

שאלון 482 - פתרון בגרונות משנים קודמות



תוכן העניינים

1. פתרון בוידאו של בחינות 3202	(ללא ספר).....
2. פתרון בוידאו של בחינות 2202	1.....
3. פתרון בוידאו של בחינות 1202	9.....
4. פתרון בוידאו של בחינות 0202	33.....
5. פתרון בוידאו של בחינות 9102	43.....
6. פתרון בוידאו של בחינות 8102	52.....
7. פתרון בוידאו של בחינות 7102	63.....
8. פתרון בוידאו של בחינות 6102	73.....
9. פתרון בוידאו של בחינות 5102	82.....
10. פתרון בוידאו של בחינות 4102	91.....
11. פתרון בוידאו של בחינות 3102	100.....
12. פתרון בוידאו של בחינות 2102	109.....

שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 1 - פתרון בידאו של בחינות 2023

תוכן העניינים

1. מועד חורף (ללא ספר)
2. קיץ מועד א (ללא ספר)
3. קיץ מועד ב (ללא ספר)
4. קיץ מועד מיוחד (ללא ספר)

שאלון 482 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 2 - פתרון בידאו של בחינות 2022

תוכן העניינים

1. מועד חורף 1
2. מועד נבצרים 5
3. קיץ מועד א (ללא ספר)
4. קיץ מועד ב (ללא ספר)

בגרות חורף 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) a_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_2 + a_4 = 124$.

א. מצא את a_3 .

נתון: $a_4 = 76$.

ב. מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

ג. (1) הבע באמצעות n את האיבר a_n .

(2) הסבר מדוע כל איבר בסדרה a_n הוא זוגי.

נתון כי הסדרה a_n היא בת 64 איברים.

ד. בסדרה הנתונה כל איבר שלישי ($a_3, a_6, \dots$) נמחק.

מהו סכום האיברים שנותרו בסדרה?

(2) בציור שלפניך מתוארת תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא מלבן.

נתון: $AD' = 12$, הזווית בין AD' לבין הבסיס $ABCD$ היא 60° .

א. מצא את אורך גובה התיבה.

נתון כי נפח התיבה הוא 432.

ב. מצא את אורכי צלעות הבסיס $ABCD$.

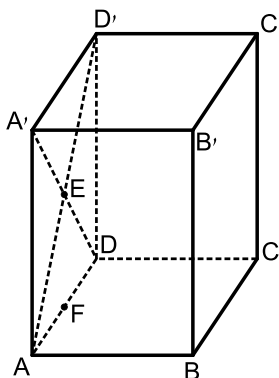
הנקודה E היא מפגש האלכסונים AD' ו- $A'D'$.

הנקודה F היא אמצע הצלע AD (ראה ציור).

ג. (1) מצא את אורך הקטע BF .

(2) מצא את גודל הזווית בין EB לבין בסיס

$ABCD$ התיבה



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונות הפונקציות: $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x)$ המוגדרות בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

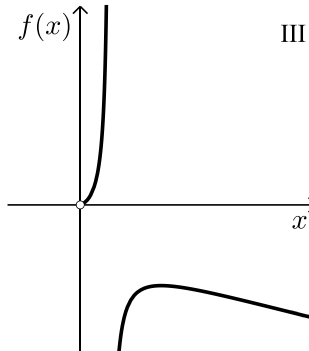
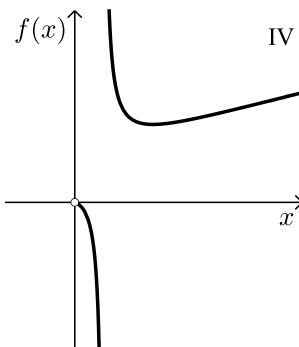
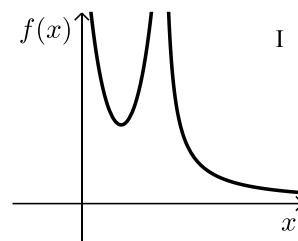
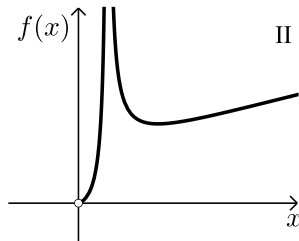
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 - ב. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
 - ג. סרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- $a > 0$ הוא פרמטר.
- נתון כי גודל השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $a \cdot f(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a \cdot g(x)$ בין שתי נקודות החיתוך שלהן הוא $3\sqrt{3}$.
- ד. מצא את a .

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצא את c .
- הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבע אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו. נמק את קביעותיך.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x}{1 + \ln(2x)}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.
- (2) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מן הסרטוטים IV-I שבסוף השאלה מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) < 0$.



תשובות סופיות:

(1) א. $a_3 = 62$ ב. $d = 14$, $a_1 = 34$ ג. (1) $a_n = 14n + 20$ (2) הסבר.

ד. 20,278

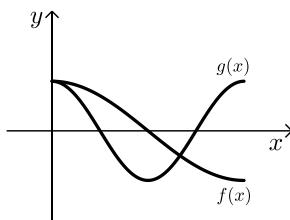
(2) א. גובה התיבה: $6\sqrt{3} = 10.39$ ב. $AB = 4\sqrt{3} = 6.93$, $AD = 6$

ג. (1) $BF = \sqrt{57} = 7.551$ (2) 34.53°

(3) א. $(0,1)$, $\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$ ב. (1) $\min(\pi, -1)$, $\max(0,1)$

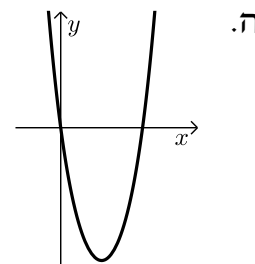
(2) $\max\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$, $\max(\pi, 1)$, $\max(0,1)$ ג.

ד. $a = 4$



(4) א. כל x ב. $c = -8.5$ ג. $(2.773, 0)$ ד. $\min(\ln 4, -4.5)$

ו. $S_2 > S$, $S_1 = S$



(5) א. $x \neq \frac{1}{2e}$, $x > 0$ ב. (1) לא. (2) $x = \frac{1}{2e}$

ג. $\min\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

ד. תחומי עלייה: $x > \frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2e}$ או $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$

ג. גרף IV. ו. $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$

בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

(1) נתונה הסדרה: $a_n = 2n + 1$.

א. (1) הוכח כי a_n היא סדרה חשבונית.

(2) מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 1,443.

ב. מצא את n .

מן הסדרה הנתונה בנו סדרה חשבונית חדשה, b_n .

נתון: $b_n = 1 + 3 \cdot a_n$, לכל n טבעי.

ג. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

בסדרה החדשה יש n איברים - n הוא המספר שמצאת בסעיף ב.

ד. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה החדשה.

טריגונומטריה במרחב

(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה SABC, שבסיסה ABC, הוא משולש שווה צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO.

CD הוא הגובה לצלע AB במשולש ABC (ראה סרטוט).

נתון כי היקף המשולש ABC הוא $6a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הגובה CD.

נתון: $CO = 4\sqrt{3}$.

ב. מצא את a .

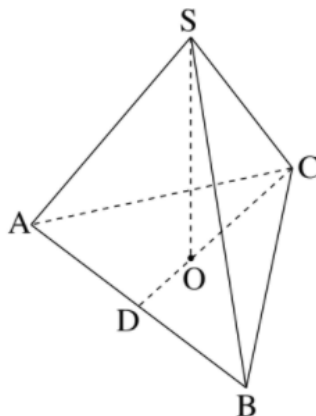
ענה על סעיף ג בעבור: $a = 6$.

נתון: גודל הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

ובין הבסיס הוא 50° .

ג. (1) מצא את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos(2x) + 2 \cdot \cos(x) + 3$ המוגדרת בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק

לגרף הפונקציה בנקודות המינימום שלה (בתחום שבין נקודות המינימום שלה).

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.

נתון כי הישר: $y = -2$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות המינימום שלה.

ד. (1) מצא את c .

(2) בעבור הערך של c שמצאת בתת-סעיף ד(1), כמה נקודות חיתוך יש לגרף

הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.

(4) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את

ציר ה- x בנקודה $(a, 0)$ בלבד.

א. הבע באמצעות a את תחומי העלייה

והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: הפונקציה שמתוארת בתחילת השאלה

$$\text{היא: } f(x) = \frac{e^{2x}}{1-e^x}$$

ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטה

המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

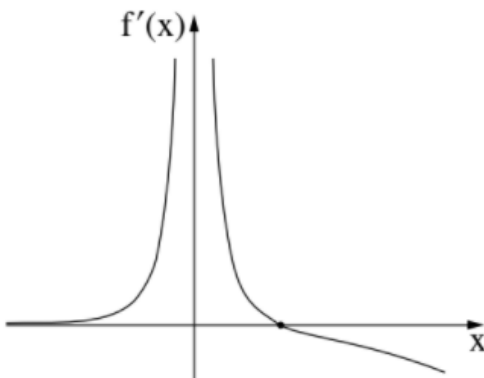
(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשום את הערך של a .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי

הישר $x = \ln 3$ ועל ידי ציר ה- x .





(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(ax^2 - x)$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x > \frac{1}{a}$, $x < 0$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$ הוא 3.

א. מצא את a .

הצב $a=2$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

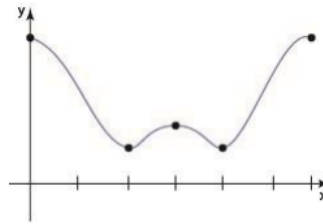
נתון: הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$, והיא

מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

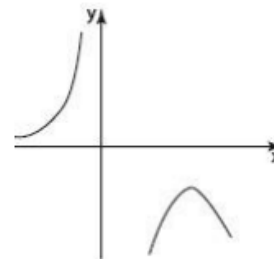
ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

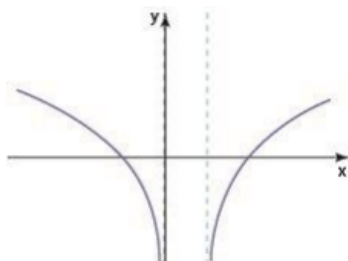
- (1) א. הוכחה. (2) הפרש הסדרה: $d = 2$, האיבר הראשון: $a_1 = 3$.
 ב. $n = 37$. ג. הפרש הסדרה החדשה הוא 6. ד. 2,242.
 (2) א. $CD = \sqrt{3a}$. ב. $a = 6$. ג. (1) 10.78. (2) 161.2.
 (3) א. $(2\pi, 6)$ מקסימום, $\left(\frac{4\pi}{3}, 1.5\right)$ מינימום, $(\pi, 2)$ מקסימום, $\left(\frac{2\pi}{3}, 1.5\right)$ מינימום,
 (0,6) מקסימום. ב. להלן סרטוט: ג. 0.544 יח"ש. ד. (1) $c = -3.5$.



- (2) שתי נקודות חיתוך.
 (4) א. עלייה: $0 < x < a$ או $x < 0$, ירידה: $x > 0$.
 ב. (1) $x = 0$. (2) לא. ג. $(\ln 2, -4)$ מקסימום.
 ד. להלן סרטוט: ה. 0.5 יח"ש.



- (5) א. $a = 2$. ב. (1) $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$. (2) $(-0.5, 0)$, $(1, 0)$.
 (3) עליה: $x > 0.5$, ירידה: $x < 0$. ג. להלן סרטוט:
 ד. $x = 1$ מינימום, $x = -0.5$ מקסימום



שאלון 482 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 3 - פתרון בידאו של בחינות 2021

תוכן העניינים

9	1. חורף מועד א
13	2. חורף מועד ב
17	3. מועד נבצרים
21	4. קיץ מועד א
25	5. קיץ מועד ב
29	6. קיץ מועד מיוחד

בגרות חורף 2021 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) נתונות שתי סדרות: $a_n = 4n + 1$, $b_n = 9 - 2n$.

א. (1) מצא את a_1 ואת b_1 .

(2) הוכח כי שתי הסדרות הן סדרות חשבוניות, ומצא את הפרשיהן.

סכום k האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 860.

ב. (1) מצא את k .

(2) מצא את סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n .

נתונה סדרה חדשה המקיימת לכל n : $c_n = a_n - b_n$.

ג. האם c_n היא סדרה חשבונית? הוכח את תשובתך.

ד. מהו סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n ? הסבר את תשובתך.

(2) SABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.

נתון: $SC = 4$, $AB = 6$, $BC = 2$.

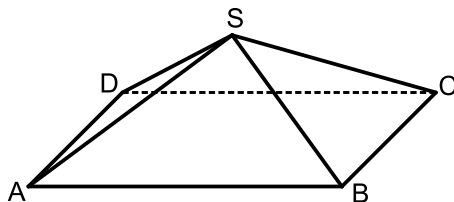
א. חשב את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

ב. (1) מצא את הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

(2) מצא את שטח המשולש ASC.

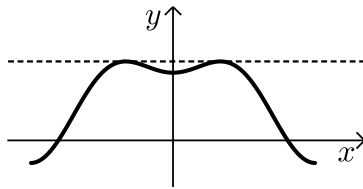
ג. (1) מצא את זווית הראש של כל הפאות הצדדיות של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



פרק שני - גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.



נתון: $f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos x + c$. c הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי ה- x של כל נקודות הקיצון

של הפונקציה $f(x)$.

קבע את סוגן בעזרת גרף הפונקציה.

נתון כי הישר $y = 1.25$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות המקסימום

של הפונקציה (ראה סרטוט).

ב. (1) מצא את c .

(2) רשום את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + b$ (b הוא פרמטר).

ג. מצא את הערך של b שעבורו הפונקציה $g(x)$ משיקה לישר $y = 0.25$

(מצא את שלוש האפשרויות).

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a}$, $a > 0$, a הוא פרמטר.

א. (1) הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

ואת משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

(2) הבע באמצעות a את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. הבע באמצעות a את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $(0, -2)$.

ג. מצא את a .

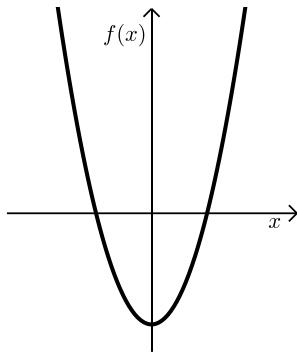
לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות: $y = 2$ בעבור $x \rightarrow \infty$ ו- $y = 0$ בעבור

$x \rightarrow -\infty$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.

מה הם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- y ?



(5) לפניך גרף הפונקציה: $f(x) = x^2 - 4$, המוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של

גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של

הפונקציה $f(x)$?

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

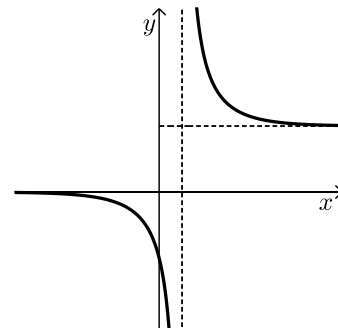
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$?

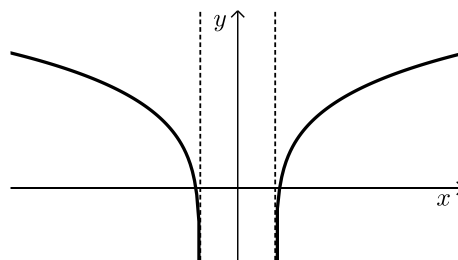
(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות:

- (1) א. (1) $b_1 = 7, a_1 = 5$ א. (2) $d_b = -2, d_a = 4$ ב. (1) $k = 20$
 ב. (2) -240 ג. כן, $c_{n+1} - c_n = 6$ ד. $1,100$
 (2) א. $\sqrt{40}$ ב. (1) 37.76° ב. (2) 7.746
 ג. (1) $28.96^\circ, 97.18^\circ$ ג. (2) 23.62
 (3) א. מקסימום: $x = \frac{\pi}{3}$, מינימום: $x = 0$, מקסימום: $x = -\frac{\pi}{3}$, מינימום: $x = -\pi$
 מינימום: $x = \pi$ ב. (1) $c = \frac{1}{2}$
 ב. (2) $(\pi, -1), (-\pi, -1), (0, 1)$
 ג. $b = -\frac{3}{4}$ או $b = -1$ או $b = 1.25$
 (4) א. (1) תחום הגדרה: $x \neq \ln(a)$, אסימפטוטה אנכית: $x = \ln(a)$
 א. (2) אין חיתוך עם ציר x , חיתוך עם ציר y : $\left(0, \frac{a}{1-a}\right)$
 ב. ירידה: $x > \ln(a)$ או $x < \ln(a)$ ג. $a = 2$
 ד. שרטוט: ה. $(0, 2)$



- (5) א. (1) $(0, -4), (-2, 0), (2, 0)$
 א. (2) תחומי חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, תחומי שליליות: $-2 < x < 2$
 ב. (1) $x > 2$ או $x < -2$ ב. (2) $x = 2$ או $x = -2$ ב. (3) $(-\sqrt{5}, 0), (\sqrt{5}, 0)$
 ב. (4) עלייה: $x > 2$, ירידה: $x < -2$
 ב. (5) שרטוט:



בגרות חורף 2021 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) הסדרה a_n מקיימת את הכלל: $a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$.

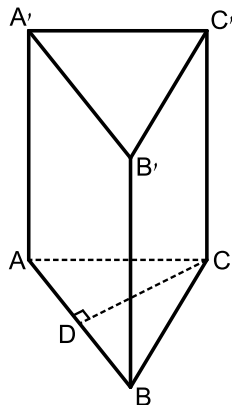
נתון: $a_1 = 10$.

א. מצא את האיברים: a_2 , a_3 , a_4 .

ב. (1) הוכח כי הסדרה של האיברים במקומות האי-זוגיים היא חשבונית.

(2) האם הסדרה של האיברים במקומות הזוגיים גם היא חשבונית? נמק.

ג. מצא את סכום 46 האיברים הראשונים בסדרה a_n .



(2) נתונה מנסרה ישרה ABCA'B'C' שבסיסה

ABC הוא משולש שווה צלעות.

CD הוא הגובה לצלע AB (ראה ציור).

