פיזיקה ממ2 מספר 114075

תוכן העניינים

תוכן העניינים

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

אינטגרל כפול ומשולש:

שאלות:

פתרו את האינטגרלים הבאים:

1) דוגמה 1 $$\int_0^3\int_0^2 3\cdot x^3y^2dxdy$$

2) דוגמה 2 $$\int_1^2\int_0^3 \left(x^2+2y\right)dxdy$$

3) דוגמה 3 $$\int_0^2\int_1^3 \left(x^2+y\right)dydx$$

4) דוגמה 4 $$\int_0^1\int_0^2 x\cdot z^2dxdz$$

5) דוגמה 5 $$\int_1^5\int_0^4 2\cdot y^3dydz$$

6) דוגמה 6 $$\int_0^{2\pi}\int_0^3 r^2drd\theta$$

7) דוגמה 7 $$\int_a^b\int_0^c 4\cdot x^2ydxdy$$

8) דוגמה 8 $$\int_a^b\int_0^c \left(4z+r^2\right)drdz$$

9) דוגמה 9 $$\int_0^{2\pi}\int_0^R 4\text{a}\cdot r^2drd\theta$$

10) דוגמה 10 $$\int_0^{2\pi}\int_0^R 4yr^2drd\theta$$

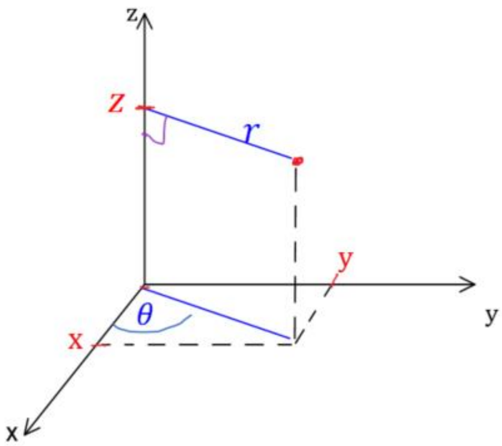
11) דוגמה 11 $$\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} r^2\sin\varphi d\theta d\varphi$$

12) דוגמה – אינטגרל משולש $$\int_1^2\int_0^2\int_0^3 \left(zx^2+3y\right)dydxdz$$

תשובות סופיות:

1) 108
2) 18
3) 13.33
4) $\frac{2}{3}$
5) 512
6) 56.55
7) $\frac{4c^3}{3}\left(\frac{b^2}{2}-\frac{a^2}{2}\right)$
8) $2cb^2+\frac{c^3}{3}b-2ca^2-\frac{a^3}{3}$
9) $\frac{4aR^3}{3}2\pi$
10) $\frac{8\pi yR^3}{3}$
11) $4\pi r^2$
12) 39

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים:



רקע:

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r\,d\,\theta / d\,r / d\,z$$

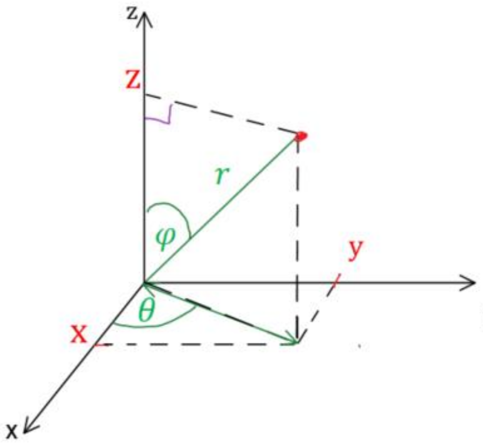
דיסקה
מעטפת גלילית

$$dS = rd\theta\,d\,r / r\,d\theta\,d\,z / d\,r\,dz$$

גליל מלא

$$dV = rd\theta\,dr\,dz$$

קואורדינטות כדוריות: (r,θ,φ)



$$z = r\cos\varphi$$

$$x = r\sin\varphi\cos\theta$$

$$y = r\sin\varphi\sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$dl = d\,r / r\sin\varphi d\theta / r\,\mathrm{d}\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2\sin\varphi d\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2\sin\varphi dr d\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

שאלות:

1) שטח מעגל

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח גליל

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

1) $S = \pi \mathrm{R}^2$

2) $V = \pi \mathrm{R}^2 h$

צפיפות מטען:

רקע:

צפיפות נפחית – כמות המטען ביחידת נפח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\rho = \frac{Q_T}{V}$.

צפיפות משטחית – כמות המטען ביחידת שטח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\sigma = \frac{Q}{S}$.

צפיפות אורכית – כמות המטען ביחידת אורך.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\lambda = \frac{Q}{L}$.

אלמנט מטען אינפיטיסימלי:

$$\mathrm{d}q = \lambda d\,l / \sigma\,\mathrm{d}\,s / \rho\,dv$$

שאלות:

1) **תרגיל - דיסקה עם חור**

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

2) **תרגיל – מטען כולל בכדור**

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

תשובות:

1) $Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$

2) $\rho_0 \pi R^3$

וקטורים:

רקע:

וקטור יחידה:

$$\hat{A}=\frac{\vec{A}}{\left|\vec{A}\right|}$$

מכפלה סקלרית:

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_z\cdot B_z=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\cdot cos\,\alpha$$

מציאת זווית בין וקטורים:

$$cos\,\alpha=\frac{A_xB_x+A_yB_y+A_z\cdot B_z}{\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|}$$

מכפלה וקטורית:

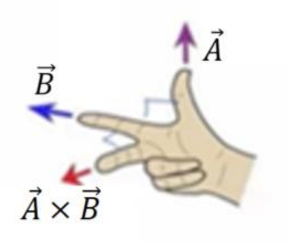
<u>דרך 1 – דטרמיננטה</u>:

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

<u>דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד</u>:

גודל המכפלה - $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right||\sin\alpha|$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג -

מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ והתוצאה בכיוון האגודל.

בחירת מערכת צירים:

במערכת צירים צריך להתקיים: $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$.

זהויות:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})\right) = \vec{B}\left(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})\right) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

אופרטור נאבלה:

רקע:

$$\vec{\nabla}=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\equiv\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
grad $\vec{\nabla} f$	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial f}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r sin\varphi}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{z}$
div $\vec{\nabla}\cdot\vec{F}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial(rF_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2F_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}(A_\varphi\sin\varphi)$
Rot/curl $\vec{\nabla}\times\vec{F}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x}-\left(\frac{\partial F_z}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial \theta}-\frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial F_r}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\hat{z}$	$\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\theta}(F_\theta\sin\varphi)-\frac{\partial F_\varphi}{\partial\theta}\right)\hat{r}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi)-\frac{\partial F_r}{\partial\varphi}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial\theta}-\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$

זהויות:

$$\vec{\nabla}(f+g)=\vec{\nabla}f+\vec{\nabla}g$$
$$\vec{\nabla}(\vec{A}+\vec{B})=(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})+(\vec{\nabla}\cdot\vec{B})$$
$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=(\vec{\nabla}\times\vec{A})+(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$
$$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B})=\vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B})+\vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})+(\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}+(\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A}$$
$$\vec{\nabla}(f\cdot g)=(\vec{\nabla}f)\cdot g+(\vec{\nabla}g)\cdot f$$
$$\vec{\nabla}(f\cdot\vec{A})=f(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})+\vec{A}\cdot(\vec{\nabla}f)$$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 2 - הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון

תוכן העניינים

חוק קולון וסופרפוזיציה:

רקע:

חוק קולון :

הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו

$$\vec{F}=\frac{kq_1\cdot q_2}{r^2}\hat{r}=\frac{kq_1q_2}{r^3}\vec{r}$$

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\cdot10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

$$\varepsilon_0=8.85\cdot10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}$$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2

$r=|\vec{r}|$ ו- $\hat{r}=\frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב :

$$\vec{E}=\frac{kq}{r^2}\hat{r}=\frac{kq}{r^3}\vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

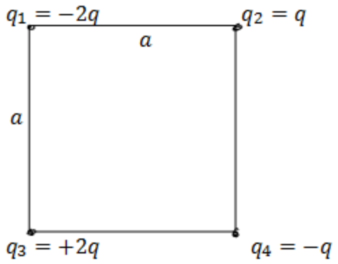
$$\vec{F}=q\vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא עצמו יוצר)

שאלות:

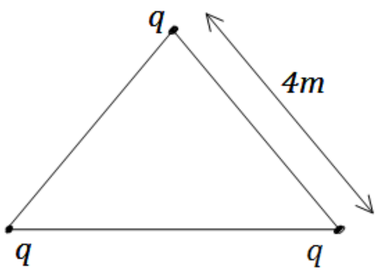
1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט.
q ו- a נתונים.



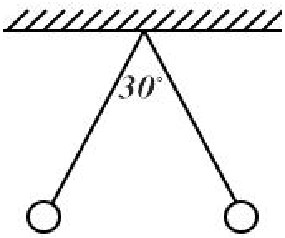
2) מטענים בקודקודי משולש

שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות.
גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.
מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.



3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L.
הזווית בין החוטים היא 30 מעלות.
מצא את מטען הכדורים.



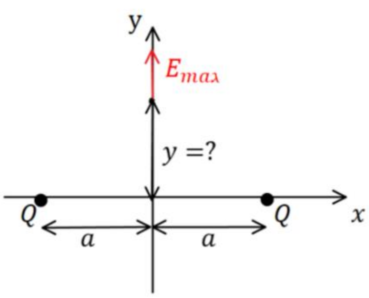
4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a,0)$ ו- $(-a,0)$.

א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0,y)$ שבה השדה החשמלי מקסימלי.

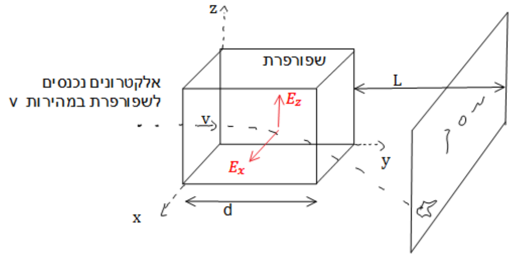
ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימאלי בציר ה- z?

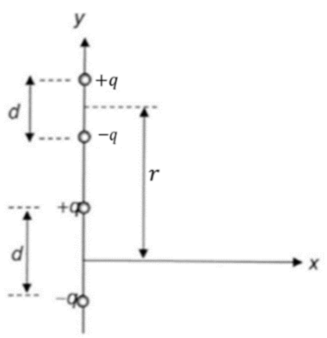


5) שפורפרת טלוויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
אורך השפופרת הוא d.
חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפורפרת.
הנח כי d<<L וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



6) דיפול מפעיל כוח על דיפול



דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$
הנמצאים בנקודות $\left(0,\pm\frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).

א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול
בנקודה $(y,0)$ שעל ציר ה- y.

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את
הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף
שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה
מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו
במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש- $r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r >> d$? *
הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית
החזקה: $(1+x)^n \approx 1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2...+$.

תשובות סופיות:

1) $\frac{kq^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2) $3.897\cdot10^{-3}\ \mathrm{N}$

3) $\sqrt{\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}\tan(15°)\mathrm{L}^2\left(2-\sqrt{3}\right)}$

4) א. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$ ב. $\frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2}$ ג. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$

5) $\frac{|e|\mathrm{E_x d\cdot L}}{\mathrm{mv}^2}$, $z\approx\frac{|e|\mathrm{E_z d\cdot L}}{\mathrm{mv}^2}$

6) א. $\vec{E}(y)=kq\left[\frac{1}{\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(y+\frac{d}{2}\right)^2}\right]\hat{y}$

ב. $\vec{F}=kq^2\left[\frac{2}{r^2}-\frac{1}{(r+d)^2}-\frac{1}{(r-d)^2}\right]\hat{y}$

ג. $\vec{F}=-\frac{6d^2kq^2}{r^4}\hat{y}$

התפלגות מטען רציפה:

רקע:

במקרים של חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות , נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא :

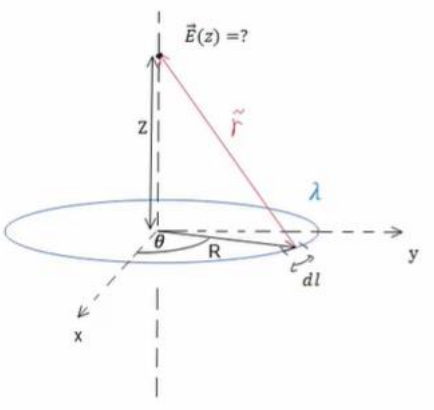
$$\mathrm{d}q = \lambda d\, l/\sigma\, d\, s/\rho\, dv$$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמט אורך, שטח ונפח בהתאמה. יש לרשום את הביטוי של האלמנטים לפי הקואורדינטות שאיתם עובדים בבעיה (ראו נושא קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים במבוא המתמטי)

שאלות:

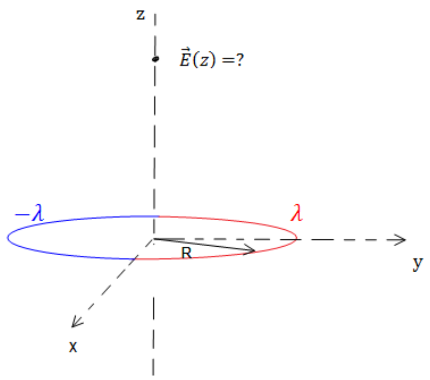
1) **התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף**
תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R.
מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

2) **שדה של טבעת ודסקה**
נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ.
א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.
ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.



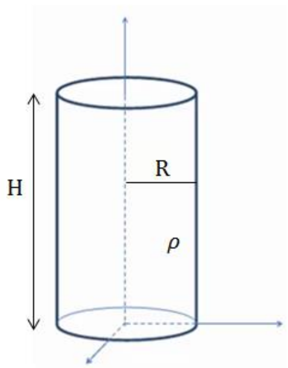
3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R.
חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות
מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה
של הטבעת.



4) שדה של גליל מלא

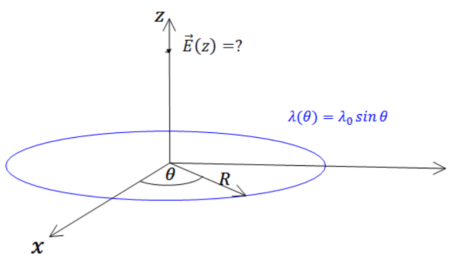
גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען
אחידה ליחידת נפח ρ.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל
(בתוך ומחוץ לגליל).



5) טבעת עם צפיפות לא אחידה

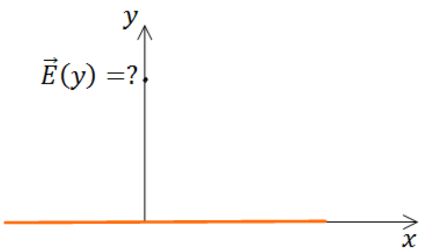
טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה
התלויה בזווית עם ציר ה- x.
$\lambda(\theta)=\lambda_0 \sin\theta$.
R , λ_0 קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?
ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על
ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z \gg R$.
איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).



6) שדה של תיל סופי

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q
המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר
המאונך לתיל והעובר במרכזו.

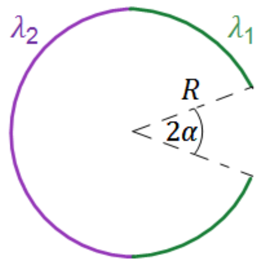


7) שדה של טבעת עם חלק חסר

במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון בצפיפות מטען λ_2.

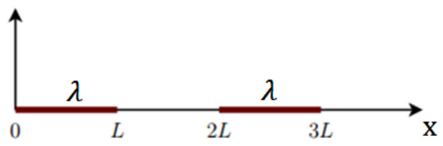
לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α.

מצא את השדה במרכז הטבעת.



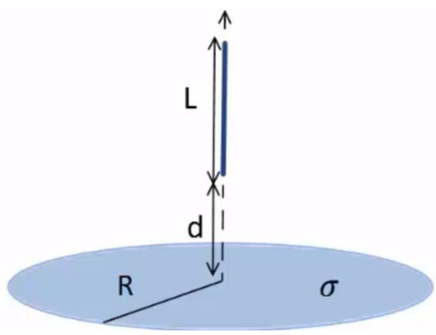
8) כוח של מוט על מוט

שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
שני המוטות מונחים על ציר ה-x כפי שנראה בציור.
מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.



9) כוח של מוט על דסקה

במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ. מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).
המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.



10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).

החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.
(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r\sin\theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

1) 0

2) א. $\frac{k\lambda R\pi z}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\begin{cases}\hat{z} & z>0\\ -\hat{z} & z<0\end{cases}$ ב. $2\pi k\sigma z\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

3) $2\cdot\frac{-k\lambda R^2 2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $2\pi\sigma k$

5) א. 0 ב. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ ג. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$

6) $\frac{kQ}{y\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

7) $\frac{k}{R}\left[\lambda_1\left(2\sin\alpha-2\right)+\lambda_2\cdot 2\right]$

8) $kx^2\ln\left|\frac{4}{3}\right|$

9) $2\pi k\sigma\lambda\left[L-\left(\sqrt{R^2}+\left(L+d\right)^2\right)-\sqrt{R^2+d^2}\right]$

10) א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוד הוא אפס ואי אפשר לחשב כוח כאשר המרחק הוא אפס. ב. $\vec{F}=q\pi\sigma k\sin\left(2\theta\right)\ln 2\cdot\hat{z}$.
ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 3 - חוק גאוס

תוכן העניינים

הסברים בסיסיים:

רקע:

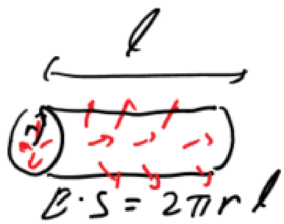
חוק גאוס:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{in}$$

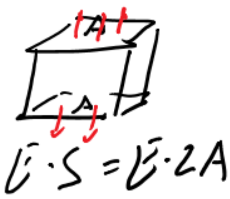
$$Q_{in} = \int \rho\, dV$$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$ נקרא השטף של השדה החשמלי ומסומן ב ϕ_E

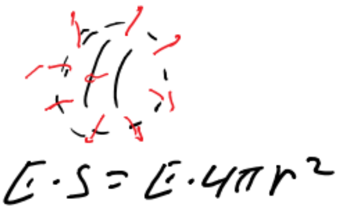
המקרים של חוק גאוס:



1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
במקרים האלו נבנה מעטפת גלילית והשטף
יהיה $E2\pi rl$, כאשר l ו- r הם אורך ורדיוס המעטפת.



2. מישור אינסופי.
במקרים האלו נבנה מעטפת בצורת קובייה והשטף
יהיה $E2A$, כאשר A זה שטח הפאות המקבילות למשטח.



3. כדור / קליפה כדורית.
במקרים האלו נבנה מעטפת כדורית והשטף
יהיה $E4\pi r^2$, כאשר r זה רדיוס המעטפת.

שדה של תיל אינסופי:

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

λ צפיפות מטען ליחידת אורך של התיל.

שדה של מישור אינסופי (דק):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ צפיפות מטען ליחידת שטח של הלוח.

שדה מחוץ לכדור / קליפה כדורית:

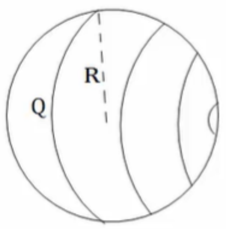
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

כמו מטען נקודתי.

חוק דאוס הדיפרנציאלי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

שאלות:

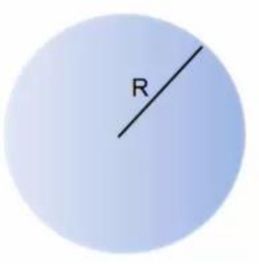


1) שדה של קליפה כדורית

נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R.
מצאו את השדה בכל המרחב.

2) שדה של כדור

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען פחית אחידה ρ.
מצאו את השדה בכל המרחב.



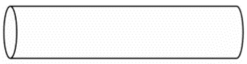
3) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.
מצאו את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

4) שדה של תיל אינסופי

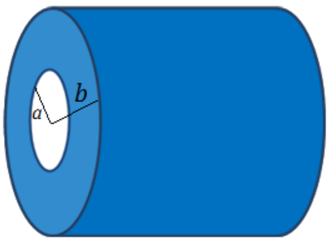
נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ.
מצאו את השדה במרחב.

5) שדה של גליל אינסופי



נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס ב-R.
מצאו את השדה במרחב.

6) קליפה גלילית עבה



קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.
ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a\,,\,b$.

7) שדה של לוח אינסופי

נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצאו את השדה במרחב.

8) לוח עם עובי

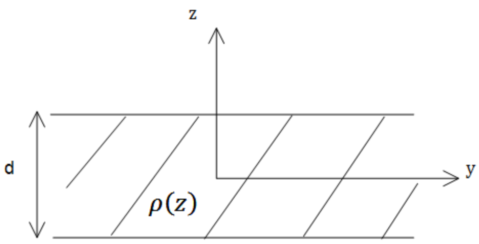
נתון מישור בעל שטח A ועובי d.
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה
ליחידת נפח ρ.

א. מצאו את השדה רחוק מאוד מהמישור.

ב. מצאו את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).

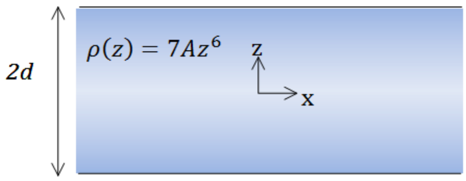
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצאו את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

9) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען
כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$,
A קבוע נתון.
מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב
שיוצר המטען במישור.

10) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען
משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה-z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור
(המישור אינסופי ב-y, x, ראה ציור).

א. מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראו שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצאו את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \frac{KQ}{r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

2) $E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

3) $E=\begin{cases}\frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 R} & r<R\\ \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$

4) $\vec{E}=\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$

5) $\vec{E}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$

6) $\vec{E}=\frac{c(b\text{-}a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

7) $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>0\\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<0\end{cases}$

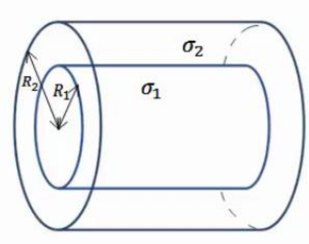
8) א. $\vec{E}=\frac{kpdA}{r^2}\hat{r}$ ב. $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>\frac{d}{2}\\ -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$ ג. $z(t)=A\cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\varepsilon_0 m}}t\right)$

9) $\vec{E}=-\frac{A}{\varepsilon_0 z}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right]\hat{z}$

10) א. $\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}A\cdot z^7\hat{z}$ ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

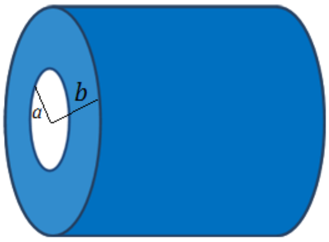
תרגול נוסף:

שאלות:



1) שתי קליפות גליליות חלולות

נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות
בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1.
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

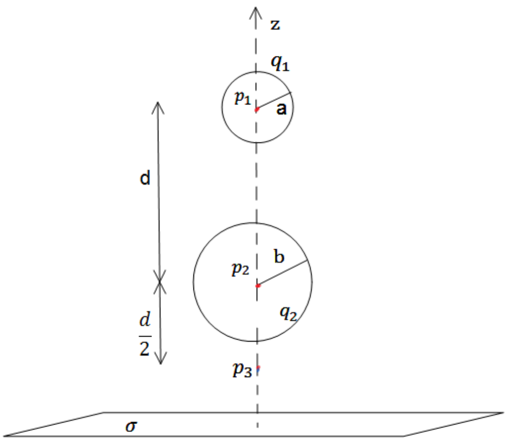


2) קליפה גלילית עבה

קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H >> a\ ,\ b$.



3) משטח ושתי קליפות כדוריות

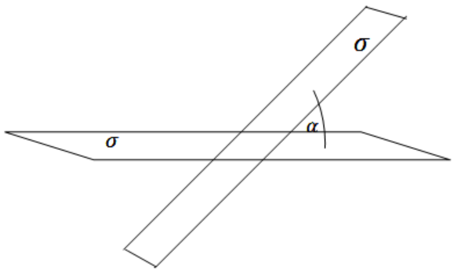
שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים
שונים $a<b$, נמצאות במרחק $d>2b$
אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים $q_2\ ,\ q_1$ בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת
לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור
אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה בנקודות הבאות.

א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a.

ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b.

ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

4) שני מישורים בזווית

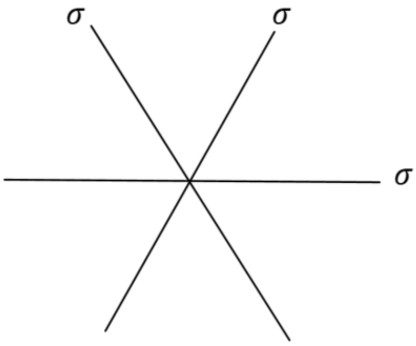


שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ. המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

5) שלושה לוחות בזווית



באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ .

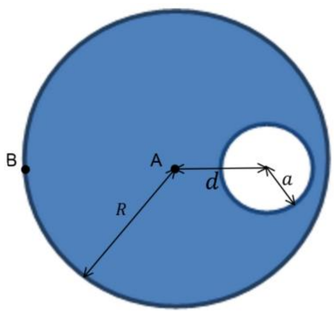
א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.

ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.

ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.
למה תצטמצם תשובתכם עבור $N \gg 1$?
השתמשו ב- $\sin\theta \approx \theta$, כאשר $\theta \ll 1$.

ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודה (או קו החיתוך).
מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודה (או קו החיתוך) $\rho(r)$?

6) כדור עם חור



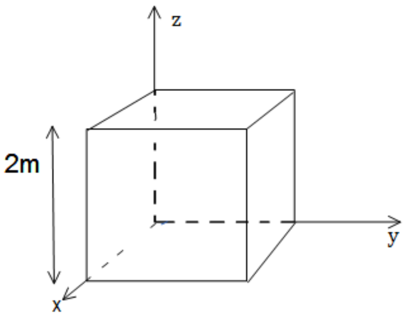
בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a. המרחק של מרכז החלל ממרכזו הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R

א. מצאו את השדה בנקודה A .

ב. מצאו את השדה בנקודה B .

ג*. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

7) שטף דרך קובייה

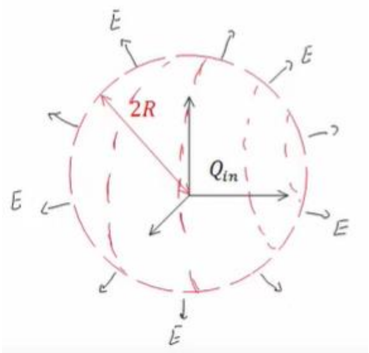


נתון שדה במרחב: $\vec{E}=-6\hat{x}+(2-3y)\hat{y}$.

א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה $2m$.

ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

8) מטען כלוא



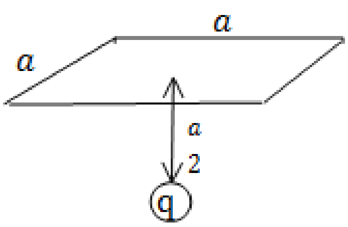
נתונה פונקציית השדה החשמלי

במרחב: $\vec{E}=\frac{\rho_0 R^3}{\varepsilon_0(r^2+R^2)}\hat{r}$.

כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו-r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות,

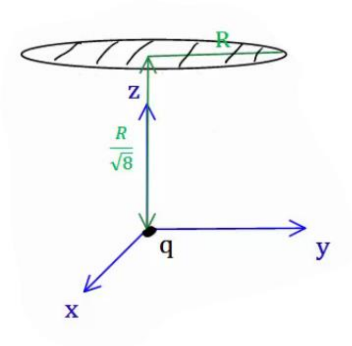
מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

9) שטף דרך משטח ריבועי



מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q.

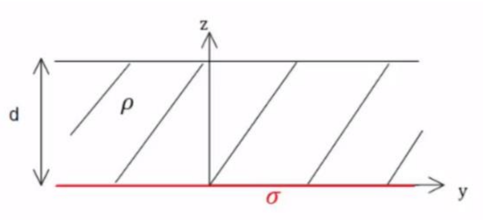
10) שטף דרך מעגל



מטען q נמצא בראשית הצירים.

מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור x-y ומרכזו נמצא בנקודה $\left(0,0,\frac{R}{\sqrt{8}}\right)$?

11) מישור עבה צמוד למישור דק

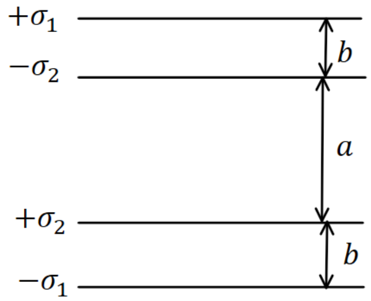


מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור x-y.

מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ, מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור x-y).

מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

12) ארבעה לוחות



במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_2 = 0.02\ \frac{c}{m^2}$, $\sigma_1 = 0.05\ \frac{c}{m^2}$.
המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3\ c.m\ ,\ b = 1\ c.m$
כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

א. מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).

ב. משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).

ג. מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

13) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה.
המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} c$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $(q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} c\ ,\ m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg)$.

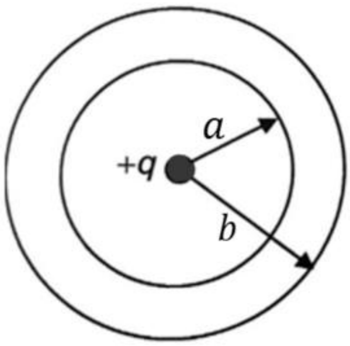
א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?

ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי.
במרכזו של החלל הכדורי $(r = 0)$ מצוי מטען נקודתי $+q$.
מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) $\vec{E}=\frac{C(b\text{-}a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

3) א. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+\frac{kq_2\hat{z}}{d^2}+0$ ב. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+0+\left(-\frac{kq_1}{d^2}\hat{z}\right)$

ג. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}-\frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}}\hat{z}-\frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}}\hat{z}$

4) בין המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((1+\cos\alpha)+\sin\alpha\hat{y}\right)$

מעל המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((1+\cos\alpha)-\sin\alpha\hat{y}\right)$

5) א. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ב. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך של השדה על המעטפת אחיד. ג. $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}\approx\frac{\sigma N}{2\pi\varepsilon_0}$

ד. $\rho(r)=\frac{\sigma N}{2\pi r}$.

6) א. $\frac{4\pi k\rho a^3}{3d^2}\hat{x}$ ב. $\frac{4\pi k\rho}{3}\left(\frac{a^3}{(d+R)^2}-R\right)\hat{x}$ ג. $\frac{4\pi k\rho d}{3}\hat{x}$

7) א. -24 ב. $\frac{Qin}{\varepsilon_0}$

8) $\frac{16}{5}\pi\rho_0R^3$

9) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$

10) $\phi=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\frac{kqa}{2\left(x^2+y^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}dxdy$

11) $\frac{\text{q}}{3\varepsilon_0}$

12) א. $\vec{\text{E}} = -5.65\cdot10^{q}\,\frac{\text{N}}{\text{C}}\,\hat{y}$ ב. $2.53\cdot10^{-11}\,\text{J}$ ג. $v = 1.04\cdot10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

13) א. $t \approx 1.1\cdot10^{-12}\,\text{sec}$ ב. $\text{V}(t) = 3.65\cdot10^{9}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ג. $\text{E}_k = 6.06\cdot10^{-12}\,\text{J}$

14) $\alpha = \frac{q}{2\pi a^2}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 4 - פוטנציאל

תוכן העניינים

מהו פוטנציאל:

רקע:

פוטנציאל:

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

עבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- מטענים חופשיים לזוז.
- השדה (או ליתר דיוק הכוח) יהיה אפס בתוך המוליך.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- המטען הכולל בתוך המוליך הוא אפס (במצב סטטי) למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע , מאפסת את הפוטנציאל.

שאלות:

1) **עבודה להביא מטען מהאינסוף**

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2\cdot10^{-6}c$ מהאינסוף למרחק $r = 50c.m$ ממטען $Q = 3\cdot10^{-6}c$ המקובע במקום?

תשובות סופיות:

1) $W = 108\cdot10^{-3}J$

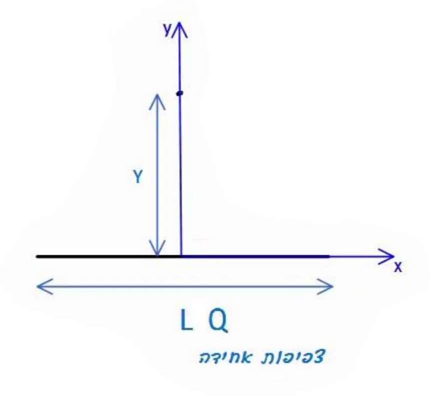
שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:

1) **שיטה ראשונה, סופרפוזיציה**

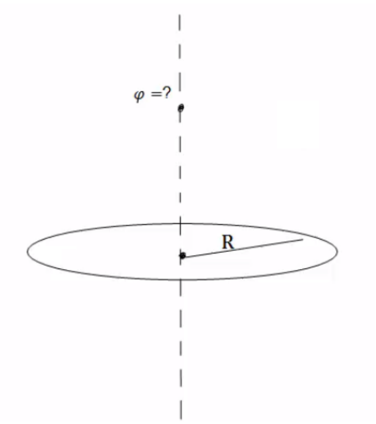
תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה-x.

מצא את הפוטנציאל על ציר ה-y העובר במרכז התיל.



2) **פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה**

מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.



תשובות סופיות:

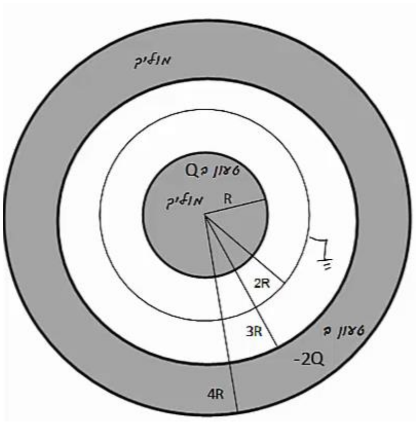
1) $$\varphi = k\lambda \ln \left| \frac{\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right|$$

2) $$\varphi = \frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:

1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס



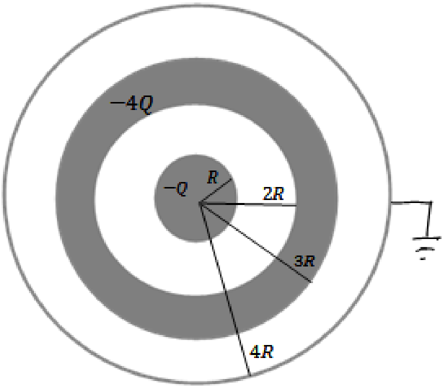
כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q.
מסביב לכדור ברדיוס 2R, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי 3R ורדיוס חיצוני 4R.
המעטפת החיצונית טעונה במטען 2Q- (ראה ציור).
לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.

א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q. הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען Q-.
סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה מוליכה, בעלת רדיוס פנימי 2R ורדיוס חיצוני 3R.
אורך הקליפה הוא L גם כן.
הקליפה טעונה במטען כולל של 4Q-.
מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס 4R ואורך זהה.
הנח כי $R << L$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען $|e|$ משוחרר ממנוחה במרחק r=2R.
מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R?

4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל במרחב.

תשובות סופיות:

1) א. פוטנציאל:

$$\varphi=\begin{cases} C_1 & r<R \\ \dfrac{kQ}{r}+C_2 & R<r<2R \\ \dfrac{k(Q+q)}{r}+C_3 & 2R<r<3R \\ C_4 & 3R<r<4R \\ \dfrac{k(q-Q)}{r}+C_5 & 4R<r \end{cases}$$

התפלגות: ראה סרטון

2)

$$\varphi=\begin{cases} \dfrac{KQ}{R} & r<R \\ \dfrac{KQ}{r} & R>r \end{cases}$$

3) א. ראה סרטון

ב.

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\begin{cases} \ln\dfrac{1}{2}+5\ln\dfrac{3}{4} & r<R \\ \ln\dfrac{r}{2R}+5\ln\dfrac{3}{4} & R<r<2R \\ 5\ln\dfrac{3}{4} & 2R<r<3R \\ 5\ln\dfrac{r}{4R} & 3R<r<4R \\ 0 & 4R<r \end{cases}$$

ג.

$$v=\sqrt{\frac{|e|Q\ln 2}{\pi L\varepsilon_0 m_p}}$$

4) א.

$$E=\begin{cases} \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_o}\hat{r} & r<R \\ \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r \end{cases}$$

ב.

$$\varphi=\begin{cases} -\dfrac{\rho r^2}{6\varepsilon_o}+C_1 & r<R \\ -\left(-\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right)+C_2 & R<r \end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

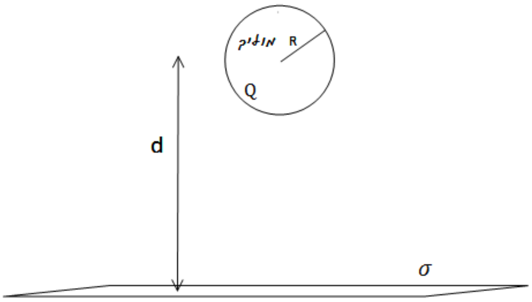
שאלות:

1) דרך שלישית, חישוב מפורש

נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ.

במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q.

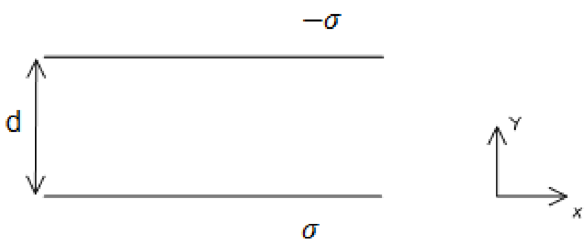
מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



2) מתח בין לוחות

מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.

נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.



תשובות סופיות:

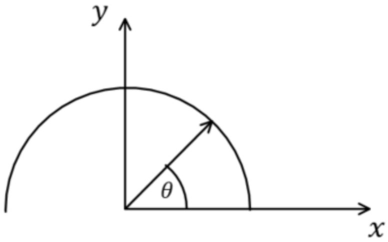
1) $$\Delta\varphi_{B\to A} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d-R)+\frac{kQ}{R}-\left[Q+\frac{KQ}{\lambda}\right]$$

2) $$V=|E|d$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) **חישוב פוטנציאל במרכז חצי טבעת עם צפיפות משתנה**



תיל מכופף לחצי טבעת ברדיוס R. מרכז הטבעת (או מרכז המעגל השלם) הוא בראשית הצירים וחצי הטבעת נמצאת בחלק החיובי של ציר ה-y (ראו איור).

חצי הטבעת טעונה בצפיפות מטען לא אחידה ליחידת אורך: $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin\theta$ כאשר θ והיא הזווית עם ציר ה-x החיובי ו- $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-12}\,\frac{C}{m}$.

מצאו את הפוטנציאל בראשית.

2) **יצירת היסוד קיריום**

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף ג׳יימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו ״קיריום״ על שם מארי קירי. לשם כך הם ״הפציצו״ גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94 , כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נויטרונים), והמסה שלו היא: $M = 6.6\times10^{-27}\,\text{kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור ברדיוס: $R = 7\times10^{-15}\,\text{m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.
אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?
תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J .

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין (״באינסוף״)?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג׳?

3) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים:

$q_1=-q$ בנקודה $\vec{r}_1=-a\hat{y}=(-a,0,0)$

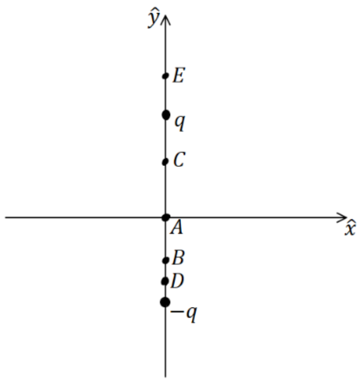
$q_2=-q$ בנקודה $\vec{r}_2=a\hat{y}=(a,0,0)$

א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות הבאות: $\vec{r}_E=\frac{3}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_D=-\frac{3}{4}a\hat{y}$, $\vec{r}_C=\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_B=-\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_A=0$?

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס? תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי הפוטנציאל.



4) מטען q ומטען 3q

במרחב נמצאים שני מטענים.

מטען 3q בנקודה $(a,0,0)$ ומטען $-$q בנקודה $(-a,0,0)$.

א. מה הפוטנציאל φ (יחסית לאינסוף) ומה השדה החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.
מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x.
ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

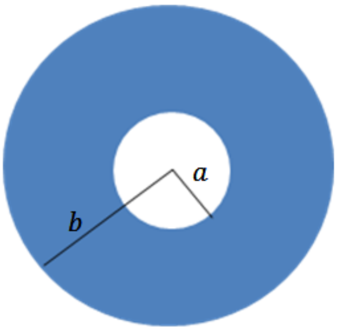
5) מטען על השפה בצורה לא אחידה

מטען Q מפוזר בצורה לא אחידה על שפה של קליפה כדורית ברדיוס R.

א. מה הפוטנציאל במרכז הקליפה?

ב. האם ניתן לחשב את הפוטנציאל על השפה?

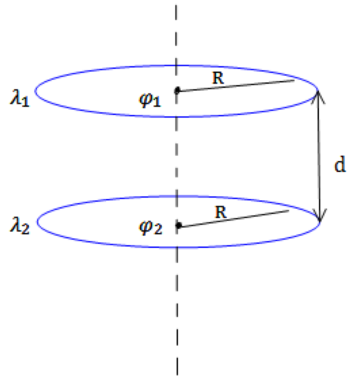
6) דסקה עם חור



בדסקה בעלת רדיוס b קדחו חור במרכזה ברדיוס a.
הדסקה טעונה בצפיפות מטען ליחידת
שטח: $\sigma(r)=\frac{D}{r^2}$, D קבוע לא נתון.

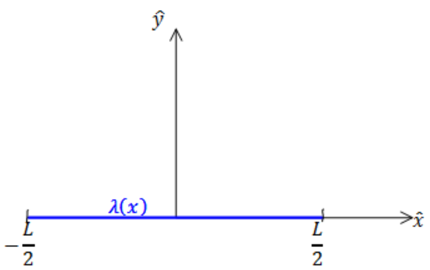
א. מצא את היחידות של D.
ב. מצא את D אם נתון גם המטען הכולל בדסקה Q.
ג. מצא את הפוטנציאל במרכז הדסקה.
ד. בדוק מה קורה בגבול של $b\to a$.

7) טבעת מעל טבעת



שתי טבעות זהות בעלות רדיוס R מונחות האחת מעל ובמקביל לשנייה כך שהמרחק בניהן הוא d.
הטבעת העליונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_1 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_1.
הטבעת התחתונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_2 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_2.
מצא את צפיפויות המטען של הטבעות אם נתון כי הפוטנציאל באינסוף מתאפס.

8) תיל עם צפיפות משתנה



תיל דק מונח על ציר ה-x כך שמרכזו בראשית הצירים. אורך התיל הוא L והוא טעון בצפיפות מטען ליחידת אורך: $\lambda(x)=\lambda_0\frac{x}{L}$.

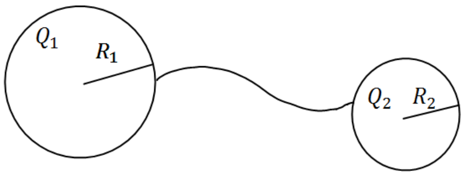
א. מצא את המטען הכולל בתיל.
ב. מצא את הפוטנציאל על ציר ה-x למעט בתחום בו נמצא התיל.

9) כדור זז מחבר בין שני כדורים

הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה. הנח שהכדורים מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F. הכדור השלישי גם הוא זהה אך אינו טעון. מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת תתייצב. לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב. לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי.
מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

10) שני כדורים מוליכים מחוברים בחוט

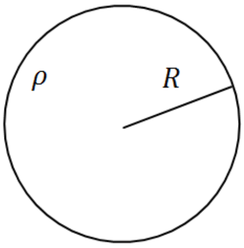
שני כדורים מוליכים טעונים ונמצאים במרחק גדול מאוד זה מזה.
רדיוסי הכדורים והמטענים שלהם הם: R_1, R_2, Q_1, Q_2.
מחברים בין הכדורים באמצעות חוט מוליך.



א. מה יהיה המטען על כל כדור לאחר זמן רב?
ב. כמה מטען זרם דרך החוט ולאיזה כיוון?

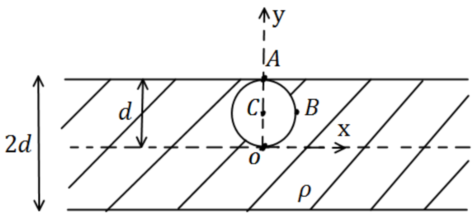
11) פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ.



12) חור במישור

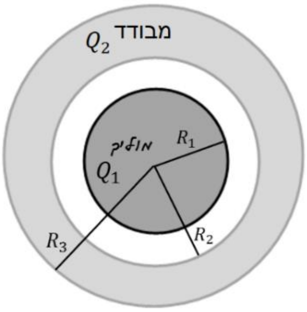
לוח אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען אחידה וחיובית ליחידת נפח ρ.
בתוך הלוח ישנו חלל כדורי בקוטר d.



א. חשב את השדה החשמלי בנקודות: $O(0,0)$, $A(0,d)$, $B(0.5d,0.5d)$, $C(0,0.5d)$.
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות A ו-B.
ג. משחררים מטען $q>0$ בעל מסה m מהנקודה C.
   i. לאיזה כיוון יתחיל לנוע המטען אם מתעלמים מהשפעת כוח הכובד?
   ii. מהי מהירות המטען רגע לפני שהוא מגיע לדופן החלל?

13) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת

כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1.
הכדור נמצא במרכזה של קליפה כדורית מבודדת בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3.
הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2.



א. חשב את השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.
ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.

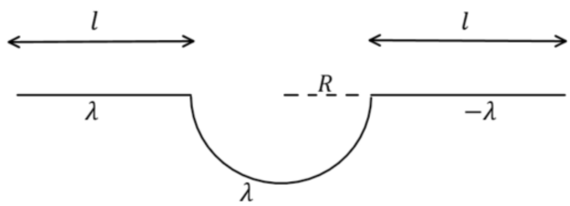
14) שדה ופוטנציאל במרכז של תיל עם חצי עיגול

תיל טעון מורכב משלושה חלקים, שני קווים ישרים בעלי אורך l וחצי עיגול ברדיוס R שמחבר ביניהם, ראו איור. החלק הישר השמאלי וחצי העיגול טעונים בצפיפות מטען אחידה λ שאינה נתונה. החלק הישר הימני טעון ב $-\lambda$.

א. מצאו את λ אם ידוע שסך כל המטען במערכת הוא Q.

ב. חשבו את השדה החשמלי במרכז חצי העיגול.

ג. חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרכז חצי העיגול.



