

פיזיקה 1



תוכן העניינים

1	1. הקדמה מתמטית לקורס
7	2. מבוא
15	3. קינמטיקה - תנועה בקו ישר
38	4. וקטורים
59	5. נפילה חופשית וזריקה אנכית
67	6. קינמטיקה - תנועה במישור
74	7. תרגילים לחזרה עד לחלק זה
76	8. דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)
94	9. עבודה ואנרגיה

פיזיקה 1

פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

תוכן העניינים

1. 0. פונקציות טריגונומטריות.....1
2. 1. משוואת הקו הישר.....5
3. 2. הפרבולה.....6

פונקציות טריגונומטריות:

רקע

במשולש ישר זווית:

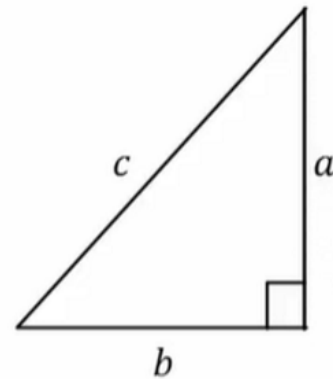
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$ $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

ערכים ששווה לזכור:

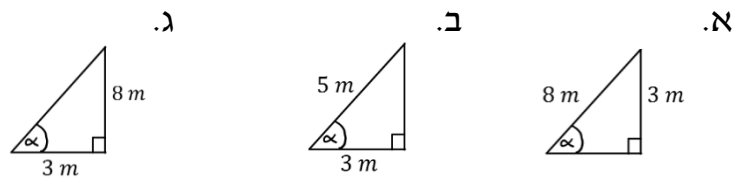
הזווית והפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר
---------------	---	----------------------	---	------------	----------

שאלות:

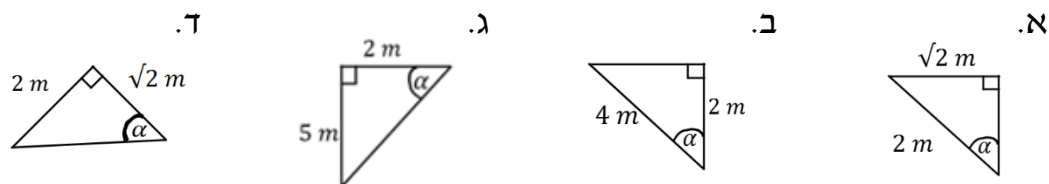
(1) חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

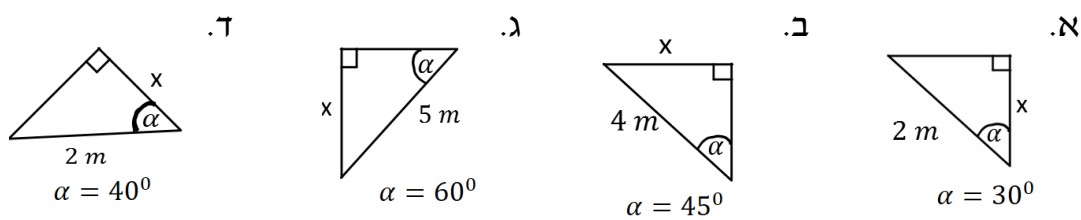


(2) משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



(3) מציאת ניצבים

חשב את x במקרים הבאים:

תשובות סופיות:

	ג. $\alpha = 69^\circ$	ב. $\alpha = 53^\circ$	(1) א. $\alpha = 22^\circ$
ד. $\alpha = 55^\circ$	ג. $\alpha = 68.2^\circ$	ב. $\alpha = 60^\circ$	(2) א. $\alpha = 45^\circ$
ד. $1.53m$	ג. $\frac{5\sqrt{3}m}{2}$	ב. $2\sqrt{2}m$	(3) א. $\sqrt{3}m$

משוואת הקו הישר:

רקע:

משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

m - שיפוע

n - נקודת חיתוך עם ציר ה- y .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$$

כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה- x .

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא -1.

מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

שאלות:

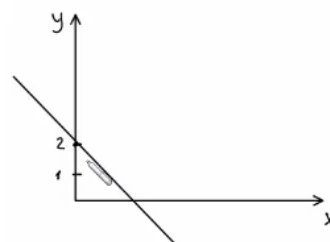
(1) משוואת הישר משתי נקודות

- א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(-1, 3)$, $(4, -2)$.
- ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

תשובות סופיות:

(1) א. $y = -x + 2$

ב.



הפרבולה:

רקע:

משוואת הפרבולה:

$$y = ax^2 + bx + c$$

נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

שאלות:

(1) נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

- א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.
 ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

תשובות סופיות:

- (1) א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(-1,0)$, $(3,0)$,
 נקודת הקודקוד: $(1,4)$.
 ב. עצובה.



פיזיקה 1

פרק 2 - מבוא

תוכן העניינים

7	1. מעברים בין יחידות
9	2. יחידות פיזיקאליות
10	3. צפיפות
(ללא ספר)	4. צורת כתיבה ורמת דיוק
12	5. הערכת סדרי גודל
13	6. תרגילים

מעברים בין יחידות:

נוסחאות:

$$\text{קילו (k) זה } 1000 : 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr$$

$$\text{מילי (m) זה } \frac{1}{1000} \text{ לדוגמה: } 1mm = \frac{1}{1000} m \text{ , ומיליגרם } 1mg = \frac{1}{1000} gr$$

$$\text{ליטר: } 1liter = 1000cm^3$$

$$\text{קוב: } 1000m^3 = 1000liter = 1 \text{ קוב}$$

$$\text{שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה } 1lightyear = 9.4608 \cdot 10^{15}m$$

שאלות:

1) דוגמה 1 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

$$\text{נתון: } A = 2km , B = 10gr$$

$$\text{מצא את } C = A \cdot B \text{ ביחידות של m.k.s.}$$

2) דוגמה 2 - מעברים של יחידות לא בסיסיות

$$\text{נתון: } A = 2m^2 , B = 3gr , C = 5cm \cdot s$$

$$\text{חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s.}$$

$$\text{א. } D = 2 \cdot A$$

$$\text{ב. } E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$$

3) מעבר יחידות בחזקות

$$\text{מצא את הגדלים הבאים, ביחידות של ס"מ:}$$

$$\text{א. } A = 1m^2$$

$$\text{ב. } B = 1m^3$$

4) סנטימטר בשלישית

$$\text{הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של } c.m^3$$

א. $5 \cdot 2\text{m}^3$

ב. 320mm^3

ג. 0.0054km^3

(5) ליטר - דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-liter.

א. 5m^3

ב. 5mm^3

תשובות סופיות:

(1) $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) א. 4m^2

ב. $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

(3) א. 10^4cm^2

ב. 10^6cm^3

(4) א. $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

ב. 0.32cm^3 ג. $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

(5) א. $5 \cdot 10^3\text{liter}$

ב. $5 \cdot 10^{-6}\text{liter}$

יחידות פיזיקאליות:

רקע

חוקי חזקות:

$$(ab)^c = a^c b^c$$

$$a^b a^c = a^{b+c}$$

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

שאלות:

(1) תרגיל

נתון: $A = 2m \cdot \text{sec}$, $B = 3m^2$, $C = 1 \frac{\text{kg}}{\text{sec}}$, $D = 2 \frac{\text{kg}}{m}$

בדוק האם הפעולות הבאות חוקיות. במידה והן חוקיות, חשב את התוצאה שלהן:

א. $\frac{A}{B} + CA$

ב. $\frac{AC}{B} + D$

ג. $\frac{C}{D}A + B$

תשובות סופיות:

(1) א. פעולה לא חוקית. ב. $2.66 \frac{\text{kg}}{m}$. ג. $4m^2$

צפיפות:

רקע

צפיפות נפחית : $\rho = \frac{M}{V}$

צפיפות משטחית : $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית : $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

שאלות:

(1) דיסקה עם חור

א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M .

ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .

מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

הערכת סדרי גודל:

שאלות:

(1) נשימות

הערך את מספר הנשימות של אדם בחייו.

תשובות סופיות:

(1) $N = 10^9$

תרגילים:

שאלות:

(1) מסע של האור

האור זז במהירות של $v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ כ-.

א. חשב את המרחק שעובר האור בשנתיים.

ב. כמה זמן ייקח לאור לעבור בין שתי גלקסיות שהמרחק ביניהם הוא: $2 \cdot 10^{19} \text{ m}$?

(2) צפיפות אטום המימן

חשב פי כמה גדולה צפיפות הפרוטון מצפיפות אטום המימן המורכב מפרוטון ואלקטרון בלבד. מסת הפרוטון: $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, מסת האלקטרון: $9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, קוטר הפרוטון: $3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, קוטר אטום המימן: 10^{-10} m .

(3) שלג על הירח

הנח שעל הירח יורד שלג, השלג יורד בקצב שבו כל חצי שניה פוגע פתית שלג בפני הירח. הערך תוך כמה זמן יכוסה הירח כולו בשכבת שלג בגובה 2 מטר (הנח שהשלג לא נמס). רדיוס הירח: $1.74 \cdot 10^6 \text{ m}$, רדיוס פתית שלג הוא: 2 cm .

(4) אטומים בגרגיר חול

רדיוס אטום הוא בערך: 10^{-7} cm . רדיוסו של גרגיר חול הוא: 10^{-2} cm . הערך כמה אטומים יש בגרגיר חול.

הדרכה: השתמש בנוסחה של נפח כדור: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ עבור נפח האטום ועבור נפח הגרגיר. התעלם מ"רווחים" בין האטומים בתוך גרגיר החול.

(5) כדורי פינגפונג בחדר

הערך כמה כדורי פינגפונג ניתן לדחוס בחדר ממוצע

תשובות סופיות:

א. $2 \cdot 10^{16} \text{ m}$ (1) ב. $t = 2000$

(2) $3.71 \cdot 10^{13}$

(3) $t = 1.14 \cdot 10^{18} \text{ sec}$

(4) $N = 10^{15}$

(5) 750,000

פיזיקה 1

פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

תוכן העניינים

15	1. העתק.....
17	2. תנועה במהירות קבועה.....
22	3. מהירות ממוצעת.....
24	4. תאוצה.....
29	5. תרגול.....
35	6. מהירות רגעית ותאוצה רגעית.....
37	7. מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים.....

העתק:

רקע

תנועה בקו ישר - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:

1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

העתק - השינוי במיקום הגוף

סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$

העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

דרך - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

שאלות:

(1) כדור

חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$, ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$.
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

(2) דני ודנה

הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$, והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$, ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שביצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

(3) העתק ודרך

מכונית נוסעת מת"א לחיפה, וחוזרת חזרה לת"א. המרחק בין הערים הוא 100 ק"מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

תשובות סופיות:

- (1) -3m
- (2) בדרך הלך: 30m , הכיוון חיובי; בדרך חזר: -30m , הכיוון שלילי.
- (3) העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

תנועה במהירות קבועה:

רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{m}{sec}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:

גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

שאלות:

(1) יוסי מאחר לשיעור

יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה. המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים. מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

(2) מיקומו של גוף

מיקומו של גוף ב- $t = 2sec$ הוא $x = 3m$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2m$. מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

(3) תנועה ביחס ל-A

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5 \frac{m}{sec}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

- א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t = 2\text{sec}$ ו- $t = 8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?
 ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

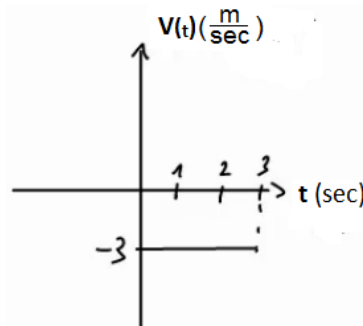
(4) גוף חולף דרך שתי נקודות

- גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t = 2\text{sec}$ מיקומו הוא $x = 2\text{m}$,
 וברגע $t = 6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששעורה $x = 10\text{m}$.
 א. מהי מהירות הגוף?
 ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t = 0$?
 ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.
 ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?
 ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t = 0$ עד לרגע שבו $t = 10\text{sec}$?

(5) גוף נע שמאלה

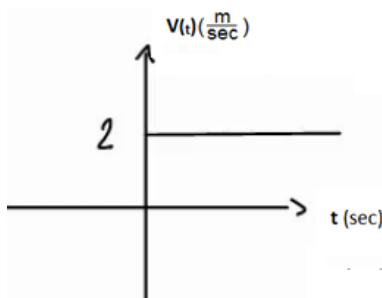
- גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ מיקום הגוף הוא: $x = 50\text{m}$.
 בחר את כיוון ציר ה- x ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.
 א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?
 ב. היכן נמצא הגוף ב- $t = 2\text{sec}$ וב- $t = 3\text{sec}$?
 ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x = 20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x = -10\text{m}$?

(6) מהירות שלילית



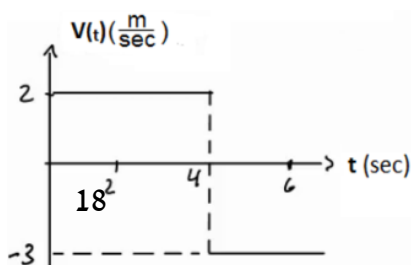
- נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.
 א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t = 1\text{sec}$ ל- $t = 3\text{sec}$.
 ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t = 0$ מיקומו היה $x = 2\text{m}$.
 ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

(7) מיקום שלילי



- נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.
 א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t = 2\text{sec}$ מיקומו היה $x = -4\text{m}$.
 ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

(8) מהירות מתחלפת



- נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.
 א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t = 1\text{sec}$ ל- $t = 6\text{sec}$.

- ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב- $t = 0$ מיקומו היה $x = 2\text{ m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

9) שתי מכוניות זו לקראת זו

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

- מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$,
ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים

- מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים
למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.
א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת

- אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה
של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.
א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

תשובות סופיות:

(1) $5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(2) $-\frac{5}{4} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

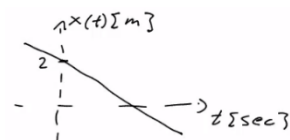
(3) א. $x(t=8)=40\text{m}$, ב. $x(t=2)=10\text{m}$, ג. $t=40\text{sec}$

(4) א. $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ב. $x_3 = -2\text{m}$, ג. $x(t) = 2 + 2(t-2)$, ד. $t = 1\text{sec}$, ה. $\Delta x = 20\text{m}$

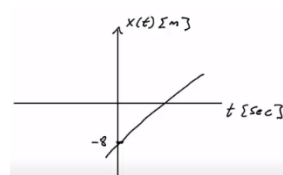
(5) א. $x(t) = 50 - 6t$, ב. $x(t=2) = 38\text{m}$, ג. $x(t=3) = 32\text{m}$

ג. $t(x=20) = 5\text{sec}$, ד. $t(x=-10) = 10\text{sec}$

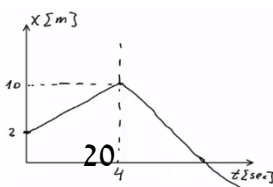
(6) א. $S = -6\text{m}$, ב. $x(t) = 2 - 3t$, ג.



(7) א. $x(t) = -8 + 2t$, ב.



(8) א. $\Delta x = 0$, ב. $x(t) = \begin{cases} 2+2t & 0 \leq t \leq 4 \\ 22-3t & t \geq 4 \end{cases}$, ג.

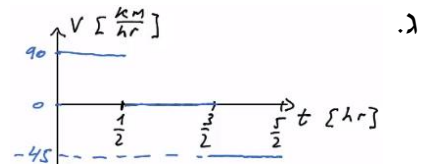
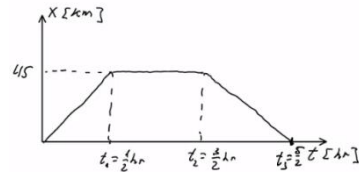


9) א. חולפות ב- $t = 10 \text{ sec}$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t = 10) = 60 \text{ m}$.

ב. $t_1 \approx 7.78 \text{ sec}$ או $t_2 \approx 12.22$.

$$x(t) = \begin{cases} 90t & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ 45 & \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2} \\ 45 - 45\left(t - \frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2} \leq t \leq \frac{5}{2} \end{cases} \text{ ב.}$$

10) א. השיפועים מייצגים מהירות.



11) א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x = 0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

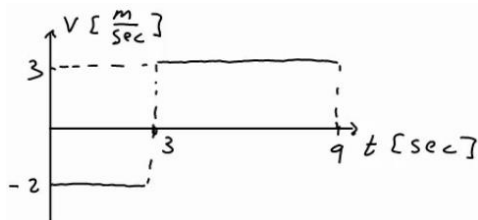
ב. $x(t) = 80t$ ג. $x(t) = 340 + (-120)\left(t - \frac{1}{2}\right)$ ד. $x = 160 \text{ km}$; $t = 2 \text{ hr}$

מהירות ממוצעת:

שאלות:

(1) דני נוסע מחיפה לטבריה

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ"ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ"ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה. מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?



(2) מהירות ממוצעת מתוך גרף

מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא. מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

(3) מת"א לב"ש דרך חיפה

אורי נסע מת"א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק"מ צפונה מת"א ובאר שבע נמצאת 100 ק"מ דרומה מת"א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק"מ לשעה. בדרכו לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק"מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).

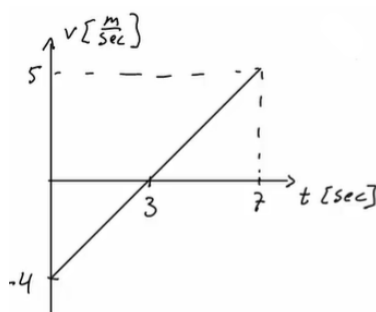
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת"א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.

באיזו מהירות ממוצעת (velocity) שילה שילה לנסוע על מנת שתגיע

לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?

מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?