נתון: $CD = a$.

א. הבע באמצעות a את אורך צלע המשולש ABC.

נתון: הזווית בין $A'D$ לבין מישור הבסיס ABC היא 68° .

שטח המעטפת של המנסרה הוא 713 (סכום שטחי

הפאות הצדדיות).

ב. (1) הבע באמצעות a את גובה המנסרה.

(2) מצא את a .

ג. מצא את גודל הזווית $\angle BA'C$.

פרק שני - גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$ בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

א. הראה כי: $f(x) = 2 \cos(2x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

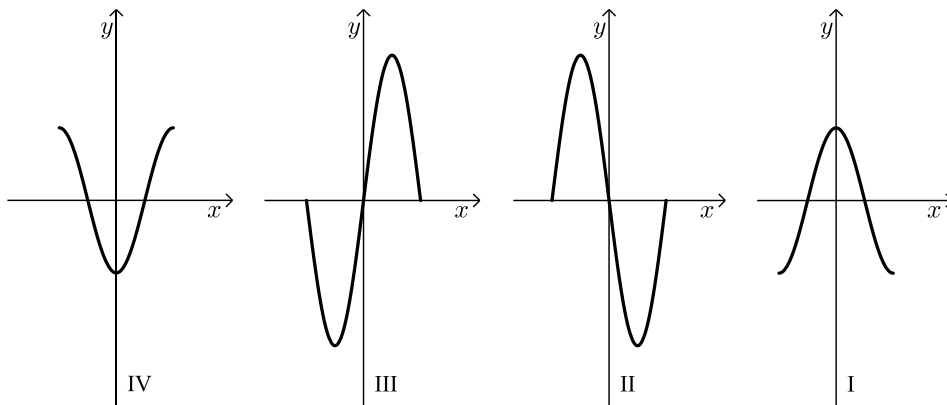
ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) קבע איזה מן הגרפים: I, II, III, IV שבסוף השאלה מתאר את גרף

הפונקציה $f'(x)$ (נגזרת הפונקציה $f(x)$), ונמק את קביעתך.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. הראה כי: $f(x) = e^x + 4e^{-x}$.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק

לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, ועל ידי ציר ה- y .



(5) נתונה הפונקציה : $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונות הפונקציות : $g(x) = -2f(x)$, $h(x) = f(x) - 2$.
 רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$. קבע את הסוג של כל אחת מהן.
 נמק את תשובותיך.

תשובות סופיות:

(1) א. $a_2 = -7$, $a_3 = 12$, $a_4 = -5$. ב. (1). הוכחה. ב. (2). כן.

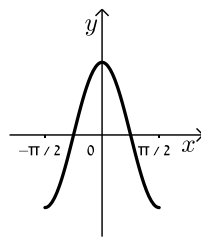
ג. 1,081.

(2) א. $\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. ב. (1). $1.43a$. ב. (2). $a = 12$. ג. 36.625° .

(3) א. הוכחה. ב. $(0, 2)$, $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$, $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$.

ג. $(0, 2)$, $\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$, $\left(-\frac{\pi}{2}, -2\right)$. ד. להלן סרטוט: ה. גרף II.

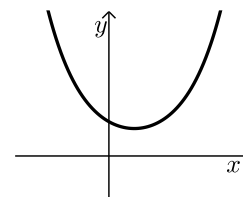
ו. $S = 8$.



(4) א. כל x . ב. $(0, 5)$. ג. הוכחה. ד. $\min(\ln 2, 4)$.

ו. 0.227.

ה. להלן סרטוט:

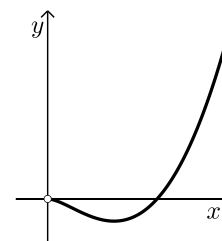


ב. $(1, 0)$. ג. $\min\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{-1}{2e}\right)$.

(5) א. $x > 0$.

ה. $\max\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{1}{e}\right)$, $\min\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{1}{2e} - 2\right)$.

ד. להלן סרטוט:



בגרות חורף 2021 מועד נבצרים:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא: $a_n = 2n - 3$,

ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל: $b_n = 3a_n + 5$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את b_1 .

(2) הוכח כי הסדרה b_n היא חשבונית.

נתון כי האיבר האחרון בסדרה b_n הוא 110.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה b_n .

נתון כי בסדרה a_n ובסדרה b_n יש אותו מספר איברים.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n .

(2) במנסרה ישרה $ABC A'B'C'$ הבסיסים הם משולשים שווי שוקיים ($AB = AC$).

AD הוא הגובה לצלע BC , ו- $A'D'$ הוא הגובה לצלע $B'C'$ (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 70^\circ$, $BC = 14$.

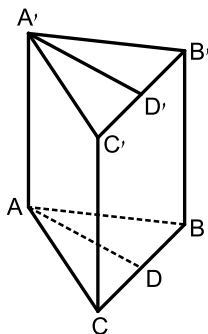
נפח המנסרה הוא 1,190.

א. חשב את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון $A'B$

ובין בסיס המנסרה ABC .

ג. חשב את $\angle AD'A$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2\sin x + \cos(2x) - 1$ המוגדרת לכל x בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$

וקבע את סוגן על פי בגרף.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודות המקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את השטח המסומן בציור:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y .

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - c$ המוגדרת בתחום: $0 \leq x \leq \pi$. c הוא פרמטר.

עבור אילו ערכים של c גרף הפונקציה $g(x)$ יחתוך את ציר ה- x ב-4 נקודות שונות? נמק.

(4) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = e^{2x}$, $g(x) = e^{3-x}$ המוגדרות לכל x .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

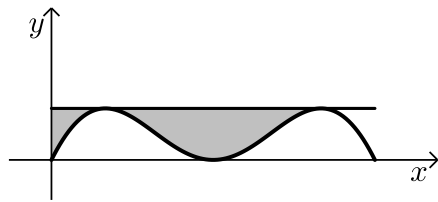
(1) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

ועל ידי הישר $y = 1$.



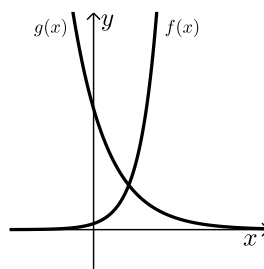


5) נתונה הפונקציה : $f(x) = -1 + 2x + \ln(x^2)$.

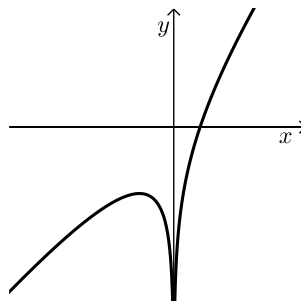
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$?
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ד. ענה על הסעיפים הבאים :
 - (1) חשב את $f(1)$.
 - (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה : $g(x) = f(x) + 5$. מצא כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x . נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. $b_1 = 2$. א. (2) הוכחה, $d_b = 6$. ב. 19 איברים.
ג. 170.
- (2) א. 17 . ב. 54.33° . ג. 59.53° .
- (3) א. $(\pi, 0)$ מינימום, $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ מינימום, $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$ מקסימום,
 $(0, 0)$ מינימום. ב. (1) $y = \frac{1}{2}$. ב. (2) 0.628 .
ג. $0 < c < \frac{1}{2}$.
- (4) א. $f(x) : (0, 1)$ אין חיתוך עם ציר ה- x .
 $g(x) : (0, e^3)$ אין חיתוך עם ציר ה- x .
ב. $f(x)$: עלייה : כל x , ירידה : אף x .
 $g(x)$: עלייה : אף x , ירידה : כל x .
ג. (1) $(1, e^2)$. ג. (2) להלן סרטוט : ג. (3) $S = 6.584$.



- (5) א. $x \neq 0$. ב. $x = 0$. ג. $(-1, -3)$ מקסימום.
ד. (1) $f(1) = 1$. ד. (2) להלן סרטוט : ה. 3 נקודות חיתוך.



בגרות קיץ 2021 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) a_n היא סדרה חשבונית.

נתונים שלושה איברים עוקבים בסדרה a_n (הסדר משמאל לימין):

$$5t + 6, 2t + t^2, 4t + t^2$$

t הוא פרמטר.

א. מצא את שלושת האיברים ואת הפרש הסדרה (שתי האפשרויות).

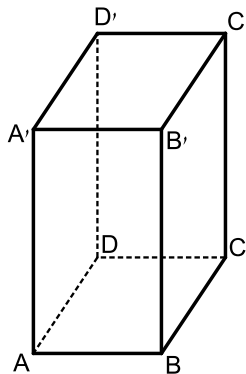
נתון: a_n היא סדרה יורדת, $a_1 = 189$.

ב. מצא בסדרה זו את המיקום של שלושת האיברים שמצאת בסעיף א'.

נתון: האיבר האמצעי שבתחילת השאלה הוא האיבר האמצעי גם בסדרה כולה.

ג. (1) כמה איברים יש בסדרה כולה?

(2) מצא את סכום האיברים שבמקומות האי-זוגיים כולה.



(2) נתונה תיבה ABCDA'B'C'D' שבסיסה מלבן.

נתון: $AB = 2a$, $BC = a$.

הזווית שבין AC' ובין הבסיס ABCD היא 60° .

א. הבע באמצעות a את גובה התיבה.

נתון כי שטח המעטפת של התיבה (סכום שטחי

הפאות הצדדיות) הוא $30\sqrt{15}$.

ב. מצא את a .

ג. מצא את גודל הזווית שבין AD' ובין אחד

מאלכסוני התיבה.

ד. מצא את שטח המרובע $AD'C'B$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x + 4\cos(2x) - 2$ המוגדרת בתחום: $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. רשום את תחום השליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x (השטח ברביע הרביעי).

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{3x} + 3e^{4-x} + a$ המוגדרת לכל x . $a > 0$ הוא פרמטר.

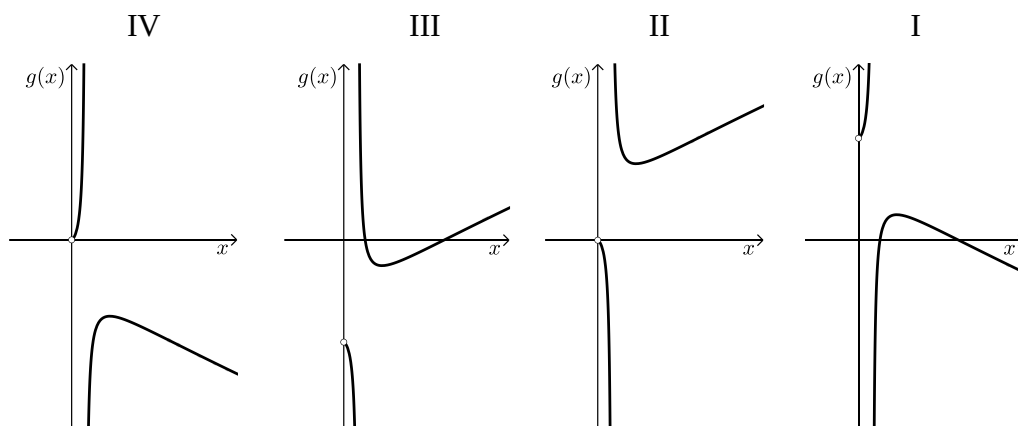
- א. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- נתון כי המרחק של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מציר ה- x הוא: $4e^3 + 2$.
- ב. מצא את a .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
- ד. (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובתך.
- (2) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ שסרטטת.

- דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו ישר המקביל לציר ה- y .
- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{bx}{1 + \ln(x)}$. $b > 0$ הוא פרמטר.

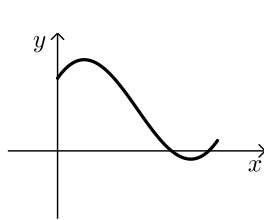
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון: הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. (1) מצא את b .
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - 4$.

- (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובותיך.
- (2) אחד מן הגרפים: I, II, III, IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבע איזה ונמק את קביעתך.



תשובות סופיות:

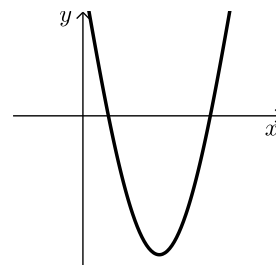
- (1) א. $d = -2, -1, -3, 12, 36, 48, 60$. ב. a_{95}, a_{96}, a_{97} . ג. (1). 191 איברים. (2). -96 .
- (2) א. $3.873a \sim a\sqrt{15}$. ב. $a = \sqrt{5}$. ג. 26.565° . ד. 40 .
- (3) א. $(0, 2)$ מינימום קצה, $\left(\frac{\pi}{12}, 2.511\right)$ מקסימום, $\left(\frac{5\pi}{12}, -0.228\right)$ מינימום,



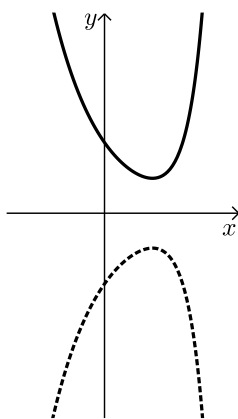
ב. סרטוט: $\left(\frac{\pi}{2}, 0.283\right)$ מקסימום קצה.

ג. שלילית: $\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$.

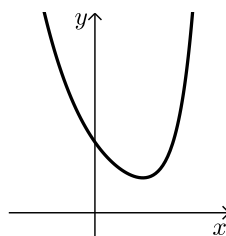
ד. סרטוט: ה. $S = 2.739$.



ד. (2) סרטוט:



ג. סרטוט:



(4) א. $x = 1$ מינימום. ב. $a = 2$.

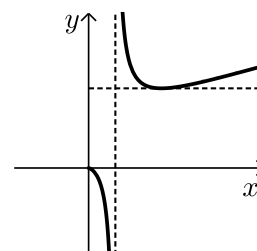
ד. (1). $(1, -4e^3 - 2)$ מקסימום.

$$\frac{18e^4 - 16e^3 + 10}{3} = 223.8 \text{ . ה.}$$

(5) א. $0 < x < \frac{1}{e}, x \neq \frac{1}{e}$. ב. $(1, b)$ מינימום.

ג. עליה: $1 < x$, ירידה: $0 < x < \frac{1}{e}, \frac{1}{e} < x < 1$. ד. (1). $b = 3$.

(2). סרטוט: ה. (1). $(1, -1)$ מינימום. (2). גרף III.



בגרות קיץ 2021 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

- (1) דניאלה קנתה מקרר בתשלומים חודשיים. התשלום הראשון הוא 700 שקלים, ולאחר מכן כל תשלום נמוך ב-30 שקלים מן התשלום שלפניו.
- א. מהו מספר התשלום שבו תשלם דניאלה 280 שקלים?
- ב. (1) האם ייתכן שהתשלום האחרון שתשלם דניאלה יהיה תשלום מספר 29? נמק את תשובתך.
- (2) מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי בסדרת התשלומים של דניאלה ומהו מספר התשלום?
- נעמה קנתה מקרר באותו המחיר שבו קנתה דניאלה את המקרר שלה, אך שילמה עליו ב-30 תשלומים חודשיים שווים של 280 שקלים כל תשלום.
- ג. בכמה תשלומים קנתה דניאלה את המקרר שלה?

- (2) נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle CAB = 90^\circ$ (ראה סרטוט).

נתון: $AB = 9$, $AC = 12$.

הזווית שבין המקצוע הצדדי SB ובין הבסיס ABC שווה ל- 30° .

א. חשב את גובה הפירמידה, SO .

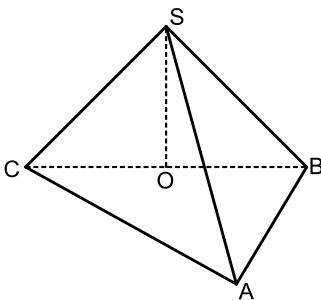
ב. חשב את נפח הפירמידה.

נתון: נקודה M היא אמצע הצלע AB .

נקודה E נמצאת על הקטע OM כך שמתקיים: $OE = 2 \cdot EM$.

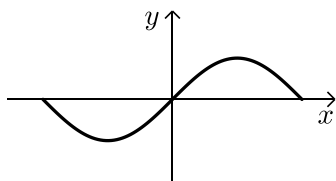
ג. מצא את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

ד. חשב את שטח המשולש SEM .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.



לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
נתון כי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בשלוש נקודות בדיוק: $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$.

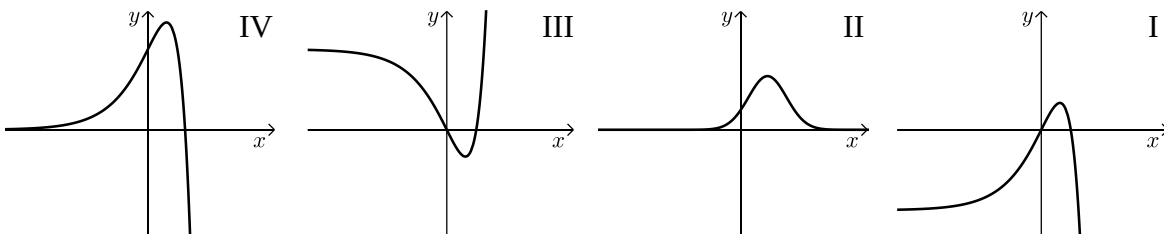
- א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון: $f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}$.

- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x הנמצאת מימין לראשית הצירים, ומשיק נוסף בנקודת המינימום שלה.
ה. מצא את שיעורי נקודת המפגש של שני המשיקים.
בתשובתך דייק 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -e^{2x} + 4e^x - 3$ המוגדרת לכל x .

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.
קבע איזה מהם ונמק את קביעתך.



- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + b$. b הוא פרמטר.
העבירו משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.
ד. מצא את משוואת המשיק (הבע באמצעות b).
ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי המשיק שמצאת בסעיף ד' ועל ידי ציר ה- y .



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x \cdot \ln(ax)$, $a > 0$. הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה: $x = \frac{1}{3e}$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$, וענה על הסעיפים ג-ו שלפניך.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצא את שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של

הפונקציה $f(x)$. פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת: $g'(x) = -f(x)$.

האם לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון?

