

שאלון 481 - פתרון בגרונות משנים קודמות



תוכן העניינים

1. פתרון בוידאו של בחינות 3202	(ללא ספר).....
2. פתרון בוידאו של בחינות 2202	1.....
3. פתרון בוידאו של בחינות 1202	11.....
4. פתרון בוידאו של בחינות 0202	40.....
5. פתרון בוידאו של בחינות 9102	55.....
6. פתרון בוידאו של בחינות 8102	68.....
7. פתרון בוידאו של בחינות 7102	81.....
8. פתרון בוידאו של בחינות 6102	95.....
9. פתרון בוידאו של בחינות 5102	109.....
10. פתרון בוידאו של בחינות 4102	122.....
11. פתרון בוידאו של בחינות 3102	140.....
12. פתרון בוידאו של בחינות 2102	154.....

שאלון 481 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 1 - פתרון בידאו של בחינות 2023

תוכן העניינים

1. מועד חורף (ללא ספר)
2. קיץ מועד א (ללא ספר)
3. קיץ מועד מיוחד (ללא ספר)
4. קיץ מועד ב (ללא ספר)

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 2 - פתרון בידאו של בחינות 2022

תוכן העניינים

1. מועד חורף 1
2. חורף מועד נבצרים 6
3. קיץ מועד א (ללא ספר)
4. קיץ מועד ב (ללא ספר)

בגרות חורף 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) אורי ודוד רצו לאורך מסלול ישר AB.
 כל אחד מהם רץ במהירות קבועה.
 ביום ראשון הם התחילו לרוץ יחד מאמצע המסלול AB:



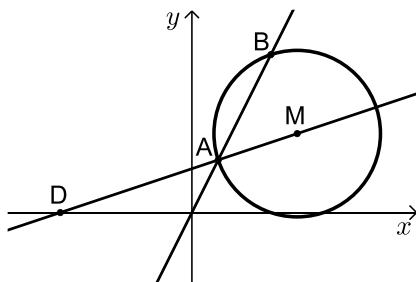
אורי רץ מאמצע המסלול לנקודה B, ואילו דוד רץ מאמצע המסלול לנקודה A.
 אורי הגיע לנקודה B אחרי 40 דקות, ודוד הגיע לנקודה A אחרי שעה.
 נסמן ב- x את המהירות של דוד (בקמ"ש).
 א. הבע את המהירות של אורי באמצעות x .
 ביום שני הם התחילו לרוץ יחד מנקודה C הנמצאת על המסלול AB:



אורי רץ מן הנקודה C לנקודה B, ואילו דוד רץ מן הנקודה C לנקודה A.
 אורך AC הוא 4.5 ק"מ.
 אורי הגיע לנקודה B חצי שעה אחרי שדוד הגיע לנקודה A.
 כל אחד מהם רץ באותה המהירות שבה הוא רץ ביום ראשון.
 ב. מצא את אורך המסלול AB.

- (2) הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$.
 הישר $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניך.

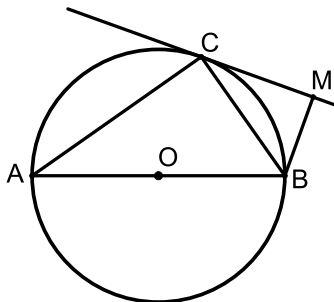
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 הישר AM חותך את ציר ה- x בנקודה D (ראה סרטוט).
 ב. מצא את שיעורי הנקודה D.
 ג. הוכח כי BM מאונך ל-DM.
 ד. האם הישר DB משיק למעגל? נמק.
 ה. חשב את שטח המשולש ABD.



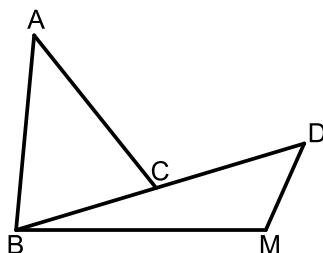
- (3) במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד : חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).
א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?
ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן? ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.
ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?
(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

- (4) בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה O. AB הוא קוטר במעגל. דרך הנקודה C שעל המעגל, העבירו משיק למעגל. מן הנקודה B העבירו אנך למשיק, החותך אותו בנקודה M, כמתואר בסרטוט.
א. הוכח: $\angle MBC = \angle CBA$.
ב. הוכח: $BC^2 = AB \cdot BM$.
דרך מרכז המעגל, O, העבירו ישר מקביל ל-BC. ישר זה חותך את AC בנקודה E.
נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 3.24 משטח המשולש CBM, $OE = 5$.
ג. מצא את AB.



- (5) בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC. הנקודה C היא אמצע הצלע BD. נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8, $\angle BAC = 44^\circ$, $AB = 10$.
א. מצא את אורך הצלע AC.
ב. מצא את אורך הצלע BC.
נתון: $\angle BMD > 90^\circ$, $\angle BDM = 50^\circ$, $BM = 11.4$.
ג. מצא את גודל הזווית BMD.
ד. מצא את גודל הזווית AFB.
ה. מצא את גודל הזווית BMD.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה

(אם צריך, הבע באמצעות b).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b .

הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

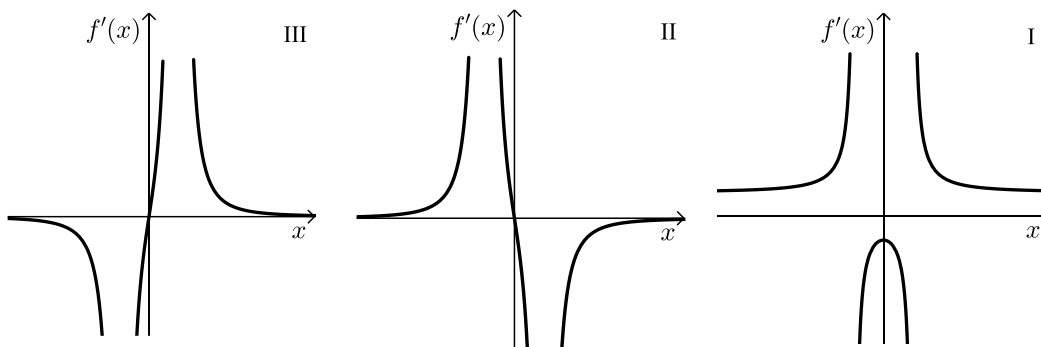
$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי

הישר $x = \frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x .

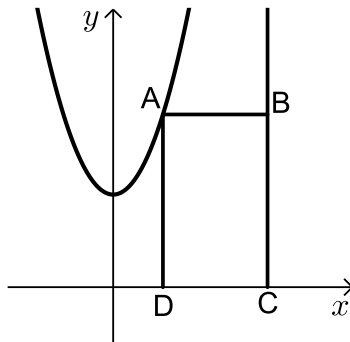


7 נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
- (2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים.
- חשב את שטח המשולש ABO.

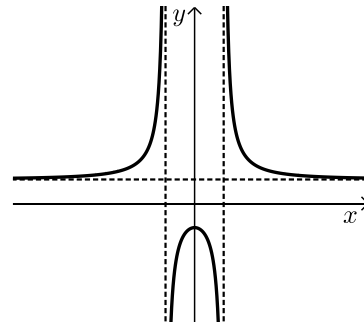
8 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 3$ ונתון הישר $x = 5$.

- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.
- מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x וחותך את הישר הנתון בנקודה B.
- הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה-x כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).
- נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.
- א. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.
 - ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

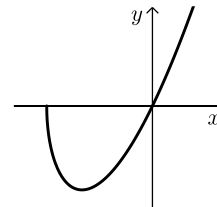


תשובות סופיות:

- (1) א. המהירות של אורי: $1.5x$. ב. אורך מסלול AB: 18 ק"מ.
 (2) א. $A(1,2)$, $B(3,6)$. ב. $D(-5,0)$. ג. הוכחה. ד. לא.
 ה. $S_{\triangle ABD} = 10$ יח"ר.
 (3) א. 0.4. ב. $\frac{4}{19}$. ג. (1). 95 משתתפים. (2). 0.224.
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $AB=18$.
 (5) א. $AC=8$. ב. $BC=6.99$. ג. $\angle BMD=110.12^\circ$. ד. $\angle AFB=85.46^\circ$, $\angle BAF=22^\circ$, $\angle ABF=72.54^\circ$.
 (6) א. $x \neq -\frac{1}{2}$, $x \neq \frac{1}{2}$. ב. (1). נקודת מקסימום. $(0, -4+b)$.
 ב. (2). תחומי עלייה: $-\frac{1}{2} < x < 0$ או $x < -\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$.
 ג. $b=2$. ד. (1). $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$, $y=2$.
 ד. (2). להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. 3.2 יח"ר S .



- (7) א. $x \geq -18$. ב. $(-18, 0)$, $(0, 0)$. ג. $\min(-12, -12\sqrt{6})$, $\max(-18, 0)$.
 ד. להלן סקיצה: ה. (1). $\max(-12, 24\sqrt{6})$, $\min(-18, 0)$.
 ה. (2). $216\sqrt{6}$ יח"ר $S_{\triangle ABO}$.



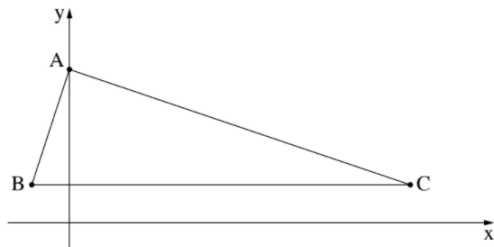
- (8) א. $t=3$. ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

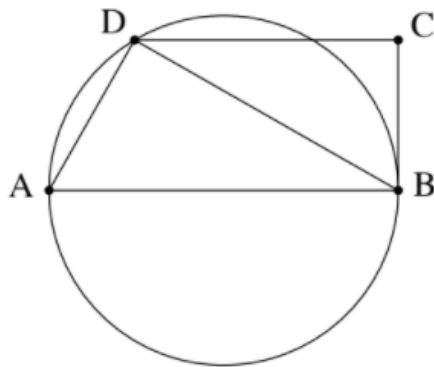
- (1) המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' הוא 36 ק"מ.
 יוסי יצא מיישוב א' לכיוון יישוב ב' בשעה 8:00.
 הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של שעה, ולאחר מכן המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-25% ממהירותו הקודמת.
 נועה יצאה מיישוב ב' לכיוון יישוב א' בשעה 11:00 באותו היום.
 היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה צעד יוסי אחרי המנוחה.
 יוסי ונועה נפגשו באמצע הדרך בין שני היישובים.
 א. מה הייתה מהירותו של יוסי לפני המנוחה?
 ב. באיזו שעה נפגשו יוסי ונועה?



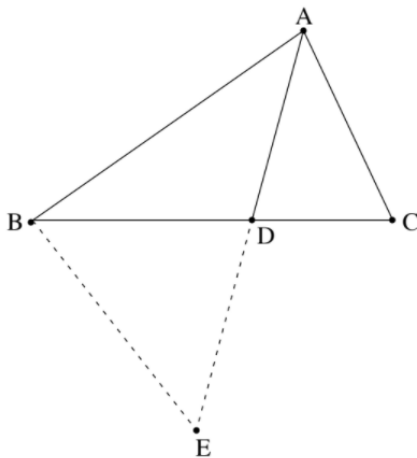
- (2) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).
 נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y .
 הנקודות B ו-C נמצאות על הישר: $y = 2$.
 משוואת הישר AB היא: $y = 3x + 8$.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 נתון: אורך הצלע AC הוא $\sqrt{360}$.
 הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
 ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.
 הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
 דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y . הישר חותך את הצלע AC בנקודה E.
 ד. חשב את שטח המרובע ABME.

- (3) מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות : בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.
- 80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.
 60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.
 40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.
 בוחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.
 נסמן ה- p את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.
 א. מצא את p .
- ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת, מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית?
 ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.
- ג. (1) כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?
 (2) מבין כל המועמדים בחרו באקראי בזה אחר זה שני מועמדים (ללא החזרה).
 מהי ההסתברות ששניהם עברו את שתי הבחינות?
 בתשובתך דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



- (4) המשולש ADB חסום במעגל (ראה סרטוט).
 הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BC משיק למעגל בנקודה B.
 נתון : $DC \parallel AB$.
- א. הוכח : $\triangle ADB \sim \triangle BCD$.
 נתון : $\angle DAB + \angle CDB = 90^\circ$.
- ב. הוכח כי AB הוא קוטר במעגל.
 נתון : רדיוס המעגל הוא 4 ס"מ.
 היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש BCD הוא $\frac{4}{3}$.
- ג. (1) מצא את אורך הצלע DB.
 (2) מצא את אורך הצלע DC.



- (5) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).
 הנקודה D נמצאת על הצלע BC.
 נתון: $AC = 1.5 \cdot CD$, AD חוצה את הזווית $\angle BAC$, $\angle ADC = 75^\circ$.
 א. מצא את גודל הזווית $\angle BAC$.
 נתון: $AC = 6$.
 ב. מצא את אורך הקטע DB.
 הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD, כמתואר בסרטוט.
 שטח המשולש BDE הוא 19.
 ג. מצא את אורך הצלע BE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

- (6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2}$.
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
 ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום).
 העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
 מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x \cdot \sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה $(4, 20)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 2.25$ בפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

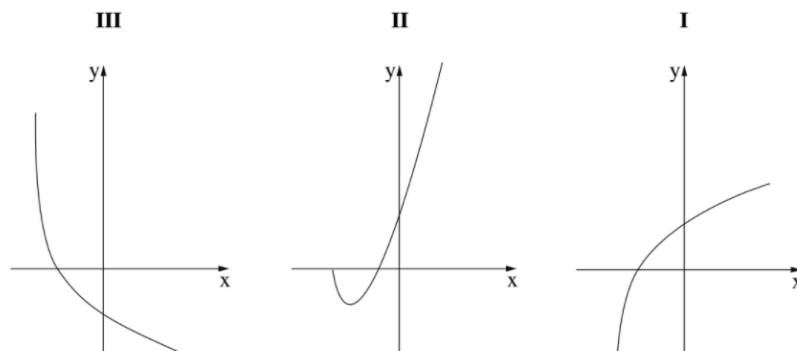
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים.



8 בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של

הפונקציות: $f(x) = -x^2 + 16$ ו- $g(x) = (x-4)^2$.

נקודה A נמצאת ברביע הראשון על

גרף הפונקציה $f(x)$.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה- y וחותר את

גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,

וישא אחר, המקביל לציר ה- x

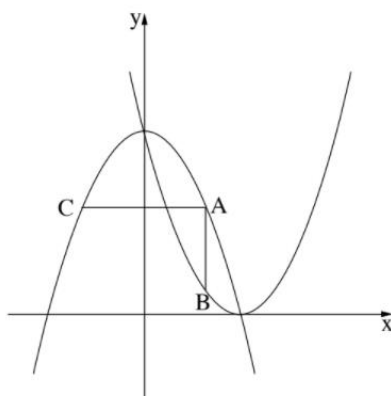
וחותר את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה C (ראה סרטוט).

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

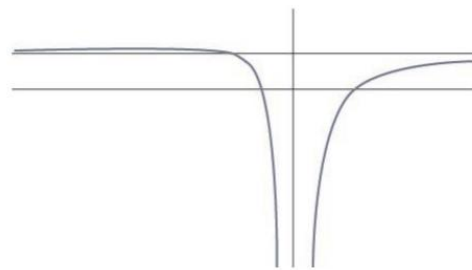
א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

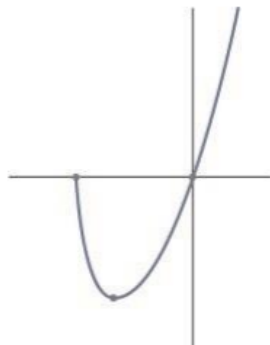


תשובות סופיות:

- (1) א. 3.6 קמ"ש. ב. 13:24
- (2) א. $A(0,8)$, $B(-2,2)$ ב. $C(18,2)$ ג. הוכחה. ד. $43\frac{1}{3}$ יח"ר.
- (3) א. 0.3 ב. $\frac{3}{4}$ ג. (1). 100 ד. (2). 0.249
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1). $4\sqrt{3}$ ד. (2). 6
- (5) א. 80.174° ב. 6.328 ג. 7.63
- (6) א. $x \neq 0$ ב. $y=2$, $x=0$ ג. $(-1.5, 0)$, $(3, 0)$ ד. $\max(-6, 2.25)$
ה. להלן סרטוט:
ג. $x=-1.5$, $x=3$



- (7) א. $x \geq -a$ ב. $a=2.25$ ג. (1). $(-2.25, 0)$, $(0, 0)$ ד. גרף I.
(2). $\min(-1.5, -2.598)$, $\max(-2.5, 0)$ ה. 2.598 יח"ר.
(3). להלן סרטוט:



- (8) א. $A(t, -t^2 + 16)$, $B(t, (t-4)^2)$, $C(-t, -t^2 + 16)$ ב. $2\frac{2}{3}$

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 3 - פתרון בידאו של בחינות 2021

תוכן העניינים

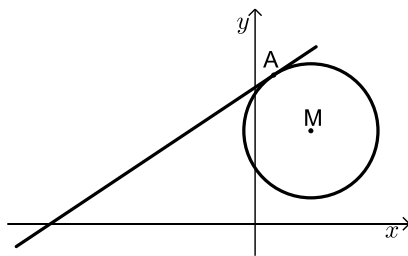
11	1. חורף מועד א.
16	2. חורף מועד ב.
20	3. חורף מועד נבצרים.
25	4. קיץ מועד א.
30	5. קיץ מועד מיוחד.
35	6. קיץ מועד ב.

בגרות חורף 2021 מועד חורף א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) המרחק בין עיר א לעיר ב הוא 54 ק"מ.
 שתי רוכבות אופניים, דנה והילה, יצאו זו לקראת זו באותו הזמן.
 דנה יצאה מעיר א ורכבה לכיוון עיר ב, והילה יצאה מעיר ב ורכבה לכיוון עיר א.
 כל אחת מהן רכבה במהירות קבועה.
 שעה לאחר שדנה והילה יצאו לדרך, הן נפגשו.
 לאחר הפגישה המשיכה הילה ברכיבתה לכיוון עיר א באותה המהירות שבה רכבה קודם, ודנה עצרה למשך שעה וחצי ואז המשיכה ברכיבתה לכיוון עיר ב באותה המהירות שבה רכבה קודם.
 דנה הגיעה לעיר ב בדיוק באותו הזמן שהילה הגיעה לעיר א.
 א. מצא את מהירות הרכיבה של דנה ואת מהירות הרכיבה של הילה.
 ב. מהו היחס בין המרחק שעברה דנה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר ב ובין המרחק שעברה הילה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר א?

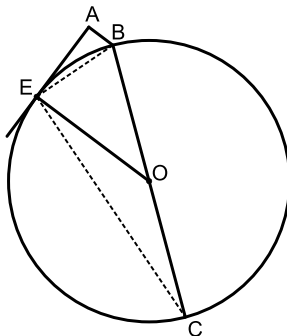


- (2) הנקודה $A(1,8)$ נמצאת על מעגל שמרכזו $M(3,5)$.
 א. מצא את משוואת המעגל.
 דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל (ראה ציור).
 ב. מצא את משוואת המשיק.
 הנקודה B נמצאת על המעגל.
 שיעור ה- y שלה הוא 2 ושיעור ה- x שלה גדול מ-3.
 ג. (1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה B.
 (2) האם AB הוא קוטר במעגל? נמק.
 מן הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את המשיק בנקודה C.
 הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש CAB.
 ד. חשב את שטח המשולש EAC.

- (3) מנחם ניגש למבחן נהיגה כדי לקבל רישיון נהיגה. ההסתברות שמנחם לא יעבור מבחן נהיגה אחד היא קבועה, וגדולה פי 4 מן ההסתברות שהוא יעבור אותו.
- א. מהי ההסתברות שמנחם יעבור מבחן נהיגה אחד?
 בכל פעם שמנחם לא עובר את המבחן, הוא ניגש למבחן נוסף, עד שהוא מצליח לעבור את מבחן הנהיגה.
 ידוע שמנחם קיבל רישיון נהיגה.
- ב. (1) מהי ההסתברות שמנחם ניגש לשני מבחנים לכל היותר?
 (2) מהי ההסתברות שמנחם ניגש למבחן השני, אם ידוע שהוא ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

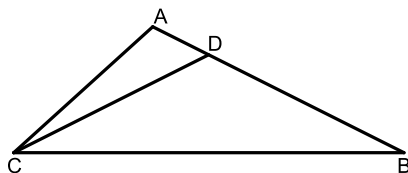
פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

- (4) BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O. דרך הנקודה E, הנמצאת על המעגל, העבירו משיק למעגל. הנקודה A היא נקודה על המשיק כך ש- $AB \parallel EO$.



- א. הוכח: $\angle EAB = 90^\circ$.
- ב. הוכח: $\triangle EAB \sim \triangle CEB$.
- ג. הוכח: $EB^2 = AB \cdot CB$.
- נתון: $\frac{CB}{EB} = 3$.
- ד. חשב את היחס בין שטח המשולש EBO ובין שטח המשולש EAB
- $$\left(\frac{S_{\triangle EBO}}{S_{\triangle EAB}} \right)$$

- (5) הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC



- כך ש- $AD = \frac{1}{3} AC$ (ראה ציור).
- נתון: $\angle ACD = 15^\circ$, הזווית ADC היא זווית חדה.
- א. חשב את גודל הזווית ADC.
- נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ($CD = DB$) ושטחו שווה ל-40.
- ב. חשב את אורך הקטע AD.
- הנקודה P היא אמצע הקטע CD.
- ג. חשב את אורך הקטע PB.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$. b הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y = 2$.

א. (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מהו ערכו של הפרמטר b ?

הצב את הערך של b שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(7) בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{6}{x}$,

המוגדרת לכל $x \neq 0$. הנקודות A ו-B נמצאות על

גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בציור שלפניך.

$$x_A = t \text{ ו- } x_B = -t$$

א. הבע באמצעות t את AB^2 .

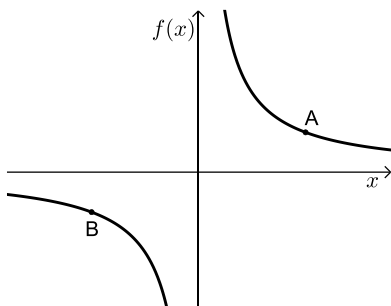
ב. (1) בעבור איזה ערך של t הגודל AB^2

הוא מינימלי?

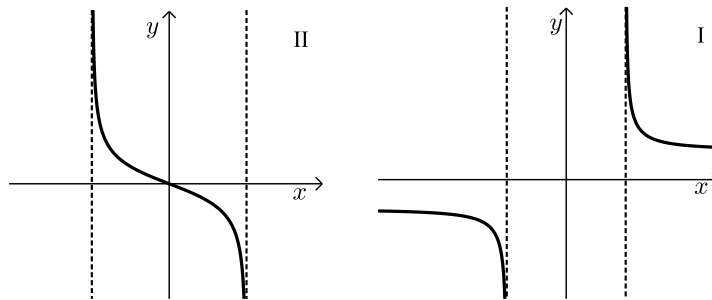
(2) הסתמך על תת-סעיף ב(1) וקבע בעבור

איזה ערך של t אורך הקטע AB הוא

מינימלי. נמק.



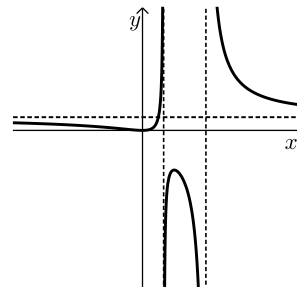
- (8) לפניך סרטוטים של שני גרפים I, ו-II. כל אחד מן הגרפים מתאר גרף נגזרת של פונקציה אחרת. גרף I אינו חותך את הצירים כלל, נקודת החיתוך של גרף II עם הצירים היא הנקודה $(0,0)$.
לכל אחד משני הגרפים יש אסימפטוטות אנכיות שמשוואותיהן הן $x = \pm 2$.



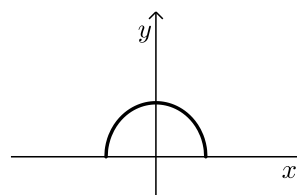
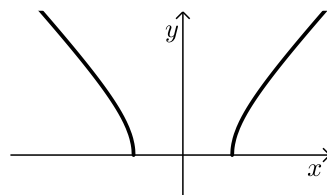
- א. הסתמך על הגרפים I ו-II ובעבור כל אחד מהם מצא מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה שאת הנגזרת שלה הוא מתאר.
נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2-4}$.
כל אחד מן הגרפים I ו-II מתאר את פונקציית הנגזרת של אחת מן הפונקציות האלה.
ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
(2) התאם בין פונקציות הנגזרת $f'(x)$ ו- $g'(x)$ ובין הגרפים I ו-II. נמק.
ענה על סעיף ג בעבור כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

- (1) א. הילה: 18 קמ"ש. דנה: 36 קמ"ש. ב. $\frac{1}{2}$.
- (2) א. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 13$. ב. $y = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3}$. ג. (1) $x_B = 5$.
- (3) א. 0.2. ב. (1) 0.36. ג. (2) $\frac{4}{9}$.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. 4.5.
- (5) א. 50.937° . ב. 2.877. ג. 13.92.
- (6) א. (1) $x \neq 1, x \neq 3$. א. (2) $b = 2$. ב. (1) $x = 1, x = 3$.
- ב. (2) $(0,0)$. ב. (3) $(0,0)$ מינימום, $(1.5, -6)$ מקסימום.
ג. להלן סרטוט:



- (7) א. $AB^2 = 4t^2 + \frac{144}{t^2}$. ב. (1) $\sqrt{6} = 2.449$. ב. (2) $\sqrt{6} = 2.449$.
- (8) א. גרף I: עלייה: $x > 2$, ירידה: $x < -2$.
גרף II: עלייה: $-2 < x < 0$, ירידה: $0 < x < 2$.
- ב. (1) $f(x)$: $-2 \leq x \leq 2$, $g(x)$: $x \leq -2$ או $x \geq 2$.
ב. (2) $f'(x)$ - גרף II, $g'(x)$ - גרף I.
- ג. (1) $f(x)$: $(-2,0)$, $(0,2)$, $(2,0)$. $g(x)$: $(-2,0)$, $(2,0)$.
ג. (2) $f(x)$: שרטוט: $g(x)$: שרטוט:



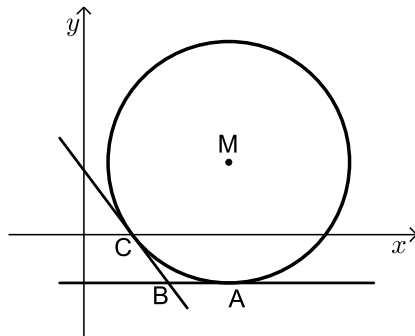
בגרות חורף 2021 מועד חורף ב':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) אורי ודני יצאו באותו הזמן משתי נקודות שונות, והלכו זה לקראת זה לאורך אותו מסלול ישר. מהירות ההליכה של אורי הייתה גדולה ב-40% ממהירות ההליכה של דני.
 אורי ודני נפגשו שעה ורבע אחרי שיצאו לדרך.
 נסמן ב- x את מהירות ההליכה של דני.
 א. הבע באמצעות x את אורך המסלול.
 40 דקות אחרי שיצאו לדרך, היה המרחק בין אורי לדני 4.9 ק"מ.
 ב. מצא את מהירות ההליכה של דני ואת מהירות ההליכה של אורי.
 ג. מה היה המרחק בין אורי לדני שעה אחרי שיצאו לדרך?

- (2) הישר: $y = -2$ משיק למעגל שמרכזו M בנקודה A (ראה סרטוט).
 מרכז המעגל נמצא ברביע הראשון.
 רדיוס המעגל הוא 5.



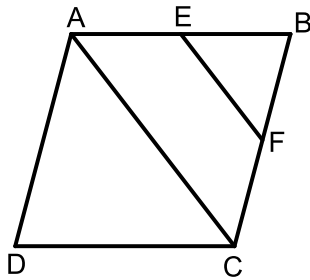
- א. מצא את שיעור ה- y של מרכז המעגל.
 נתון כי המעגל עובר דרך נקודה $C(2,0)$.
 ב. מצא את משוואת המעגל.
 המשיק למעגל בנקודה C חותך את הישר: $y = -2$ בנקודה B (ראה סרטוט).
 ג. מצא את שטח המרובע MABC.
 D היא נקודה על המעגל כך ש-AD הוא קוטר במעגל.
 ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

(3) במדינת עוץ מספר התושבים בעלי רישיון נהיגה גדול פי 3 ממספר התושבים שאין להם רישיון נהיגה.

- א. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא בעל רישיון נהיגה?
 נתון: 60% מן התושבים במדינת עוץ הם מבוגרים, והשאר הם צעירים.
 מבין התושבים המבוגרים במדינת עוץ, 80% הם בעלי רישיון נהיגה.
- ב. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא צעיר שאין לו רישיון נהיגה?
 ג. בחרו באקראי תושב ממדינת עוץ, וידוע שהתושב הוא צעיר.
 מהי ההסתברות שיש לו רישיון נהיגה?
 ד. בחרו באקראי 4 תושבים ממדינת עוץ.
 מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם הם צעירים שיש להם רישיון נהיגה?

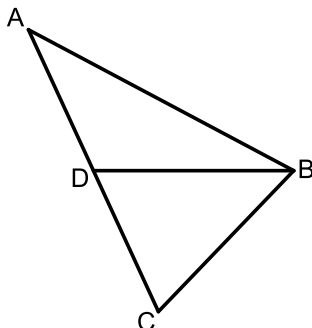
פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

(4) בסרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD. הנקודות E, F הן אמצעי הצלעות AB, BC בהתאמה.



- א. הוכח כי: $EF \parallel AC$.
 ב. (1) הוכח: $\triangle EBF \sim \triangle ABC$.
 (2) מצא את היחס בין שטח המשולש EBF לשטח המעוין ABCD.
 ג. הוכח כי: $BD \perp EF$.
 נתון: היקף המעוין הוא 32, $EF = 2\sqrt{7}$.
 M היא נקודת החיתוך של BD ו-EF.
 ד. (1) מצא את BM.
 (2) מצא את MD.

(5) בסרטוט שלפניך מתואר משולש חד-זוויות ABC.



- BD הוא התיכון לצלע AC.
 נתון: $\angle ABD = 28^\circ$, $AB = 1.5a$, $DB = a$.
 א. הבע באמצעות a את אורך הקטע AD.
 נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 5.
 ב. מצא את a.
 ג. חשב את שטח המשולש ABC.

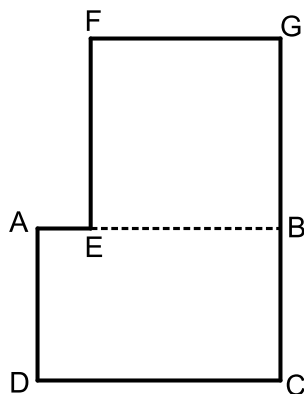
**פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x והאנד $x=1$.

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = ax \cdot \sqrt{12-x}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
 וקבע את סוגן (אם צריך, הבע באמצעות a).
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 הפונקציה: $g(x) = f(x) - 32$ משיקה לציר ה- x .
 ה. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצא את a .



- (8) בסרטוט שלפניך ABCD הוא מלבן ששטחו 25.
 הנקודה E נמצאת על הצלע AB,
 והנקודה G נמצאת על המשיך הצלע CB,
 כמתואר בסרטוט.
 המרובע EFGB הוא ריבוע.
 נתון: $AD < DC$.
 צלע הריבוע גדולה ב-25% מ-AD.
 נסמן: $AD = x$.
 א. הבע באמצעות x את DC ואת AE.
 ב. מצא את הערך של x שעבורו היקף
 המצולע AEFGB הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

(1) א. $3x$ ב. דני: 3.5 קמ"ש, אורי: 4.9 קמ"ש. ג. 2.1 ק"מ.

(2) א. $y_M = 3$ ב. $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 25$ ג. 12.5 יח"ר ד. $y = 8$.

(3) א. 0.75 ב. 0.13 ג. 0.675 ד. 0.233.

(4) א. הוכחה. ב. (1). הוכחה. ב. (2). $\frac{1}{8}$ ג. הוכחה.

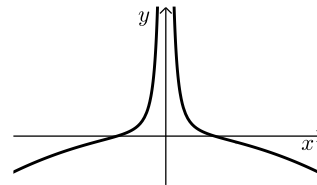
ד. (1). 3 יחידות BM . ד. (2). 9 יחידות MD .

(5) א. $0.775a$ יחידות אורך. ב. $a = 6.058$ ג. 25.85 יחידות שטח.

(6) א. (1). $x \neq 0$ א. (2). אנכית: $x = 0$, אופקית: אין.
ב. עליה: $x < 0$, ירידה: $x > 0$ ג. $(-2, 0)$, $(2, 0)$.

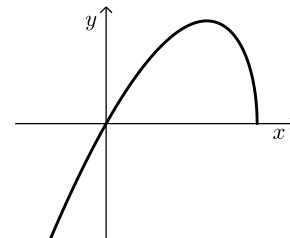
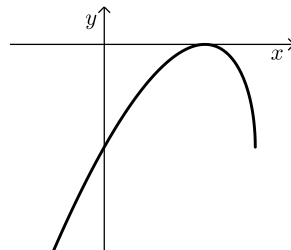
ה. $5\frac{2}{3}$

ד. להלן סרטוט:



(7) א. $x \leq 12$ ב. $(0, 0)$, $(12, 0)$ ג. $\min(12, 0)$ קצה, $\max(8, 16a)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1). להלן סרטוט: ה. (2). $a = 2$.



