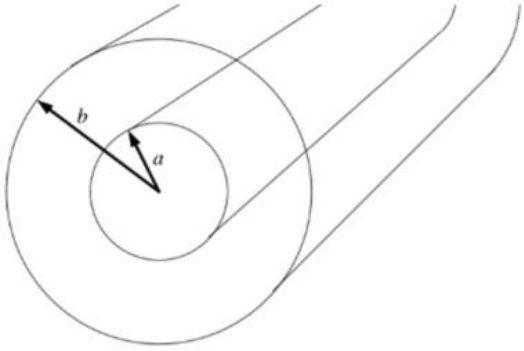
2) גלים בכבל קו אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי עשוי משתי קליפות גליליות מוליכות וארוכות מאוד בעלות רדיוסים a , b. ציר הסימטריה של הכבל הוא ציר z ובין הקליפות אין חומר.
השדה החשמלי בין הקליפות נתון לפי הפונקציה:

$$\vec{E}=\begin{cases}\frac{E_0}{r}\cos\left(\omega t-\omega\frac{z}{c}\right)\hat{r} & a<r<b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$

ידוע שאין זרמי DC.

א. מצאו את השדה המגנטי.
ב. מצאו את צפיפות הזרם המשטחית על הקליפות.
ג. מצאו את צפיפות המטען המשטחית על הקליפות.
ד. הראו כי משוואת הרציפות מתקיימת.



תשובות סופיות:

1) הוכחה בסרטון.

2) א. $\vec{B}=\begin{cases}\frac{E_0}{cr}\cos\left(\omega t-\frac{\omega}{c}z\right)\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$.

ב. $\overrightarrow{k_{(b)}}=-\frac{E_0}{cb}\cos\left(wt-\frac{w}{c}z\right)\hat{z}$, $\overrightarrow{k_{(a)}}=-\frac{E_0}{ca}\cos\left(wt-\frac{w}{c}z\right)\hat{z}$.

ג. $\sigma_{(b)}=-\frac{\varepsilon_o E_0}{b}\cos\left(wt-w\frac{z}{c}\right)$, $\sigma_{(a)}=\frac{\varepsilon_o E_0}{a}\cos\left(wt-w\frac{z}{c}\right)$.

ד. הוכחה בסרטון.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 14 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 55

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

הגדרות:
חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים.
במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

$\vec{E}_{free}$ - השדה של המטענים החופשיים.

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ε_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע. $\varepsilon_r > 1$ ו- $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

η_i - צפיפות מטען מושרית /קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

η_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

הקשר η_{free} לשדה החופשי:

$$\eta_{free} = \varepsilon_0 \Delta E_{free_\perp}$$

η_T - צפיפות המטען הכוללת, נוסחאות:

$$\eta_T = \varepsilon_0 \Delta E_\perp \;\; ; \;\; \eta_i = \eta_T - \eta_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל של החומר (סכימה על כל הדיפולים):

$$\vec{p} = \int \vec{P}\, dV$$

שימו לב לא לבלבל, $\vec{p}$ קטן ביחידות של דיפול ו -$\vec{P}$ גדול ביחידות של דיפול לנפח שני דברים שונים.

צפיפות מטען מושרית על השפה:

$$\eta_i \equiv \eta_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

צפיפות מטען מושרית נפחית (רק אם $\vec{P}$ לא אחיד):

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{free} \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = Q_{in_{free}}$$

בחומרים לינארים (כמעט תמיד בשאלות):

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי (סימטרי לכל הכיוונים):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$$

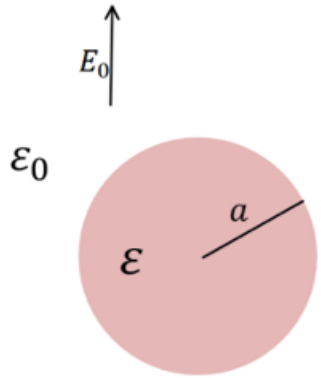
תנאי שפה לשדה והפוטנציאל:

1. $\Delta \mathrm{D}_{\perp} = \eta_{\mathrm{free}}$ או $\eta_T = \varepsilon_0 \Delta E_{\perp}$ אבל הראשון עדיף. עבור הפוטנציאל, נמצא את השדה המאונך דרך $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ משם $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ ונציב.

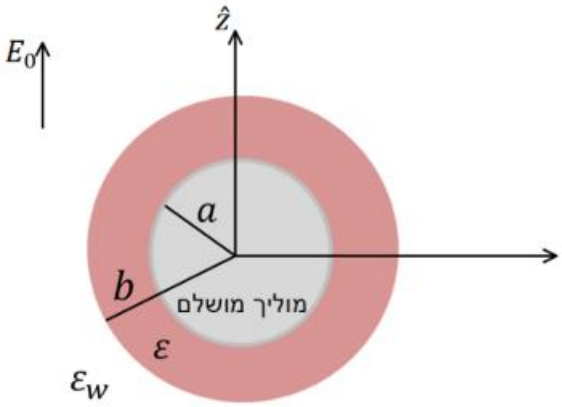
2. הפוטנציאל רציף או $\Delta E_{\parallel} = 0$ או $\Delta D_{\parallel} = \Delta P_{\parallel}$ בדר"כ הראשון עדיף.

שאלות:

1) כדור ברדיוס a עשוי מחומר דיאלקטרי אחיד בעל מקדם ε . הכדור נמצא בשדה אחיד E_0 . מצאו את הפוטנציאל והשדה בכל המרחב.



2) המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי מגילוי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם נייטרלי ברדיוס a . מקיפים את הכדור בשכבה בעובי $b-a$ העשוי מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε.
המקדם הדיאלקטרי של מים הוא ε_w. בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד $E_0\hat{z}$.



א. רשמו את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.
ב. חשבו את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.
ג. מצאו מה צריך להיות רדיוס השכבה b כך שמחוץ לשכבה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי $E_0\hat{z}$.

תשובות סופיות:

1) הפוטנציאל והשדה בתוך הכדור:

$$\phi_1 = -\frac{3E_0}{2+\varepsilon_r} r\cos\varphi$$

$$\overrightarrow{E_1} = \frac{3E_0}{2+\varepsilon_r}\hat{z}$$

מחוץ לכדור:

$$\phi_2 = -E_0\left(r - \frac{(\varepsilon_r - 1)a^3}{(2+\varepsilon_r)r^2}\right)\cos\varphi$$

$$\overrightarrow{E_2} = E_0\hat{z} + \frac{3p\cos\varphi\,\hat{r} - p\hat{z}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

2) א.

$$(1)\ \phi_2(a) = C = 0$$

$$(2)\ \phi_2(b) = \phi_3(b)$$

$$(3)\ \Rightarrow \varepsilon_W \left.\frac{\partial\phi_3}{\partial r}\right|_b = \varepsilon \left.\frac{\partial\phi_2}{\partial r}\right|_b$$

$$(4)\ \phi_3(r\to\infty) = -E_0 z = -E_0 r\cos\varphi$$

ב.

$$\phi_3 = (Ar + Br^{-2})\cos\varphi$$

$$A = -E_0$$

$$B = \frac{E_0 b^3\left((b^3+2a^3)\varepsilon_r - (b^3-a)\right)}{2(b^3-a^3) + (b^3+2a^3)\varepsilon_r}$$

$$\phi_2 = \left(\tilde{A}r + \tilde{B}r^{-2}\right)\cos\varphi$$

$$\tilde{A} = \frac{-3E_0 b^3}{2(b^3-a^3) + \varepsilon_r(b^3+2a^3)}$$

$$\tilde{B} = -a^3\tilde{A}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_W}$$

השדה הוא מינוס גרדיאנט של הפוטנציאל

ג.

$$b = a\left(\frac{1+2\varepsilon_r}{1-\varepsilon_r}\right)^{\frac{1}{3}}$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 15 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 59

הרצאות ותרגילים:

רקע:

הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A}$ מוגדר לפי:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

משוואת פואסון לפוטנציאל הוקטורי (מחוק אמפר):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

עבור כיול של הפוטנציאל $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$

פתרון המשוואה:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \mathrm{d}v'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{\mathrm{k}}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \mathrm{d}s'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \, \mathrm{d}\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ניתן למצא פוטנציאל וקטורי מתוך שדה מגנטי במקרים סימטריים באמצעות אינטגרל מסלולי:

$$\oint \vec{\mathrm{A}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \int \vec{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{s}}$$

תנאי שפה לפוטנציאל הוקטורי:

כל רכיבי הפוטנציאל הוקטורי רציפים.

פיתוח מולטיפולי עד לסדר שני:

סדר ראשון תמיד מתאפס והסדר השני הוא:

$$\vec{\mathrm{A}}_{\mathrm{dip}}(\vec{\mathrm{r}}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{\mathrm{m}} \times \hat{\mathrm{r}}}{\mathrm{r}^2}$$

כאשר $\vec{\mathrm{m}}$ הוא מונט הדיפול המגנטי של המערכת.