תשובות סופיות:

1) $3.6\cdot10^{-2}$

2) א. $1.93\cdot10^{7}\,\mathrm{V}$ ב. $6.17\cdot10^{-12}\,\mathrm{J}$

ג. $v=4.32\cdot10^{7}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ ד. $r=1.95\cdot10^{-14}\,\mathrm{m}$

3) א. ראה סרטון ב. $y=0$

ג. ראה סרטון ד. ראה סרטון

4) א. פוטנציאל: $\dfrac{2kq}{\alpha}$, שדה חשמלי: $-\dfrac{k4q}{d^2}\hat{x}$ ב. $x_1=-\dfrac{1}{2}a\ ,\ x_2=-2a$

ג. $x_1=-\dfrac{kq}{a^2}\cdot\dfrac{16}{3}\hat{x}\ ,\ x_2=\dfrac{kq}{a^2}\cdot\dfrac{2}{3}\hat{x}$ ד. רדיוס: $R=\dfrac{3}{4}a$, מרכז: $\left(-\dfrac{5}{4}a,0,0\right)$

ה. איפוס השדה: $x_2=-3.73a$, הפוטנציאל בנקודה זו: $0.27\dfrac{kq}{a}$

ו. ראו סרטון.

5) א. $\dfrac{kQ}{R}$ ב. לא

6) א. $\lceil D\rceil=\lceil c\rceil$ ב. $D=\dfrac{Q}{2\pi\ln\frac{b}{a}}$ ג. $\varphi=\dfrac{kQ}{\ln\frac{b}{a}}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$

ד. $\dfrac{kQ}{a}$

7) $\varphi_1=2\pi k\lambda_1+\dfrac{2\pi k\lambda_2R}{\sqrt{R^2+d^2}}\ ,\ \varphi_2=2\pi k\lambda_2+\dfrac{2\pi k\lambda_1R}{\sqrt{R^2+\left(-d^2\right)}}$

8) א. 0 ב. $\varphi=\dfrac{k\lambda_0}{L}\left(-L+x\ln\left(\dfrac{x+\frac{L}{2}}{x-\frac{L}{2}}\right)\right)$

9) $\dfrac{3}{8}F$

10) א. $q_2'=\dfrac{R_2(Q_1+Q_2)}{R_1+R_2}$ ב. אם $\dfrac{Q_1}{Q_2}>\dfrac{R_1}{R_2}$ אז המטען עבר משמאל לימין,

אם $\dfrac{Q_1}{Q_2}<\dfrac{R_1}{R_2}$ אז עבר מימין לשמאל.

11) $$\varphi=\begin{cases}-\dfrac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(r^2-R^2\right) & r\le R\\ -\dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\dfrac{r}{R} & r\ge R\end{cases}$$

12) א. $\vec{E}_O = \frac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{E}_A = \frac{5\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{E}_B = \frac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{x}\ ,\ \vec{E}_C = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

ב. $\frac{3\rho d}{8\varepsilon_0}$ ג. i. למעלה. ii. $V = \sqrt{\frac{2q\rho d^2}{3\varepsilon_0 m}}$

13) א.

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r^2}\hat{r} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{k}{r^2}\left(Q_1 + Q_2\left(\frac{r^3 - R_2^3}{R_3^3 - R_2^3}\right)\right)\hat{r} & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r^2}\hat{r} & R_3 < r \end{cases}$$

ב.

$$\varphi(r) = \begin{cases} C_1 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r} + C_2 & R_1 < r < R_2 \\ \frac{kQ_1}{r} - \frac{kQ_2 r^2}{2(R_3^3 - R_2^3)} - \frac{kQ_2 R_2^3}{(R_3^3 - R_2^3)r} + C_3 & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r} + C_4 & R_3 < r \end{cases}$$

14) א. $\lambda = \frac{Q}{\pi R}$ ב. $\vec{E} = \frac{2K\lambda}{R}\hat{y} + 2K\lambda\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{1+R}\right)\hat{x}$

ג. $\varphi = K\lambda\pi$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

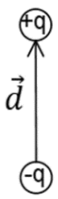
פרק 5 - דיפול חשמלי

תוכן העניינים

הכל על דיפול:

רקע:

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.



מומנט הדיפול :

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$$p_x = \sum x_i q_i = \int x \, dq$$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

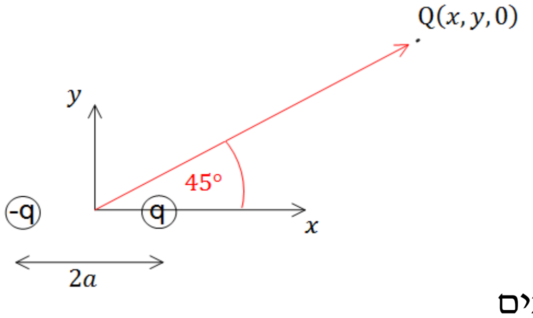
$$\vec{F} = \left(\vec{p} \cdot \vec{\nabla}\right) \cdot \vec{E} = -\vec{\nabla} U$$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (נוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

שאלות:

1) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה

שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים $x=a$ ו- $x=-a$.



א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x,y,0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x הוא $45°$. השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

2) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

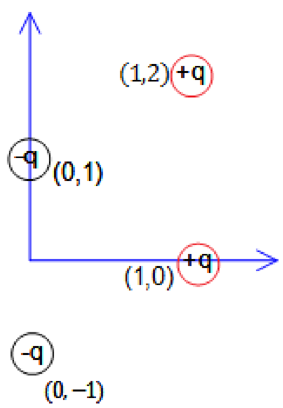
נתון דיפול $\vec{p}=(p,0,0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,0,0)$ עם מהירות $(v,0,0)$ ״יעצר בנקודה $(b,0,0)$.

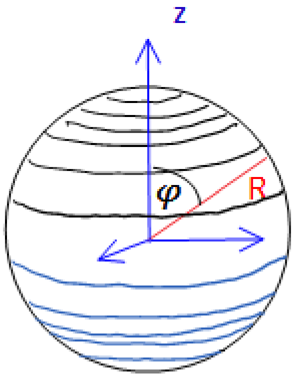
ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $\left(a,-\sqrt{2}a,0\right)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

3) מציאת מומנט דיפול של מערכת

מצא את מומנט הדיפול החשמלי של התפלגות המטענים המתוארת בציור.

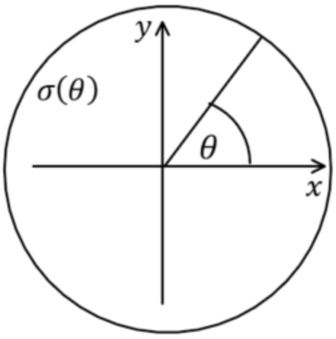


4) מציאת מומנט דיפול של מערכת



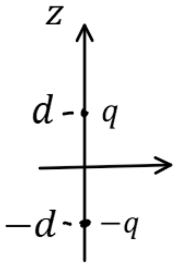
(באותו הסרטון כמו השאלה הקודמת)
מצא את מומנט הדיפול של קליפה כדורית הטעונה בצפיפות מטען משטחית לא אחידה $\sigma=\sigma_0\cos\varphi$
כאשר σ_0 קבוע נתון ו-φ היא הזווית עם ציר ה-z.

5) דיסקה עם התפלגות מטען שתלויה בזווית



דיסקה מלאה בעלת רדיוס R טעונה בצפיפות מטען ליחידת שטח $\sigma(\theta)$.
מצא את השדה החשמלי במרחק z מעל מרכז הדיסקה בגבול בו $z>>\mathrm{R}$:
א. במקרה בו $\sigma(\theta)=\sigma_0\sin(\theta)$.
ב. במקרה בו $\sigma(\theta)=\sigma_0\sin(2\theta)$ רק עד הסדר של הדיפול.

6) חישוב שגיאה



מטען q נמצא ב-$(0,0,d)$ ומטען $-q$ נמצא ב-$(0,0,-d)$.
א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.
ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמתי?
ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

7) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)

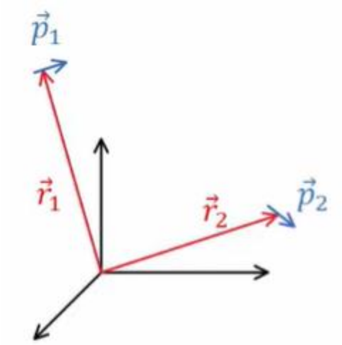
דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול $\vec{p}$ נמצא במיקום $\vec{r}$.
מטען נקודתי q נמצא בראשית. התייחס ל-q, $\vec{p}$ ו-$\vec{r}$ כנתונים.
א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.
ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.
ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא: $\vec{F}=\frac{k\left(\vec{p}\cdot r^2-(\vec{p}\cdot\vec{r})\cdot\vec{r}\right)}{r^5}$

8) אנרגית דיפול-דיפול

דיפול $\vec{p}_1$ ממוקם ב- $\vec{r}_1$ ודיפול $\vec{p}_2$ ממוקם ב- $\vec{r}_2$.

א. הראה שהאנרגיה של $\vec{p}_2$ בשדה של $\vec{p}_1$ היא:

$U=\frac{k}{\tilde{r}^3}\left[\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\right]$ כאשר $\vec{\tilde{r}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\tilde{r}=\left|\vec{\tilde{r}}\right|$ ו- $\hat{\tilde{r}}=\frac{\vec{\tilde{r}}}{\tilde{r}}$.



ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של $\vec{p}_1$ בשדה של $\vec{p}_2$ היינו מקבלים תוצאה זהה.

ג. מצא את הכוח הפועל על $\vec{p}_2$ והכוח על $\vec{p}_1$.

ד. מה שווה הכוח על $\vec{p}_2$ במקרה ש- $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומקביל ל- $\vec{\tilde{r}}$?

ומה הכוח אם $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומאונך ל- $\vec{\tilde{r}}$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=kq\left[\left(\frac{x-a}{\left((x-a)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}-\frac{x+a}{\left((x+a)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\hat{x}+\left(\frac{y}{\left((x-a)^2+y^2\right)}-\frac{y}{\left((x+a)+y^2\right)}\right)\hat{y}\right]$

ב. $\frac{kq}{r^3}\left(a\hat{x}+3a\hat{y}\right)$ ג. $q2a\hat{x}$ ד. שאלת הוכחה.

2) א. $\rho=\frac{mv^2}{2e^k}\left(\frac{a^2b^2}{b^2-a^2}\right)$ ב. $|e|\frac{K\sqrt{2}p}{3\sqrt{3}a^3}$

3) 0

4) $\left(0,0,\frac{4}{3}\sigma_0 R^3 2\pi\right)$

5) א. $-\frac{k\pi r_0 R^3\hat{y}}{3z^3}$ ב. 0

6) א. $\varphi(q)=\frac{kq2d}{z^2-d^2}$ ב. $z_{\min}=10d$ ג. $z_{\min}\approx 14.14d$

7) א. $\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$ ב. $-\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$ ג. שאלת הוכחה

8) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה

ג. $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left[\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot\tilde{\vec{r}}+\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\vec{r}}\right)\cdot\vec{p}_1+\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\vec{r}}\right)\vec{p}_2-5\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\vec{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\vec{r}}\right)\hat{\vec{r}}\right]$, $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$

ד. $\vec{p}_1\parallel\vec{p}_2\parallel\vec{r}$: $\vec{F}_2=-\frac{6K}{\tilde{r}^4}p_1p_2\hat{\vec{r}}$, $\vec{p}_1\parallel\vec{p}_2\perp\vec{r}$: $\vec{F}_2=-\frac{3K}{\tilde{r}^4}p_1p_2\hat{\vec{r}}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 6 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

מציאת התפלגות מטען:

רקע:

<u>צפיפות נפחית</u>:

$$\rho = \varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של חוק גאוס)

<u>צפיפות משטחית</u>:

$$\sigma = \varepsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

<u>מטען נקודתי</u>: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2}\hat{r}$ (בקורדינטות **כדוריות**) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{\mathrm{k}}$.

<u>צפיפות מטען אורכית</u>: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r}\hat{r}$ (בקורדינטות **גליליות**) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\varepsilon_0\alpha$.

<u>מציאת שדה מהפוטנציאל</u>:

$$\vec{\mathrm{E}} = -\vec{\nabla}\varphi$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של פוטנציאל)

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
grad $\vec{\nabla} f$	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{rsin\varphi}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{z}$
div $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial (rF_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(A_\varphi \sin\varphi)$
Rot/curl $\vec{\nabla} \times \vec{F}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\hat{z}$	$\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(F_\theta \sin\varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta}\right)\hat{r} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$

(הטבלה הופיע גם בפרק המבוא המתמטי)

שאלות:

1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r)=\begin{cases}Ar^2, & r<a\\ B\ln(r)+C, & a<r<b\\ D\ln(r), & b<r\end{cases}$$

A , B , C , D נתונים.

א. מצאו קשר בין הקבועים.

ב. מצאו את התפלגות המטען במרחב.

ג. כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c>b$. מצאו את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע"י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E}=\frac{C}{r}\left(\hat{r}+\cos\theta\,\hat{\theta}+\sin\theta\cos\varphi\hat{\varphi}\right)$$

א. מצאו את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצאו את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצאו שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

3) התפלגות בכדוריות

השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$:\vec{E}(r)=\begin{cases}-\dfrac{72\pi\cdot 10^5\,(N\cdot\frac{m}{C})}{r}\hat{r}, & r<1\\ -\dfrac{144\pi\cdot 10^5\left(N\cdot\frac{m^2}{C}\right)}{r^2}\hat{r}, & r>1\end{cases}$$

הקואורדינטות כדוריות.

מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) א. $\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\varepsilon_0 c}{r^2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}+\frac{\sin\theta\cos 2\varphi}{\sin\varphi}\right)$ ב. $4\pi\varepsilon_0 cR$ ג. $4\pi\varepsilon_0 cR$.

3) $\rho(r)=\begin{cases}-\dfrac{2\cdot 10^{-4}\left(\frac{c}{m}\right)}{r^2} & r<1\\ 0 & 1<r\end{cases}$, $\sigma(r=1)=-2\cdot 10^{-4}\frac{c}{m^2}$.

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 7 - אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

תוכן העניינים

הרצאה:

רקע:

$$U = \Sigma \frac{1}{2}\varphi_i q_i = \int \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \, dv$$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.
- בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית.

$\mu_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית .

שאלות:

1) הסבר נוסחאות ודוגמה

מצא את האנרגיה הדרושה לבניית קליפה כדורית בעלת רדיוס R וצפיפות מטען משטחית σ.

תשובות סופיות:

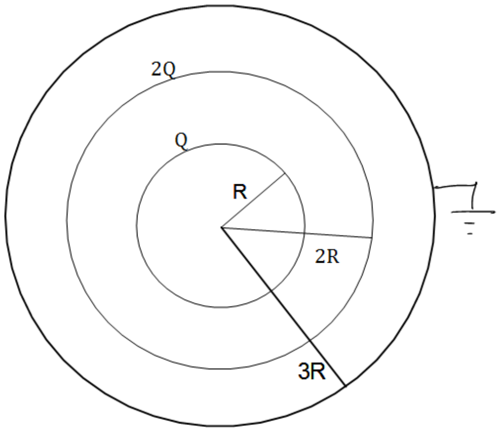
1) $U = \frac{1}{2}\frac{KQ^2}{R}$

תרגילים:

שאלות:

1) אנרגיה של מערכת שלוש קליפות

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפלג בצורה אחידה. הקליפה מוקפת קליפה נוספת ברדיוס 2R הטעונה במטען 2Q.
שתי הקליפות מוקפות בקליפה שלישית מוליכה ומוארקת ברדיוס 3R.
מצא את האנרגיה הדרושה לבניית המערכת.



2) שתי טיפות מים כדוריות וזהות בעלות רדיוס R טעונות כל אחת במטען Q המפולג באופן אחיד על פניהן. מחברים את הטיפות ויוצרים טיפה אחת חדשה וגדולה שגם בה המטען מפולג באופן אחיד על השפה.

א. מהי האנרגיה העצמית של הטיפות לפני שהתחברו?
ב. מהי האנרגיה העצמית של הטיפה החדשה?
ג. מהי האנרגיה העצמית של מערכת שתי הטיפות בדיוק לפני ההתחברות (כלומר, הטיפות כמעט נוגעות אחת בשניה)?
הנח שהתפלגות המטען על כל טיפה עדיין אחידה.
ד. מהו היחס בין האנרגיה שחישבת בסעיף ב' לסעיף ג'?

תשובות סופיות:

1) $\frac{KQ^2}{R}$

2) א. $\frac{KQ^2}{R}$ ב. $\frac{2KQ^2}{\sqrt[3]{2}R}$ ג. $\frac{3}{2}\frac{KQ^2}{R}$ ד. ≈ 1.058

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 8 - מטעני דמות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

שיטת מטעני דמות היא שיטה למצא פוטנציאל בבעיות בהם יש מוליכים עם התפלגות מטען שאינה אחידה.

השיטה:

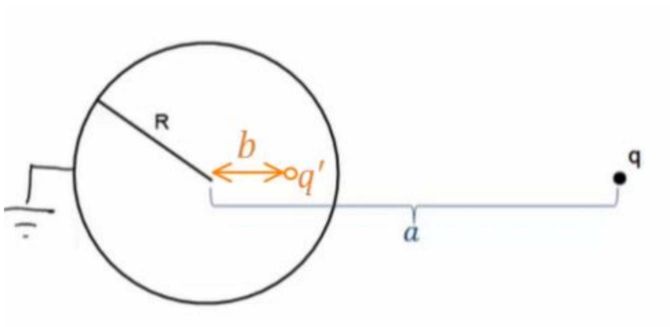
נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך .

בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.

בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.

לפי משפט הקיום והיחידות הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.

המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:

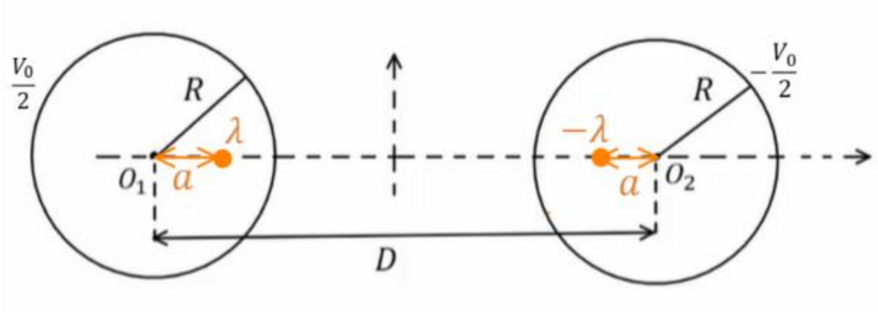


$$b = \frac{R^2}{a} \qquad\qquad q' = -\frac{R}{a}q$$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0 אז נוסיף מטען q'' במרכז הקליפה כך ש :

$$q'' = \frac{V_0 R}{k}$$

המקרה של שני גלילים אינסופיים:



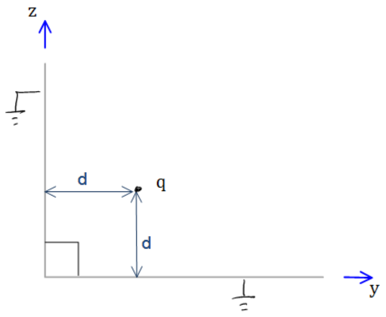
$$\lambda = \frac{\pi \varepsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R}\right)^2 - 1}\right)}$$

$$a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - R}$$

שאלות:

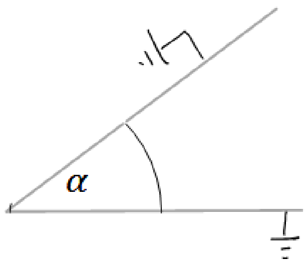
1) לוחות בזווית 90 מעלות

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



2) לוחות בזווית אלפה

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצאו את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

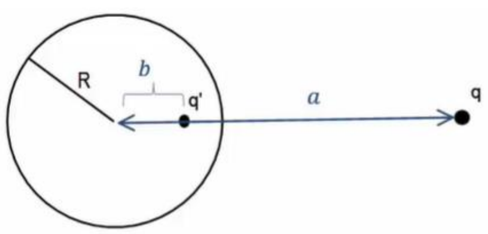
נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצאו את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

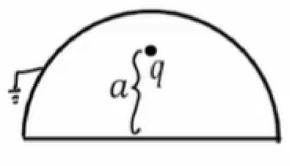
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה

נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה.
מצאו את התפלגות המטען על השפה של הספירה.



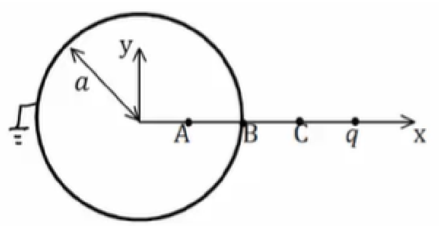
6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R.

המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצאו את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

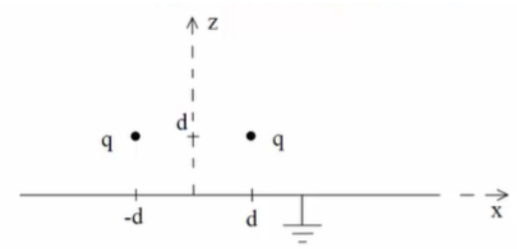
7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש: $x_C = \frac{3a}{2}$, $x_B = a$, $x_A = \frac{a}{2}$.

א. מצאו את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

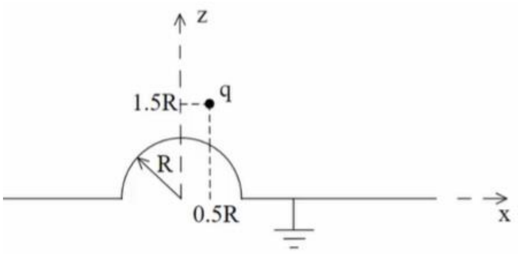
8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$ ו- $(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z>0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.

מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R,0,1.5R)$.

א. מצאו את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.

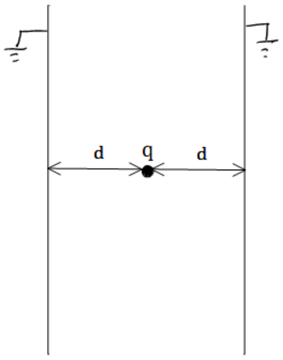
ב. מצאו את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.

ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{R}{2},0,\frac{\sqrt{3}R}{2}\right)$?

ד. מה הכוח הפועל על המטען?

ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

10) מטען בין שני לוחות אינסופיים

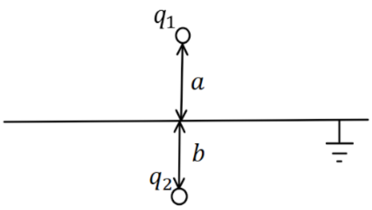


נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

א. מצאו את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצאו את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

11) מטענים משני צידי מישור מוארק



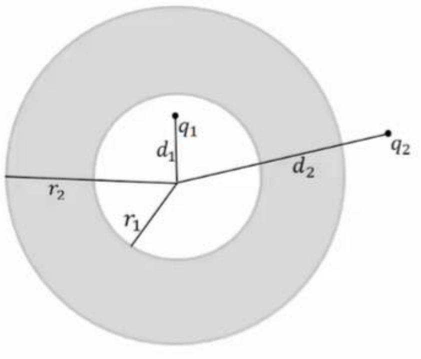
מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.

מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.

א. מצאו את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?

12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ



נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $d_1 < r_1$.

מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $d_2 > r_2$.

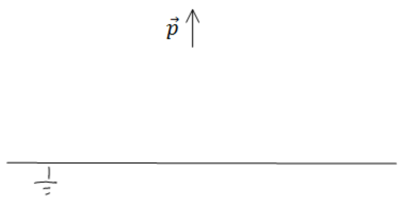
המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצאו את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצאו את הכוח הפועל על המטען q_2.

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

13) דיפול מעל מישור



דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

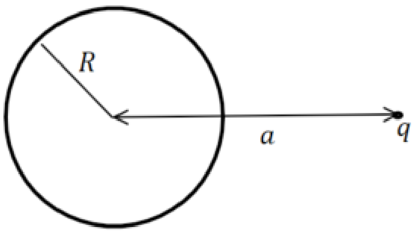
מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0,0,p)$.

א. מצאו את השדה בכל המרחב.

ב. מצאו את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצאו את סך המטען על המישור.

14) ספירה ניטרלית



מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמשו בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2}$

2) ראו סרטון.

3) $\sigma = -kq\varepsilon_0 \frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F = -\frac{q^2}{(2d)^2}$

5) $$E(r,\theta) = \frac{kq(r - a\cos\theta)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2 - a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2 - 2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$$

6) ראו סרטון.

7) א. $\varphi_A = \varphi_B = 0\ ,\ \varphi_C = \frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B = \varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2}(-\hat{x})$

ד. $U = \frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $(-d,0,d)\ ,\ (d,0,-d)$ ב. $-0.338\hat{z} + 0.162\hat{x}$

ג. $$\sigma = -\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left((x-d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left((x+d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right) \quad , \quad Q_T = -2q$$

ד. $U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q\ ,\ \vec{r}_3 = \left(\frac{R}{5}, 0, -\frac{3}{5}R\right)\ ,\ q_4 = -q\ ,\ \vec{r}_4 = (0.5R, 0, -1.5R)$

ב. $(0,0,1.5R)$: $\varphi \approx 0.71\frac{kq}{R}$, $(0,0,0.5R)$: 0 ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F} = \frac{kq^2}{R^2}(-0.2, 0, -0.64)$ ה. $U = \frac{kq^2}{2R}(-0.7)$

10) א. $V_T = \frac{k(-1)^n q}{\left((x-2dn)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}(-\ln(2))$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{\left|r_+\right|^2}\hat{r}_+ +\frac{-kq_1}{\left|r_-\right|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $$\mathrm{U}=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1q_2}{d_2}\right]$$

13) א. $$\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$$

ב. $\sigma\left(r\right)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 9 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.

כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$ או $\vec{E}_{free}$ - השדה החיצוני

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ε_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.

$$\varepsilon_r > 1$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

σ_i - צפיפות מטען מושרית /קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \varepsilon_0 \Delta E_{0_\perp}$$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \varepsilon_0 \Delta E_\perp$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$$\vec{p} = \int \vec{P}\, \mathrm{d}V$$

על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר:

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים ליניארים:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

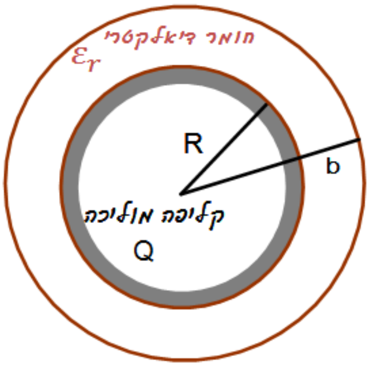
חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}_0$$

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה

קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).



תשובות סופיות:

1) השדה במרחב:

$$\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}r^2}\hat{r} & \mathrm{R}<r<\mathrm{b}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{r^2} & \mathrm{b}<r\end{cases}$$

התפלגות המטען המושרית:

$$\sigma_i(\mathrm{R})=\frac{\varepsilon_0\mathrm{kQ}}{\mathrm{R}^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}-1\right)\ ,\ \sigma_i(\mathrm{b})=\varepsilon_0\left(\frac{\mathrm{kQ}}{\mathrm{b}^2}-\frac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mathrm{b}^2}\right)$$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 10 - מעגלי זרם ישר

תוכן העניינים

מעגלי זרם ישר בסיסיים:

רקע:

המעגל החשמלי מורכב מרכיבים חשמליים ומחוטים מוליכים.

הסוללה (או מקור המתח) מספקים רק את המתח או הכוח להניע את המטענים ולא את המטענים עצמם. אלו כבר נמצאים בחוטים המוליכים וברכיבים.

חוט אידיאלי - אינו מפריע לתנועת המטענים , ללא התנגדות.
הפוטנציאל לאורך החוט אחיד.

תנועת המטענים במעגל נקראת זרם. בשביל שיזרום זרם קבוע חייבים מעגל סגור.

זרם:

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$V = IR$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

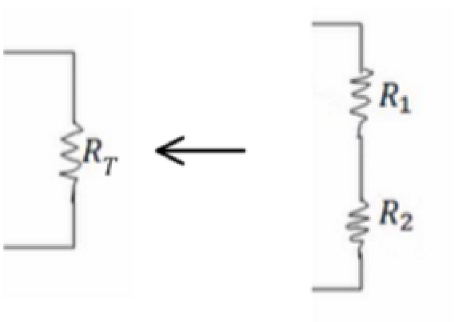
$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

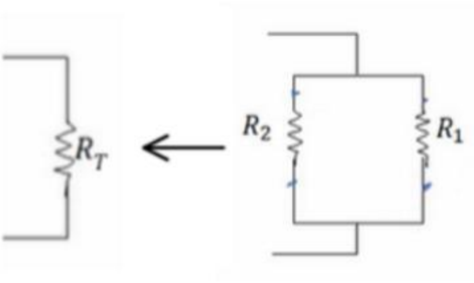
$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הן המתח והזרם בנגד השקול.



חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

בטור: $R_T = \Sigma R_i \ , \ V_T = \Sigma V_i \ , \ I_T = I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \Sigma \frac{1}{R_i} \ , \ I_T = \Sigma I_i \ , \ V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

ההספק בנגד:

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

($P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד).

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$$V = \varepsilon - Ir$$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ε - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

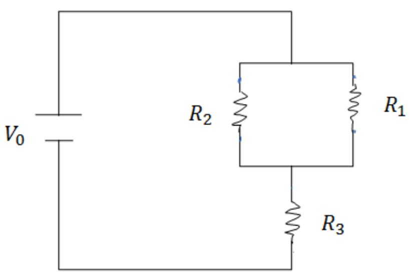
שאלות:

1) שנים במקביל אחד בטור

במעגל הבא נתונים ההתנגדות של כל נגד ומתח המקור: $R_1 = 2\Omega\,, R_2 = 3\Omega\,, R_3 = 5\Omega\,,\ V_0 = 31V$.

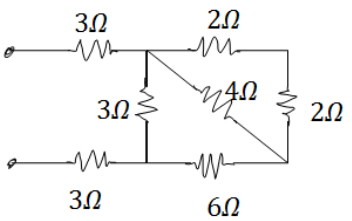
א. מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל.

ב. מצא את הזרם העובר בסוללה.
חשב את הזרם והמתח על כל אחד מהנגדים.



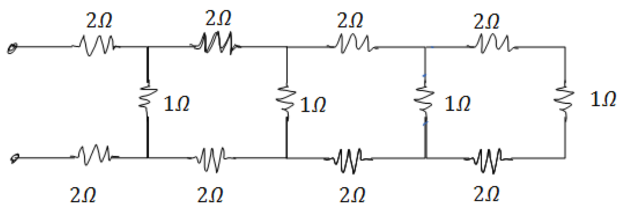
2) מרובע עם אלכסון

חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל הבא בין שני ההדקים.



3) 4 חוליות

מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל בין שני ההדקים.



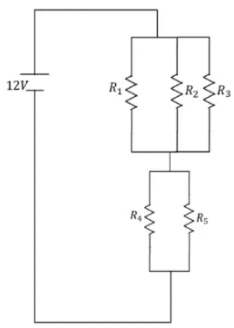
4) חישוב הספק מעגל

נתון המעגל הבא: $R_3 = R_2 = R_1 = 6\Omega,\ \ R_5 = R_4 = 8\Omega$.

א. מצא את הזרם במעגל והזרם בכל נגד.

ב. חשבו את הספק המעגל והראו כי הוא שווה להספק הסוללה.

ג. מוסיפים נגד כלשהו המחובר בטור לסוללה.
האם ההספק של המעגל יקטן, יגדל או לא ישתנה?



5) התנגדות של נורה

מצא את ההתנגדות של נורה בעלת הספק של 60w במתח של 220V

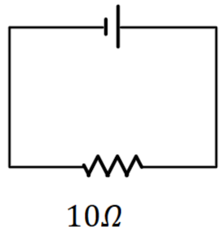
6) סוללה לא אידיאלית דוגמה 1

המעגל הבא מורכב מסוללה לא אידיאלית המחוברת לנגד של 10 אוהם. ההתנגדות הפנימית של הסוללה היא 1 אוהם. במעגל זורם זרם של 2 אמפר.

א. מהו הכא״מ של הסוללה?

ב. מהו מתח ההדקים שמספקת הסוללה במעגל?

סוללה לא אידיאלית



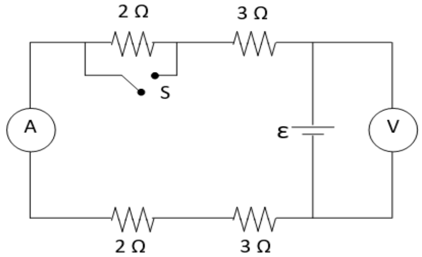
7) סוללה לא אידיאלית דוגמה 2

מחברים סוללה לא אידיאלית לנגד של 10 אוהם ומודדים את הזרם במעגל. המדידה מראה כי הזרם הוא 2 אמפר. לאחר מכן מנתקים את הסוללה מהנגד ומחברים אותה לנגד של 6 אוהם.
מודדים שוב את הזרם במעגל ורואים כי הזרם השתנה ל-3 אמפר.

א. מצא את הכא״מ וההתנגדות הפנימית של הסוללה.
ב. מצא את מתח ההדקים של הסוללה בכל אחד מהחיבורים.

8) מעגל עם סוללה לא אידיאלית

המעגל שבתרשים מכיל ארבעה נגדים, מד מתח ומד זרם אידיאלים, סוללה (לא אידיאלית) ומפסק. קריאת האמפרמטר נרשמה פעמיים, כאשר המפסק פתוח וכאשר המפסק סגור.
אחת הקריאות הייתה 1.5A והאחרת הייתה 1.8A.



א. האם הזרם הגבוה יותר נמדד כאשר המפסק היה פתוח או כאשר הוא היה סגור? נמק/י!
ב. מה הוראת מד המתח בשני מצבי המפסק? פרט/י חישוביך!
ג. חשב/י את הכא״מ ואת ההתנגדות הפנימית של הסוללה
ד. מה היו מראים אותם שני מכשירי מדידה אילו היו מחברים את מד המתח במקום מד הזרם ולהפך? נמק!

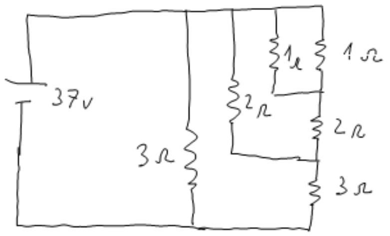
9) שלושה נגדים

נתונים שלושה נגדים זהים עם התנגדות ידועה R.

א. מצא את כל האפשרויות השונות לחבר את הנגדים.
ב. מצא את ההתנגדות השקולה של כל אפשרות.

10) שניים של 1 שניים של 2 ושניים של 3

חשב את הזרם והמתח בכל נגד במעגל הבא :



תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{31}{5}\Omega$ ב. $I_1=3A\ ,\ I_2=2A\ ,\ V_{1,2}=3A\ ,\ I_2=2A$

2) $\frac{90}{11}$

3) $R_T=\frac{985}{204}$

4) א. $I_T=2A,\ I_1=I_2=I_3=\frac{2}{3}A,\ I_4=I_5=1A$ ב. $24w$ ג. יקטן.

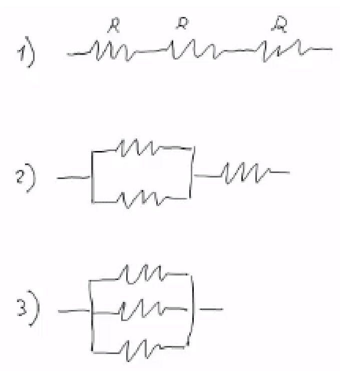
5) 807Ω

6) א. $\varepsilon=22V$ ב. $V=20V$

7) א. $r=21\Omega\ ,\ \varepsilon=24V$ ב. $V_1=20V\ ,\ V_2=18V$

8) א. ככל שההתנגדות השקולה נמוכה יותר, הזרם יהיה גבוה יותר.
לכן, הזרם הגבוה יהיה כאשר המפסק סגור.
ב. סגור: $V_{AB}=14.4V$, פתוח: $V_{AB}=15V$.   ג. $r=2\Omega\ ,\ \varepsilon=18V$
ד. האמפרמטר: $I=9A$, הוולטמטר: $V=0$.

9) א.



ב. i. $3R$ ii. $\frac{3}{2}R$ iii. $\frac{R}{3}$

10) נגד 1- מתח: $2V$ זרם: $2A$, נגד 2- מתח: $8V$ זרם: $4A$,
נגד 3- מתח: $27V$ זרם: $9A$.

שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים:

רקע:

חוקי קירכהוף:

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל
- נרשום משוואות מתחים - סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל)
- נרשום משוואות זרמים - בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא
- נפתור את מערכת המשוואות

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות)
לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{aligned} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 &= 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 &= 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 &= 3 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה i בעמודת התשובות.
לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

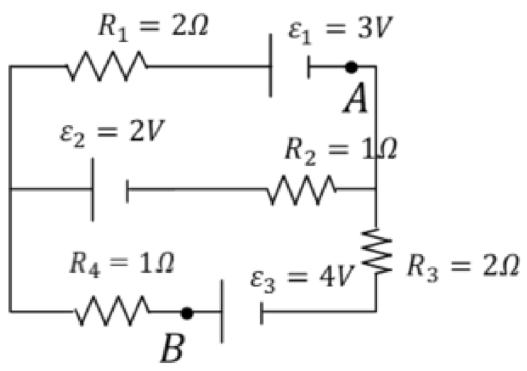
- נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל.
- נעשה משוואת מתחים לכל מעגל.
- נפתור את מערכת המשוואות

שאלות:

1) חוקי קירכהוף

א. חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.

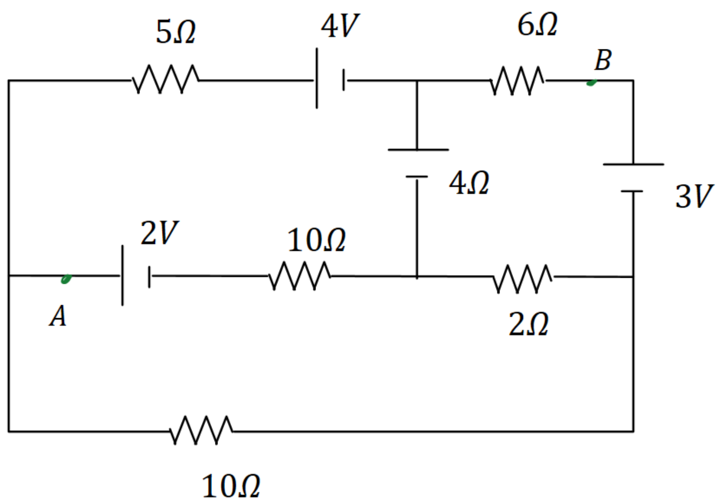
ב. מצאו את המתח V_{AB}.



2) תרגיל חוגים

א. חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.

ב. מצאו את המתח V_{AB}.



תשובות סופיות:

1) א. $I_1 = \frac{2}{11}A$, $I_2 = \frac{7}{11}A$, $I_3 = \frac{5}{11}A$ ב. $V_{AB} = \frac{34}{11}V$

2) א. $I_1 = -0.658\ A$, $I_2 = 0.628\ A$, $I_3 = -0.103\ A$

ב. $V_{AB} = -0.877\ V$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 11 - קבלים

תוכן העניינים

הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי:

רקע:

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $\sqrt{A} \ll d$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ε_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T=Q_1=Q_2$ ו- $V_T=V_1+V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):

$$C_T=C_1+C_2$$

כאשר $Q_T=Q_1+Q_2$ ו- $V_T=V_1=V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדר״כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$$U_c=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s=\Delta qV_s=-2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$$F = \left|\frac{dU_c}{dx}\right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

שאלות:

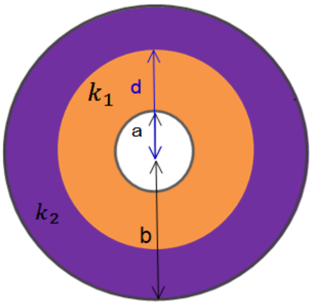
1) קבל גלילי

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות מוליכות באורך L ורדיוסים b , a .

א. מצא את הקיבול של הקבל L >> a , b.

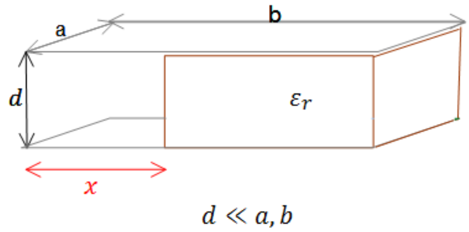
ב. כעת ממלאים את הקבל בחומר דיאלקטרי בעל קבוע משתנה.
k_1 כאשר a < r < d ו-k_2 כאשר d < r < b.
מצא את הקיבול החדש.

ג. טוענים את הקבל במטען Q, מצא את התפלגות המטען במרחב (חופשי ומושרה).



2) דרך שניה לחשב קיבול וחיבור קבלים

קבל לוחות מורכב משני לוחות מלבנים בעלי אורך b ורוחב a. המרחק בין הלוחות הוא d. לתוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי הממלא את כל החלל בין הלוחות עד למרחק x מקצה הלוחות. הקבוע הדיאלקטרי של החומר נתון ε_r.

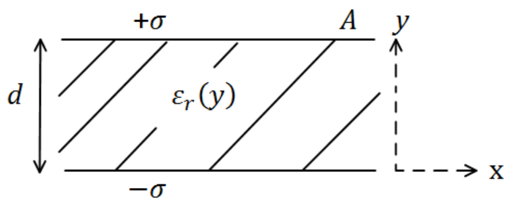


א. מצא את הקיבול של הקבל כתלות ב-x.

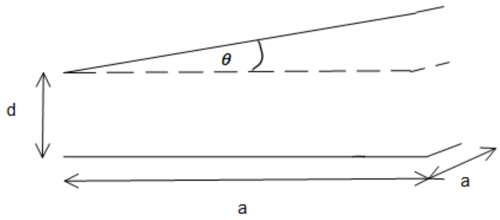
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מה תהיה התפלגות המטען החופשי על הלוחות? ומהי צפיפות המטען המושרה בחומר?

3) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי התלוי בגובה

קבל לוחות טעון בצפיפות מטען $\pm\sigma$.
שטח הלוחות הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d. בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק בין הלוחות: $\varepsilon_r(y) = 1 + \left(\frac{y}{d}\right)^2$,
כאשר הלוח התחתון נמצא ב-$y = 0$.
מצא את הקיבול של הקבל.



4) קבל לוחות בזווית

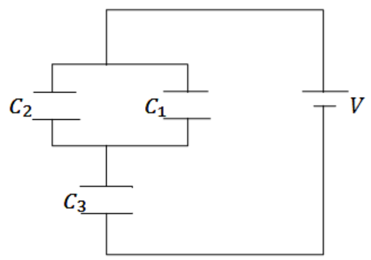


נתון קבל לוחות בעל שטח A ומטען Q.
אורך כל צלע בלוחות הקבל הינה a.
עקב טעות בייצור נוצרה זווית θ קטנה מאוד בין הלוחות.

א. חשב את קיבולו של הקבל כפונקציה של θ.

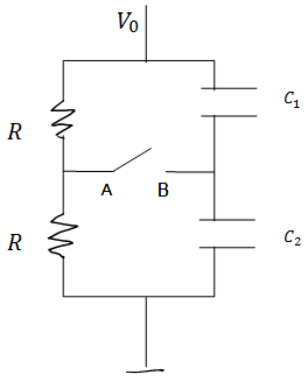
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מצא את התפלגות המטען המשטחית על לוחות הקבל.

5) שלושה קבלים



במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.

6) קבלים עם מפסק

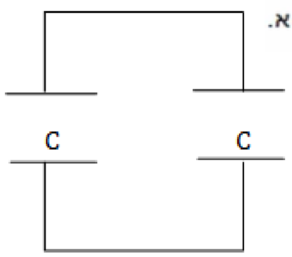


במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

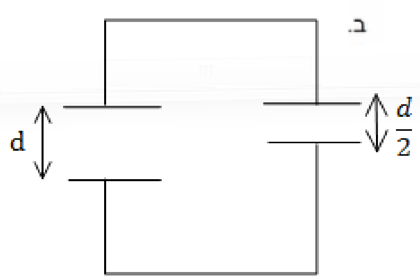
ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

7) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני



טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

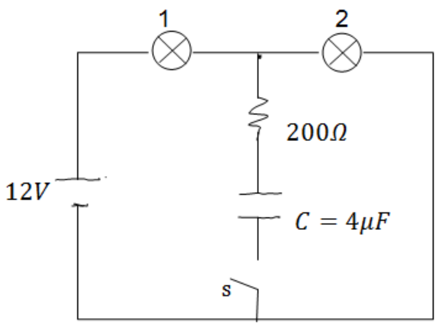


כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

8) שתי נורות

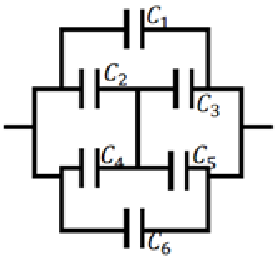


במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

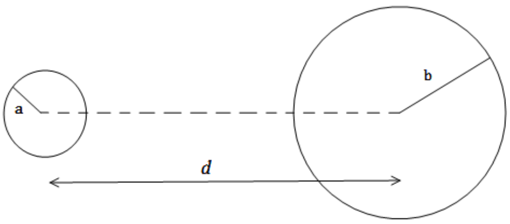
ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

9) חיבור קונפיגורציית קבלים



נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

10) שני כדורים מרוחקים



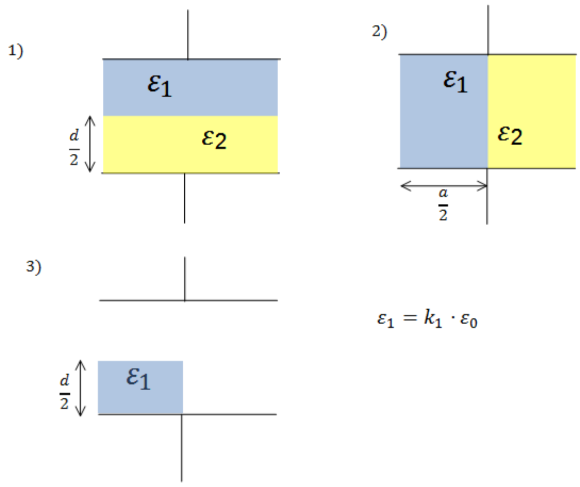
שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים ונתונים a , b טעונים במטענים שווים ומנוגדים +q , -q.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?

ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.

ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

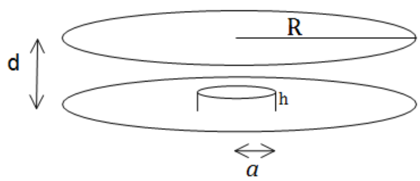
11) חומרים דיאלקטרים בתוך קבל



נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס רק חומר אחד, החומרים ממלאים את כל הצלע שנכנסת ללוח).

א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?
ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

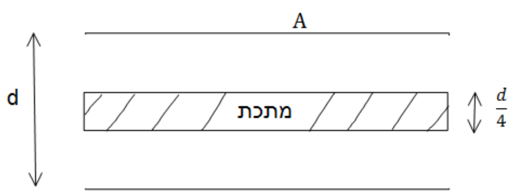
12) קבל לוחות עם בליטה



במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל ברדיוס a ($a \gg d$) ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.

א. מצא את הקיבול של הקבל.
ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.
ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

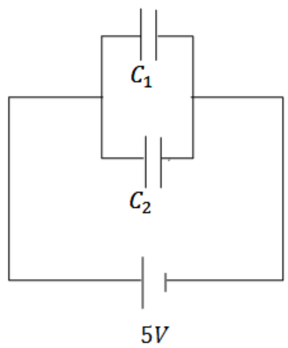
13) קבל עם פיסת מתכת



קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, ($d \ll \sqrt{A}$).