ב. $x = 3\frac{1}{3}$

(8) א. $AE = \frac{25}{x} - 1.25x$, $DC = \frac{25}{x}$

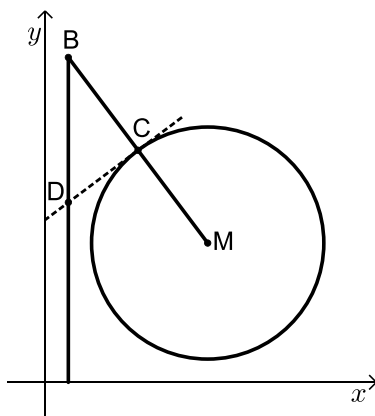
בגרות חורף 2021 מועד חורף נבצרים:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
 רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B.
 הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מייד ליישוב A.
 מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-5 קמ"ש מן המהירות שלו בדרכו ליישוב B.
 זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך בחצי שעה מזמן הרכיבה ליישוב B.
 א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.
 ב. רוכב האופניים יצא מיישוב A בשעה 9:00.
 ג. באיזו שעה הגיע הרוכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-A ל-B, ובאיזו שעה הגיע הרוכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-B ל-A?

- (2) נתון מעגל שמרכזו $M(7,6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C



(ראה ציור). נתון: $B(1,14)$, $MC = CB$.

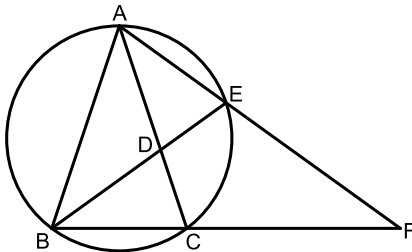
- א. מצא את משוואת המעגל.
 העבירו משיק למעגל בנקודה C.
 ב. מצא את משוואת המשיק.
 מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x .
 המשיק והאנך נחתכים בנקודה D.
 ג. חשב את שטח המשולש BCD.
 הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה- x . נתון: $ME \parallel CD$.
 ד. מצא את שיעורי הנקודה E.
 ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME.

(3) בסקר ארצי שנערך בקרב תלמידי כיתה י"א וכיתה י"ב, בדקו כמה תלמידים רוצים ללמוד מדעי המחשב. על פי ממצאי הסקר, 40% מן המשתתפים רוצים ללמוד מדעי המחשב, והשאר אינם רוצים. מספר התלמידים מכיתה י"א שהשתתפו בסקר היה גדול פי 3 ממספר התלמידים מכיתה י"ב שהשתתפו בסקר. ידוע כי 60% מתלמידים כיתה י"ב שהשתתפו בסקר רוצים ללמוד מדעי המחשב.

- א. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר.
 (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד כיתה י"א שרוצה ללמוד מדעי המחשב?
 (2) ידוע שנבחר תלמיד מכיתה י"א.
 מהי ההסתברות שהוא רוצה ללמוד מדעי המחשב?
- ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים שהשתתפו בסקר.
 מהי ההסתברות שבדיוק 2 מן התלמידים שנבחרו הם תלמידי כיתה י"א שרוצים ללמוד מדעי המחשב?

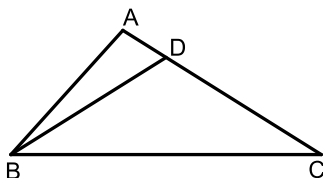
פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

(4) משולש ABC חסום במעגל.
 המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.
 המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F, כמתואר בציור.
 נתון: $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$, $AF = 25$, $EF = 16$.



- א. (1) הוכח כי: $\triangle BAE \sim \triangle FAB$.
 (2) מצא את האורך של AB.
 (3) מצא את האורך של BF.
- ב. הוכח כי: $\triangle AEC \sim \triangle BEF$.
- ג. מצא את האורך של CF.

(5) במשולש ABC נתון: $AB = 5$, $AC = 7$, $\angle BAC = 100^\circ$.
 הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש- $BD = DC$ (ראה ציור).



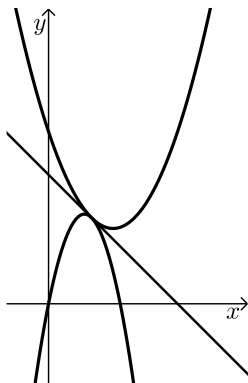
- א. חשב את גודל הזווית BCA.
- ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

**פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$ ו- $g(x) = f(x)$ מוגדרות באותו תחום. העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x . מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

- (7) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = -3x^2 + 5x$, $g(x) = x^2 - 3x + c$. c הוא פרמטר. ישר משיק לגרפים של שתי הפונקציות בנקודה המשותפת לשניהם (ראה ציור).



- מצא את שיעורי נקודת ההשקה של שני הגרפים.
- מצא את הערך של c .
- מצא את משוואת המשיק המשותף לשני הגרפים.
- S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה- y .
- S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה- y .

מצא את היחס: $\frac{S_1}{S_2}$.



(8) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x-3}}$.

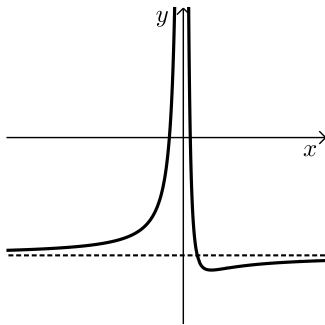
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)$ נקודה שהמכפלה של שיעור ה- x שלה בשיעור ה- y שלה היא מינימלית, וכתוב את שיעוריה.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{4x}{\sqrt{x-3}}$.

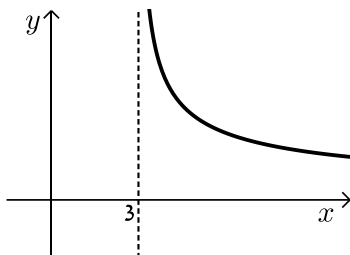
- היעזר בתשובותיך על סעיף א ועל סעיף ב, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 20 קמ"ש. ב. בדרך הלוך : 9:45 , בדרך חזור : 11:30.
- (2) א. $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 25$. ב. $y = \frac{3}{4}x + 7$. ג. 9.375.
- ד. $E(1,1.5)$. ה. הוכחה.
- (3) א. (1). 0.25 . א. (2). $\frac{1}{3}$. ב. $\frac{27}{128}$.
- (4) א. (1). הוכחה. א. (2). 15 . א. (3). $26\frac{2}{3}$. ב. הוכחה.
- ג. 15.
- (5) א. 32.04° . ב. 0.539 .
- (6) א. $x \neq 0$. ב. $y = -1, x \neq 0$. ג. $(-4,0)$, $(2,0)$.
- ד. $(8, -1.125)$ מינימום.
- ו. $x = -4, x = 2$.
- ה. להלן סרטוט:



- (7) א. (1). (1,2) . א. (2). $c = 4$. ב. $y = -x + 3$. ג. 3 .
- (8) א. $x > 3$. ב. $(6, 2\sqrt{2})$. ג. להלן סרטוט:

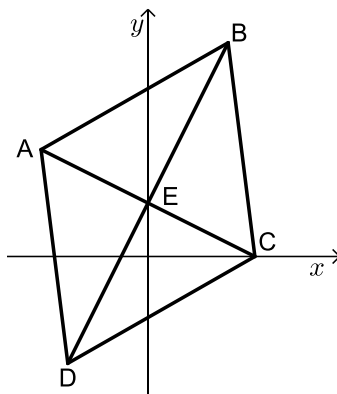


בגרות קיץ 2021 מועד א':

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

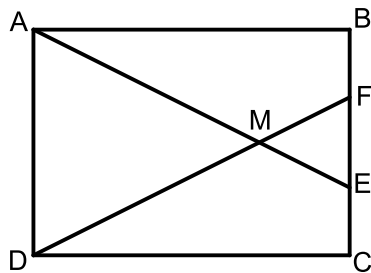
- (1) הדרך בין ביתו של ארז ובין ביתה של קרן היא מסלול ישר שאורכו 36 ק"מ. ביום א' בשעה 7:00 יצא כל אחד מהם מביתו ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון ביתו של האחר. הם נפגשו בשעה 8:20. ביום ב' שוב יצאו ארז וקרן מביתם ורכבו על אופניים זה לכיוונו של זה. ארז יצא מביתו בשעה 7:00 ואילו קרן יצאה מביתה בשעה 7:45. כל אחד מהם רכב באותה מהירות שבה רכב ביום א'. בזמן שנפגשו היה ארז במרחק 21 ק"מ מביתו. א. מצא את מהירות הרכיבה של ארז ואת מהירות הרכיבה של קרן. ב. באיזו שעה הם נפגשו ביום ב'? נמק. ג. באיזו שעה ביום ב' היה המרחק בין ארז לבין קרן 13.5 ק"מ לפני שהם נפגשו? נמק.



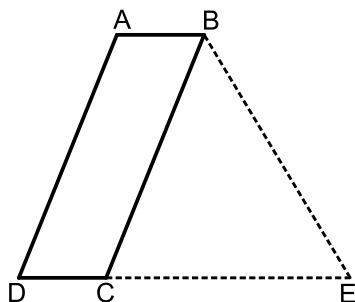
- (2) המרובע ABCD המתואר בציור שלפניך הוא מעוין. הנקודה B נמצאת ברביע הראשון. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E הנמצאת על ציר ה-y. נתון: $C(4,0)$, שיפוע הישר BD הוא 2. א. (1) מצא את שיעורי הנקודה E. (2) מצא את משוואת הישר BD. נתון: שטח המשולש BEC הוא 15. ב. (1) מצא את אורך הקטע BE. (2) מצא את שיעורי הנקודה B. ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AEB.

- (3) בקופסה יש 20 כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, לבן ושחור.
נתון: 40% מן הכדורים שבקופסה אדומים.
מספר הכדורים השחורים בקופסה גדול פי 3 ממספר הכדורים הלבנים בקופסה.
- מהי ההסתברות להוציא מן הקופסה באקראי כדור לבן?
 - הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו והוציאו שוב באקראי כדור מן הקופסה.
 - מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?
 - מתוך הקופסה שבה 20 הכדורים הוציאו באקראי בזה אחר זה שני כדורים ללא החזרה.
 - (1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?
 - (2) אם ידוע ששני הכדורים שהוציאו הם בצבעים שונים, מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו הוא לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



- (4) המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע BC כמתואר בציור.
הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה M.
- הוכח: $\triangle AMD \sim \triangle EMF$.
 - נתון: $AE = DF$.
 - הוכח: $BF = EC$.
 - נתון: $AD = 10, FB = 3$.
 - חשב את היחס: $\frac{DF}{DM}$.



- (5) נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.
נתון: $BD = 28, AD = 3a, AB = a, \angle ABC = 68^\circ$.
- מצא את a .
 - חשב את זווית המשולש DBC.
 - הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.
 - נתון: שטח המשולש BED הוא 356.
 - מצא את אורך הקטע CE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-1}{x+2} + \frac{k}{x+6}$, k הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3$.

א. מצא את k .

הצב $k = 9$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב'-ג'.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

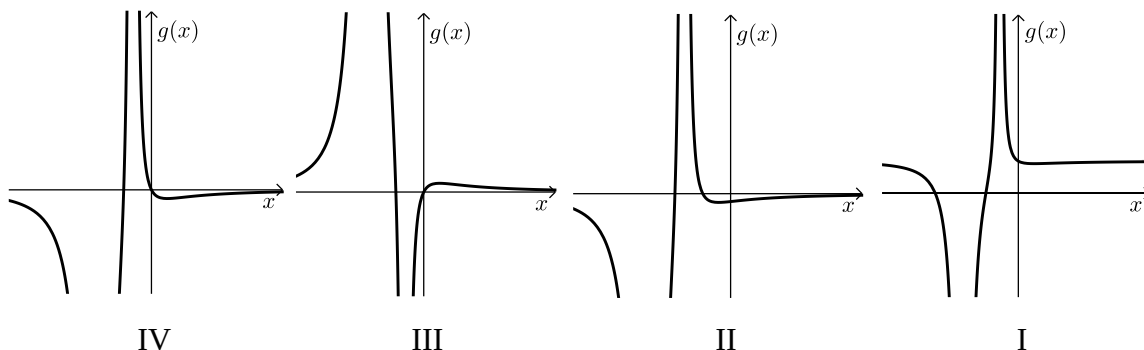
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f'(x)$.

ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבע איזה ונמק את קביעתך.



7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot (2x - 1)$ המוגדרת לכל x .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - 4$.

נסמן ב- S את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי האנך לציר ה- x העובר דרך נקודת

המקסימום של הפונקציה.

ה. בכמה גדול השטח S מן השטח שחישבת בסעיף ד'? נמק.

8) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2\sqrt{9 - 3x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A

ואת ציר ה- x בנקודה B .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון (ראה ציור).

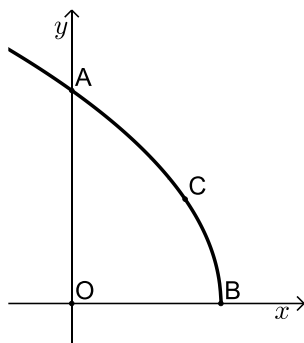
הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C .

ב. הבע באמצעות t את שטח המשולש AOC ואת שטח המשולש BOC .

ג. (1) מצא בעבור איזה ערך של t סכום שטחי המשולשים הוא מקסימלי.

(2) מצא את הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים.



תשובות סופיות:

(1) א. ארז – 12 קמ"ש, קרן – 15 קמ"ש. ב. 8:45. ג. 8:15.

(2) א. (1). $E(0, 2)$. (2). $y = 2x + 2$. ב. (1). $\frac{30}{\sqrt{20}} = 3\sqrt{5}$.

(2). $B(3, 8)$. ג. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 6)^2 = 16.25$.

(3) א. $\frac{3}{20}$. ב. $\frac{77}{200} = 0.385$. ג. (1). $\frac{67}{190}$. (2). $\frac{17}{82}$.

(4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\frac{7}{5}$.

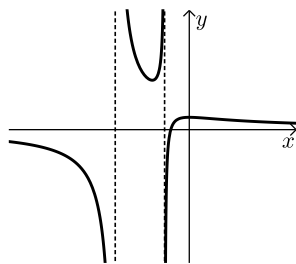
(5) א. $a = 8$. ב. $52.64^\circ, 15.36^\circ, 112^\circ$. ג. 24.

(6) א. $k = 9$. ב. (1). $x \neq -6, x \neq -2$.

(2). $y = 0, x = -6, x = -2$.

(3). $(-3, 4)$ מינימום, $(0, 1)$ מקסימום. (4). סרטוט:

ג. IV.



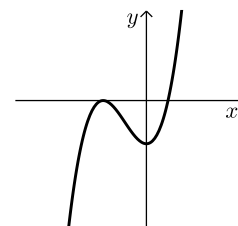
ב. $(0, -1)$ מינימום, $(-1, 0)$ מקסימום.

(7) א. $\left(\frac{1}{2}, 0\right), (-1, 0), (0, -1)$.

ה. 4.

ד. $\frac{1}{2}$.

ג. סרטוט:



(8) א. $x \leq 3$. ב. $S_{\Delta AOC} = 3t, S_{\Delta BOC} = 3\sqrt{9 - 3t}$. ג. (1). 2.25.

ג. (2). 11.25.

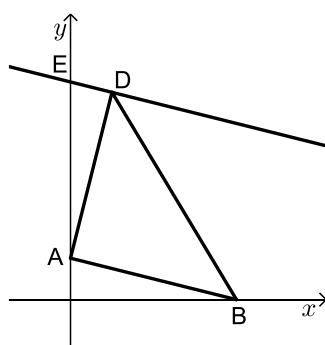
בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) ביום ראשון יצאו שתי רכבות מאותו מקום, בשעה 14:00 ונסעו באותו המסלול. רכבת א' נסעה ללא עצירות במהירות קבועה של 80 קמ"ש. רכבת ב' נסעה במהירות קבועה של 120 קמ"ש ועצרה בדרכה בתחנה אחת למשך 12 דקות. זמן-מה לאחר שיצאה רכבת ב' מן התחנה שעצרה בה בדרכה, היא חלפה על פני רכבת א'.
 א. באיזו שעה חלפה רכבת ב' על פני רכבת א'?
 גם ביום שני יצאו שתי הרכבות מאותו המקום ובאותה השעה. ביום זה, רכבת א' הגבירה את מהירותה ב- x קמ"ש לעומת יום ראשון ונסעה ללא עצירות, ואילו רכבת ב' הפחיתה את מהירותה ב- $2x$ קמ"ש לעומת יום ראשון. ביום שני, רכבת ב' עצרה בדרכה בתחנה אחת למשך 6 דקות, וזמן מה לאחר שהמשיכה בדרכה חלפה על פני רכבת א', במרחק של 90 ק"מ ממקום היציאה של שתי הרכבות.
 ב. מצא את x .

- (2) בסרטוט שלפניך מתואר משולש ABD. נתון: הקודקוד A נמצא על ציר ה- y והקודקוד B נמצא על ציר ה- x .



משוואת הצלע AB היא: $y = -\frac{1}{4}x + 2$.

א. מצא את אורך הצלע AB.

נתון: $AB = AD$.

הקודקוד D נמצא ברביע הראשון, ושיעור ה- x שלו הוא 2.

ב. (1) מצא את שיעור ה- y של הקודקוד D.

(2) הוכח כי AD מאונך ל-AB.

דרך נקודה D העבירו ישר המקביל לצלע AB.

הישר חותך את ציר ה- y בנקודה E.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AED.

הנקודה F נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת בסעיף ג'.

נתון כי DF הוא קוטר במעגל.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.

(3) בשקית סוכריות יש 2 סוכריות בטעם לימון, וכל שאר הסוכריות בשקית הן בטעם תות.

הוציאו באקראי מן השקית שתי סוכריות בזו אחר זו ללא החזרה.

ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו מן השקית הן בטעם לימון היא $\frac{1}{153}$.

א. כמה סוכריות יש בשקית סך בהכול?

ב. מהי ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו מן השקית הן בטעמים שונים?

ג. (1) מהי ההסתברות שהוציאו לפחות סוכרייה אחת בטעם תות?

(2) אם ידוע שהוציאו לפחות סוכרייה אחת בטעם תות, מהי ההסתברות

ששתי הסוכריות הן בטעמים שונים?

החזירו את כל הסוכריות לשקית והוציאו מן השקית באקראי שלוש סוכריות בזו אחר זו ללא החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל שלוש הסוכריות שהוציאו הן באותו הטעם?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

(4) בציור שלפניך מתואר מעגל. הנקודות A, B, D, F נמצאות על המעגל.

הנקודה E נמצאת על המיתר DF.

הקטעים AE ו-BF נחתכים בנקודה C.

הקטעים AD ו-BF נחתכים בנקודה G.

נתון: $AB = AC$.

א. הוכח: $\angle ABG = \angle ECF$.

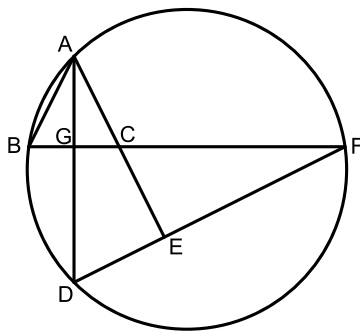
ב. הוכח: $\triangle AGB \sim \triangle FEC$.

נתון: AG הוא חוצה זווית $\angle BAC$.

ג. הוכח: $\angle CEF = 90^\circ$.

נתון: $EF = 8$, $CE = 6$, $BG = 5$.

ד. מצא את אורך הקטע AC.



(5) המשולש ABC בציור שלפניך הוא שווה שוקיים.

נתון: $AB = 12$, $CA = CB = 8$.

א. מצא את גודל הזווית $\angle BAC$.

הנקודה F היא אמצע הצלע AC.

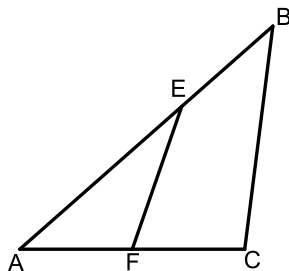
דרך הנקודה F העבירו ישר החותך את הצלע AB בנקודה E.

נתון: שטח המשולש EAF שווה ל-10.

ב. מצא את אורך הצלע AE.

ג. חשב את גודל הזווית $\angle ECB$.

ד. חשב את שטח המרובע EBCF.



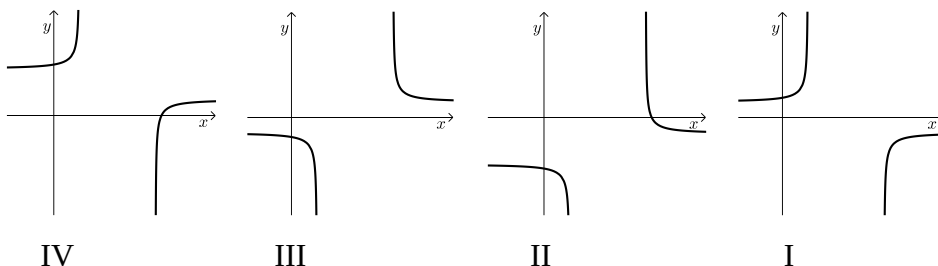
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} + a$, a הוא פרמטר.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a).
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן (אם יש צורך, הבע באמצעות a).
 - מצא את תחומי העלייה והירידה שך הפונקציה $f(x)$.
- נתון: האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$ נמצאת מתחת לציר ה- x .
- בחר ערך מסוים של a שמתאים לנתון. נמק את בחירתך. הצב בפונקציה $f(x)$ את a שבחרת וענה על סעיפים ו'–ז'.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את משוואת ישר המקביל לציר ה- x וחותר את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בלבד (מצא את 3 האפשרויות).

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = -5 + \sqrt{x^2 - 10x + 16}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (בתשובתך תוכל להשאיר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מבין הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר: $x = -4$ ועל ידי הצירים. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



8) בציור שלפניך ריבוע ומלבן.

נתון: אורך המלבן גדול פי 3 מרוחב המלבן.

סכום ההיקפים של הריבוע והמלבן הוא a .

נסמן את רוחב המלבן ב- x .

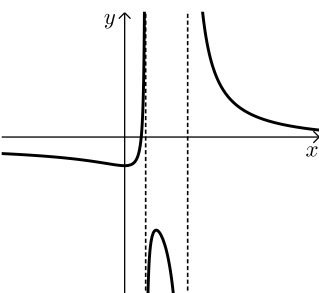
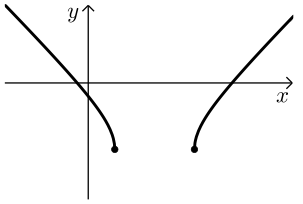
א. הבע באמצעות a ו- x את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את הערך של x שבעבורו סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי (הבע באמצעות a).

ג. נתון כי סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי כאשר אורך צלע הריבוע הוא 3.
מצא את a .



תשובות סופיות:

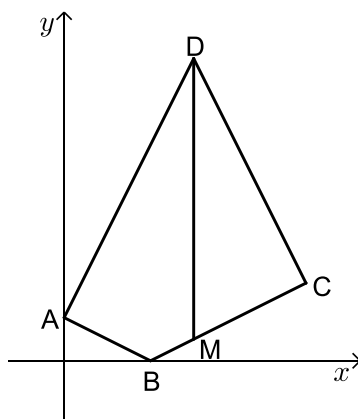
- (1) א. 14:36 ב. 10 קמ"ש.
 (2) א. $\sqrt{68}$ ב. (1).10 ג. הוכחה.
 ג. $x^2 + (y - 6.25)^2 = \frac{289}{16}$ ד. $F(-2, 2.5)$
 (3) א. 18 סוכריות. ב. $\frac{32}{153}$ ג. (1). $\frac{152}{153}$ ד. (2). $\frac{4}{19}$
 ד. $\frac{35}{51}$
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $8\frac{1}{3}$
 (5) א. 41.41° ב. 7.56 ג. 32.17° ד. 21.75
 (6) א. $x \neq 1, x \neq 3$ ב. $y = 3 + a, x = 1, x = 3$ ג. $(1.5, a - 9)$ מקסימום, $(0, a)$ מינימום.
 ד. עליה: $1 < x < 1.5$ או $0 < x < 1$, ירידה: $3 < x$ או $1.5 < x < 3$ או $x < 0$.
 ה. למשל: $a = -4$ או עבור כל: $a < -3$ ו. סרטוט:
 ז. $y = -1, y = -4, y = -13$
- 
- (7) א. $x \leq 2$ או $8 \leq x$ ב. עליה: $x > 8$, ירידה: $x < 2$ ג. $(-0.831, 0)$, $(10.831, 0)$, $(0, -1)$ ד. סרטוט:
 ו. 4.485
- 
- ה. גרף III.
- (8) א. $\frac{a}{4} - 2x$ ב. $\frac{a}{14}$ ג. 28

בגרות קיץ 2021 מועד ב':

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

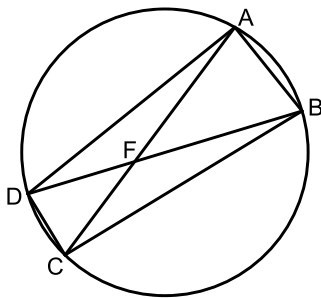
- (1) ביום רגיל רכבת נוסעת במסלול באורך 300 ק"מ במהירות קבועה.
 יום אחד הרכבת נסעה לאורך המסלול כולו במהירות הגדולה ב-25% ממהירותה ביום רגיל, ולכן זמן הנסיעה שלה התקצר בחצי שעה בהשוואה לזמן נסיעתה ביום רגיל.
 א. מצא את מהירות הרכבת ביום רגיל ואת זמן הנסיעה שלה ביום רגיל.
 ביום אחר, לאחר שהרכבת נסעה במשך t דקות במהירות שלה ביום רגיל, היא נאלצה להוריד את מהירותה ב-10 קמ"ש, והמשיכה לנסוע במהירות הנמוכה עד שהגיעה לסוף המסלול.
 ביום זה זמן הנסיעה של הרכבת התארך ב-10 דקות בהשוואה לזמן נסיעתה ביום רגיל.
 ב. מצא את t .



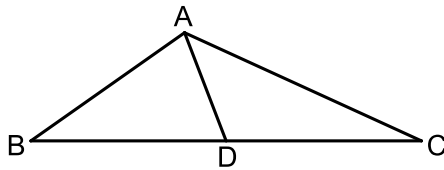
- (2) נתון מרובע ABCD. הקודקוד A מונח על החלק החיובי של ציר ה- y והקודקוד B מונח על ציר ה- x . הנקודה M נמצאת על הצלע BC כך שהישר DM מקביל לציר ה- y (ראה סרטוט). נתון: שיעור ה- x של הנקודה M הוא 6. משוואת הצלע BC היא: $y = \frac{1}{2}x - 2$.
 א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-M.
 נתון: $AB = 2 \cdot BM$.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה A.
 נתון כי AD מאונך ל-AB.
 ג. מצא את שיעורי הנקודה D.
 נתון כי BC מאונך ל-CD.
 ד. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש MDC.

- (3) בעיר מסוימת נערך סקר כדי לבדוק את מספר התושבים בעיר שרוכבים על אופניים.
- המשתתפים בסקר חולקו לשתי קבוצות: מבוגרים וצעירים.
- נסמן ב- x את ההסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר. בסקר נמצא:
- 80% מן הצעירים רוכבים על אופניים.
- מספר הצעירים הרוכבים על אופניים גדול פי 4 ממספר המבוגרים שאינם רוכבים על אופניים.
- נתון כי ההסתברות לבחור באקראי משתתף בסקר שאיננו רוכב על אופניים היא 0.1.
- א. מצא את x .
- בחרו באקראי משתתף בסקר.
- ב. אם ידוע שנבחר מבוגר, מהי ההסתברות שהוא רוכב על אופניים?
- ג. מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר הוא צעיר או שהוא רוכב על אופניים?
- ד. נתון כי בסקר השתתפו 3,850 מבוגרים שרוכבים על אופניים. כמה אנשים סך הכול השתתפו בסקר?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



- (4) נתון מעגל. המיתרים AC ו-BD נחתכים בנקודה F (ראה סרטוט).
- א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle DFC$.
- נתון: $\angle DAB = \angle DCB$.
- ב. הוכח: BD הוא קוטר במעגל.
- נתון: $DF < BF$, $AF = \sqrt{32}$, $FC = \sqrt{18}$.
- רדיוס המעגל שווה ל-5.
- ג. מצא את אורך הקטע BF.
- נתון: נקודה E היא אמצע הקטע AF, ונקודה G היא אמצע הקטע FB.
- $DC = \sqrt{10}$.
- ד. מצא את אורך הקטע EG.



(5) נתון משולש ABC (ראה סרטוט).

נתון: $\angle BAC = 120^\circ$, $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$.

א. חשב את גודל הזווית $\angle ABC$.

נתון: $BC = 12$.

AD הוא התיכון לצלע BC במשולש.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה F נמצאת באמצע הקטע AD והנקודה G נמצאת על הצלע AB.

נתון: שטח המשולש GAF שווה ל-2.

ג. חשב את אורך הקטע AG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a}{6x^2 - x^3}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה הוא $\frac{1}{4}$.

ד. מצא את a .

ה. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר

ה- x ועל ידי הישר: $x = 2$.

(7) $f(x)$ היא פונקציה שגרף פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$

מתואר בסרטוט שלפניך.

הגרף חותך את ציר ה- x בראשית הצירים ובנקודה

שבה $x=a$ בלבד. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון

הפנימיות של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן

על פי הגרף (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

נמק את תשובתך.

נתון: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{5-x}$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את a .

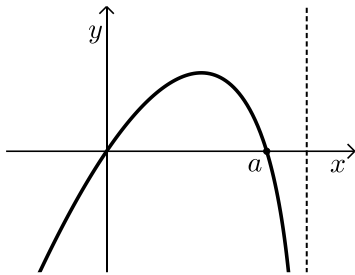
ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -3f(x)$.

ו. מצא את המשוואות של המשיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ שהשיפוע

שלם הוא 0.



(8) בסרטוט שלפניך מתוארים גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{9}{x^2}$

המוגדרת לכל $x > 0$, והישר: $y = -\frac{4}{3}x$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

ברביע הראשון.

מן הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- y ,

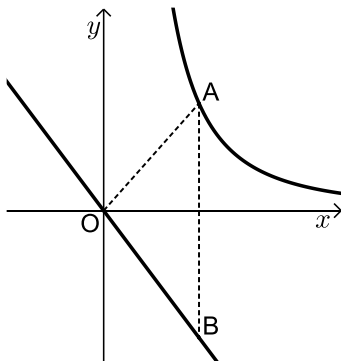
והוא חותך את הישר: $y = -\frac{4}{3}x$ בנקודה B.

א. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח

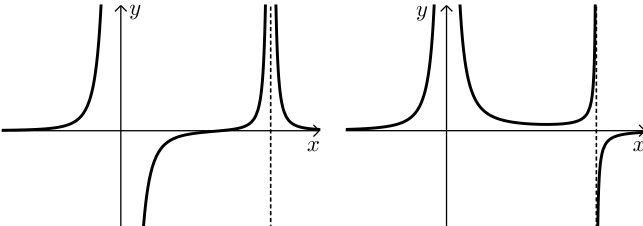
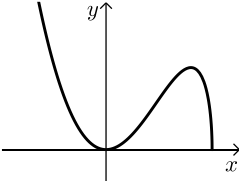
המשולש AOB הוא מינימלי (0 – ראשית הצירים).

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המשולש AOB הוא 4?

נמק את תשובתך.



תשובות סופיות:

- (1) א. מהירות ביום רגיל: 120 קמ"ש, זמן ביום רגיל: שתיים וחצי.
 ב. 40 דקות t .
- (2) א. $M(6,1)$, $B(4,0)$ ב. $A(0,2)$ ג. $D(6,14)$
- ד. $(x-6)^2 + (y-7.5)^2 = 42.25$
- (3) א. $\frac{1}{4}$ ב. $\frac{14}{15}$ ג. 0.95 ד. 5,500
 אנשים.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 6 ד. $\sqrt{5}$
- (5) א. 35.26° ב. 3.579 ג. 2.31
- (6) א. (1). $x \neq 0$, $x \neq 6$ (2). $x=0$, $x=6$, $y=0$ ב. $x=4$ מינימום.
 ג. עליה: $6 < x$ או $4 < x < 6$ או $x < 0$, ירידה: $0 < x < 4$ ד. $a=8$
 ו. $\frac{1}{4}$
- ה. (1). סרטוט: (2). סרטוט:
- 
- (7) א. $x=a$ מקסימום, $x=0$ מינימום. ב. $x \leq 5$ ג. $a=4$
 ד. $(0,0)$, $(5,0)$ ה. סרטוט:
- 
- (8) א. $(1.5, 4)$ ב. לא.