שאלות:

1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\varphi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי



תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה-z.

א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

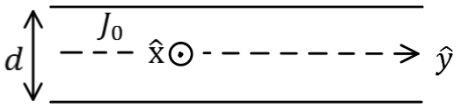
3) סליל אינסופי

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a.
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זורם זרם I.

4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I, אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה



מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x-y$ כאשר המישור $x-y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d.

א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=\frac{C}{r^2}\hat{\varphi}$

2) א. $\vec{A}\left(\vec{r}\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\left(\frac{z+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}{z-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}\right)\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 IL\cdot\hat{y}}{4\pi x\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+x^2}}$

3) $\vec{A}=\frac{\mu_0 In}{2}\hat{\varphi}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 Ina^2}{2r}\hat{\varphi}\quad r>a$

4) $\vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\hat{z}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\ln\frac{r}{a}\right)\hat{z}\quad r>a$

5) א. $\vec{A}=A(z)\hat{x}\ ,\ \vec{B}=B(z)\hat{y}$ ב. $A(z)=\begin{cases}-\mu_0 J\frac{z^2}{2}\hat{x} & |z|<\frac{d}{2}\\ \frac{-\mu_0 Jd}{2}\left(z-\frac{d}{4}\right)\hat{x} & |z|>\frac{d}{2}\end{cases}$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 16 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 62

הרצאות ותרגילים:

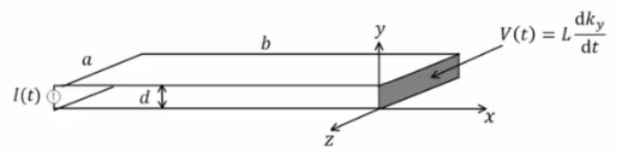
שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a\times b$ ומרחק d ביניהם.
בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t)=I_0\sin(\omega t)$.
בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t)=L\frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.

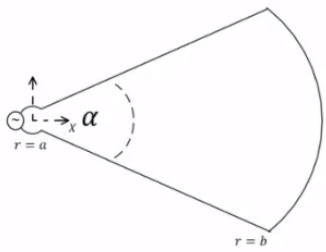
כמו כן: $b>>a>>d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
ה. השווה את $k^{(2)}$ ל-$k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוואזיסטטי (ניתן להניח: $\frac{L}{\mu_0 d}>>b$).
ו. חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
ז. הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



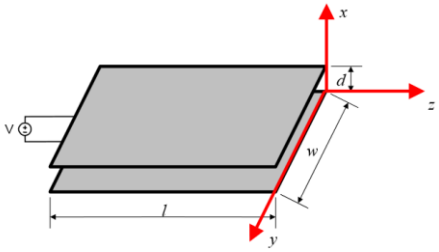
2) גיזרה גלילית

מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב-$\theta=\pm\frac{\alpha}{2}$, $a<r<b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב-$-\frac{\alpha}{2}\le\theta\le\frac{\alpha}{2}$, $r=b$.
הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש-$l>>b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב-z. הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.



א. חשב את: $\vec{H}^{(0)}(r,\theta,t)$.
ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.
ג. חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r,\theta,t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב-$r=a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

3) התכנסות למשוואת מקסוול



נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה.
אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d << l, w$.
בין הלוחות בנקודה $z = -l$, מחובר מקור מתח,
התנהגות המקור ב- $z = 0$ היא: $V(t) = A\cos(\omega t)$
ללא תיקונים מסדר גבוה.
פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקווזיסטטי.

א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.

ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.

ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$.
הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.

ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.

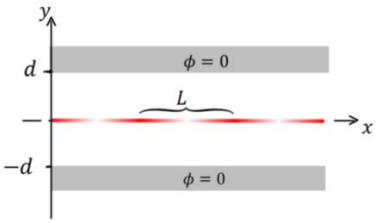
ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$.
מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?

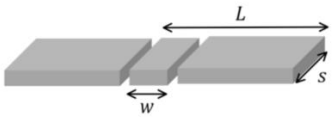
ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.

ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.

ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.

4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים





קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על
מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v.
צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן
היא: $\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$.
הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$.
בהנחה ש- $v << c$ ניתן להשתמש בקירוב
הקווזיסטטי "ולהקפיא את הבעיה" כלומר להתייחס
לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.

ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.

ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L, מתוך החתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב w. מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד.
הנח עומק החתיכה הוא s וכי $w << L$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}^{(0)}=0$, $\vec{H}^{(0)}=-k\hat{z}=-\frac{I}{a}\hat{z}$.

ב. $\mathrm{H}^{(1)}=0$, $E_y^{(1)}=\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ג. $\eta^{(1)}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ד. $K_x^{(2)}=-\frac{\varepsilon_0\mu_0\ddot{I}}{a}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{Lx}{\mu_0 d}+\frac{Lb}{\mu_0 d}-\frac{b^2}{2}\right)$.

ה. $\lambda>>\frac{L}{\mu_0 d}$.

ו. $\vec{S}=\frac{\mu_0\dot{I}I}{Q^2}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)(-\hat{x})$

ז. הוכחה.

2) א. $\vec{H}^{(0)}=-\frac{I}{l}\hat{z}$.

ב. $L=\frac{\mu_0\alpha\left(b^2-a^2\right)}{2l}$.

ג. $E_\theta=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(r-\frac{b^2}{r}\right)$.

ד. $V=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(b^2-a^2\right)\alpha$.

3) א. $\vec{E}^{(0)}=-\frac{V}{d}\hat{x}$, $\vec{H}^{(0)}=0$.

ב. $Kz=-\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z$, $\vec{H}_y^{(1)}=\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z$, $\vec{E}^1=0$.

ג. $\mathrm{C}=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}$, $I=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}\dot{V}$.

ד. $H^{(2)}=0$, $E_x^{(2)}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\ddot{V}}{2d}z^2$.

ה. $I^2=0$, $V^2=\frac{\mu_0 ld}{2w}\ddot{I}$.

ו. $E^{(3)}=0$, $H_y^{(3)}=-\varepsilon_0^2\mu_0\frac{\ddot{V}}{2d}\frac{z^3}{3}$.

ז. ראה סרטון.

ח. הוכחה.

4) א. $\phi_1=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d+y)+\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y+d\right)\right)$,

$\phi_2=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d-y)-\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y-d\right)\right)$,

כאשר $\varphi=-Vt$, $k=\frac{2\pi}{L}$.

ב. $\vec{E}_2=\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y-d\right)\right)\hat{x}+$

$\left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}+\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\cosh\left(k\left(y-d\right)\right)\right)\hat{y}$,

$\vec{E}_1=\frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\sinh\left(k\left(y+d\right)\right)\hat{x}+$

$\left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0}-\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k\left(x+\varphi\right)\right)\cosh\left(k\left(y+d\right)\right)\right)\hat{y}$.

ג. $\bar{P}=\frac{1}{2}I_0^2R$, $q\approx-5\left(\frac{\eta_0\omega}{2}+\frac{\eta_1\omega\cos k\varphi}{2\cosh(kd)}\right)$ כאשר $I_0=\frac{5\omega kv\eta_1}{2\cosh(kd)}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 17 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 65

הרצאות ותרגילים:

רקע:

<u>אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:</u>

$$U = \int \left(\frac{\varepsilon_0 \left(\vec{E}\right)^2}{2} + \frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0} \right) \mathrm{d}v$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em} = \frac{\varepsilon_0 \left(\vec{E}\right)^2}{2} + \frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0}$$

<u>וקטור פויינטינג:</u>

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

<u>הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג:</u>

$$P + \oint \vec{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}U_{em}}{\mathrm{d}t}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

P - ההספק שהולך לחום

הקשר הדיפרנציאלי:

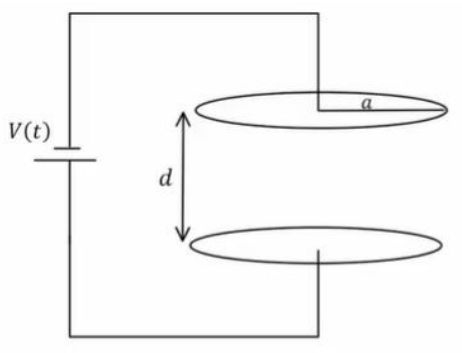
$$\vec{E} \cdot \vec{J} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathrm{s}} = -\frac{\mathrm{d}u_{em}}{\mathrm{d}t}$$

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם

$\vec{E} \cdot \vec{J}$ הוא הספק ליחידת נפח

שאלות:

1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן



קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d << a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

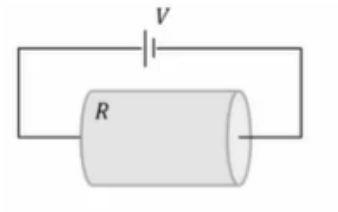
ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.