(4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי

מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף

(average velocity) ואת ממוצע גודל

המהירות (average speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף

(average velocity) בקטע שבין $t = 3\text{sec}$ ל- $t = 7\text{sec}$.

תשובות סופיות:

$$\bar{V} = 56 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \quad (1)$$

$$\bar{V} = 1.33 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

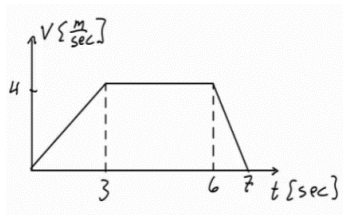
$$\bar{V} = -66.67 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, |\bar{V}| = 66.67 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \quad \text{ב.} \quad \bar{V} = -50 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, |\bar{V}| = 110 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad \bar{V} = \frac{4}{7} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, |\bar{V}| = \frac{16}{7} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (4)$$

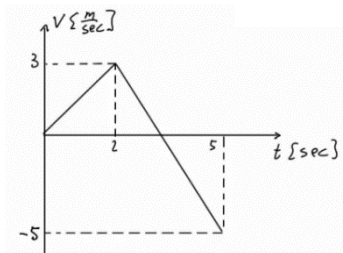
תאוצה:

שאלות:

- (1) **מטוס מאיץ בתאוצה קבועה**
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?
- (2) **משאית מאיצה**
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ"ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ"ש.
מהי תאוצת המשאית?
- (3) **אופנוע מאיץ ממנוחה**
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.
ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?
ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?
- (4) **אופנוע מאיץ אחרי מכונית**
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?
- (5) **תאוצה**
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוצה:
א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה, למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.
ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.
ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

**(6) גרף מהירות**

בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן. מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן. ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוצה.

**(7) גרף מהירות שלילית**

בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן. מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן. ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוצה.

(8) דנה רצה בתאוצה קבועה

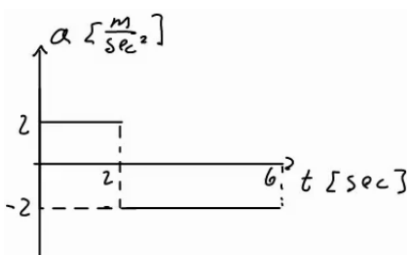
דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.
 א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1, 2, ו-3 שניות.
 ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1, 2, 3 ו-4 שניות.
 ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

(9) אופנוע משיג מכונית

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה. ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע. מתי ישיג האופנוע את המכונית?

(10) דני ודנה רצים זה לקראת זה

דני ודנה רצים זה לקראת זה. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה. דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע. המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.
 א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?
 ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

**(11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום**

גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים. תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:
 א. מצא נוסחת מהירות-זמן עבור הגוף.
 ב. מצא נוסחת מיקום-זמן עבור הגוף.
 ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

(12) מסלול המראה של ססנה

מטוס ססנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ"ש על מנת להמריא.
 חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

(13) מרחק בלימה

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ"ש.
 לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
 האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ"ש.
 מהו "מרחק הבלימה" (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ"ש),
 אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

(14) עומר עוצר לפני רמזור

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ"ש.
 לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
 עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
 הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.
 א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?
 ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
 הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
 האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

תשובות סופיות:

$$15 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (1)$$

$$0.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (2)$$

$$V(t) = 2 \cdot t \quad \text{א.} \quad 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t = 10 \text{sec} \quad \text{ג.} \quad (3)$$

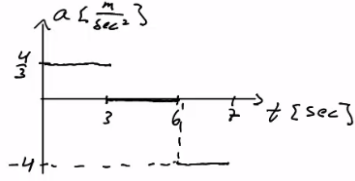
$$t = 23 \text{sec} \quad (4)$$

$$-2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}; \text{ תאוצה.} \quad \text{ב.} \quad 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}; \text{ תאוצה.} \quad \text{ג.} \quad 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}; \text{ תאוצה.} \quad (5)$$

$$-2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}; \text{ תאוצה.} \quad \text{ה.} \quad -3.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}; \text{ המהירות חיובית - בתאוצה } (V \geq 0),$$

$$\text{המהירות שלילית - בתאוצה } (V < 0).$$

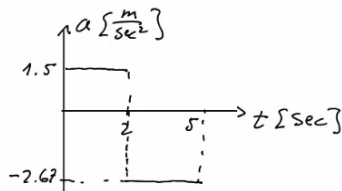
(6) חלק 1 - כאשר $0 \leq t \leq 3$ או $a_1 = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:



חלק 2 - כאשר $3 \leq t \leq 6$ או $a_2 = 0$ - לא מאיץ ולא מאט; המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0 \leq t \leq 3$ או $a_3 = -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוצה.

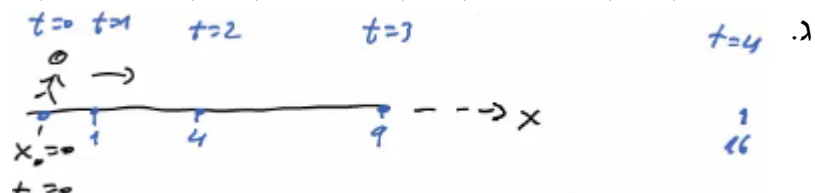
(7) חלק 1 - כאשר $0 \leq t \leq 2$ או $a_1 = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:



חלק 2 - כאשר $2 \leq t \leq 5$ או $a_2 = \frac{-8}{3} \approx -2.67 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - כשהמהירות חיובית - בתאוצה $(V \geq 0)$, וכשהמהירות שלילית - בתאוצה $(V < 0)$.

$$V(t=1) = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t=2) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t=3) = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$X(t=1) = 1^2 \text{m}, X(t=2) = 4 \text{m}, X(t=3) = 9 \text{m}, X(t=4) = 16 \text{m} \quad \text{ב.}$$



$$t_1 = 18.79 \quad (9)$$

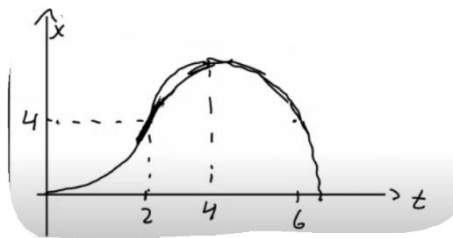
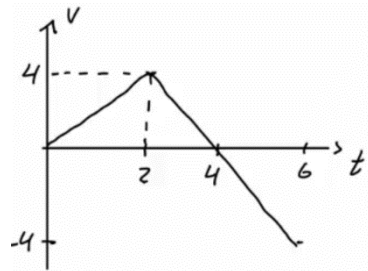
(10) א. הזמן: $t = 8.16 \text{ sec}$, המיקום: 16.65 m .

ב. $V_{\text{Dana}}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{\text{Dani}}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(11) א. כאשר $0 < t < 2$, הנוסחה היא: $V(t) = 2t$; כאשר $2 < t < 6$, הנוסחה היא: $V(t) = 8 - 2t$.

ב. כאשר $0 < t < 2$: $X(t) = t^2$; כאשר $2 < t < 6$: $X(t) = 4 + 4(t-2) + \frac{1}{2}(-2)(t-2)^2$

ג. שרטוט עבור מהירות:



(12) $\Delta x = 173.61 \text{ m}$

(13) $\Delta x = 61.73 \text{ m}$

(14) א. $\bar{v} = 25 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

תרגול:

שאלות:

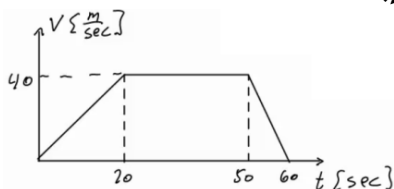
(1) מאפס לארבעים בעשר שניות

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר. המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

- מהי תאוצת המכונית?
- מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.
- מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?
- האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?
- מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?
- מהי המהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

(2) גרף של מהירות אופנוע בזמן

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר. קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



- תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.
- מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.
- מהי המהירות האופנוע ברגעים $t = 15, 40, 55$?
- מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

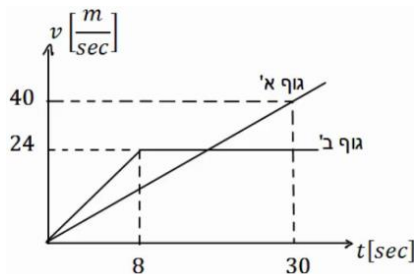
(3) דני שכח את הפלאפון

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה. ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו. באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי. יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

- מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי. שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.
- מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?
- מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי. שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.
- מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

(4) גרף מהירויות של שני גופים

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן. הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

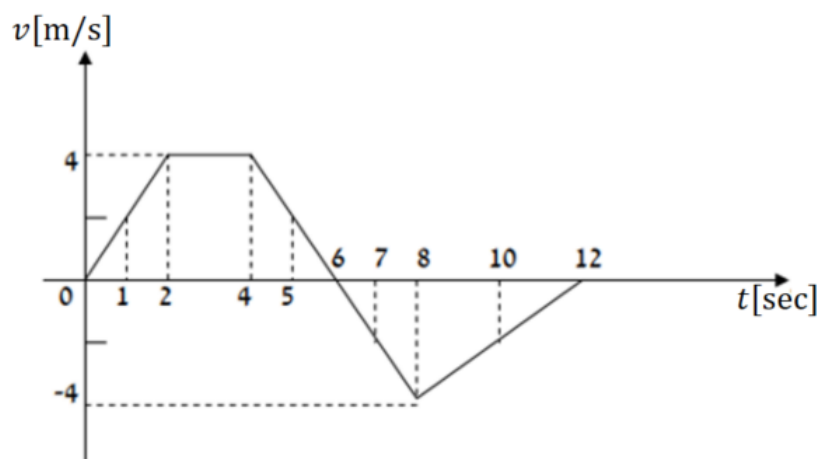


- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגופים ברגעים: $t = 3\text{sec}$, 24sec , וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגופים שוות?
- מתי מיקום שני הגופים זהה?

(5) גרף מהירות זמן בקו ישר

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

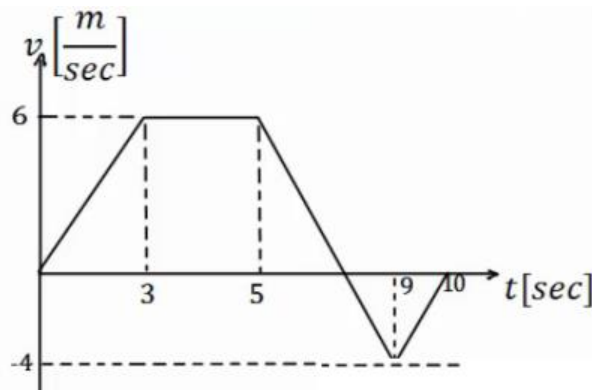
- האם תאוצתו של הגוף בזמן $t = 1\text{sec}$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t = 5\text{sec}$ שניות?
- האם בזמן $t = 10\text{sec}$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t = 2\text{sec}$?
- האם תאוצת הגוף בזמן $t = 5\text{sec}$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t = 7\text{sec}$?
- האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t = 12\text{sec}$?
- האם בזמן $t = 8\text{sec}$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t = 5\text{sec}$?



(6) תרגיל עם הכל

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

- תאר את התנועה של הגוף במילים.
- חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
- מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית? מהו מרחק זה?
- מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?
- מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?
- מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
- מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t = 6\text{sec}$?
- מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
- שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
- אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.

**(7) שני נתונים בזמנים שונים**

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.

- ב- $t = 2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב- $t = 4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

- מצא את תאוצת הגוף.
- מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.
- מהו מיקום הגוף ב- $t = 0$, ומתי יהיה בראשית?
- מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.
- מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב- $t = 0$)?

(8) שוטר רודף אחרי מכונית

- שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ"ש. זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע ממנוחה בתאוצה של $2 \frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ"ש.
- א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?
- ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

(9) זמן מינימלי לסיים מסלול**

- מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של 0.5g. מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

(10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה**

- רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'.
- בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
- בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
- בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה ביישוב ב'.
- זמן הנסיעה הכולל הוא T.
- כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

תשובות סופיות:

(1) א. $4 \frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t) = 200m$ ג. $20 \frac{m}{sec}$ ד. קטן.

ה. $t = 4sec$ ו. $V_F \approx 21.91 \frac{m}{sec}$

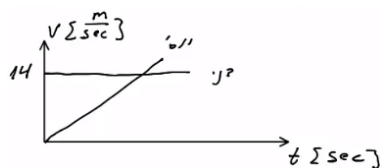
(2) א. כאשר $0 \leq t \leq 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20 \leq t \leq 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50 \leq t \leq 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוצה - והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{m}{sec^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{m}{sec^2} & 50 < t < 60 \end{cases} \text{ ב.}$$

ג. $V(t=15) = 30 \frac{m}{sec}$, $V(t=40) = 40 \frac{m}{sec}$, $V(t=55) = 20 \frac{m}{sec}$

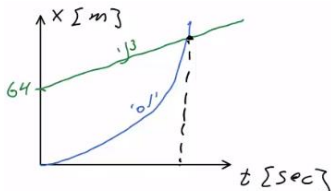
ד. $x(t=15) = 225m$, $x(t=40) = 1,200m$, $x(t=55) = 1,750m$

(3) א. דני - $V(t) = 14 \frac{m}{sec}$, יוסי - $V(t) = 8t$; גרף:



ב. $t = 1.75sec$; לא.

ג. דני - $x(t) = 64 + 14t$, יוסי - $x(t) = 4t^2$; גרף:



ד. ב- $t = 6.12$, המרחק: $149.82m$

(4) א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0 < t < 8$, כמו גוף א'. כאשר $8 \leq t$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t) = \frac{2}{3}t^2$

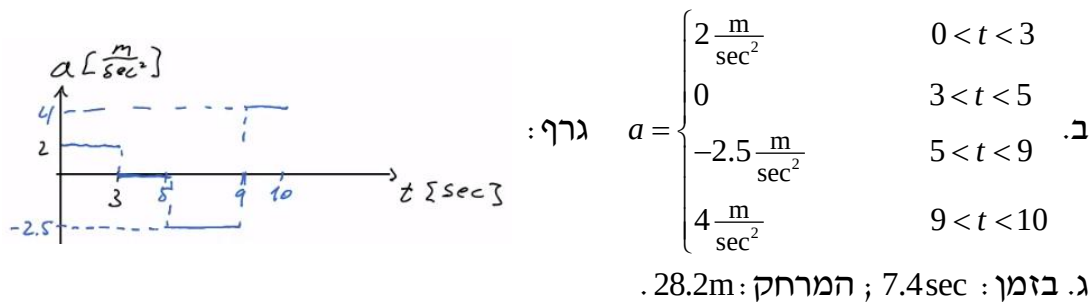
גוף ב': כאשר $0 \leq t \leq 8$, $x(t) = \frac{3}{2}t^2$. כאשר $8 \leq t \leq \infty$, $x(t) = 96 + 24(t-8)$

ג. כש- $\Delta x(t=3) = 7.5m$, וכש- $\Delta x(t=24) = 96m$. גוף ב' מקדים את א'.

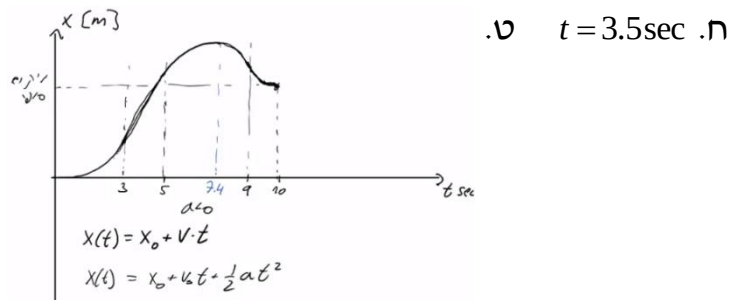
ד. $t = 18sec$ ה. כש- $t = 31.42sec$

(5) א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

- 6) א. כאשר $0 \leq t \leq 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3 \leq t \leq 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5 \leq t \leq 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9 \leq t \leq 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוצה. התקדמות בכיוון הנגדי.



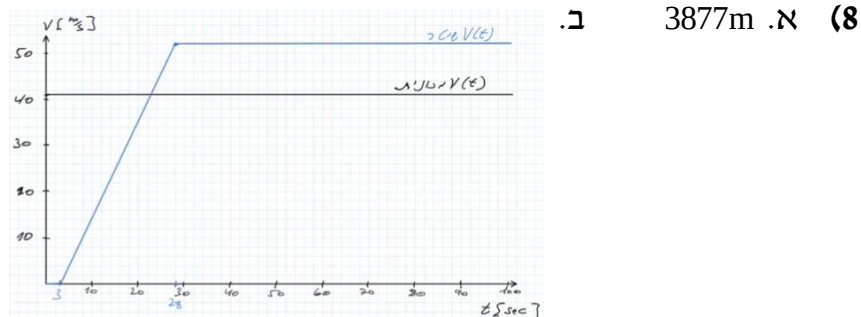
ד. $S = 33.4m$ ה. $\Delta x = 23m$ ו. $\bar{V} = 2.3 \frac{m}{sec}$ ז. $\Delta x = x(t=6) - 25.75m$



7) א. $a = 3 \frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t) = 5 + 15(t-2) + \frac{1}{2} 3(t-2)^2$

ג. $x(t=1.65) = 0$; $x(t=0) = -19$

ד. $V(t) = 15 + 3(t-2)$ ה. $V(t=0) = 9 \frac{m}{sec}$



9) $T = 58 sec$

10) $t_2 = \frac{T}{5}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית:

רקע

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$x(t) = \int v(t) dt$$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

שאלות:

1) מהירות רגעית ותאוצה רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי הנוסחה: $x(t) = 3 + t^2 + 2t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מה המהירות הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה?

ומה המהירות הממוצעת בעשר השניות הבאות?

ג. חשב את התאוצה הרגעית. מהי תאוצת הגוף ב- $t = 7 \text{ sec}$?

