

פיזיקה 1 ב



תוכן העניינים

1	מבוא מתמטי
19	וקטורים
40	קינמטיקה
63	תנועה יחסית - טרנספורמציות גלילאו
70	דינמיקה
90	תנועה מעגלית
107	כוח גרר וכוח ציפה - כוח תלוי מהירות
112	עבודה ואנרגיה חלק א - הסברים ברמת תיכון-מכינה
129	עבודה ואנרגיה חלק ב - שימוש בכוח לא קבוע ואינטגרלים לחישוב עבודה
133	מתקף ותנע
153	מרכז מסה
162	כבידה (גרביטציה)
177	גוף קשיח - מומנט התמד
185	גוף קשיח - מומנט כוח (סטטיקה של גוף קשיח)
195	גוף קשיח - דינמיקה
209	תרגילים ברמת מבחן

פיזיקה 1 ב

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

1. מעברי יחידות 1
2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם 3
3. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים 7
4. צפיפות 10
5. אלמנט מסה אינפיטיסימלי 11
6. נספח-נגזרת סתומה ואלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות 12
7. נגזרות ואינטגרלים בסיסיים 13

מעברי יחידות:

שאלות:

(1) דוגמה 1

נתון: $A = 2\text{km}$, $B = 10\text{gr}$.

מצא את $C = A \cdot B$ ביחידות של m.k.s.

(2) דוגמה 2

נתון: $A = 2\text{m}^2$, $B = 3\text{gr}$, $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D = 2 \cdot A$

ב. $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

(3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א. $A = 1\text{m}^2$

ב. $B = 1\text{m}^3$

(4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של c.m^3 :

א. 5.2m^3

ב. 320mm^3

ג. 0.0054km^3

(5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א. 5m^3

ב. 5mm^3

תשובות סופיות:

(1) $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) 4m^2

(3) 10^4cm^2

(4) $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5) $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב. $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב. 10^6cm^3

ב. 0.32cm^3 ג. $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

ב. $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

רקע

במשולש ישר זווית:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$ $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית והפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

פתרונות עבור:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

שאלות:

1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

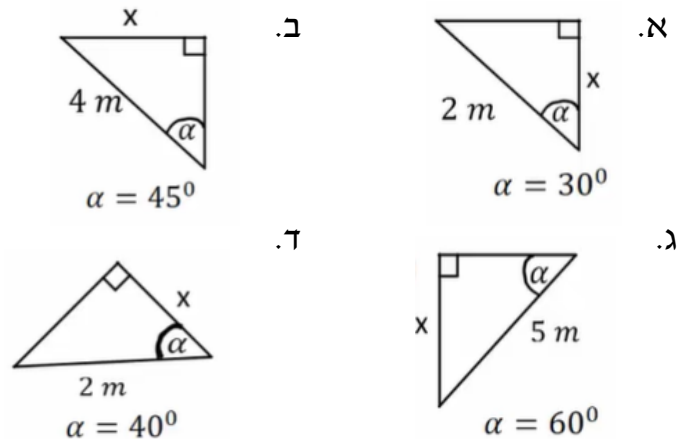


2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



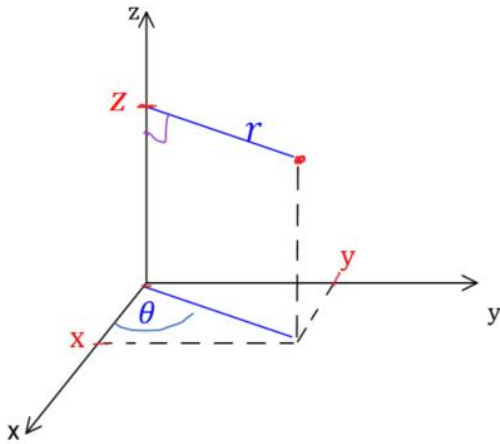
תשובות סופיות:

- 1) א. $\alpha = 22^\circ$ ב. $\alpha = 53^\circ$ ג. $\alpha = 69^\circ$
- 2) א. $\alpha = 45^\circ$ ב. $\alpha = 60^\circ$ ג. $\alpha = 68.2^\circ$ ד. $\alpha = 55^\circ$
- 3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

רקע:

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

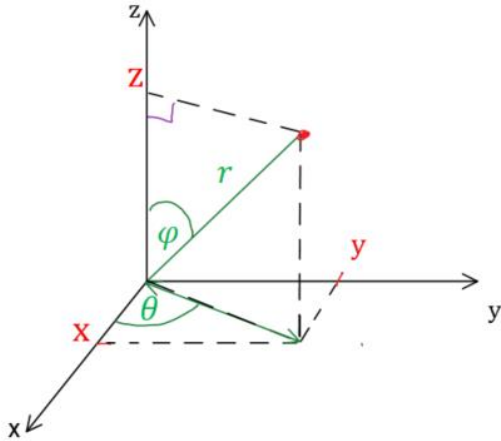
$$dl = r d\theta / dr / dz$$

דיסקה מעטפת גלילית

$$dS = r d\theta dr / r d\theta dz / dr dz$$

גליל מלא

$$dV = r d\theta dr dz$$



קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\theta d\varphi$$

שאלות:

- (1) **שטח מעגל**
חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.
- (2) **חישוב נפח גליל**
חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

$$S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (2)$$

צפיפות:

שאלות:

(1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

צפיפות אינפיטיסימלית:

שאלות:

(1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך L וצפיפות מסה $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$ כאשר x הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים: L, λ_0 הם קבועים.

תשובות סופיות:

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

חשבון דיפרנציאלי:

שאלות:

(1) נגזרת סתומה**

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

מצא את: $\frac{dy}{dx}$.

(2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות**

נתונות קואורדינטות חדשות: $r' = \frac{1}{r^2}$, $\theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר r ו- θ הם הקואורדינטות הפולריות.