2) משפט פויינטינג בנגד גלילי



נגד גלילי בעל אורך L, רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.

ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.

ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.

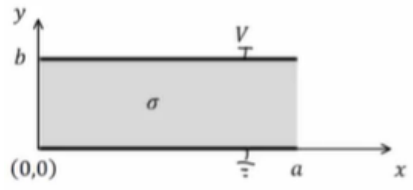
ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

3) מישור אינסופי במתח קבוע

נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W >> a, b$.

נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך.

הרוחב a מקביל לציר x, הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור).



המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V.

א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?

ב. מהו $\vec{H}$ במרחב?

ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז?
חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=\frac{A\cdot t}{d}\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ar}{2d}\hat{\theta}\quad r<a\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Aa^2}{2rd}\hat{\theta}\quad r\geq a$

ג. $U=\frac{\varepsilon_0 A^2\pi a^2}{2d}\left(t^2+\frac{\mu_0\varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S}=\frac{-A^2\varepsilon_0 ta}{d}\pi a$ ה. הוכחה.

2) א. $\vec{E}=\frac{V}{L}\hat{z}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0 Vr}{2\pi a^2 R}\hat{\theta}$ ב. $\vec{S}_{(r=a)}=\frac{V^2(-\hat{r})}{2\pi aLR}$ ג. $U_{em}=\frac{\varepsilon_0 V^2\pi a^2}{2L}+\frac{V^2L}{16\pi R^2}$

ד. הוכחה.

3) א. $\vec{E}=-\frac{V}{b}\hat{y}\ ,\ \vec{J}=-\frac{\sigma V}{b}\hat{y}$ ב. $H_z=\frac{\sigma V}{b}\left(x-\frac{a}{2}\right)$ ג. $\vec{E}\cdot\vec{J}=\frac{\sigma V^2}{b^2}$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 18 - גלים אלקטרו-מגנטיים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 68

הרצאות ותרגילים:

נושא 1: מושגים בסיסיים בגלים

רקע:

גל - הפרעה שמתקדמת במרחב.

גלים רוחביים - ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות הגל.

גלים אורכיים - ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות הגל.

זמן מחזור - הזמן שלוקח להפרעה לעשות מחזור שלם (סימון - T).

תדירות - מספר המחזורים שנעשים בשנייה (סימון - $f = \frac{1}{T}$).

אורך הגל - המרחק בין מחזורים (או המרחק בין שיא לשיא)(סימון - λ).

מהירות הגל - קצב התקדמות ההפרעה במרחב (סימון - u).

גל מוחזר - כשגל פוגע בנקודה בה יש שינוי בתווך נוצר גל מוחזר.
הגל המוחזר יהיה בתדירות זהה ובכיוון הפוך לגל הפוגע.

התאבכות - סכמה של שני גלים.

גל עומד - ההפרעה לא מתקדמת במרחב.

פונקציית הגל - פונקציה המתארת את ההפרעה כתלות במיקום ובזמן

משוואת הגלים -

במימד אחד - $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

בשלושה מימדים - $\vec{\nabla}^2 f = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

נושא 2: משוואת הגלים האלקטרומגנטיים

רקע:

משוואות מקסוול בהיעדר מטענים וזרמים חופשיים:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}=-\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

בחומר איזוטרופי ולינארי מתקיים:

$$\vec{B}=\mu\vec{H}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$

משוואת הגלים עבור השדה החשמלי והמגנטי:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

כאשר:

$$u=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

ובריק: $u=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=c=3\cdot10^8\,{}^{m}/_{s}$

המשוואה היא עבור כל רכיב בנפרד.
המשוואה זהה לשדה המגנטי.

אינדקס השבירה (מהירות האור בריק חלקי מהירות האור בחומר):

$$n=\frac{c}{u}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$$

תמיד גדול מאחד (מהירות האור בחומר תמיד קטנה מהמהירות בריק):

פתרון למשוואת הגלים במימד אחד:

$$E_x(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$$

$$\mathrm{k}=\frac{2\pi}{\lambda},\ \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

מעבר לייצוג קופלקסי: $\cos(kx-\omega t)=Re\left[e^{i(kx-\omega t)}\right]$.

כשעובדים עם הייצוג הקומפלקסי ניתן לעבוד רק עם החלק התלוי במרחב (או השדה ב-$t=0$) ובסוף להכפיל את הפונקציה ב- $e^{-i\omega t}$ בשביל לקבל את התלות בזמן.

יחס הדיספרסיה - הקשר בין התדירות למספר הגל:

$$\omega = uk$$

אם היחס לא לינארי אז צריך להבדיל בין מהירות הפאזה למהירות החבורה:

$$u_{ph}=\frac{\omega}{k}\ ,u_g=\frac{d\omega}{dk}$$

נושא 3: גל אלקטרומגנטי מישורי

רקע:

הצורה הכללית של הפתרון ההרמוני:

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cdot\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)$$

כאשר:

וקטור הגל - $\vec{k}=k_x\hat{x}+k_y\hat{y}+k_z\hat{z}$

$$\vec{k}\cdot\vec{r}=k_xx+k_yy+k_z$$

הערות – תמיד אפשר להוסיף גם פאזה.

יחס הדיספרסיה בגל: $\omega=u|k|=u\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2}$.

הכיוון של $\vec{k}$ הוא כיוון התקדמות הגל ובגל מישורי תמיד $\vec{E}\perp\hat{k}$.

לכיוון של $\vec{E}$ (המסומן בדר"כ ב-$\hat{n}$) קוראים כיוון הקיטוב של הגל.

השדה המגנטי בגל:
כיוון השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי ולכיוון התקדמות הגל.
התלות בזמן ובמרחב של השדה המגנטי זהה לזו של השדה החשמלי.
(אותו קוסינוס עם אותו ארגומנט).

$$\vec{B}=\frac{1}{u}\hat{k}\times\vec{E}=\frac{\vec{k}\times\vec{E}}{\omega}$$

העכבה של התווך: $\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

בריק: $\eta=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=\eta_0=120\pi$

$$\vec{H}=\frac{1}{\eta}\hat{k}\times\vec{E},$$

$$\vec{E}=-\eta\hat{k}\times\vec{H}$$

וקטור פוינטינג (האנרגיה שהגל נושא) - כמות אנרגיה ליחידת שטח ליחידת זמן.

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

בנוסחה מציבים את הביטוי הממשי של השדות.

הכיוון של $\vec{S}$ הוא בכיוון של $\hat{k}$ (כיוון התקדמות הגל).

הממוצע של הוקטור פוינטינג בזמן (נקרא גם **העוצמה** של הגל):

$$\vec{S}_{Avg} = \langle \vec{S} \rangle = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\tilde{\vec{E}} \times \tilde{\vec{H}}^*}{2} \right\}$$

$\tilde{\vec{E}}$ ו- $\tilde{\vec{H}}$ הם הייצוג הקומפלקסי של השדות.

המרה של הנגזרות בזמן ובמרחב:

$$\frac{\partial}{\partial t} \to -\mathrm{i}\omega$$

$$\vec{\nabla} \to \mathrm{i}\vec{k}$$

שאלות:

1) **דוגמה - חישוב כל הגדלים הבסיסיים**

השדה החשמלי של גל א"מ המתקדם בחומר לא מגנטי נתון בביטוי הבא: $\vec{E} = 4\pi \cos(10^9 t - 6x)\hat{y}\frac{mV}{m}$.

א. מהו התדר של הגל ומהו אורך הגל?

ב. מהו מקדם השבירה והקבוע הדיאלקטרי של החומר?

ג. מהו $\vec{H}$ ומהו וקטור פוינטינג הממוצע?

2) **דוגמה 2 - חישוב כל הגדלים 2**

השדה: $\frac{3\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{10}} \cdot \vec{H} = H_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)}$ מתפשט בתווך לא מגנטי.

מצאו את:

א. וקטור הגל ואורך הגל.

ב. תדר הגל.

ג. מהירות הגל בתווך ומקדם השבירה.

ד. המקדם הדיאלקטרי והעכבה.

ה. השדה החשמלי.

תשובות סופיות:

1) א. $\lambda = \frac{\pi}{3} m$, $f = 1.59 \cdot 10^8 Hz$.

ב. $\varepsilon_r = 3.24$, $n = 1.8$.

ג. $\vec{S}_{AVg} = 12\pi \cdot 10^{-8} \hat{x}$, $\vec{H} = 6 \cdot 10^{-5} \cos\left(6x - 10^9 t\right) z \frac{A}{m}$.

2) א. $\lambda = \frac{1}{\sqrt{10}} m$, $\vec{K} = 2\pi(1, -3, 0)$.

ב. $f = 5 \cdot 10^7 Hz$.