ד. חשב את התאוצה הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה ובעשר השניות הבאות.

(2) מיקום עם קוסינוס

גוף נע לאורך קו ישר כאשר מיקומו נתון לפי: $x(t) = A \cos(\omega t)$,
(A ו- ω קבועים נתונים).

- א. חשב את המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.
 ב. שרטט את המיקום, המהירות והתאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן עבור מרווח הזמן: $0 \leq t \leq 2\pi$ ועבור המקרים: $\omega = 1$, $\omega = 2$ ו- $\omega = 0.5$.
 ג. מתי התאוצה מקסימלית ומתי היא מתאפסת?
 ד. הראה שמתקיים: $a(t) = -\omega^2 x(t)$.
 ה. אם מודדים את t בשניות, מה היחידות של ω ?

תשובות סופיות:

(1) א. $2t + 6t^2$ ב. $210 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $1,430 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $a(t) = 2 + 12t$, $a(t=7) = 86 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

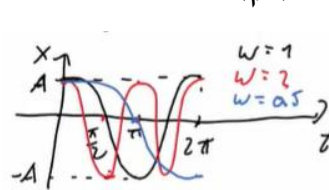
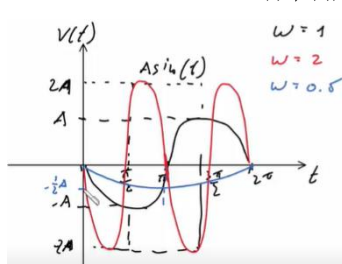
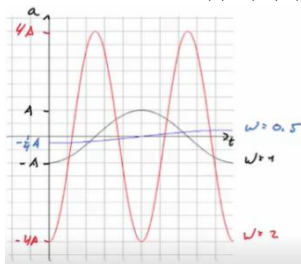
ד. $62 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, $182 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(2) א. $v(t) = -\omega A \sin(\omega t)$, $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t)$

ב. מיקום:

מהירות:

תאוצה:



ג. מקסימלית: $t_{\max} = \frac{\pi}{\omega}$, מתאפסת: $t = \frac{3\pi}{2\omega}$ או $t = \frac{\pi}{2\omega}$.

ד. הוכחה. ה. $[\omega] = \frac{1}{\text{sec}}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים:

שאלות:

(1) מצא מהירות ומיקום

גוף נע בתאוצה של: $a = 4t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל לנוע ממנוחה.

ב. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל את תנועתו מ- $x_0 = 2$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } v(t) = t^4 \quad \text{ב. } x(t) = \frac{t^5}{5} + 2$$

פיזיקה 1

פרק 4 - וקטורים

תוכן העניינים

38	1. הגדרות סימונים והצגות
43	2. פעולות בין וקטורים
47	3. מכפלה סקלרית
50	4. וקטור יחידה
51	5. מכפלה וקטורית בדו-מימד
53	6. וקטור בשלושה מימדים
55	7. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים
56	8. חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית
58	9. תרגילים נוספים

הגדרות סימונים והצגות:

רקע:

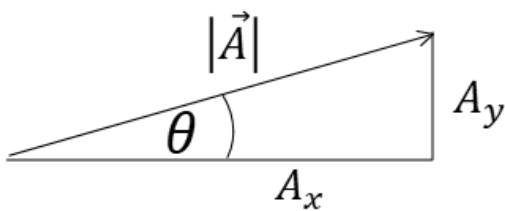
וקטור הוא כלי מתמטי המשמש לתיאור גודל פיזיקלי עם כיוון (לדוגמה מהירות או כוח).

וקטור מתארים באמצעות חץ. גודל החץ מתאר את הגודל של הערך הפיזיקאלי וכיוון החץ את כיוונו.

אין משמעות למיקום של הוקטור (בציור) מה שמגדיר את הוקטור זה רק הכיוון והגודל (ניתן להזיז את החץ בציור כל עוד שומרים על הגודל והכיוון וזה מאוד שימושי בחישובים)

הסימון של וקטור הוא בחץ מעל האות $\vec{A}$ (או לפעמים מסמנים באות מודגשת).

הצגה פולרית: הצגה לפי גודל $|\vec{A}|$ וכיוון (זווית θ עם ציר ה x החיובי).
הצגה קרטזית (אלגברית): הצגה באמצעות רכיבים.



מעבר מפולרי לקרטזי (פירוק וקטור לרכיבים):

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

(ניתן גם להגדיר זווית שאינה עם ציר ה x החיובי ואז A_x יהיה הניצב שליד הזווית ו-
 A_y הניצב שמול)

מעבר מקרטזי לפולרי (מציאת גודל וזווית)

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

שאלות:

(1) הצגה פולרית

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

שם הוקטור	גודל הוקטור	זווית הוקטור עם ציר ה- x
$\vec{A}$	$ \vec{A} = 2$	$\theta_A = 30^\circ$
$\vec{B}$	$ \vec{B} = 4$	$\theta_B = 30^\circ$
$\vec{C}$	$ \vec{C} = 2$	$\theta_C = 90^\circ$
$\vec{D}$	$ \vec{D} = 4$	$\theta_D = 120^\circ$
$\vec{E}$	$ \vec{E} = 2$	$\theta_E = 300^\circ$
$\vec{F}$	$ \vec{F} = 2$	$\theta_F = -60^\circ$

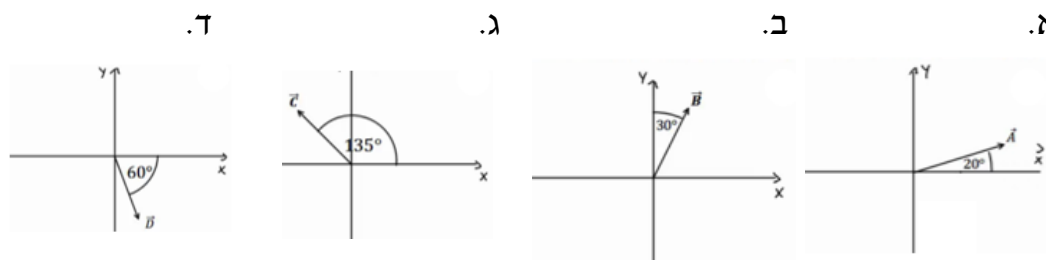
(2) הצגה קרטזית

צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:

$$\vec{A} = (1, 2), \vec{B} = (-2, 3), \vec{C} = (-3, -2), \vec{D} = (2, -1)$$

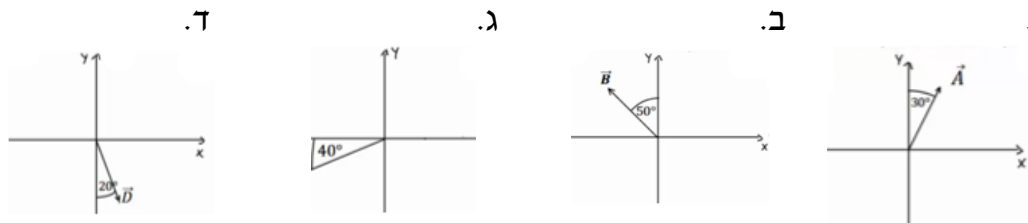
(3) מעבר מפולרי לקרטזי

הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2. רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):



(4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים

הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.
רשום כל אחד מהוקטורים הצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

**(5) פירוק לרכיבים**

באיור הבא, גודלו של הוקטור $\vec{A}$ הוא 4, וגודלו של הוקטור $\vec{B}$ הוא 5.
מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:



פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

(6) מקרטזי לפולרי

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A} = (2, -1)$

ב. $\vec{B} = (-0.5, -2)$

(7) מקרטזי לפולרי

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים.
מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים.
את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה- x החיובי.

א. $\vec{A} = (2, 3)$

ב. $\vec{B} = (-1, 2)$

ג. $\vec{C} = (0, -3)$

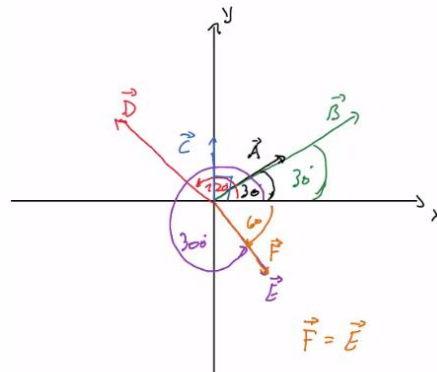
ד. $\vec{D} = (2, -2)$

ה. $E_x = 2$, $|\vec{E}| = 3$ הוקטור ברביע הראשון.

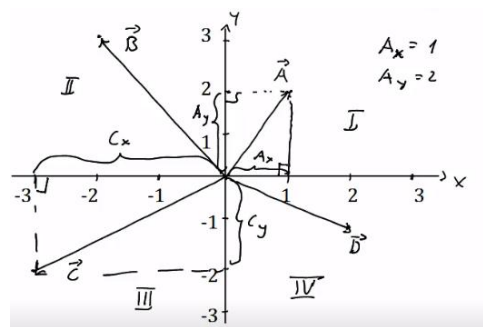
ו. $E_y = -1$, $|\vec{E}| = 3$ הוקטור ברביע השלישי.

תשובות סופיות:

(1) ראו שרטוט:



(2) ראו שרטוט:



$$\vec{A} = (1.88, 0.68), \vec{B} = (1, \sqrt{3}), \vec{C} = (-\sqrt{2}, \sqrt{2}), \vec{D} = (1, -\sqrt{3}) \quad (3)$$

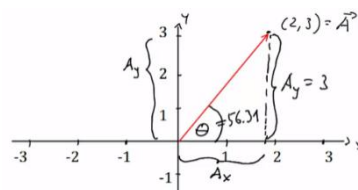
$$\vec{C} = (-2.30, -1.93) \quad \text{ג.} \quad \vec{B} = (-2.30, 1.93) \quad \text{ב.} \quad \vec{A} = \left(\frac{3}{2}, 2.60\right) \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\vec{D} = (-2.30, -1.93) \quad \text{ד.}$$

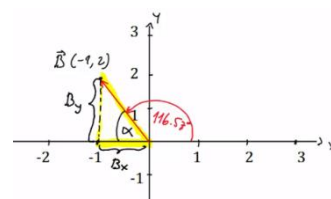
$$\vec{B} = (-4.33, -2.5) \quad \text{ב.} \quad \vec{A} = (-3.28, 2.29) \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\theta_B = 255.96^\circ; |\vec{B}| = 2.06 \quad \text{ב.} \quad \theta_A = -26.57 = 333.43^\circ; |\vec{A}| = \sqrt{5} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\theta_A = 56.31^\circ; |\vec{A}| = \sqrt{13} \quad \text{א. שרטוט:} \quad (7)$$

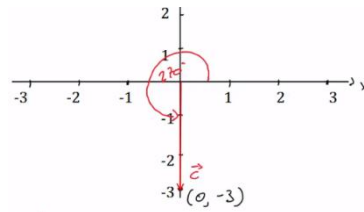


$$\theta_B = 116.57^\circ; |\vec{B}| = \sqrt{5}$$



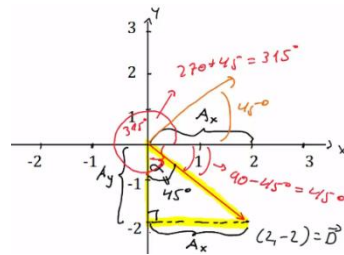
ב. שרטוט:

$$\theta_C = 270^\circ ; |\vec{C}| = 3$$



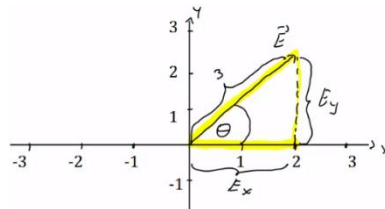
ג. שרטוט:

$$\theta_D = 315^\circ = -45^\circ ; |\vec{D}| = \sqrt{8}$$



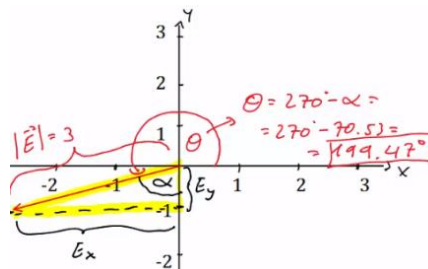
ד. שרטוט:

$$\theta_E = 48.19^\circ ;$$



ה. שרטוט:

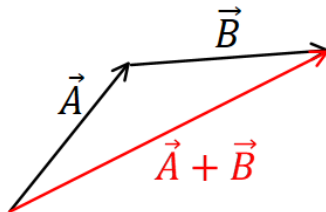
$$\theta_E = 199.47^\circ ;$$



ו. שרטוט:

פעולות בין וקטורים:

רקע:



חיבור וקטורים :
 בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים :

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר : בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר :

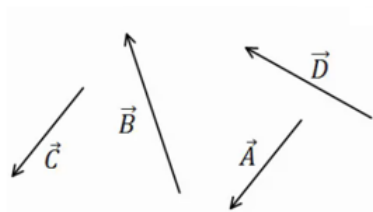
$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

שאלות:

1) חיבור וקטורים לפי סימונים

מצא את : $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{E}$



2) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים :

$$|\vec{A}| = 3, \theta_A = 30^\circ$$

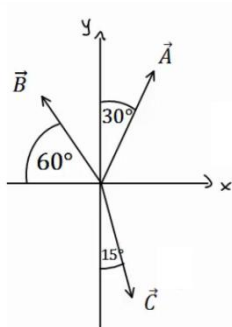
$$|\vec{B}| = 2, \theta_B = -30^\circ$$

$$|\vec{C}| = 3, \theta_C = 180^\circ$$

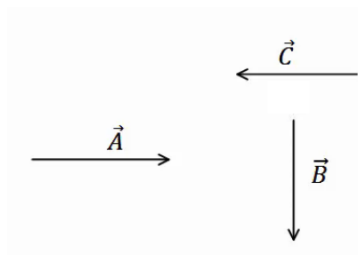
א. שרטט את הוקטורים על גבי מערכת צירים.

ב. שרטט את גודלן וכיוונו של הוקטור : $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

שרטט את הוקטור $\vec{D}$ על אותה מערכת צירים.

(3) דוגמה 2

הגודל של הוקטורים באיור הבא הוא: $|\vec{A}| = 5$, $|\vec{B}| = 4$, $|\vec{C}| = 5$.
 מצא את הוקטור השקול (סכום הוקטורים): $\vec{D} = \vec{C} + \vec{A} + \vec{B}$.

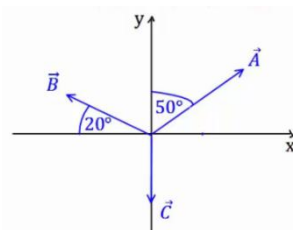
(4) חיסור לפי סימונים

בציור נתונים הוקטורים: $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$.
 מצא את: $\vec{D} = \vec{B} - \vec{C} - \vec{A}$.

(5) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A} = (3, 5)$, $\vec{B} = (-1, 4)$, $\vec{C} = (0, 2)$.
 מצא את:

$$\begin{aligned} \text{א. } \vec{D} &= -2\vec{B} \\ \text{ב. } \vec{E} &= 3\vec{A} - 2\vec{C} - \vec{B} \\ \text{ג. } \vec{F} &= -2(\vec{A} + \vec{B}) + 3\vec{C} \end{aligned}$$

(6) דוגמה 2

גודלם של הוקטורים באיור הבא הם: $|\vec{A}| = 5$, $|\vec{B}| = 4$, $|\vec{C}| = 3$.

א. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{D} = -2\vec{B}$.
 שרטט את $\vec{D}$ על מערכת צירים.
 ב. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{E} = 2\vec{A} - 3\vec{B} - 4\vec{C}$.
 שרטט את $\vec{E}$ על מערכת הצירים.

(7) דוגמה 3

גודלו של הווקטור $\vec{A}$ הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה- x החיובי היא 30° .

א. שרטט את הווקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את $\vec{B} = 3 \cdot \vec{A}$ ללא פירוק של $\vec{A}$ לרכיבים. שרטט את $\vec{B}$ על אותה מערכת.

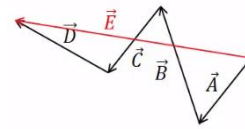
ג. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$.

ד. חשב שוב את $\vec{B} = 3 \cdot \vec{A}$. הפעם דרך הרכיבים של $\vec{A}$.

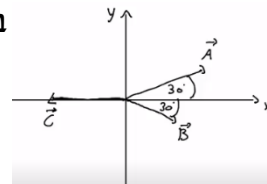
ה. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{B}$ מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.
הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

תשובות סופיות:

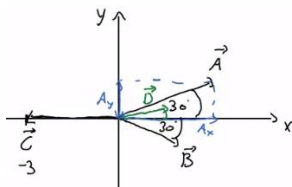
(1)



(2) א.

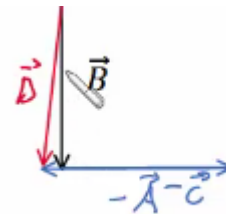


ב. $|\vec{D}| = 1.42, \theta_D = 20.60^\circ$



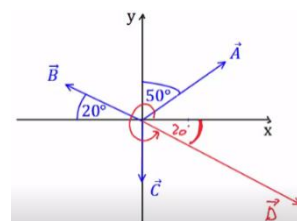
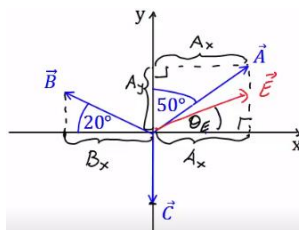
(3) $|\vec{D}| = 3.46, \theta_D = 58.84^\circ$

(4)

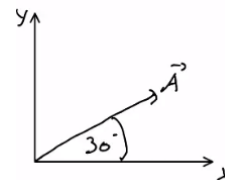
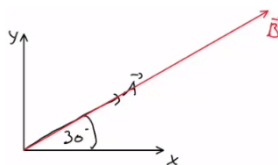


(5) א. $\vec{D} = (2, -8)$ ב. $\vec{E} = (10, 7)$ ג. $\vec{F} = (-4, -12)$

(6) א. $|\vec{D}| = 8, \theta_D = -20^\circ$ ב. $|\vec{E}| = 23.75, \theta_E = 37.23^\circ$



(7) א. ב. $|\vec{B}| = 6, \theta_B = \theta_A = 30^\circ$ ג. $\vec{A} = (\sqrt{3}, 1)$



ד. $\vec{B} = (3\sqrt{3}, 3)$ ה. ראה סרטון.