אם כן – מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

אם לא – נמק.

תשובות סופיות:

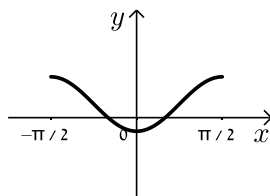
- (1) א. התשלוש ה-15. ב. (1). לא. ג. 21 תשלומים. (2). התשלוש ה-24, גובה התשלוש: 10 שקלים.

- (2) א. $2.5\sqrt{3} \approx 4.33$. ב. $45\sqrt{3} \approx 77.94$. ג. 47.27° . ד. 4.33.

- (3) א. ירידה: $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, עליה: $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

- ב. $x = \frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x = 0$ מינימום, $x = -\frac{\pi}{2}$ מקסימום.

ד. סרטוט:



- ג. $(0, -0.25)$, $(-\frac{\pi}{6}, 0)$, $(\frac{\pi}{6}, 0)$.
ה. $(0.23, -0.25)$.

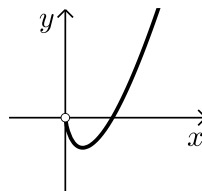
- (4) א. $(0, 0)$, $(\ln 2, 1)$. ב. $(\ln 2, 1)$ מקסימום. ג. גרף I.

- ד. $y = 1 + b$. ה. $-2.5 + 4\ln 2 \approx 0.273$.

- (5) א. $0 < x$. ב. $a = 3$. ג. $(\frac{1}{3}, 0)$.

- ו. $x = \frac{1}{3}$ מקסימום.

- ד. $-\frac{1}{e}$ מינימום. ה. סרטוט:



בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה: $a_4 = 12$, $a_7 = -96$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

נתון: בסדרה a_n יש מספר זוגי של איברים.

סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים של הסדרה הוא: 262,143.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה a_n .

נתונה סדרה חשבונית b_n המקיימת: $b_1 = a_3$, $b_7 = a_6$.

ג. (1) מצא את הפרש הסדרה b_n .

(2) מצא את מיקומם של שני איברים סמוכים בסדרה b_n שסכומם הוא 357.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה סרטוט).

נתון: $AB = 12a$, $BC = 9a$. הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC.

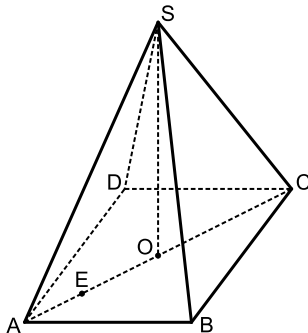
E היא נקודה על האלכסון AC כך שמתקיים: $EC = 4AE$.

נתון כי גודל הזווית שבין SE לבסיס הוא 80° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

ג. נתון כי שטח המשולש SEO שווה ל-130.

חשב את נפח הפירמידה המשולש SABC.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

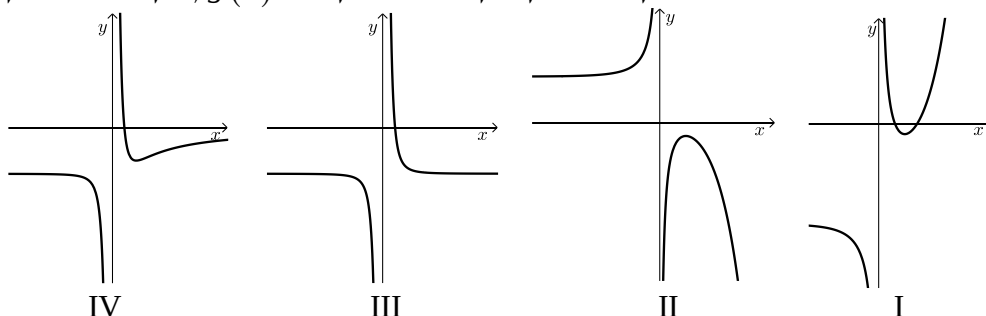
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -4\sin x \cdot \cos x - 1$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- ד. הוכח כי: $g(x) = -2f(x)$ לכל x בתחום.
- ה. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ו. מצא בעבור איזה ערך של k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בשלוש נקודות שונות.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש).
- (2) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.
- קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
- מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.





5) נתונה הפונקציה : $f(x) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- y .

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה : $g(x) = f(x) + b$. b הוא פרמטר.

ה. קבע איזו מן הטענות (1)-(2) לפניך נכונה. נמק את קביעתך.

(1) כאשר $b < 0$, גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(2) כאשר $b > 0$, גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

ו. נתון כי הישר $y = -\ln(0.75)$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

תשובות סופיות:

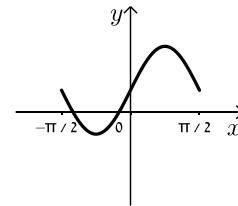
(1) א. $a_1 = -1.5$, $q = -2$. ב. 18 . ג. (1). 9 . (2) המיקומים הם 21 ו-22.

(2) א. $15a$. ב. $25.52a$. ג. 1564.8 .

(3) א. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$, $\left(-\frac{5\pi}{12}, 0\right)$. ב. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}\right)$ מינימום, $\left(\frac{\pi}{4}, 1\frac{1}{2}\right)$ מקסימום,

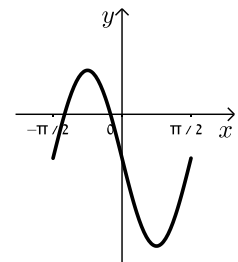
$\left(-\frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ מינימום, $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}\right)$ מקסימום.

ג. סרטוט: ד. הוכחה.



ה. (1) $\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{4}, -3\right)$ מינימום, $\left(-\frac{\pi}{4}, 1\right)$ מקסימום, $\left(-\frac{\pi}{2}, -1\right)$ מינימום.

(2) סרטוט: ו. $k = -1$.



(4) א. (1) $x \neq 0$. (2) $x = 0$. ב. $(\ln 3, -1)$ מינימום.

ג. עליה: $x > \ln 3$, ירידה: $0 < x < \ln 3$ או $x < 0$.

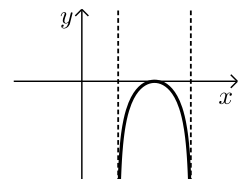
ד. (1) $(\ln 2, 0)$, $(\ln 5, 0)$. (2) גרף I.

ה. $x = \ln 5$ מינימום, $x = \ln 2$ מקסימום.

(5) א. (1) $1 < x < 3$. (2) $x = 1$, $x = 3$. ב. $(2, 0)$ מקסימום.

ג. עליה: $1 < x < 2$, ירידה: $2 < x < 3$.

ד. סרטוט: ה. טענה 2. ו. $(1.5, 0)$, $(2.5, 0)$.



שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 4 - פתרון בידאו של בחינות 2020

תוכן העניינים

33	1. מועד חורף
36	2. קיץ מועד א
40	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2020:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

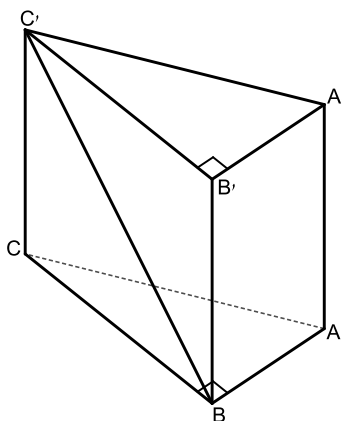
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא $\frac{1}{4}$ וסכומה $9\frac{1}{3}$.

- מצא את האיבר הראשון בסדרה.
- בין כל שני איברים סמוכים בסדרה הוסיפו איבר חדש כך שהתקבלה סדרה הנדסית אין-סופית חדשה, בכל האיברים בה חיוביים.
- מהי המנה של הסדרה החדשה? נמק.
- עבור כל אחת מן הטענות i-ii שלפניך קבע אם היא נכונה או אינה נכונה. נמק את קביעותיך.
 - האיבר החמישי בסדרה החדשה שווה לאיבר העשירי בסדרה הנתונה.
 - סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה הוא $\frac{1}{2}$ מסכום הסדרה הנתונה.

(2) ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת ישרה (ראה ציור).

בסיס המנסרה, ABC, הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$). נתון כי גובה המנסה הוא 8 ואורך היתר של בסיס המנסרה שווה ל- $4\sqrt{2}$.



- מצא את גודל הזווית בין אלכסון הפאה הצדדית BB'C'C ובין בסיס המנסרה.
- מצא את גודל הזווית AC'B.
- מצא את שטח המשולש AC'B.
- הנקודה D היא אמצע הצלע CB.
- חשב את אורך הקטע A'D.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66 \frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33 \frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin 2x$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 2\sin x$, המוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$

עם גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון: בתחום הנתון, מלבד הנקודות שמצאת בסעיף ב, גרף הפונקציה $g(x)$

נמצא מעל גרף הפונקציה $f(x)$.

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בתחום הנתון.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = 9 - (\ln x)^2$.

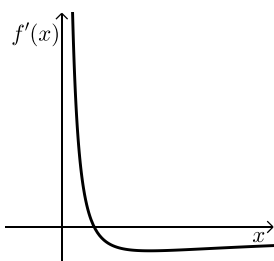
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



הציור שלפניך מתאר את הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית

הנגזרת, $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה- x .

(5) הכמות של חומר רדיואקטיבי דועכת בקצב מעריכי. ביום מסוים נמדדה כמות התחלתית של חומר זה.

שנה לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ ק"ג.

5 שנים לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ ק"ג.

א. מצא את קצב הדעיכה של החומר ואת הכמות התחלתית שלו.

נתונה הפונקציה: $g(x) = 3^{-2x}$ המוגדרת לכל $x \geq 0$.

הפונקציה $g(x)$ מתארת את כמות החומר x שנים לאחר יום המדידה הראשון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

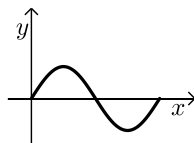
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בעבור $x \geq 0$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 7 ב. 0.5 ג. i. לא ד. ii. כן.
(2) א. 63.43° ב. 24.09° ג. $8\sqrt{5}$ סמ"ר ד. $\sqrt{84}$ סמ"ר.

- (3) א. (1) $(\pi, 0)$, $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $(0, 0)$ א. (2) $\max\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$, $\min\left(\frac{3\pi}{4}, -1\right)$

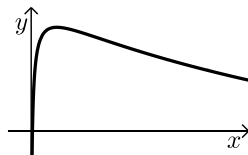
א. (3) להלן סקיצה בצד:



ב. $(0, 0)$, $(\pi, 0)$

ג. 4 יח"ר.

- (4) א. (1) $x > 0$ א. (2) $\left(\frac{1}{e^3}, 0\right)$, $(e^3, 0)$

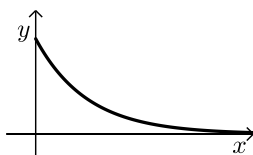


א. (3) $\max(1, 9)$

א. (4) להלן סקיצה בצד:

ב. 1 יח"ר.

- (5) א. $M_0 = 1$, $q = \frac{1}{9}$ ב. $(0, 1)$ ג. ירידה: $x > 0$, אין עלייה.



ד. להלן סקיצה בצד:

בגרות קיץ 2020 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונים האיברים הכלליים של שתי סדרות: $a_n = -8n + 5$, $b_n = -4n + 3$.

א. מצא את a_1 ואת b_1 .

נתונה סדרה חדשה, c_n , כך ש- $c_n = a_n + b_n$.

ב. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה חשבונית, ומצא את האיבר הראשון שלה, c_1 , ואת ההפרש שלה.

ג. נתון: $a_k = -75$.

חשב את סכום k האיברים הראשונים של הסדרה החדשה, c_n .

(2) SABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABCD, הוא מלבן (ראה ציור).

נתון כי אורך אלכסון הבסיס הוא $4a$ ואורך מקצוע צדדי בפירמידה הוא $3a$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

SO הוא גובה בפירמידה.

א. הבע באמצעות a את אורך הגובה SO.

SE הוא הגובה לצלע BC בפאה SBC.

נתון: $\angle CAB = 60^\circ$.

ב. (1) הבע את אורך הצלע AB באמצעות a .

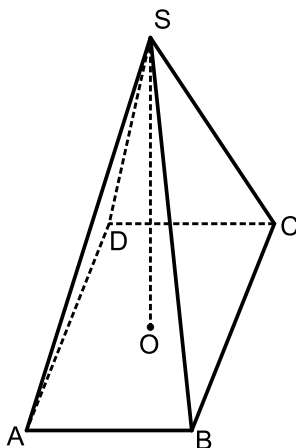
(2) הבע באמצעות a את אורך הגובה SE.

ג. חשב את הזווית שבין הקטע SE ובין בסיס הפירמידה.

SG הוא הגובה לצלע AD בפאה SAD.

נתון כי שטח המשולש SGE הוא $\sqrt{80}$.

ד. מצא את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$.

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום הפנימית שלה.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק שאת משוואתו מצאת ועל ידי ציר ה- y .

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x \cdot \ln x$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -2f(x)$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ למערכת הצירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מהו המרחק בין נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ובין נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ae^{2x}}{e^x - 1}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הגרף שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, והוא חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \ln 2$.

ב. הסתמך על הגרף, קבע מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נתון: שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 9.

ג. מצא את a .

הצב $a = 4$ וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. (1) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות

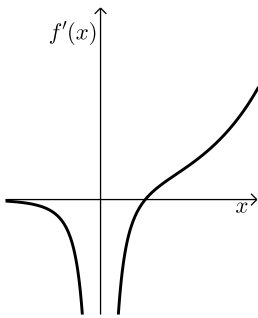
חיתוך עם הצירים? נמק.

(2) מהי משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$

המאונכת לציר ה- x ?

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. בעבור אילו ערכי x גם הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f'(x)$ שלילית?

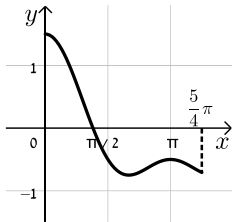


תשובות סופיות:

(1) א. $a_1 = -3, b_1 = -1$ ב. הוכחה. ג. -580.

(2) א. $SO = a\sqrt{5}$ ב. $AB = 2a$ (1) ג. $SE = a\sqrt{6}$ (2) ד. $a = 2$.
 ג. $\angle SEO = 65.91^\circ$

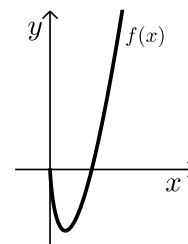
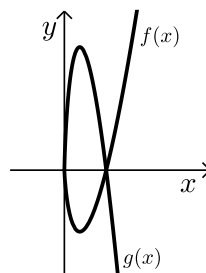
(3) א. $\max\left(\frac{5}{4}\pi, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ קצה, $\min\left(\frac{2}{5}\pi, \frac{3}{4}\right)$ קצה, $\max(0, 1.5)$ קצה ב. להלן סקיצה:



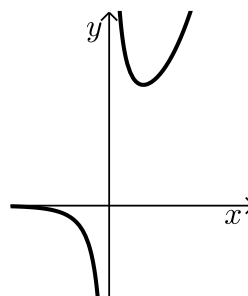
ג. $y = -\frac{3}{4}$ (1) ג. $S = 2.22$ (2)

(4) א. $x > 0$ (1) א. $(1, 0)$ (2) א. $\min\left(\frac{1}{e}, -\frac{4}{e}\right)$ (3) ג. $d = \frac{12}{e} \approx 4.414$

א. (4) להלן סקיצה: ב. להלן סקיצה:



(5) א. $x \neq 0$ ב. $\min, x = \ln 2$ ג. $a = 4$ ד. (1) לא. ד. (2) $x = 0$ ד. (3) סקיצה. ה. $x < 0$



בגרות קיץ 2020 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות חשבוניות:

$$a_n : 3, 10, 17, 24, \dots$$

$$b_n : 17, 38, 59, 80, \dots$$

א. (1) חשב את b_{30} .

(2) עבור איזה ערך של n מתקיים $a_n = b_{30}$? נמק. (n הוא מספר טבעי).

ב. עבור כל אחד משני ההיגדים II-I שלפניך כתוב אם הוא נכון או לא נכון. נמק את קביעותיך.

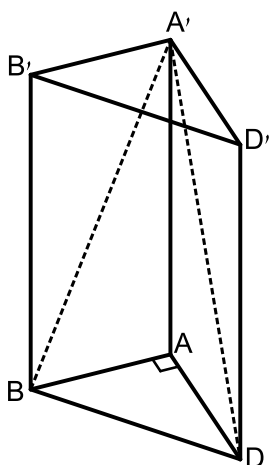
I. לכל n טבעי $3a_n = b_n$.

II. לכל n טבעי $a_{3n} = b_n$.

ג. נתון כי ההפרש בין סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n ובין סכום k

האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 924 (k הוא מספר טבעי).

מצא את k .



(2) נתונה מנסרה משולשת $ABDA'B'D'$ שבסיסה ABD ,

הוא משולש שווה שוקיים וישר זווית ($\angle BAD = 90^\circ$).

אורך השוק של משולש ABD הוא 3.

א. מצא את אורך המקצוע BD .

ב. הסבר מדוע $A'B = A'D$.

נתון: שטח המשולש $BA'D$ הוא $15\sqrt{2}$.

ג. מצא את גודל הזווית שבין הגובה לבסיס המשולש $BA'D$

ובין בסיס המנסרה, ABD .

ד. חשב את נפח המנסרה $ABDA'B'D'$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)$ (נקודות 66)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin(2x) + 4$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, עם הצירים?

ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = \pi$.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{a-x}$, a הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1.

ב. מצא את a , וקבע אם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון נוספות.

הצב: $a = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$, וענה על סעיפים ג-ד.

ג. (1) כתוב את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$, המאונכת לציר ה- x .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = -2f(x)$.

מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = 5 \cdot \ln(x^2 - 2x + 1)$.

א. (1) הראה כי תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x \neq 1$.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$, המאונכת לציר ה- x .

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ הוא $x \neq 1$. $g'(x) = f(x)$ בכל תחום ההגדרה.