ג. $n = 18.97$, $u = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot 10^6 \frac{m}{\sec}$.

ד. $\eta = 2\pi \cdot \sqrt{10}$, $\varepsilon_r = 360$.

ה. $\vec{E}(x, y, t) = -2\pi \cdot \sqrt{10} \cdot H_0 e^{i\left(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t\right)} \hat{z}$.

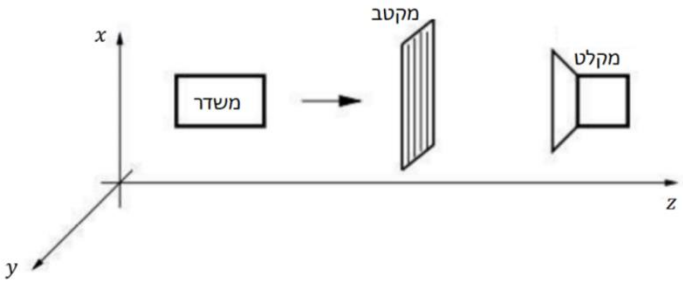
נושא 4 : קיטוב מעגלי ואליפטי

רקע:

הקיטוב של הגל נקבע על ידי כיוון השדה החשמלי (לא לבלבל עם כיוון הגל).
מקטב - מודד את הקיטוב של הגל.
קיטוב לינארי - כיוון השדה קבוע.
קיטוב מעגלי ימני - רכיב y מפגר אחרי רכיב x ב-$90°$.
כלומר הפאזה של רכיב y פחות הפאזה של רכיב x שווה $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
השדה מסתובב נגד השעון או בהתאם לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z.
קיטוב מעגלי שמאלי - רכיב y מקדים את רכיב x ב-$90°$.
($\varphi = -\frac{\pi}{2}$ השדה מסתובב עם השעון או הפוך לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z).
קיטוב אליפטי - מתקבל כאשר יש הפרש פאזה של $90°$ והאמפליטודה של הרכיבים שונה או אם הפרש הפאזה שונה מ-$90°$.

שאלות:

1) **דוגמה חשובה - שינוי עוצמה ממקטבים**
נתונה המערכת הבאה:



במערכת ,המשדר יכול לייצר גל הנע בכיוון z בכל קיטוב שנרצה.
והמשדר יכול למדוד גל בכל קיטוב שמגיע אליו.
המקטב מורכב מרשת מתכתית כפי שמתואר באיור.
כיוון המקטב מוגדר לפי כיוון הרכיב של השדה שעובר, כלומר במאונך לרשת.

א. עבור המצב של המקטב בתמונה נתון כי המקלט אינו קולט סיגנל.
רשמו את פונקציית הגל שמייצר המשדר.

ב. עבור אותו גל מוסיפים לפני המקטב הקיים מקטב זהה נוסף בזווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x.
מה היחס בין העוצמה שימדוד הגלאי לעוצמה שיוצאת מהמשדר?

2) דוגמה - קיטוב לינארי ומעגלי

מצאו את הקיטוב של השדה במקרים הבאים.

עבור קיטוב לינארי רשמו את כיוון הקיטוב וזווית הקיטוב.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 3E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos(kz + \omega t)\,\hat{x} + E_0 \cos\left(kz + \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ד. $\vec{H} = H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

3) דוגמה - קיטובים אליפטים וערכים מקסימאלים

מצאו את הקיטוב של הגלים הבאים.

אם הקיטוב אליפטי, מצאו את הערך המקסימאלי של השדה החשמלי ואת זווית ההטיה של הציר הראשי של האליפסה.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ד. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + \frac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

4) קיטוב אליפטי הוא סכום של קיטובים מעגליים

הוכיחו כי ניתן לייצג גל בעל קיטוב אליפטי בעזרת סכום של גל בעל קיטוב מעגלי ימני וגל בעל קיטוב מעגלי שמאלי.

5) קיטוב מעגלי כסכום של קיטובים אליפטיים

הוכיחו כי גל בעל קיטוב מעגלי הינו סופרפוזיציה של שני גלים בעלי קיטוב אליפטי בכיוונים הפוכים.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}(z,t)=E_0\hat{x}\cos(kz-\omega t)$ ב. $\frac{3}{16}$

2) א. קיטוב ליניארי, θ=72° , $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{10}}(1,3)$.

ב. קיטוב מעגלי שמאלי. ג. קיטוב מעגלי ימני.

ד. קיטוב ליניארי, θ=−45° , $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1)$.

3) א. קיטוב ליניארי, θ=26.6° , $\hat{n}=\frac{(1,2)}{\sqrt{5}}$.

ב. קיטוב אליפטי, $\theta=\frac{\pi}{2}$, $E_{max}=2E_0$.

ג. קיטוב אליפטי, $\theta=45°$, $E_{max}=1.7E_0$.

ד. קיטוב אליפטי, $\theta=21.7°$, $E_{max}=1.27E_0$.

4) הוכחה.

5) הוכחה.

נושא 5: פגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי

רקע:

כאשר גל הנע בתווך אחד פוגע בשפה של תווך אחר נקבל גל עובר וגל מוחזר תדירות כל הגלים זהה ושווה לתדירות המקוראת אמפליטודות הגל העובר והגל המוחזר נקבל מתנאי השפה.

$$B_{2\perp} = B_{1\perp} \qquad D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma_{free}$$

$$H_{2||} - H_{1||} = k_{\text{free}} \qquad E_{2||} = E_{1||}$$

σ_{free} - היא צפיפות המטען המשטחית והחופשית על השפה

k_{free} - צפיפות הזרם המשטחי והחופשי על השפה

בפגיעה ישרה (או פגיעה בניצב) לשני השדות רכיב מקביל לשפה בלבד.

בתווך דיאלקטרי: $\sigma_{free} = \mathrm{k}_{free} = 0$

הקשר בין האמפליטודות:

$$\frac{E_{\text{to}}}{E_{\text{io}}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$\frac{E_{\text{ro}}}{E_{\text{io}}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

<u>השוויון השני נכון רק אם</u>: $\mu_1 = \mu_2$ (זה המצב ברוב המקרים).

לא לבלבל בין n ל-η.

מקדם העברה:

$$\tau = \frac{E_t}{E_0}$$

מקדם החזרה:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_0}$$

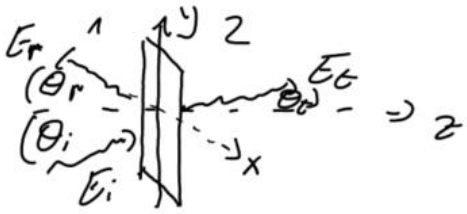
בפגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי:

$$1 + \Gamma = \tau$$

נושא 6: פגיעה בזווית בתווך דיאלקטרי

רקע:

מישור השפה בין החומרים (מישור xy באיור).
מישור הפגיעה הוא המישור של וקטורי הגל (מישור yz באיור).



משיקולי סימטריה k_y זהה לכל הגלים.

$$\theta_i = \theta_r$$

חוק סנל: $\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{u_t}{u_i} = \frac{n_i}{n_t}$

אם: $n_i > n_t$ אז קיימת **זווית קריטית**.
אם זווית הפגיעה גדולה מהזווית הקריטית אז לא יהיה גל עובר או תהיה החזרה מלאה:

$$\theta_c = \text{shiftsin}\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

משוואות פרנל:
עבור פגיעה בזווית עם קיטוב אנכי (השדה החשמלי מאונך **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{\perp} = \frac{E_{r_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{n_1\cos\theta_i - \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{\perp} = \frac{E_{t_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{\perp} = \tau^{\perp}$$

עבור פגיעה בזווית עם קיטוב מקבילי (השדה החשמלי מקביל **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{||} = \frac{E_{r_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}} = \frac{\eta_2 \cos\theta_t - \eta_1 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} = \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{||} = \frac{E_{t_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i} = \frac{2n_1 n_2 \cos\theta_i}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos\theta_i + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{||} = \tau^{||} \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

זווית ברוסטר היא הזווית שבה יש העברה מלאה (ואין החזרה).

זווית ברוסטר בקיטוב מקבילי:

$$\sin^2\theta_B{}^{||} = \frac{1 - \frac{\mu_t \varepsilon_i}{\mu_i \varepsilon_t}}{1 - \left(\varepsilon_t/\varepsilon_i\right)^2}$$

אם: $\mu_2 \approx \mu_1$ אז:

$$\sin\theta_B{}^{||} = \frac{1}{1 + \varepsilon_i/\varepsilon_t}$$

$$\tan\theta_B{}^{||} = \frac{n_t}{n_i}$$

בקיטוב אנכי:

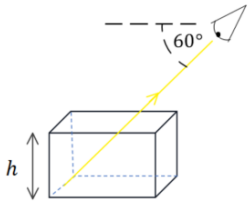
$$\sin^2\theta_B{}^{\perp} = \frac{1 - \frac{\mu_i \varepsilon_t}{\mu_t \varepsilon_i}}{1 - \left(\mu_i/\mu_t\right)^2}$$

* מאוד נדיר למצוא חומרים שקיימת עבורם זווית ברוסטר בקיטוב אנכי.