מצא את גודלו של אלמנט אורך dl כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

תשובות סופיות:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4}r^{-3} dr^2 + \frac{1}{r'} 4d\theta^2 \quad (2)$$

נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

רקע

נגזרות:

הנגזרת נותנת את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה כלשהיא.

אם y היא פונקציה של x אז הסימון של הנגזרת של y לפי x הוא $\frac{dy}{dx}$ או y' .

נגזרת של פולינום:

$$y(x) = x^n \quad \rightarrow \quad y'(x) = nx^{n-1}$$

כפל בקבוע אפשר להוציא מהנגזרת:

$$(Ay(x))' = Ay'(x)$$

נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \quad \rightarrow \quad y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

כלל שרשרת:

אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

נגזרות של פונקציות נוספות:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2} ; \quad \frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x ; \quad \frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x ; \quad \frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

אינטגרל:

פעולה הפוכה לנגזרת.

אינטגרל של פולינום

$$\int Ax^n dx = A \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

אינטגרל לא מסוים, מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים, מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל.

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

מה עושה האינטגרל?

האינטגרל מבצע סכימה על ערכי הפונקציה.

האינטגרל נותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

שאלות:

1 דוגמה 1

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = 5x^4, \frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = ax^5, \frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5x + 2x^{18}, \frac{dy}{dx} = ?$

ד. $f(x) = 8x^2 + 2, \frac{df}{dx} = ?$

ה. $y = 6t^2, \frac{dy}{dt} = ?$

ו. $x = 5t^3, \frac{dx}{dt} = ?$

ז. $x = 5t^4 + t^3 + 4, \frac{dx}{dt} = ?$

ח. $f(t) = At^6 + Bt + C, \frac{df}{dt} = ?$

2 דוגמה 2

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18}), \frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = Ax^5(B + Cx^3), \frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5), \frac{dy}{dx} = ?$

ד. $y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3), \frac{dy}{dt} = ?$

ה. $x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2), \frac{dx}{dt} = ?$

3) דוגמה 3-נגזרת פנימית

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = (x+2)^4$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = 5(8x^2 + x)^5$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ד. $f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2$, $\frac{df}{dt} = ?$

4) דוגמה 4-כלל שרשרת

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = (x+2)^4$, $x = 2t$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ב. $y = 5(8x^2 + x)^5$, $x = 5t^4 + 4$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ג. $y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}$, $x = 3t^2 + t$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ד. $y = x^2$, $x = t^2$, $\frac{dy}{dt} = ?$

5) דוגמה 5-נגזרות של פונקציות נוספות

מצאו את הנגזרות של הפונקציות הבאות:

א. $y = \sin(ax)$ כאשר a קבוע.

ב. $y = e^{-x^2}$

6) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים

חשב את האינטגרלים הבאים:

א. $\int x^7 dx$

ב. $\int x dx$

ג. $\int dx$

ד. $\int 3 dx$

ה. $\int 7x^4 dx$

ו. $\int (5x^2 + 3) dx$

$$\int (8x^7 + 5x) dx \quad \text{ז.}$$

$$\int Ax^7 dx \quad \text{ח.}$$

$$\int (Ax^7 + Bx) dx \quad \text{ט.}$$

(7) דוגמה 2-אינטגרל מסוים

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^2 x^5 dx \quad \text{א.}$$

$$\int_1^5 4 dx \quad \text{ב.}$$

$$\int_{-1}^3 7x^4 dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^4 (2x^2 + 4) dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx) dx \quad \text{ה.}$$

(8) דוגמה 3-אינטגרל של פונקציות נוספות

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^\pi \sin x dx \quad \text{א.}$$

$$\int_0^\pi \cos(2x) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int e^{3x} dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^5 2e^{-3x} dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_3^5 \frac{1}{x} dx \quad \text{ה.}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx \quad \text{ו.}$$

$$\int e^{ax} dx \quad \text{ז.}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $20x^3$ ב. $5a \cdot x^4$ ג. $5 + 36x^{17}$ ד. $16x$ ה. $12 \cdot t$
- א. $15t^2$ ב. $20t^3 + 3t^2$ ג. $6At^5 + B$ ד. $20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17})$ ה. $5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7$
- (2) א. $5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4)$ ב. $(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2)$ ג. $(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t)$
- (3) א. $4(x + 2)^3 \cdot 1$ ב. $25(8x^2 + x)^4(16x + 1)$ ג. $5 + 560t^3(5t^4 + 4)^{13}$ ד. $16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2)$
- (4) א. $8(2t + 2)^3$ ב. $500t^3(8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1)$ ג. $(5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0)) \cdot (3 + 2t + 1)$ ד. $4t^3$
- (5) א. $\cos(ax) \cdot a$ ב. $e^{-x^2} \cdot (-2x)$
- (6) א. $\frac{x^8}{8} + C$ ב. $\frac{x^2}{2} + C$ ג. $x + C$ ד. $3x$ ה. $\frac{7x^5}{5} + C$
- א. $\frac{x^8}{8} + B \frac{x^2}{2} + C$ ב. $x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C$ ג. $A \cdot \frac{x^8}{8} + C$ ד. $31.875A + 1.5B$
- (7) א. 10.67 ב. 16 ג. 341.6 ד. 58.67 ה. $\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
- (8) א. 2 ב. 0 ג. $\frac{e^{3x}}{3} + C$ ד. $\frac{2}{3}$ ה. $\frac{e^{ax}}{a}$ ו. $-\frac{1}{x} + C$

פיזיקה 1 ב

פרק 2 - וקטורים

תוכן העניינים

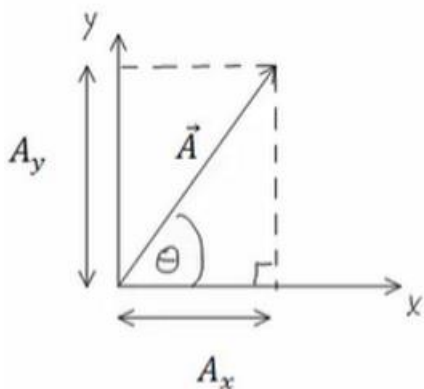
19	1. הגדרות ופעולות בסיסיות
23	2. מכפלה סקלרית
29	3. וקטור יחידה
31	4. -----
33	5. וקטור בשלושה מימדים
36	6. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים

הגדרות ופעולות בסיסיות:

רקע:

הצגת וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת הצגה פולרית.
 הצגת וקטור באמצעות רכיבי ה- x וה- y נקראת הצגה קרטזית.