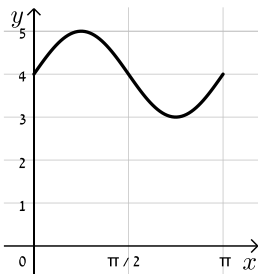
ה. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

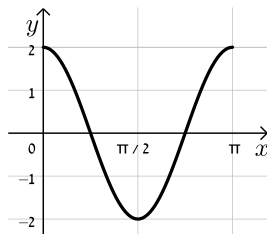
(1) א. $b_{30} = 626$ א. (2) $n = 90$ ב. I לא נכון. II נכון. ג. $k = 11$.

(2) א. $BD = 3\sqrt{2}$ ב. הסבר. ג. $\angle AEA = 77.75^\circ$ ד. 43.976 יח"נ.

(3) א. $\max(\pi, 4)$ קצה, $\min\left(\frac{3}{4}\pi, 3\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{4}, 5\right)$, $\min(0, 4)$ קצה ב. להלן סקיצה:



ד. להלן סקיצה:



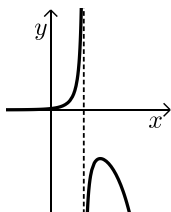
ג. $\left(\frac{3}{4}\pi, 0\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$, $(0, 2)$

ה. $S = 4\pi$.

(4) א. $x \neq a$ ב. $a = 1$, $\max(1, -2e^2)$ ג. (1) $x = \frac{1}{2}$

ג. (2) $(0, 2)$ ג. (3) עולה: $\frac{1}{2} < x < 1$, $x < \frac{1}{2}$, יורדת: $x > 1$.

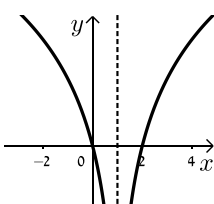
ג. (4) סקיצה בצד. ד. $\min(1, 4e^2)$.



(5) א. (1) הוכחה. א. (2) $x = 1$ ב. עולה: $x > 1$, יורדת: $x < 1$.

ג. $(0, 0)$, $(2, 0)$ ד. סקיצה בצד.

ה. $x_{\max} = 0$, $x_{\min} = 2$.



שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 5 - פתרון בידאו של בחינות 2019

תוכן העניינים

43	1. מועד חורף
46	2. קיץ מועד א
49	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_2 = 6$, $a_5 = 162$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה.
נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

הסדרה b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה: $b_1 = \frac{5}{a_1}$, $b_2 = \frac{5}{a_2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה b_n .

ii. מצא את סכום הסדרה b_n .

(2) נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$. אורך צלע הקובייה הוא a .

האלכסונים AC' ו- BD' חוצים זה את זה בנקודה O .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC .

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון AC'

ובין המישור $ABCD$.

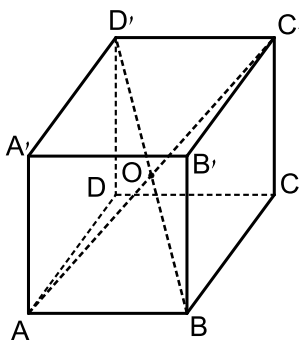
ב. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הקובייה, AC' .

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים AC' ו- BD' .

ד. הבע את שטח המשולש AOB באמצעות a .

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $4\sqrt{2}$.

ה. חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2 x + 6$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x

בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+2)e^{x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + a$, a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = \frac{1}{2}$.

ה. מצא את a . נמק.

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$.

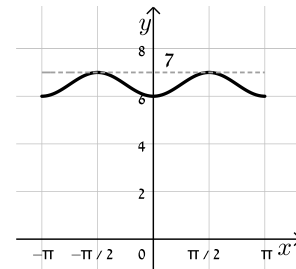
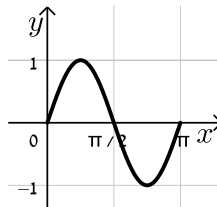
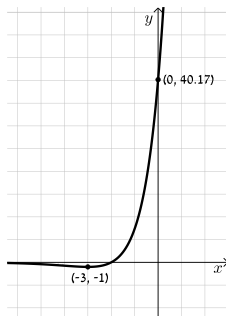
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

תשובות סופיות:

(1) א. $a_1 = 2, q = 3$ ב. 4 ג. 546 ד. (i). $\frac{1}{3}$ ד. (ii). 3.75

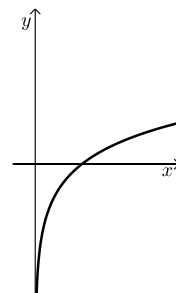
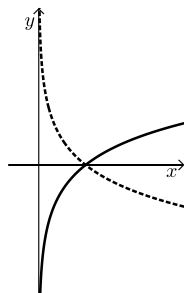
(2) א. (i). $a\sqrt{2}$ א. (ii). 35.264° ב. $a\sqrt{3}$ ג. 70.529° ד. $0.354a^2$ ה. $a = 4$

(3) א. $(0, 6)$ ב. $\min(-\pi, 6), \max\left(-\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(0, 6), \max\left(\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(\pi, 6)$ ג. להלן סקיצה: ד. (i). להלן סקיצה: ד. (ii). 1 יח"ר.



(4) א. כל x ב. $x > -2$ ג. $\min(-3, -1)$ ד. סקיצה בצד: ה. $a = 1.5$

(5) א. $x > 0$ ב. $(\sqrt{e}, 0)$ ג. עליה: כל $x > 0$, ירידה: אף x ד. להלן סקיצה: ה. להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) a_n היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא a_1 וההפרש שלה הוא 4.

b_n היא סדרה המוגדרת כך: $b_n = a_n + 8n$.

א. הוכח כי b_n היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

c_n היא סדרה המוגדרת כך: $c_n = a_n + b_n$.

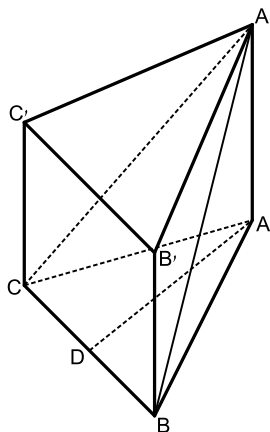
ב. הוכח כי c_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_1 = \frac{1}{2}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את c_1 .

ii. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n .



(2) ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה

הוא משולש שווה שוקיים ($AC = AB$).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

נתון: $AD = 12$, $\angle CAB = 40^\circ$.

א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש CA'B הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש CA'B הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין

בסיס המנסרה, ABC.

ד. חשב את נפח המנסרה ABCA'B'C'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

נתון: $f(0) = 0.75$, $f'(x) = -3\sin 2x$.

פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, מוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.

i. כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0 < x < a$.

$a > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

א. הראה כי שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{a}{2}$.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\ln\left(2\frac{1}{4}\right)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ ובתחום ההגדרה שלה, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

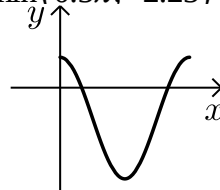
(1) א. הוכחה ($d = 12$). ב. הוכחה ($d = 16$). ג. (i). 9. ג. (ii). 3,220.

(2) א. 8.73. ב. הסבר. ג. 49.07° . ד. 725.354 יח"ק.

(3) א. $f(x) = 1.5 \cos 2x - 0.75$. ב. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$.

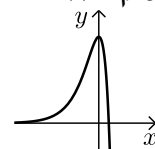
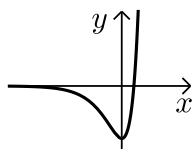
ג. $\max(0, 0.75), \min(0.5\pi, -2.25), \max(\pi, 0.75)$.

ד. להלן סקיצה: ה. 2.87 יח"ר.



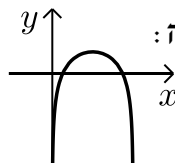
(4) א. כל x . ב. $(0, 6), (\ln 2, 0)$. ג. $\max(0, 6)$.

ד. להלן סקיצה: ה. (i). $\min(0, -3)$. ה. (ii). להלן סקיצה:



(5) א. הוכחה. ב. 3. ג. $\max$. ד. (i). $(0.38, 0), (2.62, 0)$.

ד. (ii) $x = 0, x = 3$. ד. (iii). להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 2-1.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות חשבוניות, a_n ו- b_n .

נתון: $a_1 = b_1$.

הפרש הסדרה a_n הוא d , והפרש הסדרה b_n הוא $d+1$.

נתון: a_4 גדול ב-2 מ- b_3 .

א. מצא את d .

ב. הראה כי: $b_n = a_n + n - 1$.

בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n יש n איברים.

ג. הבע באמצעות n את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין

סכום כל האיברים בסדרה a_n .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים

בסדרה a_n הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 3040.

ד. מצא את a_1 .

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא $4a^2$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא 67° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את a .

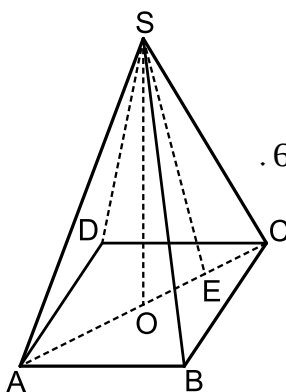
ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,

כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - \cos^2 x$ בתחום: $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. האם יש לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.

ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.

מצא בעבור אילו ערכים של c , גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x (מצא את שני הערכים האפשריים).

(4) נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{2x-1} - 1$, $g(x) = e^{2-x} - 1$, ו- $g(x)$ מוגדרות לכל x .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $g(x)$ יורדת לכל x .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.

ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x . תוכל להשאיר e בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1+\ln x}{ax}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ד. רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{4}$.

ה. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את a .

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.

ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

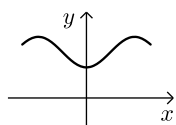
נמק את תשובתך.

תשובות סופיות:

(1) א. $d = 4$ ב. הוכחה. ג. $\frac{n(n-1)}{2}$ ד. $a_1 = -2$

(2) א. $2\sqrt{2a}$ ב. $3.33a$ ג. (i). $a = 1.5$ ג. (ii). 7.95 ד. 7.5

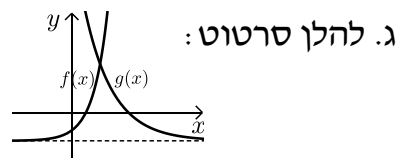
(3) א. $\min\left(\frac{-2\pi}{3}, 1.75\right), \max\left(\frac{-\pi}{2}, 2\right), \min(0, 1), \max\left(\frac{\pi}{2}, 2\right), \min\left(\frac{2\pi}{3}, 1.75\right)$

ב. לא. ג. זוגית. ד. להלן סקיצה:  ה. $c = -1, c = -2$

(4) א. (i). $(0.5, 0), (0, -0.63)$ א. (ii) הוכחה. א. (iii) $y = -1$ שמאל

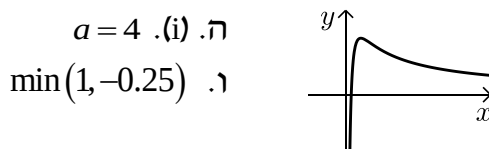
ב. (i) $(0, 6.39), (2, 0)$ ב. (ii) הוכחה. ב. (iii) $y = -1$ ימין

ד. $(1, 1.72)$ ה. 1.07 יח"ר.



(5) א. $x > 0$ ב. $(\frac{1}{e}, 0)$ ג. $x = 1$, מקסימום.

ד. עלייה: $0 < x < 1$ ירידה: $x > 1$ ה. (ii) להלן סקיצה:



שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 6 - פתרון בידאו של בחינות 2018

תוכן העניינים

52	1. מועד חורף.....
56	2. קיץ מועד א.....
59	3. קיץ מועד ב.....

בגרות חורף 2018:

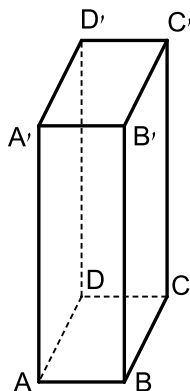
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שכל איבריה חיוביים.
 האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.
 א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?
 ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2.
 חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

- (2) נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).
 נתון: $AA' = 3a$, $AB = a$.



- א. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. הבע באמצעות a את AC ואת AD' .
 ii. הסבר מדוע $AD' = CD'$.
 ב. מצא את גודל הזווית $AD'C$.
 ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש $AD'C$.
 D'E הוא גובה במשולש $AD'C$.
 ד. מצא את גודל הזווית שבין D'E לבין בסיס התיבה $ABCD$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים בתחום הנתון.

ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון,

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2f(x)$.

לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $y = 4$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

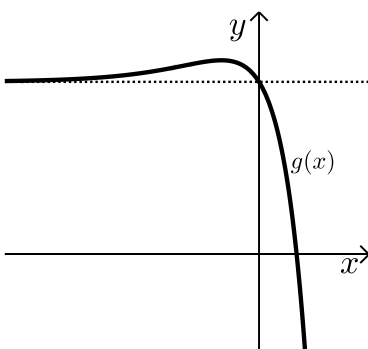
i. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של

הפונקציה $g(x)$?

ii. מהי משוואת האסימפטוטה האופקית

של הפונקציה $f(x)$? נמק.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



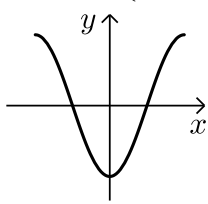
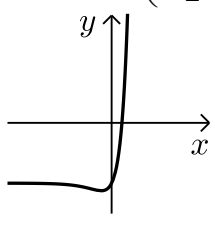
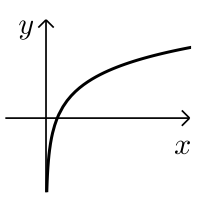
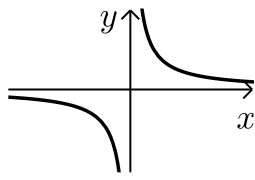


(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2\ln x + 3}{3}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 - ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - iv. כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 - v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- $1 < b$ הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הישר $x=b$ שווה ל- $\ln 4$.
- ג. מצא את הערך של b .

תשובות סופיות:

- (1) א. פי 3. ב. $a_3 = \frac{3}{8}$.
- (2) א. (i). $AD' = a\sqrt{10}$, $AC = a\sqrt{2}$. ב. $\angle AD'C = 25.84^\circ$. ג. $S_{\triangle ADC} = 2.179a^2$. ד. 76.74° .
- (3) א. (i). $(0, -3)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$. א. (ii). מקסימום: $(\pi, 3)$, $(-\pi, 3)$, מינימום $(0, -3)$. ב. להלן סרטוט:
- 
- (4) א. (i). כל x . א. (ii). $(\frac{1}{2}, 0)$, $(0, -2)$. ב. (i). מקסימום: $(-\frac{1}{2}, 4.5)$. ב. (ii). $y = -2$. ב. (iii). להלן סרטוט:
- 
- (5) א. (i). $x > 0$. א. (ii). $(0.223, 0)$. א. (iii). עלייה: $x > 0$, ירידה: אין. א. (iv). $x = 0$. א. (v). להלן סקיצה: ב. (i). $y = 0$, $x = 0$. ב. (ii). סרטוט:
- 
- ג. $b = 8$.
- 

בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הסדרה a_n מוגדרת באופן הזה: $a_{n+1} = a_n + 3$, $a_1 = 0$.

הסדרה b_n מוגדרת על ידי הכלל: $b_n = a_n + a_{n+1}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח: $b_n = 2a_n + 3$.

ii. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת b_1 .

נתון: $b_1 + b_m = 120$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את m .

ii. חשב את הסכום: $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$.

(סכום האיברים בסדרה b_n החל מהאיבר b_{m+1} ועד האיבר b_{2m} , כולל).

(2) ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר באיור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן: $AB = a$.

א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

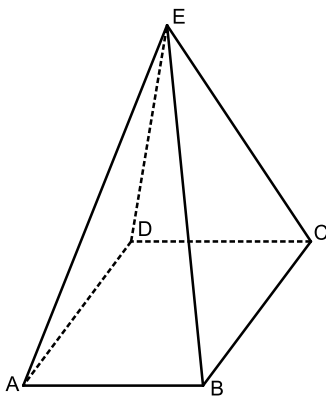
ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f'(x) = 2\sin 2x$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום: $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(0, -2)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x .

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 6.

ב. מצא את a . פרט את חישוביך.

הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\ln(x)-2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות

החיתוך. אם לא, נמק.

ii. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

iv. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

v. חשב את $f(0.1)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$?

תשובות סופיות:

(1) א. (i). הוכחה. א. (ii). $b_1 = 3$, $d = 6 \leftarrow b_{n+1} - b_n = 6$.

ב. (i) $m = 20$ ב. (ii) 3,600

(2) א. 63.435° ב. 70.529° ג. 3.5° ד. 3.5°

3. א. $x=0$ מינימום קצה, $x=\frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x=\pi$ מינימום קצה.

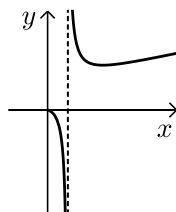
ה. π יח"ר.  ב. $f(x) = -\cos 2x - 1$ ג. $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ד. π יח"ר.

4. א. כל x . ב. $a=1$. ג. (i). $(\ln 3, 0)$, $(0, -8)$. ג. (ii). עליה: כל x , ירידה: אין. ג. (iii). להלן סקיצה: ד. 4 יח"ר.

5) א. $x > 0$, $x \neq e^2$ ב. (i) לא. ב. (ii) $x = e^2$ ב. (iii) $(e^3, 40.17)$ מינימום.

ב. (iv). עליה: $x > e^3$, ירידה: $0 < x < e^2$ או $e^2 < x < e^3$.

ב. (v). $f(0.1) = -0.046$, הסרטוט:



בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין סופיות, a_n ו- b_n .

המנה שלה הסדרה a_n היא q , והמנה של הסדרה b_n היא $3q$.

נתון: $a_1 = b_1$.

נסמן את סכום איברי הסדרה a_n ב- S ואת סכום איברי הסדרה b_n ב- T .

(S ו- T הם מספרים ממשיים).

נתון: $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$.

א. חשב את q .

נתון: $a_4 = 5$.