שאלות:

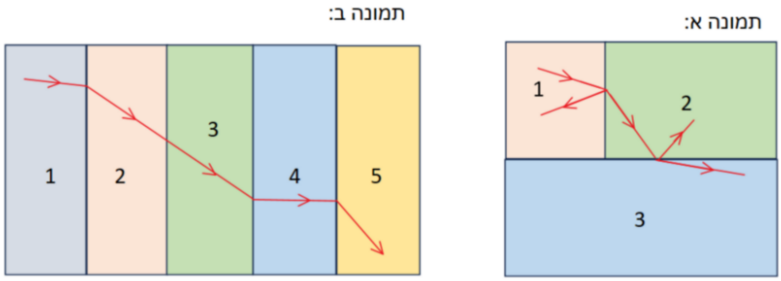
1) תרגיל - צופה מסתכל על תיבה

לתיבת זכוכית ריקה גובה של $h = 6cm$. צופה מסתכל על התיבה, כאשר הוא מוריד את ראשו בזווית של 60 מעלות מתחת לאופק הוא רואה בדיוק את קצה הבסיס הרחוק של התיבה. ממלאים את התיבה בשמן $n = 1.54$.
איזה נקודה בבסיס התיבה יראה הצופה?
(מצאו את מרחק הנקודה מהקצה הרחוק של בסיס התיבה).



2) תרגיל - שבירה דרך מספר חומרים

בתמונות הבאות מתוארים חומרים בעלי מקדמי שבירה שונים.
גל עובר דרך השכבות כמתואר באיורים. הניחו שהתמונות מדויקות.
דרגו את מקדמי השבירה של החומרים השונים, בכל תמונה, מהקטן לגדול (אין קשר בין התמונות).



3) דוגמה - גל פוגע בזווית במים

גל אלקטרומגנטי מישורי נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית בפני הים.
הקבוע הדיאלקטרי של מי ים הוא בערך 80. (הניחו שהמים מתנהגים כמבודד).

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור גל בקיטוב מקבילי.

גל המקוטב אנכית פוגע בפני הים בזווית שחישבתם בסעיף א.

ב. מהי זווית ההעברה של הגל?

ג. מה הם מקדמי ההעברה וההחזרה?

4) תרגיל - שבירה במעברים עם זווית קריטית וברוסטר

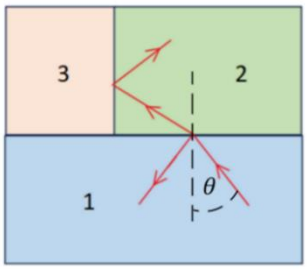
אור נכנס מחומר 1 ועובר שבירה במעבר לחומר 2 כך שחלקו מוחזר וחלקו מועבר, ראו איור. הקרן שהועברה ממשיכה עד לפגיעה בחומר 3 שם היא פוגעת בו בזווית הקריטית ומבצעת החזרה מלאה.

נתון: $n_1 = 1.5,\ n_2 = 1.3,\ n_3 = 1.1$.

א. מהי הזווית θ שבאיור?

ב. האם צריך להגדיל או להקטין את הזווית θ כך שהאור לא יבצע החזרה מלאה וייכנס לחומר 3?

ג. האם האור יעבור לחומר 3 בהינתן ש-θ היא זווית ברוסטר למעבר בין חומר 1 לחומר 2? (הניחו כי הפרמביליות זהה).



5) תרגיל - גלים בין שני מקטבים

גל בעל קיטוב בכיוון x ואמפליטודה של השדה החשמלי E_0 נע בכיוון z.

הגל עובר דרך שני מקטבים הראשון בעל קיטוב בזווית 20 מעלות עם ציר x והשני בזווית 60 מעלות עם ציר x. בכל הסעיפים ניתן להזניח החזרות מרובות.

א. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל העובר את המקטב הראשון?

ב. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל העובר את המקטב השני? רשמו ביטוי לגל זה.

ג. בהנחה שהמקטב השני הוא מקטב רשת המחזיר את הרכיב המקביל ללא איבוד אנרגיה לחום. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל המוחזר מהמקטב השני?

6) תרגיל - מקטב מערימה של משטחי זכוכית

דרך פשוטה ויעילה לבנות מקטב היא להשתמש בערימה של משטחי זכוכית מיקרוספקופים עם מרווחים ביניהם. הרעיון הוא לנצל את ההבדל בין מקדמי ההעברה של הרכיב המקביל והמאונך. בזווית ברוסטר ישנה העברה מלאה של הרכיב המקביל בעוד שרק חלק מהרכיב המאונך עובר , כלומר זהו סוג של מקטב. נניח שיש לנו חתיכה אחת של זכוכית והפגיעה בה היא בזווית ברוסטר.

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור הפגיעה בזכוכית (מאוויר) בעלת מקדם שבירה $n = 1.46$ (מקדם השבירה תלוי באורך הגל , הניחו שזה מקדם השבירה עבור אורך הגל שבבעיה וכי הפרמביליות אחידה).

ב. מצאו את זווית ההעברה , האם היא תלויה בקיטוב?

ג. הראו כי זווית הפגיעה ביציאה מהזכוכית היא זווית ברוסטר לאותו מעבר.

ד. מצאו את מקדמי ההעברה לכל רכיב ($\tau^{\perp}$, $\tau^{\parallel}$) עבור היציאה מהזכוכית.

מקדמי ההחזרה וההעברה של האנרגיה עבור שני הרכיבים מוגדרים באופן הבא: $T = \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i}|\tau|^2$.
מקדם ההעברה הכולל הוא מכפלה של מקדם ההעברה בכניסה של האור לזכויות במקדם ההעברה של היציאה של האור מהזכוכית.
ניתן להזניח החזרות מרובות.

ה. מהו מקדם ההעברה הכולל של האנרגיה עבור כל רכיב.

ו. נגדיר את יעילות המקטב לפי: $e = \frac{T^{\parallel}}{T^{\perp}}$ לכמה שכבות נזדקק על מנת להגיע ליעילות של $e = 10^4$

תשובות סופיות:

1) 1.4cm.

2) תמונה א: $n_1 > n_2 > n_3$, תמונה ב: $n_5 < n_3 = n_2 < n_1 < n_4$.

3) א. $\theta_B = 84°$. ב. $\theta_t = 6.4°$.

ג. $\tau^{\perp} = 0.025$, $\Gamma^{\perp} = -0.975$.

4) א. $\theta \approx 27.5°$ ב. צריך להגדיל את טטה. ג. האור ייכנס.

5) א. $E_0 \cos(20°)$ בכיוון: $\cos(20°)\hat{x} + \sin(20°)\hat{y}$.

ב. $\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(20°)\cos(40°)\left(\cos(60°)\hat{x} + \sin(60°)\hat{y}\right)\cos(kz - \omega t)$.

ג. $E_0 \cos(20°)\sin(40°)$ בכיוון: $\cos(30°)\hat{x} - \sin(30°)\hat{y}$.

6) א. $\theta_B \approx 55.6°$ ב. $\theta_t \approx 34.4°$ לא תלויה בקיטוב.

ג. $\tau^{\perp} = 1.36$ $\tau^{"} = 0.685$ ד. $\tau^{\perp} = 0.754$ $\tau^{"} = 1$ ה. 33

נושא 7: פגיעה במוליך מושלם

רקע:

במוליך מושלם השדות בתוך המוליך מתאפסים תנאי השפה:

$$H_{1||} = -k_{\text{free}}$$

$$E_{1||} = 0$$

בפגיעה ישרה מתקבל **גל עומד**.
יש הפרש פאזה של 90 בין השדה החשמלי למגנטי
בפגיעה בזווית:

$$\theta_i = \theta_r$$

צריך לחלק לקיטוב מקביל או מאונך למישור הפגיעה אבל בשני המקרים מקבלים גל עומד בכיוון z (בכיוון מאונך לשפה) וגל מתקדם בכיוון y (בכיוון מקביל לשפה).

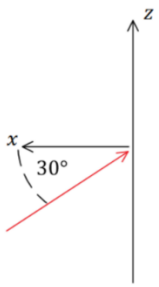
שאלות:

1) תרגיל - גל פוגע במראה בזווית

גל אלקטרו מגנטי מתקדם במישור xz עם זווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x כפי שמתואר באיור. לגל כיתוב בכיוון y. הגל פוגע במראה מישורית הנמצאת במישור zy ומוחזר ממנה.

א. כתבו את $\hat{k}$ עבור הגל הפוגע והמוחזר.

ב. מהו הכיוון של השדה החשמלי והמגנטי של הגל המוחזר?