מכפלה סקלרית:

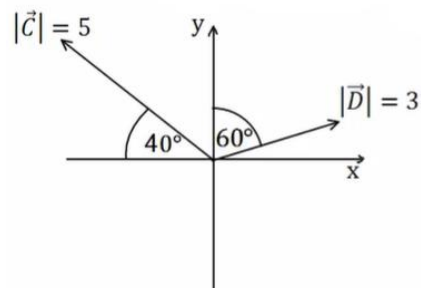
שאלות:

(1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A} = (-1, 2)$, $\vec{B} = (2, 2)$

ב.



(2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (-2, 5)$

ב. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (8, -2)$

ג. $\vec{A} = (-1, -2)$, $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.

חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

(3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

(4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של $\vec{A} \cdot \vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B} \cdot \vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה : רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

(5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (2, 1)$, $\vec{B} = (-3, 2)$, $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את :

א. $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

(6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

חשב את :

א. $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2}$

ב. $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2}$

(7) דוגמה 7

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

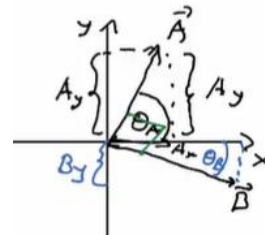
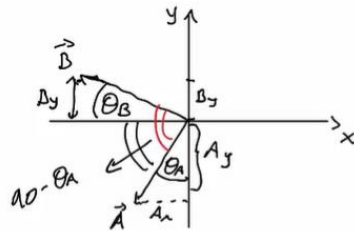
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

תשובות סופיות:

(1) א. 2 ב. -5.13

(2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.

ד. ב. $\theta_A = 75.96^\circ, \theta_B = 14.04^\circ$. ד. ג. $\theta_A = 26.57^\circ, \theta_B = 26.57^\circ$.



(3) א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$ ב. $|\vec{A}| = \sqrt{10}, \tilde{\theta}_A = 161.57^\circ, |\vec{B}| = \sqrt{20}, \tilde{\theta}_B = -63.43^\circ$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

(4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

(5) א. -1 ב. -10 ג. -10 ד. (-4,12) ה. (-18,-9)

ו. (12,-8) ז. 36

(6) א. (-0.8, 2.4) ב. (-0.54, -2.69)

(7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43^\circ, \alpha_{\vec{BC}} = 150.26^\circ$

וקטור יחידה:

שאלות:

(1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A} = (-2, -3)$

ב. $\vec{B} = (3, 4)$

תשובות סופיות:

(1) א. $(-0.55, -0.83)$ ב. $(0.6, 0.8)$

מכפלה וקטורית בדו-מימד:

רקע:

מכפלה וקטורית (בדו-מימד):

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| |\sin \alpha|$$

שאלות:

(1) דוגמה – מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A} = (-4, 1)$, $\vec{B} = (2, -3)$

א. חשב את: $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את: $|\vec{A} \times \vec{B}|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים

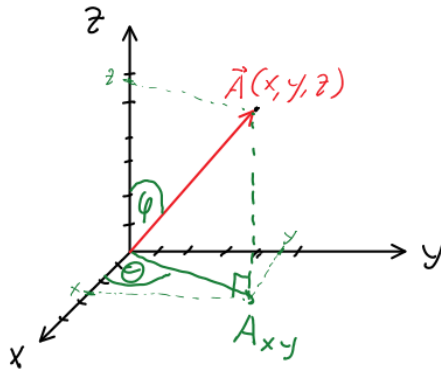
בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

(1) א. 10 ב. $|\vec{B}| = \sqrt{13}$, $\theta_B = -56.31^\circ$, $|\vec{A}| = \sqrt{17}$, $\theta_A = 165.96^\circ$ ג. 10

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq 180^\circ$$

$$0 \leq \theta \leq 360^\circ$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

$$A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

שאלות:

(1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}(2,3,4)$.

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

(2) כשהסכום מאונך להפרש

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

(3) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים: $\vec{A}(1,4,8)$, $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \sqrt{29} \quad \text{ב. } \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right)$$

$$(2) \quad \text{הוכחה בסרטון}$$

$$(3) \quad \left(-4 \frac{10}{\sqrt{17}}, \frac{10}{\sqrt{17}}, 0 \right)$$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

שאלות:

(1) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים: $\vec{A}(1,2)$, $\vec{B}(1,-3)$, $\vec{C}(-1,2,-2)$, $\vec{D}(2,0,1)$.

א. מצא את: $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A} \times \vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C} \times \vec{D}$.

תשובות סופיות:

(1) א. -5 ב. $\hat{z}(-5)$ ג. $\vec{C} \times \vec{D} = 2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z}$

חיבור וחיסור וקטורים בשיטת המקבילית:

שאלות:

(1) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130^\circ$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60^\circ$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A} + \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(2) חיסור באמצעות מקבילית

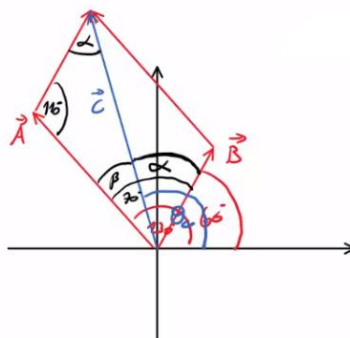
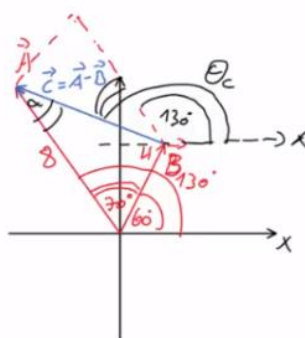
נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$. גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130^\circ$. גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60^\circ$. שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את: $\vec{A} - \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(3) מציאת אורך של שקול

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ. הזווית ביניהם היא 30 מעלות. מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

(4) מציאת זווית בין שני וקטורים

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר. אורך השקול שלהם הוא 20 מטר. מצא את הזווית בין הווקטורים.

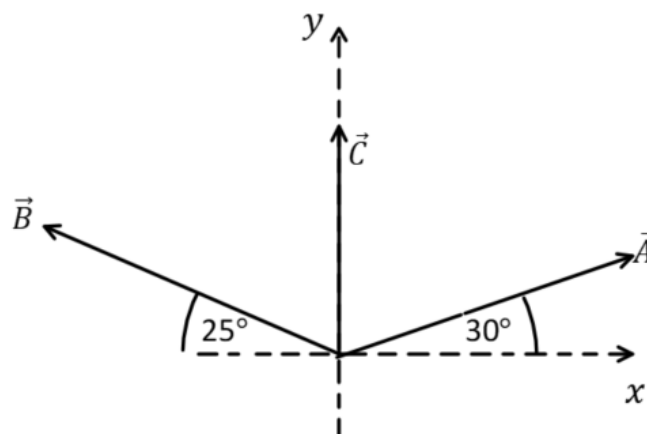
תשובות סופיות:
(1) 108.1° , 10.1

(2) 159.5° , 7.62

(3) $a \approx 14.6 \text{ c.m}$
(4) $\theta = 60^\circ$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A} = 5, 20^\circ$, $\vec{B} = 2, 150^\circ$, $\vec{D} = 10, 220^\circ$. מצאו את גודל וכיוון הווקטור $\vec{C}$ אם: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{D}$.

(2) באיור הבא נתונים שלושה וקטורים. מצאו את גודל הווקטור $\vec{A}$ ואת גודל הווקטור $\vec{B}$, אם נתון שגודל הווקטור $\vec{C}$ הוא 50 ו- $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.



תשובות סופיות:

(1) $\vec{C} = 14, 221^\circ$.

(2) $|\vec{A}| \approx 55$, $|\vec{B}| \approx 53$.

פיזיקה 1

פרק 5 - נפילה חופשית חריקה אנכית

תוכן העניינים

59	1. נפילה חופשית
60	2. זריקה אנכית
62	3. תרגילים

נפילה חופשית:

שאלות:

(1) כדור ברזל קטן

- כדור ברזל קטן משוחרר ממנוחה ממעלי מגדל מאוד גבוה (הזנח את התנגדות האוויר).
 א. מצא את מרחקו מנקודת השחרור לאחר 4 שניות.
 ב. מצא את מהירותו באותו הרגע.

(2) תפוח עץ

- תפוח נופל מעץ מגובה של 15 מטרים (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האוויר).
 א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.
 ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניוטון, היושב מתחת לעץ.
 הנח שגובה הראש של ניוטון בישיבה הוא 1 מטר.

(3) חסידה מביאה חבילה

- חסידה מפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.
 א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה הרביעית של תנועתה.
 ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה האחרונה של תנועתה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 80\text{m} \quad \text{ב. } 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(2) \quad \text{א. } 17.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } V_F \approx 16.73$$

$$(3) \quad \text{א. } \Delta y = 35\text{m} \quad \text{ב. } \Delta y = 75\text{m}$$

זריקה אנכית:

שאלות:

(1) דנה גרה מעל צחי

- דנה גרה בבניין קומות גבוה. חברה צחי גר שלוש קומות מתחתיה.
 דנה זורקת מהחלון כדור במהירות של $5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ כלפי מטה לעבר החלון של צחי.
 גובה כל קומה הוא 3 מטרים.
 א. מתי יעבור הכדור את חלונו של צחי?
 ב. מה תהיה מהירות הכדור באותו הרגע?
 ג. מה תהיה מהירות הכדור שתי קומות מתחת לחלונו של צחי?

(2) דני זורק כדור מחלון גבוה

- דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשנייה.
 סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.
 א. רשום נוסחאות מקום-זמן ומהירות-זמן עבור הכדור.
 ב. הכן טבלה ורשום בה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.
 ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.
 ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?
 ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

(3) רועי קופץ לבריכה

- רועי קופץ לבריכה ממקפצה בגובה 10 מטרים.
 מהירותו מיד לאחר הניתוק מהמקפצה היא 2 מטר לשנייה כלפי מעלה.
 א. מתי מגיע רועי לשיא הגובה בקפיצה?
 ב. מהו שיא הגובה?
 ג. מהי המהירות שבה פוגע רועי במים?
 ד. כמה זמן עבר מרגע הקפיצה עד לרגע בו פגע רועי במים?

תשובות סופיות:

$$V(y=15) \approx 18.03 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{.} \lambda \quad V(t=0.93) = 14.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{.} \beth \quad 0.93 \text{sec} \quad \text{.} \aleph \quad \textbf{(1)}$$

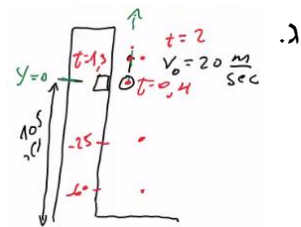
2. א. מקום-זמן: $y(t) = 20t - 5t^2$, מהירות-זמן: $V(t) = 20 - 10t$
 ב.

זמן (בשניות)	מיקום (במטרים)	מהירות (מטרים לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ד. 7sec. ה. (א) מקום-זמן: $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$.

מהירות-זמן: $V(t) = 20 - 10t$.

7 sec (τ)



$$t \approx 1.63 \text{ sec} \quad \gamma = -14.28 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \beta = 0.2 \text{ m} \quad t = 0.2 \text{ sec} \quad \text{N} \quad (3)$$

תרגילים:

שאלות:

1) אבן נזרקת מגג בניין

מגג בניין שגובהו 120 מטר נזרקת אבן כלפי מעלה, במהירות התחלתית שגודלה 20 מטר לשניה.

- א. כעבור כמה זמן תמצא האבן בשיא גובה התנועה?
- ב. מה הגובה המקסימלי אליו מגיעה האבן?
- ג. מהי מהירות האבן כאשר היא פוגעת בקרקע? (הקפד על הסימן).

2) חלק ניתק מטיל

טיל משוגר אנכית כלפי מעלה, ממנוחה, בתאוצה קבועה של 6 מטר לשניה בריבוע. כאשר הטיל בגובה של 300 מטר ניתק ממנו חלק.

- א. מהי מהירות הטיל ברגע ניתוק החלק?
- ב. מהו שיא הגובה, ביחס לקרקע, אליו מגיע החלק שניתק?
- ג. לאחר כמה זמן מרגע השיגור יפגע החלק בקרקע?
- ד. מהי מהירות החלק ברגע פגיעתו בקרקע?

3) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה

כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר. מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשניה. באותו הרגע, נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה. מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשניה.

- א. רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל גוף.
- ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
- ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?
- ד. רשום נוסחת מהירות-זמן לכל גוף.
- ה. מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?
- ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?
- ז. שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום-זמן לכל גוף.

(4) גוף נזרק אנכית מגג בניין

- גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.
בחר ציר y , שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.
- רשום את הפונקציות: מקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן, של הגוף.
 - ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$.
 - שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

(5) כדור מלמעלה וכדור מלמטה מתעכב

- כדור נופל מגובה של 70 מטרים בנפילה חופשית.
שלוש שניות לאחר מכן נזרק כדור נוסף מהקרקע במהירות התחלתית v_0 .
- רשום נוסחת מקום-זמן לכל גוף כפונקציה של v_0 .
 - מה צריך להיות v_0 על מנת שהכדורים לא יחלפו זה על פני זה?
 - רשום נוסחת מקום – זמן לכל גוף, בהנחה שהערך של v_0 הוא הערך המקסימלי שמקיים את התנאי של סעיף ב'.
 - מה תהיה מהירות כל גוף בפגיעה בקרקע?
 - ה. שרטט גרף מהירות – זמן לשתי האבנים על אותה מערכת צירים.

(6) כדור פורח

- כדור פורח עולה במהירות קבועה של 15 מטרים לשנייה כלפי מעלה.
גובה של 150 מטרים הכדור משחרר שק חול.
מצא כמה זמן ייקח לשק החול להגיע לקרקע.
(רמז: מהירות הכדור לא נתונה ללא סיבה)

(7) אבן אחרי אבן

- אבן משוחררת ממנוחה מגובה של 60 מטרים. שתי שניות לאחר מכן נזרקת אבן נוספת כלפי מטה מאותו הגובה.
באיזו מהירות יש לזרוק את האבן, על מנת ששתי האבנים יגיעו לקרקע באותו הזמן?

(8) אדם משחרר כדור מתוך מעלית**

- מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן T_1 אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית.
הכדור מגיע לקרקע כעבור T_2 שניות.
מצאו את גובה המעלית h בזמן T_1 .
נתונים: T_1 ו- T_2 .

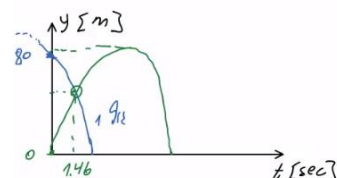
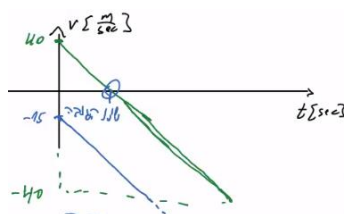
(9) ילד זורק כדור בקפיצה**

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לילד שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

- א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא v_1 ומהירות הזריקה של הכדור v_2 ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.
- ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

תשובות סופיות:

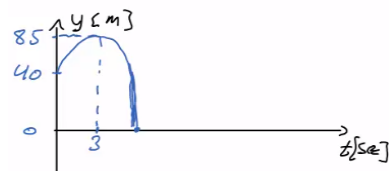
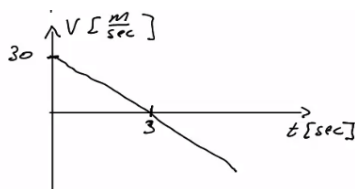
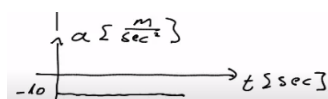
- (1) א. 2sec ב. 20m ג. 25.8sec ד. 7.29sec
- (2) א. $60 \frac{m}{sec}$ ב. 480m ג. 25.8sec ד. $\approx -98 \frac{m}{sec}$
- (3) א. גוף 1: $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$, גוף 2: $y_2(t) = 40t - 5t^2$ ב. 80m
ג. $y_2(t = 1.45) \approx 47.74m$
ד. גוף 1: $v_1(t) = -15 - 10t$, גוף 2: $v_2(t) = 40 - 10t$
ה. גוף 1: $-29.6 \frac{m}{sec}$, גוף 2: $25.4 \frac{m}{sec}$ ו. גוף 1: $-42.72 \frac{m}{sec}$, גוף 2: $-40 \frac{m}{sec}$
ז. מיקום-זמן (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק): מהירות-זמן:



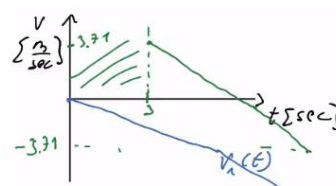
- (4) א. מקום-זמן: $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$, מהירות-זמן: $v(t) = 30 - 10t$
תאוצה-זמן: $a = -10$
ב.