ב. חשב את b_4 .

(2) $ABCD A'B'C'D'$ היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא a (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש $A'BD$ הוא משולש שווה צלעות.

$A'M$ הוא גובה במשולש $A'BD$.

ב. חשב את גודל הזווית בין $A'M$ ובין הפאה $ABCD$.

נתון: שטח המשולש $A'BD$ הוא $8\sqrt{3}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

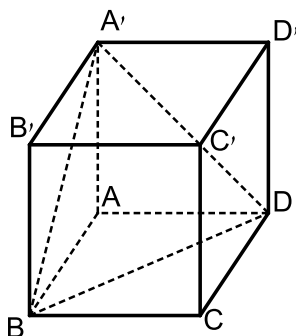
i. חשב את a .

ii. $AA'BD$ היא פירמידה.

חשב את שטח הפנים שלה.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3 נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \cdot \sin x + \cos(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את k .

ii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ,

על ידי הישר $y = k$ ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$.

(4 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a - e^x}{e^{2x}}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה). אם יש צורך, הבע באמצעות a .

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה העל הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

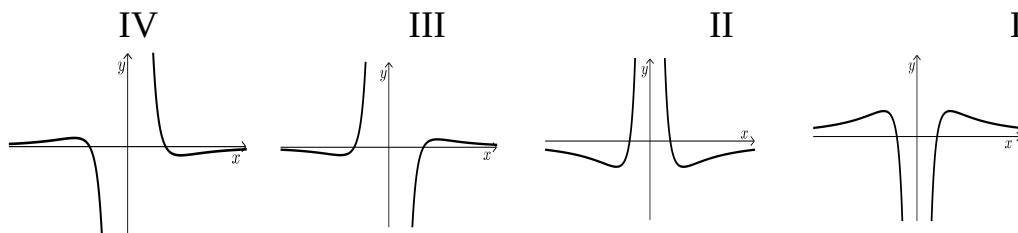
הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

5 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ii. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 - iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - vi. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
- ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV). איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.

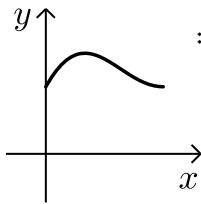


תשובות סופיות:

(1) א. $q = \frac{1}{15}$ ב. $b_4 = 135$

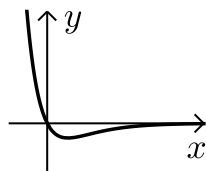
- (2) א. צלעות המשולש הן אלכסונים של שלושה ריבועים זהים, ולכן הוא שווה צלעות.
 ב. 54.735° ג. (i) $a = 4$ ס"מ (ii) 37.856 סמ"ר.

(3) א. $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}\right), \min\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \min(0, 1)$ ב. להלן סקיצה:



ג. (i) $k = \frac{3}{2}$ (ii) 0.356 יח"ש $\frac{3\pi}{4} - 2$

(4) א. (i) כל x א. (ii) $(\ln a, 0), (0, a-1)$ ב. $a = 1$



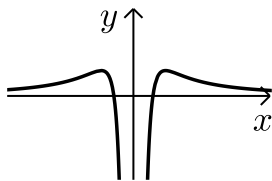
ג. (ii) להלן סקיצה:

ג. (i) $\min\left(\ln 2, -\frac{1}{4}\right)$

ד. $x = 0$, מקסימום.

(5) א. (i) $x \neq 0$ א. (ii) $x = 0$ א. (iii) $(-1, 0), (1, 0)$

א. (iv) $\max\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right), \max\left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$ א. (v) להלן סקיצה:



א. (vi) חיוביות: $x < -1, 1 < x$, שליליות: $-1 < x < 0, 0 < x < 1$.
 ב. גרף IV.

שאלון 482 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 7 - פתרון בידאו של בחינות 2017

תוכן העניינים

63	1. מועד חורף
66	2. קיץ מועד א
69	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1} = a_n - 2n + 3$.

מגדירים סדרה חדשה המקיימת: $b_n = a_n + n^2$.

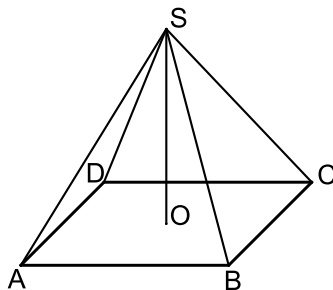
א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_3 = 2$.

ב. הבע את b_n באמצעות n .

ג. בסדרה b_n יש 31 איברים. חשב את סכום האיברים העומדים

במקומות האי-זוגיים בסדרה זו.



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: גובה הפירמידה, SO, גדול פי 1.25

מן האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

א. נפח הפירמידה הוא 360 סמ"ק.

חשב את האורך של אלכסון הבסיס.

ב. חשב את הזווית שבין מקצוע צדדי

לבין מישור הבסיס של הפירמידה.

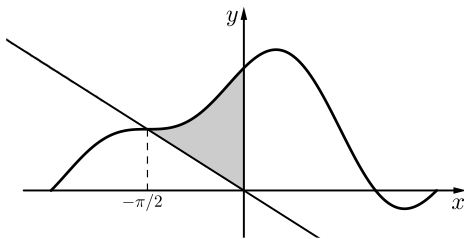
ג. חשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(66\frac{2}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1$

בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$. a הוא פרמטר.

דרך ראשית הצירים מעבירים ישר שחותך את

גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -\frac{\pi}{2}$ (ראה ציור).

א. השטח האפור שבציור (השטח שנמצא ברביע השני ומוגבל

על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- y) שווה ל- $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

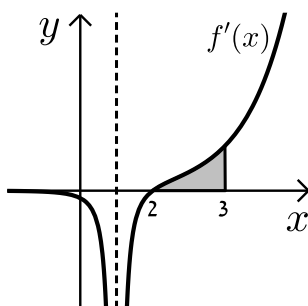
מצא את a .

הצב $a=1$ וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה,

וקבע את סוגן. (אפשר להסתמך על הגרף כדי לקבוע את הסוג).

ג. כמה משיקים המקבילים לציר ה- x יש לגרף הפונקציה בתחום הנתון? נמק.



(4) בציור שלפניך מוצג גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-c}$. c הוא פרמטר.

היעזר בנתונים מן הציור וענה על הסעיפים א-ד.

א. גזור את הפונקציה $f(x)$ וחשב את c .

הצב $c=1$ וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $2 \leq x \leq 3$ (השטח האפור בציור).

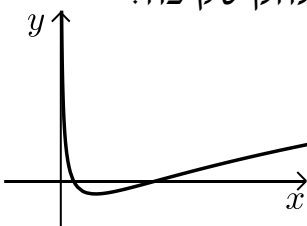
תוכל להשאיר e בתשובתך.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. מצא את התחום שבו גם $f(x)$ חיובית וגם $f'(x)$ חיובית.
- ו. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה ב. $b_4 = 4n - 1$ ג. 1008
- (2) א. 12 ס"מ ב. 68.198° ג. 74.77°
- (3) א. $a = 1$ ב. $x_{\min} = \frac{5\pi}{6}$, $x_{\max} = \frac{\pi}{6}$ ג. 3 משיקים.
- (4) א. $c = 1$ ב. $x \neq 1$ ג. $\min(2, 1)$ ד. 0.359
- (5) א. $x > 0$ ב. $\min(e, -1)$ ג. $(e^2, 0)$, $(1, 0)$ ד. להלן סקיצה:
- ה. $x > e^2$ ו. $x_{\max} = 1$, $x_{\min} = e^2$



בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$ לכל n טבעי.

א. חשב את האיברים a_2 ו- a_3 .

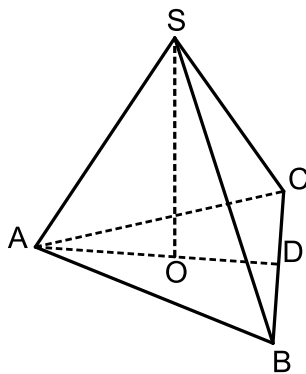
מגדירים סדרה חדשה: $b_n = a_{n+1} - a_n$.

ב. הבע את b_n באמצעות n .

ג. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה.

ד. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- a_5 .

מצא את n .



(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה SABC

שבסיסה משולש ABC הוא שווה צלעות.

נתון: $AB = 2a$.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC.

א. הבע באמצעות a את אורך AD.

ב. נתון כי נפח הפירמידה הוא $\sqrt{3}a^3$.

הבע באמצעות a את גובה הפירמידה SO.

ג. חשב את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי

ובין בסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + 4\cos x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ העבירו שני אנכים לציר ה- x . חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x ושני האנכים.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$. a הוא פרמטר שונה מאפס.

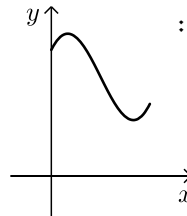
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $\left(0, -\frac{1}{9}\right)$.
 - מצא את a .
- הצב בפונקציה $f(x)$ את a שנמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ד.
 - ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את התחום שבו $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$.

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{2+2x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
 ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ו. סרטט סקיצה של גרף $-f(x)$.

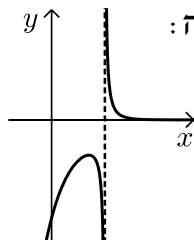
תשובות סופיות:

- (1) א. $a_2 = 7, a_3 = 16$ ב. $b_n = 2n + 5$ ג. $d = 2$ ד. 4.
 (2) א. $a\sqrt{3}$ ב. $3a$ ג. 68.95° .
 (3) א. $(0, 4)$ ב. $\max(\pi, 2.28), \min\left(\frac{5\pi}{6}, 1.771\right), \max\left(\frac{\pi}{6}, 4.51\right), \min(0, 4)$ ד. 6.58 יחידות.
 ג. להלן סקיצה:



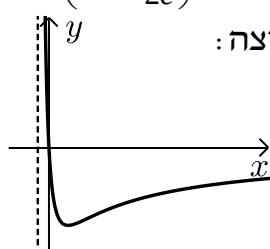
- (4) א. (i) $x \neq \ln 10$ א. (ii) $x = \ln 10$ ב. $a = 1$ ג. (i) $\max\left(\ln 5, -\frac{1}{25}\right)$

- ג. (ii) עלייה: $x < \ln 5$, ירידה: $\ln 5 < x < \ln 10$, $x > \ln 10$.
 ג. (iii) לא. ג. (iv) להלן סקיצה:

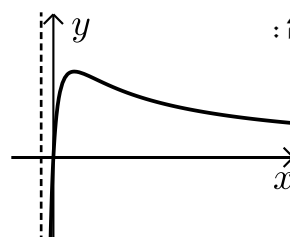


ד. $\ln 5 < x < \ln 10$.

- (5) א. $x > -1$ ב. $x = -1$ ג. $(0, 0)$ ד. $\max\left(e-1, \frac{1}{2e}\right)$



ו. להלן סקיצה:



ה. להלן סקיצה:

בגרות קיץ 2017 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ. במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה, כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.

א. כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?
לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ. בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה). כך שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.

ב. בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?

ג. כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכול במהלך האימונים שלה?

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

אורך הצלע של בסיס הפירמידה הוא 8 ס"מ.

SE הוא הגובה לצלע BC בפאה הצדדית SBC,

ו-SF הוא הגובה לצלע AB בפאה הצדדית SAB.

שטח הפאה SBC הוא 36 סמ"ר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

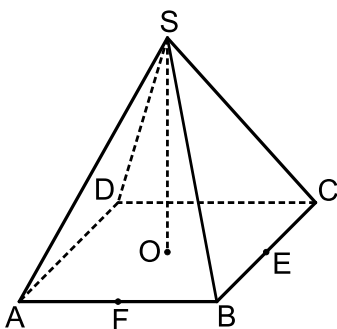
ii. חשב את האורך של גובה הפירמידה, SO.

ב. הנקודה G היא אמצע הקטע FE.

i. חשב את אורך הקטע FE.

ii. חשב את אורך הקטע OG.

iii. חשב את הזווית שבין SG לבין בסיס הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 1 + \cos 3x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - 2$.
- סרטט את גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.
 - חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{x^2-x+1}$. נתון: $g(x) = f'(x)$.

- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את משוואת הפונקציה $g(x)$.
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 - מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 - הראה שהפונקציה $g(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\ln x - a}$. $a > 0$ פרמטר.

נתון: הישר $y = 2x$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = e^3$.

א. מצא את a .

ב. הצב $a = 2$ וענה על הסעיפים ב-ג:

i. מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

ii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

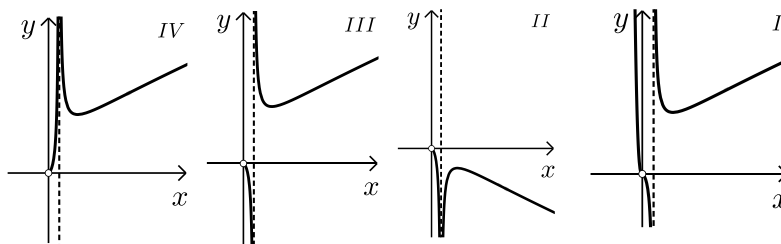
iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

v. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

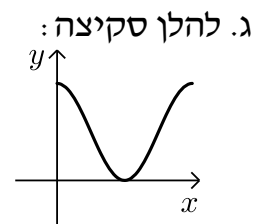
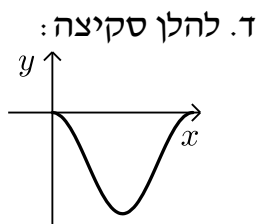
ג. לפניך ארבעה גרפים, I-IV.

איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.



תשובות סופיות:

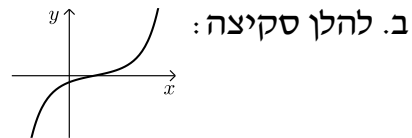
- (1) א. 41 שבועות. ב. 6 שבועות. ג. 384 ק"מ.
 (2) א. (i). 63.61° א. (ii). 8.062 ס"מ ב. (i). 5.657 ס"מ
 ב. (ii). 2.828 ס"מ ב. (iii). 70.667°
 (3) א. $(0, 2)$, $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ ב. $\max\left(\frac{2\pi}{3}, 2\right)$, $\min\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$, $\max(0, 2)$

ה. $\frac{2}{3}\pi$.א. (ii). כל x .(4) א. (i). $g(x) = (2x-1)e^{x^2-x+1}$

א. (iv). הוכחה.

א. (iii). $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $(0, -e)$

ג. 0.601.

ב. (i). $x > 0, x \neq e^2$ ב. (ii). $x = e^2$ (5) א. $a = 2$ ב. (iii). $\min(e^3, 40.17)$ ב. (iv). עלייה: $x > e^3$, ירידה: $e^2 < x < e^3$, $0 < x < e^2$

ב. (v). אין. ג. III

שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 8 - פתרון בידאו של בחינות 2016

תוכן העניינים

73	1. מועד חורף.....
76	2. קיץ מועד א.....
79	3. קיץ מועד ב.....

בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא $a_n = 3n - 12$,

ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל $b_n = 2a_n + 1$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי $b_n = 6n - 23$.

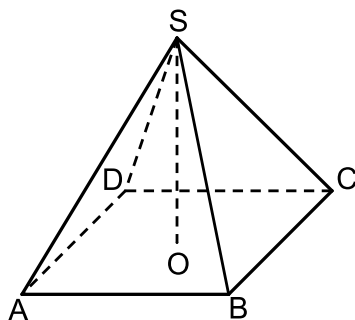
ii. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ב. נתון כי האיבר האחרון בסדרה b_n הוא 79.

מצא את מספר האיברים בסדרה b_n .

ג. נתון כי בסדרה a_n ובסדרה b_n יש אותו מספר איברים.

מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n .



(2) נתונה פירמידה ישרה ABCDS שבסיסה מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

נתון: $AS = 13$ ס"מ.

הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

ובין בסיס הפירמידה היא 45° .

א. מצא את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

ב. נתון גם: $\angle CAB = 50^\circ$,

מצא את שטח הבסיס של הפירמידה.

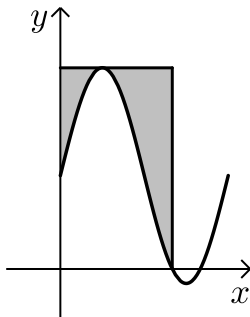
ג. מצא את השטח של הפאה SBC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $(\frac{2}{3})$ (נקודות 66)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{3} + 2\sin(2x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים שלנקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה ושל נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה. בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה, העבירו משיק לפונקציה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק,

על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = \frac{2\pi}{3}$ (השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציר ה- x .
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

מצא את תחומי העלייה של הפונקציה $g(x)$.

(הפונקציות $g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום).

(5) נתונות הפונקציות: $f(x) = \ln x$, $g(x) = \ln(2x)$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

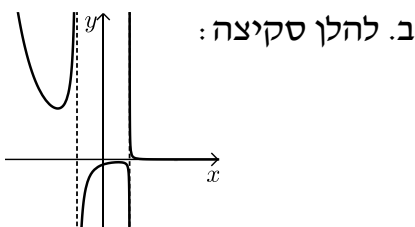
- i. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.
- ii. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
- iii. האם יש נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות? נמק.
- iv. האם לפונקציות הנתונות יש נקודות קיצון? נמק.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

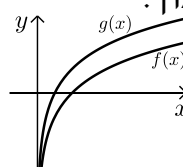
- i. הראה כי $\ln(2x) - \ln(x) = \ln 2$ (בתחום ההגדרה של הפונקציות).
- ii. דרך נקודות החיתוך עם ציר ה- x של הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$, העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x .
היעזר בתת-סעיף ב(i), ומצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי האנכים. תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.