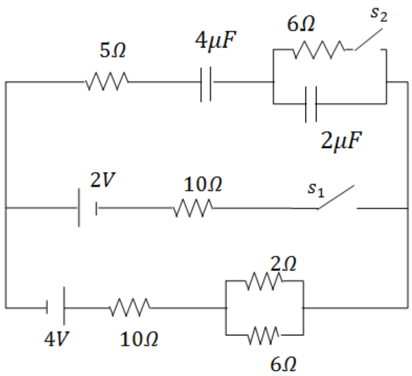
א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.
ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.
חזור על סעיף א.
ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.
חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

14) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי



במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא $5V$.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור
ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש
לאחר שהמערכת מתייצבת.

15) מעגל עם קבלים



חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל
קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:
א. s_1 פתוח ו-s_2 סגור.
ב. s_2 פתוח ו-s_1 סגור.
ג. שני המפסקים סגורים.

תשובות סופיות:

1) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $C=\frac{Q}{V}$ ג. $\sigma_i=\frac{Q}{2\pi bc}\left(1-\frac{1}{k_2}\right)$

2) א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a}{d}\left(x+\varepsilon_r\left(b-x\right)\right)$

ב. $q_1=\frac{\varepsilon_0 axV_0}{d}$, $q_2=\frac{\varepsilon_0 a\left(b-x\right)V_0\varepsilon_r}{d}E$, $\sigma_1=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_2=\frac{\varepsilon_0 V_0\varepsilon_r}{d}$

3) $\frac{\pi d}{4\varepsilon_0 A}$

4) א. $\frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\ln\left(1+\frac{a}{b}\theta\right)$ ב. $\sigma_{(x)}=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d+xty\theta}$

5) $q_1=3\mu C$, $q_2=4.5\mu C$, $q_3=7.5\mu C$

6) א. $V_{AB}=\frac{V_0}{2}-\frac{V_0C_2}{C_1+C_2}$ ב. $\Delta q=\frac{V_0}{2}\left(C_2-C_1\right)$

7) א. $U_T=2U_1=CV_0^2$ ב. $U'_T=\frac{2}{3}CV_0^2$, $V'=\frac{2}{3}V_0$

8) א. נורה 1: $R_1=200\Omega$, $V_1=5.34V$, $P_1=0.143W$

נורה 2: $R_2=250\Omega$, $V_2=6.68V$, $P_2=0.178W$

ב. $V_0=V_2=6.68V$

9) $C_T=C_1+C_6+C_{2345}$

10) א. $\vec{E}=\left(\frac{kq}{x^2}+\frac{kq}{\left(d-x\right)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi\approx kq\left(\frac{2}{d}-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה.

11) מצב 1:

א. $C_T=\frac{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)a^2}{2d}$ ב. $E_1=E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{free_1}=\frac{\varepsilon_1}{d}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{V}{d}$, $\sigma_{free_2}=\frac{\varepsilon_2}{d}V$, $\sigma_{i_2}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{V}{d}$

מצב 2:

א. $C_T=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2\cdot 2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $E_2=\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1}=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2}=\frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $\sigma_{i_2}=-\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3}=0\ ,\ \sigma_{i_3}=\dfrac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)2\varepsilon_0}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$

מצב 3 :

א. $C_T=\dfrac{\varepsilon_0 a^2}{a}\left(\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_0}+\dfrac{1}{2}\right)$ ב. $E_1=\dfrac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,E_2=\dfrac{2\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,E_3=\dfrac{V}{d}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\dfrac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}}=-\varepsilon_0\dfrac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i=\dfrac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_T=\dfrac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)\ ,\ \sigma_{free}=0$

12) א. $C_T=\varepsilon_0\pi\left(\dfrac{a^2}{d-h}+\dfrac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_1=\dfrac{V}{d-h}\ ,E_2=\dfrac{V}{d}$

ג. $\sigma_1=\varepsilon_0\dfrac{V}{d-h}\ ,\ \sigma_2=\varepsilon_0\dfrac{V}{d}$

13) א. $q=\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}V\ ,\ E=\dfrac{V}{d}\ ,\ U=\dfrac{1}{2}\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}V^2$

ב. $q_T=\dfrac{4\varepsilon_0 AV}{3d}\ ,\ E_1=E_2=\dfrac{4V}{3d}\ ,\ U=\dfrac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2$

ג. $q_T=\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}V\ ,\ E_1=E_2=\dfrac{V}{d}\ ,\ U=\dfrac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}$

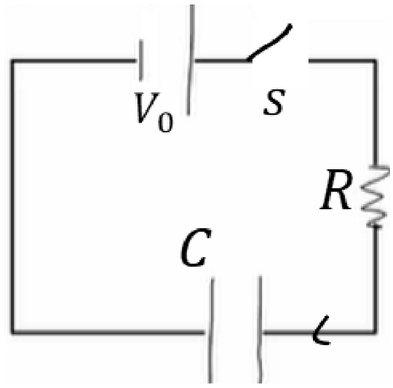
14) $q'_3=12.5\mu C\ ,\ V'_3=2.5V\ ,\ U=15.625J$

15) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $q_1=\dfrac{136}{129}\mu C\ ,\ I=\dfrac{12}{43}A$ ג. $q_1=\dfrac{136}{43}\mu C\ ,\ I=\dfrac{12}{43}A$

פריקה וטעינה של קבל - מעגלי RC :

רקע:

מעגל טעינה :



- משוואת המתחים :

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

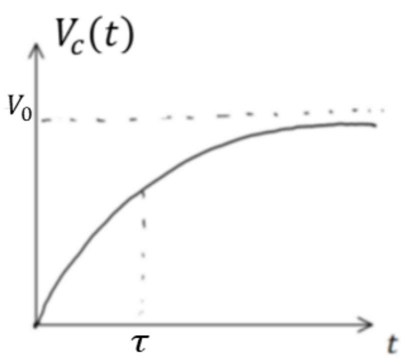
$$I = \frac{dq}{dt}$$

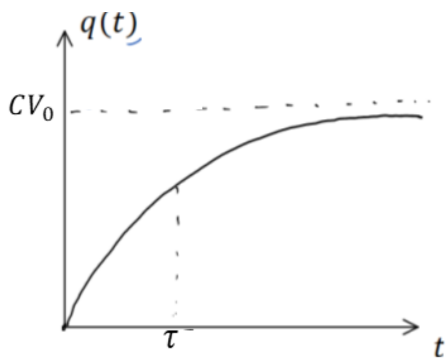
- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן :

$$q(t) = CV_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$V_c(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

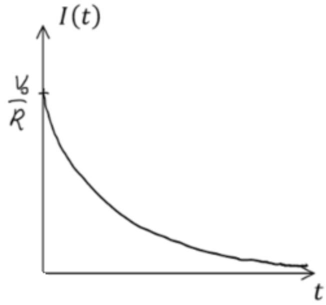
$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני





- הזרם כתלות בזמן:

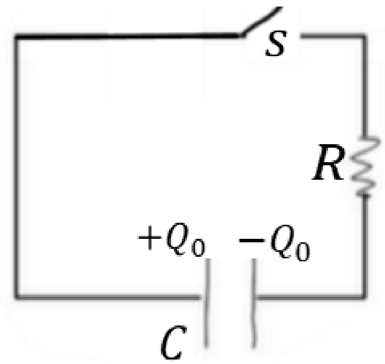
$$I(t)=\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



בהתחלה $(t=0)$ הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב $(t>5\tau)$ הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:



- משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C}-IR=0$$

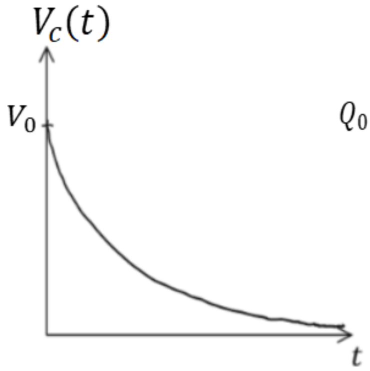
$$I=-\frac{dq}{dt}$$

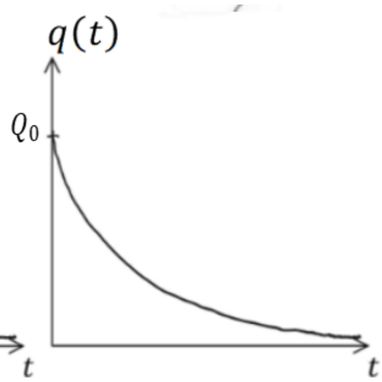
- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן:

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

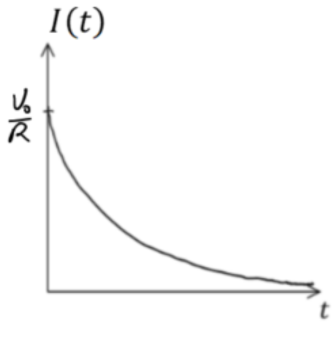
$$Q_0 = CV_0$$





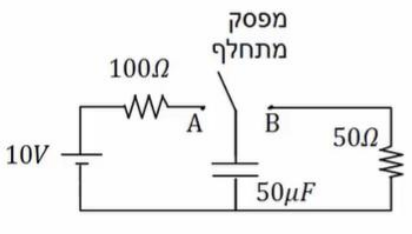
- הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



שאלות:

1) מתג מתחלף



במעגל הבא מחברים ב- $t=0$ את המפסק המתחלף לנקודה A. ב- $t=0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.

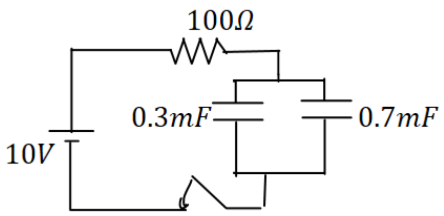
א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.

ב. מה המטען על הקבל ב- $t=0.02$.

ג. רשום שוב את הזרם כתלות בזמן.

ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

2) טעינה של שני קבלים

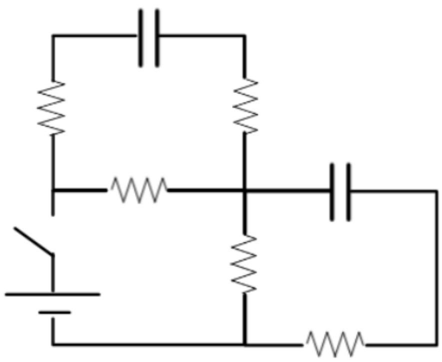


במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t=0$.

א. מהו הזמן האופייני במעגל?

ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל בזמנים: $t=0.2\sec$, $0.8\sec$.

3) קבלים בהתחלה ובסוף



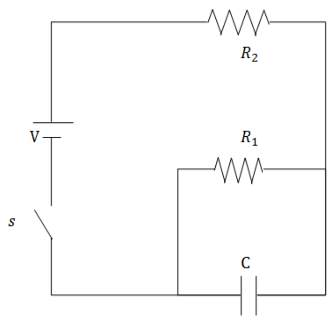
במעגל הבא הקיבול של הקבלים זהה ושווה ל-C התנגדות הנגדים זהה ושווה ל-R ומתח הסוללה הוא V.
הקבלים אינם טעונים כאשר המפסק פתוח.

א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג.

ב. מצאו את הזרם בסוללה והמתח על כל קבל לאחר זמן רב.

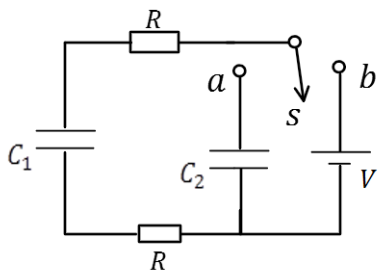
ג. מהו המטען על כל קבל לאחר זמן רב?

4) **מטען על קבל במקביל לפי הזמן**



במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$
כאשר הקבל אינו טעון.
מצא את המטען על הקבל והזרם בכל נגד
כפונקציה של הזמן.
נתון: V, R_1, R_2, C.

5) **פריקה בין שני קבלים**



במעגל הבא הקבל C_1 טעון במטען Q_0 לפני
סגירת המתג s לנקודה a.

א. רשום את המשוואה ממנה ניתן לקבל
את המטען על הקבל C_1 כתלות בזמן.
ב. פתור את המשוואה ומצא את המטען
על כל קבל כתלות בזמן.
ג. מהם הזרמים בשני הנגדים כתלות בזמן?

6) **קבל של שני כדורים**

שני כדורים בעלי רדיוסים a ו- b מרוחקים
מאוד זה מזה.
טוענים את הכדורים במטענים $+Q$ ו- $-Q$
בהתאמה.

א. חשב את האנרגיה האלקטרוסטטית
הכוללת של המערכת.
ב. חשב את הקיבול של המערכת דרך
התוצאה שקיבלת עבור האנרגיה.
ג. אם מחברים את הכדורים בחוט ארוך מאוד עם התנגדות כוללת R,
מה זמן הפריקה האופייני של המערכת?

תשובות סופיות:

1) א. $V_C(t)=\begin{cases}10\left(1-e^{-\frac{t}{0.05}}\right) & 0<t<0.01\\ 8.65\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$

ב. $q_0(t=0.02)\approx 7.92\cdot 10^{-6}\text{C}$

ג. $I(t)=\begin{cases}\frac{10}{100}\cdot e^{\frac{-t}{0.005}} & 0<t<0.01\\ \frac{8.65}{50}\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$

ד. ראה סרטון

2) א. $0.1\sec$

ב. $0.8\sec$: $V_1=V_2=10V$, $q_1=3\cdot 10^{-3}C$, $q_2=7\cdot 10^{-3}C$

$0.2\sec$: $V_1=V_2\approx 8.65V$, $q_1=2.6\cdot 10^{-3}C$, $q_2=6.01\cdot 10^{-3}C$

3) א. $\frac{6V}{7R}$

ב. זרם סוללה: $\frac{V}{2R}$, מתח קבלים: $\frac{V}{2}$.

ג. מטען קבלים: $\frac{CV}{2}$

4) $q(t)=\frac{VR_1\cdot C}{R_2+R_1}\left(1-e^{\frac{R_2+R_1}{R_1C\cdot R_2}t}\right)$

5) א. $\frac{C_1+C_2}{2RC_1C_2}\cdot q_1+q_1-\frac{Q_0}{2RC_2}=0$

ב. $q_1(t)=(\tau\cdot A-Q_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$,

$q_2(t)=(-\tau\cdot A+Q_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

ג. $I=\left(\frac{Q_0}{\tau}-A\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$

6) א. $U=\frac{KQ^2}{2}\left(\frac{b+a}{a\cdot b}\right)$

ב. $C=\frac{a\cdot b}{K(a+b)}$

ג. $\tau=RC=\frac{Rab}{K(a+b)}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 12 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(לא להתבלבל עם צפיפות מטען משטחית).

$\vec{J}$ - **צפיפות הזרם ליחידת שטח** (צפיפות זרם משטחית לפעמים גם נקראת נפחית):

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל - $\vec{J}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד״כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

$\vec{k}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך (צפיפות זרם אורכית לפעמים גם נקראת משטחית):

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל - $\vec{k}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = kl$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית σ בתנועה:

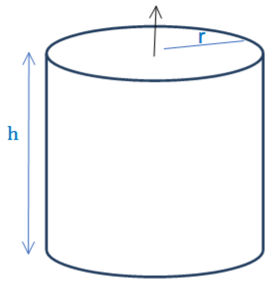
$$\vec{k} = \sigma\vec{v}$$

עבור תנועה של צפיפות מטען ליחדת אורך λ נקבל:

$$I = \lambda v$$

שאלות:

1) **נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי**



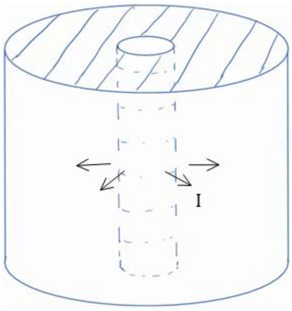
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



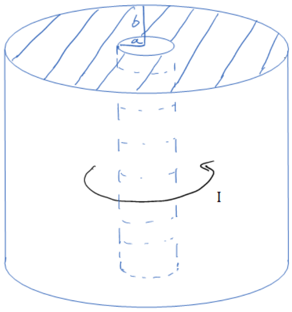
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) זרם מעגלי בגליל



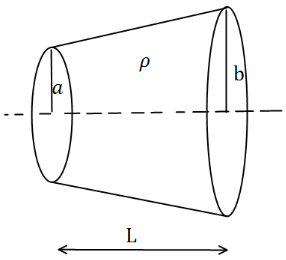
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).

ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.

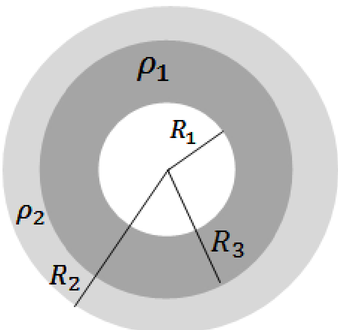
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ $(R_3 < R_2)$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.

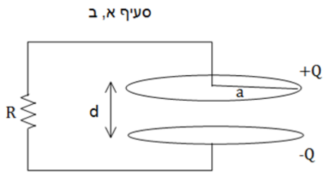
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).

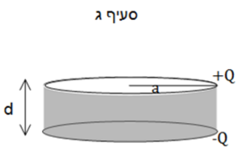
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V.

ג. מהו השדה החשמלי בנגד?

ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות





קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $a \ll d$, התנגדות הנגד היא R.

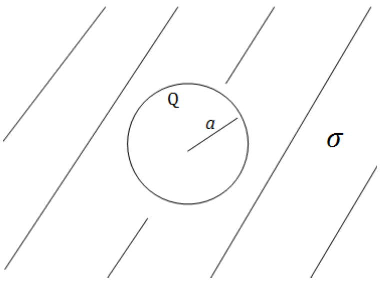
א. מצא את הזרם במעגל.

ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.
חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל-a.
חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.
מצא את הצפיפות ע״י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א׳ ו-ב׳.

7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

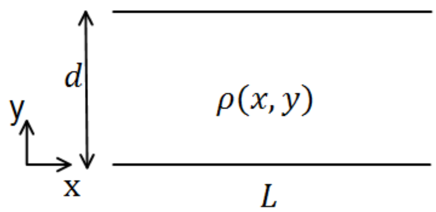


קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ.
נתון כי המטען על הקליפה ב- t=0 הוא Q.

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

8) התנגדות תלויה באורך וברוחב



נתונים שני לוחות מקבילים בעלי ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה מרחק d, אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים $(L \gg d)$.
בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל התנגדות סגולית $\rho(x,y)$.
חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א. $\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$

ב. $\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\dfrac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$ ב. $I=\dfrac{V_0}{R_T}$ ג. $\vec{J}=\dfrac{I}{\pi r^2}\hat{z}$, $E=\rho_0\dfrac{z}{h}\dfrac{I}{\pi r^2}\hat{z}$

2) א. $R_T=\dfrac{\rho}{2\pi h}\ln\dfrac{b}{a}$ ב. $\vec{J}=\dfrac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$ ג. $E=\dfrac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$

3) א. $R_T=\dfrac{1}{\dfrac{h}{2\pi\rho}\ln\dfrac{b}{a}}$ ב. $\vec{J}=\dfrac{V_T}{\rho 2\pi r}\hat{\theta}$ ג. $\vec{E}=\rho\cdot\vec{J}$

4) $R=\dfrac{\rho L}{\pi ab}$

5) א. $R_T=\dfrac{\rho_1}{4\pi}\left(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_3}\right)+\dfrac{\rho_2}{4\pi}\left(\dfrac{1}{R_3}-\dfrac{1}{R_2}\right)$ ב. $\vec{J}_{(r)}=\dfrac{I}{4\pi r^2}\hat{r}$

ג. $$\vec{E}=\begin{cases}\rho_1\dfrac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_3\\ \rho_2\dfrac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_3<r<R_2\end{cases}$$

ד. $\sigma_{(0)}=0$, $\sigma_{(R_1)}=\varepsilon_0\rho_1\dfrac{I}{4\pi R_1^2}-0$, $\sigma_{(R_3)}=\dfrac{I\varepsilon_0}{4\pi R_3^2}(\rho_2-\rho_1)$, $\sigma_{(R_2)}=-\varepsilon_0\dfrac{I}{4\pi R_2^2}\rho_2$

6) א. $I=\dfrac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $k=\dfrac{a^2-r^2}{2\pi ra^2}\dfrac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$

ג. $I=\dfrac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$, $k=0!$, $\vec{J}=\dfrac{I}{\pi a^2}\hat{z}$

7) א. $q(t)=Qe^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$ ב. $\vec{E}=\dfrac{kq(t)}{r^2}\hat{r}$, $\vec{J}=\dfrac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r}$

8) א. $R=\dfrac{2\rho_0 d}{\pi L^2}$ ב. $R_T=\dfrac{\rho_0 d}{L^2}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 13 - נספח -יחסות פרטית מתוך פיזיקה 1 לקראת הפרק שדות של מטענים נעים

תוכן העניינים

טרנספרמציית לורנץ למיקום והזמן:

רקע:

תורת היחסות הפרטית עוסקת בתיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות.

מערכות הייחוס תמיד יהיו מערכות אינרציאליות (צופים שזזים במהירות קבועה ביחס למערכת הכוכבים).

הגדרת מאורע:

מאורע הוא אירוע פיזיקאלי המוגדר בזמן ובמרחב.

כל מאורע ניתן לתאר ע״י ארבע קואורדינטות (x, y, z, t).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:

חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.

האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.

מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.

אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור בוואקום. כתוצאה מכך מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.

הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם : x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

טרנספורמציית לורנץ למיקום והזמן:

$$x' = \gamma_o(x - v_o t)$$

$$t' = \gamma_o\left(t - \frac{v_o x}{c^2}\right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$\beta = \frac{v_o}{c}$$

$$\gamma_o = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_o}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$x = \gamma_o\left(x' + v_o t'\right)$$

$$t = \gamma_o\left(t' + \frac{v_o x'}{c^2}\right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

תנאים לשימוש בטרנספורמציית לורנץ:

הצירים של המערכות מקבילים.

בזמן: $t = t' = 0$ הראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית:

מערכת עצמית היא מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

זמן עצמי τ - מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

אורך עצמי - האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכווצות האורך:

$$l = \frac{l_0}{\gamma_0}$$

l_0 - האורך העצמי

התארכות הזמן:

$$\Delta t = \gamma_0 \tau > \tau$$

שינוי זווית במדידת אורך:

$$\tan\theta = \gamma_0 \tan\theta'$$

θ' - זווית במערכת העצמית

אפקט דופלר היחסותי:

זמן המחזור של הגל:

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\tau$$

אורך הגל:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\lambda'$$

λ' - אורך הגל במערכת העצמית

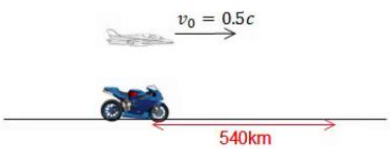
תדירות הגל:

$$f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}f'$$

f' - תדירות במערכת העצמית

שאלות:

1) מציאת מהירות ומיקום אופנוע

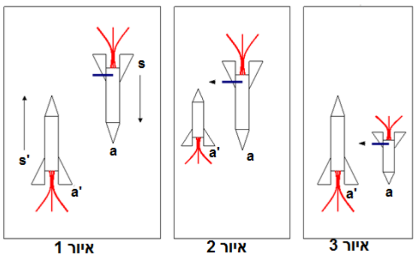


אופנוע נוסע במהירות קבועה בקו ישר.
צופה על הקרקע מודד כי האופנוע נסע מרחק של $540km$.
צופה הנע במטוס ממש מהיר $v = 0.5c$, בכיוון נסיעת האופנוע, מודד כי משך זמן נסיעת האופנוע היה 0.01 שניה.

א. מצא את מהירות האופנוע במערכת כדה"א.

ב. מצא את המרחק שעבר האופנוע כפי שמדד הצופה במטוס.

2) בדיקת ירי

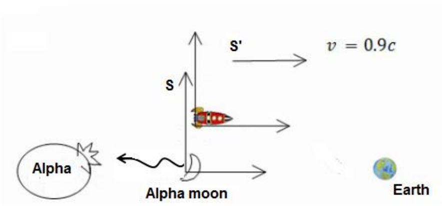


שתי חלליות בעלות אורך מנוחה זהה, עוברות זו במקביל לזו במהירות גבוהה.
בזנב החללית S מצוי תותח המכוון בניצב לכיוון תנועת החללית ולעבר מסלול התנועה של החללית s' (איור 1).
חללית S מתבצעת בדיקת ירי בתותח ברגע שהנקודה a בראש החללית מתלכדת עם הנקודה a' (זנב s').
מכיוון שאורך החללית s' קצר מהאורך העצמי בחללית ב- s מניחים כי הטיל יפספס את החללית השנייה (איור 2).
אולם במערכת s' אורך החללית S קצר מהאורך העצמי ולכן כאשר a ו- a' מתלכדות האסטרונאוט S יפגע (איור 3).
ישב/י את הפרדוקס.

3) מוט פולט אור לסירוגין

מוט בעל אורך l_0 נע במהירות V נתונה ביחס לכדה״א.
נתון כי ב-$t=0$ הקצה השמאלי של המוט נמצא ב-$x=x'=0$.
ברגע זה המוט פולט אור מקצהו הימני.
לאחר זמן τ המוט פולט אור מקצהו הימני.
מצא את הפרש הזמנים כפי שרואה אותם צופה מכדה״א
(הפרש הזמנים בין הגעת האור משני המאורעות לראשית).

4) פיצוץ בכוכב אלפה



החללית אנטרייז יוצאת מכוכב אלפה חזרה לכדה״א.
בדרך היא עוברת ליד הירח של כוכב אלפה ורואה
פולס אלקטרו מגנטי חזק יוצא לכיוון הכוכב.
ידוע שבירח ישנה קבוצת חייזרים תוקפניים בשם
ה״קליגונים״. 1.3 שניות מאוחר יותר היא רואה
פיצוץ בכוכב. המרחק בין הכוכב לירח שלו
הוא 500 מיליון מטרים כפי שנמדד במערכת החללית.
מהירות החללית ביחס לכוכב ולירח היא 0.9c.

א. מהו מרווח הזמן בין גילוי הגל לפיצוץ במערכת הכוכב והירח?
ב. מה משמעות הסימן בהפרש הזמן?
ג. האם הפולס גרם לפיצוץ או להיפך?

תשובות סופיות:

1) א. $v=5.65\cdot10^7\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x'_2=-10.32\cdot10^5\text{m}$

2) ראה סרטון.

3) $\Delta t=\gamma_0(1+\beta)\left(\tau-\frac{l_0}{c}\right)$

4) א. $t_3=-3.525\text{sec}$ ב. הפיצוץ היה לפני הגעת הגל לכוכב וגם לפני ירי הגל.
ג. לא יכול להיות שהפיצוץ גרם לירי של הפולס, $x_2=11.47\cdot10^8\cdot\text{m}>10.575\cdot10^8\text{m}$

טרנספורמציית לורנץ למהירות:

רקע:

$$v_x' = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}$$

$$v_y' = \frac{v_y}{\gamma_0\left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

$$v_z' = \frac{v_z}{\gamma_0\left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

אברציה - שינוי זווית המהירות:

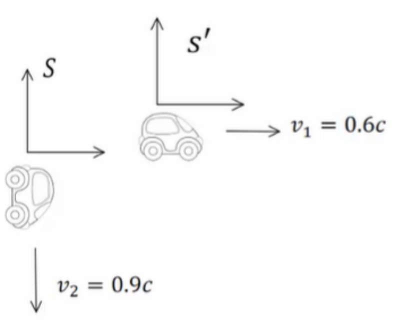
$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta}{\gamma_0\left(\cos\theta - \frac{v_0}{c}\right)}$$

שאלות:

1) **מהירות יחסית בין מכוניות**

שתי מכוניות נוסעות האחת במאונך לשנייה כך שמהירות המכונית הראשונה היא 0.6c ומהירות המכונית השנייה היא 0.9c.

מצא את המהירות היחסית.



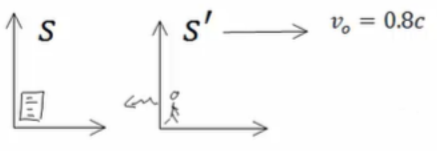
תשובות סופיות:

1) $v'_{2_x} = -0.6c$, $v'_{2_y} = -0.72c$

תרגילים לטרנספרמציית מיקום ומהירות:

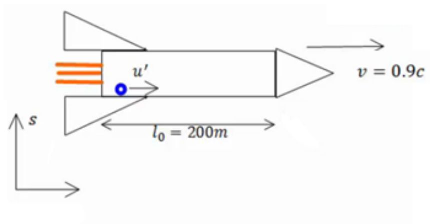
שאלות:

1) דודה יוצאת לטיול



המבחן בפיזיקה התחיל בשעה 9:00 והמשגיחה
יצאה לטייל במהירות $0.8c$ (דודה זריזה במיוחד).
לאחר שעה לפי שעונה היא שולחת לסטודנטים
אות רדיו לסיים את הבחינה.
כמה זמן ארכה הבחינה עבור הסטודנטים?

2) כדור מתגלגל בחללית



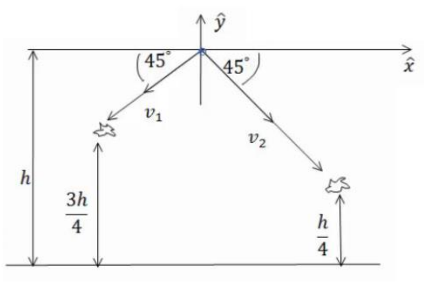
חללית בעלת אורך עצמי של 200 מטר נעה
במהירות $0.9c$ ביחס למערכת אינרציאלית S.
כדור קטן מתגלגל לאורכה במהירות $u' = 0.04c$
בכיוון ציר x, כפי שנמדד ע״י צופה בחללית.

א. מהי מהירות הכדור כפי שנמדדת ע״י צופה ב- S?
(הבא את התשובה ביחידות של c).

ב. מהו הזמן שייקח לכדור לעבור מקצה לקצה של החללית כפי שנמדד ב- s?
(הבא את התשובה במיליוניות שנייה).

ג. איזה מרחק עבר הכדור לפי צופה במערכת s? (ביחידות של ק״מ).

3) חלקיקים נוצרים בגובה ומתפרקים



שני חלקיקים נוצרים בגובה h מעל הקרקע.
אחד נפלט בזווית 225 מעלות עם ציר ה- x
והשני בזווית -45 מעלות עם ציר ה- x.

החלקיק הראשון מתפרק לאחר זמן T בגובה $\frac{3h}{4}$

והחלקיק השני מתפרק לאחר זמן T_2 בגובה $\frac{h}{4}$.

התעלם מהכבידה בבעיה.

א. הבע את מהירויות החלקיקים באמצעות h ו- T.

ב. מצא את זמן החיים העצמי של כל חלקיק (זמן החיים במערכת המנוחה).

ג. מצא מערכת 's הנעה בכיוון החיובי של ציר ה- x בה ההתפרקויות
מתרחשות באותו הזמן.

ד. מה המרחק בין ההתפרקויות במערכת 's?

4) מיואון מתפרק ליד אלקטרון

מיואון (μ) נוצר ברגע מסוים ונע במהירות $0.7c$ ביחס לקרקע.
המיואון מתפרק לאחר שנע 3 ק"מ ממקום היווצרו.

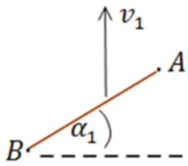
א. כמה זמן חי המיואון במערכת העצמית שלו?

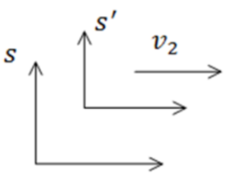
אלקטרון נע במקביל למיואון ובמהירות $0.5c$ ביחס למעבדה.

ב. מהי מהירות המיואון ביחס לאלקטרון?

ג. איזה מרחק נע המיואון ביחס לאלקטרון.

5) זווית של מוט נע

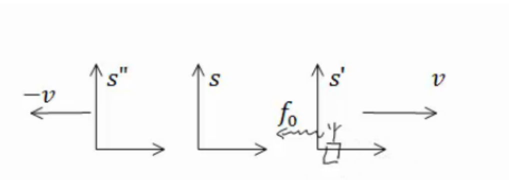




מוט בעל אורך l (לא נתון) נע במהירות v_1 בכיוון ציר ה- y ביחס לצופה הנמצא במעבדה. הצופה במעבדה מודד זווית α_1 של המוט ביחס לציר ה- x.

איזו זווית ימדוד צופה הנע במהירות $v_2\hat{x}$ ביחס למעבדה?

6) תדר יחסי



במערכת s' הנעה במהירות v ביחס למערכת המעבדה S, נמצא משדר רדיו הפולט אותות בתדירות f_0 ?

א. מה תהיה התדירות שתיקלט במעבדה?

ב. מה תהיה התדירות שתיקלט במערכת s'' הנעה במהירות $\vec{v}=-v\hat{x}$ ביחס למעבדה?

תשובות סופיות:

1) $\Delta t = 1.08\cdot 10^4\,\text{sec}$

2) א. $v_x = 0.907c$ ב. $t_1 = 39.62\mu s$ ג. $x_1 = 10.78\text{km}$

3) א. $v_1 = \frac{h}{2\sqrt{2T}}$, $v_2 = \frac{3h}{4\sqrt{2T}}$ ב. $\tau_1 = T\sqrt{1-\frac{h^2}{8T^2c^2}}$, $\tau_2 = 2T\sqrt{1-\frac{9h^2}{64T^2c^2}}$

ג. $v_0 = \frac{c^2T}{h}$ ד. $d'^2 = \frac{\frac{5h^4}{4} - 3c^2T^2h^2 + c^4T^4}{h^2 - c^2T^2}$

4) א. $\tau = 10^{-5}\,\text{sec}$ ב. $V_{12} = 0.31c$ ג. $\Delta x_{12} = 0.98\text{km}$

5) $\tan\alpha' = \gamma_2\left(\tan\alpha_1 + \frac{v_1v_2}{c^2}\right)$

6) א. $f_s = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}\,f_0$ ב. $f'' = \sqrt{\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^2}\,f_0$

דינמיקה יחסותית:

רקע:

תנע ואנרגיה יחסותיים:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

$$E = \gamma m c^2$$

הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ואינו קשור למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות.

נוסחאות נוספות:

$$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$|p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$$

אנרגיית מנוחה:

$$E_0 = mc^2$$

אנרגיה קינטית:

$$E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$$

עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרינו).

$$E = |p|c = \mathrm{h}\nu$$

ν – תדירות

קבוע פלאנק:

$$\mathrm{h} = 6.626 \cdot 10^{-34} j \cdot s$$

טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$$E' = \gamma_0(E - v_0 p_x)$$
$$p_x' = \gamma_0(p_x - v_0\, E/c^2)$$
$$p_y' = p_y$$
$$p_z' = p_z$$

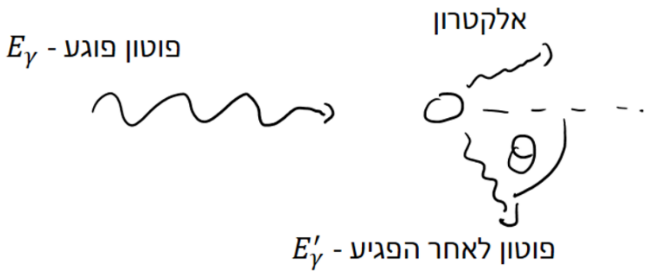
וקטור תנע אנרגיה:

$$\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c}\right)$$
$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 = const$$

- הקבוע זהה בכל מערכות הייחוס.
- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.
- עבור גוף יחיד הקבוע הוא : m^2c^2.

פיזור קומפטון:

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)$$

E_γ - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

$E_{\gamma}^{'}$ - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

m_e - מסת אלקטרון

θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

יחידת האלקטרון וולט:

$$1\ \text{eV} = 1.602\,176\,462 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

Object	Mass (kg)	Energy Equivalent	
Electron	$\approx 9.11 \times 10^{-31}$	$\approx 8.19 \times 10^{-14}$ J	($\approx$ 511 keV)
Proton	$\approx 1.67 \times 10^{-27}$	$\approx 1.50 \times 10^{-10}$ J	($\approx$ 938 MeV)
Uranium atom	$\approx 3.95 \times 10^{-25}$	$\approx 3.55 \times 10^{-8}$ J	($\approx$ 225 GeV)

ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ - $\frac{eV}{c}$.

שאלות:

1) הגעת נויטרון ממרחקים

מצא את האנרגיה הדרושה לנויטרון להגיע לכדור הארץ ממרחק של 5 שנות אור בהינתן שזמן החיים של נויטרון הוא 881 שניות והמסה שלו היא: $M_n = 940\text{Me}\frac{\text{V}}{\text{c}^2}$.

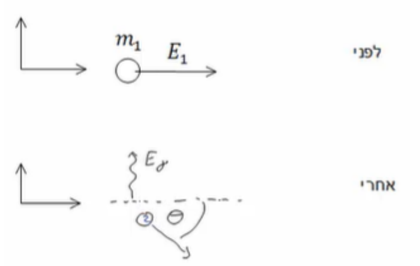
2) התנגשות בסיסית

חלקיק בעל מסה m מתנגש בחלקיק בעל מסה 3m.
לחלקיק הראשון אנרגיה כוללת לפני ההתנגשות $5mc^2$ ונתון כי התנע הכולל שלהם במערכת המעבדה הוא אפס. כתוצאה מההתנגשות שני החלקיקים מושמדים ונוצר חלקיק חדש הנמצא במנוחה.

א. מצאו את האנרגיה הקינטית של החלקיק הראשון.

ב. מצאו את פקטור לורנץ של החלקיקים לפני ההתנגשות ואת האנרגיה הקינטית של החלקיק השני.

ג. מצאו את מסת החלקיק הנוצר לאחר ההתנגשות.



3) חלקיק מתפרק לפוטון וחלקיק נוסף

חלקיק בעל אנרגיה כוללת E_1 ומסת מנוחה m_1 נע במעבדה בכיוון החיובי של ציר ה- x.
ברגע מסוים מתפרק החלקיק לפוטון ולחלקיק נוסף.
אנרגיית הפוטון נתונה E_y וידוע כי הפוטון נע בציר ה- y, בכיוון החיובי.

א. מהו התנע של החלקיק הראשון לפני ההתפרקות?
ב. מהי הזווית של התנע של חלקיק 2 ביחס לציר ה- x?
ג. מצא מערכת ייחוס חדשה S' שבה הפוטון יפלט בכיוון נגדי לכיוון תנועתו של חלקיק מס' 2.
מה מהירותה של מערכת זו ביחס למערכת המעבדה?

4) פוטון פוגע בפרוטון ויוצר פיון

פוטון פוגע בפרוטון הנמצא במנוחה במערכת המעבדה.
נתונות מסת הפרוטון והפיון M_p, M_π.
מהי האנרגיה המינימלית הדרושה לפוטון על מנת שלאחר ההתנגשות ייווצרו פרוטון ופיון (π)?

5) דוגמה - חישוב תנע ואנרגיה קינטית של אלקטרון ופרוטון

חשבו את התנע והאנרגיה הקינטית של פרוטון ואלקטרון בעלי אנרגיה של 1GeV במערכת המעבדה.

6) דוגמה - גמה וביטה של אלקטרון

מסת האלקטרון היא: $9.10938188 \times 10^{-31}$ kg ומהירות האור היא: 299792458 m/sec.
מצאו בדיוק של 6 ספרות את γ ו-β של אלקטרון שהאנרגיה הקינטית שלו היא: $K = 100.000\text{MeV}$ במערכת המעבדה.

7) בטה של מיואונים מתפרקים

מסת מיואון היא פי 207 ממסת האלקטרון.
זמן מחצית החיים הממוצע של מיואון הוא $2.20\mu s$.
מיואונים נעים ביחס למעבדה בניסוי כלשהו.
זמן החיים הנמדד של המיואונים ביחס למערכת המעבדה הוא: $6.90\mu s$.
מהם β, התנע והאנרגיה הקינטית של המיואונים ביחידות $\frac{\text{MeV}}{c}$?

תשובות סופיות:

1) $E_n = 1.69\cdot 10^8\,\mathrm{MeV}$

2) א. $E_{k_1=4mc^2}$ ב. $E_{k_2} = 3mc\left(\sqrt{\frac{11}{3}}-1\right)$, $\gamma_1 = 5$, $\gamma_2 = \sqrt{\frac{11}{3}}$ ג. $m_3 = 6.91m$

3) א. $\vec{p}_1 = \sqrt{\left(\frac{E_1}{c}\right)^2 - m_1^2c^2}\cdot\hat{x}$ ב. $\tan\theta = -\frac{E_\gamma}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2c^4}}$

ג. $v_0 = \sqrt{1-\left(\frac{m_1c^2}{E_1}\right)^2}\cdot c$

4) $E_\gamma = \frac{1}{2m_p}\left(m_\pi^2 + 2m_\pi m_p\right)c^2$

5) אלקטרון: $K = 0.999\mathrm{GeV}$, $P = 1\frac{\mathrm{GeV}}{c}$

פרוטון: $K = 0.062\mathrm{GeV}$, $P = 0.347\frac{\mathrm{GeV}}{c}$

6) $\gamma = 196.695$, $\beta = 0.999987$

7) $K = 226\mathrm{MeV}$, $P = 314\frac{\mathrm{MeV}}{c}$, $\beta = 0.898$

תרגילים לדינמיקה יחסותית:

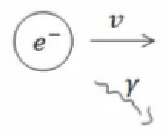
שאלות:

1) חלקיק מתפרק לשני חלקיקים

חלקיק בעל מסה m הנמצא במנוחה מתפרק לשני חלקיקים בעלי מסות מנוחה m_2 , m_1.

מה יהיו האנרגיה והתנע של החלקיקים שנוצרו? (כל המסות נתונות).

2) אלקטרון חופשי פולט פוטון



הראו כי אלקטרון חופשי הנע בואקום אינו יכול לפלוט פוטון בודד.

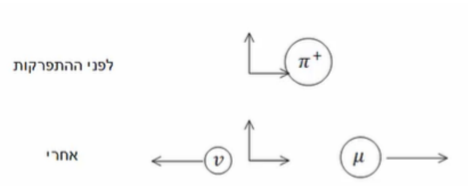
3) התנגשות חלקיקים זהים ויצירת חלקיקים

חלקיק בעל מסת מנוחה m פוגע בחלקיק זהה לו הנמצא במנוחה.

כתוצאה מההתנגשות נוצרים שני חלקיקים בעלי מסות מנוחה m_1 , ו- m_2.

מצא את אנרגיית הסף ליצירת ריאקציה זו. (הנח ש: $(m_1+m_2)>2m$).

4) פיון מתפרק



פיון (π^+) מתפרק למיואון חיובי ($M_\mu = 160 Me\frac{V}{c^2}$)

וניטרינו חסר מסה.

מצא את מסת המנוחה של הפיון אם למיואון אנרגיה קינטית של $5MeV$.

5) פוטון מתנגש אלסטית באלקטרון

אלקטרון נע במהירות v ומתנגש בפוטון בעל אנרגיה E_γ הנע לקראתו.

מצא את הערך של v אם ידוע כי הפוטון מוחזר באותה אנרגיה בה פגע.

הנח כי מסת האלקטרון ידועה.

תשובות סופיות:

1) $$p_1 = c\sqrt{\frac{1}{2m}\left(m^2+m_1^2-m_2^2\right)^2-1}\ ,\ E_1 = m_1c^2\gamma_1 = \frac{c^2}{2m}\left(m^2+m_1^2-m_2^2\right)\ ,$$

$$E_2 = m_2c^2\gamma_2 = \frac{c^2}{2m}\left(m^2+m_2^2-m_1^2\right)\ ,\ p_2 = m_2c\sqrt{\gamma_2^2-1} = c\sqrt{\frac{1}{2m}\left(m^2+m_2^2-m_1^2\right)^2-1}$$

2) שאלת הוכחה.

3) $$E_{min} = \frac{1}{2m}c^2\left(\left(m_1+m_2\right)^2-2m^2\right)$$

4) $$M_\pi = 144\frac{MeV}{c^2}$$

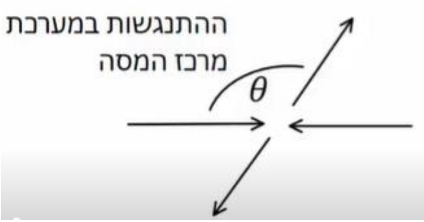
5) $$v = c\left|1-\left(\left(\frac{E_\gamma}{m_ec^2}\right)^2+1\right)^{-1}\right|^{\frac{1}{2}}$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) **פוטון מתנגש ומעבר למרכז מסה**

פוטון עם אנרגיה E_0 מתנגש אלסטית עם חלקיק בעל מסה m הנמצא במנוחה (במערכת המעבדה).



א. מצא את מהירות מערכת מרכז המסה של המערכת פוטון פלוס חלקיק.

ב. מצא את התנע והאנרגיה של החלקיק והפוטון לפני ההתנגשות במערכת מרכז המסה.
מצא את התנע והאנרגיה של הפוטון והחלקיק אחרי ההתנגשות אם ידוע שהפוטון מפוזר בזווית θ ביחס לכיוון בפגיעה במערכת מרכז המסה (ראה איור).

ג. מהם האנרגיה והערך המוחלט של התנע של הפוטון והחלקיק לאחר ההתנגשות במערכת המעבדה?

ד. מצא את הזווית θ עבורה האנרגיה של הפוטון במערכת המעבדה תהיה מינימלית.

2) **שאלה 1**

נתונים שני גופים הנעים בניצב זה לזה. ידוע כי מסת הגופים זהה ושווה ל- M, וכן כי התנעים של הגופים הם: p_1 , p_2 .

ברגע מסוים, הגופים מתנגשים ומופיעים ארבעה גופים חדשים.

מסות הגופים החדשים שנוצרו הן: m , 2m , 3m , 4m .

מהו m המקסימלי האפשרי?

נתון: $p_1 = 6Mc$, $p_2 = 17Mc$.

3) **שאלה 2**

נתונים שני חלקיקים בעלי מסה m, וכן נתונות האנרגיות שלהם E_1 , E_2 .

החלקיקים נעים זה אל עבר זה, ומתנגשים.

חשבו את מסת החלקיק M הנוצר כתוצאה מהתנגשות החלקיקים.

נתון: $E_1 = 4mc^2$, $E_2 = 7mc^2$.

4) שאלה 3

שתי חלליות יוצאות מאותה נקודה, בכיוון ניצב אחת לשנייה.

חללית א' טסה במהירות v_1, וחללית ב' טסה במהירות v_2.

חשבו את וקטור המהירות של חללית ב' ביחס לחללית א'.

נתון: $v_1 = 0.8c(+\hat{x})$, $v_2 = 0.9c(-\hat{y})$

5) שאלה 4

חלקיקים 1,2 נוצרים במעבדה ונמצאים במנוחה.

ידוע לגבי זמני החיים שלהם כי: $t_2 = 0.75t_1$ (במצב מנוחה חלקיק 2 נעלם לפני חלקיק 1).

מהי המהירות אליה יש להאיץ את חלקיק 2, כדי שלא ידעך לפני חלקיק 1?

6) זריקה אופקית יחסותית

מסלולו של חלקיק במערכת S נתון ע"י: $x = vt$, $y = \frac{1}{2}at^2$ כאשר v , a קבועים ידועים.

מצא את תאוצת החלקיק במערכת S' הנעה במהירות v בכיוון ציר ה-x ביחס ל-S.

תאר את צורת המסלול בשתי המערכות (v אינה זניחה ביחס למהירות האור).