פירוק וקטור לרכיבים:



היטל על ציר ה- x או רכיב ה- x של A :

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

היטל על ציר ה- y או רכיב ה- y של A :

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$\text{המעבר ההפוך: } |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \quad \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר:

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = \alpha (A_x, A_y) = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

שאלות:

(1) חיבור וחיסור בקרטזי

נתונים שלושה וקטורים: $\vec{A}(1,3)$, $\vec{B}(4,2)$, $\vec{C}(3,5)$.

א. חשבו את: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

ב. חשבו את: $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$.

ג. חשבו את: $2\vec{A} + 3\vec{B} - 4\vec{C}$.

(2) חיבור וקטורים בפולרי

נתונים שני וקטורים בהצגה הפולרית:

הוקטור \vec{A} שגודלו 10 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 30° .

הוקטור \vec{B} שגודלו 8 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 60° .

מצאו את $\vec{A} + \vec{B}$.

(3) עוד חיבור בפולרי

נתונים שני וקטורים:

הוקטור \vec{A} שגודלו 10 וכיוונו 30° ,

הוקטור \vec{B} שגודלו לא ידוע וכיוונו 350° .

מהו גודלו של הוקטור \vec{B} אם נתון שסכום הוקטורים ייתן וקטור ללא

רכיב בציר ה- y ?

(4) משושה של וקטורים

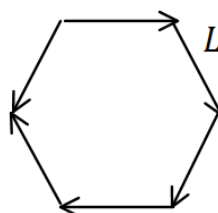
שישה וקטורים בגודל L כל אחד יוצרים משושה שווה צלעות.

מצאו את הוקטור השקול (גודל וכיוון) בכל אחד מהמקרים הבאים:

א.



ב.



(5) וקטור בין שתי נקודות

הוקטור \vec{A} הוא וקטור מהנקודה (x_1, y_1, z_1) אל הנקודה (x_2, y_2, z_2) .
 רשום ביטוי לרכיבים של הוקטור ומצא את גודלו.

(6) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים \vec{A} ו- \vec{B} .

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130^\circ$.

גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60^\circ$.

שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{A} + \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(7) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים \vec{A} ו- \vec{B} .

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_A = 130^\circ$.

גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_B = 60^\circ$.

שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{A} - \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(8) מציאת אורך של שקול

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.

הזווית ביניהם היא 30 מעלות.

מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

(9) מציאת זווית בין שני וקטורים

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר.

אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.

מצא את הזווית בין הוקטורים.

תשובות סופיות:

$$(8,10) \text{ א. } (1) \quad (-6,-4) \text{ ב. } (2) \quad (2,-8) \text{ ג. } (3)$$

$$(12.7,11.9) \quad (2)$$

$$28.8 \quad (3)$$

$$L \cdot 4 \cos(30) \quad (4)$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad (5)$$

$$C=10.1, \theta_c=108.1^\circ \quad (6)$$

$$C=7.62, \theta_c=159.5^\circ \quad (7)$$

$$|\vec{a}|=14.6\text{c.m} \quad (8)$$

$$\theta = 60^\circ \quad (9)$$

מכפלה סקלרית:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תכונות המכפלה:

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת (זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים)

- מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו נותנת את גודל הוקטור בריבוע $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$

- פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים:

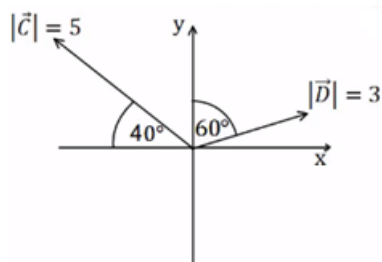
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A} = (-1, 2)$, $\vec{B} = (2, 2)$

ב.



2 דוגמה 2 (2)

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים :

א. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (-2, 5)$

ב. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (8, -2)$

ג. $\vec{A} = (-1, -2)$, $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90° .

3 דוגמה 3 (3)

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

4 דוגמה 4 (4)

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של $\vec{A} \cdot \vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B} \cdot \vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית. (הדרכה : רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

5 דוגמה 5 (5)

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (2, 1)$, $\vec{B} = (-3, 2)$, $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את :

א. $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

6 דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

חשב את :

$$\text{א. } \frac{(\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{B}}{|\vec{B}|^2}$$

$$\text{ב. } \frac{(\vec{B} \cdot \vec{C})\vec{C}}{|\vec{C}|^2}$$

7 דוגמה 7

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

מצא את הזווית בין \vec{A} ל- \vec{B} לבין \vec{B} ל- \vec{C} .

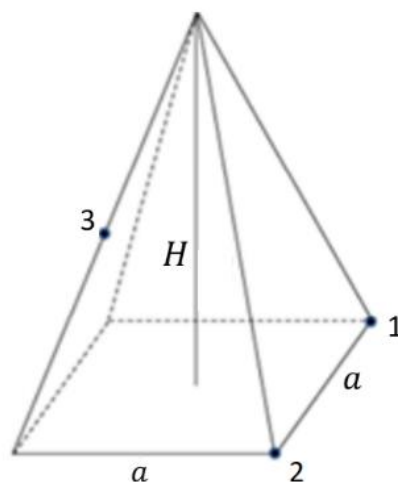
8 פירמידה משוכללת*

באיור מתוארת פירמידה משוכללת שבסיסה ריבוע בעל אורך צלע a וגובהה $H = 2a$. נקודה 3 באיור נמצאת באמצע הצלע שבין הפינה לקודקוד. נגדיר שני ווקטורים :

הווקטור \vec{A} יוצא מנקודה 1 לנקודה 2.