זמן (בשניות)	מהירות (מטרים לשנייה)	מקום (במטרים)
0	30	40
1	20	65
2	10	80
3	0	85
4	-10	80
5	-20	65

ג. מקום-זמן: מהירות-זמן: תאוצה-זמן:



- (5) א. כדור 1: $y_1(t) = 70 - 5t^2$, כדור 2: $y_2(t) = 0 + v_0(t - 3) - 5(t - 3)^2$
ב. $v_0 \leq 3.71$ ג. כדור 1: $v_1(t) = -10t$, כדור 2: $v_2(t) = 3.71 - 10(t - 3)$
ד. כדור 1: $v_1(t = 3.74) = -37.4 \frac{m}{sec}$, כדור 2: $v_2(t = 3.74) \approx -3.69 \frac{m}{sec}$



ה. שרטוט:

$$t \approx 7.18 \text{ sec} \quad (6)$$

$$v_0 \approx 33.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (7)$$

$$h = \frac{gT_2^2}{2\left(1 + \frac{T_2}{T_1}\right)} \quad (8)$$

$$(9) \quad \text{א. המורה צודק, } y = \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} \quad \text{ב. ילד: } v_1 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2, \text{ כדור: } \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$$

פיזיקה 1

פרק 6 - קינמטיקה - תנועה במישור

תוכן העניינים

1. תנועה במישור 67

תנועה במישור:

שאלות:

(1) דוגמה 1

- גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה- x כתלות בזמן הוא: $x(t) = 2t$, ומיקומו בציר ה- y כתלות בזמן הוא: $y(t) = 3t^2$.
- א. שרטט על גבי מערכת צירים דו מימדית את מיקום הגוף ב- $t = 0, 1, 2, 3\text{sec}$.
 ב. רשום את הערך של וקטור מיקום הגוף בכל אחד מן הרגעים, ושרטט את וקטור המיקום בכל רגע על מערכת הצירים.
 ג. רשום נוסחה לוקטור המיקום כתלות בזמן.

(2) דוגמה 2

- גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה- x כתלות בזמן הוא: $x(t) = 4 + 3t$, ומיקומו בציר ה- y כתלות בזמן הוא: $y(t) = 2t^2$.
- א. רשום את וקטור המיקום כתלות בזמן ומצא את מיקום הגוף ב- $t = 1, 2\text{sec}$.
 ב. רשום את ההעתק של הגוף בחמש השניות הראשונות של התנועה.
 ג. מצא את ההעתק שביצע הגוף מ- $t = 2\text{sec}$ עד $t = 4\text{sec}$.

(3) דוגמה 3

- גוף נע במישור, כך שמיקומו כתלות בזמן בציר ה- x הוא: $x(t) = 2t - 3$, ומיקומו בציר ה- y כתלות בזמן הוא: $y(t) = t^2$.
- א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.
 ב. מצא את ההעתק שביצע הגוף בין $t = 3\text{sec}$ ל- $t = 5\text{sec}$.
 ג. מצא את המהירות הממוצעת במרווח הזמן של סעיף ב'.

(4) גוף נזרק אופקית מגובה רב

- גוף נזרק אופקית במהירות של 10 מטר לשניה מגובה רב. מה יהיו מיקומו, ביחס לנקודת הזריקה, ומהירותו, לאחר 4 שניות?

(5) גוף נזרק אופקית מגג בניין

גוף נזרק אופקית מגג בניין שגובהו 40 מטר.

א. מתי יפגע הגוף בקרקע?

ב. היכן יפגע הגוף בקרקע אם מהירות הזריקה היא 15 מטר לשנייה?

ג. מהו גודל מהירות הגוף בזמן הפגיעה בקרקע ומהי כיוונה?

(6) חבילת סיוע לכפר

מטוס טס במהירות קבועה של 200 מטר לשנייה בגובה של 3000 מטר.

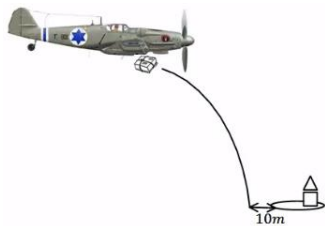
המטוס רוצה לשחרר חבילת סיוע לכפר הנמצא מתחתיו.

א. מצא את המרחק האופקי מהכפר שבו צריך

המטוס לשחרר את החבילה על מנת שתנחת

בדיוק 10 מטר לפני הכפר.

ב. מהי הזווית בה רואה המטוס את הכפר באותו רגע?

**(7) משוואת מסלול**

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול

$$\text{הבא: } x(t) = \sqrt{3+t^2}, y(t) = \sqrt{7-t^2}$$

הנח ש- x ו- y תמיד חיוביים.

(8) זריקה משופעת

גוף נזרק במהירות של 40 מטר לשנייה בזווית של 30 מעלות ביחס לציר האופקי.

א. מצא את מיקום ומהירות הגוף ב- $t = 2\text{sec}$.

ב. מתי פוגע הגוף בקרקע?

ג. מהו המרחק האופקי בו פוגע הגוף בקרקע?

ד. מהי מהירות הגוף ברגע הפגיעה?

(9) כדור נבעט מגבעה

כדור נבעט מגבעה בגובה 20 מטר. הכדור נבעט

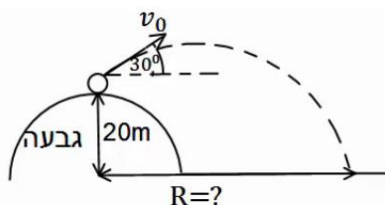
במהירות של 28 מטר לשנייה ובזווית של 30 מעלות.

א. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ב. מהו המרחק האופקי של הכדור, מנקודת

הבעיטה, ברגע הפגיעה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור ברגע הפגיעה?

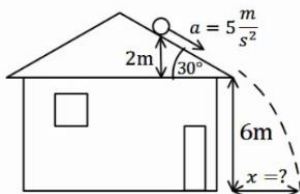


**(10) דן יורה חץ על עץ**

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשניה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ, אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות.

(11) דני מחליק במגלשה

דני מחליק במגלשת מים. סוף המגלשה נמצא בגובה 2 מטרים מעל הבריכה ובזווית של 30 מעלות מתחת לאופק. בהנחה שדני יוצא מהמגלשה במהירות של 10 מטרים לשניה, מהו המרחק האופקי אותו יעבור עד הפגיעה במים? מהי מהירותו בפגיעה במים?

**(12) כדור מתגלגל מגג משופע**

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג, ששיפועו הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשניה בריבוע. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

(13) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשניה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשניה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

א. מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2\text{sec}$.

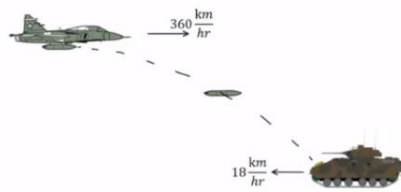
ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

(14) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשניה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשניה. השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה. מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה כזו?

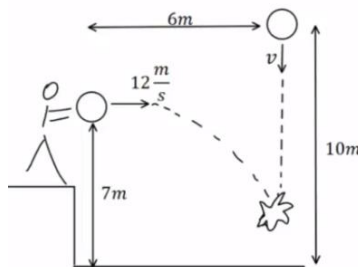
(15) מטוס מטיל פצצה על טנק שנע

מטוס טס בכיוון אופקי במהירות של $360 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ קמ"ש.
טנק אויב הנמצא במרחק אופקי של 3 ק"מ ממנו
נע במהירות $18 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ קמ"ש כלפי המטוס. כעבור 10
שניות הטייס מבחין בטנק ומשחרר פצצה.

א. חשבו את הזמן מהרגע שבו שוחררה
הפצצה ועד לרגע פגיעתה בטנק.

ב. מהו גובה המטוס מעל פני הקרקע?

ג. מהי המהירות הפצצה (גודל וכיוון) ברגע פגיעתה בטנק?

**(16) כדור נזרק אופקית פוגע בכדור שנזרק אנכית**

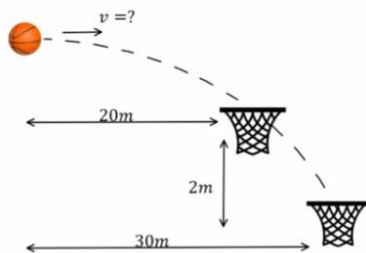
כדור נזרק אנכית כלפי מטה מגובה של 10 מטרים
ובמהירות v לא ידועה. באותו הרגע ובמרחק אופקי
של 6 מטרים נזרק כדור נוסף זריקה אופקית, מגובה 7
מטרים ובמהירות של $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ מטר לשניה.
הכדורים מתנגשים באוויר בגובה לא ידוע.

א. מהו הזמן בו הכדורים מתנגשים?

ב. מהי המהירות בה נזרק הכדור הראשון?

ג. מהו הגובה שבו נפגשים הכדורים?

ד. מהי המהירות הכדור השני ברגע פגיעתו בכדור הראשון (גודל וכיוון)?

(17) כדורסל עובר דרך שני סלים

כדורסל נזרק אופקית במהירות התחלתית לא ידועה
ובגובה לא ידוע. הכדור עובר דרך שני סלים (ניתן
להניח שהסלים ללא רשת והכדור לא פוגע בטבעת כך
שהמעבר דרך הסלים לא משנה את המסלול). הסל
הראשון ממוקם 20 מטר מנקודת הזריקה של הכדור
והסל השני 30 מטר מנקודת הזריקה של הכדור ו- 2
מטר מתחת לסל הראשון.

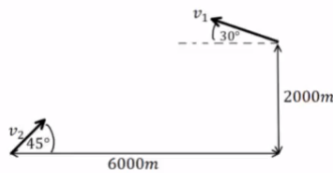
א. מהי המהירות ההתחלתית של הכדור?

ב. מאיזה גובה מעל לסל העליון נזרק הכדור?

ג. כמה זמן חלף מהרגע בו נזרק הכדור ועד לרגע בו הגיע לסל השני?

18) כיפת ברזל מיירת קאסם

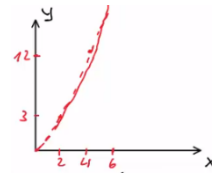
טייל קאסם נורה לעבר עמדה של כיפת ברזל. המכ"ם של הכיפה מזהה את הטייל כשהוא נמצא בגובה 2000 מטר ובמרחק אופקי של 6000 מטר ממיקום של עמדת הכיפה. ברגע הגילוי לטייל זווית של 30 מעלות עם האופק. המחשב של כיפת ברזל מתריע כי לפי חישוב המסלול של הטייל הוא הולך לפגוע ישירות בעמדה. הנח שטייל הקאסם נע ללא מנוע (כלומר, כמו פגז בתנועה בליסטית).



- א. מהי מהירות הטייל ברגע הגילוי?
ברגע הגילוי נורה טייל מיירט לעבר טייל הקאסם.
הטייל המיירט נורה בזווית של 45 מעלות.
- ב. מה צריכה להיות מהירותו ההתחלתית של הטייל המיירט בשביל שיפגע בטייל הקאסם (הנח שתנועת הטייל המיירט היא גם ללא מנוע)?
- ג. מתי מתרחשת הפגיעה?
- ד. באיזה גובה מתרחשת הפגיעה?

תשובות סופיות:

(1) א.



ב. $\vec{r}_0(t=0)=(0,0)$, $\vec{r}_1(t=1)=(2,3)$, $\vec{r}_2(t=2)=(4,12)$, $\vec{r}_3(t=3)=(6,27)$

ג. $\vec{r} = (2t, 3t^2) = 2t\hat{x} + 3t^2\hat{y}$

(2) א. הנוסחה: $\vec{r}(t) = (4+3t, 2t^2)$, מיקום הגוף: $\vec{r}(t=1)=(7,2)$, $\vec{r}(t=2)=(10,8)$

ב. $\Delta\vec{r} = (15, 50)$ ג. $\Delta\vec{r} = (6, 24)$

(3) א. $\vec{r} = (2t-3)\hat{x} + t^2\hat{y}$ ב. $\Delta\vec{r} = (4, 16)$ ג. $\vec{v} = (2, 8)$

(4) מיקום: $\vec{r}(t=4)=(40, 80)$, מהירות: $\vec{v}(t=4)=(10, 40)$

(5) א. $t = \sqrt{8} \approx 2.83\text{sec}$ ב. $x(t = \sqrt{8}) = 15 \cdot \sqrt{8} \approx 42.43\text{m}$

ג. גודל: $|\vec{v}| \approx 32.02 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta \approx 62.06^\circ$

(6) א. $4,908.98\text{m}$ ב. $\theta = 31.38^\circ$

(7) משוואה: $y(x) = \sqrt{10-x^2}$, שרטוט:



(8) א. מיקום: $x(t=2)=69.28\text{m}$, $y(t=2)=20\text{m}$, מהירות: $\vec{v} = (34.64, 0)$

ב. $t = 4\text{sec}$ ג. $x(t=4)=138.56\text{m}$ ד. $\vec{v} = (34.64, -20)$

(9) א. $t \approx 3.84\text{sec}$ ב. $x(t=3.84)=93.12\text{m}$ ג. $\vec{v} = (24.25, -24.4)$

(10) $y(t=0.28) \approx 3.78$

(11) המרחק: $x(t)=2.68\text{m}$, המהירות: $\vec{v} = (8.66, 8.1)$

(12) $x(t=0.82) \approx 4.49\text{m}$

(13) א. מיקום: $x(t=2)=24.28\text{m}$, $y(t=2)=8.28\text{m}$

מהירות: $v_x(t=2)=10.14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_y(t=2)=-5.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x(t=2.83) \approx 32.01\text{m}$

ג. $y(t=1.41) \approx 10\text{m}$ ד. $x_{\text{max}} = 32.01\text{m}$

(14) התאוצה: $a \approx 5.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, כן, יכול להיות שלילי. המשמעות היא תאוצה,

כלומר על השחקן להאט על מנת לתפוס את הכדור בדיוק בגובה הזריקה.

(15) א. $t \approx 18.57 \text{ sec}$ ב. $h \approx 1724 \text{ m}$ ג. -61.7° , $211 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(16) א. $t = 0.5 \text{ sec}$ ב. $v = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. 5.75 m

ד. -22.6° , $13 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(17) א. $v = \sqrt{1250} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $h = 1.6 \text{ m}$ ג. $t_2 \approx 0.849 \text{ sec}$

(18) א. $v_1 \approx 210 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v_2 \approx 353 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t_0 \approx 13.9 \text{ sec}$ ד. 2493 m

פיזיקה 1

פרק 7 - תרגילים לחזרה עד לחלק זה

תוכן העניינים

1. תרגילים 74

תרגילים לחזרה עד לחלק זה:

שאלות:

(1) חללית ללא טייס

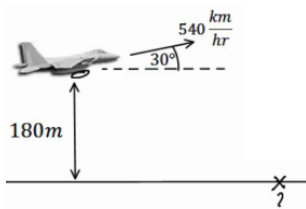
- חללית ללא טייס משוגרת מכדור הארץ בצורה אנכית כלפי מעלה ובתאוצה קבועה. בגובה 1940 מטרים כבה לפתע מנוע החללית. החללית ממשיכה עוד 18 שניות בתנועה כלפי מעלה ולאחר מכן מתחילה ליפול בנפילה חופשית חזרה לקרקע.
- חשב את תאוצת הגוף עד לרגע בו כבה המנוע.
 - מצא את הגובה המקסימלי אליו הגיעה החללית.
 - מהו הזמן מרגע השיגור ועד לרגע בו פוגעת החללית בקרקע?
 - מהי מהירות החללית ברגע פגיעתה בקרקע?
- צופים שנמצאים במרחק 50 מטרים ממקום השיגור מתחילים לברוח מהרגע בו כבה המנוע.
- מהי המהירות הממוצעת בה צריכים הצופים לרוץ כך שיוכלו להיות במרחק של לפחות 120 מטרים ממקום השיגור?

(2) זריקה משופעת קלאסית

- כדור נזרק במהירות התחלתית של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 60 מעלות מעל האופק.
- מתי יהיה הכדור בשיא הגובה? מהו שיא הגובה? מהי תאוצת הכדור ברגע זה?
 - מהו המרחק האופקי שבו יפגע הכדור חזרה בקרקע?
 - מהי מהירות הכדור (גודל וכיוון) ב- $t = 2 \text{ sec}$?

(3) מטוס בשיפוע משחרר פצצה

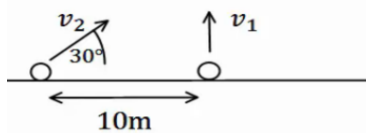
מטוס טס במהירות של 540 ק"מ לשעה בזווית של 30 מעלות מעל האופק. בגובה של 180 מטרים המטוס משחרר פצצה.



- היכן תפגע הפצצה בקרקע?
- מהו גודל מהירות הפגיעה של הפצצה בקרקע?
- מהו כיוון תנועת הפצצה ברגע הפגיעה?

(4) שני כדורים – אולי נפגשים

כדור א' נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
כדור ב' נזרק במרחק 10 מטרים משמאל לנקודת הזריקה של כדור א'.
גודל מהירותו של כדור ב' אינה ידועה, אך כיוונה הוא ימינה בזווית של 30°
מעלות עם הציר האופקי.



א. מצא מהי מהירות הכדורים, אם ידוע ששני הכדורים נחתו 4 שניות לאחר זריקתם

ב. האם הכדורים נפגשו באוויר?