תשובות סופיות:

1) א. $v_{c.m}=\frac{E_0\cdot c}{mc^2+E_0}$

ב. פוטון לפני ההתנגשות: $P'_{pH}=\frac{E_0}{c}\sqrt{\frac{mc^2}{2E_0+mc^2}}$, $E'_{pH}=E_0\sqrt{\frac{mc^2}{2E_0+mc^2}}$

חלקיק לפני ההתנגשות: $P'_{m_x}=\frac{-mE_0c}{\sqrt{m^2c^4+2E_0mc^2}}$, $E'_m=mc^2\left(\frac{mc^2+E_0}{\sqrt{m^2c^4+2E_0mc^2}}\right)$

פוטון אחרי ההתנגשות: אותו דבר כמו לפני ההתנגשות.

חלקיק אחרי ההתנגשות: אותו דבר כמו לפני ההתנגשות.

כיוון התנע: $\vec{P}_m=-\vec{P}_{pH}=(P\cos\theta,P\sin\theta,0)$, $\vec{P}_{pH}=(P(-\cos\theta),P\sin(\theta),0)$

ג. $|P_m|=\sqrt{\left(\frac{E_m}{c}\right)^2-m^2c^2}$, $E'_m=mc^2\left(\frac{mc^2+E_0}{\sqrt{m^2c^4+2E_0mc^2}}\right)$

ד. $\theta=\frac{\pi}{2}$

2) $m_{max}\approx 1.45M$

3) $M\approx\sqrt{112}m$

4) $\vec{v}'=(-0.8c,-0.54c,0)$

5) $v\approx 0.66c$

6) $x'=0\ ,\ y'=\frac{1}{2}a\gamma_0^{\,2}t'^2$

כוחות ודינמיקה יחסותית:

רקע:

$$\Sigma\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=m\gamma^{3}\vec{a}_{||}+m\gamma\vec{a}_{\perp}$$

$\vec{a}_{||}$ - רכיב התאוצה שמקביל למהירות

$\vec{a}_{\perp}$ - רכיב התאוצה שמאונך למהירות

$$a_{||}=\dot{v}$$

טרנספורמציה של הכוחות:

$$F_x^{'}=F_x-\frac{v_0\left(F_yv_y+F_zv_z\right)}{c^2-v_0v_x}$$

$$F_y^{'}=\frac{F_y}{\gamma_0\left(1-\frac{v_0v_x}{c^2}\right)}$$

$$F_z^{'}=\frac{F_z}{\gamma_0\left(1-\frac{v_0v_x}{c^2}\right)}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$F_x=F_x^{'}+\frac{v_0\left(F_y^{'}v_y^{'}+F_z^{'}v_z^{'}\right)}{c^2+v_0v_x^{'}}$$

$$F_y=\frac{F_y^{'}}{\gamma_0\left(1+\frac{v_0v_x^{'}}{c^2}\right)}$$

$$F_z=\frac{F_z^{'}}{\gamma_0\left(1+\frac{v_0v_x^{'}}{c^2}\right)}$$

שאלות:

1) דוגמה-כוח קבוע בזמן

כוח קבוע F פועל על חלקיק בעל מסה m הנמצא במנוחה.
מצא את מהירות החלקיק כתלות בזמן.

2) כוח קבוע

כוח קבוע F פועל על חלקיק יחסותי בעל מסה m המתחיל תנועתו ממנוחה.

א. כתוב את משוואת התנועה של החלקיק.

ב. מצא את מהירות החלקיק כתלות בזמן.

ג. מצא את מיקום החלקיק כתלות בזמן.

ד. רשום תנאי למהירויות נמוכות והראה שהביטוי שקיבלת למהירות ולמיקום מתכנס לפתרון הקלאסי במהירויות נמוכות.

ה. צייר גרף של המהירות היחסותית והקלאסית כתלות בזמן עד זמן $t=\frac{\mathrm{mc}}{\mathrm{F}}$.

ו. צייר גרף של המיקום היחסותי והקלאסי כתלות בזמן עד זמן $t=\frac{\mathrm{mc}}{\mathrm{F}}$.

3) כוח גרר מתכונתי לתנע היחסותי

כוח קבוע F פועל על מסה m המתחילה תנועתה במערכת המעבדה.
בנוסף פועל על המסה כוח גרר המתכונתי לתנע היחסותי $f=-\lambda p$ כאשר λ קבוע נתון.

א. רשום משוואת תנועה לתנע היחסותי.

ב. פתור את המשוואה ומצא מהו קבוע הזמן האופייני להתייצבות התנע על ערך קבוע.

ג. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ד. מהי המהירות בגבול של זמנים קצרים וזמנים ארוכים ביחס לקבוע הזמן שמצאת בסעיף ב'? להזכירך הפתרון של המקרה הקלאסי בו פועל כוח קבוע F על גוף וכוח גרר $f=-\lambda p$ הוא: $\mathrm{v}(t)=\frac{\mathrm{F}}{\lambda \mathrm{m}}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$.

תשובות סופיות:

1) $$v(t)=\frac{\frac{F\cdot t}{m}}{\sqrt{1+\left(\frac{F\cdot t}{mc}\right)^2}}$$

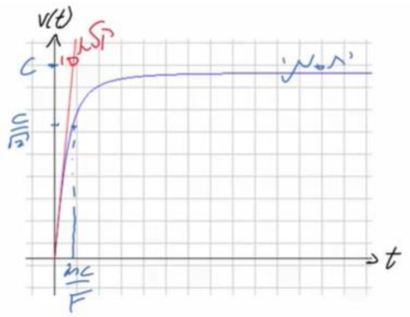
2) א. $F=m\gamma^3\dot{v}$

ב. $$v=\frac{\frac{Ft}{m}}{\left(1+\left(\frac{Ft}{mc}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

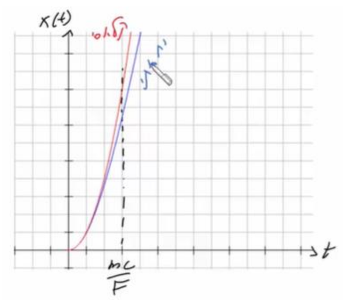
ג. $$x(t)=\frac{mc^2}{F}\left(\left(1+\left(\frac{Ft}{mc}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}-1\right)$$

ד. ראה סרטון.

ה.



ו.



3) א. $F-\lambda p=\frac{dp}{dt}$

ב. $p(t)=\frac{F}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)\ ,\ \tau=\frac{1}{\lambda}$

ג. $$v(t)=\frac{\frac{F}{\lambda m}\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{\left(1+\left(\frac{F}{\lambda mc}\left(1-e^{-\lambda t}\right)\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

ד. זמן קצר: $v(t)=\frac{F}{\lambda m}\left(1-e^{-\lambda t}\right)\approx v(t)$,

זמן ארוך: $$\underset{t\gg\frac{1}{\lambda}}{v(t)}=\frac{F}{\lambda m}\neq\underset{t\gg\frac{1}{\lambda}}{v(t)}\approx\frac{\frac{F}{\lambda m}}{\left(1+\left(\frac{F}{\lambda mc}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 14 - שדות של מטענים נעים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

הגדרת המטען:

$.q = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$

המטען הוא גודל אינווריאנטי במעבר בין מערכות ייחוס.

שדה של מטען הנע במהירות קבועה:

$$E = \frac{kq}{r^2} \cdot \frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2 \sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

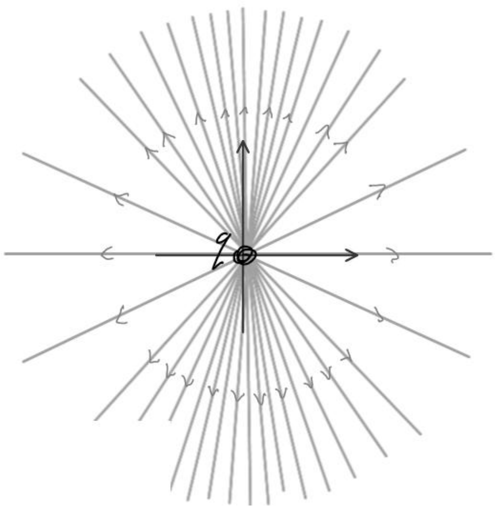
$$\beta = \frac{v}{c}$$

θ - היא הזווית בין המהירות לוקטור המיקום שבו מחפשים את השדה.

השדה הוא שדה לא משמר!

השדה של מטען הנמצא במנוחה זהה לשדה של חוק קולון "הרגיל".

קווי השדה:



שדה של מטען שעוצר בפתאומיות:

ניצור ספירה סביב הנקודה שבה נעצר המטען ברדיוס השווה למהירות האור כפול הזמן מתחילת התנועה.

- בתוך הספירה השדה יהיה שדה של מטען במנוחה.
- מחוץ לספירה השדה יהיה שדה של המטען כאילו הוא לא הפסיק את התנועה.
- עובי הספירה קשור לתהליך העצירה. השדה בתוך עובי הספירה הוא בערך בכיוון משיק לספירה.

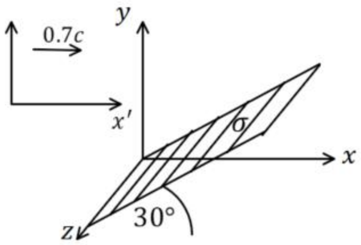
שדה של מטען שמתחיל תנועה בפתאומיות:
ניצור ספירה סביב הנקודה ממנה התחיל המטען לנוע ברדיוס השווה למהירות האור כפול הזמן מתחילת התנועה.

- בתוך הספירה השדה יהיה שדה של מטען הנע במהירות קבועה.
- מחוץ לספירה השדה יהיה שדה של המטען במנוחה (הנמצא בנקודת המוצא).
- עובי הספירה קשור לתהליך העצירה והשדה שם הוא בערך בכיוון משיק לספירה.

המקרה	השדה של המטען שמפעיל את הכוח	הכוח	הערות
שני המטענים במנוחה	שדה של מטען במנוחה	$Q\vec{E}$	
המטען שמפעיל את הכוח נע במהירות קבועה והמטען שמרגיש את הכוח במנוחה	שדה של מטען במהירות קבועה	$Q\vec{E}$	
המטען שמפעיל את הכוח במנוחה והמטען שמרגיש את הכוח נע במהירות קבועה	שדה של מטען במנוחה	$Q\vec{E}$	
שני המטענים נעים במהירות קבועה	שדה של מטען הנע במהירות קבועה	QE +תוספת התוספת מגיעה משינוי מערכת הייחוס של המטען עליו פועל הכוח וניתן לתאר אותה באמצעות שדה נוסף כך שהיא שווה ל- $Q\vec{v}\times\vec{B}$	זה הנימוק של תורת היחסות להיווצרות השדה המגנטי, השדה המגנטי הוא בעצם אפקט הנוצר מהשינוי של השדה החשמלי בין מערכות הייחוס

שאלות:

1) דוגמה - מישור אינסופי בזווית



מישור דק וגדול מאוד טעון בצפיפות מטען σ.
צלע אחת של המישור מקבילה לציר ה-z
והצלע השנייה יוצרת זווית של 30 מעלות עם
ציר ה-x. המישור נמצא במנוחה במערכת המעבדה.
צופה נע במהירות $0.7c$ בכיוון ציר ה-x ביחס
למערכת המעבדה.

א. מצאו את הזווית של המישור כפי שמודד הצופה הנע.
ב. מצאו את צפיפות המטען במערכת של הצופה הנע ע"י טרנספורמציה של המטען ממערכת המעבדה.
ג. מצאו את השדה החשמלי במערכת המעבדה, השתמשו בטרנספורמציה של השדה ומצאו את השדה החשמלי במערכת הצופה הנע.
ד. וודאו כי חוק גאוס מתקיים גם במערכת הצופה שנע.

2) דוגמה - חישוב השדה בנקודות ספציפיות

מטען q נע במהירות קבועה βc ביחס למעבדה בכיוון החיובי ולאורך ציר ה-x.

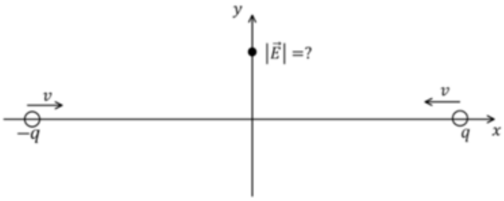
א. מהו השדה שמודד צופה הנמצא במערכת המטען במרחק a מהמטען ובזווית $\theta=90°$?
ב. מהו השדה באותה הנקודה עבור צופה במעבדה?
וודאו כי השדות מקיימים את טרנספורמציית המעבר.
ג. מהו השדה שמודד צופה הנמצא במערכת המטען במרחק a מהמטען ובזווית $\theta=0°$?
ד. מהו השדה באותה הנקודה עבור צופה במעבדה?
וודאו כי השדות מקיימים את טרנספורמציית המעבר.

3) דוגמה - שדה של תיל אינסופי הנע במהירות קבועה

תיל אינסופי נע במהירות קבועה ביחס למערכת המעבדה ובכיוון מקביל לתיל.
התיל טעון בצפיפות מטען λ ליחידת אורך הנמדדת במערכת המעבדה.
מצאו את השדה שיוצר התיל בכל המרחב על ידי סכימה על השדות שנוצרים מכל החתיכות של התיל.
הראו כי התוצאה שקיבלתם מתיישבת עם חוק גאוס.
לנוחיותך: $\int_{-\infty}^{\infty}(x^2+a^2)^{-3/2}\,dx=\frac{2}{a^2}$.

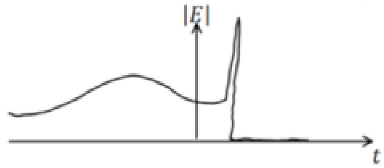
4) שני חלקיקים נעים אחד כלפי השני

שני חלקיקים בעלי מטענים הפוכים q ו-$-q$
נעים זה לקראת זה במהירויות קבועות
$v\hat{x}$ ו-$-v\hat{x}$ על ציר ה-$\hat{x}$.
החלקיקים מתחילים את תנועתם
בזמן $t=-\infty$ וב-$x=\pm\infty$.
ברגע $t=0$ הם מגיעים לראשית,
מתנגשים והופכים לחלקיק אחד נייטרלי.

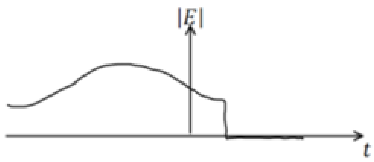


איזה מהגרפים הבאים מתאר בצורה הטובה ביותר את גודל השדה החשמלי כתלות בזמן בנקודה כלשהיא על ציר ה-y?

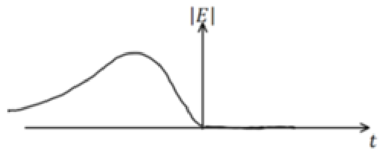
א.



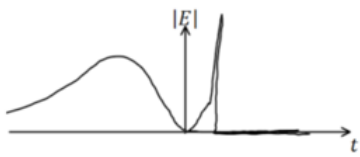
ב.



ג.

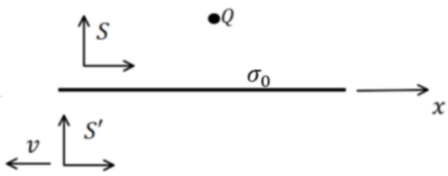


ד.



5) דוגמה - טרנספורמציה של שדה וכוח

מטען Q נמצא קרוב ללוח אינסופי הטעון
בצפיפות מטען ליחידת שטח σ_0 (במערכת
העצמית של הלוח) ונמצא על מישור xy.
המטען נמצא במנוחה במעבדה והלוח נע
במהירות v בכיוון ציר ה-x השלילי.



א. מהו השדה החשמלי שיוצר הלוח במערכת המעבדה?
ומהו הכוח שמרגיש המטען?

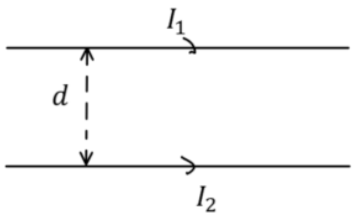
ב. בצעו טרנספורמציה לכוח למערכת הלוח והראו כי במערכת הלוח
מתקיים הקשר $\vec{F}=q\vec{E}$.

כעת הלוח עוצר ונמצא במנוחה במערכת המעבדה גם כן.

ג. מהו השדה החשמלי שיוצר הלוח במערכת המעבדה?
ומהו הכוח שמרגיש המטען?

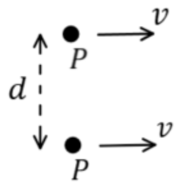
ד. בצעו טרנספורמציה לכוח ולשדה החשמלי אל מערכת הנע במהירות v
בכיוון השלילי של ציר ה-x (אותה מערכת כמו בסעיף ב) .
הראו כי במערכת זו לא מתקיים הקשר $\vec{F}=q\vec{E}$.

6) **דוגמה - כוח בין שני תיילים אינסופיים**



שני תיילים מקבילים נושאים זרמים I_1 ו-I_2 באותו הכיוון. המרחק בין התיילים הוא d.
מצאו את הכוח הפועל ליחידת אורך על התיל התחתון (גודל וכיוון).

7) **דוגמה - שני פרוטונים נעים במקביל**



שני פרוטונים נעים במקביל במהירות זהה v.
המרחק בין הפרוטונים הוא d.

א. מצאו את השדה החשמלי שמפעיל הפרוטון העליון באיור על התחתון.
ב. מצאו את הכוח שפועל על אותו פרוטון באמצעות טרנספורמציה של הכוח ממערכת המנוחה של הפרוטונים והראו כי $\vec{F} \neq q\vec{E}$ במערכת המעבדה.
ג. הניחו שיש במערכת המעבדה שדה מגנטי לתוך הדף במיקומו של הפרוטון התחתון כך ש-$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$.
מה צריך להיות גודלו של B?

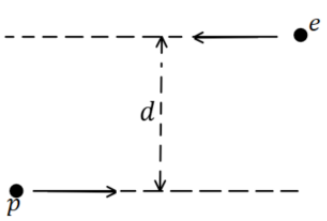
8) **חוק שלישי של ניוטון**

מטען q נמצא במנוחה בראשית.
מטען Q נע במהירות קבועה β לאורך הקו $y = d$.

א. מהו גודל הכוח כתלות ב-θ שפועל על Q?
ב. מהו גודל הכוח כתלות ב-θ שפועל על q?
יש לחשב את הכוח באופן מפורש ולאחר מכן להשוות לחוק השלישי של ניוטון.
אנחנו נראה בסרטון כי הכוחות לא שווים ונסביר את הקשר לחוק השלישי.

9) **פרוטון ואלקטרון נעים במקביל**

פרוטון ואלקטרון נעים במקביל ובכיוונים מנוגדים במערכת המעבדה.
המרחק המינימלי ביניהם הוא: $d = 10^{-10}$ m ו- $\gamma_p = \gamma_e = 50$.



א. מצאו את הערך המקסימאלי של השדה החשמלי הפועל על הפרוטון במערכת שלו.
ב. מצאו בקירוב, במשך כמה זמן השדה גדול מחצי מהערך המקסימאלי במערכת הפרוטון?
הניחו שמשך זמן זה קצר מאוד ולכן המרחק שעובר האלקטרון בזמן זה קטן מאוד ביחס ל-d.

תשובות סופיות:

1) א. $\theta' = 38.9°$ ב. $\sigma' = 1.26\sigma$

ג. $E_y' = -0.606\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, $E_x' = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$, $E_y = -\frac{\sqrt{3}}{4}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, $E_x = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$ ד. הוכחה.

2) א. $\vec{E} = \frac{kq}{a^2}\hat{y}$ ב. $\vec{E}'=\frac{kq}{a^2}8\hat{y}$ ג. $\vec{E} = \frac{kq}{a^2}\hat{x}$ ד. $\vec{E}'=\frac{kq}{a^2}\hat{x}$

3) $\vec{E} = \frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$

4) ד'.

5) א. $\vec{E} = \frac{8\sigma_0}{2\varepsilon_0}\hat{y}$, $\vec{F} = \frac{8Q\sigma_0}{2\varepsilon_0}\hat{y}$ ב. הוכחה.

ג. $\vec{E} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\hat{y}$, $\vec{F} = \frac{Q\sigma_0}{2\varepsilon_0}\hat{y}$ ד. הוכחה.

6) $\frac{dF}{dl} = \frac{I_1 I_2}{2\pi\varepsilon_0 C^2 d}$

7) א. $\vec{E} = -\frac{8k|e|}{d^2}\hat{y}$ ב. $\vec{F}_\perp = \frac{ke^2}{8d^2}(-\hat{y})$ ג. $B=\frac{ke\beta 8}{Cd^2}$

8) א. $\frac{kqQ}{d^2}sin^2\theta$ ב. $\frac{kQq(1-\beta^2)\sin^2\theta}{d^2(1-\beta\sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$

9) א. $7.2\cdot 10^{14}\frac{v}{m}$ ב. $1\mu sec$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 15 - חוק לורנץ וכוח על תייל נושא זרם

תוכן העניינים

חוק לורנץ:

רקע:

כאשר שני מטענים נעים פועל ביניהם כוח נוסף הנקרא הכוח המגנטי.

ניתן לחלק את האינטראקציה לשני חלקים, מטען 1 יוצר שדה מגנטי. מטען 2 שנע בשדה המגנטי מרגיש כוח כתוצאה מהשדה המגנטי.

חוק לורנץ - הכוח המגנטי הפועל על מטען הנע בשדה מגנטי :

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים :

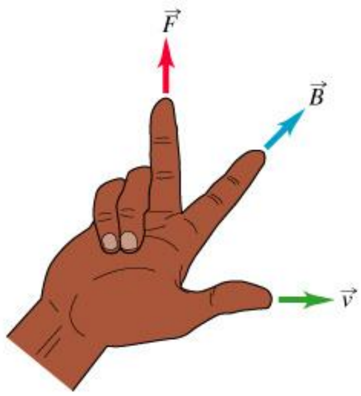
דרך דטרמיננטה :

$$\vec{F}_B = q\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

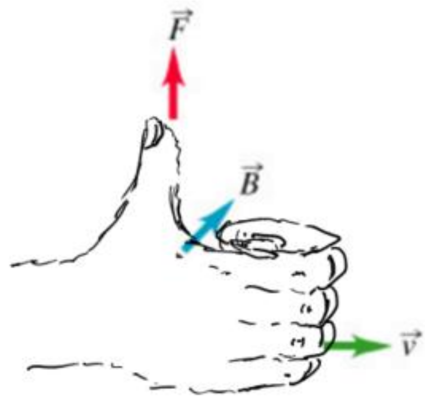
דרך גודל וכיוון בנפרד :

הגודל הוא $F_B = qvB\sin\alpha$ כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה

הכיוון לפי כלל יד ימין :



אופציה נוספת לכלל יד ימין :



שימו לב :

לעשות רק עם יד ימין!

כיוון הכוח הוא עבור **מטען חיובי** (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).

לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה בצורה הראשונה (עדיף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד :

מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא :

$$R = \frac{mv}{qB}$$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה :

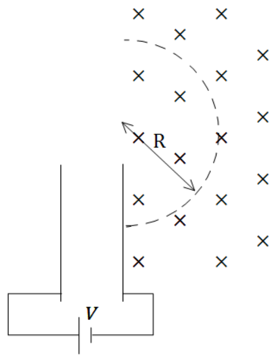
$$R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$$

ו- $v\cos\alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.

עבודת הכוח המגנטי תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

שאלות:

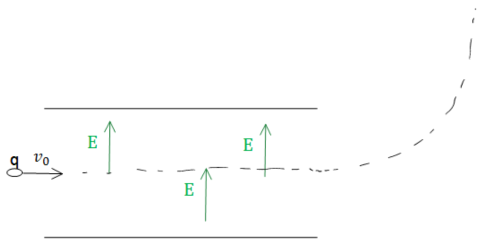
1) ספקטוגרף המסות של דמפסטר



המערכת הבאה מתארת את ספקטוגרף המסות של דמפסטר. מטרתה היא להפריד בין חלקיקים בעלי מסות שונות. חלקיקים עם מטען חיובי משוחררים ממנוחה ליד לוח הקבל החיובי. החלקיקים מואצים ע"י מקור מתח V המחבר בין הלוחות. החלקיקים עוברים דרך הלוח השלילי ונכנסים לשדה מגנטי אחיד הפועל לתוך הדף. מצא את רדיוס הסיבוב כתלות במסת החלקיק.

נתונים: V, q, B.

2) מטען עובר קבל

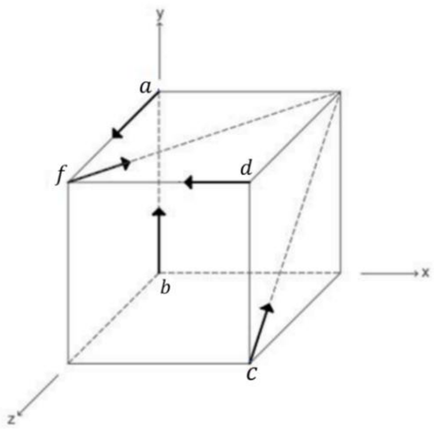


מטען נע בתוך קבל לוחות עם מהירות קבועה V_0 בקו ישר ובמקביל ללוחות הקבל. בתוך הקבל (ורק בתוכו) ישנו שדה חשמלי אחיד ונתון E. כאשר המטען יוצא מהקבל הוא מבצע תנועה מעגלית כלפי מעלה. ידוע כי בכל המרחב (בתוך ומחוץ לקבל) יש שדה מגנטי אחיד אך לא ידוע מה גודלו וכיוונו. הזנח את כוח הכובד הפועל על המטען.

א. מה הסימן של המטען?

ב. מצא את כיוון וגודל השדה המגנטי.

3) מצאו את הכוח על כל חלקיק



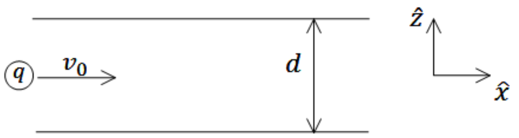
החיצים בציור מציינים מהירויות של חלקיקים חיוביים שונים. החלקיקים נמצאים בשדה מגנטי אחיד שכיוונו הוא $\hat{x}$.

עבור כל חלקיק מצא:

מהו כיוון הכוח ברגע הנתון באיור?

מהי צורת המסלול?

4) מטען פוגע בלוחות קבל



חלקיק בעל מסה m ומטען $q>0$ נכנס במרכזו של קבל לוחות עם מהירות $\vec{v}=v_0\hat{x}$.
לוחות הקבל מקבילים למישור xy והמרחק ביניהם הוא d.
הקבל מחובר למקור מתח V, כאשר הלוח העליון נמצא בפוטנציאל הגבוה.

א. מצא את המרחק מקצה הלוח של הקבל בו יפגע המטען.
ב. כעת הנח שהקבל אינו מחובר למקור ואינו טעון אך במרחב קיים שדה מגנטי אחיד $\vec{B}=B_0\hat{y}$.
מצא את המרחק מקצה הלוח בו יפגע המטען.
ג. לאיזה כיוון יסטה המטען אם הקבל מחובר למקור מתח ובמרחב קיים שדה מגנטי.

5) חלקיק זז בשדה מגנטי

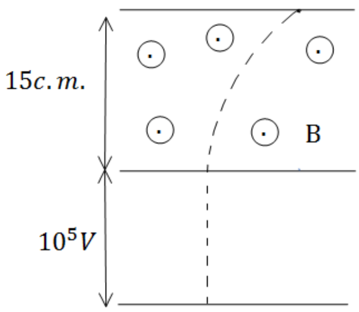
חלקיק הטעון במטען q נע במהירות $\vec{v}$ באזור בו שורר שדה מגנטי $\vec{B}=-2\hat{x}+3\hat{y}$ טסלה.
חשב את הכוח המגנטי שיפעל על החלקיק אם נתון:

א. $\vec{v}=2\hat{x}+3\hat{y}$ מטר לשניה ו-$q=2C$
ב. $\vec{v}=-\hat{x}+2\hat{z}$ מטר לשניה ו-$q=-1\mu C$

6) פרוטון בזווית

פרוטון נכנס בזווית של 30 מעלות לשדה מגנטי אחיד בעוצמה של $0.15T$.
מצא את רדיוס הסיבוב של הפרוטון אם ידוע שגודל מהירותו $V=10^6\frac{m}{sec}$.

7) פרוטון פוגע במסך



פרוטון מואץ בקבל הנמצא במתח של 10^5V.
לאחר מכן הפרוטון עובר בשדה מגנטי אחיד עד לפגיעתו במסך הנמצא במרחק $15c.m.$ מהקבל.
עוצמת השדה המגנטי היא $0.2T$.

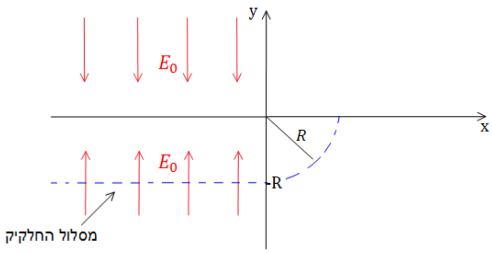
א. מצא את המרחק האופקי שעבר הפרוטון עד לפגיעתו במסך.
ב. מצא את הזמן עד לפגיעה במסך.
ג. מהו המתח המינימלי הדרוש על מנת שהפרוטון יפגע במסך?

8) מטען בשדה מגנטי וחשמלי

שדה חשמלי קיים בתחום $x<0$ כך שמעל ציר ה-x $(y>0)$

השדה הוא: $\vec{E} = -E_0\hat{y}$ ומתחת לציר ה-x $(y<0)$

השדה הוא: $\vec{E} = E_0\hat{y}$, ראה שרטוט.



בכל המרחב קיים גם שדה מגנטי אחיד, שכיוונו וגודלו אינם ידועים.

חלקיק בעל מסה m ומטען $|q|$ מגיע מ- $x = -\infty$ ונע בקו ישר ובמהירות קבועה.

גובה המסלול של החלקיק הוא $y = -R$.

כאשר החלקיק חוצה את ציר ה-y הוא מבצע רבע מעגל ברדיוס R (ראה ציור).

נתון: R, m, $|q|$, E_0.

א. שרטט את המשך מסלול המטען.

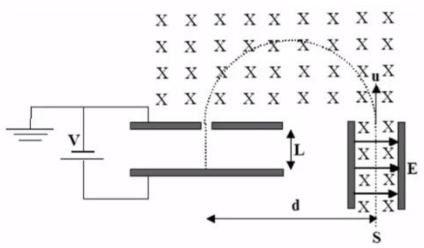
ב. מה סימן המטען?

ג. מצא את המהירות של המטען, והשדה המגנטי.

ד. מצא את המסה הדרושה על מנת לבצע אותו מסלול בשדה מגנטי הגדול פי 3 מהשדה הקיים, כאשר שאר התנאים אינם משתנים.

9) בורר מהירויות ומתח עצירה

חלקיקים בעלי מטען $+q$ ומסה m נפלטים ממקור S במהירויות שונות ונכנסים אל בין לוחות קבל.



בין לוחות הקבל פועלים שדה חשמלי אחיד $\vec{E}$ וכיוונו ימינה ושדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ והמכוון אל תוך הדף, כמוראה בתרשים.

השדה המגנטי פועל על החלקיקים גם לאחר יציאתם מהקבל.

במרחק d מנקודת היציאה של החלקיקים מהקבל, נמצא נקב קטן דרכו נכנסים החלקיקים אל תוך הקבל השני אשר בין לוחותיו לא פועל שדה מגנטי.

על הקבל השני מופעל מתח עצירה V.ידוע כי המרחק בין לוחות הקבל השני הינו L.

ניתן להזניח את כוח הכובד הפועל על החלקיקים.

נתונים: L, q, m, $\vec{E}$, $\vec{B}$.

א. באיזו מהירות v יוצאים החלקיקים מהקבל הראשון?

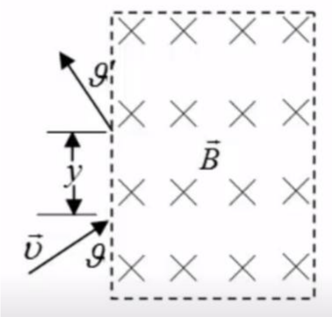
ב. מהו המרחק d (ראה ציור)?

ג. תוך כמה זמן משלים החלקיק את חצי הסיבוב?

ד. מה צריך להיות ערכו המינימלי של מתח העוצר V המופעל על הקבל השני כדי שהחלקיקים הנכנסים לתוכו יעצרו לחלוטין?

ה. מחברים את הקבל השני לסוללה שמתחה גדול פי שתיים ממה שחישבת בסעיף ד'. תוך כמה זמן יעצור החלקיק מרגע כניסתו אל בין לוחות הקבל השני כעת?

10) מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית

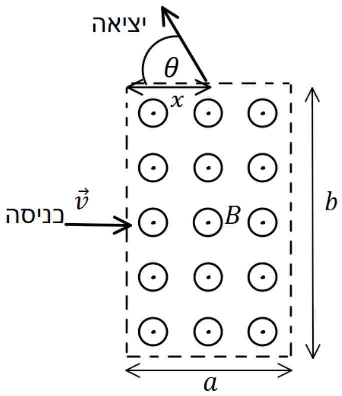


אלומות חלקיקים בעלי מסה m ומטען q נקלעות לאזור בו שורר שדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ המאונך למישור הדף במגמה פנימה. לחלקיקים אנרגיה קינטית E_k והם נכנסים לאזור המגנטי בזווית ϑ, כמתואר בציור.

א. חשבו את המרחק האנכי y אותו יעברו החלקיקים מנקודת כניסתם לאזור המגנטי ועד ליציאתם ממנו.

ב. חשבו את זווית היציאה ϑ' (ראו איור).

11) עוד מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית



שדה מגנטי אחיד B נמצא בתחום מלבני בגודל $a \times b$.
מחוץ לתחום השדה הוא אפס. כיוון השדה החוצה מהדף.
מטען $|q|$ נכנס לתחום המלבני בדיוק במרכז המלבן, במהירות שגודלה v וכיוונה מאונך לשפת המלבן (ראה איור).
ידוע שהמטען יוצא מהצלע העליונה של המלבן.

א. מהו סימן המטען? ומהו גודל מהירותו ביציאה?

ב. מהו המרחק x מקצה המלבן בו יוצא המטען?

ג. מהי הזווית θ של וקטור המהירות ביציאה ביחס לצלע המלבן?

תשובות סופיות:

1) $R=\sqrt{\frac{2V}{qB^2}}\cdot\sqrt{m}$

2) א. שלילי ב. $B=\frac{E}{V}\ ,\ Be$

3) $\vec{F}_a=qvB\hat{y}\ ,\ \vec{F}_b=qvB(-\hat{z})\ ,\ \vec{F}_c=\frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y}-\hat{z})\ ,\ \vec{F}_d=0\ ,\ \vec{F}_f=\frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y})$

$\vec{F}_a$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_b$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_c$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_d$: תנועה בקו ישר , $\vec{F}_f$: ספירלה במישור yz שמתקדמת סביב ציר x.

4) א. $x=V_0\sqrt{\frac{md^2}{qV}}$ ב. $x^2=R^2-\left(R-\frac{d}{2}\right)^2$

ג. המטען יסטה למעלה אם: $\varepsilon F_z=q\left(V_0B_0-\frac{V}{d}\right)>0$

המטען יסטה למטה אם: $\varepsilon F_z=q\left(V_0B_0-\frac{V}{d}\right)<0$

5) א. $\vec{F}=24N\hat{z}$ ב. $\vec{F}=(6\hat{x}+4\hat{y}+3\hat{z})\mu N$

6) $R\approx 3.48\cdot 10^{-2}m$

7) א. $\Delta x=0.0315$ ב. $t=3.371\sec$ ג. $V=4.312\cdot 10^4 V$

8) א. ראה סרטוט ב. $\text{sign}(q)=-1$ ג. $\vec{B}=\sqrt{\frac{mE_0}{qR}}\hat{z}\ ,\ V=\sqrt{\frac{qRE_0}{m}}$

ד. $m_2=qm_1$

9) א. $\frac{E}{B}$ ב. $\frac{2mE}{qB^2}$ ג. $\frac{\pi m}{qB}$ ד. $\frac{mE^2}{2qB^2}$ ה. $\frac{2BL}{E}$

10) א. $y=\frac{\sqrt{8mE_k}\sin\vartheta}{Bq}$ ב. $\vartheta'=\vartheta$

11) א. אם כיוון הכוח הפוך לכיוון המכפלה $\vec{V}\times\vec{B}$ אז המטען שלילי.
$\vec{F}$ תמיד מאונך ל- $\vec{V}$ ול- $\vec{B}$ לכן ה- $\vec{F}_B$ אף פעם לא ישנה את גודל המהירות, רק את הכיוון (V כניסה= V יציאה).

ב. $x=\sqrt{b\left(\frac{b}{4}-\frac{mV}{qB}\right)}$ ג. $\cos\theta=\frac{b}{2R}-1$

כוח על תיל נושא זרם:

רקע:

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:

$$d\vec{F} = I\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

גודל הכוח הפועל על **<u>תיל ישר</u>** **<u>בשדה אחיד</u>** הוא:

$$F = BIL\sin\alpha$$

את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.

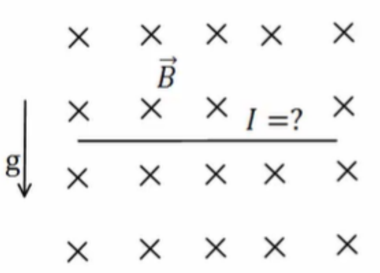
הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

שאלות:

1) **דוגמה-תיל מרחף**

תיל ישר נמצא במאונך לשדה מגנטי אחיד $B = 10^{-2}\,T$ לתוך הדף.
צפיפות המסה של התיל ליחידת אורך היא: $\lambda = 20\dfrac{gr}{c.m}$.
מצא מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל כך שהתיל ירחף באוויר?



2) **דוגמה-מסגרת מלבנית בשדה לא אחיד**

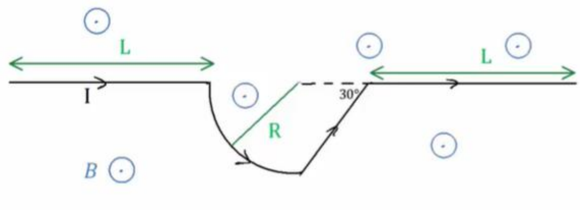
מסגרת מלבנית בעלת צלעות a , b נמצאת במישור של הדף ובתוך שדה מגנטי שכיוונו לתוך הדף. גודלו של השדה המגנטי אינו אחיד.
המסגרת מונחת כך שחלק מהמסגרת נמצא בשדה $B_1 = 4T$

והחלק השני נמצא בשדה $B_2 = 3T$.

במסגרת זורם זרם $I = 2A$ עם כיוון השעון. נתון: $a = 0.5m$.
מצא את הכוח השקול הפועל על המסגרת?

3) כוח על תיל מכופף

תיל הנושא זרם I מכופף כפי שנראה באיור.
החלק העגול הוא רבע מעגל
בעל רדיוס R.
בכל המרחב יש שדה מגנטי
אחיד B החוצה מהדף.
מצא את הכוח השקול על התיל
אם R, B, I, L נתונים.



4) כוח על תיל מכופף עם חלוקה לחתיכות

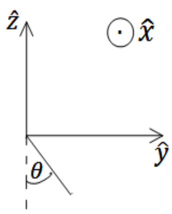
הנח נתונים זהים לשאלה קודמת.
מצא את הכוח השקול על התיל ע"י חלוקה לחתיכות,
חישוב הכוח ע"י כל חתיכה בנפרד וסכימה.

5) לולאה תלויה

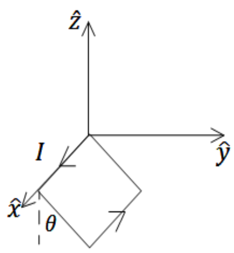
לולאה ריבועית בעלת צלע a ומסה m תלויה על ציר ה-x
(הצלע שנמצאת על הציר מקובעת לציר) ויכולה להסתובב סביבו.
בלולאה זורם זרם I כך שהזרם בצלע שנמצאת על ציר ה-x
חיובי (זורם בכיוון ציר ה-x).

א. מצא את גודל השדה המגנטי
שדרוש להפעיל בכיוון ציר ה-z על
מנת שהלולאה תתייצב במנוחה
בזווית θ ביחס לציר ה-z.

ב. מצא את גודל השדה המגנטי שדרוש
להפעיל בכיוון ציר ה-y על מנת
שהלולאה תתייצב במנוחה בזווית θ
ביחס לציר ה-z.



מבט דו-מימדי



מבט תלת מימדי

6) כוח על לולאה סגורה

הראו כי:

א. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד הניצב למישור הלולאה מתאפס.

ב. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד המקביל למישור הלולאה מתאפס.

ג. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד מתאפס.

ד. הכוח המגנטי על לולאת זרם סגורה בעלת כל צורה שהיא בשדה אחיד מתאפס.

7) לולאה בצורת חצי גליל ותיל אינסופי - סמי שמעון

לולאה מורכבת משני חצאי עיגול מקבילים ושני קווים ישרים מקבילים כך שנוצרת השפה של חצי גליל, ראו איור.
תיל אינסופי עובר לאורך ציר הסימטריה של גליל.
רדיוס חצאי העיגול הוא R ואורך הקווים הישרים הוא h.
בלולאה ובתיל זורמים הזרמים I_1 ו-I_2 וכיוונם מתואר באיור.

א. חשבו את הכוח שמפעיל התיל על כל חצי מעגל של הלולאה.

ב. חשבו את הכוח שמפעיל התיל על כל אחד מהקווים הישרים (גודל וכיוון).

ג. מה הכוח השקול שמפעיל התיל על הלולאה?

תשובות סופיות:

1) $I = 2 \cdot 10^3 A$, ימינה.

2) $F = 1N$, ימינה.

3) $F = BI\left(2L + \left(1+\sqrt{3}\right)R\right)$

4) $F_x = 0 \ , F_y = IB\left(2L + \left(1+\sqrt{3}\right)R\right)(-1)\hat{y}$

5) א. $B = \frac{mg}{2aI}\tan\theta\hat{z}$ ב. $\vec{B} = -\frac{mg}{2aI}\hat{y}$

6) שאלת הוכחה.

7) א. 0. ב. עבור שניהם, שמאלה, $\frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{2\pi R}$ ג. שמאלה, $\frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi R}$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) מטען בשדה מגנטי עם משוואות דיפרנציאליות

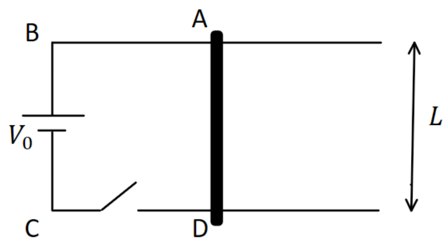
נתון שדה חשמלי $\vec{E} = \alpha x\hat{x}$ ושדה מגנטי קבוע ואחיד $\vec{B} = B_0\hat{z}$.
חלקיק בעל מסה m ומטען q נמצא בראשית בזמן $t = 0$.
מהירותו ההתחלתית היא: $\vec{v} = v_0\hat{x}$.

א. מהו מיקום החלקיק כתלות בזמן בכל אחד מהמקרים הבאים:
$\alpha > \frac{q}{m}B_0^2,\quad \alpha < \frac{q}{m}B_0^2,\quad \alpha = \frac{q}{m}B_0^2$.

2) מטען בשדה חשמלי רדיאלי

נתון שדה חשמלי $\vec{E} = \alpha(x\hat{x} + y\hat{y})$ ושדה מגנטי קבוע ואחיד $\vec{B} = B_0\hat{z}$.
חלקיק בעל מסה m ומטען q נמצא בראשית בזמן $t = 0$.
מהירותו ההתחלתית היא: $\vec{v} = v_0\hat{x}$.
כתוב 4 משוואות דיפרנציאליות מסדר ראשון עבור המיקום והמהירות.
הסבר את דרך הפתרון, אין צורך לפתור.

3) מוט נע על מסילה עם חיכוך וסוללה



מקור מתח V_0 מחובר לשני תילים מוליכים
ומקבילים במרחק L אחד מהשני.
לתילים התנגדות ליחידת אורך r.
על התילים מניחים מוט מוליך בעל מסה m
וחסר התנגדות המחבר בין הנקודות A ו-D באיור.
המערכת נמצאת בתוך שדה מגנטי B המאונך לדף אך לא ידוע האם הוא לתוך או החוצה מהדף.
ברגע $t = 0$ סוגרים את המתג והמוט מתחיל לנוע ימינה.
על המוט פועל חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ.
התנגדות הקטע ABCD (כולל המקור) היא R_0.
ניתן להזניח השפעות של השראות מגנטיות.

א. מהו כיוון השדה המגנטי?
ב. מהו הזרם במעגל כתלות במרחק אותו עבר המוט מתחילת התנועה?
ג. באיזה מרחק תתאפס תאוצת המוט?
ד. תאר את תנועת המוט במילים.

תשובות סופיות:

1) $\alpha=\frac{q}{m}\mathrm{B}_0^2$: $x(t)=V_0\cdot t\ ,\ y=\frac{1}{2}\left(-\frac{q\mathrm{B}_0V_0}{m}\right)t^2$.

$\alpha<\frac{q}{m}\mathrm{B}_0^2$: $x(t)=\frac{V_0}{\sqrt{\frac{q}{m}\left(\frac{q\mathrm{B}_0^2}{m}-\alpha\right)}}\sin\left(\sqrt{\frac{q}{m}\left(\frac{q\mathrm{B}_0^2}{m}-\alpha\right)}\cdot t\right)$.

$\alpha>\frac{q}{m}\mathrm{B}_0^2$: $x(t)=\frac{V_0}{\sqrt{\frac{q}{m}\left(\alpha-\frac{q\mathrm{B}_0^2}{m}\right)}}\sinh\left(\sqrt{\frac{q}{m}\left(\alpha-\frac{q\mathrm{B}_0^2}{m}\right)}\cdot t\right)$.

2) $\begin{cases} q\mathrm{B}_0V_y+q\alpha x=m\dot{V}_x \\ -q\mathrm{B}_0V_x+q\alpha y=m\dot{V}_y \\ \dot{x}=V_x \\ \dot{y}=V_y \end{cases}$.

3) א. B לתוך הדף. ב. $\mathrm{I}=\frac{V_0}{R_0+2rx}$. ג. $x=\frac{1}{2r}\left(\frac{\mathrm{B}LV_0}{\mu mg}-R_0\right)$.

ד. ראה סרטון.

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 16 - חוק ביו סבר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק ביו-סבר:

השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם

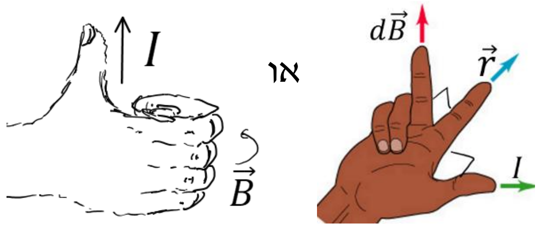
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \vec{r}}{|r|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{|r|^2}$$

$\vec{r}$ - הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ - אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

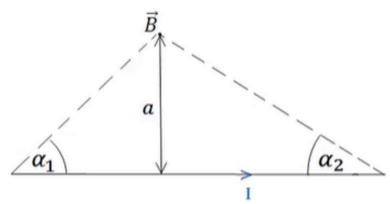
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, {}^{N}\!/_{A^2}$ - מקדם הפרמביליות של הריק

- חישוב הכיוון:



השדה של תיל סופי:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$$



במרכז התיל:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\frac{L}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

כאשר L הוא אורך התיל.