תשובות סופיות:

1) א. $\hat{k}_r = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$, $\hat{k}_i = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$ ב. $\hat{E} = -\hat{y}$ ג. $\hat{B}_r = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{z} + \frac{1}{2}\hat{x}$

נושא 8: גלים במוליך לא אידיאלי

רקע:

התפלגות המטען הנפחית דועכת וכל המטען נע לכיוון השפה.
הזמן האופייני של דעיכת הצפיפות הנפחית הוא

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

σ - היא המוליכות.

במוליך מושלם: $\sigma \to \infty$ ו- $\tau \to 0$
במוליך לא מושלם מסתכלים על היחס בין זמן הדעיכה לזמן המחזור.
טיב המוליכות תלוי בתדר (עבור תדרים מסוימים החומר יהיה מוליך טוב ועבור תדרים אחרים מוליך לא טוב).

מוליך טוב $\tau \ll \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \gg 1$
מוליך גרוע $\tau \gg \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \ll 1$

משוואות מקסוול במוליכים:

$$1)\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 0$$

$$2)\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$3)\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$4)\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon + \mathrm{i}\frac{\sigma}{\omega}$$

המשוואה והפתרון נשארים כמו במקרה של תווך דיאלקטרי רק ש: $\varepsilon \to \varepsilon_{eff}$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_{\text{eff}}} \to k = k_R + \mathrm{i}k_I$$

עבור גל המתקדם בכיוון $\hat{z}$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-k_I z}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_R z - \omega t)}$$

מהירות הפאזה:

$$u = \frac{\omega}{k_R}$$

עומק החדירה:

$$d = \frac{1}{k_I}$$

העכבה הופכת למורכבת:

$$\eta_{eff} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{eff}}} = |\eta| e^{i\varphi}$$

φ - הפרש פאזה בין השדה המגנטי לחשמלי.

שאלות:

1) דוגמה - גלי סונר ורדיו מתפשטים בים

גל אלקטרומגנטי בעל קיטוב לינארי מתפשט בתוך מי ים.

המוליכות הסגולית של מי ים היא: $\sigma \approx 4 \frac{1}{\Omega \cdot m}$ והמקדם הדיאלקטרי היחסי הוא: $\varepsilon_r \approx 80$. הניחו כי הגל מתפשט בכיוון z וכי האמפליטודה של השדה החשמלי היא: E_0.

מצאו את הגדלים הבאים עבור גלי רדיו: $f = 10^7 Hz$, ועבור גלי סונר: $f = 10^3 Hz$.

א. עומק החדירה, אורך הגל, ומהירות הגל.

ב. השדה החשמלי ו-$\vec{H}$.

ג. הוקטור פוינטינג.

ד. כמות יחסית של אנרגיה הנקלטת בצוללת בעומק של 15 מטר מתחת לפני הים.

2) ציפוי כסף למיקרוגל

מיקרוגל פועל בתדרים של $10^{10} Hz$. על מנת שקרינה לא תצא מהמיקרו יש לעטוף אותו בשכבת מתכת (כלוב פארדיי).

העריכו מה צריכה להיות עובי השכבה כך שלא תהיה יציאה של קרינה מהמיקרו אם המתכת היא כסף.

למה לדעתכם לא משתמשים בכסף ליצירה של שכבת הגנה במיקרו?

ההתנגדות הסגולית של כסף היא: $\rho = 1.59 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

תשובות סופיות:

1) א. רדיו: $d=0.08m\ ,\ \lambda=0.5m\ ,\ u=5\cdot10^6\ \frac{m}{\sec}$.

סונר: $d=8m\ ,\ \lambda=50m\ ,\ u=5\cdot10^4\ \frac{m}{\sec}$.

ב. רדיו: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t\right)}\hat{x}\ ,\ \vec{H}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

סונר: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^{-2}z-2\pi\cdot10^3t\right)}\hat{x}\ ,\ \vec{H}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^2z-2\pi\cdot10^3t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

ג. רדיו: $\vec{S}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{0.04}}\hat{z}$. סונר: $\vec{S}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{4}}\hat{z}$.

ד. רדיו: 0%.

סונר: 2.35%.

2) $3\mu m\sim$ עובי השכבה. כסף היא מתכת יקרה.

נושא 9 : פגיעה בזווית במוליך לא מושלם

רקע:

מאותם שיקולי סימטריה לציר y שהיו במעבר בין חומרים דיאלקטרים k_y זהה לכל הגלים.
מכאן שזווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה וחוק סנל ממשיך להתקיים
מכיוון ש- k_y מגיע מהחומר הדיאלקטרי הוא חייב להיות ממשי ולא תלוי במוליכות
הדעיכה נובעת ותלויה רק ברכיב המדומה של k_z.
<u>במקרה של מוליך טוב</u>

הגל העובר יהיה רק במאונך לשפה ($\theta_t = 0$)

הרכיבים של השדות המאונכים לשפה לא חודרים למוליך.

מקבלים את משוואות פרנל עם עכבה אפקטיבית

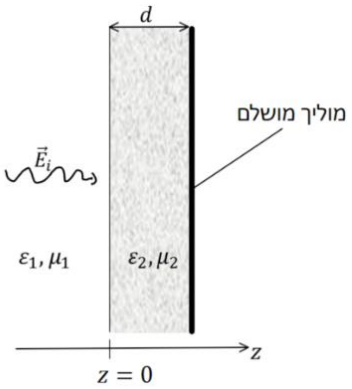
נושא 10: מעבר של יותר מתווך אחד

רקע:

נציב את תנאי השפה עבור כל ממעבר.

שאלות:

1) שכבת חומר דיאלקטרי ליד מוליך מושלם



גל הנע בתווך דיאלקטרי בעל ε_1, μ_1 פוגע בניצב לשכבה בעובי d עם ε_2, μ_2 ומוחזר ממוליך מושלם הנמצא בקצה השכבה, ראו איור. השדה החשמלי של הגל נתון לפי: $\vec{E}_i(z,t) = E_{i0}\,\hat{x}\cos\omega\left(\frac{z}{u} - t\right)$.

מצאו את:

א. $\vec{E}_r(z,t)$.

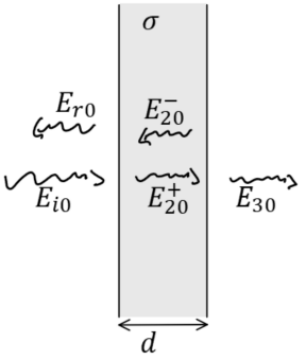
ב. $\vec{E}_1(z,t)$.

ג. $\langle s_1 \rangle$.

ד. העובי d עבורו לא ניתן יהיה לזהות את השכבה.

2) גל עובר דרך פיסת נחושת

גל אלקטרומגנטי מישורי בתדירות $10\ MHz$ עם אמפליטודה E_{i0} פוגע בניצב לפיסת נחושת ($\sigma = 5.80 \cdot 10^7\ \frac{S}{m}$) דקה מישורית בעובי d השווה לעומק החדירה.



הזניחו החזרות מסדר שני ומעלה וחשבו את:

א. האמפליטודות של כל שאר הגלים: $E_{r0}, E_{20}^+, E_{20}^-, E_{30}$ כתלות ב-E_{i0}.

ב. $\frac{\langle s_3 \rangle}{\langle s_{1i} \rangle}$.

3) חישוב כל הגדלים

השדה החשמלי של גל מישורי הנע בתווך הומוגני נתון לפי הביטוי: $\vec{E} = \cos(z + 2\pi \cdot 10^7 t)\hat{y}$ ביחידות של וולט למטר.

א. מהו תדר הגל (בהרץ)?

ב. מהו כיוון התקדמות הגל?

ג. מהו אורך הגל?

בהנחה כי: $\mu = \mu_0$ מצאו את המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר.

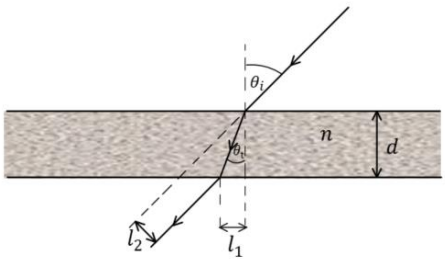
רשמו ביטוי ל-$\vec{H}$.

ד. רשמו ביטוי לווקטור פוינטינג הממוצע בזמן.

4) ציירו קיטוב אליפטי

ציירו את אליפסת הפולריזציה (האליפסה אותה "מצייר" קצהו של ווקטור השדה החשמלי במישור המאונך לכיוון התקדמות הגל כאשר הצופה מודד אותו לאורך זמן בנקודה קבועה) עבור הגל: $\vec{E} = (5\mathrm{i}\hat{x} - \hat{y})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\pi z + \omega t)}$.

5) חישוב הזזה לטרלית (חוק סנל)



קרן אור נעה באוויר ופוגעת בזווית θ_i בחומר שקוף בעובי d בעל אינדיקס שבירה n.