ג. מה צריך להיות התנאי הכללי על מנת שהכדורים יפגשו באוויר?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad a \approx 8.35 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad h_{\max} = 3560 \text{m} \quad \text{ג.} \quad t = 66.24 \text{sec}$$

$$\text{ד.} \quad v(t = 44.68) = -266.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.} \quad \bar{v} \approx 1.57 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(2) \quad \text{א. בזמן: } t = \sqrt{3} \text{ sec, שיא הגובה: } y(t = \sqrt{3}) = 15 \text{m, תאוצה: } a = -10.$$

$$\text{ב.} \quad x(t = 2 \cdot \sqrt{3}) = 20 \cdot \sqrt{3} \text{m} \quad \text{ג. גודל: } |\vec{v}| = 10.35 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \text{ כיוון: } \theta = 15^\circ.$$

$$(3) \quad \text{א.} \quad x(t) = 2,221.36 \text{m} \quad \text{ב.} \quad |\vec{v}| = 161.52 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad \theta = -36.5^\circ$$

$$(4) \quad \text{א.} \quad v_{\text{CadurB}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad v_{\text{CadurA}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב. כן.} \quad \text{ג. התנאי: } v_{2y} = v_{1y}.$$

פיזיקה 1

פרק 8 - דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)

תוכן העניינים

1. הקדמה, חוק ראשון ושלישי 76
2. תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי 85
3. הכוח האלסטי- קפיץ 89

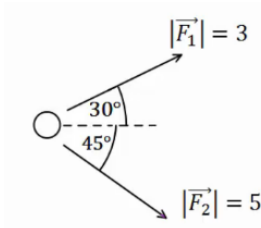
הקדמה, חוק ראשון ושלישי:

שאלות:

דינמיקה והכוחות הבסיסיים:

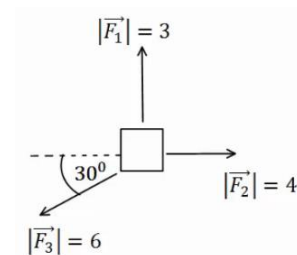
(1) דוגמה 1

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



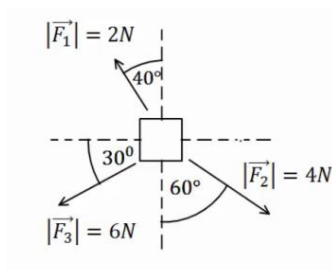
(2) דוגמה 2

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



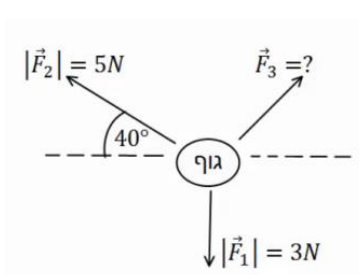
(3) דוגמה 3

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



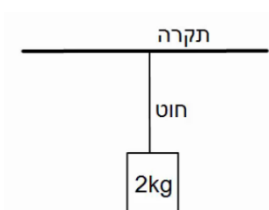
(4) דוגמה 4

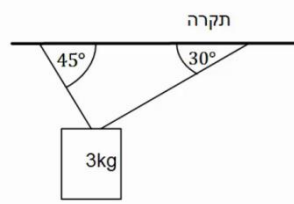
באיור הבא נתונים הכוחות $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ וידוע כי הגוף נע במהירות קבועה בקו ישר. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{F}_3$.



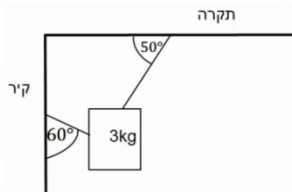
(5) דוגמה 5

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד. מהי המתחיות בחוט אם מסת הגוף היא 2 ק"ג?

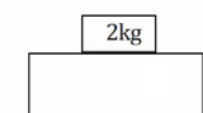


(6) דוגמה 6

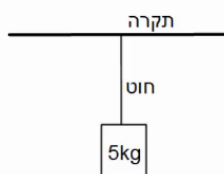
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים, לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

(7) דוגמה 7

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

(8) דוגמה 8

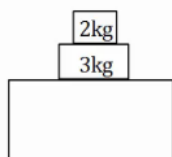
מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על שולחן.
א. שרטט תרשים כוחות על המסה.
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מהשולחן על המסה?
ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל על השולחן מהמסה?

(9) דוגמה 9

מסה של 5 ק"ג תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.
א. מהי המתיחות בחוט?
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעיל החוט על התקרה?
ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה התקרה על החוט?

(10) דוגמה 10

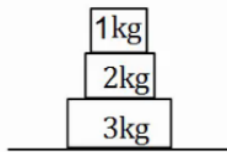
דני ויוסי מושכים בחבל משני צידיו, כל אחד מהם מושך בכוח של 50 ניוטון.
מהי המתיחות בחבל?

(11) דוגמה 11

במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.
א. שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.
ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהשולחן.
ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

12 דוגמה 12

שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בצור.

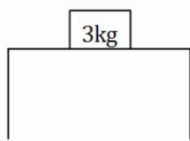


א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

חיכוך:**13 גוף על שולחן**

גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.4$.



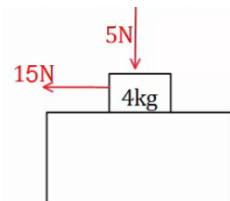
א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

14 כוח מלמעלה

גוף בעל מסה של 4 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. כוח אנכי בגודל של 5 ניוטון לוחץ את הגוף כלפי השולחן. מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.



א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 15 ניוטון פועל על הגוף שמאלה.

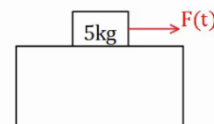
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

15 כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

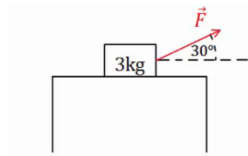
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.



א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

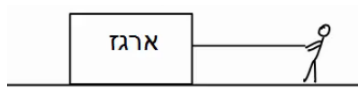
ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

16) כוח בזווית

גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.
כוח קבוע פועל על הגוף בזווית של 30 מעלות עם הכיוון האופקי.
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

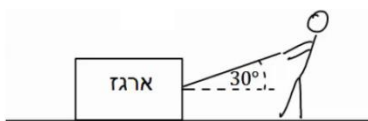
א. מהו הגודל המקסימלי של הכוח בשאלה אותו ניתן להפעיל
כך שהגוף ישאר במנוחה?

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי אם גודל הכוח הוא 5 ניוטון.

17) דני מושך במקביל לקרקע

דני מושך ארגז במקביל לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם
החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה.

18) ירון מושך בזווית

ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית
של 30 מעלות ביחס לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך
הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה.

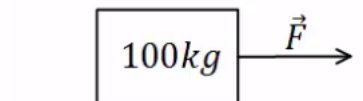
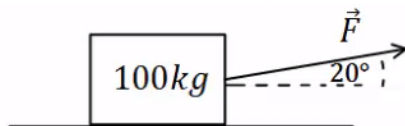
19) כוח בכמה כיוונים

מצא מה גודל הכוח הדרוש להזיז את הארגז במהירות קבועה בכל אחד
מהמקרים הבאים.

מסת הארגז היא 100 ק"ג ומקדם החיכוך של הארגז עם הרצפה הוא: $\mu_k = 0.4$.

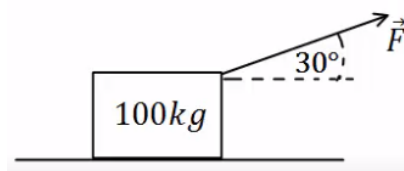
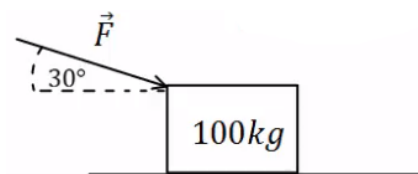
א. כוח מושך אופקי

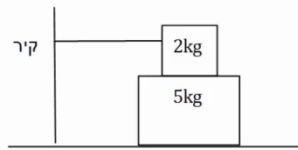
ב. כוח מושך בזווית של 20°



ג. כוח מושך בזווית של 30°

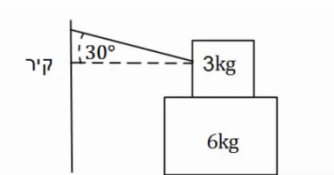
ד. כוח דוחף בזווית של 30° מתחת לאופק



**(20) מסה על מסה קשורה לקיר**

מסה של 2 ק"ג מונחת מעל מסה של 5 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט אופקי לקיר משמאל.
מקדמי החיכוך בין המסות ובין המסה התחתונה
למשטח הם: $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.3$.

- מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?
- מה המתיחות בחוט, אם הכוח הוא אותו כוח שחישבת בסעיף א'?
- מה הכוח אותו יש להפעיל על מנת למשוך את המסה התחתונה במהירות קבועה? הנח שהמסה כבר בתנועה.

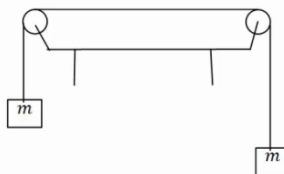
**(21) מסה על מסה קשורה לקיר בזווית**

מסה של 3 ק"ג מונחת מעל מסה של 6 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט המתוח בזווית של 30 מעלות ומחובר לקיר משמאל.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסות ובין המסה התחתונה למשטח הוא: $\mu_s = 0.3$.

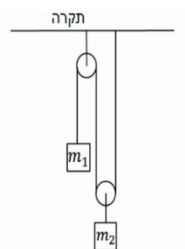
- מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?
- מהי המתיחות בחוט, אם גודל הכוח הינו זהה לערך אותו חישבת בסעיף א'?

(22) שתי משקולות תלויות על שולחן

שתי משקולות זהות בעלות מסה של 4 ק"ג תלויות במנוחה משני צידיו של שולחן. המשקולות מחוברות באמצעות חוט העובר דרך גלגלות אידיאליות, ראה איור.



- מהי המתיחות בחוט?
- מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט המחובר את הגלגלת לשולחן עבור כל גלגלת?
- האם היה שינוי בתשובתך לסעיפים הקודמים במידה והמסות היו נעות במהירות קבועה לאחד הכיוונים?

**(23) יחס מסות**

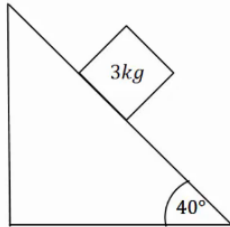
שתי מסות תלויות באמצעות חוטים וגלגלות אידיאלים לפי האיור הבא. המערכת נמצאת במנוחה.

א. מצא את היחס בין המסות: $\left(\frac{m_1}{m_2} = ?\right)$.

- מצא את המתיחות בכל חוט במערכת, אם ידוע ש: $m_2 = 40\text{gr}$.

המישור המשופע:

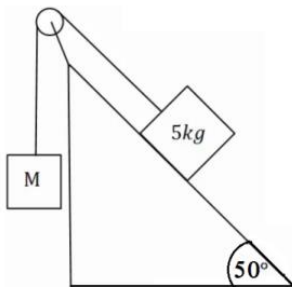
24) מסה בשיפוע



מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

- שרטט תרשים כוחות לבעיה.
- מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

25) מסה בשיפוע ומסה באוויר



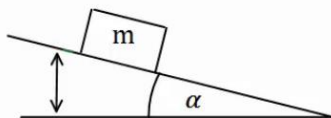
מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

- מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

- מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

26) זווית החלקה



מסה m מונחת על מישור משופע ונמצאת במנוחה. מגדילים את זווית השיפוע של המישור בקצב איטי.

- מצא את הזווית בה תתחיל המסה להחליק

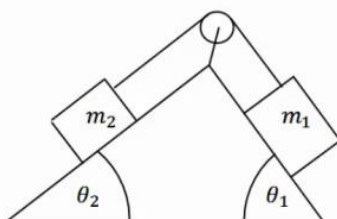
אם מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למישור הוא: $\mu_s = 0.2$.

תרגול בפרמטרים.

- פתור את סעיף א' שוב כאשר מקדם החיכוך נתון כפרמטר μ_s ללא ערך מספרי.

- חשוב על דרך כללית למדידת מקדם החיכוך הסטטי של גוף עם משטח כלשהו.

27) שתי מסות שני שיפועים



במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,

זוויות השיפוע הן θ_1, θ_2 . שתי מסות שונות m_1, m_2

מונחות בשני צידי המדרון. המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי, ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.

אין חיכוך בין המדרון למסות.

נתון: θ_1, θ_2, m_1 וכי המערכת נמצאת במנוחה.

מצא את m_2 .

28) שתי מסות שני שיפועים וחיכוך

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,

זוויות השיפוע הן: θ_1, θ_2 .

שתי מסות שונות m_1, m_2 מונחות בשני צידי המדרון.

המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי,

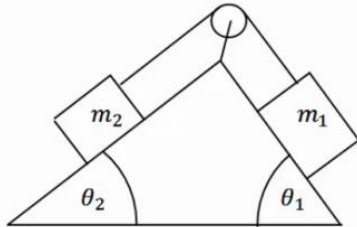
ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.

בין המסות למדרון קיים חיכוך.

המסות נעות במהירות קבועה עם כיוון השעון.

נתון: $\mu_k, \theta_1, \theta_2, m_1$.

מצא את m_2 .



תשובות סופיות:

$$\sum \vec{F} = (6.14, -2.04) \quad (1)$$

$$\sum \vec{F} = (-1.20, 0) \quad (2)$$

$$\sum F_x = -3.03\text{N}, \quad \sum F_y = -3.47\text{N} \quad (3)$$

$$\text{גודל: } |\vec{F}| \approx 3.84\text{N}, \quad \text{כיוון: } \theta_{F3} = -3.14^\circ \quad (4)$$

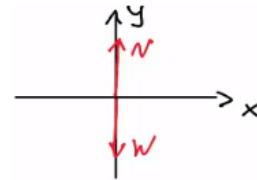
$$T = 20\text{N} \quad (5)$$

$$T_1 = 21.96\text{N}, \quad T_2 \approx 26.90\text{N} \quad (6)$$

$$T_1 \approx 26.30\text{N}, \quad T_2 \approx 19.48\text{N} \quad (7)$$

$$\text{א. גודל: } N = 20, \quad \text{כיוון: כלפי מעלה.} \quad (8)$$

$$\text{ג. גודל: } N = 20, \quad \text{כיוון: כלפי מטה.}$$



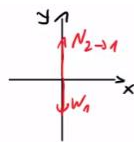
$$\text{א. } T = 50\text{N} \quad \text{ב. גודל: } T = 50\text{N}, \quad \text{כיוון: מטה.} \quad (9)$$

$$\text{ג. גודל: } |\vec{F}| = 50, \quad \text{כיוון: מעלה.}$$

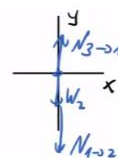
$$T = 50\text{N} \quad (10)$$

$$\text{ג. } N_{32} = 50$$

$$\text{ב. } N_{21} = 20$$



m_1 $\vec{F}$



$$\text{א. } (11)$$

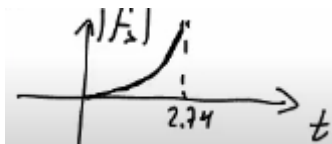
$$\text{ד. } N_{23} = 50\text{N}\hat{y}$$

$$\text{א. גודל: } N_{32} = 30\text{N}, \quad \text{כיוון: כלפי מעלה. ב. גודל: } N_{43} = 60\text{N}, \quad \text{כיוון: כלפי מעלה.} \quad (12)$$

$$\text{א. } f_{s\max} = 12\text{N} \quad \text{ב. } \vec{f}_s = -10\hat{x} \quad (13)$$

$$\text{א. } f_{s\max} = 18\text{N} \quad \text{ב. } \vec{f}_s = -15\hat{x}_N \quad (14)$$

$$\text{א. } f_{s\max} = 15\text{N} \quad \text{ב. } t = 2.74\text{sec} \quad (15)$$



$$\text{א. } F_{\max} = 8.858\text{N} \quad \text{ב. } f_s = 4.330\text{N} \quad (16)$$

$$F_{\text{Dani}} = T = 40\text{N} \quad (17)$$

$$T \approx 41.41\text{N} \quad (18)$$

$$\text{א. } F = 400\text{N} \quad \text{ב. } F \approx 371.57\text{N} \quad \text{ג. } F = 375.23\text{N} \quad \text{ד. } F = 600.58\text{N} \quad (19)$$

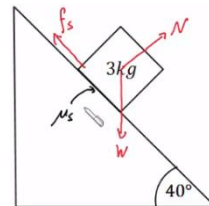
(20) א. $F_{\max} = 27\text{ N}$ ב. $T = 6\text{ N}$ ג. $F = 18\text{ N}$

(21) א. $F_{\max} = 33.34\text{ N}$ ב. $T = 8.86\text{ N}$

(22) א. $T = 40\text{ N}$ ב. $\theta = 45^\circ$, $F = 56.57\text{ N}$ ג. לא.

(23) א. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ ב. $T_2 = 0.4\text{ N}$, $T_1 = 0.2\text{ N}$

(24) א. ב. $f_s = mg \cos 50^\circ \approx 19.28\text{ N}$, $N \approx 22.98\text{ N}$



(25) א. $M = 3.83\text{ kg}$ ב. $M_{\max} = 4.79\text{ kg}$, $M_{\min} = 2.87\text{ kg}$

(26) א. $\alpha = 11.31^\circ$ ב. $\alpha = \arctan(\mu_s)$ ג. ראה סרטון.

(27) $m_2 = m_1 \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$

(28) $m_2 = m_1 \left(\frac{-\mu_k \cos \theta_1 + \sin \theta_1}{\sin \theta_2 + \mu_k \cos \theta_2} \right)$

תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי:

שאלות:

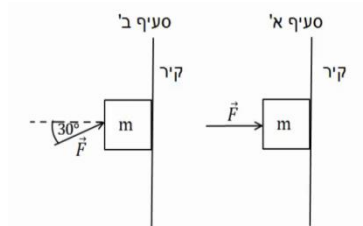
(1) מסה מוצמדת לקיר

ארגז בעל מסה של 2 ק"ג מוצמד לקיר באמצעות כוח אופקי.

מקדם החיכוך הסטטי בין הארגז לקיר הוא: 0.3.

א. מה הגודל המינימלי של הכוח המאפשר לשמור על הארגז במנוחה?

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הכוח פועל בזווית של 30° כלפי מעלה ביחס לאופק.



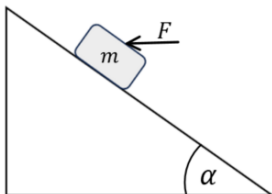
(2) כוח אופקי מני ומקס על מסה בשיפוע

מסה: $m = 2\text{ kg}$ מונחת על מדרון משופע בעל זווית: $\alpha = 37^\circ$.

מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למדרון הוא: $\mu_s = 0.15$.

כוח אופקי F פועל על המסה ומחזיק אותה במנוחה.