השדה של תיל אינסופי:

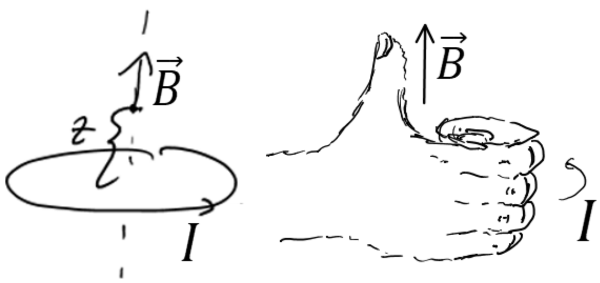
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:



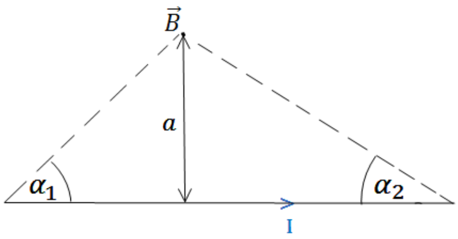
כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

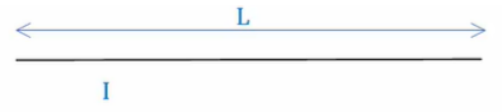
שאלות:

1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות



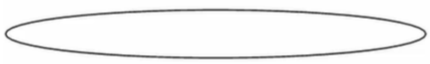
הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל
בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.
כאשר I הוא הזרם בתיל.

2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים



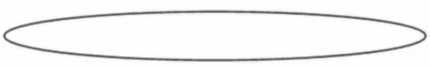
נתון תיל סופי באורך L וזרם I.
השדה נמצא במרחק y מהראשית.
חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.

3) חישוב שדה של טבעת



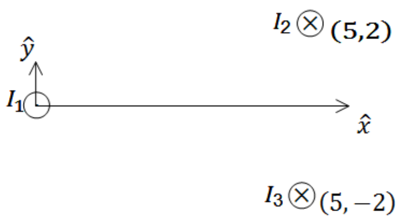
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה
של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זורם זרם I.

4) חישוב שדה של דיסקה



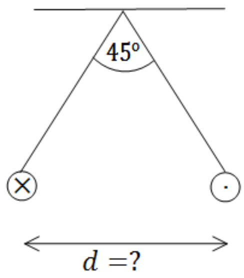
דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ.
הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב
ציר הסימטריה שלה.
מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.

5) שדה של שלושה תילים אינסופיים



שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z
מונחים במיקומים הבאים:
$\vec{r_1}(0,0)$, $\vec{r_2}(5,2)$, $\vec{r_3}(5,-2)$.
הזרמים בתילים הם:
$I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.
מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?

6) שני תילים תלויים



שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2\frac{\mathrm{gr}}{\mathrm{m}}$.
מצא את המרחק בין התילים.

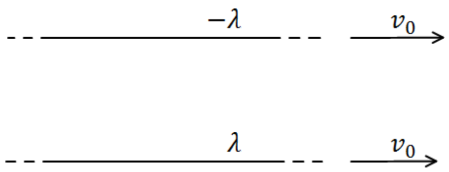
7) מצולע עם אן צלעות

במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I.
נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R.

א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?

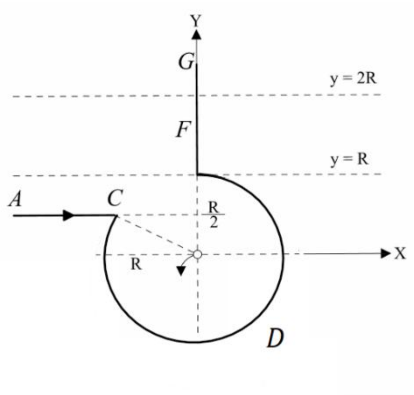
ב. בדוק עבור $n \to \infty$.

8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי



שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו-$-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

9) חישוב שדה של תיל מיוחד



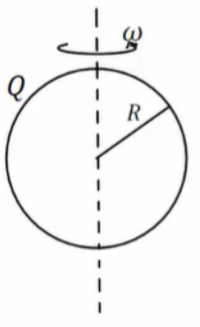
תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.
המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).
בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.

א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?

ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט.
מהו סימן מטענו של החלקיק?

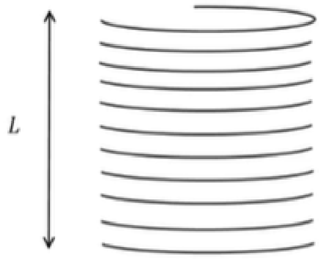
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.
חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.
מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

11) שדה של סליל סופי



בסליל סופי באורך L, רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
חשבו את השדה המגנטי ב:
א. מרכז הסליל.
ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi y}\frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

3) $Bx=By=0\ ,\ Bz=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $\vec{B}_T=\frac{\mu_0\sigma w}{2}\left(\left(R^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}+z^2\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}}-2z\right)$

5) $x_1=-2.76\ ,\ x_2=5.26$

6) $d=0.241m$

7) א. $B=\frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$ ב. $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

8) $V=3\cdot 10^8\ \frac{m}{sec}$

9) א. $Bz=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2-\sqrt{3}\right)$ ב. שלילי ג. $\vec{F}=\frac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

10) $B_z=\frac{\mu_0 Qw}{6\pi R}$

11) א. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(L\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 17 - חוק אמפר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר:

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ מקדם המגנטיות של הריק

כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרך, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.

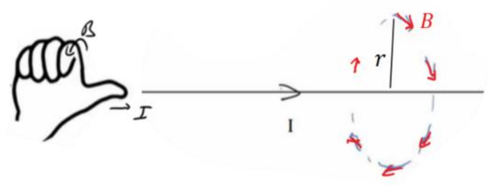
הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר:

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טורואיד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



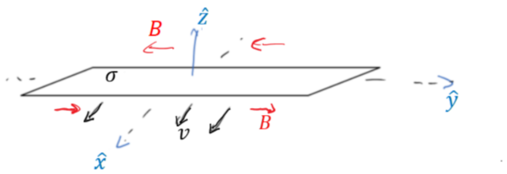
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות , ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי:

עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

$$\vec{B}=\frac{\mu_0\sigma v}{2}\begin{cases}-\hat{y}, & z>0\\ \hat{y}, & z<0\end{cases}$$

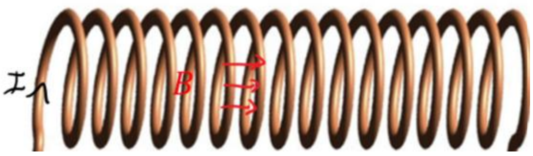


שדה של סליל אינסופי:

$$B=\mu_0 In$$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

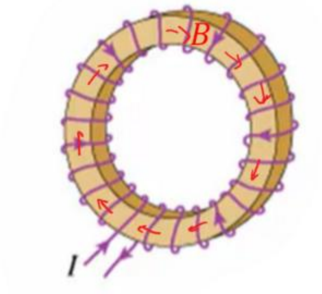


טורואיד:

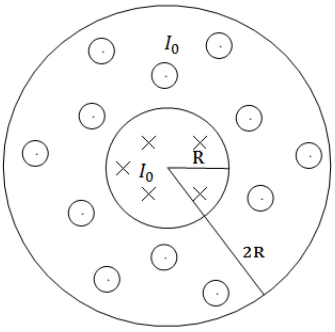
$$B=\frac{\mu_0 IN}{2\pi r}$$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:



1) כבל קו-אקסיאלי

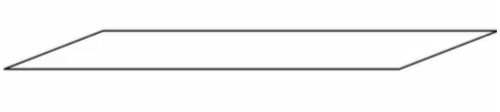
כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).

בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?



2) שדה של מישור דק אינסופי

נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.

חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה

מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.

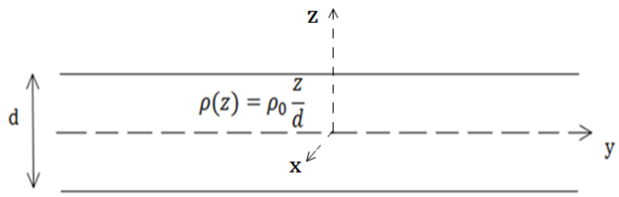
צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.

קיימת סימטריה בציר ה-z.

חשב את השדה המגנטי.

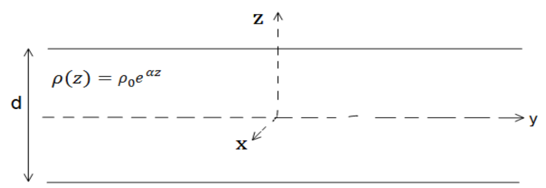
5) מישור עם צפיפות מטען משתנה

מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת
נפח $\rho(z)=\rho_0\frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.



6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית

מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען
משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0e^{\alpha z}$
כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x
(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

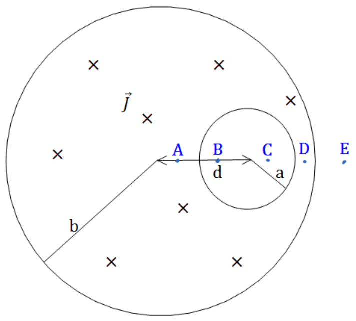


7) חור בגליל

בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה
ונתונה J .

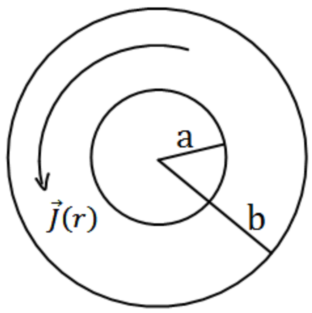
א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E
המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל
הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז: $\hat{\theta}=\hat{z}\times\hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.



8) שדה מגנטי של זרם היקפי

בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r)=Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z}\quad r<R\ ,\ \vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z}\quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta\quad r<R\ ,\ B=0\quad R<r<2R$

2) $\vec{B}=\frac{\sigma V_0 \mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$

3) $\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})\ ,\ \vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

4) $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5) $\vec{B}=0\quad z>\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=0\quad z<-\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

6) $,\ \vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

7) א. $\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

$\vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$

8) $\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad a<r<b\ ,\ \vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad 0<r<a$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 18 - מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

תוכן העניינים

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

רקע:

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{J}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):

$$\hat{n}_{1\to 2} \times \Delta\vec{B} = \mu_0 \vec{k}$$

כאשר $\hat{n}_{1\to 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2

$$\Delta\vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה:

$$\vec{B} = \frac{c}{r}\hat{\theta}$$

בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית, לאחר מכן נשווה אותו לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{c 2\pi}{\mu_0}$

שאלות:

1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצאו את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$B_\theta = \begin{cases} \mathrm{Ar} + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases}.$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

2) שדה בכיוון z

מצאו את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B} = \begin{cases} (\mathrm{Ar}+\mathrm{C})\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}.$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

1) $$I = \frac{2\pi C}{\mu_0} \ , \ \vec{K} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{D}{A} - Aa\right)\hat{z} \ , \ \vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\begin{cases} 2A\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

2) $$\vec{K}(a) = \frac{Aa + C}{\mu_0}\hat{\theta} \ , \ \vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 19 - חוק פאראדיי

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק פארדיי:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

הכא״מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.

בד״כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא״מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ:

הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

האם השטף גדל או קטן?

גדל ← נרצה להקטין את השטף ← ניצור שדה מגנטי בכיוון הפוך לשדה הקיים

קטן ← נרצה להגדיל את השטף ← ניצור שדה מגנטי באותו הכיוון של השדה הקיים

← נמצא את כיוון הזרם שייצור את השדה המתאים לפי כלל יד ימין

הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:

$$\varepsilon = BLv\sin\alpha$$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

שאלות:

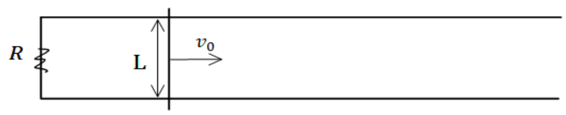
1) מוט שזז על מסילה

במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.

בתחילת המסילה נמצא נגד R.

המרחק בין פסי המסילה הוא L.

על המסילה נמצא מוט מוליך נוסף המחבר בין שני פסי המסילה, המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0.



א. מהו הכא"מ במעגל?

ב. מהו הזרם במעגל?

ג. מהו הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?

ד. מהו ההספק של הכוח החיצוני?

ה. מהו ההספק בנגד?

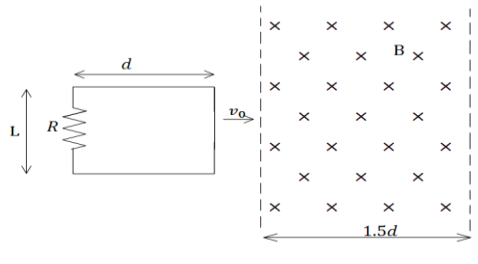
2) מסגרת נעה בתוך שדה

מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L, נעה במהירות קבועה v_0, לכיוון אזור בו שורר שדה מגנטי אחיד B.

אורך האזור הוא 1.5d ורוחבו ארוך מאוד.

למסגרת התנגדות כוללת R.

הנח כי ב- $t = 0$ הצלע הימנית של המסגרת נכנסת לאזור עם השדה.



א. מצאו את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).

ב. מצאו את הזרם במסגרת, גודל וכיוון (כתלות בזמן).

ג. מצאו את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת שתנוע במהירות קבועה.

ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

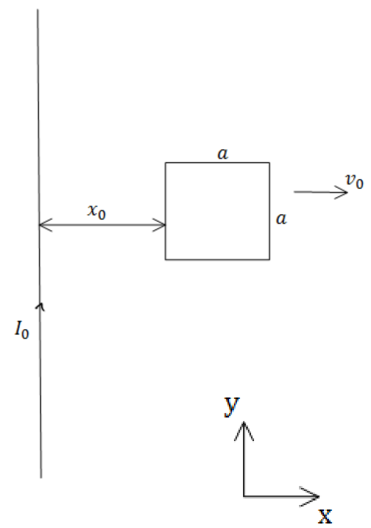
3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי

מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy.

ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x.

מיקום המסגרת ב- $t=0$ הוא x_0.

תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y.



א. מצא את הכא"מ במסגרת.

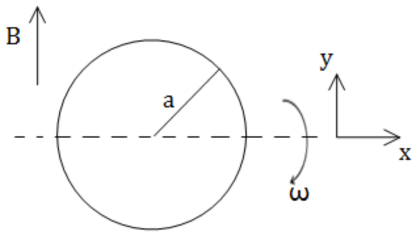
ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע שההתנגדות הכללית שלה היא R.

ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את המסגרת במהירות קבועה.

4) טבעת מסתובבת

טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy ומתחילה להסתובב במהירות זוויתי קבועה ω סביב ציר ה-x.

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y.



א. מצא את הכא"מ בטבעת כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את הכא"מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן לפי $B(t) = B_0\cos(\omega t)$.

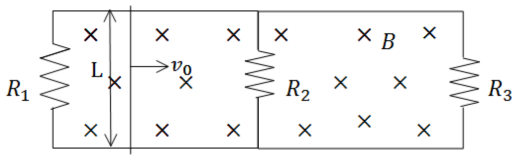
5) מוט זז בתוך מעגל

מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.

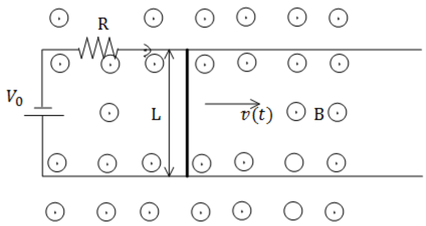
בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד וקבוע לתוך הדף B.

נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B.

מצא את הזרם משני צידי המוט עבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.



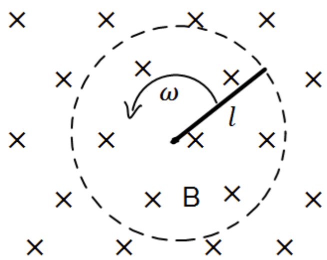
6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח



מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא"מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.
ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.
ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.
ד. מהו הספק החום בנגד?

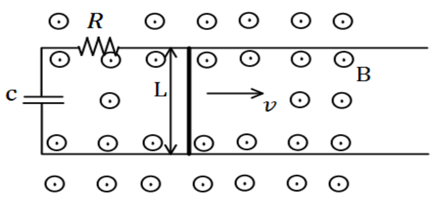
7) מוט מסתובב



מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω.
המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.
ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פאראדיי.

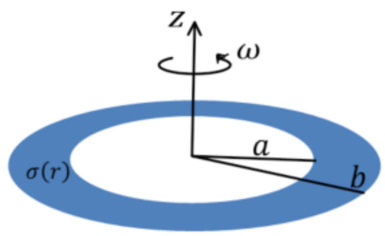
8) פארדיי עם קבל ונגד ביחד



מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבול C.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?
ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ"ל (כתלות בזמן).
ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).
ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד. הסבר מדוע ההספקים שווים.

9) טבעת בתוך טבעת רחבה



טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

$$\sigma(r)=\begin{cases}0 & r<a\\ \sigma_0\dfrac{a}{r} & a\le r\le b\\ 0 & b<r\end{cases}$$

הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת.

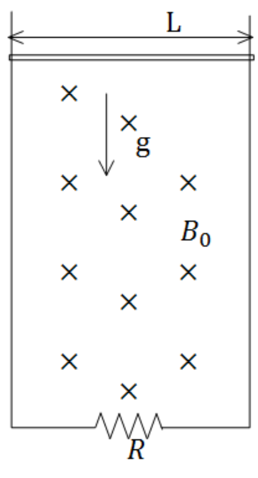
מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega = \alpha t^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 $(r_0 \ll a)$.
חשבו את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבו את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R.

10) מוט נופל מחובר למסילה



מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף.
רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M.
התנגדות המסילה קבועה ושווה ל-R.

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v.

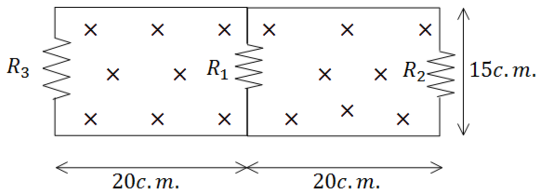
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט.
מהי המהירות הסופית של המוט?

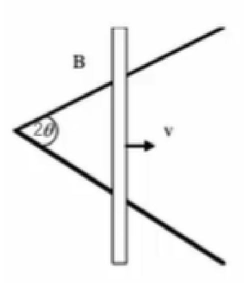
ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

11) כא"מ בשני מעגלים



במעגל הבא התנגדות הנגדים היא:
$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$.
במרחב קיים שדה מגנטי $B = 2\frac{T}{sec}\cdot t$
אחיד לתוך הדף.
ממדי המעגל נתונים בשרטוט.
מצא את הזרם בכל נגד.

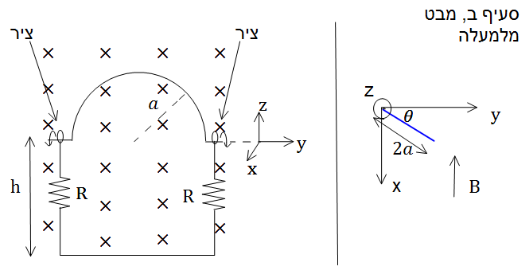
12) מוט נע על מסילות בזווית



שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.
מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.
המוט נע לאורכם במהירות קבועה v, ומתחיל את תנועתו בקדקוד המשולש.
כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.
ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1, והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה כפונקציה של הזמן.
ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

13) כבל מסתובב

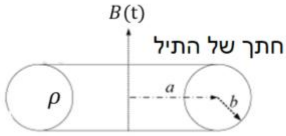


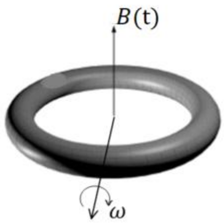
במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a.
בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה-y בציור).
הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.
בכל צד של המסגרת קיים נגד R.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).
ב- $t = 0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה-y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).

א. מהו הזרם בכבל?
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.
ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת

נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות מסה α והתנגדות סגולית ρ.
מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס שטח החתך שלו הוא b.
יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a כך ש-b << a.
מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $\mathrm{B}(t)$ במאונך לטבעת.
קצב השינוי של השדה הוא $\beta = \frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{d}t}$.





א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.

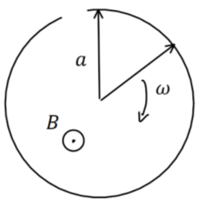
ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β, ρ, α, m וללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב-a ו-b).

ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה ומאונך לשדה המגנטי.
חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן.
האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

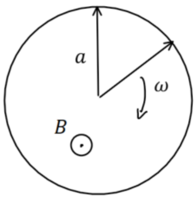
15) שעון פארדיי

לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה ליחדת אורך היא r מחברים שני מחוגים מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R.
המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת.
מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב במהירות זוויתית קבועה ω.

סעיף ג



סעיפים א ו ב



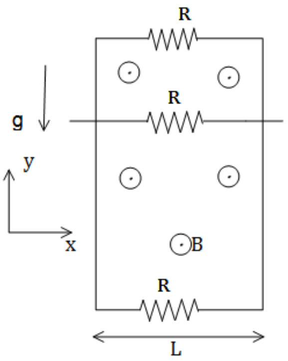
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ.

ב. חשבו את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון (הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).

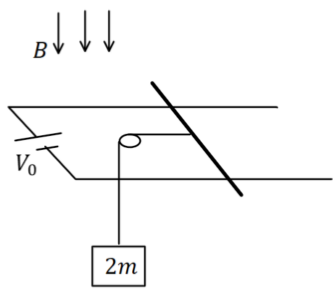
ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור).
חזור על סעיף ב.

16) נגד נופל במסגרת



מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L, נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה-y ורוחבה על ציר ה-x. בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R.
מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה-y על המסגרת.
מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

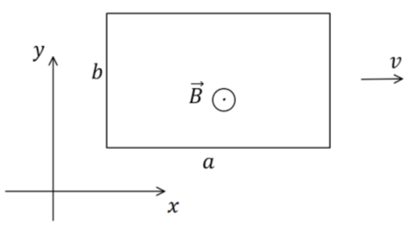
17) מוט על מסילה מחובר למשקולת



מוט מוליך בעל אורך L, מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות.
המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה.
משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

א. חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.
ב. חותכים את החוט.
רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?
ג. מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

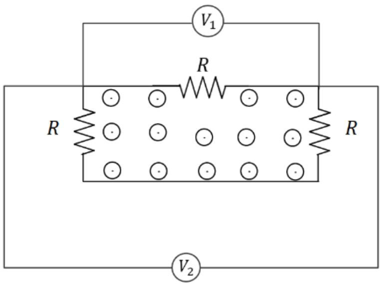
18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה לינארית



מסגרת מלבנית בגודל $b \times a$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy. המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$.
ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$
כאשר α, x_0, v_0 קבועים נתונים.

א. מצא את הכא״מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה.
הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.
ב. מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.
ג. מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

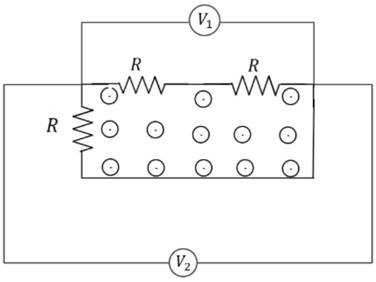
19) מעגל עם פארדיי



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

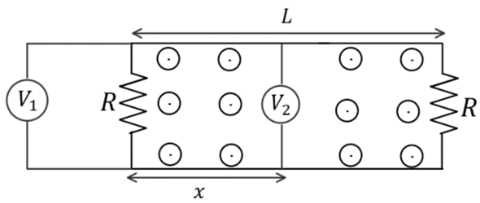
20) מעגל עם פארדיי 2



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

21) מעגל עם פארדיי 3



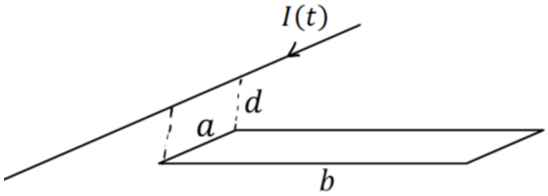
במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L.
מחברים שני מדי מתח אידיאלים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי.
נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV.
מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}L$

ב. $x = \frac{1}{4}L$

22) תיל מעל מסגרת

בתיל אינסופי זורם זרם התלוי בזמן $I(t)$. התיל נמצא בגובה d מעל מסגרת מלבנית ובמקביל לאחת מצלעות המסגרת, ראו שרטוט. גודל המסגרת הוא $a \times b$ מהו השטף של השדה המגנטי דרך המסגרת כתלות ב-$I(t)$?



תשובות סופיות:

1) א. $\varepsilon=-BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{0xt}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}$ ה. $\rho_R=\frac{BLV}{R}$

2) א. $|\varepsilon|=BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{ext}=\frac{B^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B^2L^2V_0{}^2}{R}$

3) א. $\varepsilon=-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0$ ב. $I=\frac{-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0}{R}$

ג. $|\vec{F}|=F_1-F_2$

4) א. $\varepsilon=-B_0\pi a^2(-\omega)\sin(\omega t)$ ב. $\varepsilon=\omega B_0\pi a^2\sin(2\omega t)$

5) בין הראשון לשני: $I_L=I_1\ ,\ I_R=I_2+I_3$

בין השני לשלישי: $I_L=I_1+I_2\ ,\ I_R=I_3$

6) א. $|\varepsilon|=BLV(t)$ ב. $a=\frac{BL}{MR}(-BLV(t)+V_0)\ ,\ V_{final}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$ ד. $P_R=\left(\frac{BLV(t)-V_0}{R}\right)^2R$

7) א. $\varepsilon=B\frac{l^2}{2}\omega$ ב. $\varepsilon=-B\cdot\omega\frac{l^2}{2}$

8) א. $I(t)=\frac{BLV}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $F_{ext}=\frac{B^2L^2V}{R}e^{\frac{-t}{RC}}\hat{x}$ ג. $P_F=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\neq I^2R$

ד. $P_R=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}\ ,\ P_C=\frac{B^2L^2V^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}}-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$ ה. הוכחה

9) א. $\vec{B}=\mu_0\sigma_0a\omega\cdot\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\hat{z}$ ב. $\varphi=\mu_0\sigma_0a\omega\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\pi r_0^2$

ג. $I=\frac{3\mu_0\sigma_0a\pi r_0^2\alpha\ln\frac{b}{a}}{2R}$

10) א. $|\varepsilon|=B_0LV_y$ ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.

ג. $F=\frac{B_0{}^2L^2}{R}V\hat{y}$ ד. $V_{final}=\frac{mgR}{B_0^2\cdot L^2}$ ה. $V(t)=\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\frac{mg}{k}\ ,\ k=\frac{B_0^2L^2}{R}$

11) $I_{R1}=\frac{0.6}{110}A\ ,\ I_{R2}=\frac{3}{110}A\ ,\ I_{R3}=\frac{2.4}{110}A$

12) א. $\varepsilon=2V^2\tan\theta tB$ ב. $I=\frac{V\cdot B}{R_1}$ ג. $P_{out}=\frac{V^2B^2}{R_1}2\cdot V\cdot t\cdot\tan\theta$

13) א. $I=\frac{B\pi a^2\omega}{4R}\sin\omega t$ ב. $\theta=60°$ ג. $\theta=45°$

14) א. $I=\frac{\beta\pi b^2 a}{2\rho}$ ב. $I=\frac{\beta m}{4\pi\rho\alpha}$ ג. $I=\frac{m(\beta\cos\theta-B\sin\theta\omega)}{4\rho\alpha\pi}$

15) א. $R_T=2R+\frac{ar\theta(2\pi-\theta)}{2\pi}$

ב. $I_T=\frac{B\omega a^2\pi}{4\pi R+ar\omega t(2\pi-\omega t)}$, במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון $\hat{r}$.

ג. $I(t)=\frac{B\omega\frac{a^2}{2}}{2R+ra\omega t}$

16) $V=\frac{3Rmg}{2B^2L^2}$

17) א. $V_0=\frac{2mgR}{BL}$ ב. $\frac{BL}{R}(V_0-BLV)=ma\ ,\ V_{max}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$

18) א. $|\varepsilon|=\alpha baV$ ב. $V(t)=V_0e^{-kt}$ ג. $\Delta x=\frac{V_0}{k}$

19) $1mV$

20) $0.5mV$

21) א. 0   ב. $0.5mV$

22) $\frac{\mu_0 aI(t)}{4\pi}\ln\left|\frac{b^2+d^2}{d^2}\right|$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 20 - אפקט הול

תוכן העניינים

הסבר ודוגמה:

רקע:

בפועל רק אלקטרונים זזים במוליך כשיש זרם. כתוצאה מהתנועה הזו הם מרגישים כוח (אם יש שדה מגנטי) שדוחף אותם לדופן המוליך ונוצרת הפרדת מטענים הגורמת לשדה חשמלי לרוחב המוליך. בשיווי משקל הכוח החשמלי שווה למגנטי. מהשוויון ניתן לחשב את השדה החשמלי ו-
המתח הנוצר לרוחב המוליך:

$$V = \frac{IdB_{\perp}}{nqA} = \frac{2IB_{\perp}}{nq\pi R}$$

V – המתח בין הקצוות של המוליך שמאונכות לכיוון הזרם וכיוון השדה המגנטי.

I – הזרם במוליך.

$B_{\perp}$ – הרכיב של השדה המגנטי שמאונך לזרם.

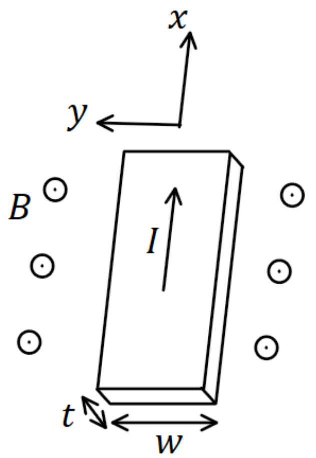
n – מספר האלקטרונים ליחידת נפח במוליך.

q – מטען האלקטרון. d – הרוחב של המוליך שמצדדיו נמדד המתח. A – שטח החתך של המוליך(מאונך לזרם)

השוויון השני למקרה של מוליך גלילי, R רדיוס הגליל.

שאלות:

1) חישוב המתח במוליך מלבני



במוליך מלבני זורם זרם I לאורך המוליך ובמקביל לציר ה-x.
רוחב המוליך הוא w והוא מקביל לציר ה-y.
העובי של המוליך הוא t והוא מקביל לציר ה-z (ראה איור).
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד בגודל B ובכיוון z.
מצא את גודל וכיוון המתח בין קצוות המוליך.
(הנח שצפיפות האלקטרונים ליחידת נפח נתונה).

תשובות סופיות:

1) $V=\dfrac{IB}{nq_0t}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 21 - טרנספורמציה יחסותית של השדות עם נוסחאות מלאות

תוכן העניינים

הסברים ודוגמאות:

רקע:

טרנספורמציה של השדות עבור צופה הנע במהירות $\vec{v}$ ביחס למעבדה:

$$\vec{E}'_{||} = \vec{E}_{||} \qquad \vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B}_{\perp})$$

$$\vec{B}'_{||} = \vec{B}_{||} \qquad \vec{B}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}_{\perp}\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$\vec{E}$ ו-$\vec{B}$ הם השדות במערכת המעבדה ו-$\vec{E}', \vec{B}'$ הם השדות במערכת הנעה.

הטרנספורמציה ההפוכה:

$$\vec{E}'_{||} = \vec{E}_{||} \qquad \vec{E}_{\perp} = \gamma(\vec{E}'_{\perp} - \vec{v} \times \vec{B}'_{\perp})$$

$$\vec{B}'_{||} = \vec{B}_{||} \qquad \vec{B}_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}'_{\perp} + \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}'_{\perp}\right)$$

טרנספורמציה של צפיפויות המטען:

$$\lambda = \gamma\lambda_0$$
$$\sigma = \gamma\sigma_0$$
$$\rho = \gamma\rho_0$$

כאשר λ_0, σ_0, ρ_0 הן צפיפות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

הסיבה לטרנספורמציה היא שסך המטען זהה בשתי המערכות אבל האורך משתנה.

נוסחאות לצפיפויות הזרם:

$$\vec{J} = \gamma\rho_0\vec{v}$$

$$\vec{k} = \gamma\sigma_0\vec{v}$$

$$I = \gamma\lambda_0 v$$

כאשר λ_0, σ_0, ρ_0 הן צפיפות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

שאלות:

1) שדה בכיוון Z במערכת הצופה שנע

צופה הנע במהירות V בכיוון ציר x ביחס למעבדה מודד שדה חשמלי E_0 בכיוון ציר z, ושדה מגנטי אפס.
מהם השדות המגנטי והחשמלי שימדוד הצופה במעבדה?

2) חישוב שדות וצפיפויות בשתי דרכים

מישור אינסופי טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
המישור מתחיל לנוע במהירות קבועה $\vec{v} = v\hat{x}$ ביחס למעבדה.
בתרגיל זה נמצא את השדות והצפיפויות במערכת המעבדה בשתי דרכים:
דרך ראשונה:

א. מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המישור תוך שימוש בצפיפות המטען של המישור.

ב. מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המעבדה באמצעות טרנספורמציה של השדות שמצאת בסעיף א.

ג. מצא את צפיפות המטען וצפיפות הזרם במערכת המעבדה באמצעות השדות שמצאת בסעיף ב.

דרך שניה:

ד. מצא את צפיפות המטען וצפיפות הזרם במערכת המעבדה תוך שימוש בצפיפות המטען במערכת המישור בלבד. השווה לסעיף ג.

ה. מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המעבדה, מצפיפויות המטען שמצאת בסעיף ד. השווה לסעיף ב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E} = \gamma E_0 \hat{z}\ E\ ,\ \vec{B} = \gamma \cdot \frac{1}{c^2} V E_0 \left(-\hat{y}\right)$

2) א. $\vec{E}' = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{B}' = 0$

ב. $\vec{E} = \frac{\gamma\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{B} = \frac{-\gamma\sigma V}{2c^2\varepsilon_0}\hat{y}$

ג. $\sigma = \gamma\sigma\ ,\ \vec{k} = \gamma\sigma V\hat{x}$

ד. $\sigma = \gamma\sigma\ ,\ k = \gamma\sigma V\hat{x}$

ה. $\vec{E} = \frac{\gamma\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{B} = -\frac{\mu_0\gamma\sigma V}{2}\hat{y}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 22 - מומנט דיפול מגנטי

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

רקע:

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

I - הזרם בלולאה

$\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה. כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.

מומנט הדיפול מסומן לעיתים גם באות $\vec{m}$.

השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדיי הדיפול:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0[3(\vec{\mu}\cdot\hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$$

מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני:

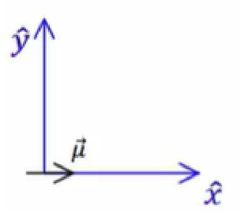
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני:

$$U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$$

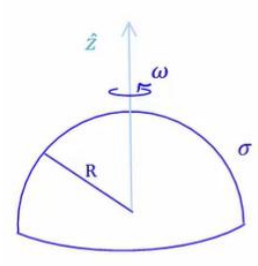
שאלות:

1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית



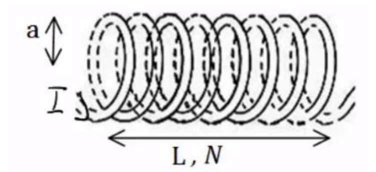
נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu = (\mu, 0,0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0, -a, 0)$
עם מהירות $(0,0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) חצי קליפה כדורית מסתובבת



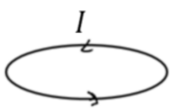
חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען
משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z.
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.

3) מומנט דיפול מגנטי של סליל



חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.

4) טבעת משרה זרם בטבעת



נתונות שתי טבעות מוליכות הנמצאות זו מעל זו.
מזרימים זרם בטבעת התחתונה נגד כיוון השעון
שעוצמתו הולכת וגדלה.

א. מה כיוון הזרם בטבעת העליונה?

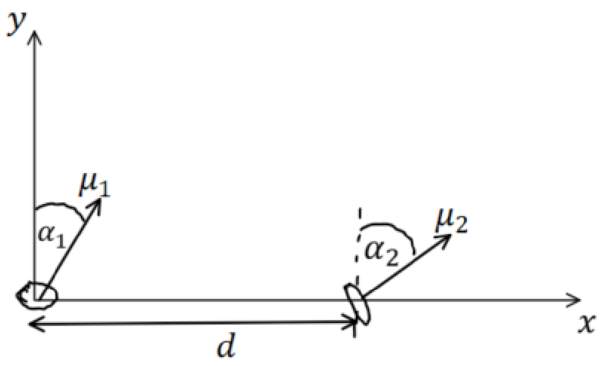
ב. ניתן להסתכל על דיפול מגנטי כמגנט קטן כך שכיוון
מומנט הדיפול הוא הכיוון מדרום לצפון של המגנט.
לאן יפעל הכוח בין הטבעות?

מזיזים את הטבעת העליונה להיות לצד הטבעת התחתונה .

ג. חזרו על סעיף א.

5) אנרגיית דיפול דיפול

שני דיפולים מגנטיים נמצאים במרחק d זה מזה לאורך ציר ה-x.
לשני הדיפולים מומנט מגנטי הזהה בגודלו : $|\vec{\mu_1}| = |\vec{\mu_2}| = \mu$.
שני וקטורי מומנט הדיפול נמצאים על מישור $x - y$ והזוויות שלהם עם ציר ה-y הן α_1 ו- α_2 בהתאמה. מצאו את העבודה הדרושה להרחיק את הדיפולים ממצב זה עד אינסוף. הניחו שהדיפולים אינם משנים את כיוונם בזמן שהם מתרחקים.



תשובות סופיות:

1) $|e|\dfrac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi a^2} = m_e v$

2) $\vec{\mu} = \dfrac{2\pi R^4}{3}\sigma\omega \cdot \hat{z}$

3) $\mu_T = NI\pi a^2$

4) א. עם השעון. ב. כוח דחייה. ג. נגד השעון.

5) $\dfrac{\mu_0\mu_1\mu_2}{4\pi d^3}\left(2\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2) - \cos(\alpha_1)\cos(\alpha_2)\right)$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 23 - השראות

תוכן העניינים

השראות עצמית:

רקע:

ההשראות ברכיב:

$$L = \frac{\phi_B}{I}$$

כאשר ϕ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הוא הזרם ברכיב.

- ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בד"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:

1. נניח שזורם זרם I ברכיב.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל:

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$$

כאשר N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת.

כא"מ ברכיב עם השראות L:

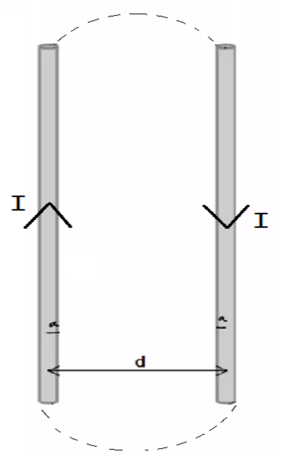
$$\varepsilon = -L\dot{I}$$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות :)

$$U_L = \frac{1}{2} L I^2$$

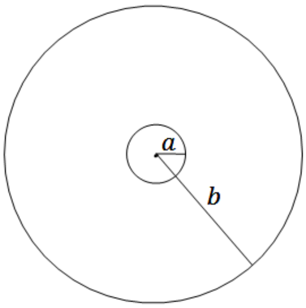
שאלות:

1) שני תיילים ארוכים



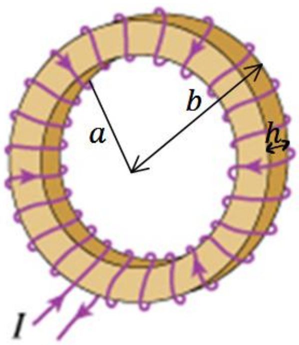
נתונים שני תיילים מאוד ארוכים שהמרחק ביניהם הוא d. רדיוס כל אחד מהתיילים הוא a ונתון שהתיילים מחוברים ביניהם באינסוף. נתון זרם I במערכת.
הנח כי $a << d$ והתיילים אינם משפיעים אחד על השני.
חשבו השראות של המערכת ליחידת אורך.
ניתן להזניח את השדה בתוך התיילים.

2) השראות בכבל קואקסיאלי



כבל קו אקסיאלי מורכב מתיל פנימי ברדיוס a ומעטפת דקה ברדיוס b. התיל והמעטפת באורך $l \gg a\,,b$.
בתיל הפנימי זורם זרם I נתון, ובמעטפת זורם זרם זהה בכיוון ההפוך.
מצאו את ההשראות העצמית ליחידת אורך של המערכת.
הזנח את השדה המגנטי בתוך התיל הפנימי.

3) השראות בטורואיד



בתמונה נתון טורואיד.
הרדיוס הפנימי של הטורואיד הוא a והחיצוני b.
גובה (או עובי) הטורואיד הוא h ומספר הליפופים N.
א. מצאו את ההשראות של הטורואיד.
ב. מצאו את האנרגיה האגורה בטורואיד אם זורם בו זרם I.

תשובות סופיות:

1) $L = \frac{l\mu_0}{\pi} \ln\frac{d-a}{a}$

2) $\frac{L}{l} = \frac{\mu_0 \ln\frac{b}{a}}{2\pi}$

3) א. $L = \frac{\mu_0 N^2 h \ln\frac{b}{a}}{2\pi}$ ב. $U_L = \frac{1}{2}LI^2$

מעגלי RL:

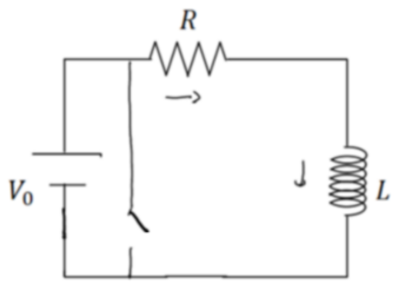
רקע:

המתח על סליל (משרן) במעגל:

$$V_L = L\dot{I}$$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

טעינה:



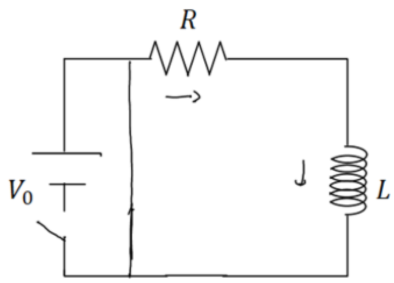
$$V_0 - IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

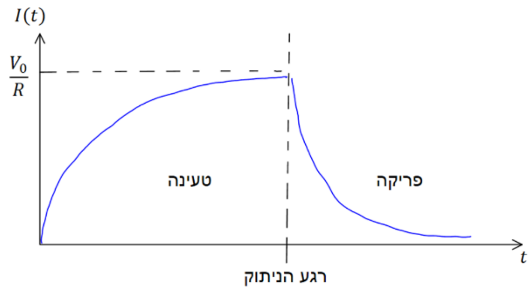
סליל (משרן) בהתחלה מתנהג כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

פריקה:



$$-IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

בטור:

$$L_T = L_1 + L_2 + \cdots$$

$$V_T = V_1 + V_2 + \cdots$$

$$I_T = I_1 = I_2 = \cdots$$

במקביל:

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots$$

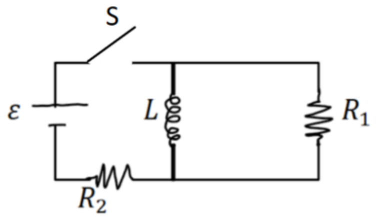
$$V_T = V_1 = V_2 = \cdots$$

$$I_T = I_1 + I_2 + \cdots$$

שאלות:

1) תרגיל 1 ב- RL

במעגל הבא המפסק סגור זמן רב, התנגדות הנגדים והשראות הסליל נתונה.



א. מצאו את הזרם בכל נגד ואת הזרם בסליל.

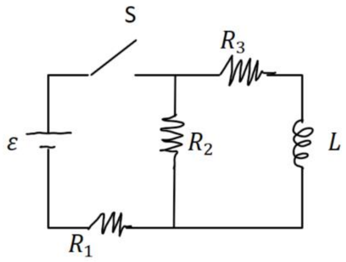
ב. פותחים את המפסק, מהו הזרם ברגע פתיחת המפסק ולאחר זמן רב?

ג. מהו הזרם כתלות בזמן לאחר פתיחת המפסק?

2) תרגיל 2 ב- RL

במעגל הבא מתקיים:

$\varepsilon = 5V$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $R_3 = 300\Omega$, $L = 30mH$.



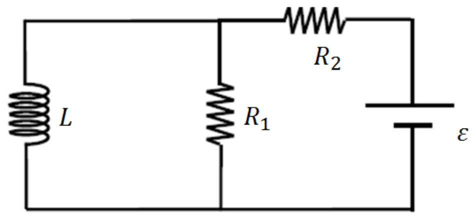
א. מה המתח שמייצר הסליל עם סגירת המפסק?

ב. מה הזרם בכל נגד לאחר זמן רב?

ג. מהו קבוע הזמן של המעגל?

3) תרגיל 3 ב- RL

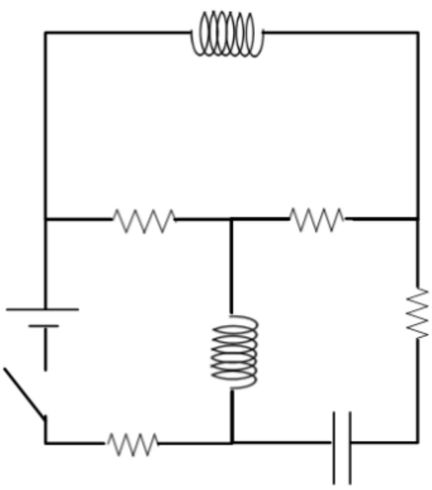
במעגל הבא נתון כא"מ המקור, התנגדות הנגדים והשראות הסליל.



מצאו את הזרם בסליל כפונקציה של הזמן אם נתון שהזרם בו שווה לאפס ב-t=0.

4) תרגיל 4 ב- RL

במעגל הבא התנגדות כל הנגדים היא R ומתח הסוללה הוא V (R ו-V נתונים).



א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג (הניחו שהקבל אינו טעון ואין זרמים במעגל לפני סגירת המתג).

ב. מצאו את הזרם בסוללה ובסלילים לאחר זמן רב. מהו המתח על הקבל?

ג. חזרו על סעיפים א ו-ב אם במקום כל סליל היה קבל ובמקום הקבל היה סליל.

תשובות סופיות:

1) א. $I_L = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2}$, $I_1 = 0$

ב. $I_L(0) = I_1 = \frac{\varepsilon}{R_2}$, $I_L(\infty) = 0$

ג. $I(t) = \frac{\varepsilon}{R_2} e^{-\frac{t}{\frac{R_1}{L}}}$

2) א. $V_L = 3.3V$

ב. $I_1 = 22.7mA$, $I_2 = 13.6mA$, $I_3 = 9.09mA$

ג. $\tau = 81.7\mu s$

3) $I_3(t) = \frac{\varepsilon}{R_2}\left(1 - e^{-\frac{RT}{L}t}\right)$

4) א. $\frac{V}{4R}$

ב. סוללה: $I = \frac{2V}{3R}$, סליל עליון: $I = \frac{V}{3R}$, סליל תחתון: $I = \frac{2V}{3R}$, קבל: $V = \frac{V}{3}$

ג. א: $I = \frac{2V}{3R}$, ב: סוללה: $I = \frac{V}{4R}$, סליל: $I = \frac{V}{4R}$, קבל עליון: $V = \frac{V}{2}$,
קבל תחתון: $V = \frac{V}{2}$

השראות הדדיות:

רקע:

השראות הדדית:

$$M_{1,2}=\frac{\phi_1}{I_2}$$

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזורם זרם I_2 ברכיב 2.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2}=M_{2,1}=M$

ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

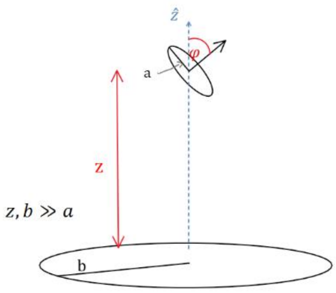
יחס המתחים בשנאי:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=\frac{N_1}{N_2}$$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

שאלות:

1) טבעת בזווית מעל טבעת גדולה



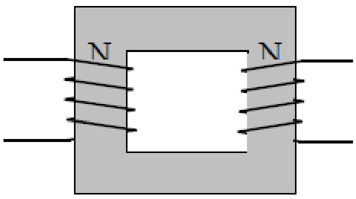
טבעת ברדיוס b מונחת על מישור $x-y$ במקביל לקרקע.
טבעת נוספת ברדיוס a שקטן מאוד ביחס ל-b מונחת בגובה z מעל מישור $x-y$.
מרכזי הטבעות נמצאים על ציר ה-z אחד מעל השני.
הטבעת הקטנה גם מוטת ביחס למישור $x-y$ כך שהוקטור המאונך למישור הטבעת יוצר זווית φ עם ציר ה-z.