תשובות סופיות:

- (1) א. (i). הוכחה א. (ii). הוכחה ב. 17 ג. 135.
- (2) א. 18.384 ס"מ ב. 166.43 סמ"ר ג. 76.95 סמ"ר.
- (3) א. $\max\left(\frac{\pi}{4}, 3.73\right), \min\left(\frac{3\pi}{4}, -0.268\right)$ ב. 2.69.
- (4) א. (i). $x \neq \pm\sqrt{3}$ א. (ii). $x = \pm\sqrt{3}$ א. (iii). $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$
- א. (iv). $\max\left(1, -\frac{1}{2e}\right), \min\left(-3, \frac{e^3}{6}\right)$ א. (v). עלייה $-3 < x < -\sqrt{3}$, $-\sqrt{3} < x < 1$,
- ירידה: $x < -3$, $1 < x < \sqrt{3}$, $x > \sqrt{3}$ ג. $x < -\sqrt{3}$, $x > \sqrt{3}$.



- (5) א. (i). $f(x)$, $x > 0$; $g(x)$, $x > 0$.
- א. (iii). אין נקודות חיתוך.
- א. (v). להלן סקיצה:
- א. (iv). אין נקודות קיצון.
- ב. (i). הוכחה. ב. (ii). 0.347.



בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת: $1, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$ ($x > 1$).

א. הבע באמצעות x את מנת הסדרה של האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.

סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה הוא $\frac{4}{3}$.

ב. מצא את x .

ג. מצא את הסכום של ריבועי האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדר הנתונה.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD (ראה איור).

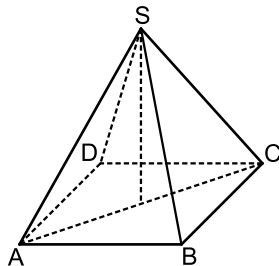
נתון: $\angle ASC = 70^\circ$, $\angle CAB = 50^\circ$

ו-6 ס"מ = AB.

א. מהו גודל הזווית בין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה?

ב. חשב את נפח הפירמידה.

ג. חשב את גודל הזווית ASB.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \sin(2x)$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f'(x)$ בתחום הנתון.

ענה על סעיפים א' ו-ב' עבור התחום הנתון.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של

הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. עבור אילו ערכים של x , שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא שלילי? נמק.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x} + e^{4-2x} + 2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנך לציר ה- x .

השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- y

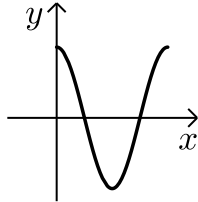
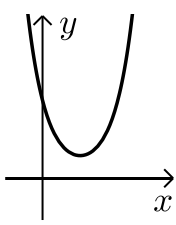
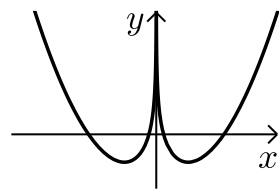
ועל ידי הישר $y = k$, שווה ל- $8\frac{1}{2} - \frac{e^4}{2}$, $0 < k < 16$.

מצא את הערך של k .

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - \ln(x^2) - 3$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?
- ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ד. ענה על הסעיפים הבאים:
 - i. מצא את הערך של $f(5)$.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + 2$. מצא כמה נקודות חיתוך של לגרף הפונקציה $g(x)$ על ציר ה- x . נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{1}{x^2}$ ב. 2 ג. $\frac{4}{15}$
 - (2) א. 55° ב. 95.32 סמ"ק ג. $\angle ASB = 43.27^\circ$
 - (3) א. (i). $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right), \left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$ א. (ii). $\min\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), \max(\pi, 3), \max(0, 3)$ ב. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$
- א. (iii). להלן סקיצה:
- 
- (4) א. (i). $(0, 57.598)$ א. (ii). $\min(1, 16.778)$ א. (iii). להלן סקיצה:
- 
- ב. $k = 10$
 - (5) א. $x \neq 0$ ב. $x = 0$
 - ג. $\min(1, -2), \min(-1, -2)$ ד. (i). 18.78
 - ד. (ii). להלן סקיצה:
- 
- ה. 2 נקודות.

בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1} = a_n - 4$.

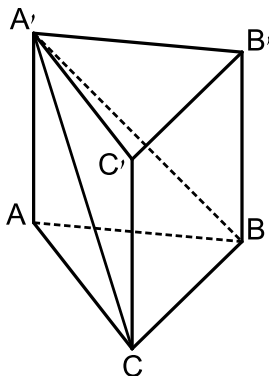
האיבר השלישי בסדרה הוא 12.

א. מצא את האיבר הראשון.

בסדרה זו 71 איברים.

ב. חשב את הסכום של 10 האיברים האחרונים בסדרה.

ג. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.



(2) נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$.

בסיס המנסרה ABC הוא משולש

שווה-שוקיים ($AB = AC$) (ראה ציור).

זווית הראש של המשולש ABC היא 54° .

והאורך של בסיס המשולש הוא 7 ס"מ.

הזווית בין האלכסון $A'C$ ובין בסיס

המנסרה ABC היא 65° .

א. חשב את שטח הפאה $ACC'A'$.

ב. חשב את הזווית בין הגובה לצלע BC

במשולש $CA'B$ ובין בסיס המנסרה ABC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)$ (נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3 - \sin^2 x - \cos x$

בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. על פי הגרף שסרטטת בסעיף ב, סרטט סקיצה של גרף

הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום: $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$.

(4) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{3-x}$.

א. מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

ii. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

iii. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר $y = e^3$.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^m - \ln(x^4)$, m הוא מספר טבעי.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה שווה ל-1.

מצא את הערך של m .

הצב $m = 4$ וענה על הסעיפים ג-ה:

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 3$.

כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.

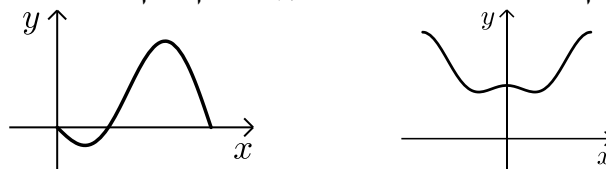
תשובות סופיות:

(1) א. $a_1 = 20$ ב. $S = -2420$ ג. $a_{36} = -120$

(2) א. $S = 127.46$ ב. 67.44°

(3) א. $\max(\pi, 4)$, $\min\left(\frac{\pi}{3}, \frac{7}{4}\right)$, $\max(0, 2)$, $\min\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{7}{4}\right)$, $\max(-\pi, 4)$

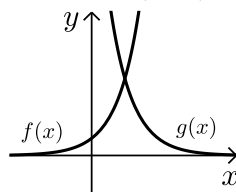
ג. (ii). 2.25 ב. להלן סקיצה: ג. (i). להלן סקיצה:



(4) א. $g(x): (0, e^3)$, $f(x): (0, 1)$

ב. $f(x)$ עולה לכל x , $g(x)$ יורדת לכל x .

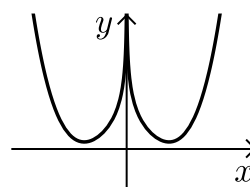
ג. (i). $(1.5, e^{1.5})$ ג. (ii). להלן סקיצה: ג. (iii). $e^3 + 2e^{1.5} = 29.05$



(5) א. $x \neq 0$ ב. $m = 4$ ג. $\min(1, 1)$, $\min(-1, 1)$

ה. 4

ד. להלן סקיצה:



שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 9 - פתרון בידאו של בחינות 2015

תוכן העניינים

82	1. מועד חורף
85	2. קיץ מועד א
88	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2015:

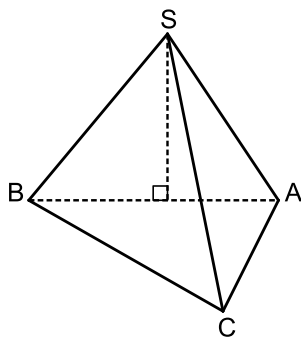
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. נתונים כל המספרים התלת-ספרתיים שמתחלקים ב-6 בלי שארית. מצא את הסכום של מספרים אלה.
- המספר הגדול ביותר מבין המספרים שבסעיף א' הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אין-סופית.
- האיבר הרביעי בסדרה הנדסית זו הוא 124.5.
- ב. מצא את הסכום של הסדרה ההנדסית.
- ג. הראה כי האיבר הראשון בסדרה ההנדסית שווה לסכום של כל האיברים שאחריו.



(2) נתונה פירמידה ישרה SABC

שבסיסה משולש ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$) (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = k$.

הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא 45° .

- א. הבע באמצעות k את נפח הפירמידה.
- ב. הבע באמצעות k את הגובה לבסיס AC בפאה SAC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

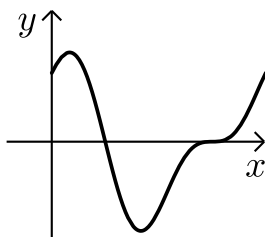
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$, בתחום $x \geq 0$.

- מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציות, וקבע את סוגן.
- האם עבור $x = 4$ הגרף של $f(x)$ נמצא מעל לגרף של $g(x)$ או מתחתיו? נמק.
- האם הגרפים של הפונקציות נפגשים? נמק.



(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + 2\cos(x)$

בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ (ראה ציור).

- מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- y .

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(2x - ax^2)$, a הוא פרמטר.

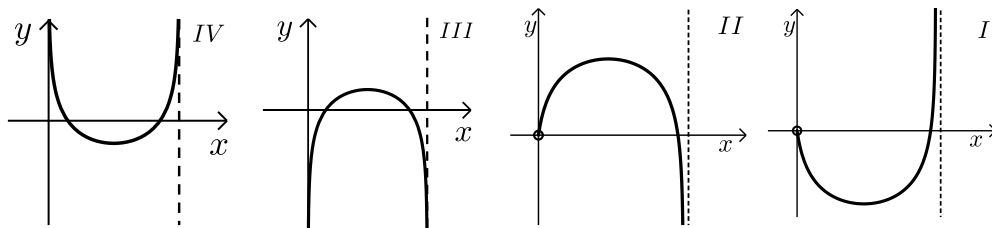
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא $\frac{2}{3}$.

א. מצא את הערך של a .

הצב $a = \frac{1}{2}$, וענה על הסעיפים שלפניך.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. איזה מהגרפים IV-I שלפניך מתאים לפונקציה $f(x)$? נמק.



תשובות סופיות:

(1) א. $S = 82,350$ ב. $S_\infty = 1992$ ג. הוכחה.

(2) א. $V = 0.036k^3$ יח"ר ב. $h_{AC} = 0.661k$ יח"ר

(3) א. עבור $f(x)$ עלייה $x > 0$, אין תחומי ירידה.

עבור $g(x)$ עלייה אין, ירידה $x > 0$.

ב. עבור $f(x)$ אין מקסימום מוחלט, מינימום מוחלט $(0,0)$.

עבור $g(x)$ מקסימום מוחלט $(0,2)$, מינימום מוחלט אין.

ג. עבור $x = 4$: $f(x)$ נמצאת מעל $g(x)$. ד. כן.

(4) א. $\max(2\pi, 2)$, $\min(0.83\pi, -2.598)$, $\max(0.167\pi, 2.598)$, $\min(0,2)$

ב. 0.11 יח"ר.

(5) א. $a = 0.5$ ב. $0 < x < 4$ ג. גרף III.

בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין-סופיות יורדות:

I. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

II. $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$

נתון כי מנת הסדרה I היא q , ומנת הסדרה II היא 0.5.

משתי הסדרות הנתונות בנו סדרה שלישית שהיא גם סדרה הנדסית

אין-סופית יורדת: III. $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$

א. הבע באמצעות q את מנת הסדרה III.

ב. סכום האיברים של סדרה II הוא 8.

ג. סכום האיברים של סדרה I גדול פי 2 מסכום האיברים של סדרה III.

מצא את מנת הסדרה III.

(2) נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$.

נקודה E היא אמצע המקצוע CC' (ראה ציור).

א. מצא את גודל הזווית בין AE לבסיס $ABCD$.

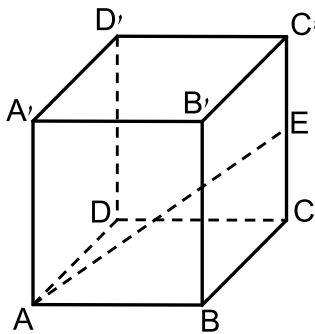
ב. נתון כי נפח הקובייה הוא 140.608 סמ"ק.

מצא את אורך הקטע AC .

ג. נקודה K נמצאת על הקטע EC' .

נתון: $CK = 4.5$ ס"מ.

מצא את $\angle KAE$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

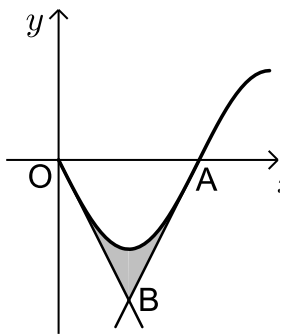
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = -\sin 2x$

בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$.



גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x

בראשית הצירים O ונקודה A .

העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה O

ומשיק לגרף הפונקציה בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק בנקודה O

ואת משוואת המשיק בנקודה A .

ב. המשיקים נפגשים בנקודה B . מצא את השיעורים של הנקודה B .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי שני המשיקים

(השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{2x^2}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ii. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

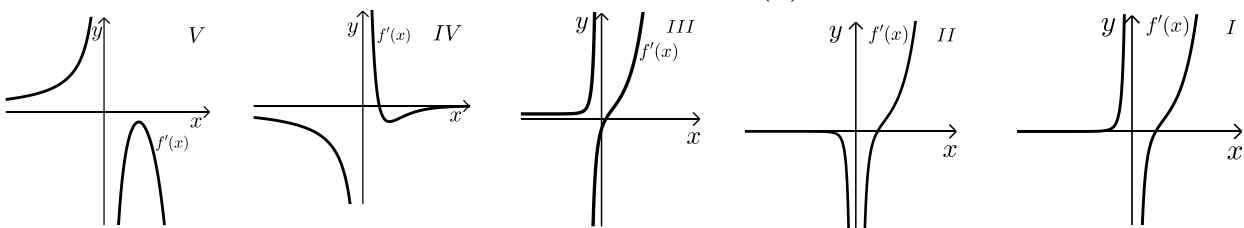
i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מבין הגרפים I, II, III, IV, V, שלפניך, איזה גרף מייצג את

פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



(5) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 (\ln x)^2$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \geq \frac{1}{e^2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq \frac{1}{e^2}$.

ii. הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

מצא את השטח המוגבל על ידי הקטע AB ועל ידי הגרף של $f'(x)$.

תשובות סופיות:

(1) א. $2q$ ב. $q_3 = \frac{2}{3}$

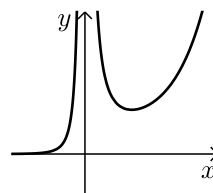
(2) א. 19.5° ב. $AC = 7.35$ ס"מ ג. $\angle KAE = 11.99^\circ$

(3) א. $y = -2x, y = 2x - \pi$ ב. $B\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}\right)$ ג. 0.234 יח"ר

(4) א. (i). $x \neq 0$ א. (ii). $x = 0$

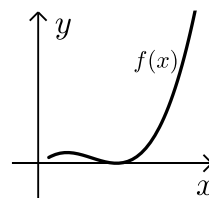
ב. (i). עלייה $x > 1$ או ירידה $x < 0$

ב. (iii). להלן סקיצה:

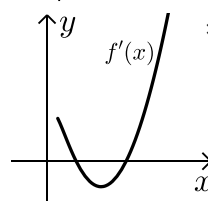


(5) א. $x > 0$ ב. $\max\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e^2}\right), \min(1.0)$

ג. להלן סקיצה:



ד. (i). להלן סקיצה:



ד. (ii). $\frac{1}{e^2}$

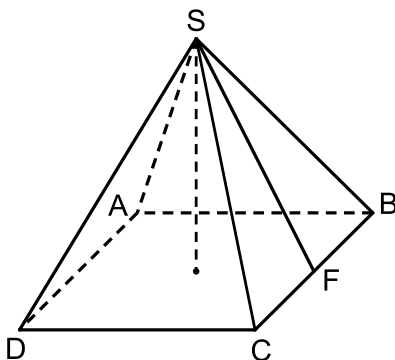
בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) ארבעת האיברים שלפניך: a_1, a_2, a_3, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה. סכום ארבעת האיברים הוא 20. שלושת האיברים a_1, a_2, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית. (a_1 הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות).
- א. הראה כי a_1 שווה להפרש הסדרה החשבונית, ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.
- ב. $\frac{a_2}{a_3 - a_1}$ הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית יורדת. סכום כל האיברים בסדרה זו שווה ל-2. מצא את הסכום של 6 האיברים הראשונים בסדרה זו.



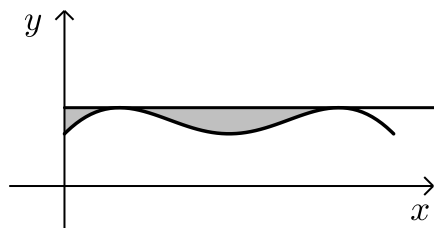
- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע. גובה הפירמידה שווה לצלע של בסיס הפירמידה. SF הוא גובה למקצוע CB בפאה SCB (ראה ציור).
- א. מצא את הזווית בין SF לבסיס הפירמידה.
- ב. מצא את הזווית CSB.
- ג. נפח הפירמידה הוא 1125 סמ"ק. מצא את שטח המשולש SDB.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)$ (נקודות 66)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos(2x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה
בנקודת המקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את משוואת המשיק.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y . (השטח המקווקו בציור).

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - \frac{3}{4}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות

המקסימום המוחלט שלה? נמק.

תוכל להיעזר בתת-סעיף א (i).

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר ($a < 2$).

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון.

ההפרש בין שיעור ה- x החיובי לבין שיעור ה- x השלילי

של נקודת הקיצון הוא 2. מצא את הערך של a .

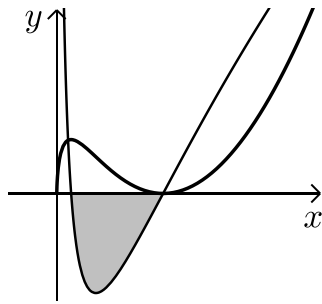
הצב $a = 1$, וענה על סעיף ג.

ג. ענה על הסעיפים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



(5) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציה $f(x)$

ושל פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$, הגרפים I ו-II :

א. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא

של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא $f(x) = 2x(\ln x)^2$.