מהו F המינימלי והמקסימאלי כך שהמסה תשאר במנוחה?



(3) קופסה עם כוח לא ידוע

קופסה בעלת מסה של 5 ק"ג מונחת על משטח אופקי.

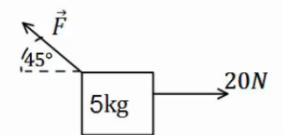
כוח של 20 ניוטון מושך את הקופסה ימינה במקביל

לציר ה- x . בין המשטח לקופסה קיים חיכוך, מקדם

החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

כוח נוסף מופעל על הקופסה אחורנית בזווית של 45° .

מצא את גודלו של הכוח אם ידוע שהמסה נעה ימינה במהירות קבועה.



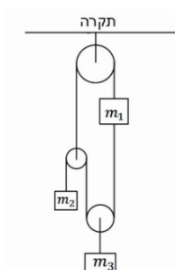
(4) מערכת גלגלות

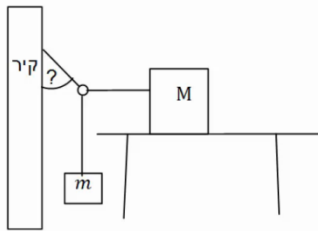
במערכת הבאה כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.

המסות m_1, m_2 נתונות.

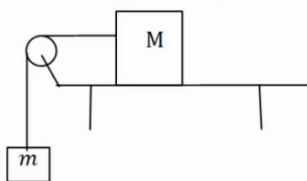
מצא את m_3 ואת המתחויות בכל חוט, אם ידוע כי כל

המערכת נמצאת במנוחה.

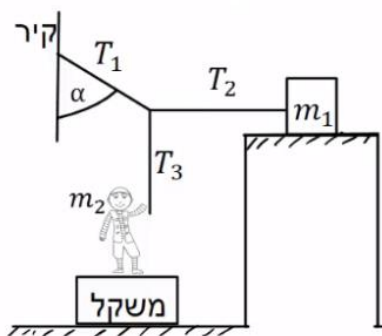


**(5) מסה על שולחן, מסה תלויה, טבעת וקיר**

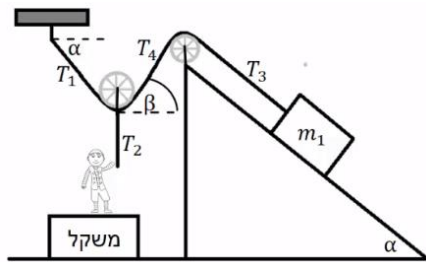
קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
 הקופסה קשורה בחוט אידיאלי לטבעת חסרת מסה.
 מסה m תלויה גם כן באמצעות חוט אידיאלי מהטבעת
 ונמצאת באוויר. חוט נוסף מחבר את הטבעת לקיר.
 ידוע כי מקדם החיכוך הסטטי בין המסה M לשולחן
 הוא: μ_s , וכי כוח החיכוך הפועל על המסה במצב הנ"ל מקסימלי.
 מצא את המתיחות בכל חוט ואת הזווית בה מחובר החוט לקיר,
 אם: M, m, μ_s נתונים.

**(6) מקדם חיכוך מינימלי וכוחות על השולחן**

קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
 הקופסה קשורה בחוט אידיאלי ודרך גלגלת
 אידיאלית לקופסה נוספת בעלת מסה m התלויה באוויר.
 בין השולחן לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הסטטי אינו ידוע.
 א. מצא מהו ערכו המינימלי האפשרי של מקדם החיכוך הסטטי,
 אם ידוע שהמערכת נמצאת במנוחה. הנח שהמסות נתונות.
 ב. מהו הכוח שמפעיל המוט המחזיק את הגלגלת על הגלגלת?
 ג. מהו הכוח הכולל הפועל על השולחן מהמערכת (מסות והמוט שמחזיק
 את הגלגלת)?
 ד. מהו הכוח הנורמלי ומהו כוח החיכוך הפועלים על השולחן מהרצפה?
 (התייחס למסת השולחן כנתונה).

(7) נער מושך בחוטים

מסה m_1 מונחת על משטח אופקי לא חלק.
 נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_3 , כך
 שהמסה m_1 על סף תנועה. הנער עומד על משקל.
 נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 30^\circ$, $m_2 = 50\text{kg}$.
 החוט T_2 אופקי ו- T_3 אנכי.
 הוראת המשקל היא: 450N .
 א. חשב את המתיחות בחוטים: T_1 , T_2 ו- T_3 .
 ב. חשב את ערכה של מסה m_1 .

(8) נער מושך בחוטים שוב

מסה m_1 מונחת על משטח משופע לא חלק.

נער שמסתו m_2 מושך את קצה החוט T_2 .

החוט T_2 מחובר למרכז הגלגלת חסרת חיכוך ומסה. הנער עומד על משקל.

נתון: $\mu_s = 0.2$, $\alpha = 40^\circ$, $m_1 = 80\text{kg}$, $m_2 = 60\text{kg}$.

החוט T_2 מאונך ו- T_3 מקביל למדרון.

הוראת המשקל היא: 120N .

א. חשב את הזווית β (הזווית בין החוט לאופק).

ב. חשב את המתוחות בחוטים: T_1, T_2, T_4 .

ג. מצא את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך בין m_1 למדרון.

(9) נער מושך בעגלה הקשורה למשקולת

בתרשים שלפניך מוצגת מערכת.

אדם מושך עגלה שמסתה $m_1 = 15\text{kg}$ באמצעות חוט.

החוט בזווית $\alpha = 30^\circ$ עם הציר האופקי, ראה תרשים. החיכוך בין העגלה למשטח ניתן להזנחה.

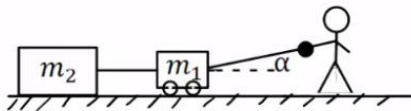
לעגלה מחוברת משקולת $m_2 = 25\text{kg}$.

מקדם החיכוך בין המשקולת למשטח שווה $\mu_k = 0.2$.

מערכת הגופים נעים במהירות קבועה.

א. מהי המתוחות בחוט בין העגלה למשקולת?

ב. מהו הכוח שהאדם מושך את מסה m_1 ?

**(10) אדם הולך על קרש על מישור משופע ****

קרש שמסתו M מונח על מישור משופע חלק הנטוי בזווית θ .

אדם שמסתו: $m = 0.4M$ הולך על גבי הקרש.

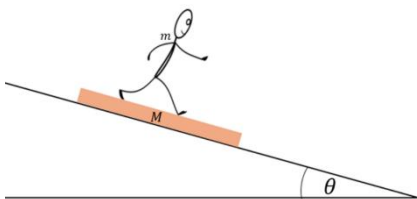
בין האדם לקרש קיים חיכוך. הניחו שהכוח שמפעיל האדם על הקרש קבוע ושהמישור מקובע.

א. באיזה כיוון צריך האדם ללכת כך שהקרש יישאר במנוחה?

ב. מה צריכה להיות תאוצת האדם בסעיף א?

ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר את המצב בסעיף א? (בהליכה החיכוך עם המשטח הוא סטטי למרות שיש תנועה)

ד. האדם משנה את הליכתו כך שעכשיו הוא נשאר במקום ביחס לקרקע והקרש נע ביחס לקרקע. מה כיוון הליכתו של האדם ומהי תאוצת המשטח במקרה זה?



תשובות סופיות:

$$(1) \quad F_{\min} = 66.67 \text{ N} \quad \text{א.} \quad F \geq 26.32 \text{ N} \quad \text{ב.}$$

$$(2) \quad F_{\min} = 10.8 \text{ N}, F_{\max} = 20.4 \text{ N}$$

$$(3) \quad F \approx 17.68 \text{ N}$$

$$(4) \quad T_1 = (m_1 + m_2)g, T_2 = m_2g, T_3 = 2m_2g, T_4 = 2(m_1 + m_2), m_3 = 2m_2$$

$$(5) \quad \cot \alpha = \frac{m}{\mu_s M}$$

$$(6) \quad \mu_{s_{\min}} = \frac{m}{M} \quad \text{א.} \quad F = \sqrt{2}mg \quad \text{ב.} \quad \sum F_y = (-M + m)g \quad \text{ג.}$$

$$\text{ד.} \quad N = -\sum F_y = (M + m)g + \tilde{M}g$$

$$(7) \quad m_1 = 14.5 \text{ kg} \quad \text{ב.} \quad T_1 = 57.7 \text{ N}, T_2 = 28.9 \text{ N}, T_3 = 50 \text{ N} \quad \text{א.}$$

$$(8) \quad \beta = 40^\circ \quad \text{א.} \quad T_2 = 480 \text{ N}, T_1 = T_4 \approx 373 \text{ N} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג.} \quad f_s = 141 \text{ N}, \text{ כיוון: במעלה המדרון.}$$

$$(9) \quad T_2 = 50 \text{ N} \quad \text{א.} \quad T_1 = 57.7 \text{ N} \quad \text{ב.}$$

$$(10) \quad \text{א. במורד המישור.} \quad \text{ב.} \quad \frac{7}{2}g \sin \theta \quad \text{ג.} \quad \mu_{s_{\min}} = \frac{\tan \theta}{0.4}$$

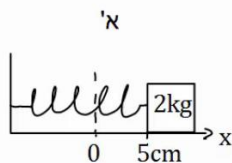
$$\text{ד. במעלה המישור.} \quad a = 1.4g \sin \theta$$

הכוח האלסטי - קפיץ:

שאלות:

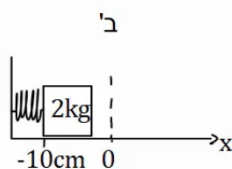
(1) דוגמה 1

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?



ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם החיכוך

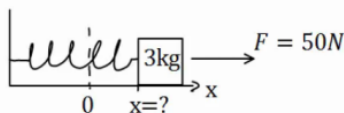
הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שישאר במנוחה?

(2) דוגמה 2

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



בין הגוף למשטח אין חיכוך.

על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

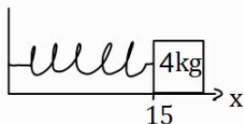
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.

היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל?

(הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס).

(3) דוגמה 3

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ בעל



קבוע קפיץ: $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

בין הגוף למשטח אין חיכוך.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

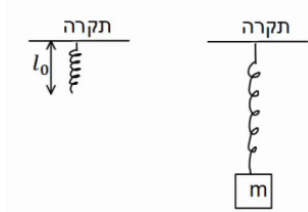
ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון

שמאלה.

(4) שיטה למדידת קבוע קפיץ

מסה m תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ שאורכו הרפוי הוא l_0 .



משחררים את המסה לאט לאט עד אשר היא מגיעה לנקודה בה היא תלויה לבד במנוחה.

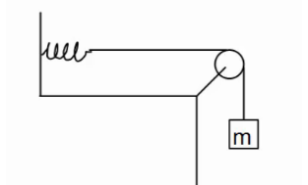
א. מה מיוחד בנקודה זו?

ב. מודדים את מרחק המסה מהתקרה בנקודה זו.

מצא באמצעות מרחק זה והפרמטרים בשאלה את קבוע הקפיץ.

(5) מסה קשורה לחוט שמחובר לקפיץ אופקי

מסה $m = 5gr$ תלויה באמצעות חוט, העובר דרך גלגלת



אידיאלית ומחובר בצידו השני לקפיץ.

הקפיץ מחובר לקיר בצורה אופקית.

קבוע הקפיץ הוא: $k = 10 \frac{N}{m}$.

א. משחררים את המסה בנקודה בה היא נשארת במנוחה.

מצא את התארכות הקפיץ.

ב. מושכים את המסה 5 ס"מ נוספים ומשחררים.

מהי תאוצת המסה ברגע השחרור?

(6) קפיץ בשיפוע

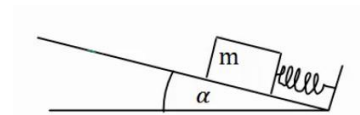
מסה m נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית α .

מצד המסה מחובר קפיץ בעל קבוע קפיץ k .

אין חיכוך בין המסה למשטח.

בכמה מכוון הקפיץ ממצבו הרפוי?

התייחס לפרמטרים בשאלה כנתונים.

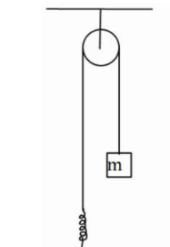
**(7) מסה מחוברת לקפיץ דרך גלגלת בתקרה**

מסה m מחוברת לקפיץ אידיאלי (חסר מסה) דרך גלגלת

אידיאלית המחוברת לתקרה.

הקפיץ מחובר לקרקע וקבוע הקפיץ הוא k .

מצא את התארכות הקפיץ אם נתון שהמסה בשיווי משקל.

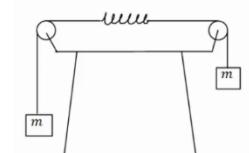
**(8) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע**

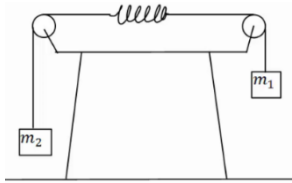
במערכת הבאה שתי מסות m תלויות משני

צידי של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.

באמצע החוט ישנו קפיץ בעל קבוע קפיץ k .

מצא את התארכות הקפיץ.



**9) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע בתאוצה**

במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3\text{kg}$, $m_2 = 1\text{kg}$,
תלויות משני צידי השולחן באמצעות חוטים
וגלגלות אידיאליות.

באמצע החוט ישנו קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מצא את תאוצת המערכת.

ב. מצא את התארכות הקפיץ.

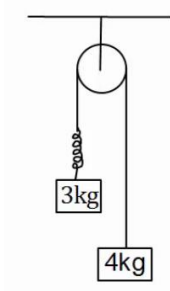
10) מסה תלויה ומתיחה

מסה תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות קפיץ אידיאלי.

נתון: $m = 2\text{kg}$, $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי תאוצת המסה אם מושכים את המסה 5 ס"מ כלפי מטה?

ב. מהי תאוצת המסה אם מרימים את המסה 2 ס"מ כלפי מעלה?

**11) מסות תלויות מהתקרה עם קפיץ בתאוצה**

במערכת הבאה שתי מסות תלויות מהתקרה באמצעות
גלגלת אידיאלית.

בין המסות יש קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מהי תאוצת המסות?

ב. מהי ההתארכות של הקפיץ?

12) קפיץ במכונית נוסעת

מסה $m = 5\text{kg}$ נמצאת על רצפת מכונית.

המסה מחוברת באמצעות קפיץ חסר מסה לצד המכונית,
ויכולה לנוע על הרצפה ללא חיכוך.

קבוע הקפיץ הוא: $k = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הנח שאורך הקפיץ קבוע.

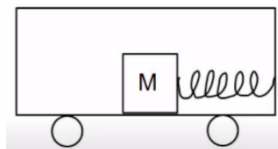
א. מהי התארכות הקפיץ אם המכונית נוסעת במהירות קבועה?

ב. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 2 מטר

לשנייה בריבוע ימינה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

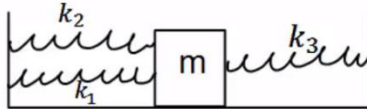
ג. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 3 מטר

לשנייה בריבוע שמאלה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.



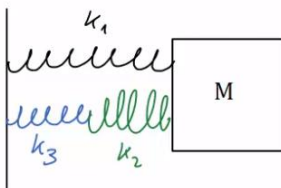
(13) מסה עם שלושה קפיצים

שלושה קפיצים מחוברים למסה $m = 2\text{kg}$, כפי שנראה באיור.
 אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי: $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.
 מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

(14) שלושה קפיצים שוב

באיור הבא המסה $m = 4\text{kg}$ מחוברת לשלושה קפיצים
 בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים
 כאשר המסה נמצאת ב- $x = 0$.

מהי תאוצת המסה כאשר מיקומה הוא: $x = 0.2\text{m}$

אם קבועי הקפיצים הם: $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. גודל: } -1.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \text{ הכיוון חיובי. ב. גודל: } a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \text{ הכיוון חיובי.}$$

$$\text{ג. } x = 8 \text{ cm}$$

$$(2) \quad x = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$(3) \quad \text{א. } F = -2.5 \text{ N} \quad \text{ב. } F = 2 \text{ N} \quad \text{ג. סעיף א': } a = -3.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \text{ סעיף ב': } a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}.$$

$$(4) \quad \text{א. נקודת שיווי משקל. ב. } k = \frac{mg}{d - l_0}$$

$$(5) \quad \text{א. } \Delta x = 5 \text{ cm} \quad \text{ב. } a = -10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(6) \quad |\Delta x| = \frac{mg \sin \alpha}{k}$$

$$(7) \quad \Delta x = \frac{mg}{k}$$

$$(8) \quad |\Delta x| = \frac{mg}{k}$$

$$(9) \quad \text{א. } a = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב. } \Delta x = \frac{3}{4} \text{ m}$$

$$(10) \quad \text{א. } a = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב. } a = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(11) \quad \text{א. } a = \frac{10}{7} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב. } \Delta x \approx 0.69 \text{ m}$$

$$(12) \quad \text{א. } \Delta x = 0 \quad \text{ב. } |\Delta x| = \frac{1}{3} \text{ m, מתארך. ג. } |\Delta x| = \frac{1}{2} \text{ m, מתכווץ.}$$

$$(13) \quad a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(14) \quad a \approx 0.326 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

פיזיקה 1

פרק 9 - עבודה ואנרגיה

תוכן העניינים

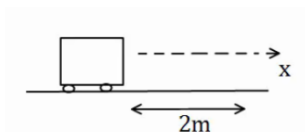
94	1. העבודה שמבצע כוח.....
96	2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה.....
97	3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית.....
98	4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה.....
101	5. עבודת החיכוך וחום.....
103	6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ.....
(ללא ספר)	7. סיכום הפרק.....
(ללא ספר)	8. חוק שימור האנרגיה- הרחבה.....
104	9. תרגילים.....
109	10. הספק.....