א. מצא את $M_{1,2}$.

ב. התנגדות הטבעת הקטנה נתונה ומסומנת ב-R_a.
כמו כן ידוע הזרם כתלות בזמן בטבעת הגדולה והוא שווה ל-$I_b = I_0\cos(\omega t)$. I_0 ו-ω קבועים נתונים.
מצא את הזרם בטבעת הקטנה.

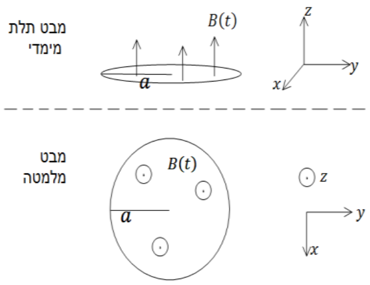
ג. מהו מומנט הכוח הפועל על הטבעת הגדולה?

2) שנאי



שנאי מורכב משני סלילים בעלי מספר ליפופים שונה המקיפים ליבה מגנטית מלבנית משני צידי הליבה.
הנח כי ליבה מגנטית שומרת את כל קווי השדה המגנטי בתוכה, או לחלופין, כי השטף המגנטי אחיד בכל חתך של הליבה.
נתון כי המתח על הסליל השמאלי הוא מתח חילופין (מתח מהצורה $V(t) = V_0 \sin\omega t$).
מצא את המתח על הסליל הימני כתלות במתח של הסליל השמאלי.
נתון N_1, N_2 מספר הליפופים בכל סליל.

3) שטף חיצוני השראות ונגד בטבעת



טבעת מוליכה ברדיוס a והתנגדות R נמצאת בתוך שדה מגנטי אחידה במרחב ומשתנה בזמן $B(t) = At$ כאשר A קבוע חיובי.
כיוון השדה בניצב למישור בו נמצאת הטבעת (השטף מקסימאלי).

א. מצא את סך הכא"מ הפועל על הטבעת כתלות בזרם, אם ההשראות העצמית של הטבעת L נתונה.

ב. מצא משוואה על הזרם כתלות בזמן ופתור אותה למציאת הזרם כתלות בזמן.
(היעזר בפתרון של סליל במעגל טעינה).

ג. מצא את הזרם והשטף הכולל כתלות בזמן בקירוב $R \to 0$,
התעלם מהרגעים הראשונים.

תשובות סופיות:

1) א. $M=\frac{\mu_0 b^2 \pi a^2 \cos\varphi}{2}\left(b^2+z^{\alpha}\right)^{-\frac{3}{2}}$

ב. $I_a=\frac{-MI_0\left(-\omega\sin\omega t\right)}{R_a}$

ג. $\left|\vec{\tau}\right|=\mu_a B_z \sin\varphi$

2) $\varepsilon_2=\frac{N_2}{N_1}V_0\sin\omega t$

3) א. $\varepsilon=-A\pi a^2-LI$

ב. $I(t)=-\frac{A\pi a^2}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

ג. $\phi_{BT}=0\ ,\ I(t)=-\frac{A\pi a^2}{L}t$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 24 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

המשוואות והמעברים:

רקע:

משוואות מקסוול:

	הצורה הדיפרנציאלית	הצורה האינטגרבילית	הערות
1	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$	$\oint\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\,\mathrm{d}V$	חוק גאוס
2	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$	$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=0$	השטף המגנטי על משטח סגור תמיד =מתאפס אין מטען מגנטי
3	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}$	$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$	מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדיי $\varepsilon=-\dot{\phi}_B$
4	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t}$	$\oint\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\int\vec{J}\cdot\mathrm{d}\vec{s}+\mu_0\int\varepsilon_0\frac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\vec{s}$	חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

שאלות:

1) שדה מגנטי רדיאלי והיקפי מתאפסים

באזור מסוים במרחב נתון כי ישנו שדה מגנטי בכיוון ציר z בעל סימטריה גלילית. כמו כן נתון כי אין זרמים באזור זה. הראו כי B_θ ו-B_r מתאפסים.

2) מסגרת נעה בשדה מגנטי

שדה מגנטי בתחום המרחבי: $x>0$ נתון בביטוי:

$\vec{B}(x,y,z) = 4A\mu_0 \frac{z\hat{x}-(x+2l)\hat{z}}{(x+2l)^2+z^2}$.

כאשר A קבוע נתון. מסילה ריבועית שאורך הצלע שלה l מונחת במישור: $z=0$. ב-$t=0$ מרכז המסילה נמצא בנקודה $(2l,0,0)$. ההתנגדות החשמלית של המסילה היא R. מושכים את המסילה במהירות קבועה v בכיוון החיובי של ציר ה-x.

א. חשבו את צפיפות הזרם במרחב בתחום: $x>0$.

ב. חשבו באופן מפורש את $\nabla \cdot \vec{B}$, האם התוצאה שקיבלתם הגיונית?

ג. מהו גול וכיוון הזרם במסילה כפונקציה של הזמן?

תשובות סופיות:

1) הוכחה בסרטון.

2) א. 0 ב. 0, כן, דיב B שווה אפס לפי המשוואה השנייה של מקסוול

ג. $\frac{4l^2 A\mu_0 V}{\left(Vt+\frac{9}{2}l\right)\left(Vt+\frac{7}{2}l\right)R}$, עם השעון.

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 25 - שדות משתנים בזמן

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

רקע:

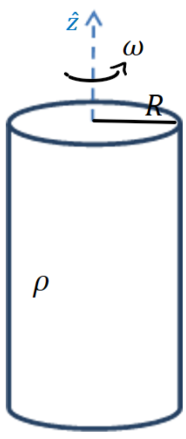
ממשואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.

אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז:
נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פארדי ובמקום הכא״מ נחשב את האינטגרל כאשר בדר״כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$

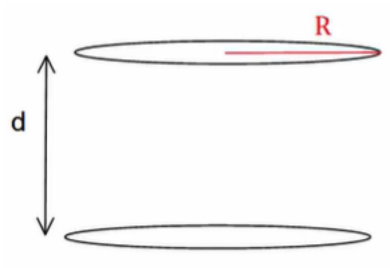
אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז:
נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר רק שבמקום זרם יש $\int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s}$ (או במקום צפיפות זרם $\varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

שאלות:

1) **גליל טעון מסתובב בתאוצה**
גליל אינסופי מלא ברדיוס R טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית המשתנה בזמן $\omega = \alpha t$ כאשר α קבועה ונתונה.
א. מה השדה המגנטי בכל המרחב?
ב. מה השדה החשמלי בכל המרחב?
ג. מה הכוח שפועל על מטען?



2) שדה חשמלי תלוי בזמן בתוך קבל לוחות ווקטור פוינטינג על השפה



קבל לוחות מורכב משני לוחות עגולים ברדיוס R המקבילים זה לזה ונמצאים במרחק d אחד מהשני $d<<R$.

הקבל מחובר למעגל חשמלי המספק לקבל זרם I קבוע (ונתון).

א. מצא את המטען על הקבל כפונקציה של הזמן אם נתון ש-$q(t=0)=0$

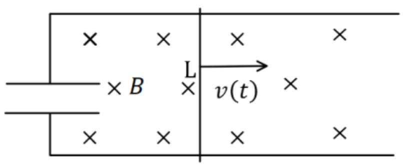
ב. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את השדה המגנטי כפונקציה של הזמן והמיקום, בתוך הקבל ומחוץ לו.

ד. מצא את האנרגיה האגורה בין הלוחות.

ה. מצא את הוקטור פוינטינג על שפת הקבל וחשב את השטף שלו על מעטפת הקבל.

3) פארדיי עם קבל



קבל לוחות מעגלי ברדיוס a ומרחק בין הלוחות ($d<<a$) מחובר למסילה מוליכה חסרת התנגדות.

על המסילה מונח מוט חסר התנגדות באורך L.

מושכים את המוט כך שהוא מתרחק מהקבל במהירות $v(t)=At$.

במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד וקבוע לתוך הדף.

א. מהו המטען על הקבל? על איזה לוח המטען החיובי?

ב. מהו השדה החשמלי בתוך הקבל?

ג. מהו השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו, גודל וכיוון (התעלם מהשדה שנוצר ע״י התיילים והמוט)?

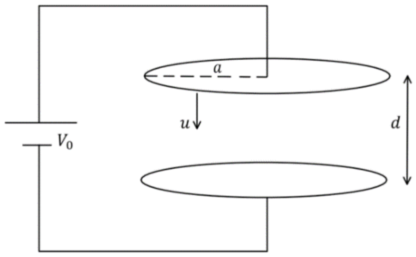
ד. מהו הכוח שיש להפעיל על המוט על מנת שינוע במהירות הנתונה אם מסת המוט היא M?

4) לוחות בקבל מתקרבים בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a ומרחק $a \ll d$ ביניהם.

הקבל מחובר למקור מתח קבוע V_0.

בזמן $t = 0$ מתחילים לקרב את הלוח העליון אל התחתון במהירות קבועה ונמוכה u.



א. מהו המתח בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ב. מהו השדה החשמלי בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ג. מהו השדה המגנטי בין לוחות הקבל ומחוץ להן כתלות בזמן?

ד. חזור על כל הסעיפים אם ניתקו את הקבל מהמקור רגע לפני תחילת ההזזה של הלוח.

תשובות סופיות:

1) א. $r<R$ $\vec{B}=\mu_0\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}$, $r>R$ $\vec{B}=0$

ב. $r<R$ $\vec{E}=-\mu_0\rho\alpha\frac{1}{2r}\left(R^2\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)\hat{\theta}+E_r(r)\hat{r}$, $r>R$ $\vec{E}=\frac{-\mu_0\rho\alpha}{2r}\left(\frac{R^4}{4}\right)\hat{\theta}+(E_r)\hat{r}$

ג. $\vec{F}=q\vec{E}$

2) א. $q(t)=It$ ב. $\vec{E}=\frac{-q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\hat{z}$ ג. $\vec{B}=\frac{-\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\hat{\theta}$

ד. $U=\frac{I^2t^2d}{2\varepsilon_0\pi R^2}+\frac{\mu_0 I^2 d}{16\pi}$ ה. $\vec{S}=\frac{-1}{\mu_0}\cdot\frac{q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}\hat{r}$, $\phi_{\vec{S}}=\frac{-I^2td}{\varepsilon_0\pi R^2}$

3) א. $q_c=\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}BLAt$, עליון. ב. $\vec{E}=\frac{BLAt}{d}\hat{z}$ ג. $r<a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 B_0LAr}{2d}\hat{\theta}$, $a<r$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 BLAa^2}{2dr}\hat{\theta}$

ד. $F=MA+\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}B_0^2L^2A$

4) א. $V_c(t)=V_0$ ב. $\vec{E}=\frac{-V_0\hat{z}}{d-ut}$ ג. $r<a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ur\hat{\theta}}{2(d-ut)^2}$, $r>a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ua^2\hat{\theta}}{2(d-ut)^2 r}$

ד. $\vec{B}=0$, $\vec{E}=\frac{-V_0 z}{d}$, $V_c(t)=\frac{d-ut}{d}\cdot V_0$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 26 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

<u>אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות :</u>

$$U = \int \left(\frac{\varepsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה :

$$u_{em} = \frac{\varepsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$$

<u>וקטור פויינטינג :</u>

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

<u>הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג בריק :</u>

$$\oint \vec{s}\, d\vec{s} = -\frac{dU}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

הקשר הדיפרנציאלי בריק :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{s} = -\frac{du_{em}}{dt}$$

שאלות:

1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d << a$ זה מזה.

הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$,

כאשר A קבוע נתון.

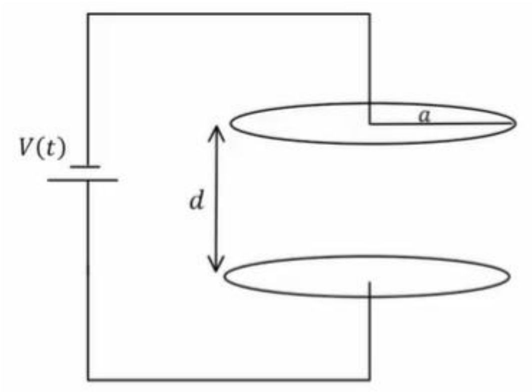
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג׳.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג׳.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E} = \frac{A \cdot t}{d} \hat{z}$ ב. $r \geq a$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A a^2}{2rd} \hat{\theta}$, $r < a$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A r}{2d} \hat{\theta}$

ג. $U = \frac{\varepsilon_0 A^2 \pi a^2}{2d}\left(t^2 + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S} = \frac{-A^2 \varepsilon_0 t a}{d} \pi a$ ה. הוכחה.

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 27 - מבוא לגלים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים – מערכת של שתי מסות

שאלות

1) מסה מחוברת למסה שמחוברת לתקרה

מסה m מחוברת לתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע 2k . מסה m נוספת מחוברת למסה הראשונה באמצעות קפיץ אנכי נוסף בעל קבוע k . המסות זזות רק בציר האנכי.

א. הסבירו מדוע ניתן להתעלם מכוח הכובד בבעיה זאת, כאשר אנו באים למצוא את התדירויות העצמיות ואת אופני התנודה.

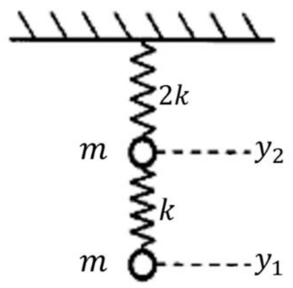
ב. כתבו את מערכת המשוואות בצורה מטריציונית ומצאו את התדירויות העצמיות.

ג. מצאו את אופני התנודה, ותארו אותם.

ד. בזמן $t=0$ נותנים מכה קטנה למסה התחתונה, כך שהיא מקבלת מהירות התחלתית v_0.

מצאו את תנועת המסות כתלות זמן.

רמז: במקרה זה יהיה יותר פשוט לפרוש את תנאֵי ההתחלה כאשר הפתרון רשום באמצעות סכום של סינוסים וקוסינוסים.



תשובות סופיות

1) א. כוח הכובד הוא כוח קבוע. כוחות קבועים מתבטלים על ידי תוספת קבועה של מתיחה לקפיץ. לכן, כוחות קבועים משנים רק את נקודת שיווי המשקל ואינם משפיעים על התדירויות או על אופני התנודה.

ב. $w_{1,2}=\pm\sqrt{2+\sqrt{2}}\,w_0,\quad w_{3,4}=\pm\sqrt{2-\sqrt{2}}\,w_0$ ג. $v_1=\begin{pmatrix}1\\-2.41\end{pmatrix},\quad v_2=\begin{pmatrix}1\\0.41\end{pmatrix}$

ד. $$\begin{pmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.63\\-1.52\end{pmatrix}\cdot\frac{v_0}{w_0}\sin\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\,w_0t\right)+\begin{pmatrix}0.9\\0.37\end{pmatrix}\cdot\frac{v_0}{w_0}\sin\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\,t\right)$$

$$w_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 28 - גלים רוחביים במיתר

תוכן העניינים

גלים רוחביים במיתר

משוואת הגלים במיתר

משוואת הגלים היא $\frac{\rho}{T}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$, כאשר

T – המתיחות במיתר

ρ – צפיפות המסה ליחידת אורך

ψ – פונקציית הגל, מתארת את התנועה הרוחבית של כל חתיכה במיתר.

מהירות הגל היא $v=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$.

פתרון המשוואה:

$$\Psi(x,t)=A\cos(kx-\omega t)+B\sin(kx-\omega t)+C\cos(kx+\omega t)+$$
$$+D\sin(kx+\omega t)$$

יחס הדיספרסיה: $\omega=v\cdot k$.

אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזהויות טריגונומטריות)

$$\Psi(x,t)=A_1\cos(kx-\omega t+\varphi_1)+A_2\cos(kx+\omega t+\varphi_2)=$$

$$=\mathrm{B_1\cos kx\cos\omega t+B_2\cos kx\sin\omega t+B_3\sin kx\cos\omega t+B_4\sin kx\sin\omega t}=$$

$$=\mathrm{C_1\cos kx\cos(\omega t+\varphi_1)+C_2\sin kx\cos(\omega t+\varphi_2)}$$

שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.

פתרון במספרים מרוכבים(לא בחומר, העשרה בלבד)

$$\psi(x,t)=A_1e^{i(kx+\omega t)}+A_2e^{i(kx-\omega t)}+A_3e^{-i(kx+\omega t)}+A_4e^{-i(kx-\omega t)}$$

אם הפונקציה ממשית, אז $A_3=A_1^*$ ו-$A_4=A_2^*$, והפתרון מתכנס לחלק הממשי של

$$\psi(x,t)=Ae^{i(kx-\omega t)}+Be^{-i(kx+\omega t)}$$

שאלות

1) תרגיל – סטודנטית מודדת את כוח הכובד

סטודנטית רוצה למדוד את תאוצת כוח הכבידה (g) המקומי, הסטודנטית תולה חוט אנכי ומחברת אליו משקולת בעלת מסה $M = 2\text{kg}$.
נתון שלחבל יש מסה של $m = 5\text{gr}$ (ניתן להניח התפלגות אחידה) ואורך של $l = 1.2m$. הסטודנטית שולחת מספר פולסים לאורך החבל ומודדת שהזמן הממוצע שלוקח לפולס להגיע מקצה לקצה הוא $t = 17.5\text{ms}$ (מילי שניות).
חשבו את g (ניתן להזניח את משקל החוט ולהשתמש רק במשקל המשקולת, כאשר מחשבים את המתיחות בו).

2) תרגיל - גל קוסינוס מעורר במיתר

צפיפות המסה הקווית במיתר היא $1.2 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{m}$, במיתר מעורר גל מהצורה: $\psi(x,t) = 0.005\, cos(3x - 90t)$.
חשבו את מהירות הגלים במיתר, את המתיחות ואת המהירות המקסימלית בכיוון רוחבי של נקודה כלשהיא במיתר. הניחו יחידות סטנדרטיות.

3) תרגיל - גל סינוס מתקדם במיתר

נתון גל סינוס המתקדם במיתר.

א. כתבו פונקציה שתתאר גל סינוס הנע על מיתר בכיוון החיובי של ציר ה-x, בעל זמן מחזור של 5 שניות, מהירות של 20 מטר לשנייה ואמפליטודה של 6 מילימטר.

ב. רשמו ביטוי לתאוצה של כל אלמנט מסה במיתר.

ג. איפה נמצאים אלמנטי המסה במיתר בעלי התאוצה הגדולה ביותר (בערך מוחלט) בזמן $t = 3sec$?

ד. עבור אילו זמנים התאוצה של אלמנט המסה בנקודה $x = 2\text{cm}$ היא הנמוכה ביותר (בערך מוחלט)?

ה. מקטינים את התדירות f של הגל, תארו כיצד ישתנו מהירות אלמנט מסה במיתר, מהירות הגל ואורך הגל?

4) **תרגיל – פונקציה ריבועית**

נתונה פונקציה $y(x,t) = 32x^2 + 128t^2$. הניחו יחידות סטנדרטיות.

א. הראו שפונקציה זו היא פתרון של משוואת הגלים במיתר.
הדרכה: נסו לרשום את הפונקציה כצירוף של פונקציות, אשר כל אחת מהן מתארת גל במיתר.

ב. מהי מהירות הגלים במיתר זה.

ג. נתון שצפיפות המסה ליחידת אורל של המיתר היא $0.03\frac{\text{kg}}{m}$ חשבו את מתיחותו.

ד. האם הפונקציה $\sqrt{32x^2 + 128t^2}$ היא גם פתרון של משוואת הגלים?

תשובות סופיות

1) $9.8\frac{m}{s}$

2) $30\frac{m}{s}; 0.102\text{N}; 0.45\frac{m}{s}$

3) א. $y(x,t) = 0.006_m \sin\left(\frac{\pi}{50}x - \frac{2\pi}{5}t\right)$ ב. $a(x,t) = 0.00096\pi^2 \sin\left(\frac{\pi}{50}x - \frac{2\pi}{5}t\right)$

ג. $x = 85_m + 50n$, כאשר n מספר שלם בין מינוס אינסוף לאינסוף.

ד. $t = 0.001_s - 2.5_s n$

ה. מהירות אלמנט מסה במיתר קטנה, מהירות הגל לא משתנה ואורך הגל גדל.

4) א. $y(x,t) = (4x+8t)^2 + (4x-8t)^2$ ב. $2\frac{m}{s}$ ג. $0.12N$ ד. לא.

החזרה והעברה

רקע

תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב-0 $x = 0$.

רציפות הפונקציה $1.\,\psi_L(0,t) = \psi_R(0,t)$

רציפות הכוח $2.\,F_L = F_R$

אם המתיחות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הנגזרת

$$\left.\frac{\partial \psi_L}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \psi_R}{\partial x}\right|_{x=0}$$

$$\psi_r(x,t) = r\psi\!:(-x,t)$$

$$\psi_t(x,t) = t\psi\!:\left(\frac{v_1}{v_2}x,t\right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_1}} v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$$

מקדם החזרה

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_2} - \sqrt{\rho_1}}$$

מקדם העברה

$$t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}$$

הערה : את הנוסחאות של מקדם ההעברה וההחזרה נרשום בנושא הבא בצורה יותר כללית עם שימוש בעכבות.

שאלות

1) תרגיל – ביטול של הגל העובר או החוזר

מיתר מורכב משני חלקים בעלי צפיפויות שונות ρ_1 ו-ρ_2 ומתיחות אחידה T .
גל מהצורה $\Psi_A(x,t) = |A|\,cos(k_1x - \omega t)$ מתקדם בכיוון החיובי ממיתר 1 לכיוון מיתר 2. נתונים: $\rho_2, \rho_1, k_1, T, A, \omega$

א. מצאו את הביטוי עבור הגל המועבר והגל המוחזר באמצעות נתוני השאלה.

ב. נניח עתה, כי בנוסף ל-Ψ_A שולחים גל נוסף ממיתר 2 לכיוון מיתר 1: $\Psi_D(x,t) = |D|\,cos(-k_2'x - \omega' t + \varphi)$. נתון כי $\rho_2 < \rho_1$.
מצאו את $\varphi, \omega', k_2', D$, כך שלאחר המעבר של הגלים בין המיתרים, במיתר 2 יהיה רק גל הנוסע שמאלה. מהם התנאים לכך שבמיתר 1 יהיה רק גל הנוסע ימינה?

ג. האם ניתן למצוא תנאי, עבורו בו-זמנית במיתר 1 יהיה רק גל הנוסע ימינה ובמיתר 2 רק גל הנוסע שמאלה? נמקו.

תשובות סופיות

1) א. $\psi_r(x,t) = \frac{\sqrt{\rho_1}-\sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1}+\sqrt{\rho_2}}|A|\,cos(k_1x + \omega t)$

$$\psi_t(x,t) = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1}+\sqrt{\rho_2}}|A|\,cos(k_2x + \omega t)\,, k_2 = k_1\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

ב. שמאלה: $k_2 = k_1', w = w', \phi = 0$

$$|D| = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1}+\sqrt{\rho_2}}|A|$$

ימינה: $k_2 = k_1', w = w', \phi = \pi$

$$|D| = \frac{\sqrt{\rho_1}-\sqrt{\rho_2}}{2\sqrt{\rho_2}}|A|$$

ג. לא, כי הפאזה בכל אחד צריכה להיות שונה.

עכבה

רקע

העכבה, נקראת גם אימפדנס (impedance), מסומנת באות Z, ונוסחתה

$$Z = \sqrt{\rho T} = \frac{T}{V}$$

T – מתיחות

V – מהירות הגל

$$|Z| = \frac{|F_y|}{|V_y(t)|}$$

F_y – הכוח על אלמנט מסה

$V_y(t)$ – מהירות אלמנט מסה (מהירות החומר)

מקדמי העברה והחזרה בפגיעה של גל מתווך 1 ל-2 :

$r = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$ מקדם החזרה

$t = \frac{2z_1}{z_1 + z_2}$ מקדם העברה

תאום עכבות : $z_1 = z_2 \Leftarrow t = 1$ ו- $r = 0$

אנרגיה הספק ותנע

רקע

אנרגיה ליחידת אורך של גל נע במיתר

$$\varepsilon(x,t) = \rho\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)^2 = \rho v^2\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)^2$$

אנרגיה ממוצעת בזמן

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2|A|^2$$

הספק רגעי בנקודה - כמה עבודה עושה החלק השמאלי על החלק הימני כל יחידת זמן

$$P^{\pm} = \pm Z\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)^2 = \pm v\varepsilon(x,t)$$

$P^{\pm}$ הוא הספק רגעי של גל הנע בכיוון החיובי/שלילי

ההספק הממוצע בזמן

$$\bar{P}^{\pm} = \pm\frac{1}{2}z\omega^2|A|^2$$

מקדם ההחזרה של האנרגיה

$$R = \frac{P_1^-}{P_1^+} = r^2 = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}\right)^2$$

מקדם ההעברה של האנרגיה

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{P}_2^+}{\mathrm{P}_1^+} = \frac{\mathrm{z}_2}{\mathrm{z}_1}\mathrm{t}^2 = \frac{4\mathrm{z}_1\mathrm{z}_2}{(\mathrm{z}_1 + \mathrm{z}_2)^2}$$

$$\mathrm{R} + \mathrm{T} = 1$$

התנע הוא אפס

שאלות

1) תרגיל - חישובים בפגיעה בתווך

גל סינוס נע ימינה במיתר מסוים בו מהירות הגל היא v_1.
צורת הגל היא $\Psi_i(x,t) = 1.4mm \cdot sin(kx - 200t)$.
הגל מגיע לצומת בו צפיפות המיתר משתנה (המתיחות נשארת קבועה), כך שבחלק הימני מהירות הגל היא $v_2 = 5v_1$.
בהינתן שההספק הממוצע של הגל הפוגע הוא 60 W,

א. מהם האימפדנסים של שני חלקי המיתר?
ב. מהו ההספק הממוצע של הגל העובר והגל החוזר?
ג. מהי האמפליטודה של הגל העובר ושל הגל החוזר?

2) תרגיל - שינוי בהספק כתוצאה משינוי פרמטרים

נתון מיתר מתוח בעל צפיפות מסה $\rho = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{m}$ ומתיחות $T = 50N$.

א. מהו ההספק הממוצע שצריך לספק למיתר, על מנת לייצר גל סינוס בעל תדירות $f = 40\text{Hz}$ ואמפליטודה של $A = 4\text{mm}$?
ב. פי כמה ישתנה ההספק של הגל אם :
1. נכפיל את אורך החבל?
2. נכפיל את האמפליטודה ונקטין את התדירות פי 2?
3. נקפל את החבל לשניים ונשתמש בחבל הכפול כחבל החדש?

3) תרגיל - חישוב אמפליטודה בתיאום עכבות

מיתר בעל צפיפות מסה ρ_1 מחובר למיתר בעל צפיפות מסה ρ_2 באמצעות מיתר נוסף שצפיפות המסה שלו משתנה באופן רציף מ- ρ_1 ל- ρ_2. במקרה כזה לא תתקיים החזרה אם אורך הגל קטן ביחס לקצב השינוי בצפיפות המסה.
חשבו תחת הנחה זו מה היחס בין האמפליטודה של הגל העובר לגל הפוגע?
הניחו מתיחות אחידה.

תשובות סופיות

1) א. $z_1 = 1531 \frac{N \cdot s}{m}, z_2 = 506 \frac{N \cdot s}{m}$ ב. $\overline{P}_R = 15.6\text{W}, \overline{P}_T = 44.4W$
ג. $B = 0.71\text{mm}\, C = 2.1\text{mm}$

2) א. $0.5W$ ב. 1. לא ישתנה. 2. לא ישתנה. 3. יגדל פי $\sqrt{2}$.

3) $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{4}}$

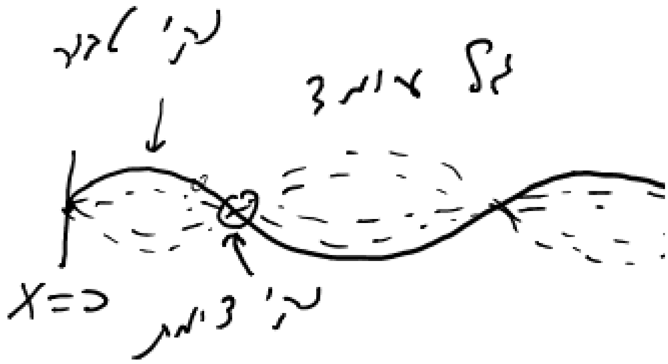
גלים עומדים

רקע

מיתר חצי אינסופי

קצה קשור

$$\Psi(x=0,t)=0 \quad => $$
$$\Psi(x,t)=C\sin(kx)\sin(\omega t+\varphi)$$



קצה חופשי

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0}=0 \quad => \quad \Psi(x,t)=C\cos(kx)\cos(\omega t+\varphi)$$

מיתר סופי

מיתר סופי עם 2 קצוות קשורים

$$\Psi(x=0,t)=\Psi(x=\mathrm{L},t)=0$$

$$k_n=\frac{\pi n}{L} \qquad n=0,1,2,3\ldots \quad f_n=\frac{vn}{2L}$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}$$

$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\sin(\mathrm{k}_n x)\sin(\omega_n t+\varphi_n)$$

<u>מיתר סופי עם קצה קשור וקצה חופשי</u>

$$\Psi(x=0,t)=0\,,\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=\mathrm{L}}=0$$

$$k_n=\frac{\pi}{L}(\mathrm{n}+\frac{1}{2})\qquad n=0,1,2,3\ldots$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{(\mathrm{n}+\frac{1}{2})}$$

$$f_n=\frac{v}{2L}(\mathrm{n}+\frac{1}{2})$$

$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\sin(\mathrm{k}_n x)\sin(\omega_n t+\varphi_n)$$

<u>מיתר סופי עם 2 קצוות חופשיים</u>

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0}=0\;,\qquad\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=\mathrm{L}}=0$$

$$k_n=\frac{\pi n}{L}\qquad n=0,1,2,3\ldots$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}$$

$$f_n=\frac{vn}{2L}$$

$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\cos(\mathrm{k}_n x)\sin(\omega_n t+\varphi_n)$$

שאלות

1) **תרגיל – גל פוגע וגל חוזר כביטוי של שני גלים עומדים**

הראו כי הגל $\Psi(x,t) = A\cos(\omega t - kx) + rA\cos(\omega t + kx)$, כאשר r קבוע כלשהו, ניתן לביטוי כסופרפוזיציה של שני גלים עומדים: $\Psi(x,t) =$
$A(1+r)\cos(\omega t)\cos(kx) + A(1-r)\sin(\omega t)\sin(kx)$

2) **תרגיל - מיתר פלדה בפסנתר**

מיתר פסנתר מיוצר מפלדה בעלת צפיפות מסה **ליחידת נפח** $\rho = 4800\frac{\text{kg}}{m^3}$
רדיוס המיתר הוא r, היצרן ממליץ להפעיל את המיתר תחת לחץ (כוח ליחידת ששטח חתך) של $1.3 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$.

א. הראו שמהירות הגלים במיתר אינה תלויה ברדיוס שלו, וחשבו אותה.
ב. מה צריך להיות אורך המיתר כדי שישמיע את הצליל 'לה', שתדירותו 440Hz ? כמנגנים במיתר בד"כ שומעים את התדירות הבסיסית.
ג. מגדילים את המתיחות פי α ללא שינוי באורך המיתר, מה צריכה להיות α כדי להעלות את תדירות המיתר פי 1.2?

תשובות סופיות

1) הוכחה בסרטון.
2) א. $520\frac{m}{s}$ ב. 59cm ג. 1.44

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 29 - גלים אלקטרומגנטיים

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

רקע:

ממשוואות מקסוול למשוואות הגלים בריק $(\rho = J = 0)$:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}$$

c - מהירות האור $\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 E_x = \frac{1}{c^2}\frac{d^2E_x}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 E_y = \frac{1}{c^2}\frac{d^2E_y}{dt^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 E_z = \frac{1}{c^2}\frac{d^2E_z}{dt^2}$$

תזכורת ללאפלסיאן:

$$\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$$

פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)$$

$\vec{k} = \left(k_x, k_y, k_z\right)$ - וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

ω - התדירות הזוויתית

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

f - התדירות בהרץ

T - זמן המחזור

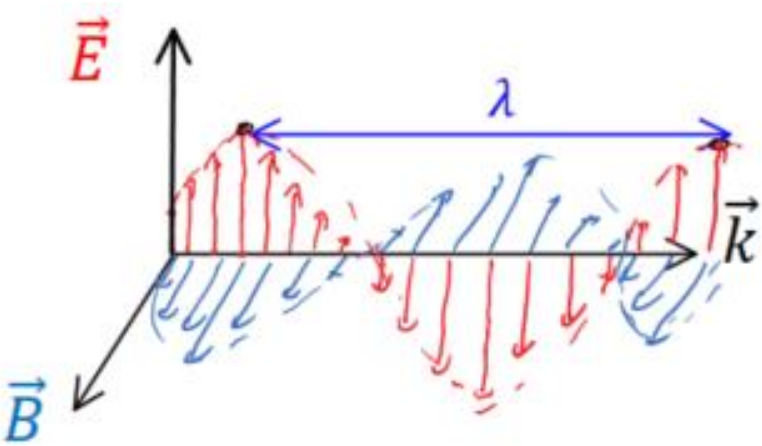
הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i

איך למצא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\hat{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{E} = c\vec{B} \times \hat{k}$$

צורת הגל במרחב:



λ - אורך הגל, המרחק בין שיא לשיא:

$$|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

יחס הדיספרסיה:

$$\omega = c|k|$$

היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואת הגלים

השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

פתרון נוסף:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos\left(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t\right)$$

במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל $\vec{k}$-

שאלות:

1) תרגיל 1

נתון השדה המגנטי: $\vec{B}=B_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\hat{z}$.

א. מצא את וקטור הגל של השדה?

ב. הבא את התדירות באמצעות הפרמטר A.

ג. מצא את השדה החשמלי?

ד. מה הכוח הפועל על מטען Q הנמצא בראשית עם מהירות $\vec{v}=v_0\hat{x}$ ב- $t=0$?

ה. מצא את הוקטור פויטינג?

2) מצא שדה מגנטי

השדה החשמלי בגל אלקטרו מגנטי נתון לפי: $\vec{E}=E_0(1,1,2)e^{i(2x-z-\omega t)}$.

מצא את השדה המגנטי.

3) גל עומד

משוואת הגלים בצורה כללית היא: $\nabla^2\phi=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$ כאשר ϕ היא פונקציית הגל במרחב ו- v היא מהירות הגל $\left(v=\frac{\omega}{k}\right)$. במקרה של גלים אלקטרו מגנטים ϕ תהיה הפונקציה של השדה החשמלי או המגנטי, $v=c$.

א. הראה שהפונקציה $\phi(x,t)=A\cos(kx)\sin(\omega t)$ מקיימת את משוואת הגלים ולכן היא פתרון אפשרי למשוואה.

ב. פתרון דלמבר למשוואת הגלים אומר שכל פתרון צריך להיות מהצורה $f(x-vt)+g(x+vt)$, כאשר f ו- g הם פונקציות כלשהן. הראה שהפונקציה מסעיף א' היא גם פיתרון מהצורה הכללית של הפתרון של דלמבר.
רמז: השתמש בזהויות טריגונומטריות.

4) תרגיל 4

השדה החשמלי של גל אלקטרו מגנטי המתפשט בריק בכיוון x נתון לפי:

$$\vec{E}=E_0e^{-\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}\hat{y}+E_0e^{-\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}\hat{z}$$

כאשר E_0 ו- a הם קבועים חיוביים.

א. מהו השדה המגנטי של הגל?

ב. הראו כי השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי.

ג. כתבו ביטוי לצפיפות האנרגיה של הגל.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{k}=(A,-2A,0)$ ב. $\omega=C\cdot A\cdot\sqrt{S}$

ג. $\vec{E}=+C^2 2AB_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\cdot\frac{1}{+\omega}\hat{x}+C^2 2AB_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\cdot\frac{1}{+\omega}\hat{y}$

ד. $\vec{F}=Q\left(\frac{C^2AB_0}{\omega}(2\hat{x}+\hat{y})+V_0B_0(-\hat{y})\right)$ ה. $\vec{S}\cdot\vec{E}=0$

2) $\vec{B}=\frac{E_0}{\sqrt{5}c}(1,-5,2)e^{i(2x-z-\omega t)}$

3) שאלת הוכחה.

4) א. $\frac{E_0}{c}e^{-\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}(\hat{z}-\hat{y})$ ב. הוכחה. ג. $2\varepsilon_0 E_0^{\ 2}e^{-2\left(\frac{x-ct}{a}\right)^2}$

פיזיקה 2ממ מספר 114075

פרק 30 - התאבכות בגלים דו ותלת מימדיים

תוכן העניינים

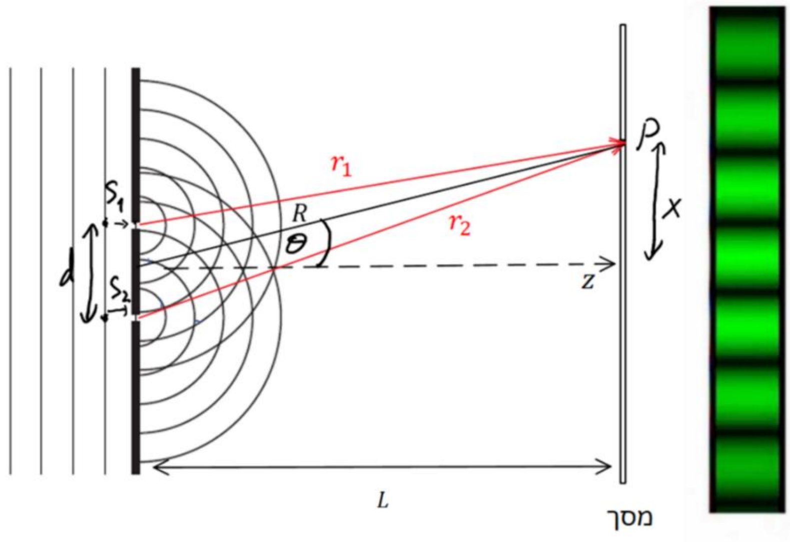
התאבכות בשני סדקים

רקע

עיקרון הוייגנס - ניתן להתייחס לכל נקודה בחזית הגל כמקור נקודתי של גל חדש.

אמפליטודה בגלים גליליים - $A \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$, גלים כדוריים - $A \propto \frac{1}{r}$.

ניסוי שני הסדקים:



קירוב השדה הרחוק far field limit $L \gg d$:

1. $A_1 \approx A_2 \leftarrow \Delta r << r$

2. $\Delta r = d \sin\theta \leftarrow r_1 \parallel r_2$

העוצמה היחסית:

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = \cos^2\left(\frac{k\, \mathrm{d} \sin\theta}{2}\right)$$

קירוב זוויות קטנות:

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{x}{L}$$

בגלל התלות של האמפליטודה במרחק, צריך להכפיל את התוצאה לעוצמה בקוסינוס טטה עבור גלים גליליים ובקוסינוס בריבוע עבור גלים כדוריים.
התוספת הזו קשורה למבנה של המסך והיא לא תופיע במסך עגול.
בדר"כ מניחים קירוב זוויות קטנות ואז היא זניחה.

שאלות

1) חישוב מרחק בין כתמים ואורך גל

קרן לייזר עוברת דרך שני סדקים. מרכזו של כתם האור הראשון (לצד כתם האור המרכזי), התקבל בזווית של 8 מעלות.

א. באיזו זווית יופיע כתם האור השני?

ב. מהו אורך הגל של הלייזר אם המרחק בין הסדרים הוא: $d = 2.4\mu m$?

2) תחנת רדיו

תחנת שידור משדרת אותות רדיו בתדר $1200Hz$ באמצעות שתי אנטנות הנמצאות במרחק של $300m$ זו מזו. אם נמקם מקלט במרחק רב משתי האנטנות, באילו כיוונים תתקבל העוצמה הגבוהה ביותר ובאילו הנמוכה ביותר? רשמו את הכיוונים ביחס **לישר המחבר בין שתי האנטנות.**

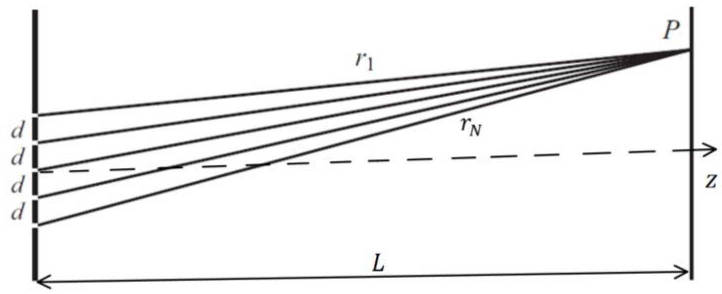
תשובות סופיות

1) א. $16°$ ב. $0.33\mu m$

2) $\cos\alpha_{\max n} = 9.5\cdot10^{-4} n$, $\cos\alpha_{\min n} = 9.5\cdot10^{-4}\left(n+\frac{1}{2}\right)$

התאבכות ב N סדקים

רקע



קירוב השדה הרחוק:

$A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx A_4 \leftarrow \Delta r << r$

$\Delta r = d\sin\theta \leftarrow r_1 \| r_2 \| r_3 \| r_4$

$$\frac{I_{tot}(\alpha)}{I_{tot}(0)} \approx \left(\frac{\sin\left(\frac{N\alpha}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2$$

$\alpha = kd\sin\theta$

פיק גדול - כשהמכנה מתאפס:

$$\alpha_n = 2\pi n$$

נקודות התאפסות - כשהמונה מתאפס והמכנה לא.

$\alpha_n = \frac{2\pi n}{N}$ ו- $n \neq mN$.

פיק קטן - נגזרת שווה לאפס ומכנה לא מתאפס. עבור $N \gg 1$:

$$\alpha_n = \frac{2\pi}{N}\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

מספר הפיקים באחד הצדדים (ללא הפיק המרכזי) הוא: $\frac{kd}{2\pi}$ (לעגל למטה).

מספר הפיקים (הגדולים) הכולל שווה למספר הפיקים באחד הצדדים כפול 2 ועוד 1.

שאלות

1) פריזמה מתקליטור

בתמונה רואים תקליטור העשוי מחריצים מעגליים בגודל של מיקרון בערך.
האור שפוגע בתקליטור מוחזר למצלמה ומקבלים פריזמה של צבעים.
הסבירו את התופעה (ללא חישוב) וציינו אלו פרמטרים משפיעים עליה.

2) סטייה בזווית פגיעה

הראו שבמקרה שהקרן הפוגעת היא בזווית θ_0 ביחס לאנך עם קיר הסדקים אז תתקבל אותה תבנית התאבכות מוזזת בזווית θ_0. הניחו קירוב זוויות קטנות.

3) 3 מינימות ראשונות

אור מונוכרומטי מלייזר ארגון בעל אורך גל של: $\lambda = 488nm$ עובר דרך סריג בעל 6,000 חריצים בצפיפות של 40,000 חריצים לס"מ ופוגע במסך.
מהן הזוויות של שלושת נקודות המינימום הראשונות (בכיוון החיובי).
הניחו שהחריצים נקודתיים.

4) מרחק בין צבעים

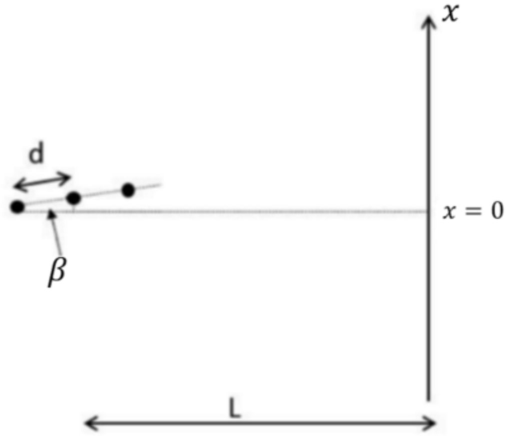
מקרינים אור לבן על סריג בעל 5,000 סדקים לס"מ.

א. תארו מה נראה על המסך מול הסריג.

ב. חשבו את המרחק בין כתם האור האדום השני לכתם האור הכחול השני אם המסך נמצא במרחק 1.5 מטר מהסריג ואורכי הגל של האור האדום והכחול הם $632nm$ ו-$420nm$ בהתאמה.

5) שלושה מקורות קוהרנטיים באוריינטציה שונה

המערכת המתוארת בסרטוט מכילה שלושה מקורות קוהרנטיים במרחק d אחד מהשני הנמצאים בזווית β ביחס לאנך למסך. המרחק למסך הוא L.



מצאו את העוצמה היחסית כתלות ב- x בהנחה כי β זווית קטנה וכי $\theta > \beta$.

תשובות סופיות

1) החריצים בתקליטור יוצרים תבנית התאבכות התלויה באורך הגל, זווית הפגיעה של המקור, בזווית התקליטור ובמיקום הצופה. בכל אזור בתקליטור נוצרת התאבכות בונה עבור אורך גל אחר ולכן רואים את הצבעים השונים בכל אזור. שינוי של הפרמטרים הנ"ל יביא לשינוי התבנית.

2) ראו סרטון.

3)
$\theta_1 \approx 0.0186°$

$\theta_2 \approx 0.0373°$

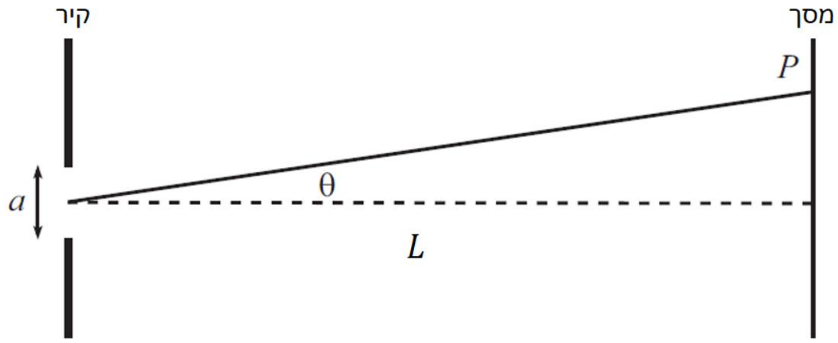
$\theta_3 \approx 0.0560°$

4) א. נקבל תבנית התאבכות של N סדקים שכתם האור המרכזי שלה לבן ובמקום כל כתם אחר נקבל קשת של צבעים כי מיקום הפיק הגדול שאינו במרכז גדל עם אורך הגל.
ב. 70 ס"מ.