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 4 - פתרון בידאו של בחינות 2020

תוכן העניינים

40	1. מועד חורף
45	2. קיץ מועד א
50	3. קיץ מועד ב

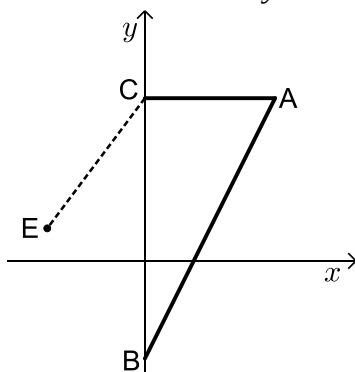
בגרות חורף 2020:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המחיר של כרטיס כניסה של מבוגר למוזאון הוא x שקלים.
מחיר כרטיס של מבוגר גדול פי 2 ממחיר כרטיס של ילד.
מחיר כרטיס של סטודנט נמוך ב-25% ממחיר כרטיס של מבוגר.
א. הבע באמצעות x את מחיר הכרטיס של ילד ואת מחיר הכרטיס של סטודנט.
ביום ראשון ביקרו במוזיאון מבוגרים בלבד.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום ראשון היה 1,560 שקלים.
ביום שני ביקרו במוזאון רק ילדים וסטודנטים.
מספר הילדים שביקרו במוזאון ביום שני היה גדול ב-16 ממספר המבוגרים שביקרו בו ביום ראשון.
מספר הסטודנטים שביקרו במוזאון ביום שני היה קטן ב-2 ממספר הילדים שביקרו בו באותו יום.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום שני היה 2,912 שקלים.
ב. (1) מצא את מחיר הכרטיס של מבוגר למוזאון.
(2) בכמה אחוזים גדול מספר המבקרים ביום שני ממספר המבקרים ביום ראשון?

- (2) במשולש ABC קודקודי המשולש B ו-C מונחים על ציר ה- y , כמתואר בציור.
משוואת הישר CA היא: $y = 5$, ומשוואת הישר BA היא: $y = 2x - 3$.



- א. מצא את שיעורי הנקודות B, C ו-A.
נתון כי הנקודה E נמצאת ברביע השני וכי שיעור ה- y שלה הוא 1. אורך הקטע CE הוא 5.
ב. מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.
הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.
ד. האם הנקודה E נמצאת על המעגל החוסם את המשולש ABC, בתוך המעגל החוסם או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

(3) 80% מתלמידי שכבה י"א בבית ספר גדול יצאו לטיול. בשכבה י"א יש בנים ובנות.

ידוע כי 0.75 מן הבנים בשכבה ו- $\frac{5}{6}$ מן הבנות בשכבה יצאו לטיול.

בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א (בן או בת).

א. (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת?

(2) מהי ההסתברות שנבחרה בת שיצאה לטיול?

ב. ידוע כי נבחר תלמיד שיצא לטיול (בו או בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ג. בחרו באקראי 5 תלמידים מן הבנים והבנות של שכבה י"א.

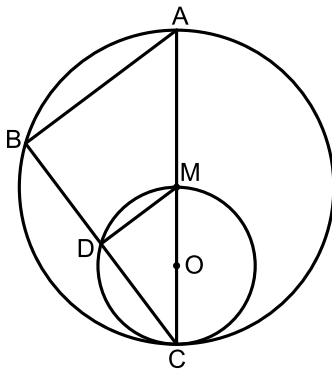
מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם בנים שיצאו לטיול?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) בציור שלפניך שני מעגלים: מעגל גדול שמרכזו M ומעגל קטן שמרכזו O. המעגל הקטן משיק מבפנים למעגל הגדול בנקודה C, ועובר דרך הנקודה M (ראה ציור). הקטע CM עובר דרך הנקודה O, והמשכו חותך את המעגל הגדול בנקודה A. דרך הנקודה C העבירו ישר נוסף, החותך את המעגלים בנקודות D ו-B, כמתואר בציור.



א. הוכח: $\angle ABC = \angle MDC$.

(2) הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.

ב. (1) הוכח כי DM הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

(2) מהו היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש MDC? נמק.

ג. נתון: $DM = 2.4$, $CO = 2$.

חשב את אורך הקטע BC.

(5) במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור).

נתון: $AD = 10$, $CD = 4$, $AC = 7$.

א. חשב את גודל הזווית ACD.

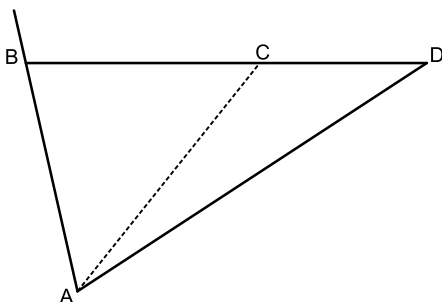
נתון: $AB = BC$.

ב. חשב את שטח המשולש ABD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB כך ששטח

המשולש EBD קטן פי 4 משטח המשולש ABD.

ג. מהו אורך הצלע EB? נמק.



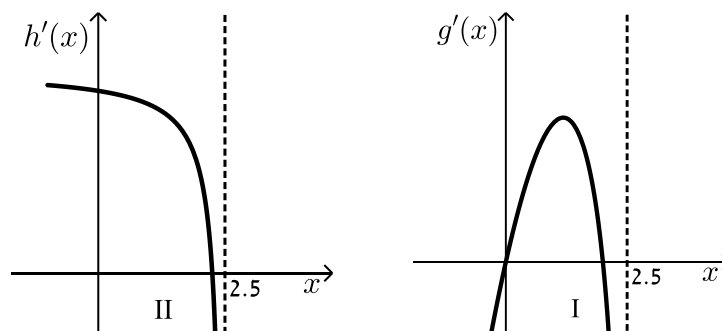
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
 ב. (1) מצא את c .
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה- x .

- 7 לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו- $h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרות של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו- $h'(x)$ מוגדרות בתחום: $x < 2.5$.



- א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בתחום: $x < 2.5$. נמק את תשובתך.
(התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).
הפונקציה: $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5-2x}$ מוגדרת בתחום $x \leq 2.5$.
- ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ברביע הראשון.

8) גרף הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 4x$ עובר בראשית הצירים, O,

וחותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה C.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$

ברביע הראשון, כמתואר בציור.

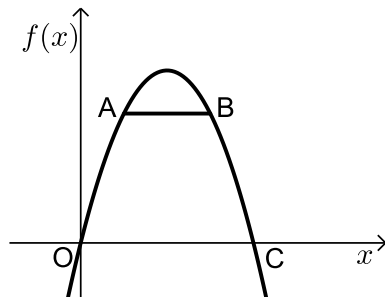
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x .

נתון כי שיעור ה- x של הנקודה B שווה ל- $(4-x)$.

ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .

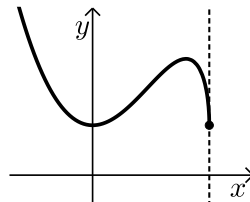
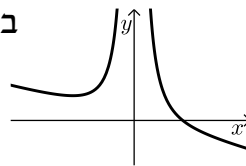
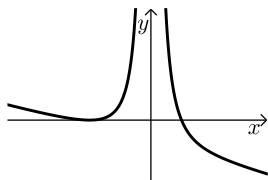
ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC

הוא מקסימלי.



תשובות סופיות:

- (1) א. מחיר כניסה לילד $0.5x$, מחיר כניסה לסטודנט $0.75x$.
 ב. (1) 52.1 ₪ ב. (2) 200%.
- (2) א. $A(4,5)$, $B(0,-3)$, $C(0,5)$ ב. $x_E = -3$
 ג. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$ ד. מחוץ למעגל.
- (3) א. (1) 0.6 א. (2) 0.5 ב. $\frac{5}{8}$ ג. 0.1323
- (4) א. (1) הוכחה א. (2) הוכחה ב. (1) הוכחה ב. (2) 1:4 ב. (3) 6.4 ס"מ.
- (5) א. 128.68° ב. 26.23 סמ"ר ג. 1.4 ס"מ.
- (6) א. (1) $x \neq 0$ א. (2) $\min(-1,9)$ א. (3) $(0.79,0)$
 א. (4) להלן סרטוט: ב. (2) להלן סרטוט:
 ב. (1) -9.
 ג. 8 יח"ר.
- (7) א. לפונקציה $g(x)$ - 2 נקודות קיצון פנימיות.
 לפונקציה $h(x)$ - נקודת קיצון פנימית אחת.
 ב. $\min(0,3)$, $\max(2,7)$, $\min(2.5,3)$
 ג. להלן סקיצה:
 ד. גרף I.
 ה. 4 יח"ר.
 א. (4,0) (8)
 ב. הוכחה. ג. $\frac{4}{3}$.



בגרות קיץ 2020 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 1) קבוצת ספורטאים צועדת בכל יום 40 ק"מ במסלול קבוע. ביום ראשון יצאה הקבוצה לצעידה. אחרי 3 שעות של צעידה במהירות קבועה, עצרה הקבוצה למנוחה של 15 דקות, ולאחר מכן המשיכה לצעוד עד סוף המסלול במהירות הגדולה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה החלה לצעוד. ביום שני צעדה הקבוצה בלי לעצור. היא צעדה במהירות קבועה הגדולה ב-60% מן המהירות שבה החלה לצעוד ביום ראשון. בשני הימים יצאה הקבוצה לצעידה באותה השעה, אך ביום שני היא הגיעה לסוף המסלול שעה אחת מוקדם יותר מן השעה שבה היא הגיעה ביום ראשון. א. מצא את המהירות שבה החלה לצעוד קבוצת הספורטאים ביום ראשון. ב. מצא כמה זמן צעדה קבוצת הספורטאים במסלול כולו ביום שני.

- 2) הנקודה M נמצאת על ציר ה-y כמתואר בציור שלפניך.

הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M.

נתון: משוואת הישר AO היא $y = 3x$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

משוואת הישר AM היא $y = x + 2a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את שיעורי הנקודות M ו-A.

נתון: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{32}$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ד.

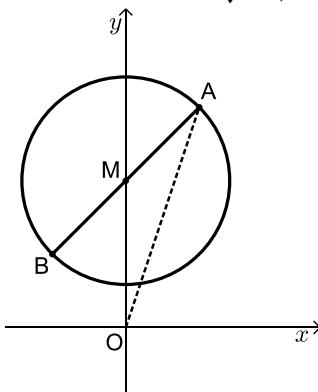
הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

העבירו משיק למעגל בנקודה A. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה C.

ד. (1) חשב את שטח המשולש ABC.

(2) חשב את שטח המרובע ABOC.



- (3) בבית ספר תיכון גדול לחלק מן התלמידים יש מחשבים ניידים, ולשאר התלמידים אין מחשבים ניידים. אם בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר, ההסתברות שלשלושתם יהיה מחשב נייד היא 0.512.
- א. מהי ההסתברות שלתלמיד אחד (בן או בת) מבית הספר יהיה מחשב נייד? נתון: מספר הבנות בבית הספר גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממספר הבנים.
- מחצית מן התלמידים שאין להם מחשב נייד הם בנים. נבחר באקראי תלמיד מבית הספר (בן או בת).
- ב. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן שיש לו מחשב נייד?
- ג. ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שיש לה מחשב נייד?
- ד. נבחרו באקראי 2 תלמידים מבית הספר (מהבנים ומהבנות).
- מהי ההסתברות שלפחות לאחד מהם (בן או בת) יש מחשב נייד?

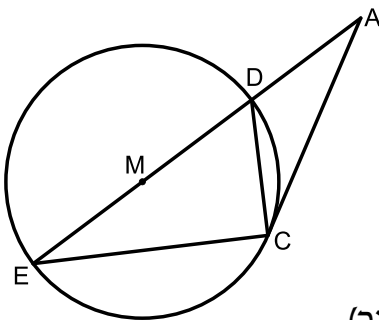
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתון מעגל שמרכזו M.

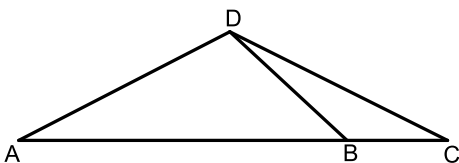
מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C, וישר נוסף העובר דרך הנקודה M וחותך את המעגל בנקודות D ו-E, כמתואר בציור.



- א. הוכח: $\Delta ADC \sim \Delta ACE$.
 ב. הוכח: $\sphericalangle ACD = \sphericalangle MCE$.
 ג. הוכח: $\sphericalangle MCA = \sphericalangle ECD$.
 ד. נתון: $MD = DA$.
 הוכח כי המשולש MCD הוא שווה צלעות.

(5) במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).

נתון: $AD = 4$, $\angle ADB = 110^\circ$, שטח המשולש ADB הוא 5.



- א. חשב את אורך הקטע BD.
ב. מצא את גודל הזווית DBA.
נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.
ג. חשב את אורך הצלע DC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ היא $x = -1$.

א. מצא את a .

הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$,

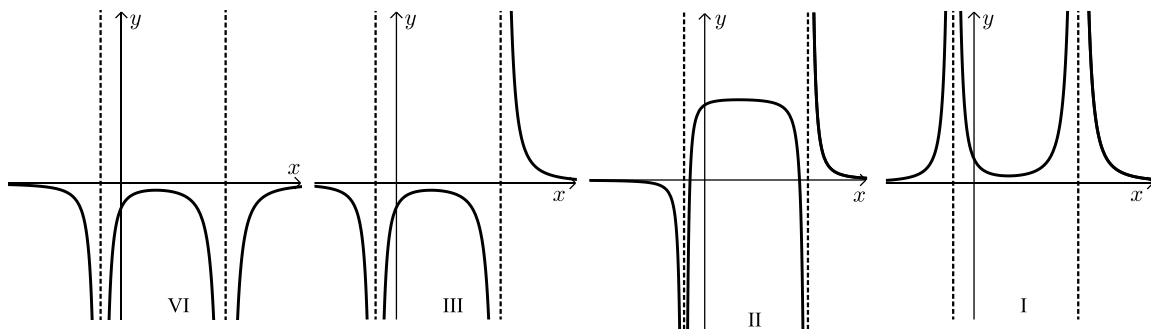
המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (IV-I) הוא הגרף של

פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר

ה- x ועל ידי הישרים $x = 0$ ו- $x = 4$.



(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3 \leq x \leq 3$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

(8) נתון משולש ישר זווית ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

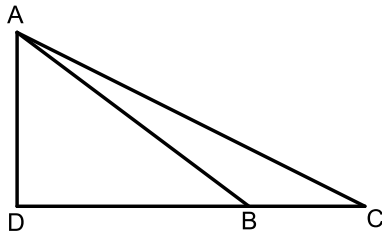
נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה

לצלע BC במשולש ABC .

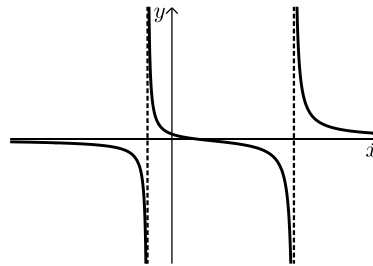
ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2

הוא מינימלי. נמק.

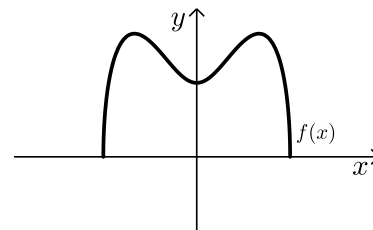
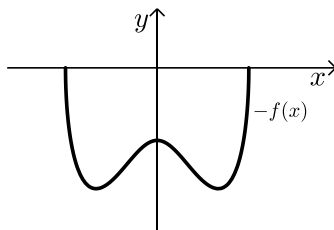


תשובות סופיות:

- (1) א. 4 קמ"ש. ב. 6.25 שעות (6 שעות ו-15 דקות).
 (2) א. $A(a, 3a)$, $M(0, 2a)$ ב. $a = 4$ ג. $B(-4, 4)$
 ד. $S_{ABC} = 96$ יח"ר ד. $S_{ABOC} = 128$ יח"ר
 (3) א. 0.8 ב. 0.3 ג. $\frac{5}{6}$ ד. 0.96
 (4) שאלת הוכחה.
 (5) א. $BD = 2.66$ ב. $\angle DBA = 43.02^\circ$ ג. $DC = 4.09$
 (6) א. $a = 5$ ב. $x \neq -1, 5$ (1) ב. $y = 0, x = 5, x = -1$ (2)
 ב. (3) יורדת בכל תחום הגדרתה. ב. $(1, 0)$, $(0, \frac{1}{5})$ (4)
 ב. (5) להלן סקיצה: ג. $y = 0, x = 5, x = -1$ ד. IV ג. 0.8



- (7) א. (1) $\min(3, 0)$ קצה, $\max(2, 5\sqrt{2})$, $\min(0, 3\sqrt{2})$, $\max(-2, 5\sqrt{2})$, $\min(-3, 0)$ קצה
 א. (2) עולה: $0 < x < 2$, $-3 < x < -2$, יורדת: $2 < x < 3$, $-2 < x < 0$.
 ב. להלן סקיצה: ג. 4 נקודות חיתוך. ד. להלן סקיצה:



- (8) א. $h = \frac{18}{x}$ ב. $x = 3$

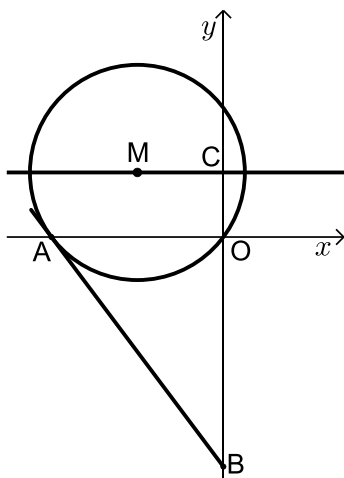
בגרות קיץ 2020 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יעל ואלון השתתפו במרוץ שליחים במסלול שאורכו 15 קילומטרים סך הכול. בתחילת המרוץ עמדה יעל בנקודת ההתחלה של המסלול ואילו אלון עמד על המסלול, במרחק של 5 קילומטרים ממנה. יעל רצה במהירות קבועה של V קמ"ש עד שהיא הגיעה לאלון. מייד אחרי שהגיעה יעל לאלון, אלון התחיל לרוץ עד שהגיע לסוף המסלול ויעל חזרה לנקודת ההתחלה. אלון רץ במהירות קבועה הגדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות ההתחלתית של יעל. יעל חזרה לנקודת ההתחלה במהירות קבועה של $\frac{5}{6}V$ קמ"ש. אלון הגיע לסוף המסלול 15 דקות אחרי שיעל הגיעה בחזרה לנקודת ההתחלה. א. (1) הבע באמצעות V את זמן הריצה של יעל מנקודת ההתחלה ועד שהיא הגיעה לאלון. (2) הבע באמצעות V את הזמן שנדרש ליעל כדי לחזור (הזמן שעבר מן הרגע שהיא פגשה את אלון ועד שחזרה לנקודת ההתחלה). (3) מצא את V (מצא את שתי האפשרויות). ידוע שהמרוץ כולו (מן הרגע שיעל החלה לרוץ ועד שאלון הגיע לסוף המסלול) נמשך פחות משעתיים. ב. איזו משתי האפשרויות שמצאת בתת-סעיף א (3) היא V ? נמק.



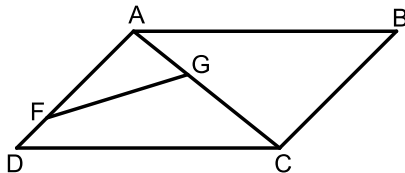
- (2) בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M , נמצא ברביע השני. המעגל עובר בראשית הצירים, O , ורדיוסו הוא 5. נתון: מרכז המעגל, M , נמצא על הישר $y = 3$. א. מצא את משוואת המעגל. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, A . ב. מצא את שיעורי הנקודה A . דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל. המשיק הזה חותך את ציר ה- y בנקודה B . ג. מצא את שיעורי הנקודה B . הישר $y = 3$ חותך את ציר ה- y בנקודה C . מן הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותך את הישר AB בנקודה D . ד. חשב את שטח הטרפז $MCBD$.

- (3) בשדה פרחים גדול יש פרחים בשלושה צבעים.
 $\frac{1}{3}$ מן הפרחים לבנים, $\frac{1}{4}$ מן הפרחים צהובים וכל שאר הפרחים סגולים.
 יוסי וורד קטפו פרחים מן השדה. יוסי קטף שני פרחים באקראי.
 א. מהי ההסתברות ששני הפרחים שקטף יוסי היו באותו הצבע?
 ב. ידוע שיוסי קטף שני פרחים באותו הצבע.
 מהי ההסתברות ששני הפרחים צהובים?
 ורד מכינה זרים מפרחים שהיא קוטפת באקראי מן השדה. בכל זר יש 5 פרחים בדיוק.
 ג. (1) מהי ההסתברות שבזר אחד שורד מכינה יהיה לפחות פרח אחד סגול?
 (2) ורד מכינה 3 זרים. מהי ההסתברות שבכל אחד מן הזרים שהכינה יש לפחות פרח אחד סגול?

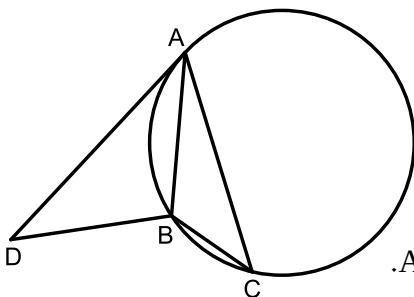
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.
 שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) בציור שלפניך מתוארת המקבילית ABCD. G היא נקודה על האלכסון AC במקבילית ו-F היא נקודה על הצלע AD. נתון: $\angle FGA = \angle ABC$.



- א. (1) הוכח: $\triangle FGA \sim \triangle ABC$.
 (2) הוכח: $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.
 נתון כי שטח המשולש ABC הוא 20, וכי שטח המשולש FGA הוא 5.
 ב. חשב את היחס $\frac{AF}{AC}$.
 נתון: $FG \parallel DB$, אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H.
 ג. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle BHC$.



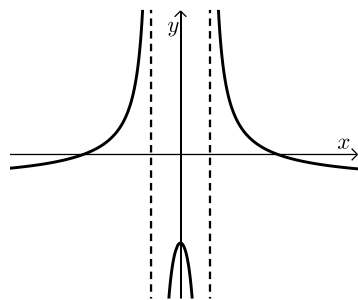
- (5) המשולש ABC חסום במעגל (ראה ציור). נתון: $AB = 5$, $BC = 3$, $AC = 7$.
 א. (1) מצא את גודל הזווית ACB.
 (2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.
 בנקודה A העבירו משיק למעגל.
 הנקודה D נמצאת על המשיק כך ששטח המשולש DBA הוא 12.
 ב. מצא את אורך הצלע AD.
 ג. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש DBA לבין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

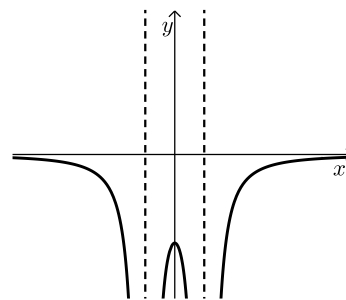
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1} + 2$.

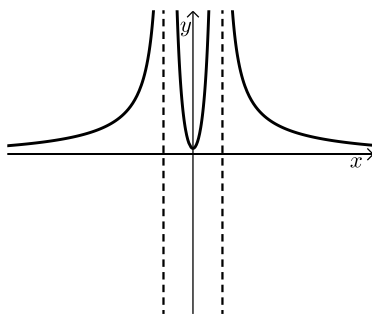
- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 בסוף השאלה מסורטטים ארבעה גרפים (IV-I).
 אחד מהם הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ב. איזה מן הגרפים IV-I הוא גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.
 ג. $a > 3$ הוא פרמטר.
 השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישרים
 $x = a$ ו- $x = 3$ ועל ידי ציר ה- x שווה ל-0.5. מצא את a .



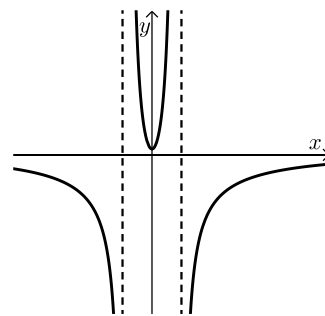
II



I



IV



III

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = -2x \cdot \sqrt{-x^2 + 8}$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

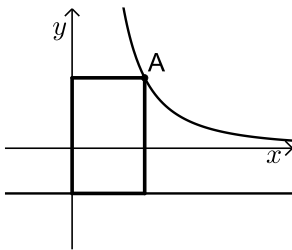
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בדיוק

בשתי נקודות?

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.



(8) לפניך גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x^2}$, המוגדרת לכל $x > 0$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A הורידו אנכים לציר ה- y ולשר $y = -1$

כך שנוצר מלבן עם ציר ה- y ועם הישר $y = -1$,

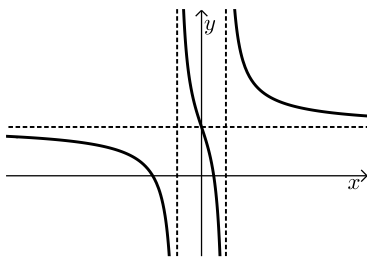
כמתואר בציור.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא מינימלי?

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא 3? נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. $t = \frac{5}{V}$ (בשעות) א. $t = \frac{6}{V}$ (בשעות) (2) ב. האפשרות 8 קמ"ש.
- (2) א. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ ב. $A(-8,0)$
- ג. $B\left(0, -10\frac{2}{3}\right)$ ד. $S_{MCBD} = 44$ יח"ש
- (3) א. $\frac{25}{72}$ ב. $\frac{9}{50}$ ג. (1) 0.9324 ג. (2) 0.8106
- (4) א. הוכחה. ב. $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ ג. הוכחה.
- (5) א. $\angle ACB = 38.21^\circ$ א. $R = 4.041$ ב. $AD = 7.76$ ג. $\frac{r}{R} = 0.985$
- (6) א. (1) $x \neq \pm 1$ א. (2) $x = 1, x = -1, y = 2$ א. (3) $(-2,0), \left(\frac{1}{2}, 0\right), (0,2)$
- א. (5) להלן סקיצה:

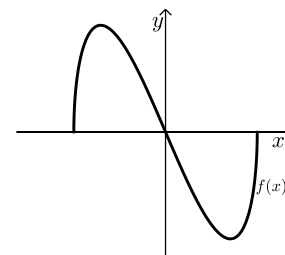
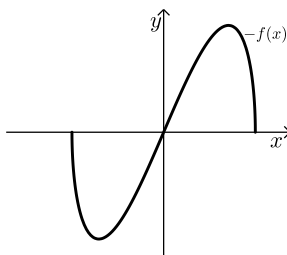


ב. I. ג. $a = 5$

(7) א. (1) $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$ א. (2) $(0,0)$

א. (3) $\min(-\sqrt{8}, 0)$ קצה, $\max(-2, 8)$, $\min(2, -8)$, $\max(\sqrt{8}, 0)$ קצה.

ב. להלן סקיצה: ג. $-8 < k < 0, 0 < k < 8$ ד. להלן סקיצה:



(8) א. $A(2,1)$ ב. לא.

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 5 - פתרון בידאו של בחינות 2019

תוכן העניינים

55	1. מועד חורף
59	2. קיץ מועד א
64	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בפיצרייה "נפולי" המחיר של פיצה משפחתית גבוה פי 3 מן המחיר של פיצה אישית. בפיצרייה הכריזו על מבצע:
10% הנחה על קניית פיצה אישית,
20% הנחה על קניית פיצה משפחתית.
תלמידי שכבה י"א קנו 63 פיצות במבצע, חלקן אישיות וחלקן משפחתיות.
נתון כי מספר הפיצות המשפחתיות היה גדול פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות.
תלמידי שכבה י"א שילמו על הפיצות 3477.6 שקלים סך הכול.
א. חשב את המחיר המקורי של פיצה אישית, ואת המחיר המקורי של פיצה משפחתית (המחירים שלפני ההנחה).
ב. לאחר שבוע הכריזו על מבצע אחר:
מי שישלם את המחיר המקורי בעבור שתי פיצות אישיות, יקבל פיצה אישית שלישית חינם. כמה פיצות אישיות אפשר לקנות במבצע הזה תמורת 1232 שקלים (כולל הפיצות שהתקבלו בחינם)?

- (2) בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M.

ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה B(3,4).

חיברו את מרכז המעגל, M, עם ראשית הצירים, O.

נתון: משוואת הישר OM היא: $y = \frac{1}{7}x$.

א. מצא את משוואת הישר BM.

ב. מצא את משוואת המעגל.

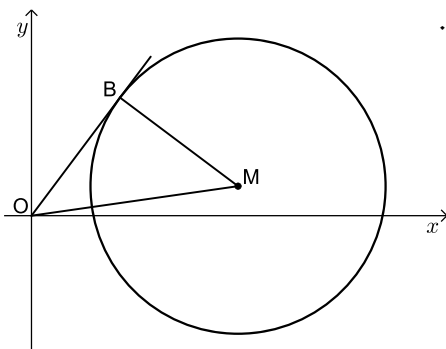
המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C.

ג. מצא את שטח המשולש OBC.

העבירו מעגל נוסף כך ש-OM הוא קוטר שלו.

ד. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M,

עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

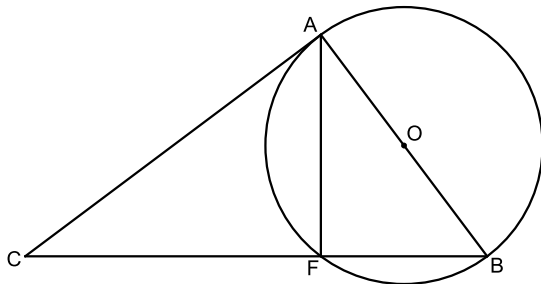


- (3) ל-8% בדיוק מחברי מועדון גידו ארצי יש חגורה שחורה.
 א. בוחרים באקראי 6 מן החברים במועדון.
 (1) מהי ההסתברות שבדיוק ל-2 מהם יש חגורה שחורה?
 (2) מהי ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף אחד מן ה-6 שנבחרו?
 $\frac{1}{5}$ מן החברים במועדון הם מדריכים, והשאר חניכים.
 75% מחברי המועדון שיש להם חגורה שחורה הם מדריכים.
 ב. בחרו באקראי חבר מועדון.
 מהי ההסתברות שהחבר שנבחר הוא חניך שיש לו חגורה שחורה?
 ג. בחרו באקראי חניך חבר מועדון.
 מהי ההסתברות שיש לו חגורה שחורה?

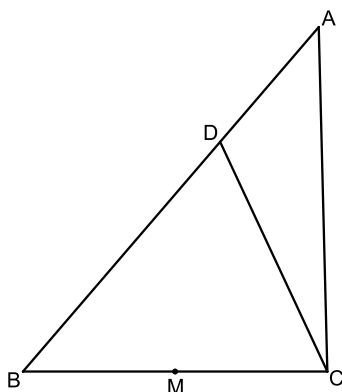
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.
 שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) נתון מעגל שמרכזו O.
 C היא נקודה מחוץ למעגל, כך שהישר CA משיק למעגל בנקודה A.
 מן הנקודה C העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות F ו-B,
 כמתואר בציור, כך ש-AB הוא קוטר במעגל.
 א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.
 נתון: $FC = 16$, $FB = 9$.
 ב. חשב את קוטר המעגל, AB.
 ג. חשב את שטח המשולש CFA.
 ד. האם $\triangle CFA \sim \triangle CAB$?
 הוכח את תשובתך.



- (5) נתון משולש ABC.
 הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש- $BD = 2DA$ (ראה ציור).
 נתון: $\angle DCB = 65^\circ$, $DC = 10$, $BC = 12$.
 א. חשב את אורך הקטע BD.
 ב. חשב את שטח המשולש ADC.
 הנקודה M היא אמצע הקטע BC.
 ג. האם הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC? נמק.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

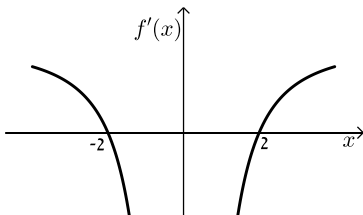
(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?
 - ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - ד. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
 - ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.
- ו. מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

(7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

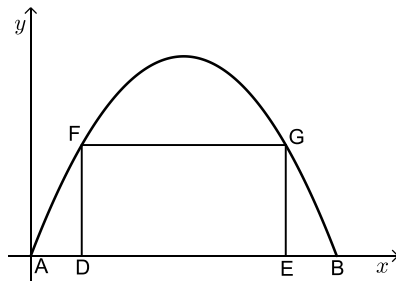
בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x \neq 0$, וחותרת את ציר ה- x בנקודות $(2, 0)$, $(-2, 0)$.

- א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף.



נתון: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ לכל $x \neq 0$. $a > 0$ הוא פרמטר.

- ב. מצא את a .
- ענה על סעיף ג בעבור $x > 0$.
- שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 10.
- ג. (1) כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $x > 0$.



- (8) המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$ ובין ציר ה- x , כמתואר בציור. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x , כמתואר בציור. k הוא פרמטר. נתון: $0 < k < 3$. נתון: $AD = EB = k$.

- א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.
 ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.
 תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

תשובות סופיות:

- (1) א. מחיר פיצה אישית: 28 ₪, מחיר פיצה משפחתית: 84 ₪. ב. 66 פיצות.

- (2) א. $y = -\frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4}$. ב. $(x-7)^2 + (y-1)^2 = 25$. ג. 25 יח"ר. S_{OBC} . ד. בתוך המעגל.

- (3) א. (1) 0.0688, (2) 0.6064, ב. 0.02, ג. $\frac{1}{40}$.

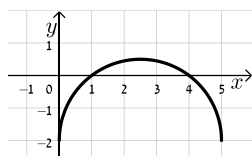
- (4) א. הוכחה. ב. 15 יח"ר. AB . ג. 96 יח"ר. S_{CFA} . ד. כן.

- (5) א. 11.94 יח"ר. BD . ב. 27.193 יח"ר. S_{ADC} . ג. לא.

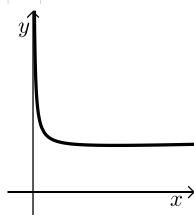
- (6) א. $0 \leq x \leq 5$. ב. (1,0), (4,0).