הווקטור \vec{B} יוצא מנקודה 1 לנקודה 3.

מהי הזווית בין שני הווקטורים?



(9) הוכיחו את הזהויות

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} \quad \text{הוכיחו כי:}$$

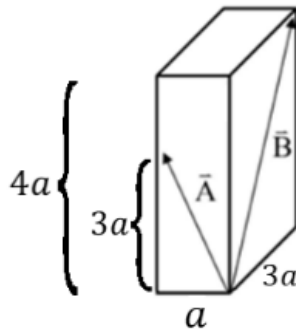
(10) היטלים של וקטורים בתוך תיבה

נתונה תיבה בעלת אורך צלעות: a , $3a$ ו- $4a$. נגדיר שני וקטורים: \vec{A} ו- \vec{B} כמתואר באיור.

א. מהו היחס בין ההיטל של \vec{A} על הכיוון של \vec{B} (נסמנו - A_B) להיטל של \vec{B}

על הכיוון של \vec{A} (נסמנו - B_A), $\frac{A_B}{B_A}$?

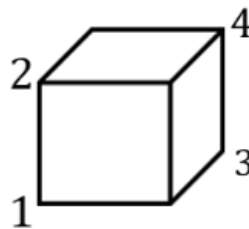
ב. חשבו את הזווית בין \vec{A} ל- \vec{B} .



(11) היטל של אלכסון על אלכסון בקובייה

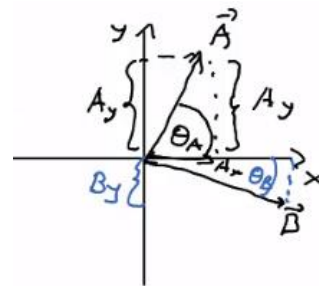
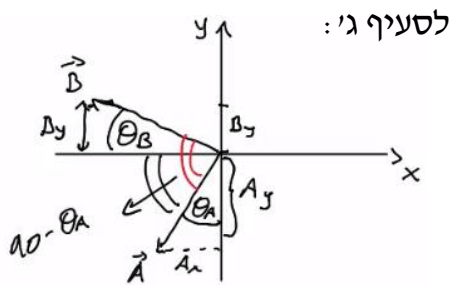
נתונה קובייה בעלת אורך צלע a , ראו איור.

מהו ההיטל של הווקטור המצביע מפינה 1 לפינה 4 על הציר המוגדר על ידי הכיוון מפינה 3 לפינה 2.



תשובות סופיות:

1. א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$ ב. $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$
2. א. \vec{A} לא מאונך ל- \vec{B} . ב. הוקטורים מאונכים. ג. הוקטורים מאונכים.



הזוויות: $\theta_A = 26.57^\circ$, $\theta_B = 26.57^\circ$.

הזוויות: $\theta_A = 75.96^\circ$, $\theta_B = 14.04^\circ$.

3. א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$ ב. $|\vec{B}| = \sqrt{20}$, $\theta_B = -63.43^\circ$, $|\vec{A}| = \sqrt{10}$, $\theta_A = 161.57^\circ$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

א. שאלת הוכחה.

ב. שאלת הוכחה.

4. א. $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$ ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$ ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$

ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$

5. א. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$ ב. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = 36$ ג. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = 36$ ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = 36$

ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$ ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

6. א. $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left(\frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$ ב. $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$

7. $\alpha_{BC}^{\vec{A}} = 150.26^\circ$, $\alpha_{AB}^{\vec{A}} = 153.43^\circ$

8. 59°

9. הוכחה בסרטון

10. א. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ב. 40.6°

11. $-\frac{a}{\sqrt{3}}$

וקטור יחידה:

רקע:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

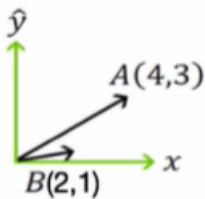
שאלות:

(1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A} = (-2, -3)$

ב. $\vec{B} = (3, 4)$



(2) הטלת וקטור יחידה על וקטור יחידה

נתון הוקטור \vec{A} שבשרטוט.

א. מהו היטל הוקטור על ציר ה- x (וקטור יחידה)?

ב. מהו היטל הוקטור על ציר ה- y (וקטור יחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הוקטור על הוקטור $\vec{B}(2,1)$.

ד. הסבר במילים את משמעות ההטלה של וקטור על וקטור.

(3) וקטור בזמן

נתון הוקטור $\vec{A}(t)$ במישור דו מימדי כך ש- $|\vec{A}(t)| = A_0 \sin(t)$

ו- $\theta(t) = t$ כאשר $t \in [0, \pi]$ ו- A_0 קבוע.

א. מצא את הרכיבים הקרטזיים של $\vec{A}(t)$ כתלות בזמן.

ב. מצא את $\frac{d\vec{A}}{dt}$.

ג. מצא את $\frac{d|\vec{A}|}{dt}$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \hat{A} = (-0.55, -0.83) \text{ א.} \quad \hat{B} = (0.6, 0.8) \text{ ב.}$$

$$(2) \quad \dot{A}_{\hat{x}} = (4, 0) \text{ א.} \quad \dot{A}_{\hat{y}} = (0, 3) \text{ ב.} \quad \text{ג. ראה סרטון}$$

$$(3) \quad A_x(t) = \frac{1}{2} A_0 \sin 2t, \quad A_y(t) = A_0 \sin^2 t \text{ א.} \quad A_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ ב.}$$

$$\text{ג.} \quad -\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y}$$

מכפלה וקטורית בדרך מימד:

רקע:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

הערות:

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

α - זווית הקטנה בין \vec{A} ל- \vec{B} .