5)
$$\alpha = kd\frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}\left[1+\beta\frac{x}{L}\right] \quad , \quad \frac{I(\alpha)}{I(0)} = \left(\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\alpha\right)}{3\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2$$

עקיפה

רקע



קירוב השדה הרחוק $L \gg a$:

$$\frac{I(\beta)}{I(0)} = \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\beta\right)}{\frac{1}{2}\beta}\right)^2$$

$$\beta = ka\sin\theta$$

נקי התאפסות : $\beta_n = 2\pi n$

- אם $\lambda > a$ אז רוחב הפיק המרכזי גדול מאינסוף ולא יהיו נקי התאפסות וזה אומר שהסדק מתנהג כמו מקור אור נקודתי.
- אם $a \gg \lambda$ אז מקבלים עוצמה קבועה ברוחב הסדק, מתאים למקרה הקלאסי בו מניחים שהאור נע בקווים ישרים.

מקסימום מקומי - נגזרת מתאפסת :

$$\beta_n \approx 2\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

הקשר לפורייה

רקע

האמפליטודה הכוללת על המסך כתלות בזווית:

$$A_{tot}(\theta) = 2\pi FT[B(x)](k')$$

$$k' = k \sin\theta$$

כאשר $B(x)$ היא האמפליטודה ליחידת אורך בסדק.

שאלות

1) לאן נעלם שימור האנרגיה?

א. הראו כי בסדק רחב: $I(0) \propto a^2$ כאשר a הוא רוחב הסדק.
רמז: שימו לב שהאמפליטודה בחלק מהנוסחאות תלויה ברוחב הסדק.

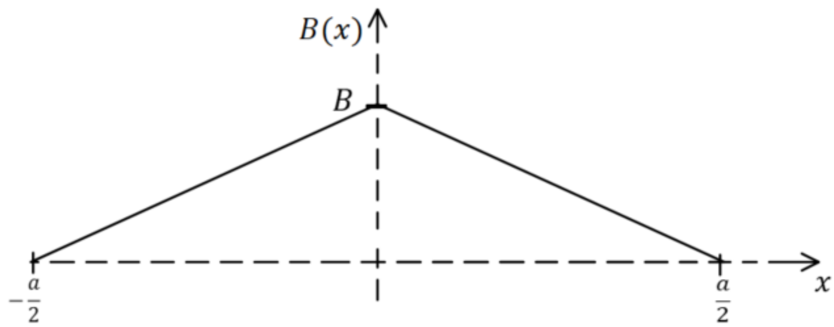
ב. העוצמה היא אנרגיה ליחידת שטח ליחידת זמן. אם נרחיב את רוחב הסדק פי 2 אז $I(0)$ תגדל פי 4. הרחבת הפתח פי 2 מכניסה פי 2 אור ופי 2 אנרגיה איך יתכן שהעוצמה על המסך גדלה פי 4?
לאן נעלם שימור האנרגיה?

2) שינוי בעוצמה כתלות בשינוי הפתח

נניח שיש לנו סדק ברוחב a ואנחנו מסתכלים על העוצמה הממוצעת בנקודה הנמצאת במרחק כלשהו, לא קטן, מהפיק המרכזי אבל עדיין בתחום הזוויות הקטנות.
מה יקרה לעוצמה הממוצעת (ממוצעת בתחום קטן) אם נגדיל את רוחב הפתח?
שימו לב שמצד אחד כשמגדילים את רוחב הפתח אז יותר אור נכנס והעוצמה גדלה אבל מצד שני העקומה מתכווצת והעוצמה בנקודה מסויימת קטנה.
השאלה היא איזה אפקט יותר חזק?

3) אמפליטודה בצורת משולש

נתון סדק ברוחב a דרכו עובר גל בעל חזית (פאזה) אחידה אך בעל אמפליטודה לא אחידה. האמפליטודה ליחידת אורך כתלות ב- x כאשר: $x=0$ זה מרכז הסדק היא:



מצאו את תבנית ההתאבכות $\left(\frac{I(\theta)}{I(0)}\right)$ המתקבלת על מסך הנמצא במרחק רב מהסדק.

תשובות סופיות

1) א. הוכחה בסרטון.
ב. אם מגדילים את רוחב הסדק אז העוצמה באפס גדלה אבל התבנית מתכווצת והעוצמה קטנה בזוויות אחרות. האנרגיה שווה לאינטגרל על העוצמה לאורך כל המסך והערך של האנרגיה הכוללת יגדל רק פי 2 ולא פי 4.

2) העוצמה לא תשתנה.

3) $\frac{I(\theta)}{I_{\max}}=\sin c^4\left(\frac{1}{4}ka\sin\theta\right)$

התאבכות ועקיפה ביחד

רקע

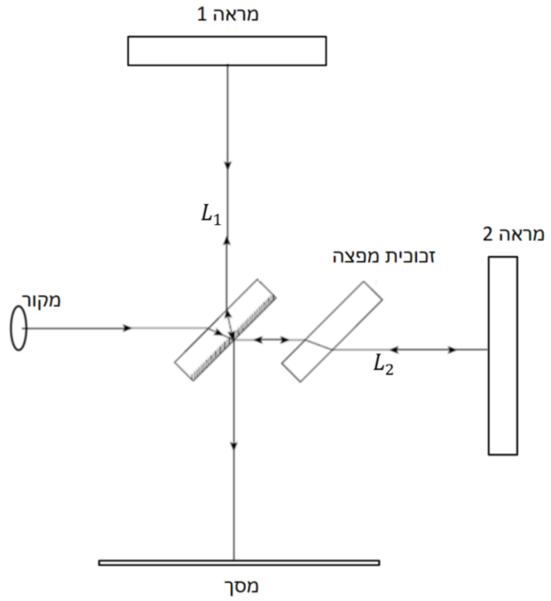
$$\frac{I(\theta)}{I(0)}=\left(\sin c\left(\frac{ka\sin\theta}{2}\right)\frac{\sin\left(\frac{Nkd\sin\theta}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)}\right)^2$$

כאשר a הוא רוחב כל סדק, d המרחק בין שני סדקים ו- N מספר הסדקים.

אינטרפרומטריה

רקע

האינטרפרומטר של מייקלסון:



$$\delta = 2(L_2 - L_1)$$

$$\Delta\varphi = k\delta + \pi$$

התאבכות בונה:

$$\delta = \lambda\left(m + \frac{1}{2}\right)$$

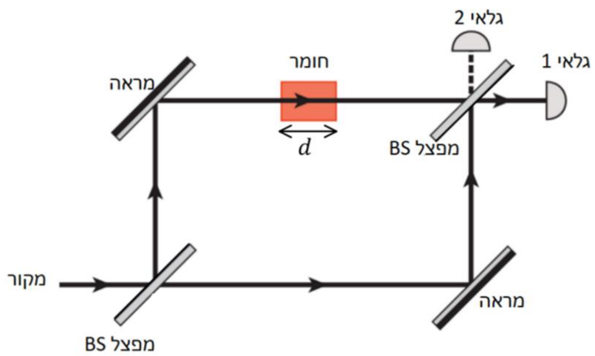
התאבכות הורסת:

$$\delta = \lambda \mathrm{m}$$

עוצמה:

$$\frac{I}{I_{max}} = \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)$$

אינטרפרומטר מאך-זנדר:



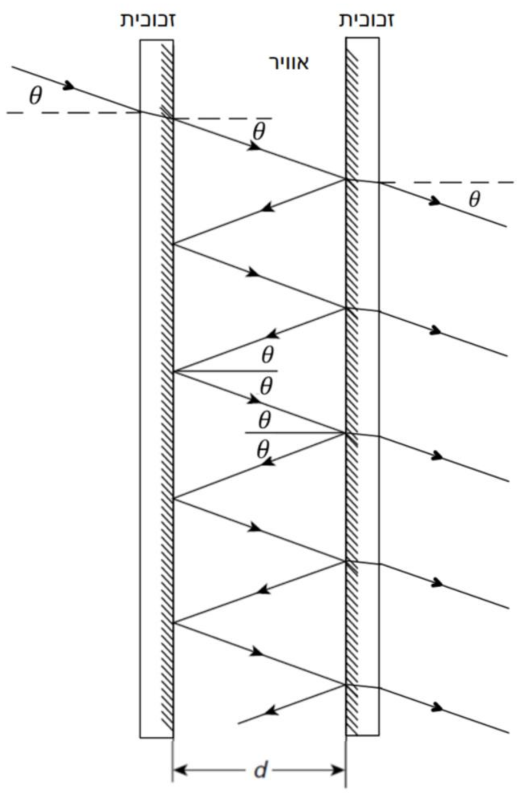
$$\delta = d(n-1)$$

גלאי 1: $\Delta\varphi = k\delta$

גלאי 2: $\Delta\varphi = k\delta + \pi$

עוצמה: $\frac{I}{I_{max}} = \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$

אינטרפרומטר פברי-פרו:



$$\frac{I}{I_{max}} = \frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

$$\Delta\varphi = k\delta = k2d\cos\theta$$

$$R = r^2 = \left(\frac{A_r}{A_i}\right)^2$$

$$\Delta\varphi_{\frac{1}{2}} \approx \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

שאלות

1) ללא פלטה מפצה

נתון אינטרפרומטר מייקלסון עם מפצל (50:50) העשוי מזכוכית בעובי t ומקדם שבירה n_2. זווית המפצל היא 45 מעלות, ציפוי הכסף נמצא בדופן האחורית של הזכוכית (כמו במקרה הרגיל) ובמערכת **אין פלטה מפצה**.

א. מהו הפרש הדרכים האופטיות בין הקרניים?
ומהו הפרש הפאזה עבור אורך גל נתון?
ניתן להניח ששינוי הזווית עקב מעברי התווך במפצל זניח מבחינת אורך הדרך וכי L_1, L_2 גם נתונים.

ב. הניחו שניתן למדוד את העוצמה על המסך.
הראו כי:

$$\lambda = \frac{2\pi\left(L_2 - L_1 - \sqrt{2}t(1-n_2)\right)}{\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{I}{I_{max}}}\right)}$$

ג. כעת הניחו שהופכים את המפצל כך שציפוי הכסף (ופיצול הקרניים) יהיה בדופן הקדמית של הזכוכית.
מה יהיה כעת הפרש הפאזה?

2) גלאי 2

נתון אינטרפרומטר של מאך-זנדר כפי שנראה בסרטון ההסבר.

א. חשבו את הדרך האופטית והפאזה של כל קרן המגיעה לגלאי 2.

ב. חשבו את העוצמה בגלאי 2 והראו כי מתייקם שימור אנרגיה (ביחיד עם העוצמה בגלאי 1).

3) מפצל לא סימטרי

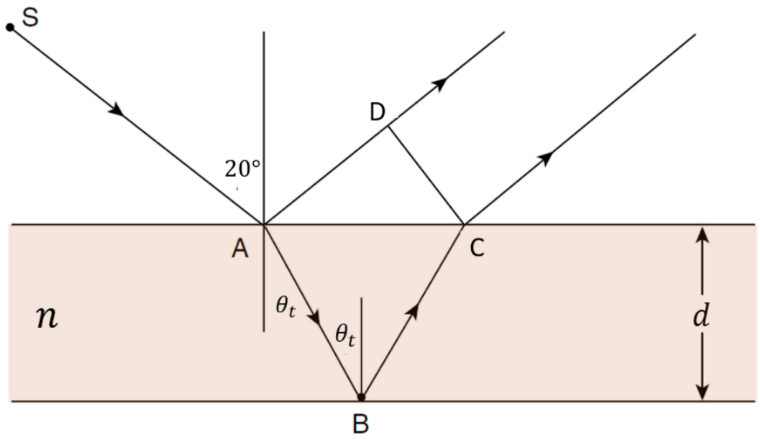
נניח כי המפצל באינטרפרומטר מאך זנדר הוא מפצל לא סימטרי כך שמקדם ההעברה שלו ($\left|\frac{A_t}{A_{in}}\right|$) הוא t ומקדם ההחזרה ($\left|\frac{A_r}{A_{in}}\right|$) הוא r.

א. רשמו את האמפליטודות של כל אחד מהמסלולים האפשריים ביחס לאמפליטודת הכניסה.

ב. * רשמו מטריצה כללית המתארת את המפצל. כולל תוספת הפאזה אך ללא התוספת של הדרכים האופטיות.

4) חישוב עובי קרום דק

גל מישורי לבן פוגע בקרום דק בזווית 20 מעלות. בצפייה של הגל המוחזר רואים אור אדום ($\lambda = 640nm$). מקדם השבירה של הקרום הוא $n = 1.3$.
מהו עובי הקרום? הניחו התאבכות בסדר ראשון.



5) טווחים של מספר גל

נתון אינטרפרומטר של פברי-פרו שבו $R = 0.95$ ו- $d = 0.2mm$ וזווית הפגיעה קטנה מאוד.

א. מה הם אורכי הגל λ_m בהם מתקבלים הפיקים?
מהם הערכים k_m המתאימים?
מה המרחק בין הפיקים במונחי k, כלומר מהו Δk בין שני פיקים?

ב. מהו רוחב הפונקציה (FWHM) כתלות ב- k?
ומהו הרוחב כתלות בתדר?

ג. נתונה דוגמית שערך הרזוננס שלה הוא בטווח של:
$k_r \in [10^3 cm^{-1}, 1.15 \cdot 10^3 cm^{-1}]$.
מהו N עבורו ערך הרזוננס נמצא בטווח של: $k_r \in [k_N, k_{N+1}]$?

ד. בשביל לסרוק את k אנחנו צריכים לשנות את d.
בכמה צריך לשנות את d בשביל לסרוק את הטווח של: $k_r \in [k_N, k_{N+1}]$?

תשובות סופיות

1) א. $\delta = 2\left(L_2 - L_1 - \sqrt{2}t\left(1-n_2\right)\right)$ ב. הוכחה.   ג. $\Delta\varphi = 2k\left(L_2 - L_1\right)$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta + \pi$$

2) א. מסלול 3: החזרה במפצל 1 והחזרה במפצל 2 (כניסה לגלאי 2).

דרך אופטית - $L_1 + d\left(n-1\right) + 2c$

$$\varphi_3 = k\left(L_1 + d\left(n-1\right) + 2c\right) + \pi$$

כאשר c הוא הדרך האופטית במפצל.

מסלול 4: העברה במפצל 1 והעברה במפצל 2 (כניסה לגלאי 2).

דרך אופטית - $L_2 + 2c$

$$\varphi_4 = k\left(L_2 + 2c\right)$$

ב. $\dfrac{I}{I_{\max}} = \sin^2\left(\dfrac{k\delta}{2}\right)$

$$\delta = L_1 - L_2 + d\left(n-1\right)$$

3) א. $|A_1| = trE_0, |A_2| = rtE_0, |A_3| = r^2E_0, |A_4| = t^2E_0,$ ב. $\begin{pmatrix} t & -r \\ r & t \end{pmatrix}$

4) $128mm$

5) א. $\lambda_m = \dfrac{2d}{m}$, $k_m = \dfrac{\pi m}{d}$, $\Delta k = \dfrac{\pi}{d}$

ב. $\text{FWHM}_{[K]} = 512\cdot\dfrac{1}{m}$, $\text{FWHM}_{[F]} = 2.44\cdot 10^{10HZ}$

ג. $N = 6$

ד. $\Delta d = 28\mu m$

תרגילים נוספים

שאלות

1) שני סדקים ברוחב לא זניח

נתונים שני סדקים בעלי רוחב a (שאינו זניח) במרחק d אחד מהשני ובמרחק L מהמסך. הניחו קירוב שדה רחוק וזוויות קטנות.

א. כתבו את הנוסחה המתארת את העוצמה כתלות במרחק ממרכז המסך ביחס לעוצמה המקסימלית. ציינו איזה חלק מהעוצמה הוא פונקציית המעטפת וממה הוא נובע, ואיזה חלק הוא הפונקציה הפנימית (פונקציית המודולציה) וממה הוא נובע.

ב. מהו רוחב פונקציית המעטפת (FWHM) אם נתון שרוחב פונקציית $\sin c^2(\mathrm{x})$ הוא $2.8rad$?

ג. כמה מחזורים של הפונקציה הפנימית נכנסים ברוחב פונקציית המעטפת?

ד. על מנת שנוכל להבחין בהתאבכות של שני הסדקים צריך שיהיו לפחות שני פיקים של הפונקציה הפנימית בתוך הרוחב של פונקציית המעטפת, אחרת נראה רק את פונקציית המעטפת.
מה התנאי על a ו- d כך שנוכל להבחין בהתאבכות הסדקים.

2) שני סדקים עם קיטובים שונים

בניסוי שני הסדקים מסוים הקיטוב של השדה היוצא מכל סדק שונה ונתון לפי: $\vec{E}_1 = E_0\hat{x}$ ו- $\vec{E}_2 = E_0(\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\varphi\,\hat{y})$.
הניחו שהמרחק בין הסדקים הוא d והמרחק למסך הוא L וש- $L \gg d$.

א. מה תהיה האמפליטודה של כל אחד מן השדות בפגיעה במרכז המסך? הניחו שהגלים גליליים.

ב. מצאו את השדה השקול והעוצמה במרכז המסך כתלות ב φ.
הסבירו את התוצאות המתקבלות עבור: $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ו- $\varphi = \pi$.

תשובות סופיות

1) א. $\frac{I(x)}{I(0)}=\sin c^2\left(\frac{kax}{2L}\right)\cos^2\left(\frac{kd}{2L}x\right)$

פונקציית המעטפת היא ה- $\sin c$ בריבוע והיא נובעת מרוחב הסדקים.
הפונקציה הפנימית היא הקוסינוס בריבוע והיא נובעת מההתאבכות בין הסדקים.

ב. $5.6\frac{L}{ka}$ ג. $0.89\frac{d}{a}$ ד. $d\approx 2.24a$

2) א. $A_1=A_2=\frac{E_0}{\sqrt{L}}$

ב. $E_{tot}=\left(\left(1+\cos\varphi\right)\hat{x}+\sin\varphi\hat{y}\right)$, $I\alpha\frac{E_0^{\ 2}}{L}4\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

ב- $\varphi=0$ התאבכות מלאה כי השדות באותו קיטוב
ב- $\varphi=\frac{\pi}{2}$ השדות מאונכים אין התאבכות, העוצמה הכוללת היא סכום העוצמות.
ב- $\varphi=\pi$ השדות בפאזה הפוכה, התאבכות הורסת, עוצמה אפס.

פיזיקה 2ממ מספר 114075

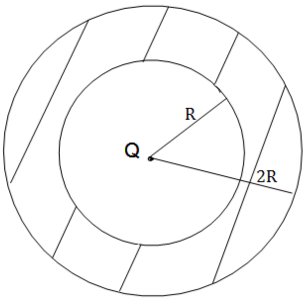
פרק 31 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

תרגילים:

שאלות:

1) מטען במרכז קליפה

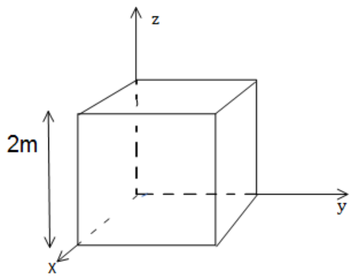


מטען נקודתי Q נמצא במרכזה של קליפה כדורית עבה.
רדיוס הקליפה הפנימי הוא R ורדיוסה החיצוני הוא 2R.
הקליפה מוליכה ואינה טעונה.

א. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודה הנמצאת ב- $r=\frac{R}{3}$ לבין הנקודה הנמצאת ב- $r=3R$.

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הקליפה טעונה במטען כולל 2Q.

2) מטען אנרגיה ופוטנציאל בקובייה



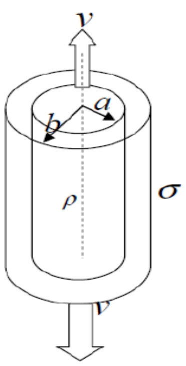
נתון שדה במרחב: $\vec{E}=2y\hat{x}+3y\hat{y}$.
קובייה בעלת צלע של 2m נמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה נמצא על הראשית (ראה ציור).

א. חשב את סך המטען הכלוא בתוך קובייה.

ב. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית בתוך הקובייה?

ג. מצא מהו הפרש הפוטנציאלים בין ראשית הצירים והקדקוד הנמצא בנקודה (0,2,0).

3) גליל וקליפה טעונים ונעים



במערכת הבאה ישנו גליל מבודד מלא ואינסופי ברדיוס a.
מסביב לגליל ישנה קליפה גלילית מבודדת דקה ברדיוס b (לגליל ולקליפה ציר מרכזי משותף).

צפיפות המטען ליחידת נפח בתוך הגליל היא ρ והיא אחידה,
וצפיפות המטען ליחידת שטח בקליפה היא σ והיא אחידה גם כן.

א. מצא מהו היחס $\frac{\rho}{\sigma}$ כך שהשדה מחוץ לקליפה יתאפס.

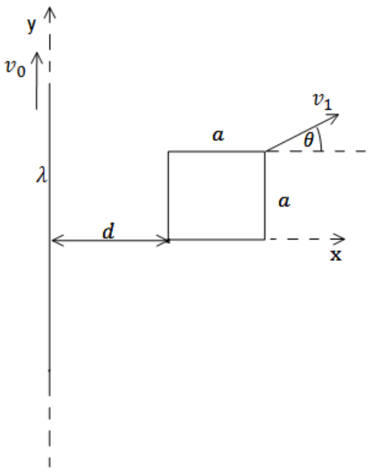
ב. מהו השדה החשמלי בכל המרחב?

ג. מהו הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב ומהו הפרש הפוטנציאל בין הגליל לקליפה?

כעת מזיזים את הגליל במהירות קבועה v כלפי מעלה ואת הקליפה באותה המהירות כלפי מטה.

ד. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

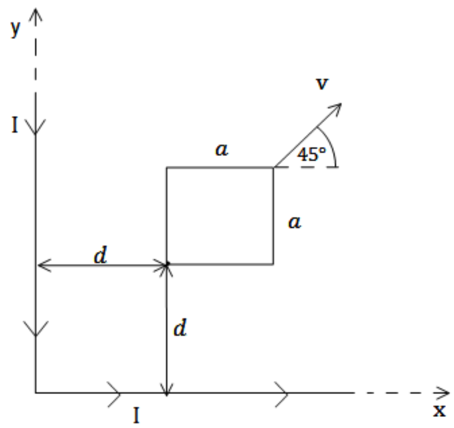
4) מסגרת נעה באלכסון ליד תיל נע



תיל אינסופי נמצא לאורך ציר ה-y.
התיל טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת
אורך λ ונע בכיוון ציר ה-y במהירות קבועה v_0.
מסגרת מלבנית בעלת צלע a נמצאת ב-$t = 0$
במישור x-y כך שהפינה השמאלית שלה מרוחקת
מרחק d מהתיל (ראה סרטוט).
התנגדות המסגרת היא R.
המסגרת נעה במהירות קבועה v_1 ובזווית טטה
ביחס לציר ה-x.

א. מצא את הזרם במסגרת, גודל וכיוון.
ב. מהו הכוח הפועל על המסגרת על מנת למשוך אותה במהירות קבועה?
ג. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהולך לאיבוד כחום בנגד?

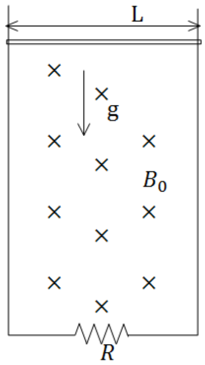
5) מסגרת נעה בין שני תילים



תיל אינסופי מכופף בזווית של $90°$ כך
שחלק אחד של התיל נמצא על החלק החיובי
של ציר ה-x והחלק השני על החלק החיובי
של ציר ה-y (ראה שרטוט).
בתיל זורם זרם I_0 קבוע, נגד השעון.
מסגרת מלבנית בעלת צלע a נמצאת ב-$t = 0$.
במישור x-y כך שהפינה השמאלית התחתונה
שלה מרוחקת מרחק d מכל חלק של התיל
(ראה סרטוט). התנגדות המסגרת היא R.
המסגרת נעה במהירות קבועה v ובזווית של $45°$ ביחס לציר ה-x.

א. מצא את הזרם במסגרת, גודל וכיוון.
ב. מהו הכוח הפועל על המסגרת על מנת למשוך אותה במהירות קבועה?
ג. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהולך לאיבוד כחום בנגד?

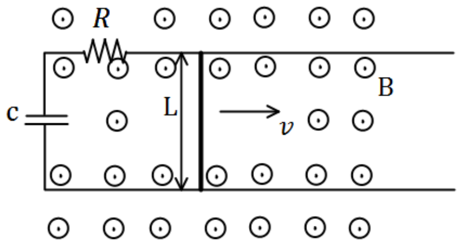
6) מוט נופל מחובר למסילה



מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד.
במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף. רוחב המסילה הוא L
ומסת המוט היא M התנגדות המסילה קבועה ושווה ל-R.

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v.
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.
ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).
ד. רשום משוואת כוחות על המוט. מהי המהירות הסופית של המוט?
ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

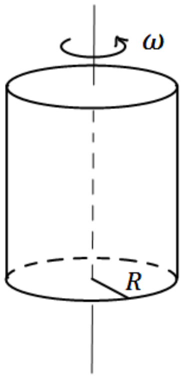
7) פארדי עם קבל ונגד ביחד



מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה
מוליכה במהירות קבועה בזמן v.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל
בעל קיבול C.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B
החוצה מהדף.

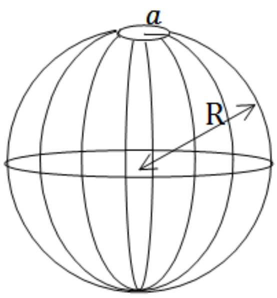
א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?
ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ"ל (כתלות בזמן).
ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).
ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד. הסבר מדוע ההספקים שווים.

8) גליל טעון מסתובב



קליפה גלילית דקה ואינסופית בעלת רדיוס R טעונה
בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
הקליפה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר
הסימטריה שלה.

א. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב אם במקום הקליפה היה גליל מלא עם צפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.



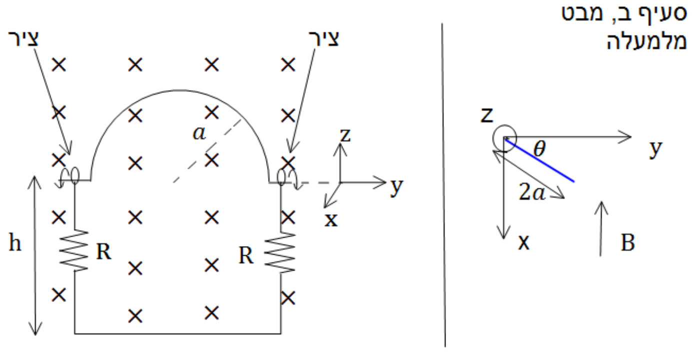
9) חור בקליפה כדורית

בקליפה כדורית ברדיוס R יש מטען כולל Q המפולג בצורה אחידה על הקליפה.
בחלקה העליון של הקליפה ישנו חור ברדיוס a כך ש-$R \gg a$.

א. מצא את השדה טיפה מעל החור וטיפה מתחתיו.
ב. מצא את השדה במרחק a מעל החור.
ג. מצא את השדה והפוטנציאל במרכז הקליפה.

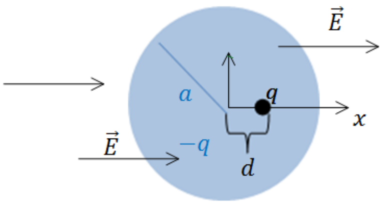
10) כבל מסתובב

במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a.
בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה-y בציור).
הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.
בכל צד של המסגרת קיים נגד R.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס X).
ב- t=0 הכבל נמצא במצב המתואר בציור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה-y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).



א. מהו הזרם בכבל?
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.
ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

11) אטום בשדה חשמלי



מטען נקודתי q נמצא במרכז כדור הטעון במטען כולל $-q$ וצפיפות אחידה ליחידת נפח.

רדיוס הכדור הוא a (מבנה זה הוא מודל פשוט לאטום כאשר המטען הנקודתי הוא סך המטען בגרעין והכדור הטעון מסמל "ענן אלקטרונים").

מכניסים את המערכת לשדה חשמלי אחיד $\vec{E} = E_0\hat{x}$.

א. מצא את המרחק הנוצר בין מיקום המטען הנקודתי למרכז הכדור במצב שיווי משקל. (סמן את המרחק ב-d והנח כי $d \ll a$).

ב. חשב את העבודה הכוללת שמבצע השדה החשמלי על המערכת בזמן ההכנסה לשדה.
חלק לשני מקרים:
1 - כאשר השדה מופעל על המערכת וגדל מאפס עד ל-E_0 בצורה איטית.
2- כאשר המערכת נכנסת בפתאומיות לשדה.

ג. חשב את השדה שיוצרת המערכת מחוץ לכדור לאורך ציר ה-x לפי סופרפוזיציה של מטען נקודתי וכדור.
השתמש בקירוב ש-$d \ll a$ ופשט את הביטוי לסדר ראשון.

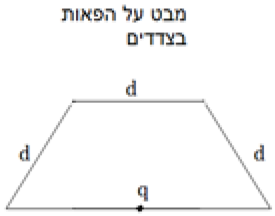
ד. השווה את התשובה שבסעיף הקודם לשדה של דיפול, מהו מומנט הדיפול היוצא מהשוואה זו (גודל וכיוון)?

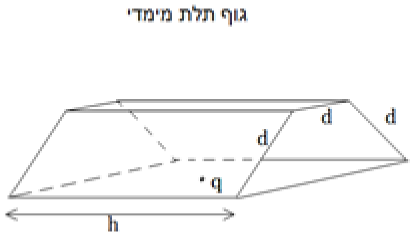
12) שטף דרך משושה

בציור ישנו גוף תלת מימדי שפאותיו בצדדים הם חצאי משושה שווה צלעות עם אורך צלע d. המרחק בין הפאות הוא h וידוע ש-$d \gg h$.

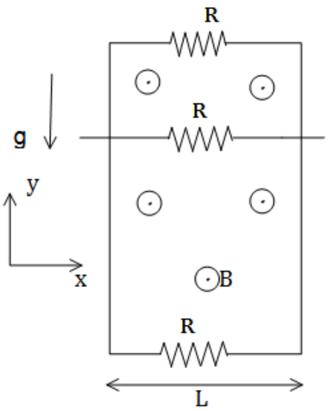
מטען נקודתי q נמצא במרכז הבסיס של הגוף.

מצא את השטף דרך אחת הפאות המלבניות (באורך h ורוחב d).



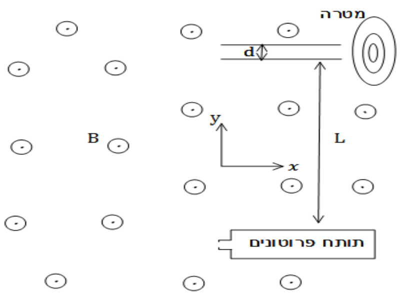


13) נגד נופל במסגרת



מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L, נמצאת בשדה הכובד.
אורכה נמצא על ציר ה-y ורוחבה על ציר ה-x.
בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R.
מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה-y על המסגרת.
מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון Z ונתונה מסת המוט.

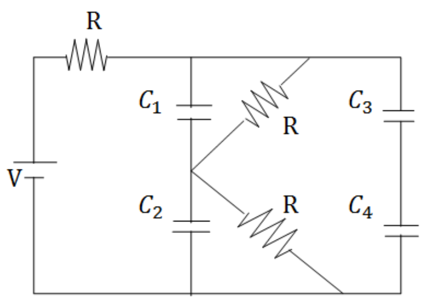
14) תותח פרוטונים



תותח פרוטונים יורה פרוטונים במהירויות שונות בכיוון מינוס ציר ה-x.
במרחק L מעל התותח נמצא קבל לוחות כאשר המרחק בין הלוחות הוא $L \ll d$.
בסוף הקבל נמצאת מטרה.
במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד ובכיוון z.
מצא את המתח שצריך להפעיל על הקבל על מנת שהפרוטונים יפגעו במרכז המטרה.

15) אנרגיה של קבלים

במעגל הבא נתון מתח המקור והתנגדות הנגדים (זהה לכל הנגדים).

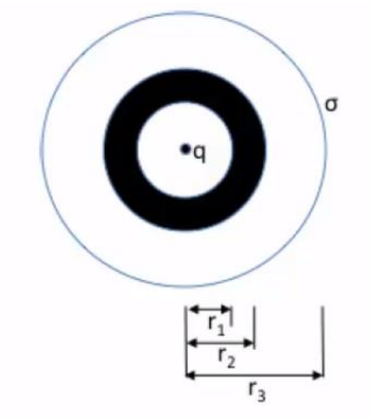


א. מצא את האנרגיה האגורה בקבלים במצב העמיד אם נתון ש-
$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$

ב. כעת נתון שהגדילו את המרווח בין הלוחות של קבל C_3 פי 2 ולקבל C_2 הכניסו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי ε_r הממלא את כל הנפח בתוך הקבל.
מצא שוב את האנרגיה האגורה בקבלים.

הערה:

שאלות 16-18 לקוחות ממבחן של הנדסת חשמל באוניברסיטת תא, 2014 מועד א סמסטר א.



16) נתונה המערכת הבאה, המתוארת בקואורדינטות כדוריות: בראשית הצירים נמצא מטען נקודתי q.
בתחום הרדיאלי $r_1 < r < r_2$ ישנה קליפה כדורית עבה, מוליכה ובלתי טעונה.
ברדיוס r_3 (כאשר $r_2 < r_3$) ישנה קליפה כדורית דקה, מבודדת וטעונה בצפיפות מטען שטחית σ.

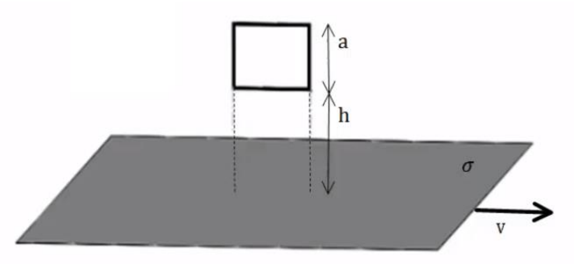
א. מהו וקטור השדה החשמלי בכל המרחב?

ב. מהי פונקציית הפוטנציאל בכל המרחב?
(קחו את הפוטנציאל להיות 0 ב-$x = \infty$).

ג. רשמו את מיקומיהן וגדליהן של כל צפיפויות המטען המשטחיות במערכת, פרט לזו שב-r_3.

ד. מזיזים את המטען הנקודתי למיקום $(\frac{r_1}{2}, 0,0)$.
בכמה משתנה הפוטנציאל בנקודה $(2r_3, 0,0)$?

17) במישור xy נמצא משטח אינסופי דק, הטעון בצפיפות מטען משטחית אחידה σ.
המשטח נע במהירות $\beta t\hat{x}$ כאשר β קבוע. בגובה h מעל המשטח, במישור xz, נמצאת לולאה ריבועית נייחת בעלת צלע a (ראו איור).
ענו על כל הסעיפים כפונקציה של הזמן.



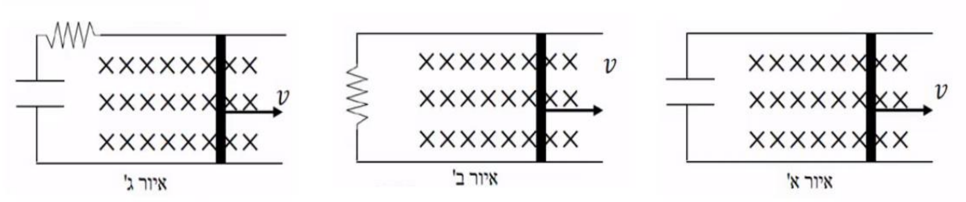
א. מהי צפיפות הזרם הקווית הנובעת מתנועת המשטח?

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

ג. מהו שטף השדה המגנטי דרך הלולאה?

ד. נתון שלמסגרת התנגדות R.
מהו גודל הזרם במסגרת ומהו כיוונו (ציירו את הכיוון לפי האיור)?

18) קבל שקיבולו C מחובר לשני מוטות חצי אינסופיים וחסרי התנגדות.
מוט שלישי, בעל אורך H וחסר התנגדות, נוגע בקצותיו במוטות החצי אינסופיים ומתרחק מהקבל במהירות קבועה v (ראו איור א').
באזור המוט הנע פועל שדה מגנטי B_0 הניצב למישור המעגל (השדה נכנס לדף).
שדה זה אינו קיים באזור הקבל.
הזניחו את התנגדות התילים ואת השדה המגנטי שיוצא הזרם המושרה.



א. מהו הכא"מ המושרה במעגל?

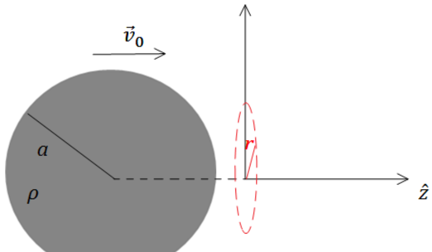
ב. מהו המטען על הקבל?

ג. מחליפים את הקבל בנגד שהתנגדותו R (ראו איור ב').
מהו הזרם במעגל? (גודל וכיוון – ציינו את הכיוון באופן ברור).

ד. מחזירים את הקבל למעגל, כך שהוא מחובר בטור עם הנגד (ראו איור ג').
כתבו את משוואת המתחים של המעגל ומצאו את הזרם כפונקציה של הזמן, כאשר נתון שהקבל אינו טעון בזמן $t = 0$.

19) לולאה דמיונית בתוך כדור טעון נע

כדור ברדיוס a טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
מרכז הכדור נמצא על ציר ה-z ונתון כי הכדור נע במהירות קבועה $\vec{v} = v_0\hat{z}$.
טבעת דימיונית ברדיוס $r < a$ נמצאת על מישור x-y ומרכזה בראשית הצירים.
פתור את סעיפי השאלה רק עבור הרגע בו מרכז הכדור נמצא על ראשית הצירים (הכדור עדיין נע).



א. מה השדה החשמלי במרחב?

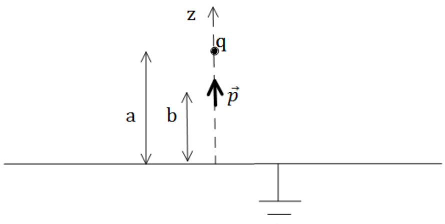
ב. מהו זרם ההעתקה העובר דרך הטבעת?

ג. מהו הזרם האמיתי העובר דרך הטבעת?

ד. מצא את השדה המגנטי על נקודה בטבעת.

20) מטען נקודתי ודיפול מעל מישור

מטען נקודתי q נמצא על ציר ה-z במרחק a מהראשית.
דיפול חשמלי $\vec{p} = (0,0,p)$ נמצא גם כן על ציר ה-z במרחק b מהראשית. לאורכו ורוחבו של מישור xy מונח מישור אינסופי מוארק.



א. מצא את הכוח הפועל על המטען q.

ב. מצא את העבודה הדרושה להביא את המטען מאינסוף לנקודה בה הוא נמצא.

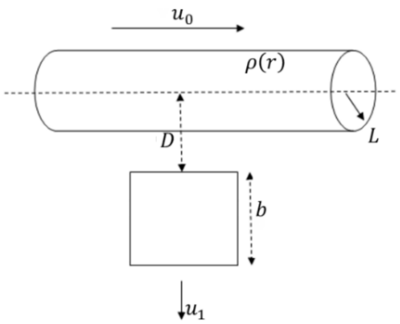
21) גליל טעון נע

נתון גליל אינסופי בעל רדיוס L הטעון בצפיפות מטען נפחית $\rho(\mathrm{r}) = \rho_0 \left(\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{L}}\right)^2$.
כאשר r מייצג את המרחק מציר הסימטריה של הגליל (ציר z).

א. קבל ביטוי לווקטור השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. קבל ביטוי לפוטנציאל החשמלי בכל המרחב. הניחו כי $\mathrm{V}(\mathrm{r}=0)=\mathrm{V}_0$.

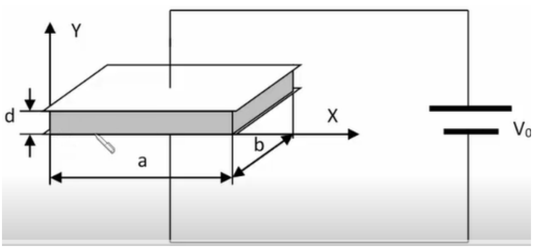
ג. בשלב זה הגליל נע במהירות קבועה u_0 בכיוון z. מה וקטור השדה המגנטי בכל המרחב?



ד. במרחק D ממרכז הגליל נמצאת לולאה ריבועית בעלת צלע b והתנגדות חשמלית R. נתון ש- $\mathrm{D} > \mathrm{L}$ והלולאה וציר הגליל נמצאים באותו מישור, ושתיים מצלעות הלולאה ניצבות לציר הגליל. הלולאה מתחילה לנוע ב- $\mathrm{t}=0$ במהירות קבועה u_1 בכיוון הרדיאלי. מהן הזרם הזורם בלולאה ומה כוונו עבור צפיפות מטען חיובית.
במידה ולא פתרת סעיף ג' אתה רשאי להניח זרם חשמלי I בגליל הנע.

22) קבל לוחות עם חומר תלוי במיקום

נתון קבל לוחות עם שטח חתך מרובע $\mathrm{a} \times \mathrm{b}$ (ראה תרשים). בין הלוחות שהמרחק ביניהם d מצוי חומר דיאלקטרי בעל דיאלקטריות יחסית $\varepsilon_{\mathrm{r}} = 1 + \frac{y}{\mathrm{d}}$ כאשר y הוא המרחק מהמשטח התחתון (מהאלקטרודה) אשר מיקומו במערכת הצירים מוגדר כ- $y=0$. הלוחות מחוברים להפרש פוטנציאלים קבוע V_0.



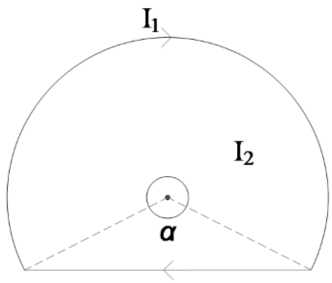
א. פתח את הביטוי עבור קיבול הקבל.

ב. מהו המטען וצפיפות המטען הנמצאת על כל לוח?

ג. מהו השדה החשמלי בתוך החומר הדיאלקטרי כפונקציה של המיקום?

ד. השתמש בצפיפות האנרגיה בתוך החומר הדיאלקטרי וחשב את האנרגיה האצורה בחצי התחתון של הקבל.

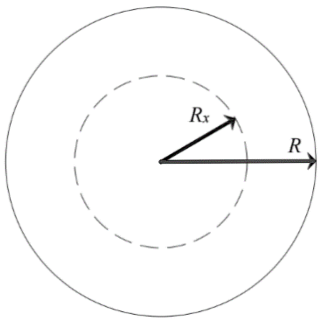
23) מומנט כוח של תיל העובר בתוך גלגל עם פנצ'ר



בלולאה טבעתית ברדיוס R הוחלפה קשת בזווית α במיתר ישר. בלולאה זורם זרם I_1. מוליך ישר אינסופי ניצב למישור הלולאה וחוצה אותו במרכזה של הטבעת. במוליך זורם זרם I_2.
מהם הכוח ומומנט הכוח הפועלים על הלולאה?

24) חור בתוך כדור

כדור שרדיוסו R טעון בצפיפות נתונה אשר שווה ל-$\rho(\mathrm{r}) = \mathrm{Cr}^3$.
ידוע כי המטען הכולל של הכדור שווה Q.

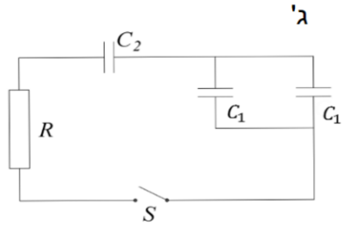


א. מצא את הפרמטר C.
ב. מהי עוצמת השדה החשמלי בכל המרחב?
ג. מוציאים מהכדור ליבה כדורית שרדיוסה R_x אשר יוצר חלל פנימי אך שאר החומר עדיין טעון כמו קודם. הפרמטר R_x אינו ידוע. במצב החדש עוצמת השדה החשמלי בכל התחום $\mathrm{R} < \mathrm{r}$ נחלשה פי 2. מצא את עוצמת השדה החשמלי בתחום $\mathrm{R}_x \leq \mathrm{r} \leq \mathrm{R}$ (אפשר אך אין חובה למצוא את R_x).

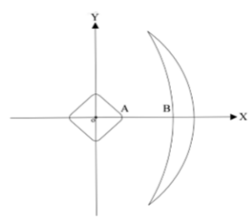
25) קבל לא סטנדרטי

בתרשים שלפנינו מתואר קבל הבנוי משני גופים מוליכים שצורתם איננה סטנדרטית. הצירים x,y מוגדרים בשרטוט.
נתונות קואורדינטות של הנקודות A , B: $x_A = \mathrm{a}$, $x_B = \mathrm{b}$.
ידוע כי כאשר קבל זה טעון במטען q הפוטנציאל על ציר ה-x בין הנקודות A ו-B ניתן לפי הנוסחה $\varphi = \gamma \mathrm{q}(x^2 + \mathrm{a}x + \mathrm{b}x)$.

ג'



א', ב'

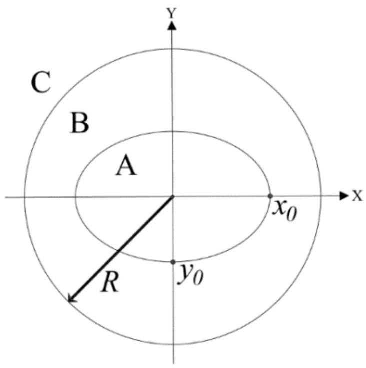


א. מהו קיבולו של הקבל?
ב. ממלאים את הרווח שבין שני גופי הקבל בחומר דיאלקטרי, בעקבות זאת השדה בתוך הקבל משתנה ווקטור השדה בנקודות של ציר ה-x נתון לפי הנוסחה הבאה: $\vec{\mathrm{E}} = -\frac{\gamma \mathrm{q}}{3\mathrm{a}} \cdot (\mathrm{a}x + 2xy,\ x^2 + z^2,\ 2yz)$ מצא את קיבול הקבל במקרה זה.

ג. טוענים את הקבל של סעיף א' ונותנים לו להתפרק דרך נגד R.
כעבור 7 שניות, לאחר תחילת הפריקה נתון כי עוצמת הזרם במעגל ירדה פי 100. בניסוי נוסף מחברים מעגל משלושה קבלים כפי שרטוט 2 מראה, המעגל כולל 2 קבלים של סעיף א' (C_1) ועוד קבל של הסעיף ב' (C_2).
טוענים את הקבלים ונותנים להם להתפרק דרך אותו הנגד R.
כמה זמן יעבור כעת מרגע סגירת המפסק ועד שהזרם יקטן פי 100.

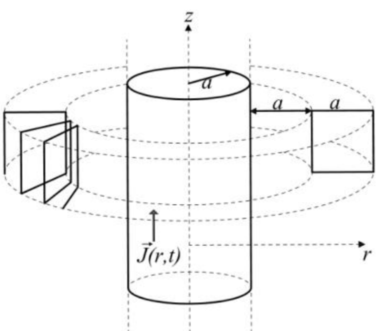
26) מוליך לא סטנדרטי

נתונה קליפה גלילית דקה שאינה מוליכה באורך אין סופי.
בתוך הקליפה נמצא גוף נוסף, מוליך שאורכו גם אין סופי.
באיור מוצג חתך של המערכת, נסמן ב-A את שטח חתך המוליך, ב-B את התחום בין המוליך לקליפה וב-C את התחום שמחוץ למערכת.
R הוא רדיוס הקליפה הגלילית אשר טעונה בצפיפות מטען אחידה σ.
מערכת הצירים נבחרה כך שציר z מתלכד עם ציר הסימטריה של הקליפה (שימו לב כי צורת החתך המוצגת באיור הינה להמחשה בלבד).
נתונה נקודת החיתוך $(x_0, 0, 0)$ של שפת המוליך עם ציר ה-x ראו איור.
ידוע גם השדה השקול של המערכת בתחום C: $\vec{E}_C(x,y,z)=\dfrac{\sigma R(5x,y,0)}{\varepsilon_0(25x^2+y^2)}$.