- ג. $\min(5, -2)$, $\max(2.5, 0.5)$, $\min(0, -2)$.

- ד. עולה: $0 < x < 2.5$, יורדת: $2.5 < x < 5$.
 ו. $c > 2$.



ה. סקיצה:



(2) להלן סקיצה:

- ב. $a = \frac{1}{4}$

- (7) א. $x_{\max} = -2$, $x_{\min} = 2$

- ג. (1) $f(x) = \frac{1}{x} + 9$

- (8) א. $GE = -k^2 + 6k$, $DE = 6 - 2k$. ב. $k = 3 - \sqrt{3} = 1.27$.

בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

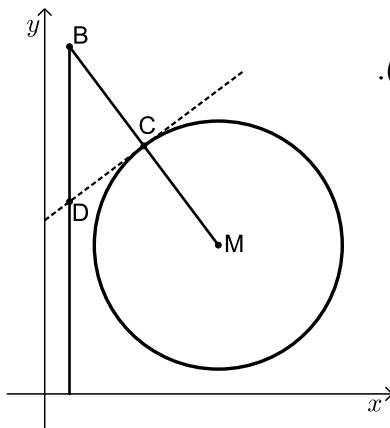
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 1) המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 120 ק"מ.**
מכונית נסעה בבוקר מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
בערב חזרה המכונית מעיר ב' לעיר א' באותה הדרך.
המכונית נסעה במשך שעה באותה המהירות שבה נסעה בבוקר.
היא עצרה בצד הדרך למשך 2 דקות, ולאחר מכן המשיכה בנסיעתה עד עיר א'
במהירות הגבוהה ב-10 קמ"ש ממהירות נסיעתה בבוקר.
זמן הנסיעה של המכונית בערב (כולל משך זמן העצירה) היה שווה לזמן
הנסיעה שלה בבוקר.

א. מצא את מהירות המכונית בבוקר.

- ב. השעה שבה יצאה המכונית מעיר ב' בדרכה חזרה לעיר א' הייתה שמונה בערב. מה היה המרחק שלה מעיר א' בשעה תשע ו-8 דקות בערב?

- (2)** נתון מעגל שמרכזו $M(7,6)$.
 הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).
 נתון: $MC = CB$, $B(1,14)$.



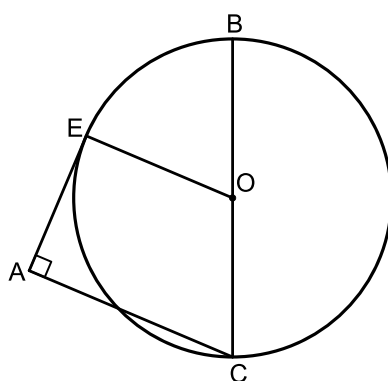
- א. מצא את משוואת המעגל.
העבירו משיק למעגל בנקודה C.
ב. מצא את משוואת המשיק.
מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x .
המשיק והאנך נחתכים בנקודה D.
ג. חשב את שטח המשולש BCD.
הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה- x .
נתון: $ME \parallel CD$.
ד. מצא את שיעורי הנקודה E.
ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את הזווית.

- (3) במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד : לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו. ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו. א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק. אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8. אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6.
- ב. (1) מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים? (2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים. מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?
- ג. (1) מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו? (2) 4 משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

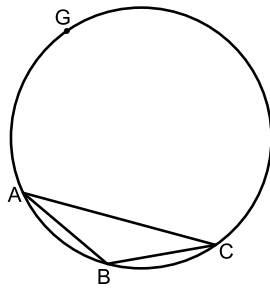
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) נתון מעגל שמרכזו O. BC הוא קוטר במעגל. מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו שני ישרים: האחד משיק למעגל בנקודה E והאחר חותך את המעגל בנקודה C, כמתואר בציור שלפניך. נתון כי $\angle EAC = 90^\circ$.
- א. הוכח: $EO \parallel AC$.
- ב. הוכח: $\angle OCE = \angle ACE$.
- ג. הוכח: $\triangle EBC \sim \triangle AEC$.
- נתון: $BC \cdot AC = 64$.
- ד. (1) חשב את EC. (2) נתון: $EB = 6$. חשב את EO.



- (5) במעגל שהרדיוס שלו הוא 10, חסום משולש שווה שוקיים ABC ($AB = BC$), כמתואר בציור שלפניך. נתון כי: $\angle ABC = 130^\circ$.
- חשב את אורך הצלע AC .
 - חשב את שטח המשולש ABC .
- G היא נקודה על המעגל כך ש- GC הוא קוטר במעגל. הישר GB חותך את הצלע AC בנקודה E .
- חשב את אורך הקטע EB .

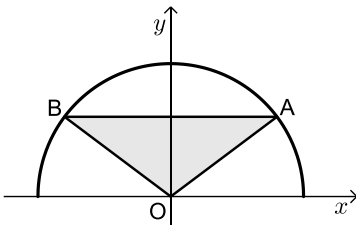
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
 - מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$?
- אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.
- ד. נתון: לפונקציה: $g(x) = f(x) + c$ (c הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית $y = 5$. מצא את c . נמק.

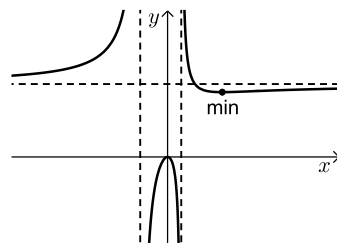
- (7) נתונה הפונקציה: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + a$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.
- א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y (אם יש צורך, הבע באמצעות a).
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a), וקבע את סוגן.
- ג. מצא את הערך של a שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה- x . נמק.
- הצב $a = 18$ במשוואת הפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ד-ו.
- ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. (1) חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .
- (2) A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y , ו- B היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.
- הראה שגרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את המשולש ABO לשני שטחים שהיחס ביניהם הוא 3:1 (O – ראשית הצירים).



- (8) בצויר שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ המוגדרת בתחום $-5 \leq x \leq 5$.
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון. דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x . הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B שברביע השני. הנקודה O היא ראשית הצירים.
- נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .
- א. (1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B .
- (2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO .
- ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

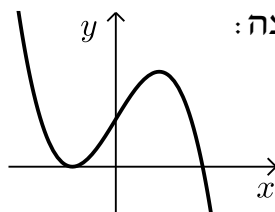
תשובות סופיות:

- (1) א. 90 קמ"ש. ב. 20 ק"מ.
 (2) א. $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 25$ ב. $y = \frac{3}{4}x + 7$ ג. 9.37 יח"ר.
 ד. $E(1, 1.5)$ ה. הסבר.
 (3) א. 0.75 ב. (1) 0.3 ב. (2) 0.5 ג. (1) 0.6 ג. (2) 0.1296
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. (1) 8 ד. (2) 5
 (5) א. 15.32 יחידות. ב. 27.36 יחידות שטח. ג. 3.94
 (6) א. (1) $x \neq 1, -2$ א. (2) $x = 1, x = -2, y = 3$ א. (3) $(0, 0)$

א. (4) $\max(0, 0)$, $\min(4, 2.67)$ א. (5) עלייה: $x < -2$, $-2 < x < 0$, $x > 4$ ירידה: $0 < x < 1$, $1 < x < 4$ ב. סקיצה:

ג. כן (2, 3) ד. 2

- (7) א. $(0, a)$ ב. $\min(-3, a-18)$, $\max(3, a+18)$ ג. 18



ה. סקיצה:

ד. $\max(3, 36)$, $\min(-3, 0)$

ו. (2) הוכחה.

ז. (1) 20.25 יח"ר

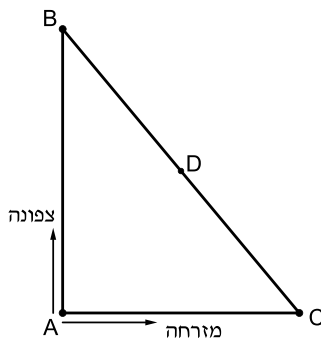
- (8) א. (1) $B(-t, \sqrt{25-t^2})$

א. (2) $t\sqrt{25-t^2}$ יחידות שטח.ב. $t = \sqrt{12.5}$

בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

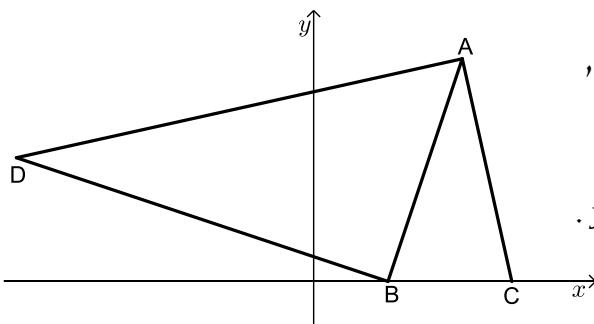
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A. רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור) בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B, ורוכב ב' הגיע לנקודה C כך שהמרחק ביניהם, BC, היה 30 ק"מ. מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב-6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.

א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה: רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם, ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם. הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).
ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?



- (2) נתון משולש ABC. הקודקודים B ו-C מונחים על ציר ה-x, כמתואר בציור שלפניך. הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.

משוואת הצלע AC היא: $y = -4\frac{1}{2}x + 36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5.

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

D היא נקודה ברביע השני כך ש-DB מאונך ל-AB.

ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה-x של הנקודה D הוא -12.

ד. (1) הוכח כי $\angle DAC = 90^\circ$.

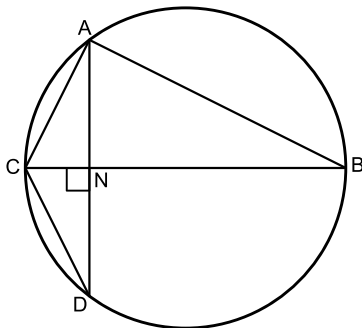
(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC.

- (3) בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.
 20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.
 70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.
 25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.
 א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?
 ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
 (1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?
 (2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול.
 מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?
 ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
 את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.
 מה ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

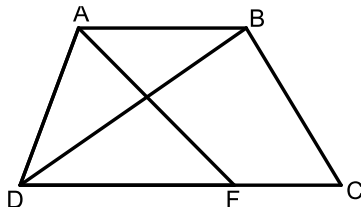
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) המשולש ABC חסום במעגל כך ש-BC הוא קוטר במעגל.
 מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC.
 האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך.
 א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle NDC$.
 ב. הוכח: $\triangle ACD$ הוא משולש שווה שוקיים.
 ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.
 ד. נתון כי: $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל-5.
 חשב את אורך הקטע NC.



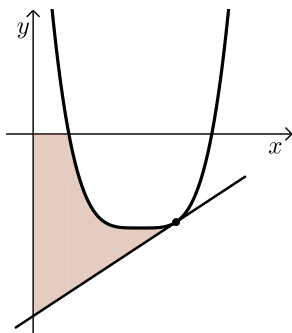
- (5) בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) שבציור שלפניך נתון:
 $BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$.
 א. חשב את גודל הזווית $\angle BDC$.
 נתון: $AB = AD$.
 ב. מצא את אורך הצלע AD.
 הנקודה F נמצאת על הצלע DC.
 נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.
 ג. (1) מצא את אורך הצלע DF.
 (2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

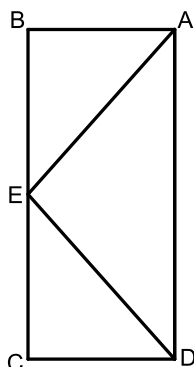
6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.
- (2) הסתמך על הסרטוט בתת סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -2$.



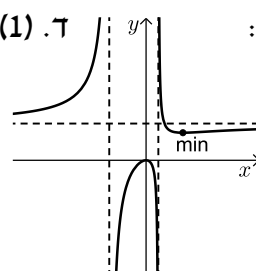
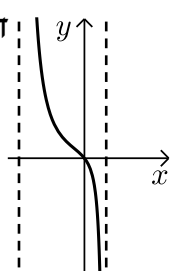
7 לפי גרף הפונקציה: $f(x) = (x-3)^4 - 16$ המוגדרת לכל x .

- א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.
- ג. (1) מצא את משוואת המשיק.
- (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח המסומן בסרטוט).



- 8 במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20. בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור). נסמן ב- x את אורך הקטע BE.
- א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.
 - (2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.
 - ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.
 - ב. חשב את שטח המשולש AED.

תשובות סופיות:

- (1) א. מהירות רוכב א': 24 קמ"ש, מהירות רוכב ב': 18 קמ"ש.
ב. 09:50.
- (2) א. $B(3,0)$, $C(8,0)$ ב. $A(6,9)$ ג. $y = -\frac{1}{3}x + 1$ ד. (1) הוכחה.
ד. (2) $(-2, 2.5)$
- (3) א. 64 כדורים. ב. (1) $\frac{3}{20} = 0.15$ ב. (2) $\frac{3}{5} = 0.6$ ג. $\frac{27}{64}$
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. 1.6.
- (5) א. 34.77° ב. 3.652 ג. (1) 4.676 ד. (2) 2.754
- (6) א. (1) $x \neq -3$, $x \neq 1$ א. (2) $y = 1$, $x = -3$, $x = 1$ ב. $\max(0,0)$, $\min\left(3, \frac{3}{4}\right)$
- ג. סקיצה: ד. (1) סקיצה: ד. (2) $\frac{4}{3}$
- 
- 
- (7) א. $\min(3, -16)$ ב. $(1,0)$, $(5,0)$ ג. $y = 4x - 31$
- ג. (2) 50.6 יח"ר.
- (8) א. (1) $\sqrt{5x^2 - 80x + 400}$ א. (2) 16 ס"מ, 4 ס"מ.
ב. 32 יח"ש.

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 6 - פתרון בידאו של בחינות 2018

תוכן העניינים

68	1. מועד חורף
73	2. קיץ מועד א
77	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2018:

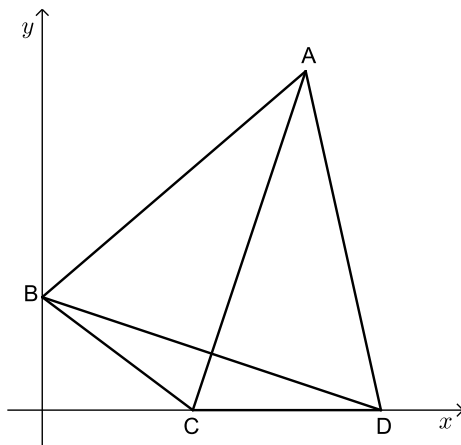
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה כמה מוצרים במחיר זהה ושילם בעבורם 6,000 שקלים סך הכול.
10% מכל המוצרים שקנה הוא מכר במחיר מבצע של 40 שקלים לכל מוצר.
20 מוצרים הוא השאיר במחסן, ואת השאר הוא מכר ברווח של 60% למוצר.
הכנסתו ממכירת המוצרים האלה הייתה 7,520 שקלים.
א. כמה מוצרים קנה הסוחר?
בשלב מאוחר יותר מכר הסוחר את 20 המוצרים שהשאיר במחסן, ברווח של 200% למוצר.
ב. מה הייתה הכנסתו של הסוחר ממכירת 20 המוצרים האלה?

- (2) נתון דלתון ABCD ($AB = AD$, $CB = CD$).

הקדקוד B מונח על ציר ה- y והקדקודים C ו-D מונחים על ציר ה- x , כמתואר בציר.



משוואה הישר BD היא: $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

- א. מצא את שיעורי הקדקודים B, D, ו-C.
שיעורי הקדקוד A הם (7,9).
ב. חשב את שטח הדלתון ABCD.
הישר $y = 5.4$ חותך את הישרים AB ו-AD בנקודות E ו-F בהתאמה.
אורך הקטע EF הוא 5.
ג. (1) חשב את שטח המשולש AEF.
(2) חשב את שטח המחומש EFDCB.

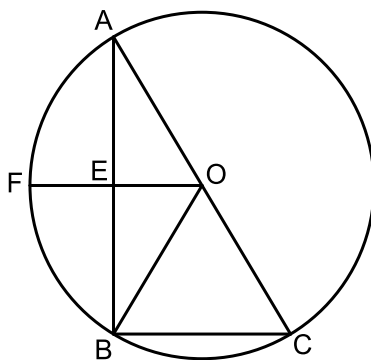
- (3) שירה משחקת בקוביית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.
 שירה משחקת על פי הכללים האלה: היא זורקת את הקובייה פעם אחת ומטילה את המטבע פעמיים. אם המספר שיתקבל על הקובייה יהיה גדול מ-2 ובשתי ההטלות ייפול המטבע על "פלי", תזכה שירה בפרס.
 א. (1) מהי ההסתברות ששירה תזכה בפרס?
 (2) שירה משחקת במשחק שלה 4 פעמים.
 מהי ההסתברות שתזכה ב-2 פרסים בדיוק?
 אביגיל משחקת גם היא בקובייה הוגנת ובמטבע מאוזן.
 אביגיל משחקת לפי כללים אחרים:
 היא זורקת את הקובייה פעמיים ואת מטילה את המטבע פעם אחת.
 אם סכום המספרים שיתקבל על הקובייה בשתי הזריקות יהיה קטן מ-10 והמטבע ייפול על "עץ", תזכה אביגיל בפרס.
 ב. (1) מהי ההסתברות שבזריקת הקובייה פעמיים סכום המספרים שיתקבל יהיה קטן מ-10?
 (2) אביגיל משחקת במשחק שלה פעם אחת.
 מהי ההסתברות שאביגיל תזכה בפרס?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

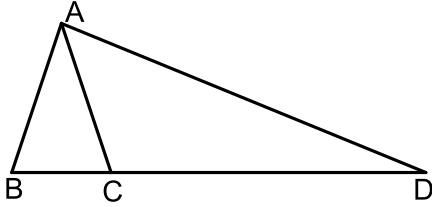
- (4) משולש ABC חסום במעגל. מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.
 הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $OE \perp AB$ (ראה ציור).
 א. הוכח ש-OE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 המשך הקטע OE חותך את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.



- ב. הוכח שהמשולש AFB הוא משולש שווה-שוקיים.
 נתון: $\angle ACB = 60^\circ$.
 ג. הוכח שהמרובע FOEB הוא מעוין.

(5) ABC הוא משולש חד-זווית ושווה-שוקיים ($AB = AC$).

אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R .
נתון: $BC = 1.2R$.



א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.

(2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R .

המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D,

כמתואר בציור, כך ש- $CD = 3.8R$.

ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R .

ג. AE הוא גובה במשולש ACD.

אורך הגובה AE הוא 9.

חשב את R .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} + a$, a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים?

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = -3$.

ב. מהו ערך הפרמטר a ?

הצב את הערך של a שמצאת וענה על סעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

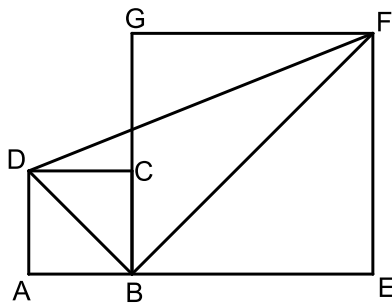
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה אחת בדיוק?

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{49 - x^2}$.

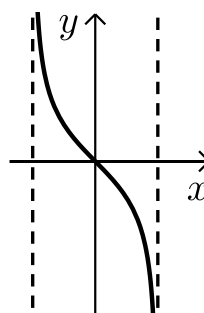
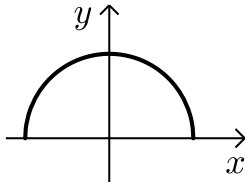
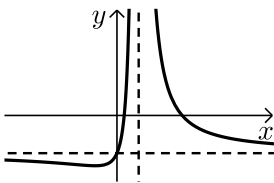
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכת לציר ה- x .
 (2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?
 (3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 תוכל להיעזר בסעיפים הקודמים.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי החלק השלילי של ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -6$.
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



- 8 (8) ABCD ו-BEFG הם שני ריבועים.
 הצלע BC מונחת על הצלע BG.
 נתון: $DB + BF = a$, $0 < a$ הוא פרמטר.
 א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו אורך הקטע DF הוא מינימלי.
 הבא באמצעות a .
 ב. עבור אורך DB שמצאת שבסעיף א,
 מהו היחס: $\frac{AB}{BE}$?

תשובות סופיות:

- (1) א. הסוחר קנה 120 מוצרים. ב. 3000 ₪.
- (2) א. $B(0,3)$, $C(4,0)$, $D(9,0)$ ב. 45 יח"ר $S =$
- ג. (1) 9 יח"ר $S =$ (2) 36 יח"ר $S =$
- (3) א. (1) $\frac{1}{6}$ ב. (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{5}{12}$
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. (1) 36.869° , 71.565° , 71.565° ב. $1.897R$ ג. 5.
- (6) א. (1) $x \neq 1$ (2) $y = a$, $x = 1$ (3) מינימום: $(-1, a-1)$
- (4) עליה: $-1 < x < 1$, ירידה: $x < -1$, $1 < x$ ב. $a = -3$
- ג. (1) $(0, -3)$ (2) סרטוט בצד.
- ד. $k = -3$, $k = -4$
- (7) א. (1) $-7 \leq x \leq 7$ (2) מקסימום: $(0, 7)$, מינימום: $(7, 0)$, $(-7, 0)$
- (3) סרטוט בצד. ב. (1) $x = -7$, $x = 7$ (2) חיובי: $-7 < x < 0$, שלילי: $0 < x < 7$ (3) להלן סקיצה:
- ג. $7 - \sqrt{13} \approx 3.39$ יח"ר.
- א. $\frac{a}{2}$ ב. $\frac{AB}{BE} = 1$



בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.
בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.
בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.
המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30 והמשיכו בדרכם.
15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.
המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.
א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.
יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.
המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.
המכונית נסעה במהירות קבועה הגדולה ב- a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה
ביום שלפני כן, ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב- a קמ"ש
מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.
המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.
ב. מצא את t .

- (2) CE הוא תיכון במשולש ABC.

נתון: $A(-1,0)$, $B(7,4)$,

הקדקוד C נמצא על ציר ה- x (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה E.

נתון: $EB = BC$, שיעור ה- x של הקדקוד C

גדול משיעור ה- x של הקדקוד B.

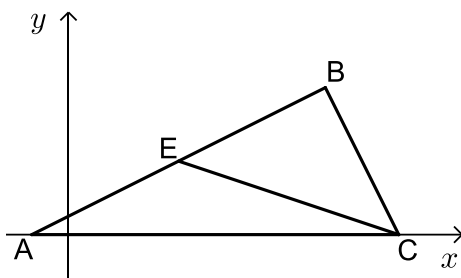
ב. מצא את שיעורי הקדקוד C.

ג. מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x .

האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה- x בנקודה F.

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF.

(2) חשב את שטח המשולש EKF.



3) בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.
טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה ללא החזרה.

ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא $\frac{1}{36}$.

- א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציאה ממנו פירות.
ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?
ג. (1) חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
(2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

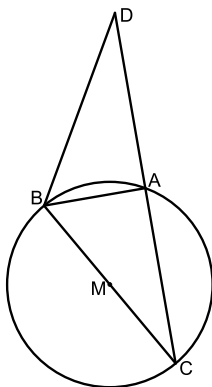
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) **בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M ורדיוסו R. BC הוא קוטר במעגל. הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל. הקטע DC חותך את המעגל בנקודה A.**

נתון: $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$.

- א. הוכח ש-BA הוא חוצה זווית במשולש DBC.
 ב. הוכח: $\triangle CBD \sim \triangle CMA$.
 ג. הוכח כי MA הוא קטע אמצעים במשולש DBC.
 ד. נתון: המשולש ABM הוא משולש שווה צלעות.
 הבע את שטח המשולש CBD באמצעות רדיוס המעגל.



- (5) ABCD היא מקבילית.

נתון: $BC=10, AB=15$.

נסמן: $\angle DAB = \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$).

- א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.

נתון: שטח המקבילית הוא: $75\sqrt{3}$.

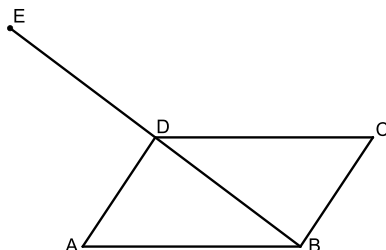
- ב. חשב את גודל הזווית α .

- ג. חשב את אורך האלכסון BD.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציור, כך ש-ED = DB.

- ד. (1) מצא את גודל הזווית ABE.

- (2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

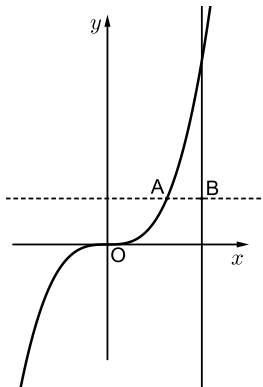
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x=4$ ו- $x=5$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.
- ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x=4$ ו- $x=5$? נמק.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- הנקודה $(2, 24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את a .
- הצב $a=7$ וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
- ד. מהו הערך של c , שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.



(8) בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$

והישר $x = 2$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0 < x_A < 2$ (x_A הוא שיעור ה-x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$

בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה

שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A

שמצאת בסעיף א.

תשובות סופיות:

(1) א. מכונית : 72 קמ"ש, אופניים : 18 קמ"ש. ב. $t = 1.4$

(2) א. $E(3,2)$ ב. $C(9,0)$ ג. $K\left(7, \frac{2}{3}\right)$, $KF = \left(\frac{2}{3}\right)$ (2) $\frac{4}{3}$ יח"ש.

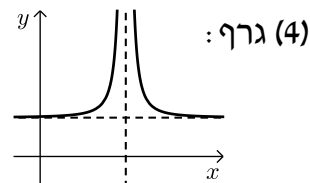
(3) א. 7 ב. $\frac{2}{9}$ ג. $\frac{11}{18}$ (1) $\frac{21}{22}$ (2)

(4) א+ב+ג. הוכחה. ד. $\sqrt{3}R^2$

(5) א. $75\sin \alpha$ ב. 60° ג. $5\sqrt{7}$ יח"א ד. 40.893° (2) 13.769 יח"א.

(6) א. (1) $x \neq 3$ (2) $x = 3$, $y = 4$ (3) עליה: $x < 3$, ירידה: $x > 3$.

ב. 4.5 יח"ש ג. $\frac{1}{2}$ יח"ש.



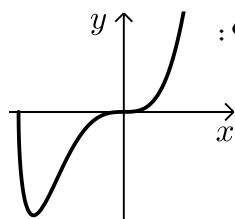
(4) גרף:

(7) א. $x \geq -a$ ב. $a = 7$ ג. (1) $(0,0)$, $(-7,0)$

(2) $(-6, -216)$ מינימום, $(-7,0)$ מקסימום. (3) גרף:

(4) חיובית: $x > 0$, שלילית: $-7 < x < 0$.

ד. $c = 216$



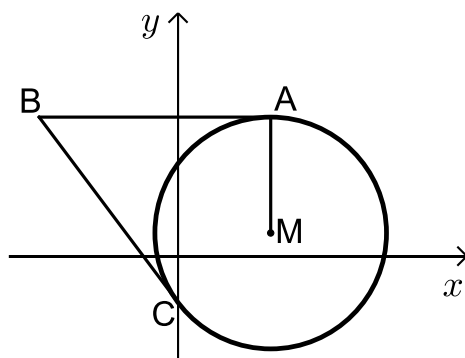
(8) א. $(1.5, 3.375)$ ב. $\frac{27}{32}$ יח"ש.

בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו 52a ס"מ והכין ממנו שתי מסגרות לתמונות: מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן. צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע. החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.
- א. הבע באמצעות a את אורכי המלבן.
- ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת מלבנית וזוהי למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו ארוכה ב-65% מצלע הריבוע הראשון.
- מצא בכמה אחוזים החוט הנוסף ארוך מן החוט הראשון.
- ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ. חשב את אורכי צלעות המלבן.



- (2) מעגל שמרכזו בנקודה $M(4, 1)$ חותך את ציר ה- y בנקודה C , כמתואר בציור. מן הנקודה B , הנמצאת ברביע השני, העבירו שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו- C . משוואת הישר AB היא $y = 6$.
- א. מהי משוואת המעגל?
- ב. מצא את משוואת הישר BC .
- ג. חשב את שטח המרובע $ABCM$.
- ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM . בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

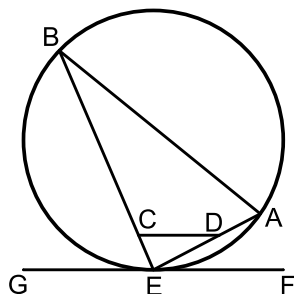
- (3) בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר. מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר. 75% מן הבנים גרים בעיר ו-40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר. בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).
 א. מהי ההסתברות שבחרו בן שגר בעיר?
 ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי ההסתברות שנבחרה בת?
 ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?
 ד. בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום). מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

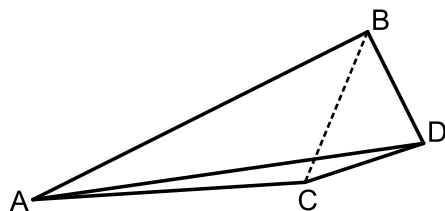
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) המשולש AEB חסום במעגל. הקטע GF משיק למעגל בנקודה E. הנקודות C ו-D נמצאות על הצלעות BE ו-AE, בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק.



- א. הוכח: $\angle ABE = \angle CDE$.
 ב. הוכח: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.
 ג. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD במעגל.
 ד. נתון $CD = 4$ ס"מ, $BE = 12$ ס"מ, $ED = \frac{1}{3} AB$.
 חשב את אורך הקטע ED.



- (5) ABD הוא משולש ישר-זווית ($\angle ABD = 90^\circ$).
 נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.
 א. חשב את גודל הזווית ADB.
 ב. נתון: $CD = BD$, $\angle ADC = 10^\circ$.
 ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC.
 ד. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC.
 ה. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.
 חשב את שטח המרובע ABDC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2(x-4)^2$, המוגדרת לכל x .

ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-13}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
(אם יש כאלה).

(3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית

של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

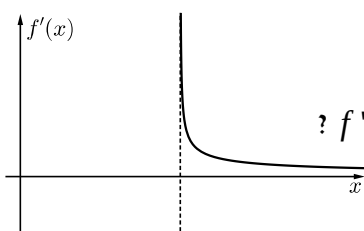
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A.

ג. חשב את שיעורי הנקודה A.

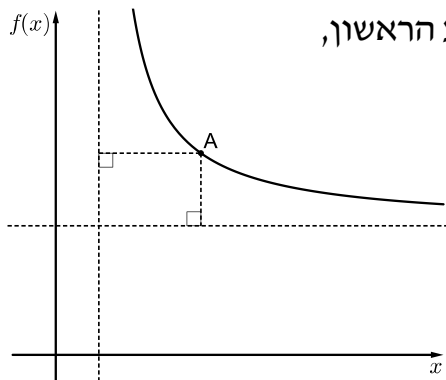
מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה- x .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$,

על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x=11$.



8) לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$ ברביע הראשון.



מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.

א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.

תשובות סופיות:

1) א. $6a$, $8a$. ב. 30% . ג. 36 ס"מ, 27 ס"מ.

2) א. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$. ב. $y = -\frac{4}{3}x - 2$. ג. $S_{ABCM} = 50$. ד. $\frac{\sqrt{125}}{2} = 5.59$.

3) א. $\frac{1}{3}$. ב. $\frac{1}{2}$. ג. 600 . ד. $\frac{7}{27}$.

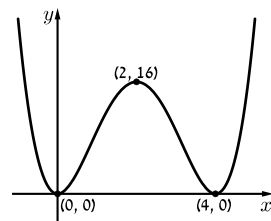
4) א-ג. הוכחה. ד. 4 ס"מ.

5) א. 71.565° . ב. $1.306a$. ג. $2.185a$. ד. $S_{ABDC} = 107.55$ ס"מ.

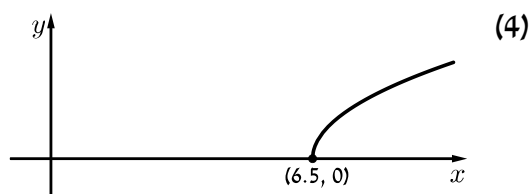
6) א. (1) $(0,0)$, $(4,0)$ (2) מינימום, $(4,0)$ מינימום, $(2,16)$ מקסימום.

(3) (4) חיוביות: $4 < x$, $0 < x < 4$, $x < 0$. שליליות: אין.

ב. $\frac{512}{15}$



7) א. (1) $6.5 \leq x$ (2) $(6.5, 0)$ (3) הוכחה.



ב. (1) $6.5 < x$ (2) $6.5 = x$ ג. $A(7,1)$

8) א. $x=1$, $y=3$ ב. $A(3,5)$

שאלון 481 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 7 - פתרון בידאו של בחינות 2017

תוכן העניינים

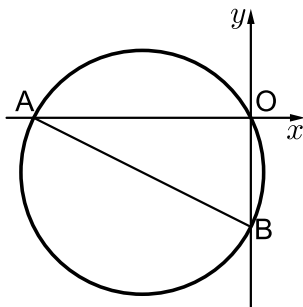
81	1. מועד חורף
85	2. קיץ מועד א
90	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המרחק בין תל אביב לאשקלון הוא 70 ק"מ.
אהוד יצא מתל אביב לכיוון אשקלון בשעה 7:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של חצי שעה, ואחריה המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-20% ממהירותו הקודמת.
תמר יצאה מאשקלון לכיוון תל אביב בשעה 9:30.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שצעד אהוד לפני המנוחה. תמר ואהוד נפגשו בנקודה המרוחקת 30 ק"מ מתל אביב.
א. מה הייתה המהירות של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה)?
ב. באיזו שעה נפגשו אהוד ותמר?