שאלות:

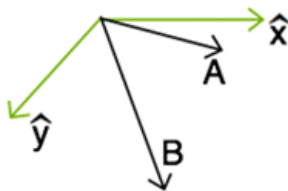
1) דוגמה-מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A} = (-4, 1)$, $\vec{B} = (2, -3)$.

א. חשב את $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות. מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את $|\vec{A} \times \vec{B}|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשרטוט.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית 20° - \vec{A} .

גודל 15, זווית 60° - \vec{B} .

א. חשב $A \cdot B$ (מכפלה סקלרית).

ב. חשב $A \times B$ (מכפלה וקטורית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילית שיוצרים הווקטורים.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \quad \text{וכן} \quad |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

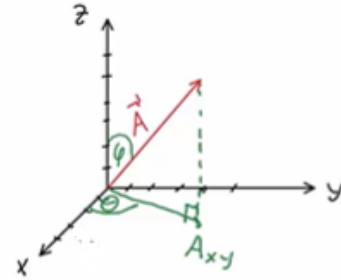
$$(2) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \quad \text{א.} \quad \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \quad \text{ב.} \quad \text{ג.} \quad |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$\text{ב.} \quad |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ$$

$$\text{ג.} \quad \text{ראה סרטון.}$$

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור: $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

פירוק לרכיבים:

$$A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

שאלות:

1 חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}(2,3,4)$.

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור \vec{A} ?

2 חישוב גודל זווית בקרטזי

נתונים שני וקטורים: $\vec{A}(1,5,10)$, $\vec{B}(3,4,5)$.

א. מהו גודלו של כל וקטור?

ב. מהי הזווית בין שני הוקטורים?

3 מציאת שקול זווית עם הצירים

שני כוחות נתונים פועלים על גוף: $\vec{A}(1,4,5)$, $\vec{B}(3,6,7)$.

א. מהו הכוח השקול?

ב. מהו גודלו של הכוח השקול?

ג. מהי הזווית בין הכוח השקול ובין כל אחד מהצירים?

4 וקטור בזווית 30 עם ציר Y - ספיר אפיק מעבר

אילו מהווקטורים הבאים נמצא בזווית של 30° מציר y?

$$\vec{A} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \vec{B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 1 \right) \quad \vec{C} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

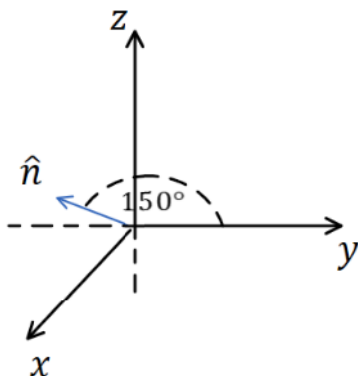
5 היטל של A על 150 מעלות מציר y

נתון הוקטור: $\vec{A} = \hat{x} + \sqrt{3}\hat{y} + 6\hat{z}$.מהו ההיטל של הוקטור \vec{A} על ציר \hat{n}

הנמצא במישור y-z וכיוונו החיובי

מסובב בזווית של 150° מציר y נגד

כיוון השעון?



(6) שהסכום מאונך להפרש הוכח- אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

(7) מציאת וקטור מאונך נתונים 2 וקטורים: $\vec{A}(1,4,8)$, $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$. מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } |A| = \sqrt{29} \quad \text{ב. } \hat{A} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right)$$

$$(2) \quad \text{א. } |\vec{A}| = \sqrt{126}, |\vec{B}| = \sqrt{50} \quad \text{ב. } \alpha = 23^\circ$$

$$(3) \quad \text{א. } \vec{C} = (4, 10, 12) \quad \text{ב. } |C| = \sqrt{260} \quad \text{ג. } \alpha = 75.63, \beta = 51.67, \gamma = 41.90$$

(4) הוקטור C.

(5) 1.5

(6) שאלת הוכחה.

$$(7) \quad \vec{B} = \left(-4, \sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right)$$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

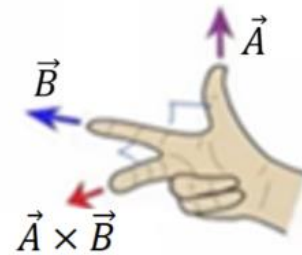
דרך 1 – דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin \alpha$$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג

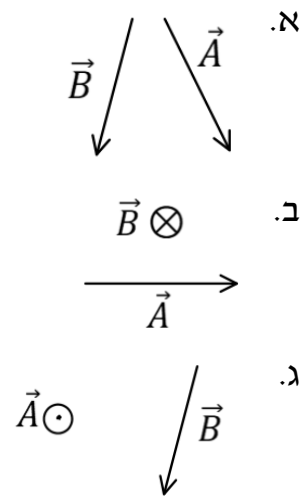


מסובבים את האצבעות מ- \vec{A} ל- \vec{B} והתוצאה בכיוון האגודל.

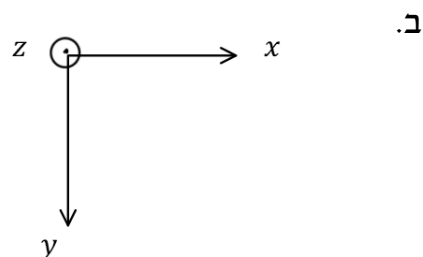
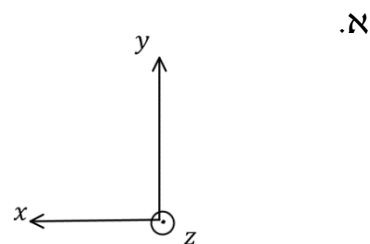
שאלות:

- (1) דוגמה - דטרמיננטה
 נתונים הוקטורים הבאים :
 $\vec{A}(-1,2,-2)$, $\vec{B}(2,0,1)$
 חשבו את $\vec{A} \times \vec{B}$.