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את המרחק של נקודת היציאה l_1.

ג. מצאו את ההזזה הלטרלית (המרחק l_2 באיור).

6) תרגיל - אלכוהול מזויף

רועי קנה בקבוק יוקרתי של משקה ג'ין ורוצה לוודא שהאלכוהול אינו מזויף. אלכוהול מזויף מכיל כמות גבוה של אתנול במקום מתנול. לרועי יש שני מצביעי לייזר באורכי גל של $532nm$ ו- $638nm$. הוא מכוון את הלייזר בזווית 30 מעלות כלפי מעלה ולמרכז הבקבוק ומודד את הגובה h ממנו יוצאת קרן האור, ראו איור. קוטר הבקבוק הוא 12cm. את מקדמי השבירה של מתנול ואתנול ניתן למצא באינטרנט והקירוב שלהם עבור תחום אורכי גל: $\lambda \in [0.4\mu\mathrm{m}, 0.8\mu\mathrm{m}]$ הוא:

מתנול: $\mathrm{n}(\lambda) \approx -0.8\lambda^3 + 1.8\lambda^2 - 1.4\lambda + 1.7$

אתנול: $\mathrm{n}(\lambda) \approx -0.1\lambda^3 + 0.3\lambda^2 - 0.3\lambda + 1.4$

בנוסחה יש להציב את אורך הגל הנמדד באוויר ב- $\mu\mathrm{m}$.

לצורך הפשטות נניח כי הבקבוק מכיל 100% אתנול או מתנול.

א. ציירו באמצעות מחשב גרף של $\mathrm{n}(\lambda)$ עבור מתנול ואתנול על אותו גרף.

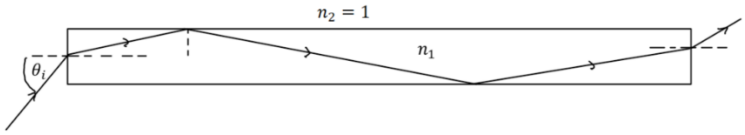
ב. ציירו באמצעות מחשב את זווית ההעברה כתלות ב- λ.
על איזה מהלייזרים תמליצו לרועי להשתמש?

ג. מצאו את הערך של h עבור כל אחד מסוגי החומרים.

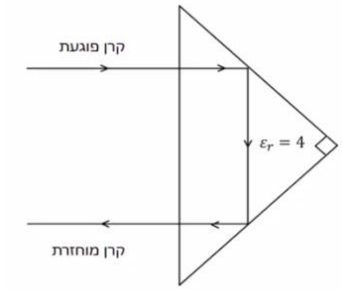


7) גל א"מ לא יוצא מסיב אופטי

סיב אופטי ישר עשוי מחומר דיאלקטרי שקוף בעל אינדקס שבירה n_1.
גל אלקטרו מגנטי נכנס בצידו האחד של הסיב בזווית θ_i ופוגע בדפנות של הסיב במהלך ההתקדמות.
מהו n_1 המינימלי כך שהגל לא יצא מהסיב עד אשר יגיע לקצה השני ללא תלות בזווית הפגיעה θ_i.



8) אור מוחזר מפריזמה משולשת



אור נכנס ומוחזר מפריזמה משולשת העשויה זכוכית.
מסלול קרן האור מתואר באיור.
מהו אחוז עוצמת האור של הקרן המוחזרת.
הניחו $\varepsilon_r = 4$ עבור זכוכית.
הפריזה היא משולש שווה שוקיים וישר זווית.

9) פגיעה ישרה במוליך מושלם

גל הנע באוויר (ריק) בכיוון ציר z פוגע פגיעה ישירה במוליך מושלם (שפת המוליך היא מישור xy). אמפליטודת השדה החשמלי של הגל היא: $6\ m\frac{V}{m}$ והתדירות היא: $100\ MHz$.

א. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל הפוגע והגל המוחזר.
ב. רשמו ביטוי לשדה החשמלי הכולל .
ציינו במפורש מה גודל השדה הנמדד כתלות בזמן ובמרחב.
ג. מצאו את המיקום הכי קרוב למוליך שבו השדה החשמלי מתאפס.

10) גל מקוטב מעגלית פוגע במוליך מושלם

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון לפי: $\vec{E}(z) = E_{i0}(\hat{x} - i\hat{y})e^{ikz}$.
הגל פוגע פגיעה ישרה במוליך מושלם כך ששפת המוליך היא במישור $z = 0$.

א. מהו סוג הקיטוב של הגל? במקרה של קיטוב מעגלי או אליפטי ציינו גם אם הקיטוב ימני או שמאלי.
ב. מצאו את הקיטוב של הגל המוחזר.
ג. מהו הזרם המושרה במוליך?
ד. רשמו ביטוי מפורש לשדה החשמלי הנמדד כתלות במרחב ובזמן.

11) גל פוגע בזווית במוליך מושלם

גל מישורי בתדירות ω נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית במוליך מושלם.
זווית הפגיעה היא θ_i וקיטוב הגל מאונך למישור הפגיעה.
אמפליטודת השדה החשמלי היא E_{i0} .

א. מצאו את הזרם על שפת המוליך כתלות בזמן ובמרחב.

ב. מצאו את הממוצע בזמן של הוקטור פוינטינג.

12) גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב מקבילי

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון
לפי: $\vec{E}_i(x,z) = 10e^{i(6x+8z)}\hat{y}\frac{V}{m}$.
הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור $z = 0$.

א. מהם אורך הגל והתדירות?

ב. רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו-H הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.

ג. מהי זווית הפגיעה?

ד. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל המוחזר.

ה. רשמו את השדה החשמלי ואת H השקולים באוויר.

13) גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב אנכי

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון
לפי: $\vec{E}_i(x,z) = 5(\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z})e^{-i6(\sqrt{3}y-z)}\frac{V}{m}$.
הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור $z = 0$.

א. מהם אורך הגל והתדירות?

ב. רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו-H הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.

ג. מהי זווית הפגיעה?

ד. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל המוחזר.

ה. רשמו את השדה החשמלי ואת H השקולים באוויר.

14) גלי רדיו בנחושת

מצאו את אורך הגל ומהירות הפאזה של גל רדיו בתדר של 1MHz המתפשט בנחושת.
השוו לתוצאה המתקבלת באוויר (או ריק).
המוליכות של נחושת היא: $59.6 \cdot 10^6(\Omega \cdot m)^{-1}$ ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

15) כמה עמוק חודרת קרינת הפלאפון למח

המוליכות של עצם הגולגולת היא בערך : $0.15\frac{S}{m}$ ($S=siemens=\frac{1}{\Omega}$) והמקדם הדיאלקטרי הוא בערך 12. עבור רקמת המוח עצמה המוליכות היא בקירוב $1\frac{S}{m}$ והמקדם הדיאלקטרי הוא בקירוב 50 (קרוב למים).

העריכו את עומק החדירה של קרינת ה-4g המשודרת בתדרים בסביבות ה-$1GHz$.

מה יהיה השינוי בעומק החדירה עבור קרינת ה-5g המשודרת בתדרים של כ-$30GHz$ (בפועל התוצאה נמוכה פי 10 כי המקדם הדיאלקטרי והמוליכות גם משתנים עם שינוי התדר).

16) גל פוגע בזווית במי ים

גל בעל תדירות של $10\ kHz$ המקוטב במקביל למישור הפגיעה נע באוויר ופוגע בזווית בשפה של המים באוקיינוס.

זווית הפגיעה היא : $88°$, $\varepsilon_r = 80$, $\mu_r = 1$ ו- $\sigma = 4\frac{S}{m}$.

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את מקדם ההעברה $\tau^{||}$.

ג. את היחס $\frac{\langle s_t \rangle}{\langle s_i \rangle}$ על השפה ($\langle s \rangle$ הוא הממוצע בזמן).

ד. ואת המרחק שבו עוצמת השדה יורדת ב-30dB (דציבל).

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}_r(z,t)=E_{i0}\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\hat{x}$ כאשר $\tan\theta=\frac{\eta_2}{\eta_1}\tan(K_2d)$.

ב. $\vec{E}_1(z,t)=E_{i0}\hat{x}\left[\cos(K_1z-\omega t)+\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\right]$.

ג. $\langle S_1\rangle=0$.

ד. $d=\frac{\pi n}{\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}$.

2) א. $\frac{E_{20}^{-}}{E_{i0}}\approx(-2.49+4.53i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{20}^{+}}{E_{i0}}\approx(1.90+0.140i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{r0}}{E_{i0}}\approx-1+4.67\cdot10^{-6}i$,

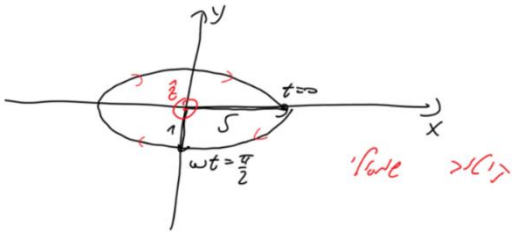
$\frac{E_{30}}{E_{i0}}\approx(-2.70+4.90i)\cdot10^{-6}$.