- (2) מעגל שמרכזו M עובר דרך ראשית הצירים O.
המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה נוספת $A(-8, 0)$, ואת ציר ה-y בנקודה נוספת $B(0, -4)$ (ראה ציור).
א. האם AB הוא קוטר במעגל? נמק את תשובתך.
ב. מצא את משוואת המעגל.
ג. נקודה C נמצאת על המעגל ברביע השלישי (אך לא על הצירים), כך ששטח משולש BOC הוא 16.
(1) מצא את שיעור ה-x של נקודה C.
(2) מצא את שיעור ה-y של נקודה C.
ד. חשב את שטח המשולש BMC.

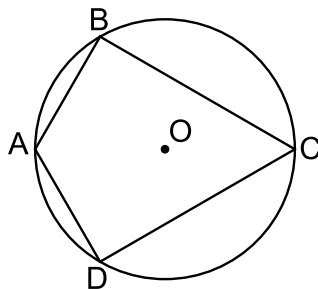
- (3) בבית ספר גדול הממוקם בעיר, חלק מן התלמידים הם תושבי העיר, והשאר גרים מחוץ לעיר. בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר הזה. ההסתברות שכל השלושה הם תושבי עיר זו היא 0.512.
- א. בוחרים באקראי תלמיד אחד מבין תלמידי הבית ספר. מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?
- ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים מבין תלמידי בית הספר. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם תושבי העיר?
- ג. ידוע של-0.18 מתלמידי בית הספר אין טלפון נייד.
- ל- $\frac{1}{8}$ מן התלמידים תושבי העיר אין טלפון נייד.
- בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר, והתברר שאין לו טלפון נייד. מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

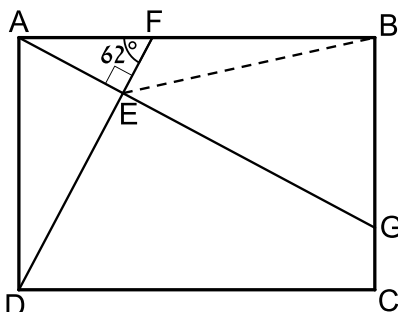
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) נתון דלתון ABCD (BC = DC, AB = AD) החסום



- במעגל שמרכזו O, כמתואר בציור.
- נתון: $\angle BCD = 60^\circ$.
- א. הוכח: $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$.
- (2) הוכח: $\triangle ABO$ הוא משולש שווה צלעות.
- ב. הוכח: המרובע ABOD הוא מעוין.
- ג. נתון: 5 ס"מ AB. מצא את BC.
- ד. הראה ש- $\triangle ABO \sim \triangle BCD$.

- (5) נתון מלבן ABCD. הנקודה F נמצאת על



- הצלע AB כך ש- $AF = 0.6a$, $FB = a$.
- הנקודה G נמצאת על הצלע BC כך ש-AG מאונך ל-DF.
- (ראה ציור). נתון: $\angle AFE = 62^\circ$.

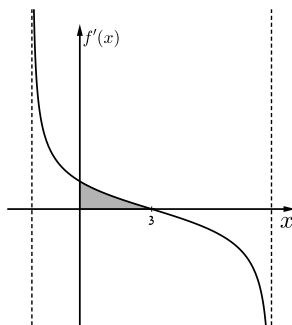
- א. (1) הבע את אורך הקטע EF באמצעות a.
- (2) הבע את אורך הקטע BE באמצעות a.
- נתון: 5 ס"מ $a =$.
- ב. (1) מצא את הזווית EBA.
- (2) חשב את שטח המשולש EBG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-2}{2x+4}$.

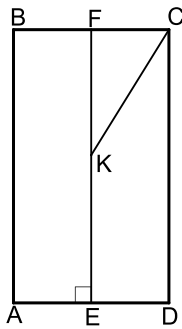
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
- (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה),
ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). נמק.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x מעבירים משיק לגרף הפונקציה. בנקודה נוספת, P , שעל גרף הפונקציה, גם מעבירים משיק. שני המשיקים מקבילים זה לזה.
מצא את שיעורי הנקודה P .
- ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + C$.
האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ מתלכדת עם ציר ה- x .
מצא את C . הסבר את תשובתך.



7 בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + bx + 16}$. פרמטר b .
ענה על הסעיפים שלפניך (אפשר להיעזר בגרף הנגזרת במידת הצורך):

- א. (1) מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$? נמק.
- (2) מצא את b .
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x (השטח האפור).



(8) נתון מלבן ABCD.

הנקודה F היא אמצע הצלע BC.

E היא נקודה על הצלע AD, כך ש-EF מאונך ל-AD.

הנקודה K נמצאת על EF כך ש- $EK = KC = 10$ ס"מ.(ראה ציור). $FC = x$.א. הבע את FK באמצעות x .

ב. חשב את אורך צלע המלבן BC שעבורו היקף

המלבן ABCD יהיה מקסימלי (תוכל להשאיר שורש בתשובתך).

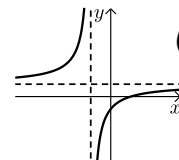
תשובות סופיות:

- (1) א. 3 קמ"ש. ב. 16:10. ג. $x_C = -8$ (1).
 (2) א. כן. ב. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 20$. ג. $x_C = -4$ (2).
 (3) א. 0.8. ב. 0.4096. ג. $\frac{5}{9}$.
 (4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\sqrt{75} = 8.66$ ס"מ.
 (5) א. (1) $0.2817a$. א. (2) $1.159a$. ב. 12.4° . ג. (2) 12.04 סמ"ר.
 (6) א. (1) $x \neq -2$. א. (2) $(0, -\frac{1}{2})$, $(2, 0)$. א. (3) $y = \frac{1}{2}$, $x \neq -2$.

א. (4) אין נקודות קיצון. עלייה: $x > -2$, ירידה: $x < -2$.

ג. $c = -\frac{1}{2}$.

ב. $(-6, 1)$.



א. (5)

ב. $-2 \leq x \leq 8$.

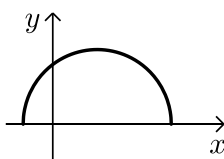
א. (2) $b = 6$.

(7) א. (1) $x = 3$.

ד.

ג. $\max(3, 5)$, $\min(-2, 0)$, $\min(8, 0)$.

ה. 1 יח"ר.



ב. $2\sqrt{80} = 17.89$ ס"מ.

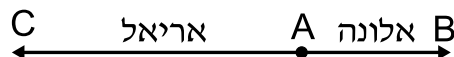
(8) א. $\sqrt{100 - x^2}$.

בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) אלונה ואריאל יצאו, כל אחד במכוניתו, מעיר A באותה השעה. אלונה נסעה מעיר A לעיר B, ואילו אריאל נסע מעיר A לעיר C. המרחק בין עיר A לעיר B הוא 60 ק"מ. מהירות הנסיעה של אלונה הייתה גבוהה פי 1.5 ממהירות הנסיעה של אריאל. שניהם נסעו כל הדרך במהירות קבועה. כאשר הגיעה אלונה לעיר B, עבר אריאל 40% מן המרחק בין עיר A לעיר C.



- א. מהו המרחק בין עיר A לעיר C?
ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B. מה הייתה מהירות הנסיעה של אריאל?

- (2) הנקודות $B(-2,1)$ ו- $C(10,-5)$ נמצאות על מעגל שמרכזו $M(3,-4)$.

מן הנקודה A, שמחוץ למעגל, יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות B ו- C, כמתואר בציור.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את משוואת

הישרים AB ו- AC.

(2) מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

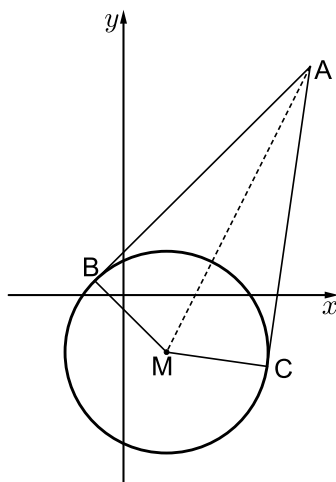
(1) מצא את אורך הקטע AM.

(2) מצא את משוואת המעגל

החוסם את המשולש ABM.

(3) האם הנקודה C נמצאת על המעגל

שאת משוואתו מצאת? נמק את קביעתך.



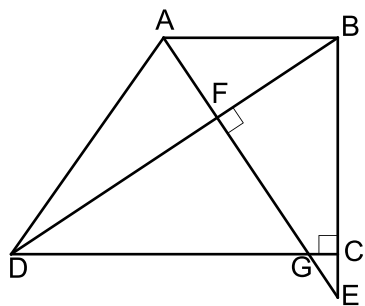
- (3) במשחק מזל כל משתתף מטיל קובייה פעמיים.
 הקובייה היא קוביית משחק הוגנת.
 בכל אחת מן ההטלות, אם המספר שעל הקובייה הוא 3,
 המשתתף מקבל 5 נקודות, אם המספר גדול מ-3 המשתתף מקבל 10 נקודות,
 ואם המספר קטן מ-3 המשתתף אינו מקבל נקודות.
 א. מהי ההסתברות שמשתתף במשחק יצבור 15 נקודות לפחות?
 ב. ידוע שאחד מהמשתתפים צבר 15 נקודות לפחות.
 מהי ההסתברות שבשתי ההטלות שלו היה המספר על הקובייה גדול מ-3?
 ג. ארבעה משתתפים משחקים במשחק.
 מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצברו כל אחד 15 נקודות לפחות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.
 שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle BCD = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).

E היא נקודה על המשך הצלע BC כך שהקטע AE מאונך
 לאלכסון BD וחותך אותו בנקודה F.
 AE חותך את הקטע DC בנקודה G, כמתואר בציור.



א. הוכח: $\angle AEB = \angle BDC$.

ב. נתון כי $DC = BE$.

הוכח: $\triangle DCB \cong \triangle EBA$

נתון כי $CB = 4CE$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח: $\triangle GCE \sim \triangle ABE$.

(2) מצא את היחס $\frac{GC}{AB}$.

(5) במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על הצלע AC (ראה ציור). נסמן: $AP = x$.

נתון כי: $PM = 0.6x$, $\angle AMP = 100^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$,

4 ס"מ $AM =$, 12 ס"מ $MC =$.

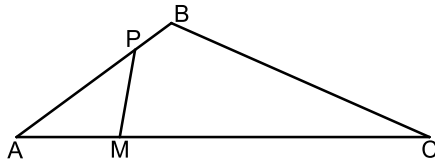
א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) חשב את הזווית PAM.

(2) חשב את אורך צלע BC.

ב. חשב את אורך הקטע BM.

ג. מצא את יחס שטחי המשולשים $\frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle BMC}}$. נמק את תשובתך.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - a}$. $0 < a$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x = 1$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים 1-3.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) האם הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית נוספת?

אם כן – מהי? אם לא – נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. עבור אילו ערכים של k אין פתרון למשוואה $f(x) = k$? נמק.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+16}}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 - (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \leq 0$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 - (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x \leq 0$.
- ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ בין הצירים.

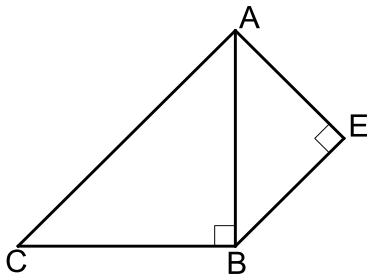
(8) ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\angle ABC = 90^\circ$).

על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB כך ש- AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.

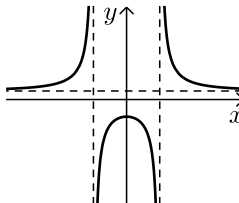
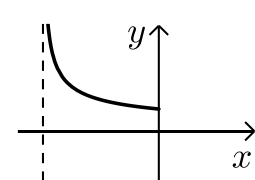
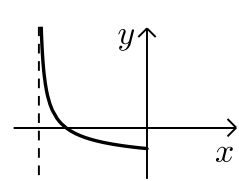
נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ. נסמן את אורך הצלע AE ב- x .

א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.

ב. עבור איזה ערך של x שטח AEBC הוא מינימלי?



תשובות סופיות:

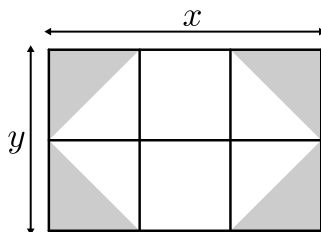
- (1) א. 100 ק"מ. ב. 60 קמ"ש.
- (2) א. (1) $AC: y = 7x - 75$, $AB: y = x + 3$ (2) $A(13, 16)$.
 ב. (1) $10\sqrt{5}$ (2) $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 125$ (3). כן.
- (3) א. $\frac{5}{12}$ ב. $\frac{3}{5}$ ג. $\frac{1225}{3456} = 0.3545$
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) $\frac{1}{5}$
- (5) א. (1) 36.22° (2) 10.917 ס"מ ב. 4.84 ב"מ ג. $\frac{1}{3}$
- (6) א. (1) $x \neq \pm\sqrt{a}$ (2) $(0, -\frac{4}{a})$ (3) $y = 2$
 ב. $a = 1$ ג. $x = -1$ (1) (2) $\max(0, -4)$
 (3) עלייה: $-1 < x < 0$, $x < -1$ ירידה: $0 < x < 1$, $x > 1$.
 ד. סקיצה בצד. ה. $-4 < k \leq 2$.
- (7) א. (1) $x > -16$ (2) $(0, 1)$
 (3) $x = -16$ (4) עלייה: אין. ירידה: $x > -16$.
 (5) סקיצה בצד.
- (8) א. $x^2 - 6x + 18$ ב. 3.
 ב. (1) $(-12, 0)$, $(0, -1)$ (2) להלן סקיצה.
 ג. 8 יח"ר.
- 
- 
- 

בגרות קיץ 2017 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) משפחת דותן החליטה לרצף את הגינה שלה, שצורתה מלבנית. אורכי צלעות הגינה הם x ו- y מטרים. את הגינה חילקו ל-6 מלבנים זהים. בתוך כל אחד מן המלבנים הפינתיים חסמו משולש ישר זווית, שניצביו הם צלעות המלבן. שטח כל משולש רוצף באבן אפורה, כמתואר בציור. את שטח הגינה ריצפו באבן לבנה.

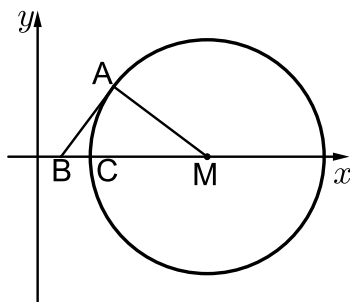


א. (1) הבע באמצעות x ו- y את שטח הגינה שרוצף באבן אפורה.

(2) הבע באמצעות x ו- y את שטח הגינה שרוצף באבן לבנה.

המחיר למ"ר ריצוף באבן האפורה הוא 75 שקלים. המחיר לריצוף באבן הלבנה הוא 60 שקלים.

נתון שצלע אחת של הגינה ארוכה ב-3 מטרים מן הצלע האחרת שלה. עלות הריצוף לכל הגינה היא 1170 שקלים.
ב. מצא את אורכי צלעות הגינה.



- (2) בציור שלפניך מתואר מעגל. נתון: רדיוס המעגל הוא 20. מרכז המעגל, M , נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x . הנקודה $A(13,12)$ נמצאת על המעגל.

א. מצא את שיעורי הנקודה M .
דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה B .

ב. מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש BAM .

C היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- x , כמתואר בציור.

ד. (1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה C .

(2) מצא לאילו ערכים של k הישר $x=k$ חותך את שני המעגלים (ואינו משיק אף לא לאחד מהם).

(3) בעיר מסוימת ערכו סקר הבדק אם נערים ונערות עוסקים בפעילות גופנית. מספר הנערים שהשתתפו בסקר היה גדול פי 2 ממספר הנערות שהשתתפו בסקר.

מן הסקר עולה כי $\frac{3}{4}$ מן הנערות שהשתתפו בסקר עוסקות בפעילות גופנית

וכי $\frac{4}{5}$ מן הנערים שהשתתפו בסקר עוסקים בפעילות גופנית.

א. בחרו באקראי משתתף מבין כל משתתפי הסקר (נערים ונערות).

מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית?

ב. בחרו באקראי משתתף מבין משתתפי הסקר והתברר שהוא

עוסק בפעילות גופנית. מהי ההסתברות שנבחרה נערה?

ג. נבחרו באקראי 4 מן המשתתפים בסקר.

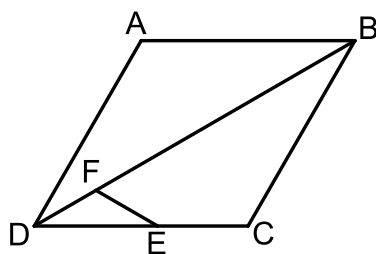
מהי ההסתברות שלפחות 2 מן המשתתפים שנבחרו יהיו נערות

שעוסקות בפעילות גופנית?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) ABCD הוא מעוין. הנקודה E נמצאת על הצלע DC

והנקודה F נמצאת על האלכסון DB (ראה ציור).

נתון כי המרובע BCEF הוא בר-חסימה במעגל.

א. הוכח: $\angle FED = \angle CBD$.

(2) הוכח שהמשולש DFE הוא שווה שוקיים.

ב. הוכח: $\triangle DFE \sim \triangle DCB$.

ג. נתון: $DB = 3DE$, שטח המשולש DFE הוא 2 סמ"ר.

חשב את שטח המעוין ABCD.

(5) נתון ריבוע ABCD. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.

המשולש ACE הוא שווה שוקיים ($AC = CE$).

הישר AE חותך את הצלע BC בנקודה F.

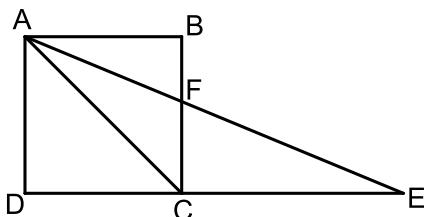
א. מצא את זוויות המשולש ACE.

שטח המשולש ACE הוא $8\sqrt{2}$ סמ"ר.

ב. חשב את אורך צלע הריבוע.

ג. חשב את אורך הקטע DF.

ד. מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DFE.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

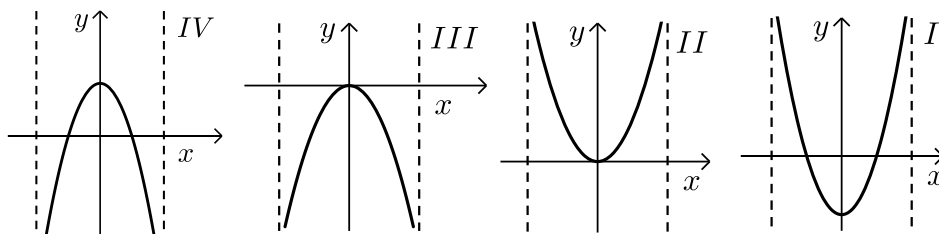
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{5}{(2x-4)^2}$

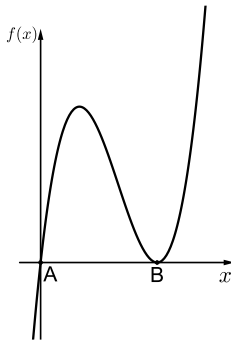
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $-f(x)$.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. איזה מן הגרפים הנתונים בסוף השאלה (IV-I) הוא הגרף של הפונקציה $f'(x)$? נמק.



- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=1$.



8) לפניך סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B,

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם ציר ה- x .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $x_A < x_C < x_B$ (שיעור ה- x של הנקודה C נמצא בין

שיעור ה- x של הנקודה A לשיעור ה- x של הנקודה B).

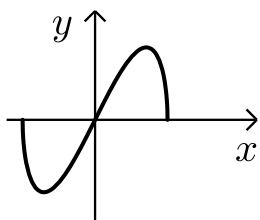
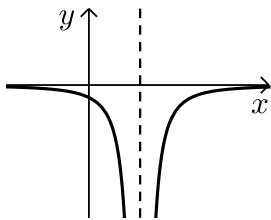
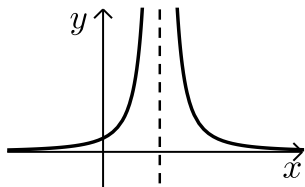
ב. מצא את שיעורי הנקודה C שעבורה שטח

המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. האם הנקודה C היא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$? הסבר.

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{1}{3}xy$ (1) ב. $\frac{2}{3}xy$ (2) ג. 6 מטרים, 3 מטרים.
- (2) א. $M(29,0)$ ב. $B(4,0)$ ג. $(x-16.5)^2 + y^2 = 156.25$
- (3) א. $\frac{47}{60}$ ב. $\frac{15}{47}$ ג. $\frac{67}{256}$
- (4) א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ג. 36 סמ"ר. ב. הוכחה.
- (5) א. $22.5^\circ, 22.5^\circ, 135^\circ$ ב. 4 ס"מ. ג. 4.6356 ס"מ. ד. 6.055 ס"מ.
- (6) א. $x \neq 2$ ב. $x = 2, y = 0$ ג. עלייה: $x < 2$, ירידה: $x > 2$.
ד. סקיצה בצד.
ה. (1) $x = 2, y = 0$ (2) סקיצה בצד.
- (7) א. $-2 \leq x \leq 2$ ב. (1) $(-2,0), (0,0), (2,0)$
(2) $\max(\sqrt{2}, 2), \min(2, 0), \max(-2, 0), \min(-\sqrt{2}, 2)$
ג. סקיצה בצד.
ד. גרף IV.
ה. $\sqrt{3}$.
- (8) א. $(0,0), (3,0)$ ב. $(1,4)$ ג. כן.



שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 8 - פתרון בידאו של בחינות 2016

תוכן העניינים

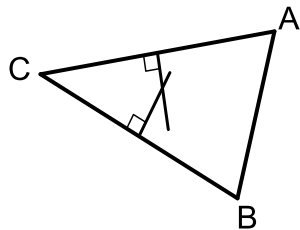
95	1. מועד חורף
100	2. קיץ מועד א
104	3. קיץ מועד ב

בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יוסי תכנן טיול למספר מסוים של ימים בהוצאה כוללת של 1400 שקלים. הוא תכנן להוציא בכל יום את אותו סכום כסף.
ב-5 הימים הראשונים הייתה ההוצאה ליום כפי שתכנן, אבל אחר כך גדלה ההוצאה ליום ב-100 שקלים, והטיול התארך ביום אחד. לבסוף הוציא יוסי עבור הטיול 1900 שקלים סך הכול.
א. מצא לכמה ימים תוכנן הטיול, ומה הייתה ההוצאה המתוכננת ליום.
ב. בכמה אחוזים גדלה ההוצאה ליום (לאחר 5 הימים הראשונים) לעומת ההוצאה המתוכננת ליום?



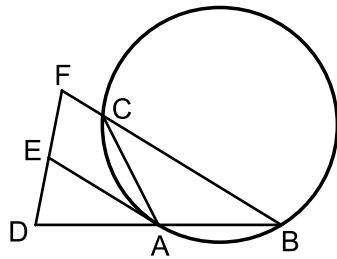
- (2) נתון משולש ABC (ראה ציור).
שניים מקדקודי המשולש הם: $C(-2,2)$, $B(6,-2)$.
א. מצא את משוואת האנך אמצעי לצלע BC.
משוואת האנך האמצעי לצלע AC היא $y = -3x + 11$.
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את משולש ABC.
ג. (1) האם האנך האמצעי לצלע AC עובר דרך הקדקוד B? נמק.
(2) האם $BA = BC$? נמק.

- (3) בקופסה יש כדורים בשלושה צבעים:
2 כדורים אדומים, 2 כדורים כחולים, 1 כדור לבן.
מוציאים מהקופסה שני כדורים בלי החזרה.
א. מהי ההסתברות להוציא שני כדורים בשני צבעים שונים?
ב. ידוע שהוצאו שני כדורים בשני צבעים שונים.
מהי ההסתברות שאחד הכדורים הוא לבן והאחר הוא אדום?
ג. מהי ההסתברות שאחרי הוצאת שני הכדורים יישארו בקופסה כדורים בשלושה הצבעים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

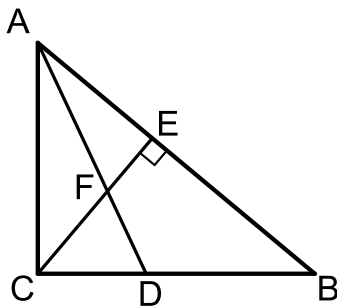


(4) משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) חסום במעגל.

נקודה D נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $DA = AB$.
נקודה F נמצאת על המשך הצלע BC . דרך הנקודה A
העבירו משיק למעגל החותך את FD בנקודה E
(ראה ציור).

א. הוכח כי AE הוא קטע אמצעים במשולש BDF .

ב. הוכח כי $(DC \perp BC)$.



(5) נתון משולש ישר-זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).

CE הוא גובה ליתר, ו- AD הוא חוצה-זווית CAB .

CE ו- AD נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון: $\angle CAB = 50^\circ$, $AC = 10$ ס"מ.

א. מצא את שטח המשולש CFD .

ב. (1) מצא את האורך של הקטע FB .

(2) היעזר בתת-סעיף ב (1), ומצא את האורך

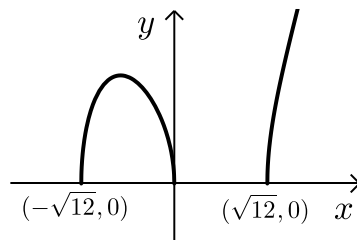
של רדיוס המעגל החוסם את

המשולש FEB .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{ax^3 - 12x}$, a הוא פרמטר.
תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: $x \geq \sqrt{12}$, $x \leq -\sqrt{12}$ (ראה ציור).



א. על פי הערכים שבגרף, מצא את הערך של a .

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

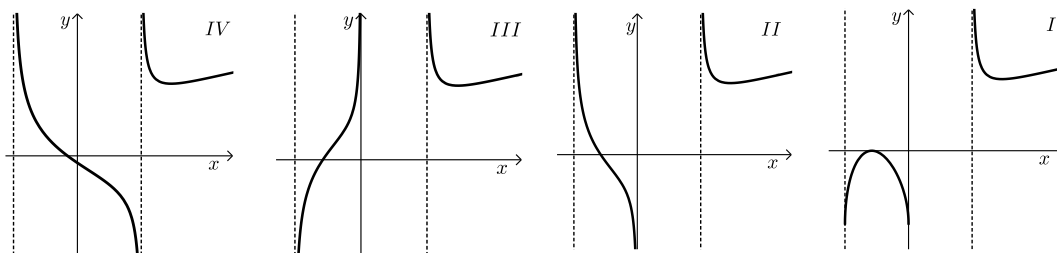
ב. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא עבור אילו ערכים של k יש רק פתרון אחד למשוואה $f(x) = k$.

ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) איזה מן הגרפים IV-I שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

נמק.





(7) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = -x^2 + 16$, $g(x) = -x^2 - ax$. a הוא פרמטר.

א. (1) ישר המקביל לציר ה- x משיק לגרף הפונקציה $f(x)$. מצא את משוואת הישר.

(2) הישר, שאת משוואתו מצאת, משיק גם לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = -4$.

הצב $a = 8$, וענה על הסעיפים ב ו-ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

ושל גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה A.

גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה B.

מצא את השטח (ברביע השני) המוגבל על ידי הגרפים של שתי

הפונקציות ועל ידי הקטע AB.

(8) נתון משולש שווה-צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע. סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה-הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.

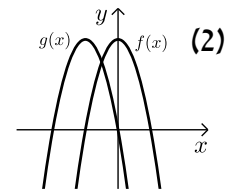
(2) מצא מה צריך להיות הערך של x , כדי שסכום השטחים של הריבוע ושל המשולש יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזה צורה היקף גדול יותר: לריבוע או למשולש? נמק.

בתשובתיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תשובות סופיות:

- (1) א. 7 ימים, 200 ₪. ב. 50%.
- (2) א. $y = 2x - 4$ ב. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$ ג. (1) לא. (2) לא.
- (3) א. $\frac{4}{5}$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{2}{5}$
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה.
- (5) א. 8.329 סמ"ר. ב. 9.609 סמ"ר. (2) 4.804 סמ"ר.
- (6) א. $a = 1$ ב. $\max(-2, 4)$ ג. $k > 4$
- ד. (1) $x = -\sqrt{12}$, $x = \sqrt{12}$, $x = 0$ (2) גרף II.
- (7) א. (1) $y = 16$ (2) $a = 8$
- ב. (1) עבור $f(x)$: $(4, 0)$, $(-4, 0)$, $(0, 16)$; עבור $g(x)$: $(-8, 0)$, $(0, 0)$
- ג. $58\frac{2}{3}$
- (8) א. $2.25 - 0.75x$ ב. (1) $S_{\square} = (2.25 - 0.75x)^2$; $S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 0.433x^2$ (2) 1.695 ס"מ.
ג. למשולש היקף גדול יותר.

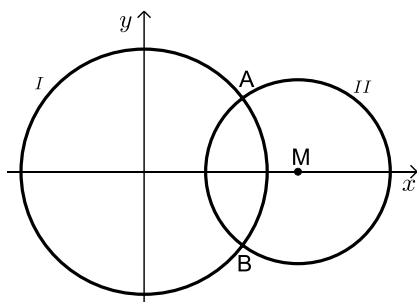


בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יבואן קנה מחשבים זהים במחיר של 1200 שקלים למחשב. הוא מכר את המחשבים לחנות במחיר זהה לכל מחשב, והרוויח על כל מחשב אחוז מסוים. בחנות מכרו את כל מחשב במחיר של 1728 שקלים, והרוויחו על כל מחשב אותו אחוז שהרוויח היבואן.
א. מצא את אחוז הרווח של היבואן.
ב. יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב-42% ממחיר הקנייה של היבואן. האם שילם יוסי עבור המחשב פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות? נמק.



- (2) נתונים שני מעגלים, I ו-II:

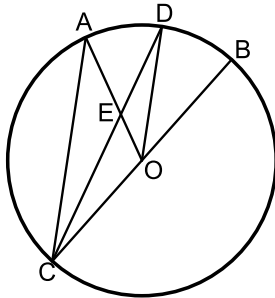
$$x^2 + y^2 = 36 \text{ I}; \quad (x - 7.5)^2 + y^2 = 20.25 \text{ II}$$
 המעגלים נחתכים בנקודות A ו-B.
 A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).
 א. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.
 ב. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל II.
 מצא את משוואת המשיק.
 ג. המשיק שמצאת בסעיף ב חותך את מעגל I בנקודה נוספת, C.
 מצא את שטח המשולש ACM. (M - מרכז מעגל II).

- (3) כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה. למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון. אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים. אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנכשלו בו. אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65%.
 א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?
 ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן.
 מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?
 ג. בוחרים באקראי שני נבחנים.
 מהי ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

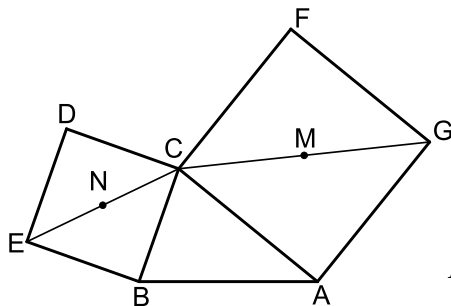
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E.
הנקודה D היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).
נסמן $\angle ACD = \alpha$.

- א. (1) הוכח כי $\angle ACO = \angle AOD$.
(2) הוכח כי $AC \parallel DO$.

- ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית DAO.
(2) מצא מה צריך להיות הערך של α , כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.



- (5) נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

על השוק AC בנו ריבוע ACFG.

שאלכסוניו נחתכים בנקודה M.

על הבסיס BC בנו ריבוע BCDE.

שאלכסוניו נחתכים בנקודה N (ראה ציור).

נתון: $AB = AC = 6$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ.

א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע ACFG.

ואת אורך האלכסון של הריבוע BCDE.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC.

ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN.

ד. מצא את אורך הקטע AN.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר.

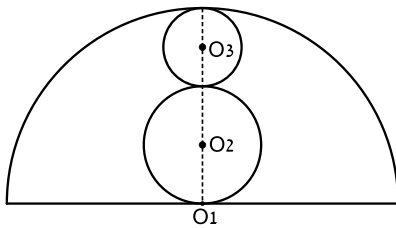
- לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את ערך הפרמטר m .

הצב $m=8$, וענה על הסעיפים ג, ד, ו-ה.

- ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$, וגם $f'(x) > 0$.

7 הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

- א. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
(2) הישר $y=4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום של הפונקציה. מצא את הפונקציה $f(x)$.
ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x . מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y=4$, ועל ידי ציר ה- y ועל ידי האנך.



- (8) בחצי מעגל שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ, חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2 ו- O_3 . המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור. (שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד).

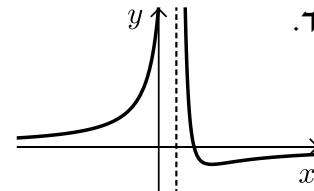
א. מצא מה צריך להיות האורך של רדיוס המעגל שמרכזו O_2 ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3 , כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2 ו- O_3 יהיה מינימלי.
 ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו- O_3 הוא מינימלי, מצא את סכום ההיקפים של מעגלים אלה.