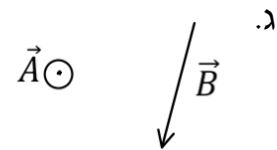
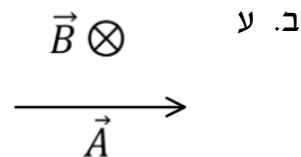
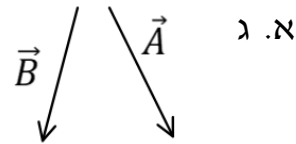
- (2) דוגמה - כלל יד ימין
 מצאו את $\vec{A} \times \vec{B}$ במקרים הבאים :



- (3) דוגמה - מערכות צירים
 בדקו האם המערכות הבאות הן ימניות או שמאליות :



(4) דוגמה - כלל הבורג

 מצאו את $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות כלל הבורג:

(5) מקבילון

 נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$, $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$

 מרכיבים מהוקטורים \vec{a} ו- \vec{b} מקבילית ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.

ג. מצאו את שטח המקבילית.

 ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור \vec{c} למקבילית.

חשבו את גובה המקבילון המאונך למקבילית.

 רמז: השתמש ב- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

תשובות סופיות:

$$2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z} \quad (1)$$

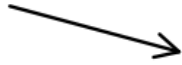
$$\text{א. לתוך הדף} \quad (2)$$

$$\text{א. שמאלית} \quad (3)$$

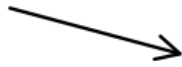
$$\text{א. לתוך הדף} \quad (4)$$

$$\text{א. } \vec{r}_1 = (3, -1, 0) \quad (5)$$

$$\tilde{h} = 0.13 \text{c.m.} \quad \text{ד.}$$

ג.  .ג.

ב. למעלה

ג.  .ג.

ב. שמאלית

ב. למעלה

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59} \text{c.m}^2 \quad \text{ג.}$$

$$\text{ב. } |\vec{r}_1| = \sqrt{10}, |\vec{r}_2| = \sqrt{30}$$

פיזיקה 1 ב

פרק 3 - קינמטיקה

תוכן העניינים

40	1. תנועה בקו ישר (מימד אחד)
51	2. תנועה במישור וזריקה משופעת (בליסטיקה)
55	3. משוואת מסלול
56	4. תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות
59	5. תרגילים נוספים

תנועה בקו ישר (מימד אחד):

רקע:

הגדרות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \text{ - מהירות רגעית}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \text{ - מהירות ממוצעת}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \text{ - תאוצה רגעית}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \text{ - תאוצה ממוצעת}$$

קשרים הפוכים:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות)

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

שטח מתחת לגרף הפונקציה:

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות (כתלות בזמן) שווה להעתק (כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי, אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך)

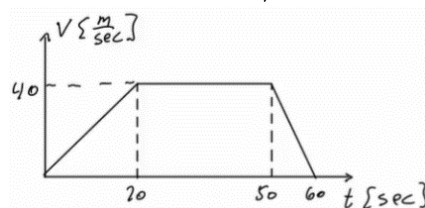
- השטח מתחת לגרף של התאוצה (כתלות בזמן) הוא שינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי)

שאלות:

- (1) **דני ודנה רצים זה לקראת זה**
 דני ודנה רצים זה לקראת זה.
 שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
 דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
 המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.
 א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?
 ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

- (2) **דני שכח את הפלאפון**
 דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
 ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
 באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
 יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.
 א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.
 ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?
 ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.
 ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

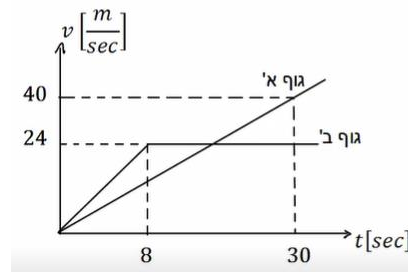
- (3) **גרף של מהירות אופנוע בזמן**
 בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
 קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



- א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.
 ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.
 ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים: $t = 15, 40, 55$?
 ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

4) גרף מהירויות של שני גופים

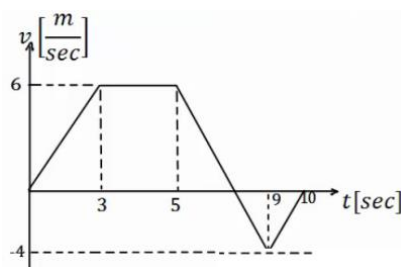
בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים כתלות בזמן. הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.



- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגופים ברגעים: $t = 3s$, $24s$ וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגופים שוות?
- מתי מיקום שני הגופים זהה?

5) תרגיל עם הכל

- הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.
- תאר את התנועה של הגוף במילים.
 - שרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
 - מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית? מהו מרחק זה?
 - מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?
 - מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?
 - מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
 - מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t = 6 \text{ sec}$?
 - מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
 - שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



6 תפוח עץ

- תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.
 (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האוויר).
 א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.
 ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.
 הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

7 חסידה מביאה חבילה

- חסידה מרחפת במנוחה באוויר ומפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.
 א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.
 ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

8 דני זורק כדור מחלון גבוה

- דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון בביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשנייה.
 סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.
 א. רשום נוסחאות מקום זמן ומהירות זמן עבור הכדור.
 ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.
 ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.
 ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?
 ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

9 גוף נזרק אנכית מגג בניין

- גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
 מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.
 בחר ציר y שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.
 א. רשום את פונקציית המקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.
 ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$.
 ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

(10) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה

- כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.
 מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה.
 באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.
 מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.
- רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל גוף.
 - האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
 - היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?
 - רשום נוסחת מהירות-זמן לכל גוף.
 - מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?
 - מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?
 - שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום זמן לכל גוף.

(11) מהירות כנגזרת של פולינום

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$
 כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן.
 - מתי הגוף נעצר?