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף II עם ציר ה- x .

ד. באיזה תחום שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ הוא חיובי? נמק.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

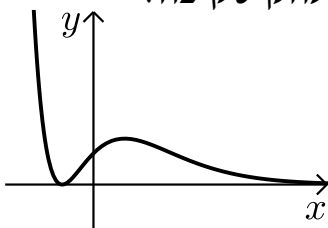
(1) א. 2 ב. 1.968

(2) א. $\angle SFO = 63.43^\circ$ ב. $\angle CSB = 48.2^\circ$ ג. 159.1 ס"מ.

(3) א. (i). $y = 0.75$ א. (ii). 0.31 ב. $y = 0$.

(4) א. כל x ב. $a = 1$ ג. (i). $(-1, 0)$, $(0, 1)$.

ג. (ii). $\max(1, 1.47)$, $\min(-1, 0)$ ג. (iii). להלן סקיצה:



(5) א. גרף I ו- $f(x)$, גרף II $f'(x)$ ב. $x > 0$

ג. $(0, 0.135)$, $(1, 0)$ ד. $x > 1$ או $0 < x < 0.135$ ה. 1.08 יח"ר.

שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 10 - פתרון בוידאו של בחינות 2014

תוכן העניינים

91	1. מועד חורף
94	2. קיץ מועד א
(ללא ספר)	3. קיץ מועד ב
97	4. קיץ מועד ג

בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$. נתון: $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$.

א. הראה כי האיבר הראשון בסדרה החשבונית שווה להפרש הסדרה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. שלושת האיברים a_4, a_6, a_9 בסדרה החשבונית הנתונה מהווים

סדרה הנדסית. (a_4 הוא האיבר הראשון בסדרה ההנדסית).

מצא את מנת הסדרה ההנדסית.

ii. סכום שלושת האיברים שבת-סעיף ב (i) הוא 133.

מצא את הפרש הסדרה החשבונית הנתונה.

iii. סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה מקיים: $S_n > 11,977$.

מצא את n הקטן ביותר המקיים אי-שוויון זה.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע וגובהה SO.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC (ראה ציור).

הזווית בין SE לבסיס הפירמידה היא 75° .

אורך צלע הבסיס הוא a .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

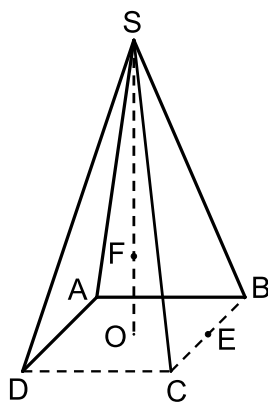
i. הבע באמצעות a את האורך של SE.

ii. הבע באמצעות a את שטח המעטפת

של הפירמידה SABCD.

ב. הנקודה F נמצאת על הגובה SO כך ש- $FO = \frac{1}{3}SO$.

בפירמידה הישרה FABCD חשב את הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(66\frac{2}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. יובל פתח חשבון חדש בבנק והפקיד בו 10,000 שקל.

הסכום שהפקיד גדל בכל חודש ב-2%.

כעבור שנה מרגע ההפקדה משך יובל מהחשבונות 5,000 שקל.

(הסכום שנשאר ממשיך לגדול בכל חודש ב-2%).

כעבור כמה חודשים מרגע המשיכה, שוב יהיו בחשבונות של יובל 10,000 שקל?

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{2x} + \frac{2x}{3}$ בתחום $x > 0$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון

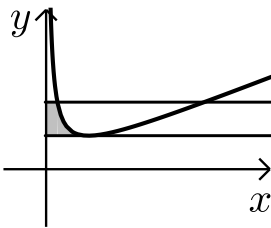
שלה, והעבירו את הישר $y = 2\frac{1}{6}$ החותך את גרף

הפונקציה בין היתר בנקודה שבה $x = 1$

(הנקודה הקרובה לציר ה- y).

מצא את השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

ועל ידי ציר ה- y , השטח המקווקו בציר.



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = -2\cos(2x) + a$ בתחום: $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$.

a הוא פרמטר המקיים: $0 < a < 2$.

א. מצא את השיעורים של נקודות המקסימום המוחלט והמינימום המוחלט

של הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות a במידת הצורך).

ב. נתון כי הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

מצא את הערך של a .

הצב $a = 1$, וענה על הסעיפים ג ו-ד.

ג. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק $y = 3$ ועל ידי ציר ה- y .

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = (a-3x)e^{3x}$, a הוא פרמטר.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. ידוע כי שיעור ה- x של נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 1.

מצא את הערך של a .

הצב $a=4$, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתון הישר $y=k$, $k \leq 0$.

כמה נקודות חיתוך יש לישר זה עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

תשובות סופיות:

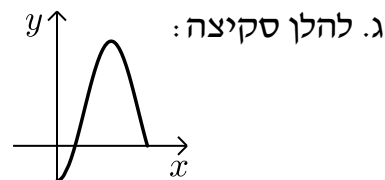
(1) א. הוכחה. ב. (i). $q=1.5$ ב. (ii). $d=7$ ב. (iii). $n=59$

(2) א. (i). $SE=1.93a$ א. (ii). $3.86a^2$ ב. $a=41.34^\circ$

(3) א. 13.31 חודשים. ב. 0.1915 יחידות שטח.

(4) א. $\min(0, a-2)$, $\max\left(\frac{\pi}{2}, a+2\right)$ ב. 1

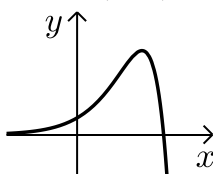
ד. 3.14



(5) א. לכל x . ב. 4

ג. (i). ירידה $x > 1$, עלייה $x < 1$.

ג. (iii). להלן סקיצה:



ג. (ii). $\left(1\frac{1}{3}, 0\right)$, $(0, 4)$

ד. נקודת חיתוך אחת.

בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל:

$$\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = 4a_n + 9 \end{cases}$$

b_n היא סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $b_n = a_n + 3$.

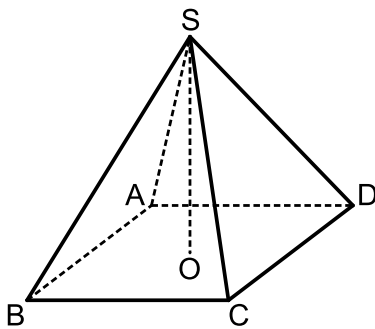
א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

ב. מצא את סכום 4 האיברים הראשונים בסדרה b_n .

ג. בסדרה b_n סכום 4 האיברים הראשונים קטן ב-43,350.

מסכום k האיברים העוקבים שאחרי האיבר הרביעי.

מצא את k .



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

SK הוא גובה למקצוע CD בפאה SCD.

נתון: $SK = 16$ ס"מ.

הזווית בין SK למישור הבסיס היא 68° .

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. נתון גם: $CD = 10$ ס"מ.

i. חשב את הזווית CSD.

ii. ציין זווית אחרת בין שני מקצועות של הפירמידה,

השווה בגודלה לזווית CSD.

ג. SL הוא גובה למקצוע AB בפאה SAB.

מצא את הזווית שבין SK ובין SL.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)$ (נקודות) 66

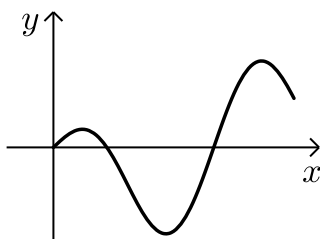
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = e^x + \frac{e^2}{e^x} - 2e$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
על פי הגרף $f(x)$ שסרטטת, מצא עבור אילו ערכים של x הפונקציה $g(x)$ חיובית.

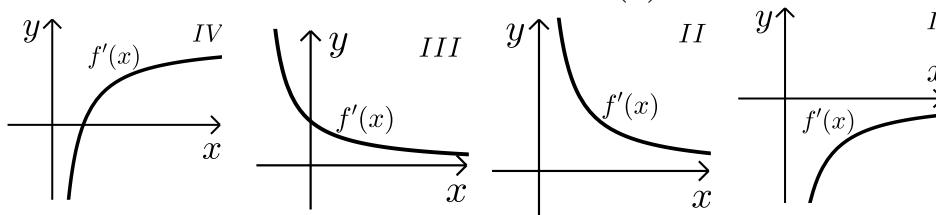
(4) בצויר שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x) = a \cdot \sin(2x) - \frac{1}{2} \sin(x)$.



- בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$ הוא פרמטר. ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \pi$, מקביל לישר $y = 1.5x + 3$.
- מצא את הערך של a .
- הצב $a = \frac{1}{2}$, וענה על הסעיפים ב ו- ג.
- בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$, מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- בתחום $0 \leq x \leq \pi$ מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

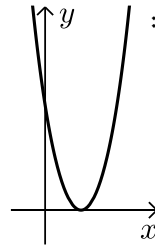
(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \log_2(x^2) + \frac{1}{3} \log_2(x)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ג. הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
 ד. מבין הגרפים I–IV שלפניך, קבע איזה גרף הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.



- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$.

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. ב. $S_4 = 170$. ג. $k = 4$.
 (2) א. 11.99 ס"מ BC . ב. (i). $\angle CSD = 34.7^\circ$. ג. (ii). $\angle ASB$.
 (3) א. כל x . ב. $(1, 0)$, $(0, e^2 - 2e + 1)$. ג. $\min(1, 0)$.
 ד. סקיצה: . ה. $x \neq 1$.

ב. $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{3}, 0)$, $(\pi, 0)$.

ג. הוכחה

ב. $(1, 0)$

ה. $2\frac{1}{3}$ יח"ר

א. $a = \frac{1}{2}$ (4)

ג. 1.25 יח"ר

א. $x > 0$ (5)

ד. גרף II

בגרות קיץ 2014 מועד ג':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

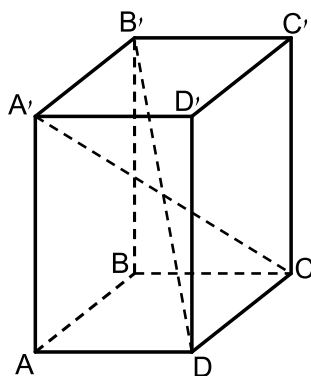
(1) נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים.

נתון: $d = 6$, $a_1 = -74$.

האיבר האחרון בסדרה קטן ב-190 מסכום כל האיברים שלפניו.

א. מצא כמה איברים יש בסדרה.

ב. מצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה.



(2) אלכסוני התיבה $ABCD A'B'C'D'$ נפגשים בנקודה O.

נתון: $\angle DOC = 42^\circ$

שטח המשולש DOC הוא 8.4 סמ"ר.

א. מצא את האורך של הצלע OC.

ב. מצא את האורך של המקצוע DC.

ג. הזווית בין אלכסון התיבה

לבסיס התיבה ABCD היא 53° .

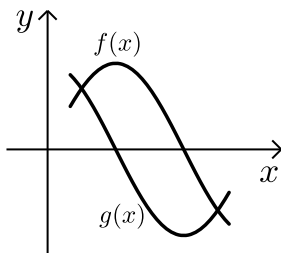
מצא את האורך של המקצוע AD.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(66\frac{2}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונות הפונקציות: $g(x) = \cos(2x)$, $f(x) = \sin(2x)$

בתחום $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ (ראה ציור).

- מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון.
- העבירו אנך לציר ה- x דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x בתחום הנתון. האנך מחלק לשני שטחים את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון. מצא את השטח שמימין לאנך.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2}$, a הוא פרמטר גדול מאפס.

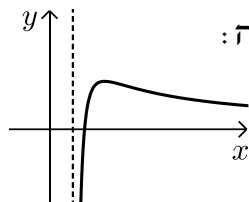
- הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה. הישר $x=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה.
- מצא את הערך של a .
- הצב את הערך של a שמצאת, וענה על סעיף ג.
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 - מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x-1} - 4x$.

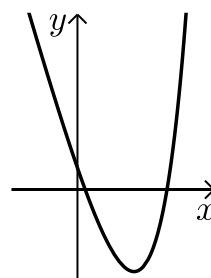
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה. תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.
 ii. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y . תוכל להשאיר e בתשובתך.
 iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי לפונקציה אין אסימפטוטה אופקית.
 ג. העבירו משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי ציר ה- y , על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר $x=2$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 30 איברים
 (2) א. 5.01 ס"מ $OC =$
 (3) א. $x = \frac{\pi}{8}$, $x = \frac{5\pi}{8}$
 (4) א. $x > \frac{2}{a}$
 ב. $a = 1$
 ג. (i). $\max(4.71, 0.37)$
 ג. (ii). $(3, 0)$
 ג. (iii). להלן סקיצה:



- (5) א. כל x
 ב. (i). $\min(0.846, -1.386)$
 ב. (ii). $(0, 0.37)$
 ג. 4.63 יח"ר
 ג. (iii). להלן סקיצה:



שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 11 - פתרון בוידאו של בחינות 2013

תוכן העניינים

100	1. מועד חורף.....
103	2. קיץ מועד א.....
106	3. קיץ מועד ב.....

בגרות חורף 2013:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונות שתי סדרות, a_n ו- b_n , המוגדרות לכל n טבעי לפי הכלל:
- $$a_{n+1} = 3a_n + 5$$
- $$b_n = a_n + 2.5$$

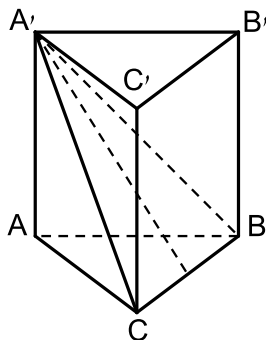
א. הוכח כי הסדרה b_n היא הנדסית, ומצא את המנה שלה ($a_n \neq -2.5$).
נתון גם כי $b_1 = 2$.

ב. הבע באמצעות n את a_n .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n .

ii. הבע באמצעות n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .



- (2) נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$, שבסיסה הם משולשים שווי צלעות (ראה ציור).

$A'E$ הוא הגובה ל- BC במשולש $A'BC$.

הזווית בין $A'E$ ובין מישור הבסיס ABC היא α .
גובה המנסרה הוא h .

א. הבע באמצעות h ו- α את אורך צלע הבסיס של המנסרה.

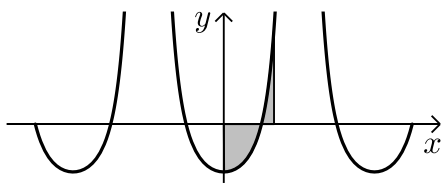
ב. אם נתון כי $\alpha = 30^\circ$, מצא את גודל הזווית שבין $A'C$ למישור ABC .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2$

בקטע $-\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ (ראה ציור).

א. בקטע הנתון מצא:

i. את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות

של הפונקציה המקבילות לציר ה- y .

ii. את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ מצא את השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \log_2(-x^2 + 4x + 32)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים. בתשובתך השאר, במידת הצורך, שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה ומקביל לציר ה- x .

בתשובתך תוכל להשאיר $\log$ או תוכל להשאיר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



(5) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. ב-1/1/2000 מנתה אוכלוסיית מדינה מסוימת 2.5 מליון תושבים. מספר התושבים גדל בצורה מעריכית, ועד 1/1/2010 גדלה האוכלוסייה ב-63%.
 כעבור כמה שנים מ-1/1/2000 יהיה מספר התושבים במדינה 8 מליון?
 ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{x^2-m} - e^{m-x^2}$. הוא פרמטר.
 i. הבע באמצעות m (במידת הצורך) את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 ii. נתון כי הישר $y = 0$ משיק לגרף הפונקציה.
 מצא את הערך של m .
 הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובות סופיות:

- (1) א. $q = 3$ ב. $a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - 2.5$ ג. (i). $3^n - 1$ ג. (ii). $3^n - 1 - 2.5n$
- (2) א. $\frac{2h}{\sqrt{3} \tan \alpha}$ ב. 26.57°
- (3) א. (i). תחום הגדרה: $-1.25\pi \leq x \leq 1.25\pi$, $x \neq -\frac{\pi}{2}$, $x \neq \frac{\pi}{2}$
 אסימפטוטות: $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$
- א. (ii). $(-1.25\pi, 0)$, $(-0.75\pi, 0)$, $(-0.25\pi, 0)$, $(0.25\pi, 0)$, $(0.75\pi, 0)$, $(1.25\pi, 0)$
 ב. 0.779
- (4) א. $-4 < x < 8$ ב. $(-3.92, 0)$, $(7.92, 0)$, $(0, 5)$
 ג. עלייה $-4 < x < 2$ ירידה $2 < x < 8$ ד. $y = 5.17$
- (5) א. 23.81 ב. (i). $\min(0, e^{-m} - e^m)$ ב. (ii). $m = 0$

בגרות קיץ 2013 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

האיבר הראשון של הסדרה הוא 2.5.

האיבר במקום ה-33 בסדרה גדול ב-80 מהאיבר במקום ה-17 בסדרה. מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר שלישי כך שהתקבלה סדרה חשבונית חדשה:

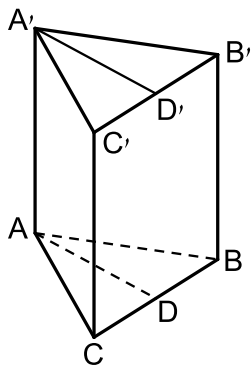
$a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$.

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

ב. סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3100.

i. מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

ii. מהו מספר האיברים בסדרה המקורית? נמק.



(2) במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הבסיסים הם משולשים

שווי שוקיים ($AB = AC$).

AD הוא גובה לצלע BC , ו- $A'D'$ הוא גובה לצלע $B'C'$ (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 64^\circ$, $BC = 26$ ס"מ, $BC = 8112$ סמ"ק.

נפח המנסרה הוא 8112 סמ"ק.

א. חשב את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון $A'B$ ובין בסיס המנסרה ABC .