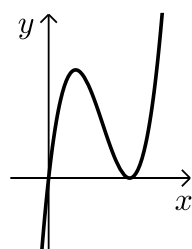
$$\text{נתון: שטח העיגול} = \pi R^2$$

$$\text{היקף מעגל} = 2\pi R$$

תשובות סופיות:

- (1) א. 20% ב. כן, $1704 < 1728$.
 (2) א. $A(4.8, 3.6)$, $B(4.8, -3.6)$ ב. $y = \frac{3}{4}x$ ג. 27 יח"ר.
 (3) א. 0.15 ב. 0.1875 ג. 0.36
 (4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. $90^\circ - \alpha$ (2) 30° .
 (5) א. 8.49 ס"מ, 5.66 ס"מ. ג. 7.66 סמ"ר. $S_{\triangle BCM} = S_{\triangle ABN}$.
 (6) א. $x \neq 1$ ב. $m = 8$ ג. (1) $x = 1$, $y = 0$ ג. (2) $(0, 8)$, $(2, 0)$.
 ג. (3) $\min(3, -1)$.
 ג. (4) עלייה: $x < 1$ או $x > 3$; ירידה: $1 < x < 3$.
 ד. ה. $x < 1$.



- (7) א. (1) $x_{\min} = 3$; $x_{\max} = 1$. ב. (1) $(0, 0)$, $(3, 0)$.
 א. (2) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ג. 5.25 יח"ר.
 ב. (2) 

- (8) א. 2.5 ס"מ. ב. 10π ס"מ.

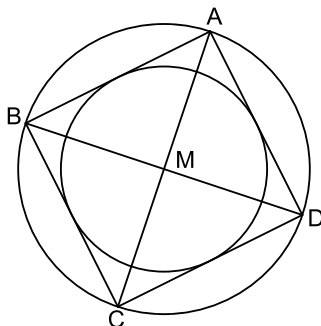
בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יואב רכב על אופניים. הוא יצא מהעיר A, עבר דרך העיר B, והגיע לעיר C. המרחק מ-B ל-C גדול ב-40 ק"מ מן המרחק מ-A ל-B.

יואב רכב מ-B ל-C במהירות קבועה הגדולה ב-20% מן המהירות הקבועה שבה רכב מ-A ל-B. זמן הרכיבה של יואב מ-B ל-C ארוך פי 1.25 מזמן הרכיבה שלו מ-A ל-B. אילו רכב יואב מ-B ל-C במהירות שבה רכב מ-A ל-B, הוא היה עובר את הדרך מ-B ל-C ב-6 שעות.
א. מצא את המהירות הרכיבה של יואב בדרך מ-A ל-B.
ב. מצא את המרחק AB.



- (2) אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור). שיעורי הקדקוד A הם (5,5).

משוואת האלכסון BD היא $y = -\frac{1}{3}x$.

- א. מצא את משוואת האלכסון AC.
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.

ד. חשב את אורך הרדיוס של המעגל החוסם בריבוע (ראה ציור).

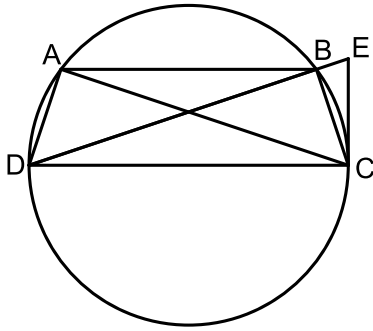
- (3) שחר קנה קופסה שיש בה כדורי טניס בשני צבעים: 4 כדורים צהובים ו-6 כדורים ירוקים. שחר הוציא מן הקופסא באקראי 3 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).

- א. (1) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים באותו הצבע?
ב. דנה קנתה 3 קופסאות של כדורי טניס. כל אחת מן הקופסאות שקנתה זהה לקופסא שקנה שחר. דנה הוציאה באקראי כדור אחד מכל אחת מן הקופסאות.
(1) מהי ההסתברות שדנה הוציאה 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות שדנה הוציאה לפחות כדור אחד ירוק?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4) טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.

המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E

עם המשך האלכסון DB.

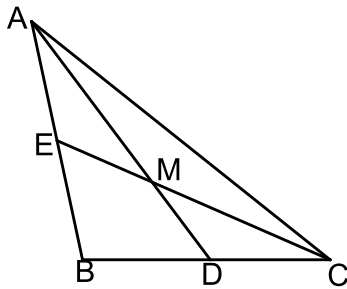
CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle DAC \sim \triangle ECD$.

ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ.

חשב את רדיוס המעגל.

ג. חשב את השטח המשולש DAC.



5) AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים

בנקודה M (ראה ציור).

נתון: $AD = 12$ ס"מ, $CE = 9$ ס"מ, $\angle CMD = 40^\circ$.

א. חשב את אורכי הקטעים MD, MC.

ב. חשב את אורך הצלע BC.

ג. חשב את גודל הזווית $\angle MCD$.

ד. חשב את שטח המשולש ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

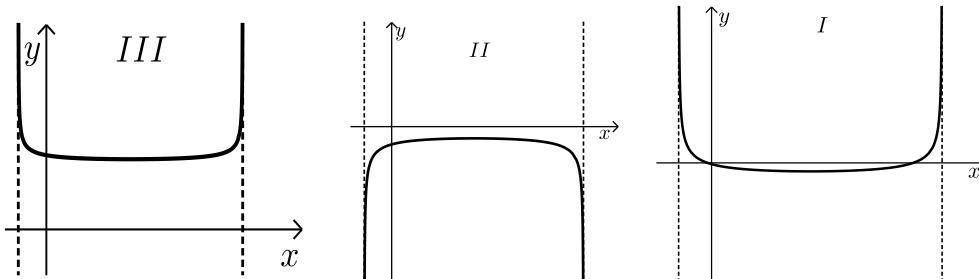
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

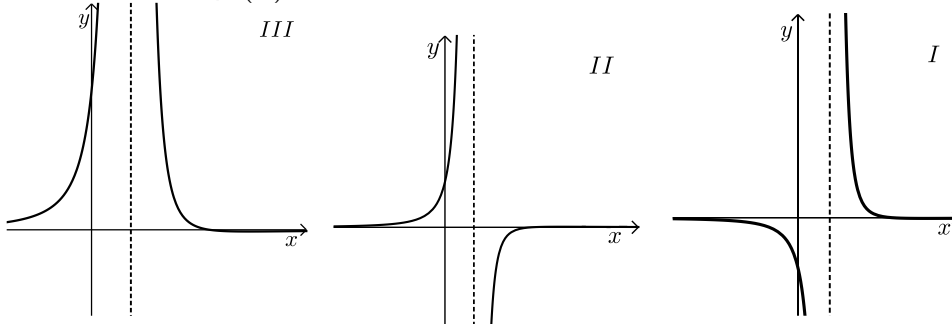
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מבין הגרפים I, II, III שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.



7 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2-x}{(x-1)^2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה המאונכות לצירים.
- מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- לפניך שלושה גרפים I, II, III.

איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



8 בציור שלפניך מתוארים גרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

$$g(x) = x^2 - 10x + a$$

a הוא פרמטר.

הגרפים נחתכים בנקודה C (ראה ציור).

שיעור ה- x של הנקודה C שווה ל-4.

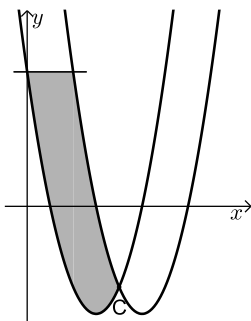
א. מצא את הערך של a .

ב. דרך נקודת החיתוך של אחד הגרפים עם ציר ה- y

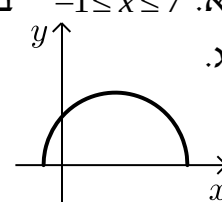
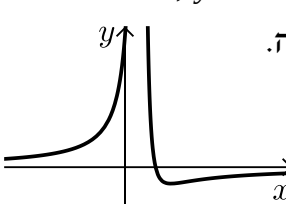
העבירו ישר המקביל לציר ה- x , כמתואר בציור.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר המקביל לציר ה- x (השטח המקווקו בציור).



תשובות סופיות:

- (1) א. 20 קמ"ש. ב. 80 ק"מ.
 (2) א. $y = 3x - 10$. ב. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 40$. ג. $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$. ד. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
 (3) א. (1) $\frac{1}{30}$. א. (2) $\frac{1}{5}$. ב. (1) $\frac{8}{125}$. (2) $\frac{117}{125}$.
 (4) א. הוכחה. ב. 15 ס"מ. ג. 207.29 סמ"ר.
 (5) א. MD = 4, MC = 6. ב. 7.81 ס"מ. ג. 41.21° . ד. 23.14 סמ"ר.
 (6) א. $-1 \leq x \leq 7$. ב. (3,4) מקסימום מוחלט; $(-1,0), (7,0)$ מינימום מוחלט. ג. $-1 < x < 7$ (1) ד. (2) גרף III.

 (7) א. $x \neq 1$. ב. (0,2), (2,0). ג. $x=1, y=0$. ד. עלייה: $x < 1$ או $x > 3$; ירידה: $1 < x < 3$. ה. גרף II.

 (8) א. $a = 21$. ב. $17\frac{1}{3}$.

שאלון 481 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 9 - פתרון בידאו של בחינות 2015

תוכן העניינים

109	1. מועד חורף.....
113	2. קיץ מועד א.....
118	3. קיץ מועד ב.....

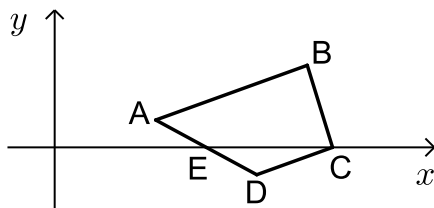
בגרות חורף 2015:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בתחילת השנה מחיר ספה היה גדול ב-1500 שקל ממחיר כורסה. בסוף השנה עלה מחיר הספה ב-8%, ומחיר הכורסה ירד ב-10%. מחיר הספה עלה באותו הסכום שהמחיר של 2 כורסאות ירד.
א. מצא את מחיר הספה, ואת מחיר הכורסה לפני שינוי המחירים.
ב. משה קנה בסוף השנה 3 כורסאות וספה אחת. בכמה אחוזים קטן הסכום ששילם עבור הקניה שלו מהסכום שהיה משלם לפני שינוי המחירים?



- (2) במרובע ABCD הקדקוד C נמצא על ציר ה- x (ראה ציור).
נתון: $\angle BCD = 90^\circ$, $AB \parallel DC$, $B(10, 3)$, $A(4, 1)$.
א. מצא את השיעורים של הקדקוד C.
הישר AD עובר דרך הנקודה $E(6, 0)$.
ב. האם הנקודה E היא אמצע הצלע AD? נמק.
ג. האם EC הוא קוטר במעגל החוסם את המשולש EDC? נמק.

- (3) בשקית א' יש 7 מטפחות צהובות ו-5 מטפחות אדומות. בשקית ב' יש 10 מטפחות: חלקן צהובות והשאר אדומות. הוציאו באקראי מטפחת אחת משקית א' ומטפחת אחת משקית ב'.

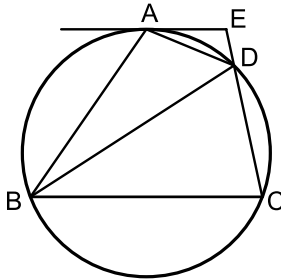
ההסתברות ששתי המטפחות צהובות היא $\frac{7}{40}$.

- א. כמה מטפחות צהובות היו בשקית ב' ?
ב. מחזירים כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה, ומוציאים באקראי מטפחת משקית א' ומטפחת משקית ב'. ידוע כי המטפחות שהוצאו הן בצבעים שונים. מהי ההסתברות שהמטפחת שהוצאה משקית ב' היא צהובה?
ג. מחזירים שוב כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה. בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי בלי החזרה שתי מטפחות. מהי ההסתברות ששתי המטפחות הן אדומות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



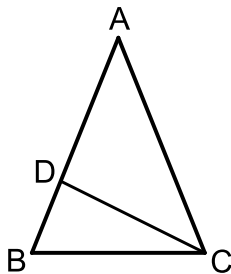
- (4) המרובע ABCD חסום במעגל.
 בנקודה A העבירו משיק למעגל.
 המשיק נפגש עם המשך CD בנקודה E (ראה ציור).
 נתון: AD חוצה-זווית EDB.
 א. הוכח כי $\triangle AED \sim \triangle BAD$.
 נתון גם כי שטח המשולש BAD גדול פי 4 משטח המשולש AED.

ב. חשב פי כמה גדול היקף המשולש BAD מהיקף המשולש AED.

ג. נתון גם כי $AD = a$.

(1) הבע באמצעות a את האורך של BD.

(2) מצא את היחס $\frac{BD}{DE}$.



- (5) במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) נקודה D נמצאת על השוק AB (ראה ציור).
 נתון: $\angle BAC = \alpha$, שטח המשולש ABC הוא 12.5 סמ"ר.
 א. הבע באמצעות α את אורך השוק של המשולש ABC.

נתון גם: $\alpha = 44^\circ$, $BD = 2$ ס"מ.

ב. מצא את האורך של DC.

ג. מצא את גודל הזווית BCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

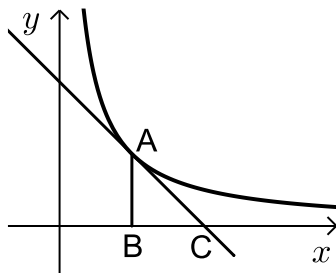
6 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x^2 - x}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 2$.
הסתמך על סעיף א, וענה על התת-סעיפים שלפניך.
 - (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$?
 - (2) מה הם השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?
 - (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 2$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) האם גרף הפונקציה חותך את הצירים? נמק.
- (3) על פי התת-סעיפים הקודמים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום ההגדרה שלה.
- ב. (1) הוסף לסקיצה שסרטטת את הישר $y = 3x + 2$, ואת הישר $x = 4$.
- (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי שני הישרים שהוספת, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

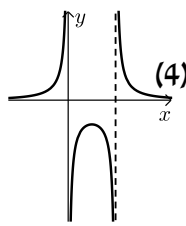
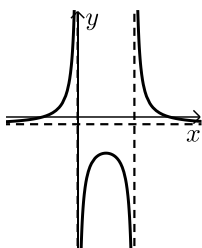
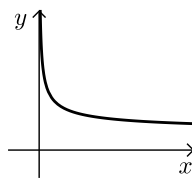
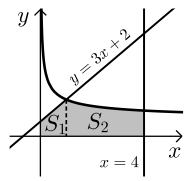
(8) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x}$ ברביע הראשון.



דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה, והעבירו אנך לציר ה- x . המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה C, והאנך חותך את ציר ה- x בנקודה B (ראה ציור). נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

- א. (1) הבע באמצעות t את שיפוע המשיק.
 (2) הבע באמצעות t את משוואת המשיק.
 (3) הבע באמצעות t את האורך של הקטע BC.
 ב. מצא את הערך של t שעבורו סכום הקטעים $AB + BC$ הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. ספה: 2500 ₪, ב. כורסה: 1000 ₪, ג. ב-1.818%.
 (2) א. $C(11,0)$, ב. כן, ג. לא.
 (3) א. 3, ב. $\frac{15}{64}$, ג. $\frac{17}{55}$.
 (4) א. הוכחה, ב. פי 2, ג. $2a$ (1) 4 (2).
 (5) א. $\frac{5}{\sqrt{\sin \alpha}}$, ב. 4.18 ס"מ, ג. 26.34° .
 (6) א. (1) $x \neq 1, x \neq 0$, (2) $y = 0, x = 1, x = 0$, (3) $\max\left(\frac{1}{2}, -8\right)$.
 (7) א. (1) $x > 0$, (2) לא, (3) $\max\left(\frac{1}{2}, -10\right)$.
 (8) א. (1) $\frac{-4}{t^2}$, (2) $y = \frac{-4}{t^2}x + \frac{8}{t}$, (3) $BC = t$, ב. $t = 2$.
 (4) 
 (3) 
 (3) 
 (1) 



בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו.
הגדילו את אורך המלבן ב-10%, והקטינו את רוחב המלבן ב-10%.
התקבל מלבן חדש.

- א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.
(2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?
ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון.
נתון כי $R = \sqrt{61}$ (ס"מ). מצא את שטח המלבן החדש.

- (2) נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$,

עובר דרך ראשית הצירים. k הוא פרמטר.

- א. (1) מצא את שני הערכים של k .
(2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.

ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.

ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.

ד. הישר $x=a$ משיק לשני המעגלים, $a > 0$.

(1) מצא את a .

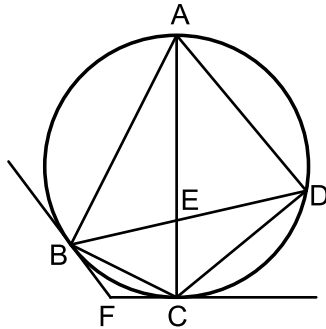
(2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

- (3) בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו-6 כדורים ירוקים.
בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.
בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).
א. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו באותו צבע?
ב. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?
ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.
מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) מרובע חסום במעגל.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

העבירו משיק למעגל בנקודה B

ומשיק למעגל ABCD בנקודה C.

המשיקים נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון $\angle ABC = 90^\circ$.

א. (1) הוכח: $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$.

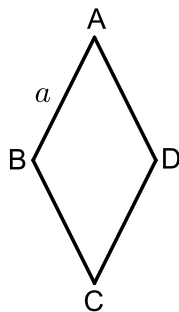
(2) הוכח: $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$.

ב. (1) הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle AED$.

(2) נתון גם: $BE \cdot DE = 21$, $AE = 7$.

מצא את קוטר המעגל.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.



(5) במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור)

נתון: $\angle BAD = 2\alpha$, $\angle BAD < 90^\circ$.

א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- α .

(2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$. מצא את α .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את

המשולש ABD הוא 10 ס"מ.

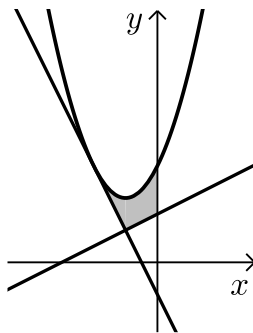
מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
($g'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

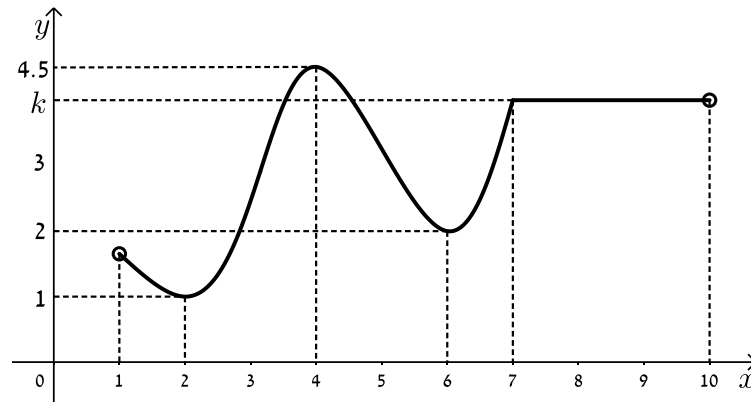


(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + ax + b$.

- a ו- b הם פרמטרים.
הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$ (ראה ציור).
- מצא את הערך של a ואת הערך של b .
הצב $a = 2$ ו- $b = 3$ וענה על סעיף ב.
- מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק,

על ידי הישר $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

(8) בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$:



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים :

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

ב. נתון : $\int_7^9 k dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר ה- y בציור.

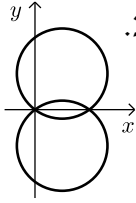
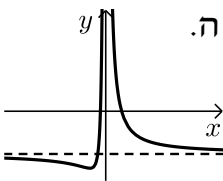
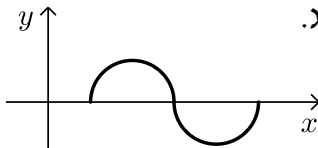
מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \leq x \leq 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x , בתחום $2 \leq x \leq 4$ (ערך מספרי).

תשובות סופיות:

- א. (1) $1.188x^2$ ב. (2) 1% ג. 118.8 סמ"ר.
- א. (2) $k = \pm 4$ ב. (2) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$, $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ ג. $(6,0)$, $(0,-8)$, $(0,0)$; $(6,0)$, $(0,8)$, $(0,0)$
- ד. (1) $a = 8$ (2) $(8,-4)$, $(8,4)$
- 
- א. (3) $\frac{11}{20} = 0.55$ ב. $\frac{9}{20} = 0.45$ ג. $\frac{5}{11}$
- א. (4) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. (1) הוכחה.
- ב. (2) 10.
- א. (5) $BD = 2a \sin \alpha$, $AC = 2a \cos \alpha$ ב. 186.602 סמ"ר.
- א. (6) $x \neq 0$ ב. $y = -1$, $x = 0$ ג. $(-1,0)$, $(3,0)$
- ד. $\min\left(-3, -\frac{4}{3}\right)$ ה. 
- א. (7) $b = 3$, $a = 2$ ב. $1\frac{5}{12}$
- א. (8) $1 < x < 2$ או $4 < x < 6$ א. (3) $x = 2$, $x = 4$, $x = 6$, $7 < x < 10$
- ג. 
- א. (2) $2 < x < 4$ או $6 < x < 7$ ב. 4 ד. 3.5

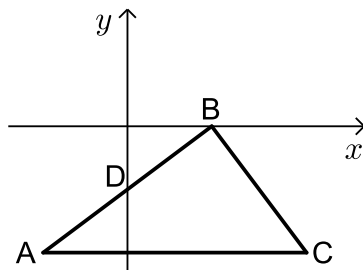
בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בסוף העונה קנתה דנה שלושה פריטי לבוש: חולצה, חצאית ומכנסיים. לפני סוף העונה היה המחיר של החולצה x שקלים, המחיר של החצאית היה גבוה ב-40 שקל מהמחיר של החולצה, והמחיר של המכנסיים היה פי 2 ממחיר החולצה. נתון כי המחיר של המכנסיים היה הגבוה ביותר מבין שלושת המחירים.
- א. בסוף העונה קיבלה דנה הנחה של 30% עבור פריט הלבוש הזול ביותר, הנחה של 20% עבור פריט הלבוש היקר ביותר והנחה של 25% עבור פריט הלבוש השלישי. דנה שילמה עבור שלושת הפריטים 274 שקלים. מה היה מחיר המכנסיים לפני סוף העונה?
- ב. בכמה אחוזים היה המחיר הכולל של שלושת הפריטים בסוף העונה נמוך ממחירם הכולל לפני סוף העונה?



- (2) נתון משולש ישר-זווית שבו $\angle ABC = 90^\circ$. הצלע AB מונחת על הישר $3x - 4y = 12$. הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה D. הצלע AC מקבילה לציר ה- x . הנקודה D היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).
- א. מצא את משוואת הצלע AC.
- ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.
- ג. נתון כי המרובע BACF הוא מקבילית ($BF \parallel AC$, $AB \parallel CF$). מצא את השיעורים של הנקודה F.
- ד. מצא את השטח של המקבילית BACF.

(3) שניים מהלומדים (בנים / בנות) באוניברסיטה גדולה מועמדים לתפקיד של יושב ראש אגודת הסטודנטים באוניברסיטה. 40% מהלומדים הם בנים, והשאר בנות. $\frac{3}{4}$ מהבנים תומכים במועמד א', והשאר תומכים במועמד ב'.

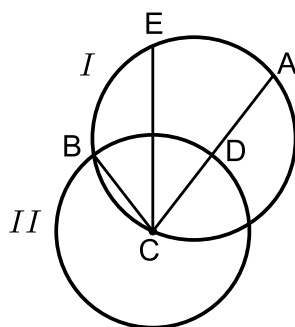
$\frac{1}{3}$ מהבנות תומכות במועמד ב', והשאר תומכות במועמד א'.

- מצא את אחוז התומכים במועמד א'.
- מבין הלומדים נבחר באקראי תומך במועמד א' (בן / בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?
- בחרו באקראי 4 לומדים באוניברסיטה (בנים / בנות). מהי ההסתברות שיותר ממחציתם תומכים במועמד א'?

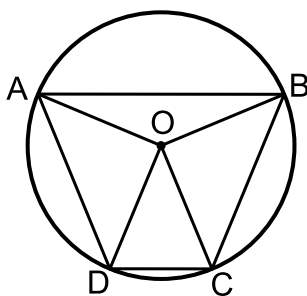
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) נקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של שני מעגלים, I ו-II. נקודה C היא מרכז המעגל II, והיא נמצאת על המעגל I. הנקודות A ו-E נמצאות על המעגל I כך ש- $\widehat{EB} = \widehat{EA}$. המיתר AC חותך את המעגל II בנקודה D (ראה ציור).
- הוכח: $\triangle EBC \cong \triangle EDC$.
 - המיתר EC חותך את המיתר AB בנקודה F. הוכח: $\triangle EBF \sim \triangle ECD$.



- (5) טרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור). נתון: $\angle AOB = 135^\circ$, $\angle DOC = 45^\circ$.
- מצא את $\angle BOC$.
 - מצא את $\angle BAD$.
- נתון כי גובה הטרפז הוא 13.065 ס"מ. מצא את R.
 - הראה כי שטח המשולש AOB שווה לשטח המשולש DOC.
 - מצא את שטח הטרפז ABCD.

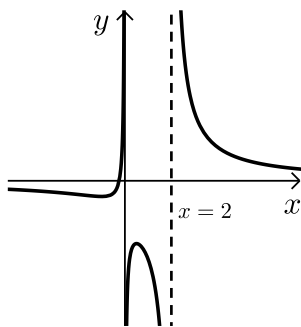
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

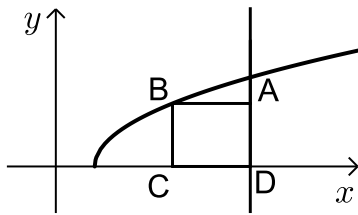
6 נתונה הפונקציה $f(x) = 8(2x-1)^3$ המוגדרת לכל x .

- א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הגרף של הפונקציה $g(x)$ הוא קו ישר. ישר זה עובר דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- 1) מצא את משוואת הישר.
- 2) מצא את הערך של $g\left(\frac{1}{4}\right)$ ואת הערך של $f\left(\frac{1}{4}\right)$.
- 3) מצא את השטח הרביעי הרביעי, המוגבל על ידי הישר ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$.

7 בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x) = \frac{4x+1}{ax^2-2x}$



- א. a הוא פרמטר.
- א. מצא את הערך של a .
- הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. 1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
- 2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 < x < 2$.



(8) הקדקוד B של המלבן ABCD נמצא על גרף

$$f(x) = \sqrt{2x-4}$$

הצלע AD מונחת על הישר $x=10$

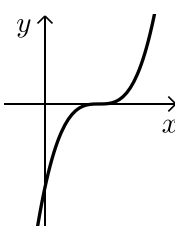
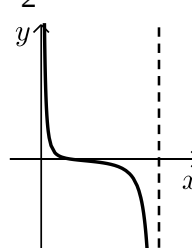
והצלע DC מונחת על ציר ה- x . (ראה ציור).

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה F (ראה ציור).

מצא את שטח המשולש BFC כאשר שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי. (הערה: תוכל להשאיר שורש בתשובתיך).

תשובות סופיות:

- (1) א. 160 ש. ב. 23.89% .
 (2) א. $y = -6$. ב. $(8.5, -6)$. ג. $(16.5, 0)$. ד. 75 יח"ר.
 (3) א. 70% . ב. $\frac{4}{7}$. ג. 0.6517 .
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה.
 (5) א. 90° (1) . ב. 67.5° (2) . ג. 10 ס"מ. ד. 170.71 סמ"ר.
 (6) א. $(1, 0)$, $(0, -8)$, (2) עלייה: כל x , ירידה: אין. ב.  . ג. $y = 16x - 8$ (1) , $f\left(\frac{1}{4}\right) = -1$, $g\left(\frac{1}{4}\right) = -4$ (2) .
 (3) 1 יח"ר.
 (7) א. $a = 1$. ב. $x \neq 0$, $x \neq 2$. ג. עלייה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $-1 < x < 0$; ירידה: $x > 2$ או $\frac{1}{2} < x < 2$ או $x < -1$.
 ד. $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ (1) . (2) 

- (8) א. $\left(4\frac{2}{3}, 2.31\right)$. ב. 3.08 יח"ר.

שאלון 481 - פתרון בגריות משנים קודמות

פרק 10 - פתרון בידאו של בחינות 2014

תוכן העניינים

122	1. מועד חורף
127	2. קיץ מועד א
131	3. קיץ מועד ב
136	4. קיץ מועד ג

בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתון מעגל I שרדיוסו r , ונתון מעגל II שרדיוסו R .
הרדיוס R גדול מהרדיוס r ב-30%.

- א. מצא בכמה אחוזים גדול שטל העיגול II משטח העיגול I.
ב. ידוע כי שטח העיגול II גדול ב-54.165 סמ"ר משטח העיגול I.
חשב את הרדיוס r . בחישובך השתמש ב- $\pi = 3.14$.

(2) במלבן ABCD הקדקוד A נמצא על יד ציר ה- x (ראה ציור).
שיעור ה- y של הקדקוד B הוא 8.

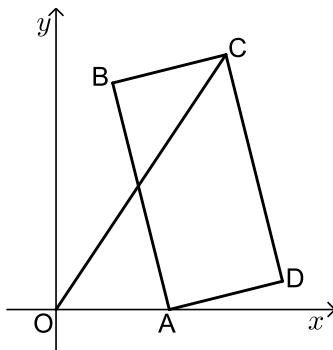
משוואת הצלע BC היא: $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$.

משוואת הישר OC (O - ראשית הצירים) היא: $y = 1.5x$.

א. מצא את השיעורים של קדקוד B ושל הקדקוד C.

- ב. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד A.
(2) מצא את השיעורים של נקודות המפגש של אלכסוני המלבן.

ג. מצא את שטח המשולש OAD.



- (3) ענת אבי ודוד מתמודדים על תפקיד יושב-ראש של מועצת התלמידים בבית הספר. לפניך תוצאות של סקר שנערך לפני הבחירות בקרב תלמידי בית הספר.

המתחרה	ענת	אבי	דוד
מספר הבנים התומכים	100	200	100
מספר הבנות התומכות	200	150	50

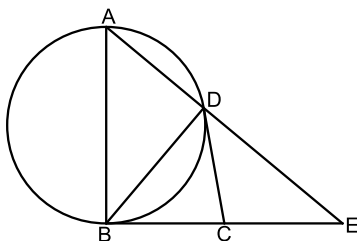
(כל תלמיד תומך בדיוק באחד המתמודדים).

- א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר. מהי ההסתברות שהוא תומך באבי?
- ב. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר. ידוע שהוא תומך בענת. מה ההסתברות שהתומך הוא בת?
- ג. (1) בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר. ידוע שהוא אינו תומך בענת. מהי ההסתברות שהוא תומך בדוד?
- (2) בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים/בנות) מבין אלה שאינם תומכים בענת. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תומך בדוד? (הניסיונות הם בלתי תלויים).

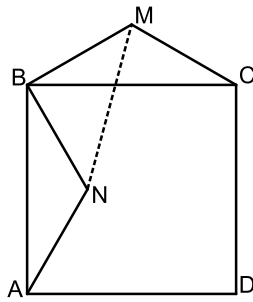
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

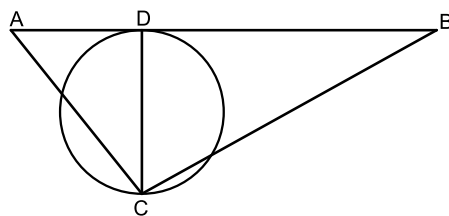
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (4) CB ו-CD הם שני משיקים למעגל.
 AB הוא קוטר במעגל זה.
 המשך AD והמשך BC נפגשים בנקודה E (ראה ציור).
 א. הוכח: $\angle DCB = 2 \cdot \angle E$.
 ב. הוכח: $BD^2 = AD \cdot DE$.
 ג. הוכח: DC הוא תיכון במשולש BDE.



- (5) נתון משולש שווה שוקיים MBC ($MC = MB$)
 על הבסיס BC בנו ריבוע ABCD.
 N היא נקודה בתוך הריבוע כך ש- $\triangle NBA \cong \triangle MBC$
 בהתאמה (ראה ציור).
 א. הוכח כי: $\angle MBN = 90^\circ$.
 ב. הוכח כי: $\angle BMN = \angle BNM$.
 ג. נתון גם: 16 ס"מ $MN =$, $\angle BMC = 120^\circ$.
 חשב את האורך של צלע הריבוע ABCD.



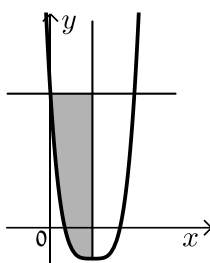
- (6) נתון משולש ABC. מעגל שקוטרו CD משיק לצלע AB בנקודה D (ראה ציור).
 נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle DAC = \alpha$.
 רדיוס המעגל הוא R.
 א. הבע באמצעות R, α ו- β את אורך הצלע AB.
 ב. מצא את $\angle ACB$, אם $\beta = \alpha$.
 ושטח המשולש ABC הוא $4R^2$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

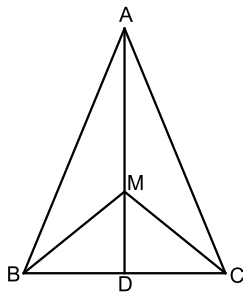
שורש $\left(33\frac{1}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x-2)^4 - 3$.
 דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו ישר
 המאונך לציר ה- x , ודרך נקודת החיתוך של גרף
 הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x
 (ראה ציור).
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. מצא את משוואת האנך ואת משוואת המקביל.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי
 האנך ועל ידי המקביל (השטח המקווקו בציור).