העבודה שמבצע כוח:

שאלות:

(1) דוגמה 1

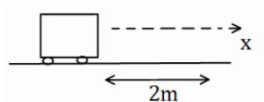
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה- x .
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



- בכיוון ציר ה- x .
- בכיוון 30° עם ציר ה- x .
- בכיוון 30° מתחת לציר ה- x .

(2) דוגמה 2

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה- x .
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



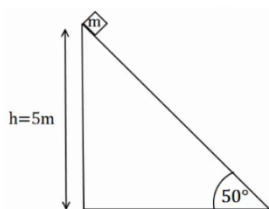
- בכיוון ציר ה- y .
- בכיוון 30° מעל ציר ה- x השלילי.
- בכיוון 30° מתחת לציר ה- x השלילי.

(3) דוגמה 3

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3kg .
א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: m, h .

(4) דוגמה 4

גוף שמסתו $m = 2\text{kg}$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא 50° .
א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

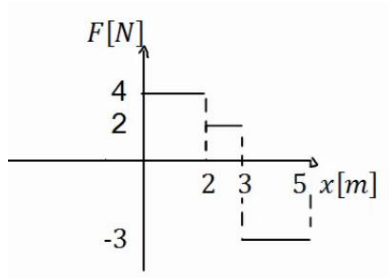


(5) דוגמה 5

גוף נע מהנקודה (1,2) לנקודה (3,5).
 חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F} = (2,1)$

ב. $\vec{F} = (-3,2)$

**(6) כוח כתלות במיקום**

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.

א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים

האחרונים של התנועה?

תשובות סופיות:

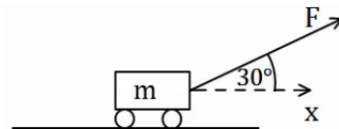
- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------------|-----|
| א. $W = 10$ | ב. $W = 5 \cdot \sqrt{3}$ | ג. $W = 5 \cdot \sqrt{3}$ | (1) |
| א. $W = 0$ | ב. $W \approx -8.66$ | ג. $W \approx -8.66 \text{ J}$ | (2) |
| א. $W_g = 240 \text{ J}$ | ב. $W_g = mgh$ | | (3) |
| א. $W_N = 0$ | ב. $W_g = 100 \text{ J}$ | ג. $W_{fk} = -16.79 \text{ J}$ | (4) |
| א. $W = 7 \text{ J}$ | ב. $W = 0$ | | (5) |
| א. $W = 4 \text{ J}$ | ב. $W = -6 \text{ J}$ | | (6) |

אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

שאלות:

(1) כוח מושך קרונית בזווית

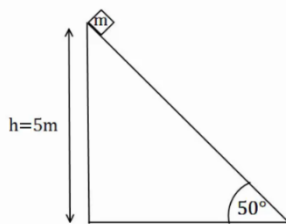
כוח $F = 50\text{N}$ מושך קרונית בזווית של 30° מעל ציר ה- x .
מסת הקרונית היא 3 ק"ג .



- שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.
- מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- x .
- מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים , אם התחילה לנוע ממנוחה?

(2) המשך לדוגמה 4

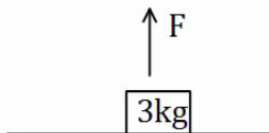
גוף שמסתו $m = 2\text{kg}$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור. זווית השיפוע של המישור היא 50° . מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.



- מצא את עבודת הכוחות.
- מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

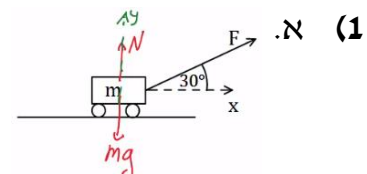
(3) כוח מושך גוף ישר למעלה

כוח $F = 50\text{N}$ מושך גוף כלפי מעלה. מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3 ק"ג .



תשובות סופיות:

א. $W_N = 0 = W_g, W_F \approx 216.51\text{J}$ ב. $v_F \approx 12.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$



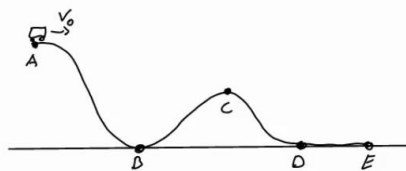
א. $W_N = 0, W_g = 100\text{J}, W_{fk} = -16.79$ ב. $v_F \approx 9.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(3) $v_p \approx 10.33 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

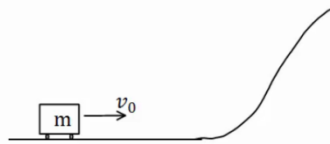
שאלות:

1) רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים. מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה. מצא את מהירותה בנקודות B, D, E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

2) עגלה עולה על גבעה



עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה. אין חיכוך בין העגלה לאדמה.

- א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה? לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.
- ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

תשובות סופיות:

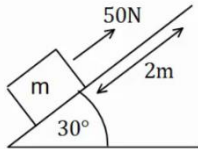
$$v_B \approx 20.62 \frac{\text{m}}{\text{sec}} = v_E = v_D, v_C \approx 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$v_F = \pm v_0 \quad \text{ב.} \quad h_{\max} = 20\text{m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

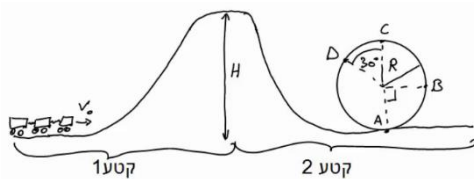
שאלות:

(1) כוח מעלה במדרון משופע



כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של 30° .
מסת הגוף היא $m = 4\text{kg}$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה.
חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

(2) עוד רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור.
לרכבת מהירות התחלתית נמוכה v_0 .

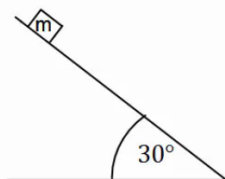
בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H .
בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.

בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ".
התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

(3) מסה מחליקה במדרון

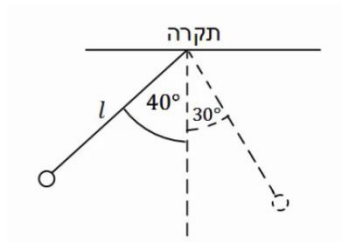


מסה $m = 4\text{kg}$ מונחת במנוחה בגובה $h = 5\text{m}$ על מדרון משופע.
שיפוע המדרון הוא 30° .

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F = 60\text{N}$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

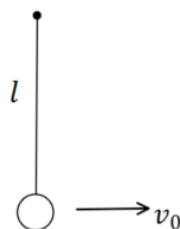
(4) מטוטלת

מטוטלת בעלת אורך חוט $l = 50\text{cm}$ תלויה מהתקרה. מרימים את המטוטלת לזווית של 40° ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

- מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?
- מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?
- מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של 30° ?
- מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

(5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל

נקודת תלייה



כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l = 30\text{cm}$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי

$$v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?
- מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה

המקסימלי שהחוט מאפשר לו (למעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

תשובות סופיות:

$$V_F \approx 5.48 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$W_F = mgH \quad (2)$$

$$v_F = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$W_T = 0 \quad (4)$$

$$\theta_{\max} = 40^\circ \quad \text{ד.}$$

$$20\text{cm} \quad \text{א. i.} \quad (5)$$

$$v_f = \sqrt{44} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$v_C = \sqrt{2g(H-2R)}, v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)} \quad \text{ב.}$$

$$v_F \approx 19.11 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$v_F \approx 8.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_F \approx 1.03 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$v_F \approx 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = \sqrt{44} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$\theta_{\max} \approx 71^\circ \quad \text{ii.}$$

עבודת החיכוך וחום:

רקע:

חום (Q) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{fk}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

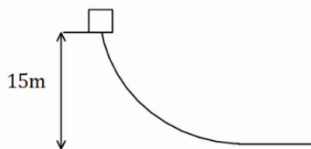
שאלות:

1) חישוב עבודה

גוף שמסתו 5kg מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3 \frac{m}{sec}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת 15m נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16 \frac{m}{sec}$. מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

2) גוף נופל ממסלול עקום

גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר. בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.



תשובות סופיות:

(1) -132.5J

(2) $Q = 275\text{J}$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

שאלות:

(1) מסה וקפיץ במישור אופקי

מסה $m = 50\text{gr}$ נעה במהירות $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ על משטח אופקי חלק.



המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס"מ?

ב. מהו הכיוון המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א' ו-ב' אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא 0.5m.

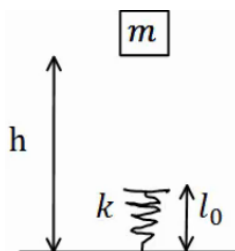
(2) מסה נופלת על קפיץ אנכי

מסה $m = 5\text{gr}$ משוחררת ממנוחה מגובה $h = 1\text{m}$ מעל הרצפה.

קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0 = 10\text{cm}$, וקבוע הקפיץ

הוא $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיוון המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

תשובות סופיות:

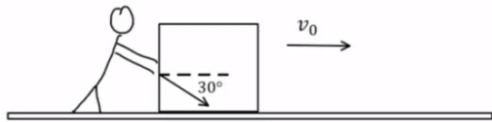
$$(1) \quad \text{א. } v_F \approx 4.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } \Delta x \approx 35.4\text{cm} \quad \text{ג. } \Delta x \approx 33\text{cm}, v \approx 4.72 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(2) \quad \text{א. } v_F = 4.24 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } \Delta x_{\max} = 3\text{cm} \quad \text{ג. } h_F = h_i$$

תרגילים:

שאלות:

(1) אדם דוחף ארגז בזווית



אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

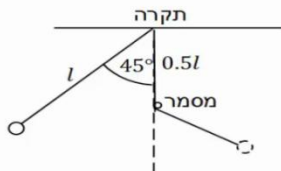
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

(2) מטוטלת עם מסמר



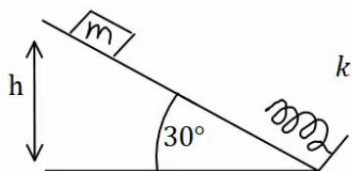
מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80\text{cm}$.

המטוטלת מוסטת לזווית של 45° ומשוחררת ממנוחה.

בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.

מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

(3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ



מסה $m = 20\text{gr}$ מחליקה מגובה $h = 1\text{m}$, וממנוחה,

על מדרון משופע בזווית של 30° .

בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי

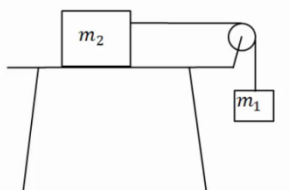
בעל קבוע קפיץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך

הקינטי $\mu_k = 0.1$.

הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

(4) מסה על שולחן ומסה תלויה

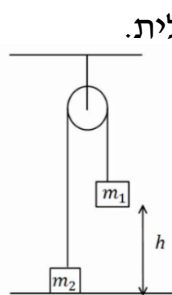
מסה $m_2 = 4\text{kg}$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2\text{kg}$ התלויה באוויר. גובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא $h = 2\text{m}$. המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

א. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 אם השולחן חלק.

ב. מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה m_1 .

ג. חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

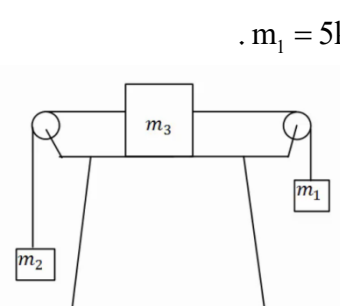
ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחוסם במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

(5) שתי מסות תלויות מהתקרה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.

נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h .

מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 , אם המערכת מתחילה ממנוחה.

(6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $m_3 = 3\text{kg}$.

כל הגלגלות והחוטאים אידיאליים.

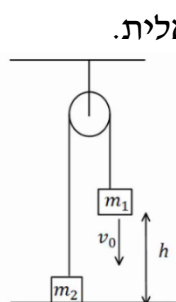
המערכת מתחילה ממנוחה.

א. מצא את המהירות כתלות בהעתק של m_1 .

הנח שהשולחן חלק.

ב. חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן

ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

(7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.

נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h .

נותנים ל- m_1 מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה v_0 .

א. מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע m_1 .

(הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).

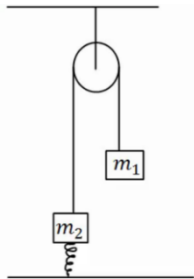
ב. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2 .

(8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.

המסה m_2 מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.



נתון: $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

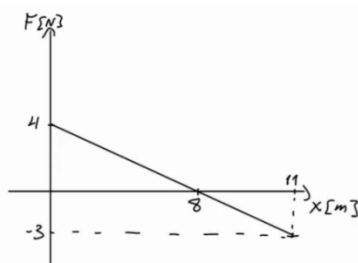
ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

(9) גרף של כוח

נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2\text{kg}$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.



א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18\text{m}$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6\text{m}$.

(10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה 3m .

בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן

מ-80 ס"מ?

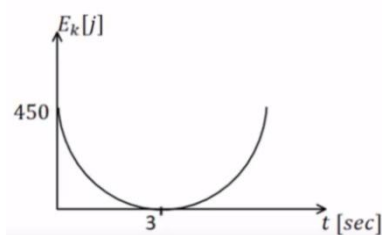
(11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית

כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר

בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה

הקינטית כפונקציה של הזמן.



א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.

ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

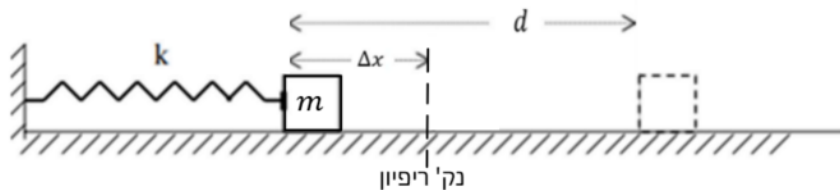
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

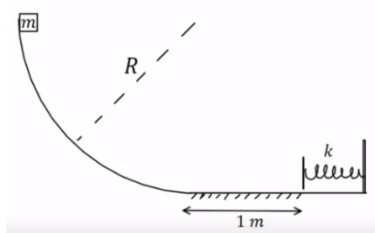
ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך

גוף שמסתו $m = 0.3\text{kg}$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x = 0.2\text{m}$ כמוראה בציר. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d = 0.6\text{m}$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k = 14 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



- מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?
- מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

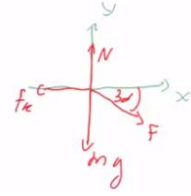
13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ


גוף בעל מסה $m = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R = 2\text{m}$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר. מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3. בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר. החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

- מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?
- מהו קבוע הקפיץ?
- מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

תשובות סופיות:

א. (1) $W_F \approx 690\text{J}, W_{F_k} = -200\text{J}$ ב.



ג. $\sum F \approx 250\text{N}, W_{\sum F} \approx 490\text{J}$ ד. $v_F = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה. $a \approx 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, v_F = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. (2) $\theta_{\max} = 65.53^\circ$

א. הכיוון: $x = 6.18\text{cm}$, הגובה: $h_F = 1\text{m}$ ב. (3)

ב. הכיוון: $\Delta x = 5.6\text{cm}$, הגובה: $h_F = 0.999\text{m}$

א. (4) $v_{m_1} \approx 3.65 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $Q = 16\text{J}$

א. (5) $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

א. (6) $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

א. (7) $h_{\min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

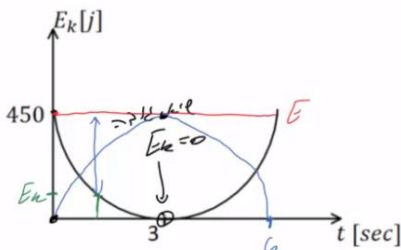
א. (8) $x_0 = 2\text{m}$ ב. $v \approx 2.58 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\Delta x_{\max} = 4\text{m}$

א. (9) $v(x=18) = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v(x=6) = 4.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. (10) $h_1 = 2.76\text{m}$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

א. (11) $v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, t = 3\text{sec}$ ב. $h = 45\text{m}$ ג.

א. (12) $W_g = -450\text{J}$ ב. $W_g = -300\text{J}$



א. (12) 0.156 ב. $1.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. (13) $v_B = \sqrt{34} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $k = 6800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ג. $h_D = 1.4\text{m}$

הספק:

שאלות:

(1) דוגמה 1

- מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות. מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.
- א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?
- ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

(2) דוגמה 2

- אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש. כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון. מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

(3) הספק ממוצע לשנות מהירות

- איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את מהירותה מ- $9 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ל- $27 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בתוך 4 sec?
- מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

(4) רכבת צעצוע חשמלית

- רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.
- א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?
- ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?
- ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.
- ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.
- ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות ההספק המנועים (בהנחה שהם שווים), על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



(5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו 4kg , הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום

כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t) = 2 + 3t + t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t = 2\text{sec}$?

תשובות סופיות:

$$\Delta E_k \approx 385,800\text{J} = W_{\sum \vec{F}} \quad \text{א. (1)}$$

$$p = 51.7\text{HP} \quad \text{ב.}$$

$$p = 11.18\text{HP} \quad \text{(2)}$$

$$F = 2500\text{N}, \bar{p} \approx 16.76\text{HP} \quad \text{(3)}$$

$$\Delta t = 3.5\text{sec} \quad \text{א. (4)} \quad E_{k_1} = 100\text{J} = E_{k_2} \quad \text{ב.} \quad W_{1 \rightarrow 2} = 600\text{J} \quad \text{ג.}$$

$$W_{3 \rightarrow 2} = 1200\text{J} \quad \text{ד.} \quad p = 97.7\text{W} \quad \text{ה.}$$

$$W = 144\text{J} \quad \text{א. (5)} \quad p(t=2) = 56\text{W} \quad \text{ב.}$$