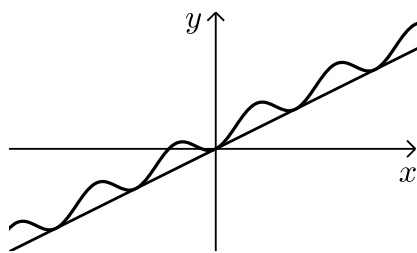
ג. חשב את $\angle A'AD'$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3 נתונה הפונקציה $f(x) = 0.5x - 0.5\cos(2x) + 0.5$

ונתון הישר $y = 0.5x$ (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות המשותפות לישר ולגרף

הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ii. הראה כי הישר משיק לגרף הפונקציה

בנקודות שמצאת בתת סעיף א (i).

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף $f(x)$ ועל ידי $y = 0.5x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

4 נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 e^{\frac{x^2}{m}}$, m הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה הוא -2.

מצא את הערך של הפרמטר m .

הצב $m = 4$, וענה על הסעיפים שלפניך.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

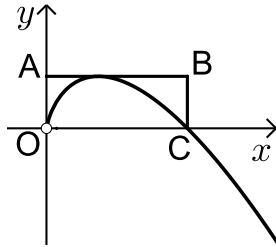
וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. לפי גרף הפונקציה $f(x)$ סרטט סקיצה של גרף פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-2 \leq x \leq 2$.

(5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. נתונה הפונקציה $f(x) = -x \ln(2x)$, $x > 0$ (ראה ציור).

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה העבירו משיק המקביל לציר ה- x , ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

הישרים יוצרים עם הצירים מלבן ABCO, כמתואר (O ראשית הצירים).

מצא את שטח המלבן ABCO. (בתשובתך תוכל להשאיר e).

ב. לחוקר יש היום כמות מסויימת של חומר רדיואקטיבי.

הכמות קטנה בצורה מעריכית. בעוד 10 שנים תרד ב-20% כמות החומר שיש לחוקר היום.

מצא בעוד כמה שנים מהיום תרד ב-40% כמות החומר.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובות סופיות:

(1) א. $d = 15$ ב. (i) 20 איברים ב. (ii) 60 איברים

(2) א. 30 ס"מ ב. 50.73° ג. 34.74°

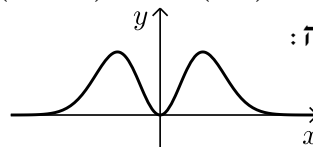
(3) א. (i) $x = -\pi$, $x = 0$, $x = \pi$ א. (ii) הוכחה.

א. (iii) π יח"ר.

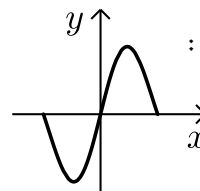
(4) א. כל ב. $m = 4$ ג. (i) $(0,0)$

ג. (ii) $\max(-2, 2.94)$, $\min(0,0)$, $\max(2, 2.94)$

ג. (iii) להלן סקיצה:



ד. להלן סקיצה:



(5) א. 0.092 יח"ר ב. 22.89 שנים

בגרות קיץ 2013 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

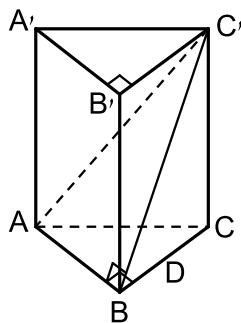
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) ראובן משחק עם חבריו בגולות. כל משתתף מכניס בתורו גולות למשחק. הזוכה בתור שלו, מקבל מספר גולות הגדול פי 6 ממספר הגולות שהכניס באותו תור למשחק. המפסיד בתור שלו, מפסיד את כל הגולות שהכניס באותו תור למשחק (ולא מקבל שום גולה).
ראובן הכניס בתור הראשון 3 גולות, והפסיד. הוא המשיך לשחק, ובכל תור הוא הכניס 2 גולות יותר משהכניס בתור הקודם שלו.
ראובן שיחק בסך הכל n תורים. בכל תור הוא הפסיד, ורק בתור האחרון הוא זכה.
א. הבע באמצעות n את מספר הגולות שראובן קיבל בתור האחרון.
בתור האחרון קיבל ראובן מספר גולות הגדול ב-6 ממספר כל הגולות שהכניס למשחק ב- n התורים ששיחק.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- הבע באמצעות n את מספר כל הגולות שהכניס ראובן למשחק ב- n התורים ששיחק.
- כמה תורים שיחק ראובן?



- (2) הבסיס של מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים (ראה ציור). נתון: a ס"מ $AB = BC$, $\angle ABC' = 90^\circ$, הזווית בין האלכסון AC' לפאה $BCC'B'$ היא α .
א. הבע באמצעות a ו- α את נפח המנסרה.
נתון גם כי גובה המנסרה הוא $2a$.
ב. מצא את α .
ג. מצא את גודל הזווית שבין האלכסון AC' לבסיס ABC .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $(\frac{2}{3})$ (נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = a - b \sin(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
 a ו- b הם פרמטרים חיוביים.

א. אחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא הנקודה שבה $x = \frac{\pi}{12}$.

הבע את b באמצעות a .

הצב בפונקציה $b = 2a$, וענה על הסעיפים ב-ד שלפניך.

ב. בתחום הנתון הבע באמצעות a , במידת הצורך:

- את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
- כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 0.5a$ בתחום הנתון? נמק.

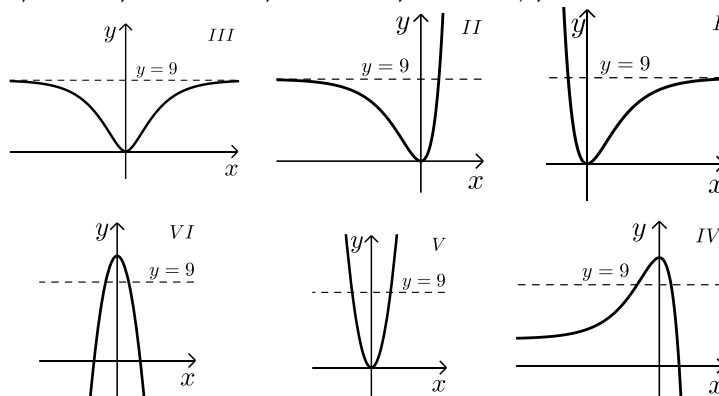
(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (3e^x - 3)^2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הישר $y = 9$ (אם יש כאלה).

ג. מבין הגרפים VI-I שלפניך, איזה גרף מציג סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.





(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-2}{2x-3}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=1$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $12n+6$ ב. (i) $n^2 + 2n$ ב. (ii) 10.
- (2) א. $\frac{a^3 \sqrt{1-\tan^2 \alpha}}{2 \tan \alpha}$ ב. $\alpha = 24.09^\circ$ ג. 54.73°
- (3) א. $b = 2a$ ב. (i) $(0, a)$, $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$, $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$
- ב. (ii) $\min\left(\frac{\pi}{4}, -a\right)$, $\max\left(\frac{3\pi}{4}, 3a\right)$ ג. סקיצה. ד. 2 פתרונות.
- (4) א. (i) לכל x א. (ii) $(0, 0)$ א. (iii) $\min(0, 0)$ ב. $(\ln 2, 9)$
- ג. גרף 2
- (5) א. $x \neq 1.5$ ב. עלייה: $x < 1.5$ וגם $x > 1.5$ ירידה: אין. ג. $x = 1.5$, $y = 0$
- ד. $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ ה. סקיצה. ו. 1.098

שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 12 - פתרון בוידאו של בחינות 2012

תוכן העניינים

109	1. מועד חורף.....
112	2. קיץ מועד א.....
115	3. קיץ מועד ב.....

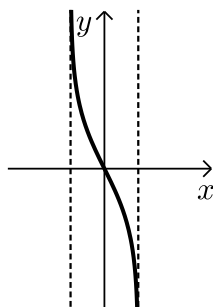
בגרות חורף 2012:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (50 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) שני רוכבי אופנוע נמצאים במרחק 1110 ק"מ זה מזה, ורוכבים זה לקראת זה. בשעה הראשונה עבר הרוכב הראשון מרחק של 50 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 5 ק"מ יותר מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. הרוכב השני יצא לדרך 3 שעות אחרי הרוכב הראשון. בשעה הראשונה הוא עבר 90 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 4 ק"מ פחות מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. חשב כעבור כמה שעות מרגע היציאה של הרוכב הראשון ייפגשו שני הרוכבים.



- (2) נתונה הפונקציה $f(x) = \log_{\frac{1}{e}}(1+x) - \log_{\frac{1}{e}}(1-x)$ (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי $f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

בנקודה A הנמצאת ברביע השני, ומעבירים ישר המשיק לגרף

הפונקציה בנקודה B הנמצאת ברביע הרביעי.

נתון כי כל אחד משיפועי המשיקים הוא: $-\frac{8}{3}$.

מצא את שיעורי ה-x של הנקודות A ו-B.

ii. דרך הנקודה A העבירו מקביל לציר ה-x, ודרך הנקודה B העבירו מקביל לציר ה-x. היעזר בחוקי הלוגריתמים (בלי להשתמש במחשבון), והראה כי המרחק בין המקבילים הוא $2\ln 3$.

ד. היעזר בגרף של הפונקציה $f(x)$, וקבע אם בתחום ההגדרה של $f(x)$

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא תמיד שלילית, תמיד חיובית או לפעמים שלילית ולפעמים חיובית. נמק.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (50 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 3-4.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x מקיימת:

$$f(x) \geq 0 \text{ לכל } x$$

$$f(0) = 0 \text{ ואין יותר נקודות שבהן } f(x) = 0$$

$$f(x) \text{ עולה בתחומים } x > 0, x < -\ln 3$$

$$f(x) \text{ יורדת בתחום } -\ln 3 < x < 0$$

א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, וציין בה את שיעורי ה- x

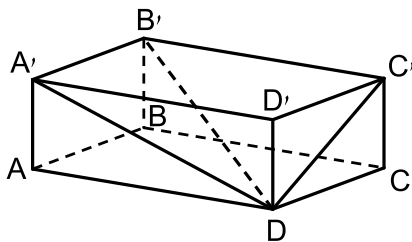
של נקודות הקיצון.

נתון גם: $f(x) = e^{3x} - 2e^{ax} + e^x$, a הוא פרמטר.

ב. היעזר בנקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$, ומצא את ערך הפרמטר a .

ג. דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

הצב $a = 2$, ומצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



(4) בתיבה $ABCD A'B'C'D'$

אורך האלכסון $B'D$ הוא a .

האלכסון $B'D$ יוצר זווית של 60°

עם המקצוע $A'B'$,

ויוצר זווית של 50° עם הפאה $DCC'D'$.

א. הבע באמצעות a את האורך:

i. של הצלע $A'B'$.

ii. של הצלע $B'C'$.

iii. של האלכסון BD .

ב. הבע באמצעות a את נפח התיבה $ABCD A'B'C'D'$.

תשובות סופיות:

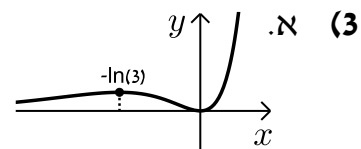
(1) 9

(2) א. $-1 < x < 1$ ב. הוכחה. ג. (i). $x_B = \frac{1}{2}$, $x_A = -\frac{1}{2}$

ג. (ii). הוכחה. ד. פונקציית נגזרת תמיד שלילית.

ג. $\frac{8}{81}$

ב. 2

ב. $0.15a^3$ א. (iii). $0.91a$ א. (ii). $0.76a$ (4) א. (i). $0.5a$

בגרות קיץ 2012 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $\begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = 3a_n - 8 \end{cases}$, $(k \neq 4)$.

b_n היא סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $b_n = 2a_n - 8$.

א. הראה כי b_n היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי $b_5 = 324$. מצא את הערך של k .

ג. נתון גם כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 120, 13. מצא את n .

(2) בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציה $f(x)$, ומוצג הישר $y = -x + 4$.

הישר משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = -1$.

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = a - e^{-x}$.

a הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של a .

בתשובתך רצוי להשאיר e .

הצב את הערך של a , וענה על הסעיפים ב-ג.

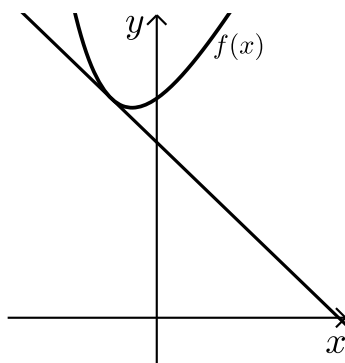
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי ה- y של נקודת ההשקה.

ii. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי הישר הנתון ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

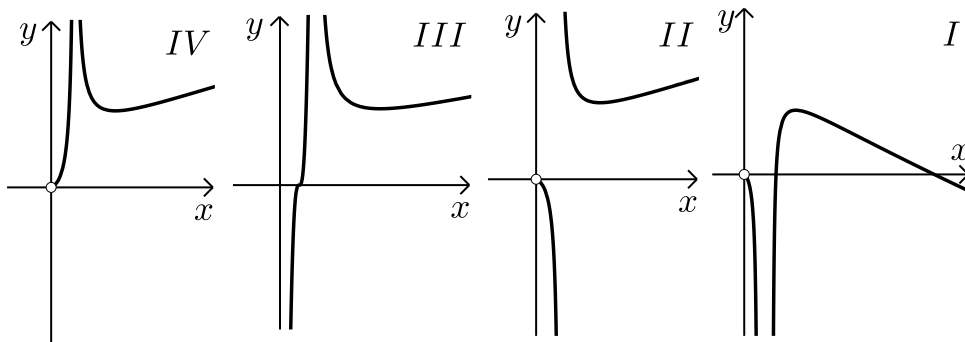
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

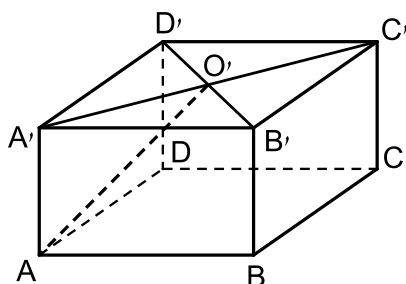
(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\ln(2x)}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מבין הגרפים IV-I שלפניך איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. הסבר מדוע עבור $x > \frac{e}{2}$ מתקיים $f(x) > e$.

- (4) נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה הוא ריבוע. אלכסוני הבסיס $A'B'C'D'$ נפגשים בנקודה O' (ראה ציור). נתון: אורך צלע הבסיס הוא a , הזווית בין AO' לבסיס $ABCD$ היא 42° .



- הבע באמצעות a את נפח התיבה.
- חשב את הזווית בין אלכסון התיבה ובין בסיס התיבה.



תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. ב. $k=6$ ג. $n=8$
- (2) א. $a=e-1$ ב. (i) $y=5$ ג. (ii) $f(x)=ex-x+e^{-x}+4$
- ג. $\frac{e}{2}-1$
- (3) א. $x > \frac{1}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$ ב. $\left(\frac{e}{2}, e\right)$
- ג. ירידה: $\frac{1}{2} < x < \frac{e}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$ עלייה: $x > \frac{e}{2}$ ד. איור 2 ה. הוכחה
- (4) א. $0.636a^3$ ב. 24.2°

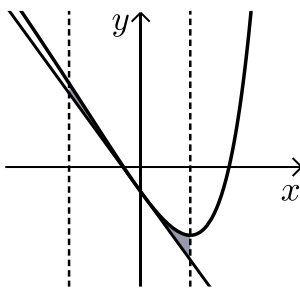
בגרות קיץ 2012 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) כמות של 1000 גרם חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. כעבור מספר שנים נותרו 250 גרם מהחומר. כעבור עוד 4 שנים נותרו 200 גרם מהחומר. מצא כעבור כמה שנים נותרו 250 גרם מהחומר הרדיואקטיבי.



(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x - 2x$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$, והעבירו אנך לציר ה- x דרך נקודת המינימום של הפונקציה (ראה ציור).

- מצא את משוואת המשיק.
- מצא את משוואת האנך.
- מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי האנך ועל ידי הישר $x = -1$ (השטח המסומן בציור).

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

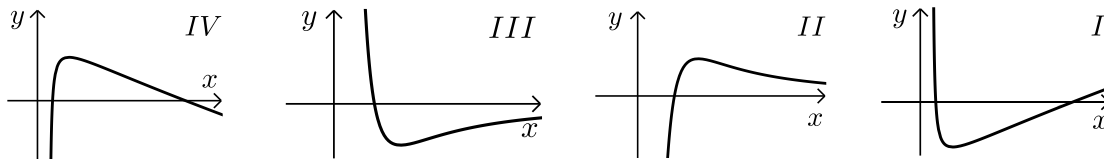
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(66\frac{2}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

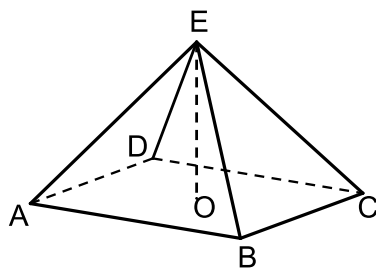
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a \ln x}{x^2}$, a הוא פרמטר שונה מאפס.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $f(x) = 0$ הוא 3.
- מצא את הערך של a .
- הצב $a = 3$ וענה על סעיפים ג-ה:
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- לפניך הגרפים I, II, III, IV. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. האם יש פתרון למשוואה $1 = \frac{3 \ln x}{x^2}$? נמק.



(4) נתונה פירמידה ישרה EABCD שבסיסה ABCD

הוא מלבן (ראה ציור). הזווית בין מקצוע צדדי של

הפירמידה לבסיס היא 30° .

הזווית AOB בין אלכסוני הבסיס היא 120° .

גובה הפירמידה הוא 10 ס"מ.

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. חשב את הזווית בין הגובה ל-BC בפאה EBC ובין בסיס הפירמידה.

תשובות סופיות:

(1) 24.85 שנים.

(2) א. $y = -2x - 0.5$

ב. $x = \ln 2$

ג. 0.181 יח"ר

(3) א. $x > 0$

ב. $a = 3$

ג. $\max \sqrt{e}, 0.552$

ד. ציור 2

ה. לא

ב. 33.69°

(4) א. 17.32 ס"מ