- (8) נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) שבו אורך הגובה AD לבסיס BC הוא 12 ס"מ, ואורך הבסיס BC הוא 10 ס"מ. M היא נקודה כלשהי על הגובה AD . נסמן: $MD = x$.

א. מצא עבור איזה ערך של x סכום הקטעים $AM + MB + MC$ הוא מינימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

ב. חשב את גודל הזווית BMC עבור הערך של x שמצאת בסעיף א.

- (9) נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = x - \frac{16}{x^3}$, $x \neq 0$.

א. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) שיעור ה- y של כל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 4.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$,

וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

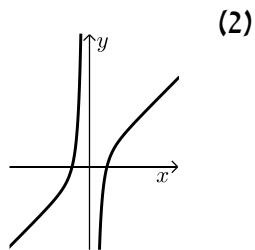
(2) ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

תשובות סופיות:

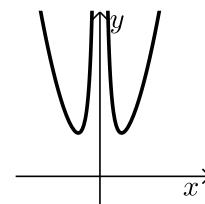
- (1) א. 69% ב. 5 ס"מ = r .
- (2) א. $C(6,9)$, $B(2,8)$ ב. $A(4,0)$ (1) (2) $(5,4.5)$ ג. 2 יח"ר.
- (3) א. $0.4375 = \frac{7}{16}$ ב. $\frac{2}{3}$ ג. (1) 0.3 (2) 0.83193.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 19.596 ס"מ = $8\sqrt{6}$.
- (6) א. $\frac{2R}{\tan \alpha} + \frac{2R}{\tan \beta}$ ב. 90° .
- (7) א. כל x ב. $y=13$, $x=1$ ג. 12.8.
- (8) א. $x = \frac{5\sqrt{3}}{3} = 2.887$ ב. 120° .

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2} \quad (2)$$



$$x_{\min} = 2, x_{\min} = -2 \quad (1) \quad \text{א.}$$

ב. (1) $x=0$



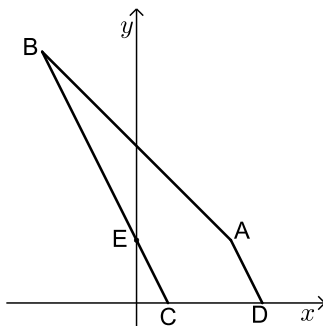
בגרות קיץ 2014 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) כל אחת משתי חברות תיירות, חברה א' וחברה ב', פרסמה באינטרנט הצעה לטיול בחו"ל. לכל הצעה יש אותו מחיר. המחיר של כל אחת מההצעות כולל את מחיר הטיסה ואת מחיר האירוח במלון.
מחיר הטיסה בחברה א' קטן ב-10% ממחיר הטיסה בחברה ב'.
מחיר האירוח במלון בחברה א' גדול ב-20% ממחיר האירוח במלון בחברה ב'.
סמן ב- x את מחיר הטיסה בחברה ב', וב- y את מחיר האירוח במלון בחברה ב'.
א. הראה כי: $x = 2y$.

ב. יוסי הזמין את הטיסה בחברה א' ואת האירוח במלון בחברה ב' ושילם סך הכול 5040 שקלים.
מצא את מחיר הטיסה בחברה ב', ואת מחיר האירוח במלון בחברה ב'.



- (2) ABCD הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
הצלע AB מונחת על הישר $x + y = 10$, והצלע CD מונחת על ציר ה- x . נתון: $C(2,0)$, $D(8,0)$, שיעור ה- x של הנקודה A הוא 6.
א. מצא את שיעור ה- y של הנקודה A.
ב. מצא את משוואת הישר AD.
ג. מצא את שיעורי הנקודה B.
ד. הישר BC חותך את ציר ה- y בנקודה E.
(1) הראה כי הישר AE מקביל לציר ה- x .
(2) מצא את שטח המשולש AEB.

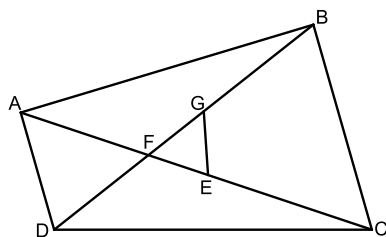
(3) ערכו סקר בקרב מספר גדול של תלמידים. הסקר בדק כמה תלמידים רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים. על פי ממצא הסקר, 60% מהמשתתפים בסקר (בנים / בנות) רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים. מספר הבנים שהשתתפו בסקר קטן פי 3 ממספר הבנות שהשתתפו בסקר. ידוע כי 80% מן הבנים שהשתתפו בסקר רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים.

- א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) שהשתתף בסקר.
 (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת הרוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?
 (2) ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שהיא רוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?
 ב. בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים / בנות) מבין המשתתפים בסקר. מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



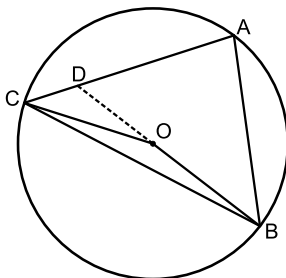
(4) F היא נקודת החיתוך של האלכסונים במרובע ABCD. הנקודה E נמצאת על FC, והנקודה G נמצאת על FB, באופן שהמרובע BCEG הוא בר-חסימה במעגל (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle AFE \sim \triangle BFC$.

ב. נתון: $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$.

הוכח: $\triangle FDA \sim \triangle FEG$.

ג. הוכח: $AD \parallel BC$.



(5) ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AC = AB$), החסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור). נתון: $\angle BAC = 80^\circ$.

א. הבע באמצעות R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את $\angle COB$. נמק.

ג. המשך OB חותך את השוק AC

בנקודה D (ראה ציור).

נתון: $BD = 5$ ס"מ.

(1) מצא את $\angle ABD$.

(2) מצא את R.

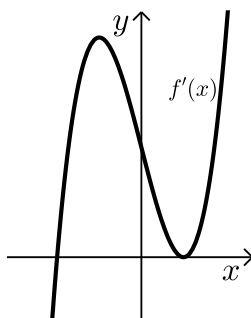
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

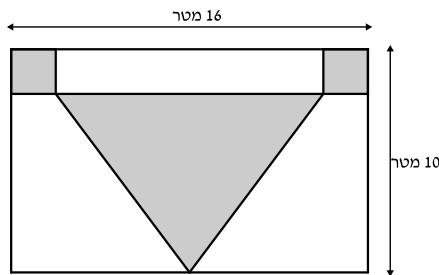
6 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- האם הישר $y = x - 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

7 $f(x)$ היא פונקציה שמוגדרת לכל x .



- בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עובר דרך הנקודות: $(-2, 0)$, $(1, 0)$.
- א. על פי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$? נמק.
- נתון כי פונקציית הנגזרת היא: $f'(x) = 4x^3 - 12x + 8$.
- שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא -10.
- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- מצא את השיעורים של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 0.

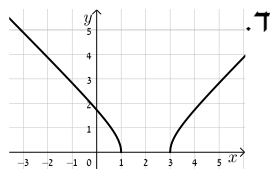


- (8) האורך של קיר בצורת מלבן הוא 16 מטר, והגובה של הקיר הוא 10 מטר.
 רוצים לצפות בקרמיקה חלק מהקיר.
 החלק שרוצים לצפות כולל:
 - שני ריבועים זהים בפינות המלבן
 - משולש שווה-שוקיים שבסיסו מקביל לצלע המלבן (השטחים האפורים בציור).
 סמן ב- x את האורך של צלע הריבוע, וענה על הסעיפים א-ג.

- א. הבע באמצעות x את הגובה לבסיס במשולש שווה-השוקיים.
 ב. מה צריך להיות x , כדי שסכום השטחים שרוצים לצפות בקרמיקה יהיה מינימלי?
 ג. עבור ה- x שמצאת בסעיף ב, חשב כמה אחוזים משטח הקיר מהווה החלק שרוצים לצפות בקרמיקה.

תשובות סופיות:

- (1) א. $y = 1800$, $x = 3600$.
 (2) א. 4. ב. $y = -2x + 16$. ג. $(-6, 16)$. ד. $y = 4$ (1) 36 יח"ר.
 (3) א. 0.4 (1) $\frac{8}{15}$ (2). ב. 0.33696 . ג. הוכחה.
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
 (5) א. $1.532R$. ב. 160° . ג. 40° (1) 2.87 (2) ס"מ.
 (6) א. $x \leq 3$ או $x \geq 1$. ב. $(0, \sqrt{3})$, $(3, 0)$, $(1, 0)$. ג. עלייה: $x > 3$. ד. $x < 1$. ה. לא.
 (7) א. $x_{\min} = -2$ (2) $x > -2$ עלייה: $x > -2$. ב. $x < -2$ ירידה: $x < -2$. ג. 33.125% .
 (8) א. $10 - x$. ב. $x = 3$. ג. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 14$ (3) $(-2, -10)$, $(1, 17)$. ד. $(-2, -10)$, $(1, 17)$.

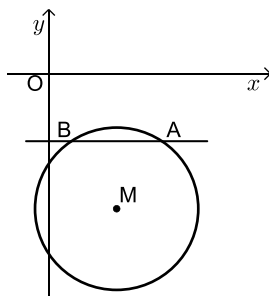


בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B. הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מיד ליישוב A. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ. מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-3 קמ"ש מהמהירות שלו בדרכו ליישוב B. זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך ב-50 דקות מזמן הרכיבה ליישוב B.
- א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.
- ב. מצא באיזה מרחק מיישוב B היה הרוכב כעבור $3\frac{1}{2}$ שעות מרגע היציאה מיישוב A.



- (2) הישר $y = -3$ חותך מעגל בנקודות A ו-B (ראה ציור).

הנקודה A נמצאת גם על הישר: $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

- א. מצא את השיעורים של הנקודה A.
- ב. נתון כי מרכז המעגל הוא $M(3, -6)$. מצא את משוואת המעגל.
- ג. מצא את שטח המרובע OAMB (O – ראשית הצירים).

(3) בעיר גדולה ערכה מחלקת החינוך סקר שהשתתפו בו כל המורים המלמדים במוסדות החינוך בעיר. המורים נשאלו באיזו שעה הם מעדיפים להתחיל את יום הלימודים : בשעה 8:00 או בשעה 9:00.

$\frac{1}{5}$ מן המשתתפים בסקר הן נשים שמעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

$\frac{1}{4}$ מן הנשים שהשתתפו בסקר מעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

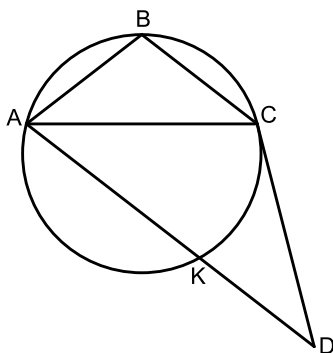
$\frac{1}{2}$ מן הגברים שהשתתפו בסקר מעדיפים להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

- מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה). מהי ההסתברות שהוא מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 8:00?
- מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה) שמעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00. מהי ההסתברות שנבחרה אישה?
- מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי 5 מורים (גברים / נשים). מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) משולש שווה-שוקיים (קהה-זווית) ABC ($AB = BC$)

חסום במעגל. הישר CD משיק למעגל בנקודה C .

נתון כי $AD \parallel BC$ (ראה ציור).

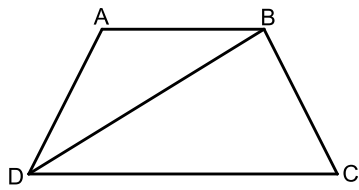
א. הוכח כי משולש ACD הוא

משולש שווה-שוקיים.

AD חותך את המעגל בנקודה K . הוכח:

ב. $\angle CKD = \angle ABC$.

ג. $\triangle ABC \cong \triangle ACKD$.



(5) ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים

(ראה ציור). ($AB < DC$, $AB \parallel DC$)

נתון: $\angle ABD = \alpha$, $AD = AB = BC = m$.

א. נתון כי שטח המשולש DAB הוא: $\frac{m^2 \sqrt{3}}{4}$.

מצא את α .

ב. נתון כי שטח הטרפז ABCD הוא: $27\sqrt{3}$.

מצא את m .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה $f(x) = 1 - \frac{1}{(x-5)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x < 5$,

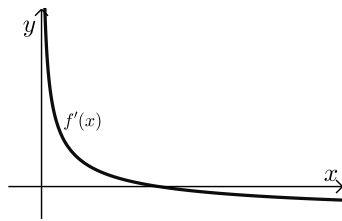
ומצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x > 5$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.

מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המשיק עם האסימפטוטות

של הפונקציה $f(x)$.



7) בציור שלפניך מוצג גרף של פונקציה

$$\text{הנגזרת: } x > 0, f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - 1$$

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה- x .

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נמק.

ג. ידוע כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$ הוא 0. מצא את $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=4$, על ידי הישר $x=25$ ועל ידי ציר ה- x .

8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 9 \quad \text{ו-} \quad g(x) = (x-3)^2 - 1$$

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)$.

מהנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה- y וחותך את גרף

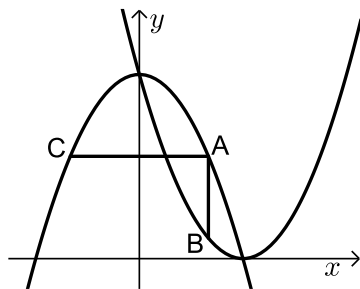
הפונקציה $g(x)$ בנקודה B, וישר אחר, המקביל

לציר ה- x וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C (ראה ציור).

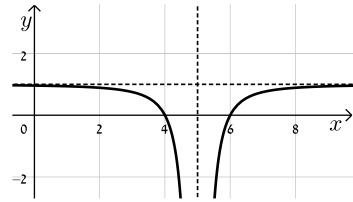
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.



תשובות סופיות:

- (1) א. 12 קמ"ש. ב. 9 קמ"ש.
- (2) א. $(5, -3)$ ב. $(x-3)^2 + (y+6)^2 = 13$ ג. 12 יח"ר.
- (3) א. 0.3 ב. $\frac{6}{7}$ ג. 0.02835.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. 30° ב. 6.
- (6) א. $x \neq 5$ (1) (2) $x = 5, y = 1$ (3) $(0, \frac{24}{25})$, $(4, 0)$, $(6, 0)$ ג.
- (4) הסימן של $f'(x)$: שלילי בתחום $x < 5$; חיובי בתחום $x > 5$.
- ג. $(3.5, 1)$, $(5, -2)$.
- ב.
- 
- (7) א. $x = 16$ ב. $x_{\max} = 16$ ג. $f(x) = 8\sqrt{x} - x - 16$.
- ד. 5.
- (8) א. $A(t, -t^2 + 9)$, $B(t, (t-3)^2)$, $C(-t, -t^2 + 9)$ ב. $t = 2$.

בגרות קיץ 2014 מועד ג':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 1) רמי ויוסי קנו מחברות זהות באותה החנות.
רמי קנה מספר מסוים של המחברות.
אילו רמי היה קונה מחברת אחת יותר משקנה, היה משלם סך הכול 80 שקלים.
יוסי קנה 5 מחברות יותר ממספר המחברות שקנה רמי,
וקיבל הנחה של 15% על כל מחברת.
יוסי שילם סך הכול 10 שקלים יותר מהסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.
מצא את הסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.**

- (2) נתון מעגל המשיק לצירים.**

נקודה C היא נקודת ההשקה עם ציר ה- x .

מרכז המעגל M מונח על ישר שמשוואתו: $y = 1.2x - 1$.

הישר חותך את ציר ה- y בנקודה A (ראה ציור).

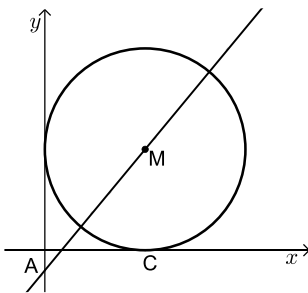
א. (1) מצא את השיעורים של מרכז המעגל M.

(2) רשום את משוואת המעגל.

ב. דרך הנקודה C העבירו מקביל לישר AM.

המקביל חותך את ציר ה- y בנקודה E .

מצא את שטח המרובע AMCE.

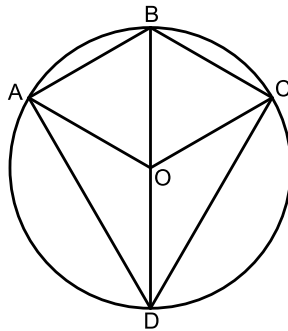


- (3) יוסי ואורי מתמודדים ביניהם בתחרות שש-בש.
בתחרות 6 משחקים. מי שמנצח ביותר משחקים הוא המנצח בתחרות.
בכל משחק בודד מנצח אחד מהם. (אין תיקו במשחק בודד).
ההסתברות שיוסי ינצח במשחק בודד היא 0.5.
(בכל משחק יש ליוסי אותה הסתברות לנצח).
א. מהי ההסתברות שיוסי ינצח בתחרות?
ב. מהי ההסתברות שאחד מהם ינצח בתחרות?
ג. מהי ההסתברות שהתחרות תסתיים בתיקו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

BD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

נתון: $\angle AOB = \angle COB = \alpha$.

א. הוכח כי BD חוצה זווית ADC.

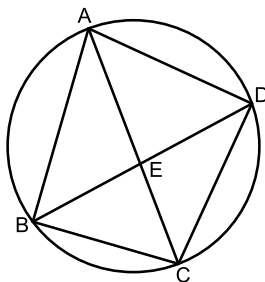
ב. (1) הבע באמצעות α את $\angle ABC$.

(2) האם אפשר לחסום במעגל את

המרובע ABCO? נמק.

ג. נתון: $\angle AOC = 120^\circ$.

הוכח כי המרובע ABCO הוא מעוין.



(5) מרובע ABCD חסום במעגל (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 8$ ס"מ.

רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.

א. חשב את גודל הזווית BDC.

ב. נתון גם: $DC = 7$ ס"מ.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

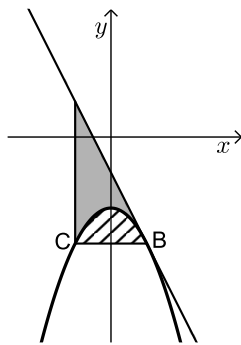
(1) חשב את גודל הזווית DBC.

(2) חשב את AE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 - 2$.



B ו-C הן נקודות על גרף הפונקציה כך ש-BC מקביל לציר ה-x. הנקודה B נמצאת ברביע הרביעי. דרך הנקודה B העבירו משיק לגרף הפונקציה (ראה ציור). המשיק מקביל לישר $y = -2x + 1$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. דרך הנקודה C העבירו אנך ל-BC (ראה ציור).

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$

ועל ידי הישר BC (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המנוקד בציור).

מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

7 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ-1.

נתון כי פונקציית הנגזרת של $f(x)$ היא: $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$.

הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

א. מצא את השיעורים של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

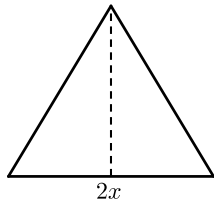
ב. מצא את הפונקציה $f(x)$, ואת השיעורים של נקודת המקסימום שלה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ המקביל למשיק $y = 3$.

שני המשיקים יוצרים מלבן עם ציר ה-y ועם האסימפטוטה האנכית

של הפונקציה $f(x)$. מצא את שטח המלבן.



8 נתון משולש שווה-שוקיים שהיקפו 30 ס"מ.

א. סמן ב- $2x$ את בסיס המשולש, והבע באמצעות x את גובה המשולש לבסיס.

ב. מה צריך להיות x כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?

ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימלי הוא משולש שווה-צלעות.

תשובות סופיות:

1 75 נח.

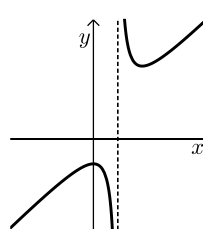
2 א. (1) $M(5,5)$ ב. (2) $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$ ב. 25 יח"ר.

3 א. $\frac{11}{32} = 0.34375$ ב. $\frac{11}{16} = 0.6875$ ג. $\frac{5}{16} = 0.3125$

4 א. הוכחה. ב. (1) $180^\circ - \alpha$ ג. הוכחה. (2) לא.

5 א. 36.87° ב. (1) 44.43° (2) 5.763 ס"מ.

6 א. $y = -2x - 1$ ב. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$

7 א. (2,3) ב. $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$, (0,-1) ג.  ד. 4 יח"ר.

8 א. $\sqrt{225-30x}$ ב. $x=5$ ג. כל הצלעות שוות ל-10 ס"מ במשולש המקסימלי.

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 11 - פתרון בוידאו של בחינות 2013

תוכן העניינים

140	1. מועד חורף.....
144	2. קיץ מועד א.....
149	3. קיץ מועד ב.....

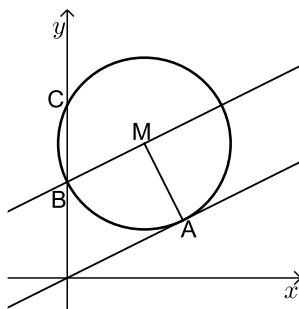
בגרות חורף 2013:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) רוכב אופניים יצא מיישוב A ליישוב B, ובדיוק באותה השעה יצא הולך רגל מיישוב B ליישוב A. הולך הרגל הלך במהירות קבועה שקטנה ב- 10 קמ"ש מהמהירות של רוכב האופניים. כעבור 24 דקות המרחק בין רוכב האופניים להולך רגל היה 12 ק"מ. כעבור 36 דקות נוספות הם נפגשו.
א. מצא את המהירות של רוכב האופניים.
ב. מצא באיזה מרחק מיישוב A נפגשו רוכב האופניים והולך הרגל.



- (2) נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על הישר $y = 7$.

הישר $y = \frac{1}{2}x$ משיק למעגל בנקודה A(6,3) (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את השיעורים של מרכז M.

(2) מצא את משוואת המעגל.

ב. המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו-C.

נקודה C נמצאת מעל נקודה B (ראה ציור).

(1) הראה כי הישר BM מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה A.

(2) מצא את שטח המשולש BMA.

- (3) בשלוש קופסאות A, B ו-C יש כדורים שחורים ולבנים.

בקופסה A יש 2 כדורים שחורים ו-3 כדורים לבנים.

בקופסה B יש 3 כדורים שחורים ו-2 כדורים לבנים.

בקופסה C יש 4 כדורים שחורים ו-1 כדור לבן.

א. בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה באקראי כדור אחד.

(1) מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?

(2) ידוע שהוצא כדור לבן. מהי ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה B?

ב. מקופסה C מוציאים באקראי 2 כדורים זה אחר זה בלי החזרה.

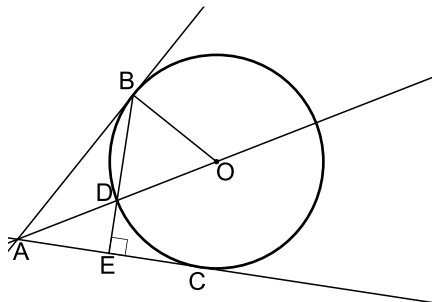
מהי ההסתברות שאחרי הוצאת הכדורים לא נותר בקופסה C כדור לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (4) מנקודה A יוצא ישר המשיק בנקודה B למעגל שמרכזו O. הקטע AO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).



א. הוכח כי $\angle BOD = 2 \cdot \angle ABD$.

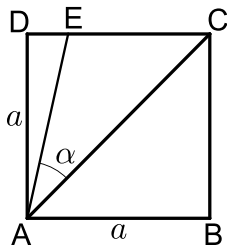
מנקודה A יוצא עוד ישר המשיק למעגל בנקודה C. המשך המיתר BD חותך את AC בנקודה E (ראה ציור). נתון כי $BE \perp AC$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\angle BOD = 2 \cdot \angle DAE$.

(2) הוכח כי $BD = AD$.

- (5) נתון ריבוע ABCD שאורך צלעו a ס"מ. נקודה E נמצאת על צלע DC (ראה ציור).



נתון: $DE = 2$ ס"מ, $\angle EAC = \alpha$.

א. הבע את a באמצעות α .

ב. אם נתון כי $\alpha = 30^\circ$, חשב את שטח המשולש ACE.

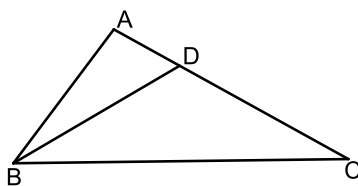
ג. חשב את α במקרה שבו $DE = EC = 2$ ס"מ.

- (6) במשולש ABC נתון: $AB = 5$ ס"מ

$BC = 10$ ס"מ, $AC = 8$ ס"מ

נקודה D נמצאת על הצלע AC

כך ש- $BD = DC$ (ראה ציור).



א. חשב את זוויות המשולש BDC.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD

לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 - מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 - ענה על הסעיפים הבאים:
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - היעזר בגרף שסרטטת, ומצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.

(8) בציור שלפניך מוצגות שתי פרבולות:

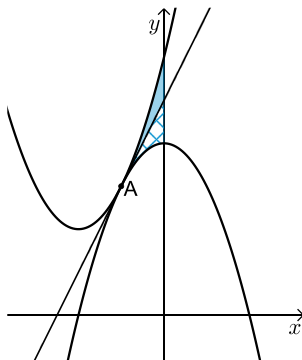
$$f(x) = x^2 + 4x + 6 ; g(x) = -x^2 + c$$

c הוא פרמטר. הפרבולות משיקות זו לזו בנקודה A. דרך נקודה A העבירו משיק המשותף לשתי הפרבולות (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- סמן ב- t את שיעור ה- x של נקודה A, והבע באמצעות t את השיפוע של המשיק המשותף. הבע בשני אופנים.
- מצא את השיעורים של נקודה A.
- מצא את ערך הפרמטר c .

ב. המשיק המשותף מחלק את השטח, המוגבל על ידי שתי הפרבולות ועל ידי ציר ה- y , לשני שטחים (השטח האפור והשטח המקווקו בציור). הצב את הערך של הפרמטר c שמצאת, והראה כי שני השטחים שווים זה לזה.

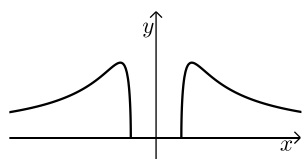




(9) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. מבין כל המלבנים ששטחם k סמ"ר, הבע באמצעות k את צלעות המלבן שהיקפו מינימלי.
 ב. נתון כי קוטר המעגל החוסם את המלבן שהיקפו מינימלי, הוא 8 ס"מ. מצא את הערך של k .

תשובות סופיות:

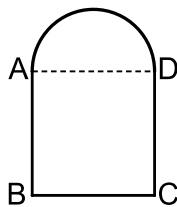
- (1) א. 15 קמ"ש. ב. 15 ק"מ.
 (2) א. $M(4,7)$ (1) (2) $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$ (3) 10 יח"ר.
 (3) א. $(1) \frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$ ב. $\frac{2}{5}$
 (4) א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה.
 (5) א. $a = \frac{2}{\tan(45^\circ - \alpha)}$ ב. 20.36 סמ"ר. ג. 18.43°
 (6) א. $29.686^\circ, 29.686^\circ, 120.62^\circ$ ב. $\frac{1}{2}$
 (7) א. $x \leq -2$ או $x \geq 2$ ב. $(-2,0), (2,0)$ ג. $(-\sqrt{8}, \frac{1}{4})_{\max}, (\sqrt{8}, \frac{1}{4})_{\max}, (2,0)_{\min}, (-2,0)_{\min}$
 ד. (1) $y = \frac{1}{4}$ (2) $y = \frac{1}{4}$

 (8) א. $(1) 2t+4, -2t$ (2) $A(-1,3)$ (3) $c=4$
 (9) א. $AB = \sqrt{k}, BC = \sqrt{k}$ ב. $k=32$

בגרות קיץ 2013 מועד א':

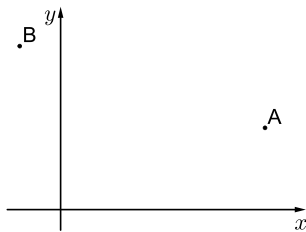
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) חלון מורכב מחצי עיגול ומריבוע ABCD. צלע הריבוע AD היא קוטר של חצי העיגול, כמתואר בציור. שטח הריבוע גדול ב- 0.2187 מ"ר משטח חצי העיגול. מצא את ההיקף של המסגרת החיצונית של החלון. בחישובך השתמש ב- $\pi = 3.14$.



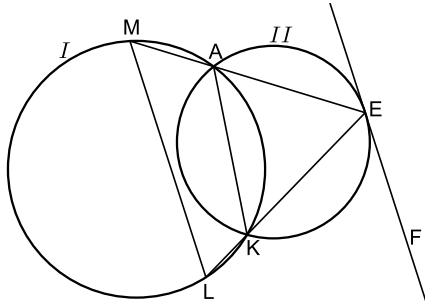
- (2) נתונות הנקודות $A(10,4)$ ו- $B(-2,8)$ (ראה ציור). נקודה P נמצאת על ציר ה- x כך שמרחקה מנקודה A שווה למרחקה מנקודה B. א. מצא את השיעורים של הנקודה P. הנקודות A, B ו-P הן קדקודים של מרובע ADBP. נתון: $BD \parallel PA$, $BP \parallel AD$. ב. מצא את השיעורים של הקדקוד D. ג. מצא את אורך הרדיוס של מעגל החוסם את המשולש BDA. נמק.

- (3) חקלאי מייצא פרחים לבנים ופרחים אדומים. במחסן של חקלאי: $\frac{1}{12}$ מהפרחים הלבנים הם ורדים. $\frac{2}{3}$ מהפרחים האדומים הם ורדים. 25% מכלל הפרחים הם ורדים, והשאר הם חבצלות. א. בוחרים באקראי פרח מבין הפרחים שבמחסן. (1) מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום? (2) מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום אם ידוע שהוא ורד? ב. נתון שמספר הוורדים האדומים במחסן הוא 300. מהו מספר הפרחים במחסן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

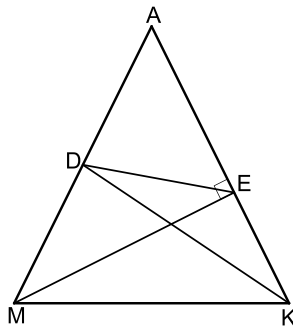


- (4) מרובע AKLM חסום במעגל I.
דרך קדקודים A ו-K העבירו מעגל II.
המשכי הצלעות MA ו-LK נפגשים
בנקודה E שעל המעגל II.
הישר FE משיק למעגל II בנקודה E
(ראה ציור).

א. הוכח כי FE מקביל למיתר LM.

ב. נתון: $AE = 6$ ס"מ, $KE = 7$ ס"מ, $KL = 2$ ס"מ.

- (1) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המשולש LEM.
- (2) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המרובע AKLM.



- (5) במשולש שווה שוקיים AMK (AK=AM) KD הוא תיכון לשוק AM,

ו-ME הוא גובה לשוק AK (ראה ציור).

א. הוכח כי $\angle DAE = \angle DEA$.

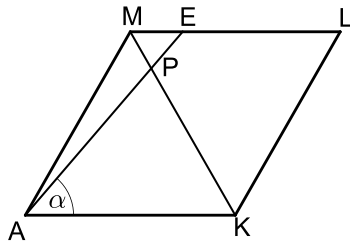
נתון: $AM = 2b$, $\angle MAK = 2\alpha$.

ב. הבע באמצעות b ו- α את שטח המשולש ADE.

ג. אם נתון גם כי $MK = 2 \cdot DE$:

(1) חשב את α .

(2) הוכח כי $DE \parallel MK$.



(6) נתון מעוין AMLK.

נקודה E נמצאת על הצלע ML.

האלכסון KM חותך את הקטע AE בנקודה P (ראה ציור).

נתון: $\angle EAK = \alpha$, $\angle AML = 120^\circ$,

אורך צלע המעוין הוא a.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את גודל הזווית PKA. נמק.

(2) הבע באמצעות a ו- α את אורך הקטע PK.

ב. דרך הנקודה P העבירו אנך לצלע AK. האנך חותך את AK בנקודה G.

נתון גם כי $\alpha = 46^\circ$.

הבע באמצעות a את אורך הקטע GL.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

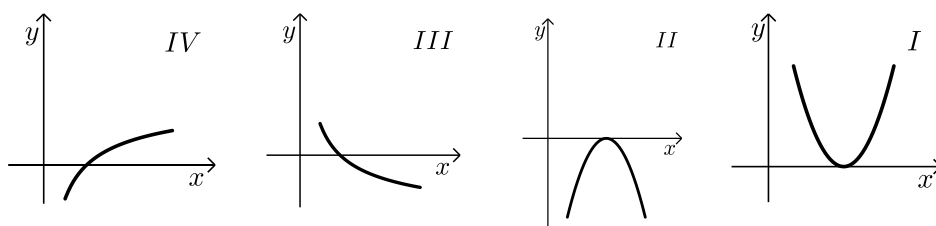
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

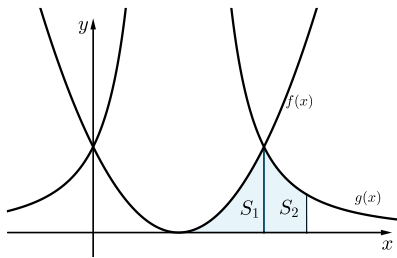
(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמק.





8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = (x-a)^2$$

$$g(x) = \frac{16}{(x-a)^2}$$

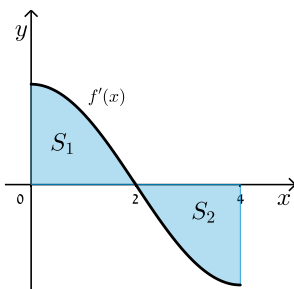
a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(הבע באמצעות a במידת הצורך).

אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות היא הנקודה שבה $x = a+2$. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = a+2$ (השטח המקווקו בציור). S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = a+2$ ו- $x = a+3$ (השטח האפור בציור).

ב. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.



9) בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 \leq x \leq 4$. הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 4$ (השטח האפור בציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) נתון $f(0) = 0$, $S_1 = 4$.

חשב את $f(2)$.

(2) נתון גם: $S_2 = 4$.

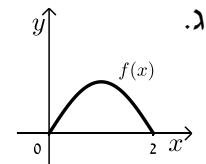
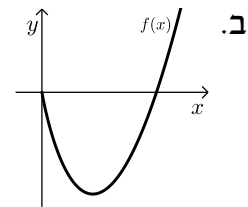
חשב את $f(4)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגה. נמק.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

- (1) 2.742 מטר.
 (2) א. (2,0) ב. (6,12) ג. 6.32
 (3) א. (1) $\frac{2}{7}$ ב. (2) $\frac{16}{21}$ ג. 1575
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{4}{5}$
 (5) א. הוכחה. ב. $0.5b^2 \sin 4\alpha$ ג. (1) 30°
 (6) א. (1) 60° ב. (2) $\frac{a \sin \alpha}{\sin(120^\circ - \alpha)}$ ג. $1.23a$
 (7) א. (1) $x \geq 0$ ב. (2) (0,0) , (9,0) (3) $\max(0,0)$, $\min(4,-8)$ ג. גרף IV
 (8) א. $x = a$, $y = 0$ ב. $\frac{S_1}{S_2} = 1$
 (9) א. (1) 4 ב. (2) 0 ג. $\max(2,4)$



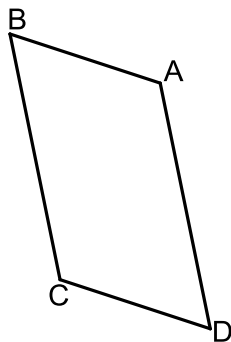
בגרות קיץ 2013 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) ראובן רוצה לרכוש מינוי למכון כושר. המחיר המלא של המינוי הוא 200 שקלים. אם ראובן יביא שני חברים שירכשו מינוי במחיר מלא, הוא יקבל על המינוי שלו הנחה של $x\%$ עבור החבר הראשון, ועבור החבר השני יקבל הנחה $x\%$ על המחיר שאחרי ההנחה הראשונה. ראובן הביא שני חברים, ושילם עבור המינוי שלו רק 144.5 שקלים.
- א. מצא את אחוז ההנחה שקיבל ראובן על המינוי שלו עבור החבר הראשון.
 ב. מצא את אחוז ההנחה הכולל שקיבל ראובן על המינוי שלו לאחר שהביא את שני החברים.



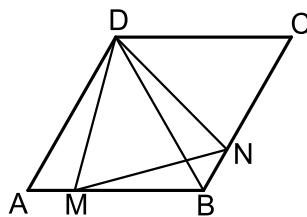
- (2) נתונה מקבילית ABCD (ראה ציור).
- הצלע AB מונחת על הישר $y = -\frac{1}{3}x + 6$.
- הצלע AD מונחת על הישר $y = -5x + 20$.
- אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה (2,3).
- א. מצא את השיעורים של קדקוד C.
 ב. מצא את השיעורים של קדקוד B, ואת השיעורים של קדקוד D.
 ג. האם הצלע BC משיקה בנקודה C למעגל שמרכזו A והרדיוס שלו הוא AC? נמק.

- (3) ידוע שההסתברות להצליח במבחן נהיגה (טסט) גדולה ב-0.2 מההסתברות להיכשל בו.
- א. מהי ההסתברות להצליח במבחן הנהיגה?
- ב. ראובן, שמעון, לוי ויהודה הם 4 אנשים שנבחרו באקראי מבין הנבחנים במבחן הנהיגה.
- (1) מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם יצליחו במבחן הנהיגה?
- (2) ידוע שרק 2 מהם הצליחו במבחן הנהיגה.
- מהי ההסתברות שהיו אלה ראובן ושמעון?
- (3) האם ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה יצליח במבחן הנהיגה גדולה מההסתברות שלפחות אחד מהארבעה ייכשל במבחן הנהיגה? נמק.

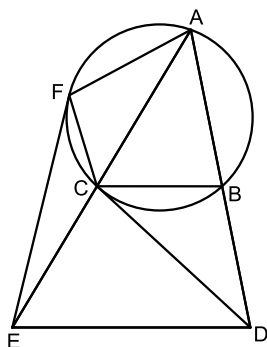
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).

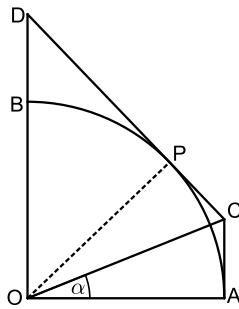
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (4) במעוין ABCD הזווית החדה היא של 60° .
- נקודה M נמצאת על צלע AB
- נקודה N נמצאת על צלע BC
- כך ש- $AM = BN$ (ראה ציור).
- א. הוכח כי $\triangle MDB \cong \triangle NDC$.
- ב. הוכח כי $\triangle ADM \cong \triangle BDN$.
- ג. שטח המרובע DMBN הוא S.
- הבע באמצעות S את שטח המעוין ABCD.



- (5) נתון משולש ADE.
- דרך הקדקוד A העבירו מעגל החותך את הצלעות AD ו-AE בנקודות B ו-C בהתאמה (ראה ציור).
- נתון: $BC \parallel DE$, DC משיק למעגל.
- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- (1) הוכח כי $\angle EAD = \angle CDE$.
- (2) הוכח כי $AE \cdot CE = DE^2$.
- ב. דרך הקדקוד E העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה F (ראה ציור).
- הוכח כי $\triangle ECF \sim \triangle EFA$.
- ג. היעזר בסעיפים הקודמים והוכח כי $DE = EF$.



- 6) נתון רבע מעגל OAB שרדיוסו R .
 העבירו ישר המשיק לרבע המעגל בנקודה P ,
 והעבירו ישר המשיק לרבע המעגל בנקודה A .
 המשיקים נפגשים בנקודה C .
 המשיק בנקודה P חותך את המשך OB בנקודה D
 (ראה ציור). נתון: $\angle COA = \alpha$.
 א. הוכח כי $AC \parallel OD$.
 ב. הבע באמצעות R ו- α את שטח המרובע $ACDO$.
 ג. נתון כי שטח המשולש OPD הוא $\frac{R^2}{2}$.
 חשב את α .

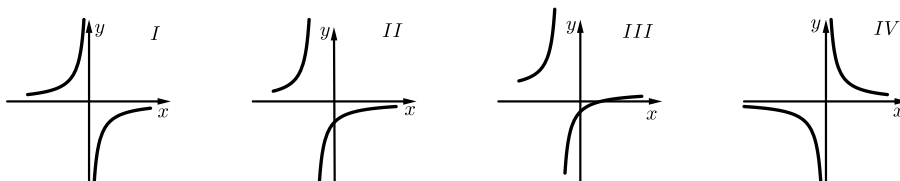
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
שורש $(\frac{1}{3})^{33}$ (נקודות)

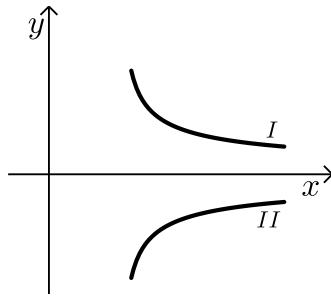
ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{9}{(x+1)^2} - 1$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מציג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.





(8) הגרפים I ו-II שבציור הם של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-3}}, \quad g(x) = -\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של כל אחת מהפונקציות?

ב. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

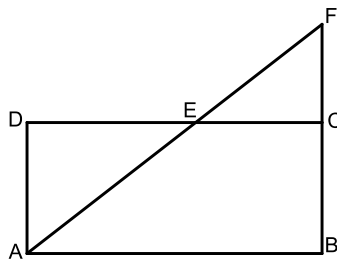
ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ג. הישר $y = 2$ חותך את הגרף I בנקודה A.

הישר $y = -2$ חותך את הגרף II בנקודה B.

מצא את השטח המוגבל על ידי הישר AB,

על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x = 3$.



(9) נתון מלבן ABCD שאורכי צלעותיו הם:

$$AB = 9, \quad AD = 4$$

הנקודה E נמצאת על הצלע CD (בין C ל-D).
ההמשך של AE חותך את המשך הצלע BC בנקודה F (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$.

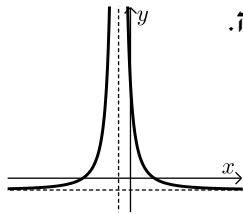
ב. סמן $DE = x$, ומצא מה צריך להיות האורך של DE כדי שסכום

השטחים של המשולשים ADE ו-FCE יהיה מינימלי.

בתשובתך תוכל להשאיר שורש.

תשובות סופיות:

- (1) א. 15% ב. 27.75%
 (2) א. C(1,1) ב. B(0,6), D(4,0) ג. לא משיקה.
 (3) א. 0.6 ב. 0.3456 (1) ג. $\frac{1}{6}$ (2) כן. (3)
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 2S.
 (5) א. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה. ג. הוכחה.
 (6) א. הוכחה. ב. $\frac{R^2 \left(\tan \alpha + \frac{1}{\sin 2\alpha} \right)}{2}$ (2) ג. 22.5° .
 (7) א. $x \neq -1$ ב. $(-4,0)$, $(2,0)$, $(0,8)$ ג. $x = -1$, $y = -1$ ה.
 ד. עליה: $x < -1$ ירידה: $x > -1$
 ו. גרף II.
 (8) א. (1) $x > 1.5$ ב. $x = 1.5$ (2)
 ג. $4\sqrt{3} - 4$
 (9) א. הוכחה. ב. 6.36
 ב. $f(x): I, g(x): II$



שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 12 - פתרון בוידאו של בחינות 2012

תוכן העניינים

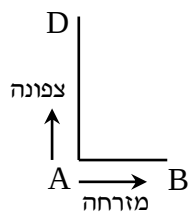
154	1. מועד חורף.....
159	2. קיץ מועד א.....
163	3. קיץ מועד ב.....

בגרות חורף 2012:

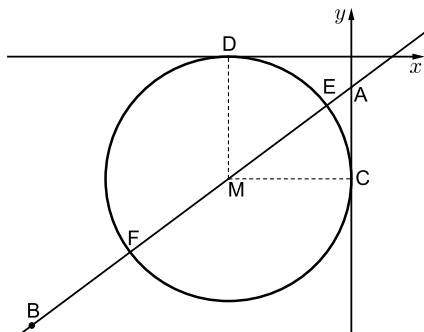
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) שני הולכי רגל יוצאים בשעה 7:00 מנקודה A: אחד הולך צפונה ואחד הולך מזרחה (ראה ציור). בשעה 9:00 הגיע ההולך מזרחה לנקודה B, וההולך צפונה הגיע לנקודה D כך שהמרחק ביניהם היה 10 ק"מ. ההולך צפונה הלך מיד מנקודה D לנקודה B בדרך הקצרה ביותר, והגיע לנקודה B בשעה 11:30. המהירויות של הולכי הרגל אינן משתנות. מצא את המהירויות של כל אחד מהולכי הרגל.



- (2) נקודה A נמצאת על ציר ה- y בחלקו השלילי, ומרחקה מראשית הצירים הוא 1.25. שיעורי נקודה B הם $(-13, -11)$ (ראה ציור).
 א. מצא את משוואת הישר AB.
 ב. נקודה M נמצאת ברביע השלישי על הישר AB. M היא מרכז של מעגל, המשיק לציר ה- x בנקודה D ולציר ה- y בנקודה C (ראה ציור). מצא את שיעורי הנקודה M.
 ג. הישר AB חותך את המעגל שמרכזו M בנקודות E ו-F. שטח המשולש EMC הוא S. הבע באמצעות S את שטח המשולש FMC. נמק. אין צורך למצוא את השיעורים של E ו-F.

- (3) מפעל מייצר מחשבים.
 6% מהמחשבים המיוצרים במפעל הם לא תקינים.
 95% מהמחשבים התקינים ו-2% מהמחשבים הלא תקינים מזוהים על ידי היחידה לבקרת איכות כתקינים.
 א. מהי ההסתברות שמחשב יזוהה כתקין?
 היחידה לבקרת איכות בודקת כל מחשב 4 פעמים.
 (הבדיקות אינן תלויות זו בזו).
 אם המחשב זוהה 4 פעמים כתקין, הוא נמכר עם התווית של המפעל.
 אם המחשב זוהה 3 פעמים כתקין, הוא נמכר במחיר נמוך בלי תווית של המפעל.
 אם המחשב זוהה לפחות 2 פעמים כלא תקין, הוא נשלח למחזור.
 ב. מהי ההסתברות שהמחשב יימכר עם תווית של המפעל?
 ג. מהי ההסתברות שמחשב יישלח למחזור?
 בתשובותיך דייק עד ארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(4) בטרפז $ABCE$ ($CE \parallel BA$) F היא נקודה

על האלכסון BE כך ש- $CF \perp BE$.

D היא נקודה על CE כך ש- $CD = ED$ (ראה ציור).

המשך FD חותך את AB בנקודה G .

נתון: $EA = 4$ ס"מ, $ED = 3$ ס"מ.

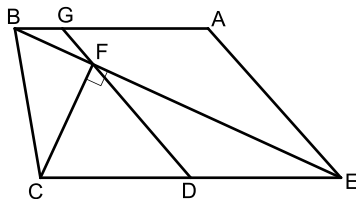
EB חוצה זווית AEC .

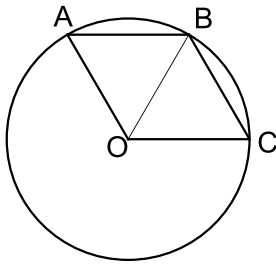
א. הוכח כי $\triangle EDF \sim \triangle BAE$.

ב. הוכח כי המרובע $AGDE$ הוא מקבילית.

ג. שטח המשולש EDF הוא S .

הבע באמצעות S את שטח המשולש BGF . נמק.





(5) A, B ו-C הן נקודות על המעגל שמרכזו O (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = \angle AOC$, $\angle AOB = \angle COB$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\angle ABO = \angle CBO$.

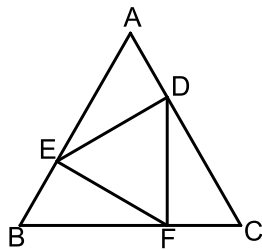
(2) הוכח כי המרובע AOCB הוא מעוין.

D היא נקודה על הקשת הגדולה AC.

ב. חשב את גודל הזווית ADC.

ג. נתון גם כי $10 \text{ ס"מ} = AC$.

חשב את שטח המשולש AOC.



(6) במשולש שווה צלעות ABC חסום משולש שווה

צלעות DEF (ראה ציור).

נתון: $DE = a$, $\angle ADE = \alpha$.

א. הבע באמצעות α במידת הצורך את זווית

המשולש BEF.

ב. הבע באמצעות a ו- α את האורך של BC.

ג. אם $DE \parallel BC$, ורדיוס המעגל החוסם את

המשולש DEF הוא 4 ס"מ , מצא את אורך הצלע BC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

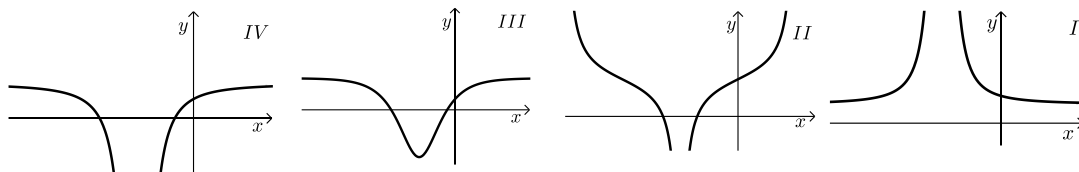
(7) נתונה פונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

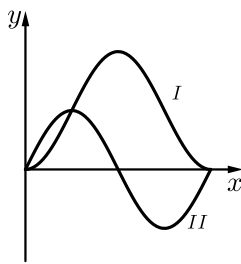
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- (2) מבין הגרפים I, II, III, IV, שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



(8) במשולש ישר זווית סכום הניצבים הוא 20 ס"מ.

- א. מבין כל המשולשים המקיימים תנאי זה, מצא את אורכי הניצבים במשולש שבו אורך התיכון ליתר הוא מינימלי.
- ב. מצא את אורכי התיכונים לניצבים במשולש שאת הניצבים שלו מצאת בסעיף א.



9) בציור מוצגים הגרפים I ו-II של שתי הפונקציות

$$0 \leq x \leq \pi \quad \text{בתחום} \quad g(x) = \sin(2x), \quad f(x) = 1 - \cos 2x$$

(ראה ציור).

א. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ב. בתחום הנתון מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

ג. בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של

$$\text{שתי הפונקציות ועל ידי הישר } x = \frac{\pi}{2}.$$

תשובות סופיות:

1) 3 קמ"ש $v_{A \rightarrow B}$, 4 קמ"ש $v_{A \rightarrow D}$.

2) א. $AB: y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$, ב. $M(-5, -5)$, ג. $S_{\Delta FMC} = S$.

3) א. 0.8942, ב. 0.6393, ג. 0.0581.

4) א. הוכחה, ב. הוכחה, ג. $S_{\Delta BGF} = \frac{1}{9}S$.

5) א. (1) הוכחה, (2) הוכחה, ב. $\angle ADC = 60^\circ$.

$$\text{ג. } S_{\Delta AOC} = \frac{25\sqrt{3}}{3} = 14.43 \text{ סמ"ר}$$

6) א. $\angle EFB = 120^\circ - \alpha$, $\angle BEF = \alpha$, $\angle B = 60^\circ$.

ב. $BC = 1.1547a [\sin \alpha + \sin(120^\circ - \alpha)]$, ג. $BC = 13.86$ ס"מ.

7) א. (1) $x \neq -3$, (2) אנכית: $x = -3$, אופקית: אין.

(3) $(-\sqrt{5}, 0)$, $(\sqrt{5}, 0)$, $(0, -1\frac{2}{3})$

(4) $\min(-1, -2)$, $\max(-5, -10)$ (5)

ב. (1) אנכית: $x = -3$, אופקית: $y = 1$.

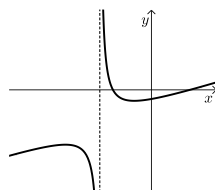
(2) גרף IV.

8) א. ניצב א' = 10 ס"מ, ניצב ב' = 10 ס"מ;

ב. תיכון א' = 11.18 ס"מ, תיכון ב' = 11.18 ס"מ.

9) א. $f(x)$ מתאים ל-I, $g(x)$ מתאים ל-II. ב. $x = 0$, $x = 0.25\pi$, $x = \pi$.

ג. $S = 2.57$ יח"ר.



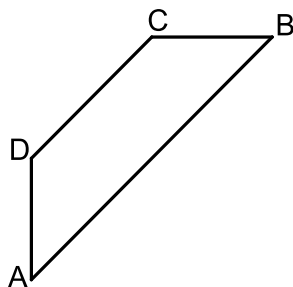
בגרות קיץ 2012 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) המחיר של טלפון נייד בחנות א' היה 600 ₪. מחיר זה הועלה באחוז מסוים. המחיר של אותו טלפון נייד בחנות ב' היה 900 ₪. מחיר זה הוזל באותו אחוז שהועלה המחיר של הטלפון הנייד בחנות א', ואז המחיר של טלפון הנייד בשתי החנויות היה זהה. מצא את המחיר הסופי של הטלפון הנייד.



(2) נתון טרפז ABCD ($AB \parallel DC$), ראה ציור.

משוואת הצלע AB היא $y = \frac{3}{4}x - 6$.

משוואת הצלע AD היא $x = -8$.

שיפוע הצלע CB הוא 0. שיעורי הקדקוד C הם (4, 6).

א. מצא את השיעורים של הקדקודים A, B ו-D.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את אורך הגובה לצלע BC במשולש ACB.

(2) מצא את שטח המשולש ACB.

(3) במפעל לייצור נורות נאון יש שלוש מכונות: A, B, C.

מכונה A מייצרת 60% מהנורות.

מכונה B מייצרת 30% מהנורות.

מכונה C מייצרת 10% מהנורות.

2% מהנורות שמייצרת מכונה A הן פגומות.

3% מהנורות שמייצרת מכונה B הן פגומות.

4% מהנורות שמייצרת מכונה C הן פגומות.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את אחוז הנורות הפגומות במפעל.

(2) בוחרים באקראי נורה אחת מבין הנורות הפגומות.

מהי ההסתברות שהנורה שנבחרה נוצרה על ידי מכונה C?

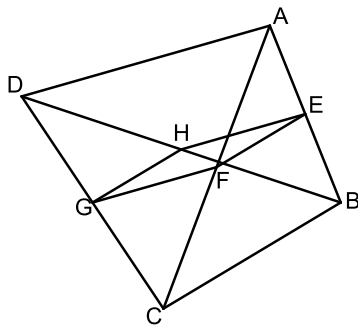
ב. בוחרים באקראי 5 נורות מבין הנורות המיוצרות במפעל.

מהי ההסתברות שלכל היותר 3 מהן יהיו תקינות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

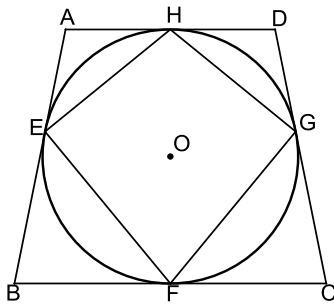
ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



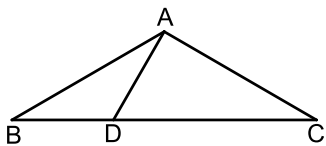
- (4) במרובע ABCD נקודה E היא אמצע הצלע AB, ונקודה G היא אמצע הצלע DC. נקודה F היא אמצע האלכסון AC, ונקודה H היא אמצע האלכסון DB (ראה ציור). הוכח:

- א. $EF \parallel HG$
 ב. $\triangle EHG \cong \triangle EFG$



- (5) נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$). צלעות הטרפז משיקות למעגל שמרכזו O. בנקודות E, F, G, H-ו (ראה ציור). הוכח:

- א. $\triangle BOF \cong \triangle COF$
 ב. המרובע EHGF הוא דלתון.



- (6) נתון משולש שווה שוקיים ABC שבו $AB = AC$ ו- $\angle ABC = \alpha$. D היא נקודה על בסיס BC כך ש- $\angle BAD = \beta$. א. הבע באמצעות α ו- β את היחס בין שטח המשולש ABD לשטח המשולש ACD.

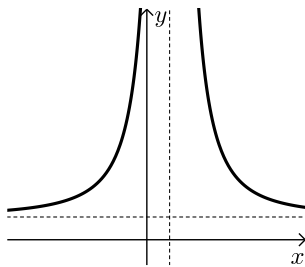
- ב. נתון גם: $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$, $\beta = 30^\circ$. מצא את α .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x - 1}$

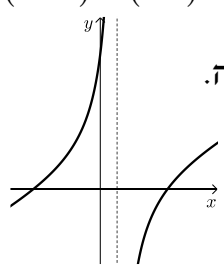
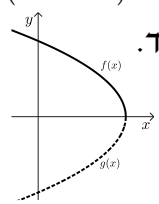
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום הגדרתה. עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ אינו חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

(8) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{12 - 3x}$, $g(x) = -\sqrt{12 - 3x}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).
 - מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם הצירים.
 - במערכת צירים אחת סרטט בקו מלא (-) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, וסרטט בקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$, והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.
- מצא את השיעורים של נקודות המפגש בין המשיקים.
 - מצא את שטח המשולש המוגבל על ידי המשיקים ועל ידי הישר $x = 1$.

- (9) משאית נוסעת 100 ק"מ במהירות קבועה של x קמ"ש.
 א. הבע באמצעות x את מספר שעות הנסיעה של המשאית.
 עלות הנסיעה של המשאית היא פונקציה של המהירות שלה.
 העלות של שעת נסיעה אחת במהירות x היא $\left(16 + \frac{x^2}{400}\right)$ שקלים.
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
 (1) מה צריך להיות הערך של x כדי שעלות הנסיעה של המשאית תהיה מינימלית?
 (2) חשב את העלות המינימלית של הנסיעה.

תשובות סופיות:

- (1) 720 נח.
 (2) א. $A(-8, -12)$, $B(16, 6)$, $D(-8, -3)$. ב. (1) 18 יח'.
 ב. (2) 108 יח"ר.
 (3) א. (1) 2.5% ב. (2) 0.16 ב. 0.0059.
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה.
 (5) א. הוכחה. ב. הוכחה.
 (6) א. $\frac{\sin \beta}{\sin(2\alpha + \beta)}$ ב. $\alpha = 30^\circ$.
 (7) א. $x \neq \frac{1}{2}$ ב. $x = \frac{1}{2}$ ג. $(2, 0)$, $(-2, 0)$, $(0, 4)$.
 ד. עלייה: $x > \frac{1}{2}$ או $x < -\frac{1}{2}$; ירידה: אין. ה. 
 ו. $k \leq \frac{1}{2}$.
 (8) א. $f(x): x \leq 4$, $g(x): x \leq 4$.
 ב. $f(x)$ - עלייה: אין; ירידה: $x < 4$. $g(x)$ - עלייה: $x < 4$; ירידה: אין.
 ג. $f(x): (4, 0)$, $(0, \sqrt{12})$, $g(x): (4, 0)$, $(0, -\sqrt{12})$.
 ד. .
 ה. (1) $(7, 0)$ (2) 18 יח"ר.
 (9) א. $\frac{100}{x}$ ב. (1) 80 (2) 40 נח.

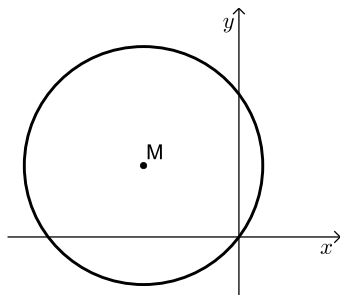
בגרות קיץ 2012 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

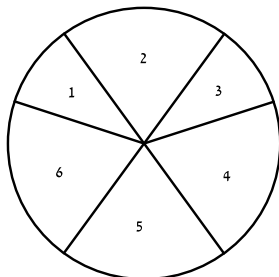
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בחברת טלפונים המחיר לדקת שיחה בשעות הערב נמוך ב-40% מן המחיר לדקת שיחה בשעות היום. כדי לעודד שיחות בשעות הערב הורידה החברה ב-18% את המחיר לדקת שיחה בשעות הערב. (מחיר לדקת שיחה בשעות היום לא השתנה). אחרי ההוזלה אלעד שוחח 150 דקות בשעות היום ו-300 דקות בשעות הערב, ושילם 44.64 שקלים. מצא את המחיר באגורות לדקת שיחה ביום, ולדקת שיחה בערב לפני ההוזלה.



- (2) נתון מעגל שמשוואתו $(x-a)^2 + (y-3)^2 = 25$.
 a הוא פרמטר. המעגל עובר דרך ראשית הצירים, ומרכזו M נמצא ברביע השני (ראה ציור).
 א. מצא את הערך של a .
 ב. מצא את השיעורים של נקודות על המעגל, ששיעור ה- y שלהן גדול ב-2 משיעור ה- x שלהן.
 ג. בכל אחת מהנקודות שמצאת בסעיף ב מעבירים משיק למעגל. מצא את המשוואות של משיקים אלה.

- (3) גלגל משחק מאוזן מחולק לשש גזרות. על 2 גזרות, שכל אחת היא $1/10$ מהעיגול, רשומים המספרים 1 ו-3, ועל 4 גזרות, שכל אחת היא $1/5$ מהעיגול, רשומים המספרים 2, 4, 5, 6, כמתואר בציור.



כאשר מסובבים את הגלגל, הוא נעצר על אחד המספרים (לא על הקו שבין הגזרות).

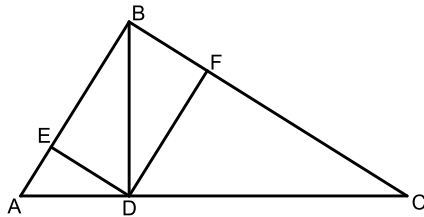
- א. מסובבים את הגלגל פעם אחת.
 מהי ההסתברות שהגלגל יעצר על מספר זוגי?
 מסובבים את הגלגל 5 פעמים.
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מהי ההסתברות שהגלגל יעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר?
 (2) ידוע שהגלגל נעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר.
 מהי ההסתברות שהגלגל נעצר על מספר זוגי בדיוק 2 פעמים?
 (3) מהי ההסתברות שרק בפעם הראשונה ובפעם האחרונה יעצר הגלגל על מספר זוגי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(4) נתון משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

BD הוא גובה המשולש ליתר AC.

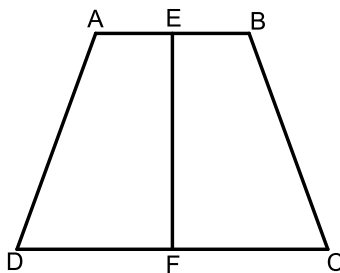
F היא נקודה על BC כך ש- $DF \perp BC$.

E היא נקודה על BA כך ש- $DE \perp BA$.

(ראה ציור).

א. הוכח כי EF ו-BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה.

ב. הוכח כי $ED^2 = DF \cdot AE$.



(5) נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$).

הנקודות E ו-F הן אמצע הבסיסים AB ו-DC בהתאמה (ראה ציור).

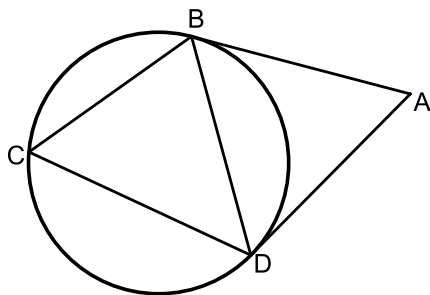
א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $ED = EC$.

(2) הוכח כי $EF \perp DC$.

ב. נתון: $AB = 4$ ס"מ, $BC = 6$ ס"מ, $\angle EBC = 110^\circ$.

מצא את גודל הזווית ECB.



(6) מנקודה A העבירו שני משיקים למעגל, AB ו-AD.

נקודה C נמצאת על המעגל מחוץ

למשולש ABD (ראה ציור).

נתון: רדיוס המעגל הוא 10 ס"מ.

$\angle BAD = 2\alpha$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\angle BCD = 90^\circ - \alpha$.

(2) הבע באמצעות α את האורך של AB.

ב. אם נתון גם כי $\alpha = 30^\circ$ ו- $\angle CBD = 70^\circ$,

חשב את האורך של AC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

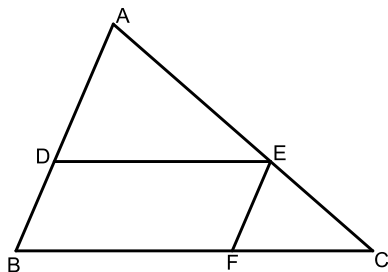
שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2\sqrt{x+5}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- האם יש ערכים של x שעבורם $f(x) > 0$? נמק.
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של גרף הפונקציה, וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- כמה פתרונות יש למשוואה $-14 = -x^2\sqrt{x+5}$? נמק.



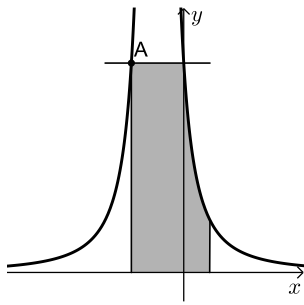
(8) נתונה מקבילית DEFB שאורכי צלעותיה הם:

$$BD = 40 \text{ ס"מ}, DE = 90 \text{ ס"מ}.$$

- נקודה A נמצאת על המשך הצלע BD
 ונקודה C נמצאת על המשך הצלע BF
 כך שהישר AC עובר דרך קדקוד E (ראה ציור).
 א. נסמן $AD = x$.

היעזר בדמיון משולשים, והבע באמצעות x את אורך הקטע FC.

- מצא את x שעבורו סכום הצלעות AB ו-BC הוא מינימלי.
- מצא את הסכום המינימלי של הצלעות AB ו-BC.



9) בציר שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{(2x+1)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

ג. דרך נקודת החיתוך של הגרף הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת, A (ראה ציור).

1) מצא את השיעורים של הנקודה A .

2) דרך נקודה A העבירו אנך לציר ה- x . מצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי הישר המקביל, על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $x = 1/2$ ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

1) 15 אגורות ביום, 9 אגורות בערב.

2) א. $a = -4$ ב. $(1, 3)$, $(-4, -2)$ ג. $x = 1$, $y = -2$.

3) א. 0.6 ב. 0.31744 (1) ג. 0.02304 (2) 0.725

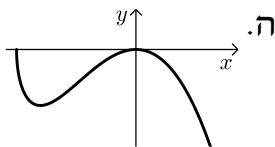
4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה. ג. 15.7° .

6) א. (1) הוכחה. ב. $\frac{20 \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$ (2) ג. 29.6 ס"מ.

7) א. $x \geq -5$ ב. $(-5, 0)$, $(0, 0)$ ג. לא.

ה. $\max(-5, 0)$, $\min(-4, -16)$, $\max(0, 0)$ ד. 3 פתרונות.



8) א. $FC = \frac{3600}{x}$ ב. 60 ס"מ ג. 250 ס"מ.

9) א. $x \neq -0.5$ ב. $x = -0.5$, $y = 0$ ג. $(-1, 4)$ (1) 5 (2).