א. מצאו את תרומתה של הקליפה הגלילית לווקטור השדה החשמלי בכל מקום במרחב. (כפונקציה של x ו-y).
ב. קבלו ביטוי עבור וקטור השדה החשמלי בתחום A ובתחום B.
ג. חשבו את הפרש הפוטנציאל $\Delta\varphi$ בין הנקודות $(0, y_0, z_0)$ הנמצאת אף היא על שפת המוליך לבין הנקודה $(R, 0, 0)$ שעל הקליפה הגלילית.

27) טורואיד מסביב לגליל עם זרם



נתון גליל מוליך אינסופי שרדיוסו a הנושא את הזרם $\vec{j}(r,t) = crt^2\,\hat{z}$ הקבוע c חיובי.
א. מצא את וקטור השדה המגנטי בסביבתו החיצונית $(a < r)$.
מקיפים את הגליל בסליל סגור בעל כריכות שצורתן ריבוע שאורך צלעותיו a כנראה בשרטוט. בעלת חתך ריבועי כמתואר על ידי הקווים המנוקדים.

הדופן הפנימית של הסליל מרוחקת מרחק a ממעטפת הגליל.

בנוסף נתון שהסליל הוא תייל בעל רדיוס חתך $\frac{a}{100}$ והתנגדות סגולית ρ.

ב. חשבו את השטף המגנטי דרך כריכה בודדת בסליל.

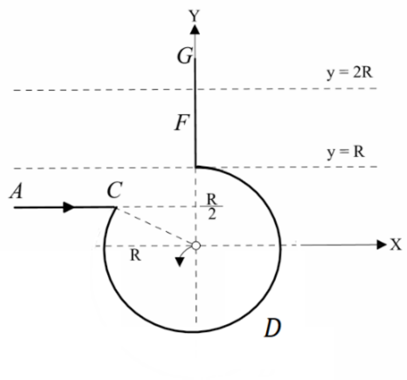
ג. חשבו את הזרם המושרה בסליל כפונקציה של הזמן וציינו את כיוונו.

28) חישוב שדה של תיל מיוחד

תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.

המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).

בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.



א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכזו החלק המעגלי של התיל?

ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל. צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט. מהו סימן מטענו של החלקיק?

ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.

חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).

נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.

מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

29) משולש נכנס הפוך לשדה מגנטי

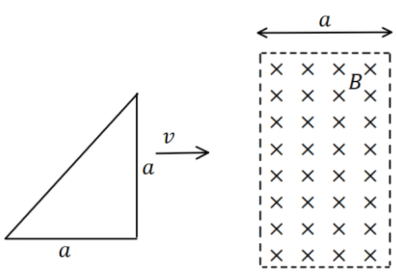
משולש מתכתי נכנס לאזור ברוחב a בו קיים שדה מגנטי אחיד B.

מהירות המשולש קבועה בזמן ונתונה כ-v.

נתון כי הצלע הימנית של המשולש נכנסת לשדה ב-$t = 0$.

המשולש שווה שוקיים ואורך כל שוק הוא a.

התנגדות המשולש היא R.



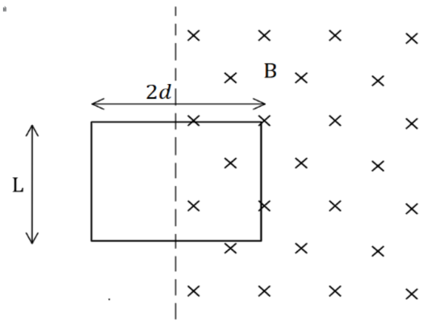
א. חשב את הכא״מ במסגרת כתלות בזמן וצייר גרף $\varepsilon(t)$.

ב. מהו הספק איבוד האנרגיה?

ג. חשב את הכוח הדרוש כדי שהמסגרת תנועה במהירות קבועה.

30) מסגרת נעה בשדה שקטן

מסגרת מלבנית בעלת אורך 2d ורוחב L מונחת כך שרק חציה הימני נמצא בתוך שדה מגנטי (ראה איור). כיוון השדה הוא לתוך הדף וגודלו משתנה באופן הבא:
ב-$0 < t < t_0$ גודל השדה קבוע ושווה ל-B, ב-$t_0 < t < 2t_0$ גודל השדה יורד בקצב קבוע עד שהוא מגיע לערך 0 בזמן $2t_0$. לאחר מכן גודל השדה נשאר אפס.
התנגדות המסגרת היא R.



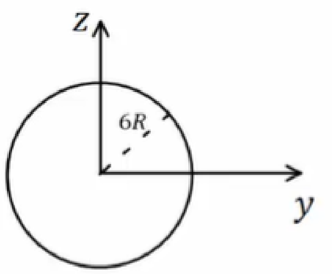
א. חשב את הכא"מ המושרה מרגע $t = 0$ בהנחה שהמסגרת מקובעת במקומה.

ב. שרטט את הזרם כתלות בזמן. מה כיוון הזרם במסגרת?

ג. כעת נניח כי מהרגע t_0 מושכים את המסגרת ימינה במהירות קבועה $v = \frac{d}{t_0}$.
חשב את הזרם המושרה במסגרת בפרק הזמן $t_0 < t < 2t_0$.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שמשך את המסגרת בפרק הזמן של סעיף ג'.

31) מציאת צפיפות זרם בגליל אינסופי



גליל אינסופי בעל רדיוס 6R מונח כך שצירו המרכזי מקביל לציר ה-x. בתוך הגליל ישנו שדה מגנטי $\vec{B}(x,y,z) = \frac{\mu_0 J_0 R}{\sqrt{y^2+z^2}}(-z\hat{y}+y\hat{z})$.

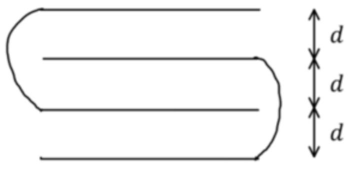
ההתנגדות הסגולית של הגליל היא ρ_0.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל.

ב. מהו השדה החשמלי בתוך הגליל?

ג. מהו השדה המגנטי מחוץ לגליל?

32) קבל מארבעה לוחות



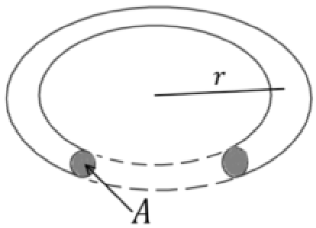
קבל מורכב מארבעה לוחות מוליכים ומקבילים בעלי שטח A, הממוקמים כך שהמרחק בין לוח ללוח הבא אחריו הוא d. ‏(d << A) הלוח הראשון מחובר בחוט אידיאלי ללוח השלישי והלוח השני לרביעי.
חשב את קיבול המערכת.
שים לב שמטעמי סימטריה צפיפות המטען על הלוחות הראשון והרביעי שווה והפוכה בסימן, כנ"ל גם עבור הלוח השני והשלישי.

33) טבעת גמישה מחליקה על חרוט

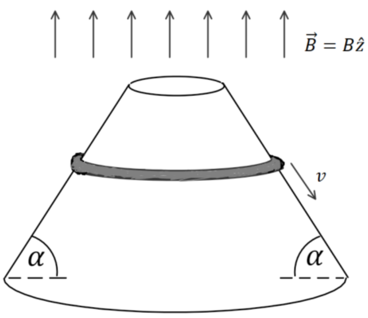
נתונה טבעת מוליכה בעלת רדיוס r ושטח חתך A כך שנפח הטבעת הוא $V = 2\pi rA$.

הטבעת עשויה מחומר גמיש במיוחד כך שבכל רגע נתון ניתן לשנות את רדיוס הטבעת ושטח החתך שלה (ללא הפעלת כוח או השקעת אנרגיה בקירוב), כל עוד נפח הטבעת נשאר קבוע. מוליכות הטבעת היא σ ומסתה היא m.

א. מצא את ההתנגדות הכוללת של הטבעת R באמצעות r, V, σ.



ב. מניחים את הטבעת על חרוט מעגלי חסר חיכוך בעל זווית בסיס α, ונותנים לה להחליק כלפי מטה בהשפעת כוח הכובד.
נתון כי קיים בכל המרחב שדה מגנטי אחיד B בכיוון ציר החרוט.
חשב את הכא"מ והזרם בטבעת כתלות ב-r וב-v המהירות הרגעית של הטבעת.
מהו כיוון הזרם ביחס לשדה המגנטי?



ג. מצאו את הכוח המגנטי (גודל וכיוון) הפועל על אלמנט אורך של הטבעת Δl.

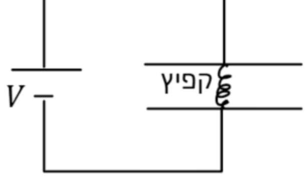
ד. הראו כי קיימת מהירות שאינה תלויה ב-r בה שקול הכוחות על האלמנט אורך Δl בכיוון מקביל למהירות מתאפס.
בטאו את המהירות באמצעות B, α, g, m, V.

34) קבל וקפיץ לא לינארי

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים בעלי שטח A.
בין הלוחות מחובר קפיץ לא מוליך המפעיל כוח לא לינארי שגודלו הוא $F = k\Delta l^2$. כאשר Δl היא ההתארכות של הקפיץ מהמצב הרפוי.
האורך הרפוי של הקפיץ הוא l_0 ונתון כי $l_0 \ll \sqrt{A}$.

א. מחברים את הקבל לסוללה בעלת מתח V.
מה המטען על הקבל ומהי ההתארכות של הקפיץ במצב היציב?

ב. מקרבים את הלוחות של הקבל אחד אל השני לאט מאוד כך שהמרחק בניהם נתון על ידי $x(t) = l_0 - ut$.
מה ההספק של הסוללה בתהליך?
מהו קצב שינוי האנרגיה בקבל?
הסבר מדוע הגדלים אינם שווים.



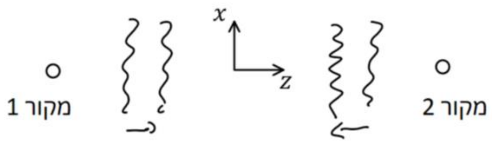
ג. מחזירים את הלוחות למצב של סעיף א',
מנתקים את הסוללה ומחברים במקומה נגד R.
הדיפרנציאלית שפתרונה ייתן את המטען על הקבל כתלות בזמן, הניחו שמסת הלוחות זניחה. אין צורך לפתור את המשוואה.

35) גלים-צפיפות אנרגיה בהתאבכות

נתונים שני מקורות המשדרים גלים אלקטרומגנטים בתדר זהה ω אך באמפליטודה שונה E_1 ו-E_2. שני המקורות נמצאים במרחק גדול אחד מהשני על ציר z ומשדרים גלים אחד כלפי השני.

מקור אחד משדר גלים המתקדמים בכיוון החיובי של ציר z והמקור השני בכיוון השלילי של ציר z.

נקבע את ראשית הצירים באמצע בין המקורות ונניח שבאזור הראשית הגלים הן בקירוב גלים מישוריים.



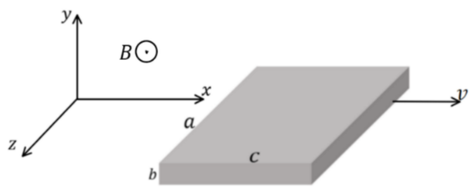
א. רשמו ביטוי לשדה החשמלי והמגנטי של כל אחד מהמקורות בנפרד. כלומר כאילו רק אחד מהם פועל.

ב. רשמו ביטוי לצפיפות האנרגיה של כל אחד מהגלים בנפרד באזור הראשית. מומלץ לבצע ממוצע על זמן מחזור.

ג. כעת מפעילים את שני המקורות יחדיו והגלים מתאבכים.
רשמו ביטוי לצפיפות האנרגיה כאשר שני המשדרים עובדים באותה הפאזה ובהפרש פאזה של π.
האם בהתאבכות נשמרת צפיפות האנרגיה?

36) תיבה דקה נעה בשדה מגנטי

תיבה דקה עשויה מחומר מוליך ומונחת במקביל לצירים.
ממדי התיבה הן a, b, c כאשר $b << a, c$ ראה איור.
במרחב קיים שדה מגנטי $B\hat{z}$. נתון כי התיבה ניטרלית.
התיבה נעה במהירות קבועה $v\hat{x}$ ביחס למעבדה.



א. מצאו את צפיפות המטען המשטחית והנפחית בתיבה ביחס למערכת המעבדה.

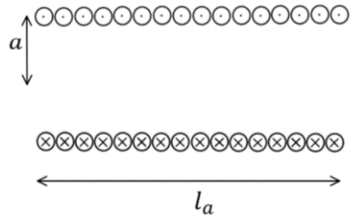
ב. פתרו שוב את סעיף א' מתוך מערכת המנוחה של התיבה.

ג. חשבו את הוקטור פוינטינג במערכת המעבדה בתוך ומחוץ לתיבה. הסבירו את התשובה שקיבלתם.

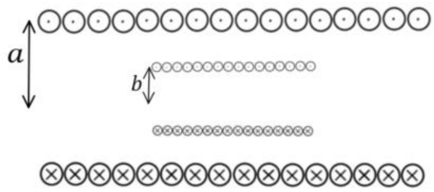
37) סליל בתוך סליל בתוך שדה

נתון סליל באורך l_a, רדיוס a ו-n_a ליפופים ליחידת אורך. נתון $a \ll l_a$.

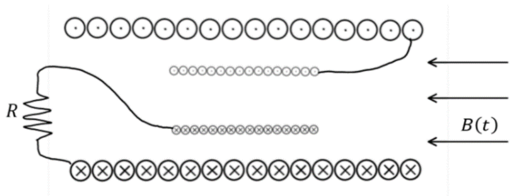
א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכיול קולון בכל המרחב כתלות בזרם הזורם בסליל.



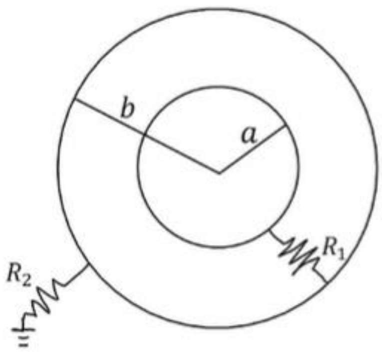
ב. מכניסים לתוך הסליל סליל נוסף קטן יותר בעל אורך l_b רדיוס b וצפיפות ליפופים ליחידת אורך n_b. הנח כי $l_b \gg l_a$.
מצא את ההשראות ההדדית בין הסלילים.



ג. מחברים את הסלילים בטור דרך נגד R כך שכיוון הזרם בשני הסלילים זהה.
מדליקים שדה מגנטי התלוי בזמן $B(t) = \beta t$ כאשר β קבוע חיובי בכיוון ציר הסימטריה של הסלילים.
מהו הזרם כתלות בזמן במעגל?



38) שתי קליפות נפרקות



שתי קליפות כדוריות מוליכות בעלות מרכז משותף ורדיוסים a ו-b טעונות במטענים Q_0 ו-$-Q_0$ בהתאמה. מחברים את הקליפות בנגד R_1 ומאריקים את הקליפה החיצונית דרך נגד R_2.

א. מהן המשוואות הדיפרנציאליות המתארות את המטענים על הקליפות כתלות בזמן?

ב. מצא את המטען על כל קליפה כתלות בזמן.

39) היפרבולואיד מוליך

גוף בצורת היפרבולואיד מלא (ראו איור) עשוי מחומר מוליך וטעון בצפיפות מטען לא ידועה. נקודות **על פני** ההיפרבולואיד מקיימות את הקשר: $ax^2 + by^2 - cz^2 = 1$. כאשר a , b ו-c הם קבועים חיוביים נתונים. השדה מחוץ להיפרבולואיד נתון לפי:

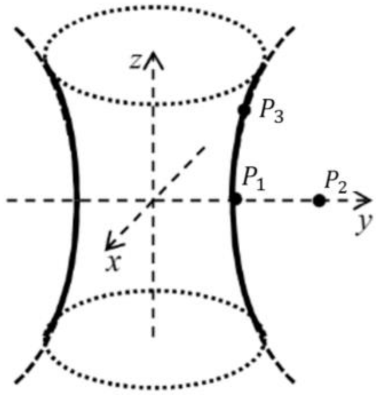
$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{2E_0}{3(ax^2 + by^2 - cz^2)^{4/3}}(ax, by, -cz)$$

א. מהי צפיפות המטען המשטחית בנקודה $P_1 = (0, y_1, 0)$ הנמצאת על פני ההיפרבולואיד?

ב. אם נתון שבנקודה $P_1 = (0, y_1, 0)$ הפוטנציאל הוא אפס.
השתמשו במשוואת ההיפרבולואיד והראו כי הפוטנציאל הוא אכן אפס גם בכל נקודה אחרת על פני ההיפרבולואיד.

ג. חשבו את עבודת הכוח החשמלי הכרוכה בהעברת המטען נקודתי q מהנקודה $P_2 = (0, y_2, 0)$ הנמצאת על ציר ה y מחוץ להיפרבולואיד, אל הנקודה $P_3 = (0, y_3, z_3)$ הנמצאת גם על פני ההיפרבולואיד.

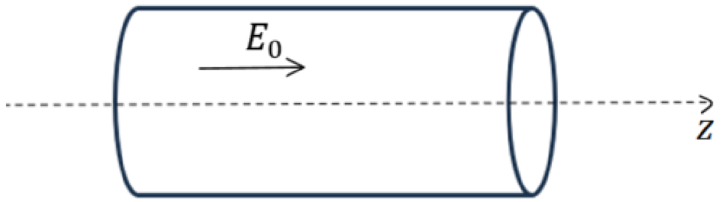
ד. כיצד תשתנה התוצאה של סעיף ג' אם בכל התווך שמחוץ להיפרבולואיד יהיה חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי $\varepsilon_r = 1.5$?



40) נגד גלילי עם מוליכות כתלות ברדיוס

נתון נגד גלילי בעל אורך L ורדיוס R הנמצא בשדה חשמלי אחיד $E_0\hat{z}$ בכיוון הציר הראשי של הגליל. המוליכות הסגולית של הנגד היא: $\sigma(r)=\sigma_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$.
בקואורדינטות גליליות, כאשר r הוא המרחק מציר הסימטריה של הנגד.

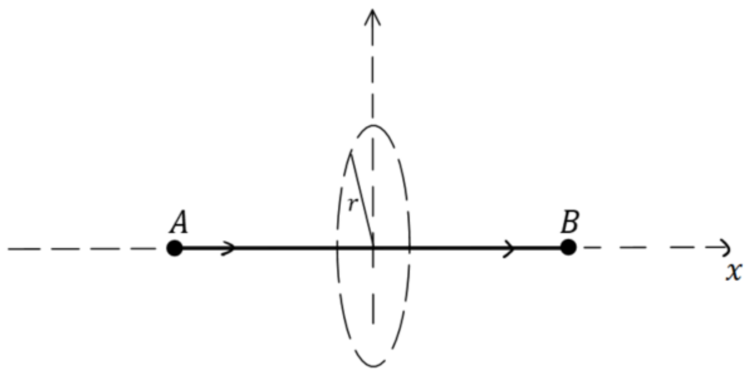
א. מהי צפיפות הזרם כתלות ב - r.
ב. מהו הזרם הכולל בגליל?
ג. מהי ההתנגדות הכוללת של הגליל?
ד. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?



41) מטענים זורמים בין שתי נקודות

בנקודות $A(-x_0,0,0)$ ו- $B(x_0,0,0)$ ישנם הצטברות מטענים נקודתית q_A ו- q_B בהתאמה. נתון כי ב- t=0 מטענים מתחילים לזרום מהנקודה A ל- B.
המטענים זורמים במהירות קבועה לאורך תיל ישר המחבר ביניהם כמתואר באיור. נתון ש: $q_A(t)=q_0-I_0t$, $q_B(t)=q_0+I_0t$. הניחו כי המטען לאורך התיל מפולג באופן אחיד בכל רגע נתון.

א. חשבו את רכיב ה- x של השדה החשמלי בכל נקודה במישור הניצב לתיל וחוצה אותו במרכזו.
ב. חשבו את זרם ההעתקה דרך משטח מעגלי ברדיוס r הניצב לתיל וחוצה אותו במרכזו.
ג. חשבו את השדה המגנטי בכל נקודה במישור המתואר בסעיף א.



42) צפיפות זרם נתונה בנגד גלילי

במוליך גלילי אינסופי באורכו בעל רדיוס a זורם זרם I, בצפיפות זרם המשתנה עם r (בקואורדינטות גליליות), בהתאם לפונקציה:

$J(r) = A\left(1-\frac{r}{a}\right)$, כאשר A הוא קבוע מספרי.

א. הביעו את A באמצעות a ו- I.

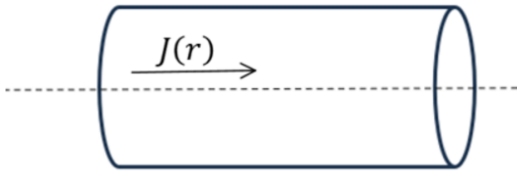
ב. מהו השדה המגנטי בתוך המוליך?

ג. מהו השדה המגנטי מחוץ למוליך?

ד. חשבו את $\vec{\nabla}\times\vec{E}$ בכל המרחב.

ה. מהי ההתנגדות הסגולית של המוליך אם נתון שהשדה החשמלי בו אחיד ושווה ל- E?

ו. חשבו את ההתנגדות הכוללת של חתיכה מהגליל שאורכה L.



43) מטען דועך אקספוננציאלית

הפוטנציאל החשמלי במרחב נתון על ידי:

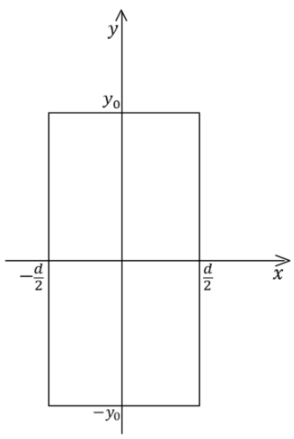
$\varphi(x,y,z) = \begin{cases} Ce^{\frac{y}{d}} & y<0 \\ Ce^{\frac{-y}{d}} & y>0 \end{cases}$ כאשר d , C הם קבועים חיוביים.

א. מהו השדה החשמלי בכל מקום במרחב?

ב. מהי התפלגות המטען הנפחית בכל מקום במרחב?

ג. מהן התפלגויות המטען המשטחיות בכל המרחב?

ד. מהו סך המטען בתיבה שצלעותיה בכיוון x ו- z הן d ו- $2y_0$ בכיוון y, ומרכזה בראשית הצירים?



44) לוחות מתקרבים בקבל לוחות

קבל לוחות שלוחותיו עגולים בעלי רדיוס a מחובר למקור מתח קבוע בעל מתח V_0. המרחק ההתחלתי בין הלוחות הוא d וברגע $t=0$ הלוח העליון נע במהירות קבועה u אל הלוח השני, כמתואר בתרשים.

בין הלוחות נמצאת לולאה ריבועית שהתנגדותה הכוללת היא R ואורך צלעה הוא b. צלע אחת של הלולאה מתלכדת עם הישר המחבר את מרכזי שני לוחות הקבל.

א. חשבו את המטען על הלוחות כתלות בזמן.

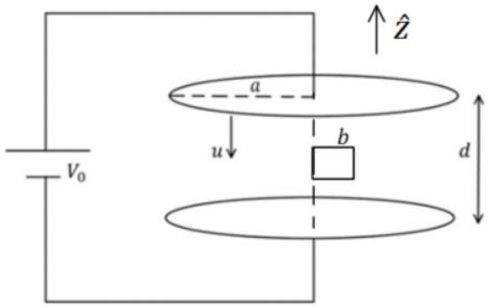
ב. מהי צפיפות זרם ההעתקה בקבל?

ג. הראו שזרם ההעתקה הכולל שווה לזרם הזורם אל הקבל.

ד. מהו השדה המגנטי המושרה בקבל?

ה. מהו הכא"מ המושרה בלולאה?

ו. מהו הזרם הזורם בלולאה ומה כיוונו?



45) שדה פוטנציאל ואנרגיה של מערכת מטענים כדורית

נתונה התפלגות המטען הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\rho=\begin{cases}\rho_0 & r<R\\ 0 & R<r<3R\\ 6\rho_0\left(\frac{R}{r}\right)^5 & r>3R\end{cases}$$

בנוסף לכך נתונות עוד שתי קליפות טעונות.

קליפה אחת ברדיוס R בעלת צפיפות מטען σ_1 השווה ל: $\sigma_1=-\frac{\rho_0 R}{3}$

וקליפה שנייה ברדיוס $3R$ בעלת צפיפות מטען σ_2 השווה ל: $\sigma_2=\frac{\rho_0 R}{9}$

א. חשבו מהו השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. חשבו מהו הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.

ג. חשבו את האנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת (הציבו באינטגרלים אך אין צורך לפתור את האינטגרלים) והסבירו ממה היא נובעת.

46) כדור מוליך עטוף בקליפה מבודדת עבה

כדור מוליך בעל רדיוס R עטוף בקליפה מבודדת שרדיוסה הפנימי R והחיצוני 3R . השדה החשמלי בתוך הקליפה המבודדת הוא $\vec{E}(r) = A\vec{r}$ כאשר A קבוע נתון.

נתון גם כי השדה החשמלי מחוץ לקליפה המבודדת שווה לאפס.

א. מהי צפיפות המטען הנפחית בתחום הקליפה המבודדת?

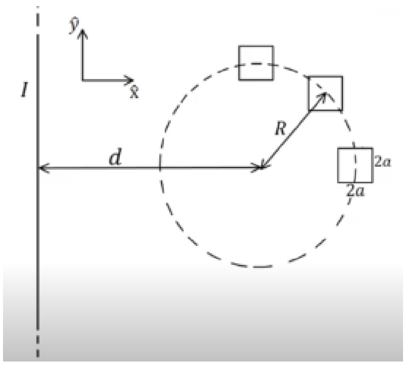
ב. מהו המטען על פני הקליפה הדקה ברדיוס R ?

ג. מהו המטען על פני הקליפה הדקה ברדיוס 3R ?

ד. מהו הפוטנציאל החשמלי ב R ?

47) מסגרת מסתובבת ליד תיל

מסגרת ריבועית בעלת צלע $2a$ נמצאת ליד תיל אינסופי בעל זרם קבוע I . מרכז המסגרת מסתובב במעגל כך שכיוון המסגרת ביחס לתיל אינו משתנה (כלומר צלעות המסגרת המקבילות לתיל נשארות מקבילות וצלעות המסגרת המאונכות לתיל נשארות מאונכות, ראו איור). רדיוס המעגל הוא R ומרחק מרכז המעגל מהתיל הוא d . נתון ש- $R+a<d$ ושהמהירות הזוויתית של הסיבוב קבועה ושווה ל- ω .



הניחו ש : $a<<R$ (כלומר, ניתן להתייחס לשדה בתוך המסגרת כאחיד).

א. חשבו את השטף המגנטי דרך המסגרת כתלות במיקומה.

ב. חשבו את הכאמ במסגרת.

ג. מה כיוון הזרם המושרה במסגרת?

ד. חזרו על סעיפים א-ג עבור המקרה שגודל המסגרת אינו קטן והשדה אינו אחיד בתוכה.

תשובות סופיות:

1) א. $-\frac{KQ}{6R}\cdot 13$ ב. $-\frac{KQ}{2R}\cdot 5$

2) א. $24\varepsilon_0$ ב. $U=\frac{208}{3}\varepsilon_0$ ג. -6

3) א. $\frac{\rho}{\sigma}=-\frac{2b}{a^2}$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r} & 0<r<a\\ \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{r} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$$

ג. $$\varphi=\begin{cases}\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0}+\frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\left(\ln\frac{b}{a}+\frac{1}{2}\right) & 0<r<a\\ \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$$

ד. $$\vec{B}=\begin{cases}\frac{\mu_0 V}{2}(\rho r)\hat{\theta} & 0<r<a\\ \frac{\mu_0 V}{2}\left(\frac{\rho a^2}{r}\right)\hat{\theta} & a<r<b\\ \frac{\mu_0 V}{2}\left(\frac{\rho a^2-\sigma 2b}{r}\right)\hat{\theta} & b<r\end{cases}$$

4) א. $I_1(t)=\frac{\mu_0 I_0 a V_1\cos\theta}{2\pi}\left(\frac{1}{x(t)+a}-\frac{1}{x(t)}\right)$, עם כיוון השעון.

ב. $\vec{F}_{ext}=\frac{-\mu_0 I_0 I_1 a}{2\pi}\left(\frac{1}{x(t)+a}-\frac{1}{x(t)}\right)\hat{x}$ ג. $P_R=I_1^2R$, $P_{ext}=|F||V_1|\cos\theta$

5) א. $I_1=\frac{|\varepsilon|}{R}$, נגד כיוון השעון. ב. $\vec{F}_{ext}=\frac{-\mu_0 I_1 I_0 a}{4\pi}\left(\frac{1}{y_1+a}-\frac{1}{y_1}\right)(\hat{x}+\hat{y})$

ג. $P_R=I_1^2R=P_{ext}$, $P_{ext}=\frac{\mu_0 I_1 I_0 a}{4\pi}\left(\frac{1}{y_1}-\frac{1}{y_1+a}\right)V\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2$

6) א. $|\varepsilon| = B_0 L v_y$ במעגל- בכיוון השעון.

ב. שדה מושרה-בכיוון השדה הקיים, זרם

ג. $F_B = -\frac{B_0{}^2 L^2}{R} v\hat{y}$ ד. $v_{final} = \frac{mgR}{B_0{}^2 \cdot L^2}$

ה. $k=\frac{B_0{}^2 L^2}{R}$, $v(t) = \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)\frac{mg}{k}$

7) א. $I(t) = \frac{BLV}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$, עם השעון.

ב. $\vec{F}_{ext} = \frac{B^2 L^2 V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \hat{x}$

ג. $P_F = \frac{B^2 L^2 V^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

ד. $P_C = \frac{B^2 L^2 V^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$, $P_R = \frac{B^2 L^2 V^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$

ה. הוכחה.

8) א. $\vec{B} = \mu_0 \sigma R \omega \hat{z}$ ב. $\vec{B} = \mu_0 \rho \omega \left(\frac{R^2 - r^2}{2}\right)\hat{z}$

9) א. $E_2^+ = \frac{KQ}{2R^2}$ ב. $E_2 = \frac{KQ}{2R^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

ג. $\varphi_2 = \frac{KQ}{R}\left(1 - \frac{a^2}{4R^2}\right)$, $E_2 = 0 - \left(-\frac{KQa^2}{4R^4}\hat{z}\right)$

10) א. $I = \frac{B\pi a^2 \omega}{4R} \sin \omega t$ ב. $\theta = 60°$ ג. $\theta = 45°$

11) א. $d = \frac{a^3 E_0}{kq}$ ב. מקרה 1: $W_1 = \frac{a^3 E_0^2}{2k}$, מקרה 2: $W_1 = E_0 \frac{a^3 E_0}{k}$

ג. $\vec{E} = \frac{K2qd}{x^3}\hat{x}$ ד. $\vec{P} = qd\hat{x}$

12) $\phi_{E_1} = \frac{q}{6\varepsilon_0}$

13) $V = \frac{3Rmg}{2B^2L^2}$

14) $V = \frac{qB^2Ld}{2m}$

15) א. $U_T = 2C\left(\frac{V}{3}\right)^2$ ב. $U_T = \frac{1}{2}\varepsilon_r C\left(\frac{V}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}C\left(\frac{V}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{C}{3}\left(\frac{2}{3}V\right)^2$

16) א.

$$E=\begin{cases}\frac{kq}{r^2}\hat{r} & r<r_1\\ 0 & r_1<r<r_2\\ \frac{kq}{r^2}\hat{r} & r_2<r<r_3\\ \frac{k\left(q+\sigma 4\pi r_3^2\right)}{r^2} & r_3<r\end{cases}$$

ב.

$$\varphi=\begin{cases}\frac{kq}{r}+C_1 & r<r_1\\ C_2 & r_1<r<r_2\\ \frac{kq}{r}+C_3 & r_2<r<r_3\\ \frac{k\left(q+\sigma 4\pi r_3^2\right)}{r} & r_3<r\end{cases}$$

ג. $\sigma(r_2)=\frac{q}{4\pi r_2^2}\ ,\ \sigma(r_1)=\frac{-q}{4\pi r_1^2}$ ד. אין השפעה.

17) א. $\vec{k}=\sigma\cdot\beta\cdot t\hat{x}$ ב. $\vec{B}=\frac{\sigma\beta t}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>0\\ +\hat{y} & z<0\end{cases}$

ג. $\phi_B=Ba^2$ ד. $I=\frac{|\varepsilon|}{R}$, עם השעון.

18) א. $\varepsilon=-B\cdot HV$ ב. $q=C\cdot B_0HV$ ג. $I=\frac{B_0HV}{R}$, נגד כיוון השעון.

ד. $I=\dot{q}=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

19) א. $\vec{E}=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r}\quad r<a\ ,\ \vec{E}=\frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r}\quad r>a$ ב. $I_d=\frac{-\rho V_0}{3}\cdot\pi r^2$

ג. $I=\rho V_0\pi r^2$ ד. $\vec{B}=\frac{\mu_0\rho V_0 r}{3}\hat{\theta}$

20) א. $\vec{F}_T=\left(-\frac{kq^2}{(2a)^2}+2kqp\left(\frac{1}{(a-b)^3}+\frac{1}{(a+b)^3}\right)\right)\hat{z}$

ב. $W_{ext}=-\frac{kq^2}{4a}+kqp\left(\frac{1}{(a-b)^2}+\frac{1}{(a+b)^2}\right)$

21) א. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^3}{4\varepsilon_0 L^2}\hat{r} & r<L\\ \dfrac{\rho_0 L^2}{4r}\hat{r} & r>L\end{cases}$

ב. $\varphi=\begin{cases}-\dfrac{\rho_0 r^4}{16\varepsilon_0 L^2}+V_0 & r\le L\\ -\dfrac{\rho_0 L^2}{4\varepsilon_0}\ln r+V_0-\dfrac{\rho_0 L^2}{4\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{4}-\ln L\right) & r\ge L\end{cases}$

ג. $\vec{B}=\dfrac{\mu_0\rho_0 u_0}{4}\begin{cases}\dfrac{r^3}{L^2}\hat{\theta} & r<L\\ \dfrac{L^2}{r}\hat{\theta} & r>L\end{cases}$

ד. $I=\dfrac{\mu_0 Ib}{2\pi R}\left(\dfrac{1}{D+b+u_1}u_1-\dfrac{1}{D+u_1 t}u_1\right)$, עם כיוון השעון.

22) א. $C_T=\dfrac{\varepsilon_0\cdot a\cdot b}{d\cdot\ln 2}$ ב. $Q=\dfrac{\varepsilon_0 V_0}{d\cdot\ln 2}\cdot V_0\ ,\ \sigma=\dfrac{\varepsilon_0 V_0}{d\cdot\ln 2}$.

ג. $\vec{E}=-\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\left(1+\dfrac{y}{d}\right)}\hat{y}$ ד. $U=\dfrac{ab\sigma^2 d}{2\varepsilon_0}\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$

23) $\vec{\tau}=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2\hat{y}}{2\pi}2R\left(\sin\dfrac{\alpha}{2}-\alpha\cos\dfrac{\alpha}{2}\right)\ ,\ \varepsilon F=0!$

24) א. $C=\dfrac{3Q}{2\pi R^6}$ ב. $E=\begin{cases}\dfrac{Cr^4}{6\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{KQ}{r^2} & R<r\end{cases}$ ג. $E=\dfrac{Cr^4}{6\varepsilon_0}-\dfrac{KQ}{2r^2}$

25) א. $C=\dfrac{1}{\gamma 2\left(b^2-a^2\right)}$ ב. $C=\dfrac{1}{\gamma 2\left(b^2-a^2\right)}$ ג. $t=12\sec$

26) א. $\vec{E}=\dfrac{R\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{\left(x\hat{x}+y\hat{y}\right)}{\left(x^2+y^2\right)}$ ב. $\vec{E}=\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{(5x,y,0)}{\left(25x^2+y^2\right)}-\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{(x,y,0)}{\left(x^2+y^2\right)}$

ג. $\Delta\varphi=\dfrac{4\sigma R}{5\varepsilon_0}\ln\dfrac{R}{x_0}$

27) א. $\vec{B}(r,t)=\dfrac{\mu_0 Ct^2a^3}{3r}\hat{\theta}\quad r>a$ ב. $\phi_B=\dfrac{\mu_0 Ct^2a^4}{3}\ln 2$

ג. $I=\dfrac{\mu_0 C\cdot 2\cdot ta^5\ln 2\cdot\pi}{3}\cdot 10^{-4}$, נגד כיוון השעון.

28) א. $\vec{B}_z=\dfrac{0.396\mu_0 I}{R}\hat{z}$ ב. שלילי ג. $\vec{F}=\dfrac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

29) א.
$$\varepsilon=\begin{cases}BV(a-Vt) & t\le\frac{a}{V}\\ BV(2a-Vt) & \frac{a}{V}\le t\le\frac{2a}{V}\\ 0 & \frac{2a}{V}\le t\end{cases}$$

ב.
$$P(t)=\begin{cases}(BV(a-Vt))^2\cdot\frac{1}{R} & t<\frac{a}{V}\\ (BV(2a-Vt))^2\cdot\frac{1}{R} & \frac{a}{V}<t\le\frac{2a}{V}\\ 0 & \frac{2a}{V}\le t\end{cases}$$

ג.
$$F=\begin{cases}(BV(a-Vt))^2\cdot\frac{1}{R\cdot V} & t<\frac{a}{V}\\ (BV(2a-Vt))^2\cdot\frac{1}{R\cdot V} & \frac{a}{V}<t\le\frac{2a}{V}\\ 0 & \frac{2a}{V}\le t\end{cases}$$

30) א.
$$|\varepsilon|=\begin{cases}0 & 0\le t<t_0\\ \frac{d\cdot L\cdot B}{t_0} & t_0<t<2t_0\\ 0 & 2t_0<t\end{cases}$$

ב.
$$I=\begin{cases}0 & 0\le t<t_0\\ \frac{d\cdot L\cdot B}{R\cdot t_0} & t_0<t<2t_0\\ 0 & 2t_0<t\end{cases}$$

ג. $I=\frac{2BLd}{Rt_0}\left(\frac{t}{t_0}-1\right)$, עם השעון.

ד. $W=\frac{-B^2L^2d^2}{3Rt_0}$

31) א. $r<6R$ $\quad \vec{J}(r)=\frac{J_0R}{r}\hat{z}$

ב. $r<6R$ $\quad \vec{E}=\rho_0J_0R\cdot\frac{1}{r}\hat{z}$

ג. $r>6R$ $\quad B=\frac{\mu_0J_06R^2}{r}$

32) $c=\frac{3\varepsilon_0A}{d}$.

33) א. $R=\frac{(2\pi r)^2}{\sigma V}$

ב. בכיוון $-\hat{\theta}$ $\quad \varepsilon=B\cdot2\pi rV\cos\alpha$, $I=\frac{B\sigma Vv\cos\alpha}{2\pi r}$

ג. $d\vec{F}=\frac{B^2\sigma Vv\cos\alpha}{2\pi r}(-\hat{r})d$

ד. $V=\frac{mg\sin\alpha}{B^2\sigma V\cos^2\alpha}$

34) א. $\Delta l = \dfrac{l_0 - \sqrt{l_0 - 4\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 AV^2}{2k}}}}{2}$, $Q = \dfrac{2\varepsilon_0 AV}{l_0 + \sqrt{l_0^{\,2} - 4\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 AV^2}{2k}}}}$

ב. $p = \dfrac{\varepsilon A u V^2}{(l_0 - ut)^2}$, $\dfrac{du}{dt} = \dfrac{\varepsilon_0 A u V^2}{2(l_0 - ut)^2}$

ג. $Q\left(\dfrac{l_0 - \dfrac{Q}{\sqrt{2\varepsilon_0 Ak}}}{\varepsilon_0 A}\right) = -QR$

35) א. $\vec{E}_1 = E_1 \cos\left(\dfrac{\omega}{c} - \omega t\right)\hat{x}$, $\vec{B}_1 = \dfrac{E_1}{c}\cos\left(\dfrac{\omega z}{c} - \omega t\right)\hat{y}$

$\vec{E}_2 = E_2 \cos\left(\dfrac{\omega z}{c} + \omega t\right)\hat{x}$, $\vec{B}_2 = \dfrac{E_2}{c}\cos\left(\dfrac{\omega z}{c} + \omega t\right)(-\hat{y})$

ב. $u_1 = \varepsilon_0 E_1^2 \cos^2 \omega t$, $\bar{u}_1 = \dfrac{\varepsilon_0 E_1^2}{2}$, $u_2 = \varepsilon_0 E_2^2 \cos^2 \omega t$, $\bar{u}_2 = \dfrac{\varepsilon_0 E_2^2}{2}$

ג. $u_T = \varepsilon_0\left(E_1^{\,2}\cos^2\left(\dfrac{\omega z}{c} - \omega t\right) + E_2^{\,2}\cos^2\left(\dfrac{\omega z}{c} + \omega t\right)\right)$, $\bar{u}_T = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\left(E_1^{\,2} + E_2^{\,2}\right)$,

האנרגיה נשמרת.

36) א. $\sigma = \pm\varepsilon_0 V\gamma^2 B$ ב. $\sigma' = \pm\varepsilon_0 V\gamma B$ ג. $\vec{S} = \dfrac{\gamma^4 VB^2}{\mu_0}\hat{x}$

37) א. $\vec{A} = \dfrac{\mu_0 n_a I}{2}\begin{cases} r\hat{\theta} & r < a \\ \dfrac{a^2}{r}\hat{\theta} & a < r \end{cases}$ ב. $M = \mu_0 n_\alpha n_b l_b \pi b^2$

ג. $I(t) = \dfrac{V_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$, $\tau = \dfrac{R}{L}$, $V_0 = \beta\pi b^2 n_b l_b$

$L = \mu_0 \pi a^2 R_a^{\,2} l_a + \mu_0 \pi b^2 n_b^{\,2} l_b + 2\mu_0 n_a n_b l_b \pi b^2$

38) א. $q_1 K = \left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right) = -\mathring{q}_1 R_1$, $\dfrac{K(q_1 + q_2)}{b} = -\left(\mathring{q}_1 + \mathring{q}_2\right)R_2$

ב. $q_1(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = -q_2(t)$, $\tau = \dfrac{R_1}{K\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right)}$

39) א. $\dfrac{2}{3}\varepsilon_0 E_0 b^{-\frac{1}{3}} y_1^{-\frac{5}{3}}$ ב. הוכחה. ג. $E_0 b^{-\frac{1}{3}} q\left(y_2^{-\frac{2}{3}} - y_1^{-\frac{2}{3}}\right)$

ד. התוצאה תקטן פי 1.5.

40) א. $\sigma_0\left(1-\frac{r}{R}\right)E_0\hat{Z}$ ב. $\frac{E_0\sigma_0\pi R^2}{3}$ ג. $\frac{3L}{\sigma_0\pi R^2}$

ד. $B(r)=\begin{cases}\frac{\mu_0E_0\sigma_0 r}{6}\hat{\theta} & r<R\\ \frac{\mu_0E_0\sigma_0 R^2}{6r}\hat{\theta} & R<r\end{cases}$

41) א. $\frac{-2kx_0I_0t}{(x_0^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ ב. $I_D=x_0I_0\left[(x_0^2+r^2)^{\frac{-1}{2}}-x_0^{-1}\right]$

ג. $\vec{B}=\frac{\mu_0(I_D+I_0)}{2\pi r}\hat{\theta}$

42) א. $A=\frac{3I}{\pi a^2}$ ב. $\vec{B}(r)=\mu_0A\left(\frac{r}{2}-\frac{r^2}{3a}\right)\hat{\theta}$

ג. $\vec{B}(r)=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}$ ד. 0 ה. $\sigma(r)=\frac{E}{A\left(1-\frac{r}{a}\right)}$

ו. $R=\frac{E\cdot L}{I}$

43) א. $\vec{E}=\frac{C}{d}\hat{y}\begin{cases}-e^{\frac{y}{d}} & y<0\\ e^{-\frac{y}{d}} & y>0\end{cases}$ ב. $\rho=\frac{\varepsilon_0 C}{d^2}\hat{y}\begin{cases}e^{\frac{y}{d}} & y<0\\ e^{-\frac{y}{d}} & y>0\end{cases}$

ג. $\sigma(y=0)=\frac{2\varepsilon_0 C}{d}$ ד. $Q_T=2Cd\varepsilon_0\left[e^{\frac{-y_0}{d}}+1\right]$

44) א. $q(t)=\frac{\varepsilon_0\pi a^2 v_0}{(d-ut)^2}$ ב. $\vec{J}_D=\frac{-u\varepsilon_0 v_0\hat{z}}{(d-ut)^2}$ ג. הוכחה בסרטון.

ד. $\vec{B}(r)=\frac{-\mu_0\varepsilon_0 v_0 ur}{2(d-ut)^2}$ ה. $|\varepsilon|=\frac{\mu_0\varepsilon_0 v_0u^2b^3}{4(d-ut)^3}$ ו. $I=\frac{\mu_0\varepsilon_0 v_0 u^2 d^3}{2R(d-ut)^3}$ עם השעון.

45) א.
$$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ 0 & R<r<3R\\ \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{4R^3}{3r^2}-\dfrac{3R^5}{r^4}\right)\hat{r} & 3R<r\end{cases}$$

ב.
$$\varphi=\begin{cases}-\dfrac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\cdot\dfrac{r^2}{2}+\dfrac{31}{54}\rho_0 R^2 & r<R\\ \dfrac{11}{27}\rho_0 R^2 & R<r<3R\\ -\dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(-\dfrac{4R^3}{3r}-\dfrac{R^5}{r^3}\right) & 3R<r\end{cases}$$

ג.
$$U=\frac{\varepsilon_0}{2}\left[\int_0^R\left(\frac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0}\right)^2 4\pi r^2dr+\int_{3R}^{\infty}\left(\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{4R^3}{3r^2}-\frac{3R^5}{r^4}\right)\right)^2 4\pi r^2dr\right]$$

הסבר:

האנרגיה הפוטנציאלית נובעת מהאינטראקציה של הכוחות בין המטענים.

אם נשחרר את המטענים לנוע בחופשיות אז הכוחות ביניהם יגרמו למטענים לצבור מהירות ואנרגיה קינטית. סך האנרגיה הקינטית שתהיה למערכת לאחר שהמטענים התרחקו מאוד (או התקרבו מאוד) תהיה שווה לאנרגיה הפוטנציאלית של המערכת. את האנרגיה הקינטית ניתן כמובן להמיר לאנרגיות אחרות.

46) א. $3A\varepsilon_0$ ב. $AR\varepsilon_0$ ג. $-3AR\varepsilon_0$ ד. $4AR^2$

47) א. $\dfrac{2\mu_0 Ia^2}{\pi\,(d+R\cos\theta)}$ ב. $-\dfrac{2\mu_0 Ia^2}{\pi}\dfrac{\omega R\sin\theta}{(d+R\cos\theta)^2}$

ג. נגד השעון. ד. (א). $\dfrac{a\mu_0 I}{\pi}\ln\left(\dfrac{d+R\cos\theta+a}{d+R\cos\theta-a}\right)$

ד. (ב). $-\dfrac{a\mu_0 I}{\pi}\left(\dfrac{d+R\cos\theta-a}{d+R\cos\theta+a}\right)\left[\dfrac{2a\omega R\cos\theta}{(d+R\cos\theta-a)^2}\right]$ ג. לא משתנה.