ב. $\frac{\langle S_3\rangle}{\langle S_1\rangle}=3.13\cdot10^{-11}$.

3) א. $f=10^7\,Hz$. ב. בכיוון $-\hat{z}$. ג. $\lambda=2\pi m$. ד. $\varepsilon_r=22.8$.

ה. $\vec{H}(z,t)=\frac{1}{8\pi^2}\cos(z+2\pi\cdot10^7t)\hat{x}$. ו. $\vec{S}_{AVg}=-\frac{\hat{z}}{16\pi^2}$.

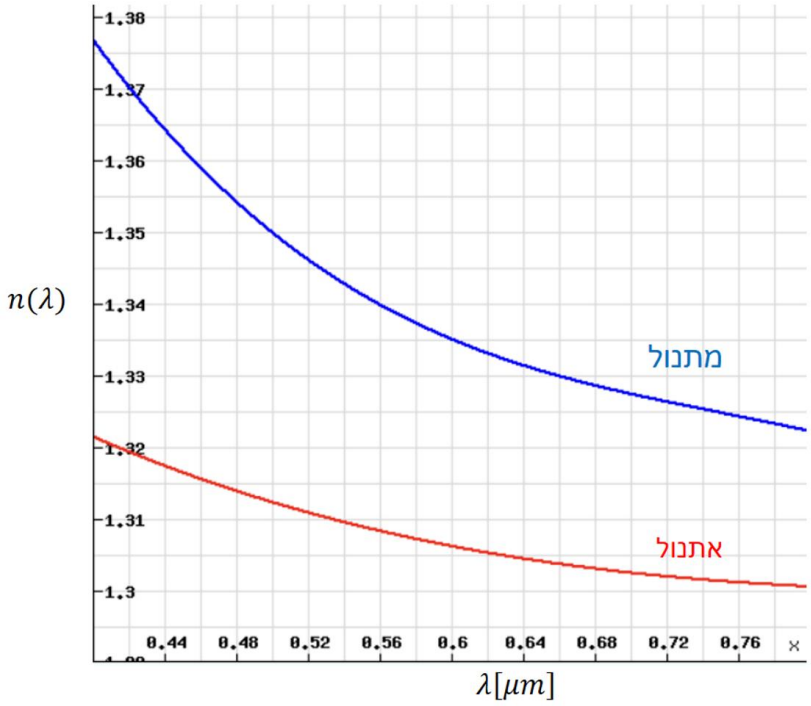
4) שרטוט:



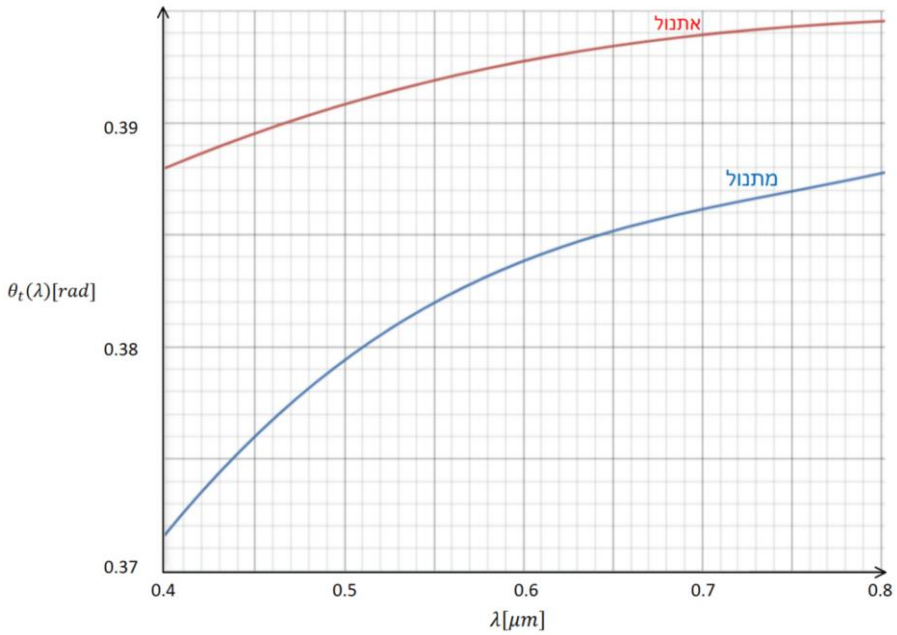
5) א. $\sin\theta_t=\frac{1}{n}\sin\theta_i$. ב. $l_1=\frac{d\sin\theta_i}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}$.

ג. $l_2=d\sin\theta_i\left(1-\frac{1}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}\right)$.

6) א. שרטוט:



ב. בלייזר של ה-532 ננומטר.



ג. אתנול – 4.83cm , מתנול - 4.96cm.

7) $\sqrt{2}$.

8) 79%.

9) א. $\vec{E}_i = 6\cdot10^{-3}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{x}$, $\vec{H}_i = \frac{6\cdot10^{-3}}{120\pi}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{y}$.

ב. $\vec{E}_T = 12\cdot10^{-3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}z\right)\sin\left(2\pi\cdot10^8 t\right)$.

ג. $-\frac{3}{2}m$.

10) א. קיטוב מעגלי שמאלי. ב. מעגל ימני. ג. $\vec{J}_S = \frac{2E_{i0}}{\eta_0}\left(\hat{x}-i\hat{y}\right)$.

ד. $\vec{E}_1\left(z,t\right) = 2E_{i0}\sin\left(kz\right)\left(\sin\left(\omega t\right)\right)\hat{x}+\cos\left(\omega t\right)\hat{y}$.

11) א. $\vec{J}_S\left(y,t\right) = \frac{E_{i0}}{60\pi}\cos\theta_i\cos\left(\frac{\omega}{c}\sin\theta_i y-\omega t\right)\hat{x}$.

ב. $\left\langle\vec{S}\right\rangle = \frac{-{E_{i0}}^2}{30\pi}\sin\theta_i\sin^2\left(\frac{\omega}{c}\cos\theta_i z\right)\hat{y}$.

12) א. $f = \frac{3}{2\pi}\cdot10^9\,Hz$, $\lambda = \frac{\pi}{5}m$.

ב. $\vec{H}_i\left(x,z,t\right) = \frac{3\hat{z}-4\hat{x}}{60\pi}\cos\left(6x+8z-3\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_i\left(x,z,t\right) = 10\cos\left(6x+8z-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$.

ג. $\theta_i = 36.9°$.

ד. $\vec{H}_r\left(x,z,t\right) = \frac{-3\hat{z}-4\hat{x}}{60\pi}\cos\left(6x-8z-3\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_r\left(x,z,t\right) = -10\cos\left(6x-8z-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$.

ה. $\vec{E}_1\left(x,z,t\right) = -20\sin\left(8z\right)\sin\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$,

$\vec{H}_1\left(x,z,t\right) = \frac{1}{30\pi}\left(-3\sin\left(8z\right)\sin\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{z}-4\cos\left(8z\right)\cos\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{x}\right)$.

13) א. $f = \frac{1.8}{\pi}\cdot10^9\,Hz$, $\lambda = \frac{\pi}{6}m$.

ב. $\vec{H}_i = -\frac{\hat{x}}{12\pi}\cos\left(6\sqrt{3}+6z+3\cdot6\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_i = 5\left(\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z}\right)\cos\left(6\sqrt{3}y-6z+3.6\cdot10^9 t\right)$.

ג. $\theta = 60°$.

ד. $\vec{H}_r = -\frac{\hat{x}}{12}\cos\left(6\sqrt{3}y+6z+3.6\cdot10^9 t\right)$, $\vec{E}_r = 5\left(-\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z}\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+6z+3.6\cdot10^9 t\right)$.

ה. $\vec{E}_1 = 10\left(\sin\left(6z\right)\sin\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{y}\right)+\sqrt{3}\cos\left(6z\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{z}$,

$\vec{H}_1 = -\frac{\hat{x}}{12\pi}\cos\left(6z\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{z}$.

14) $u = 410\frac{m}{\sec}\approx10^{-5}c$, $\lambda = 4.1\cdot10^{-4}m$.

15) $d = 4cm$ עבור ה-5g אין הבדל.

16) א. $\theta_t = 0.03°$. ב. $\tau'' = 7.37 \cdot 10^{-4} e^{-i \cdot 0.778}$. ג. $\frac{\langle S_t \rangle}{\langle S_i \rangle} = 1.03 \cdot 10^{-3}$.

ד. $8.69m$.