(12) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת

- מיקומו של גוף הנע בקו ישר נתון לפי: $x(t) = 32te^{-t}$.
- מצא את הזמן בו הגוף נעצר.
 - מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

(13) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת ותאוצה

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$
 כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.
 - מהו המרחק המקסימאלי אליו הגיע הגוף?
 - מהי תאוצת הגוף?

(14) תאוצה מפוצלת

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה ונע בקו ישר.

$$a(t) = \begin{cases} t \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 0 \leq t \leq 3 [\text{sec}] \\ 5 - t \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 3 < t [\text{sec}] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלויה בזמן ונתונה לפי:

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עוצר.

- מהי מהירות הגוף בזמן?
- מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?
- מתי עוצר הגוף?
- איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

(15) מהירות מינימלית

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = at^3 - \beta t^2 + \gamma t$.
 כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

- מהן היחידות של α , β , γ ?
- מהו מיקום הגוף ב- $t = 0$?
- מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.
- מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.
- חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים β ו- γ ומוצאו מה התנאי שצריכים למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

(16) ילד זורק כדור בקפיצה*

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לו שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

- האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא v_1 ומהירות הזריקה של הכדור v_2 ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.
- בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

(17) זמן מינימלי לסיים מסלול*

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של 0.5g. מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת? (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

(18) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה*

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'. בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה. בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה. בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה ביישוב ב'. זמן הנסיעה הכולל הוא T. כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

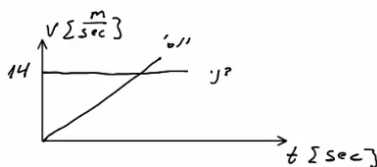
(19) אדם משחרר כדור מתוך מעלית*

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן T_1 , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית. הכדור מגיע לקרקע כעבור T_2 שניות. מצאו את גובה המעלית h בזמן T_1 . נתונים T_1 ו- T_2 .

תשובות סופיות:

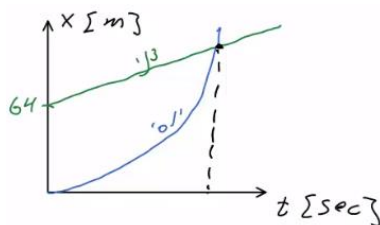
1. א. הזמן: $t = 8.16 \text{ sec}$, המיקום: 16.65 m .

ב. $V_{\text{Dana}}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{\text{Dani}}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.



2. א. דני - $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, יוסי - $V(t) = 8t$. גרף:

ב. $t = 1.75 \text{ sec}$, לא.



ג. דני - $x(t) = 64 + 14t$, יוסי - $x(t) = 4t^2$. גרף:

ד. ב- $t = 6.12$, המרחק: 149.82 m .

3. א. כאשר $0 \leq t \leq 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20 \leq t \leq 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50 \leq t \leq 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases} \text{ ב.}$$

ג. $V(t = 15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t = 40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t = 55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ד. $x(t = 15) = 225 \text{ m}$, $x(t = 40) = 1,200 \text{ m}$, $x(t = 55) = 1,750 \text{ m}$.

4. א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב': כאשר $0 < t < 8$, כמו גוף א'. כאשר $8 \leq t$,

תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

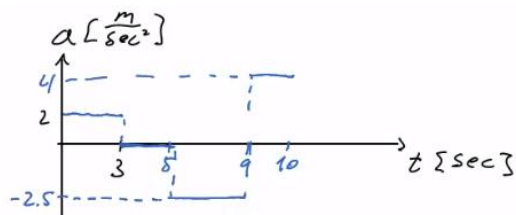
ב. גוף א': $\frac{2}{3}t^2$, גוף ב': כאשר $0 \leq t \leq 8$, כמו גוף א'.

כאשר $8 \leq t < \infty$, $x(t) = 96 + 24(t - 8)$.

ג. כש- $\Delta x(t = 3) = 7.5 \text{ m}$, וכש- $\Delta x(t = 24) = 96 \text{ m}$. גוף ב' מקדים את א'.

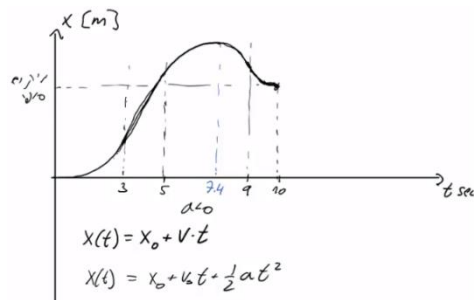
ד. $t = 18 \text{ sec}$ ה. כש- $t = 31.42 \text{ sec}$.

- 5) א. כאשר $0 \leq t \leq 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
 כאשר $3 \leq t \leq 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
 כאשר $5 \leq t \leq 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
 תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
 התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
 כאשר $9 \leq t \leq 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.



גרף:
$$a = \begin{cases} 2 \frac{m}{sec^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{m}{sec^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{m}{sec^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$$

- ג. בזמן: 7.4 sec, המרחק: 28.2m. ד. $S = 33.4m$. ה. $\Delta x = 23m$.
 ו. $\bar{v} = 2.3 \frac{m}{sec}$. ז. $\Delta x = x(t=6) = 25.75m$. ח. $t = 3.5 sec$.

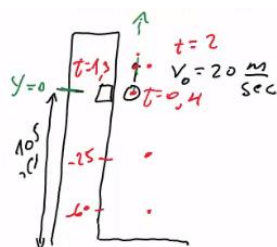


6) א. $17.32 \frac{m}{sec}$. ב. $v_F \approx 16.73$

7) א. 80m. ב. $40 \frac{m}{sec}$

8) א. מקום-זמן: $y(t) = 20t - 5t^2$, $v(t) = 20 - 10t$

- ב. ג. ד. 7 sec



זמן (שניות)	מיקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ה. (א) מקום-זמן: $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$. מהירות-זמן: $v(t) = 20 - 10t$

(ד) 7 sec

9 א. מקום-זמן: $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$, מהירות-זמן: $v(t) = 30 - 10t$,
תאוצה-זמן: $a = -10$

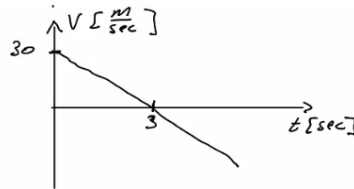
ב.

זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
0	40	30
1	65	20
2	80	10
3	85	0
4	80	-10
5	65	-20

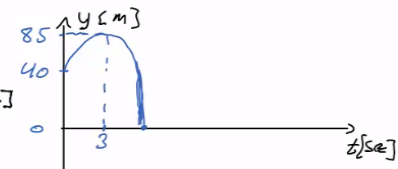
תאוצה-זמן:



מהירות-זמן:



ג. מקום-זמן:



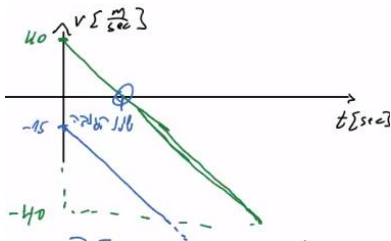
10 א. גוף 1 - כדור: $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$, גוף 2 - ריבוע: $y_2(t) = 40t - 5t^2$

ב. יגיע בדיוק לגובהו. ג. 47.74m. ד. גוף 1: $v_1(t) = -15 - 10t$

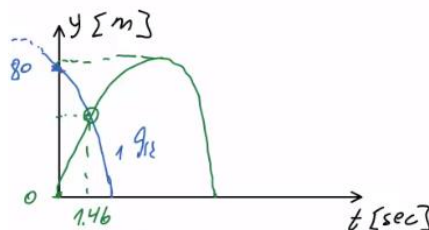
גוף 2: $v_2(t) = 40 - 10t$. ה. גוף 1: $-29.6 \frac{m}{sec}$, גוף 2: $25.4 \frac{m}{sec}$

ו. גוף 1: $-42.72 \frac{m}{sec}$, גוף 2: $-40 \frac{m}{sec}$

מהירות-זמן:



ז. מיקום-זמן: (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



א. $v = 6t^2 - 12$ ב. $t = \sqrt{2} \text{ sec}$ 11

א. $t = 1 \text{ sec}$ ב. $x(t=1) = \frac{32}{e}$ 12

א. $t = 1 \text{ sec}$, $v(t) = -6t^2 + 6$ ב. $X_{\max} = 7 \text{ m}$ ג. $a = -12t$ 13

$$V_{\max} = 6.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left(5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 3 \leq t \end{cases} \quad \text{א. (14)}$$

$$\Delta x \approx 31.79\text{m} \quad \text{ד.} \quad t_2 \approx 8.61 \quad \text{ג.}$$

$$[\alpha] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^3}, \quad [\beta] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad [\gamma] = \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א. (15)}$$

$$-\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma, \quad \alpha > 0 \quad \text{ה.} \quad -2\beta \quad \text{ד.}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0 : \text{כדור}, \quad \frac{v_1^2}{2g} : \text{ילד} \quad \text{ב.} \quad \text{המורה צודק} \quad \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} \quad \text{א. (16)}$$

$$T \approx 58\text{sec} \quad \text{(17)}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \quad \text{(18)}$$

$$h = \frac{gT_2^2}{2 \left(1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \quad \text{(19)}$$

תנועה במישור וזריקה משופעת:

רקע:

וקטור המיקום - $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$.

וקטור ההעתק - $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

וקטור המהירות הממוצעת (velocity) - $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

וקטור המהירות הרגעית (velocity) - $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

וקטור התאוצה הממוצעת - $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

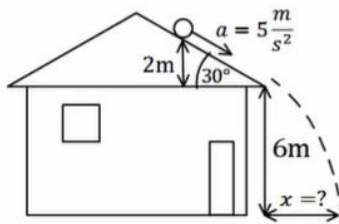
וקטור התאוצה הרגעית - $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

גודל המהירות (Speed) - $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

שאלות:

1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?



2) כדור מתגלגל מגג משופע

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

3) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

- מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2 \text{ sec}$.
- מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?
- מהו הגובה המקסימאלי אליו הגיע הכדור?
- מהו המרחק האופקי המקסימאלי אליו הגיע הכדור?

4) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה. מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

(5) דוגמה מהירות ממוצעת

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא: $\vec{r}(t) = 3t^2x + (2t+1)y$. מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

(6) דוגמה - מהירות רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא: $\vec{r}(t) = 3t^3x + (4t-5)y$.
 א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.
 ב. מהי מהירות הגוף ב- $t = 2$?

(7) דוגמה - תאוצה

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא: $\vec{v}(t) = 2t^3x + (6t-5)y$.
 א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.
 ב. מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

(8) דרך והעתק

מיקומו של גוף לפי הזמן נתון לפי: $\vec{r}(t) = 2t^3x + (t^3 - 2)y$.
 א. מצא את המהירות הרגעית (velocity) והתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.
 ב. מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.
 ג. מצא את הדרך שעשה הגוף בחמש השניות הראשונות.
 ד. מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.
 ה. מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

תשובות סופיות:

(1) 3.78m

(2) 4.49m

(3) א. $V_y = -5.86 \frac{m}{sec}$, $V_x = 10.14 \frac{m}{sec}$, $y = 8.28m$, $x = 24.28m$ ב. 32.01m

ג. 10m ד. $x_{max} = 32.01$

(4) $a = 5.99 \frac{m}{sec^2}$, יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשביל להגיע

לנקודה הזאת בדיוק יחד עם הכדור.

(5) $\vec{V} = (15, 2)$

(6) א. $\vec{V} = 9t^2 \hat{x} + 4 \hat{y}$ ב. $\vec{V}(t=2) = (36, 4)$

(7) א. $\vec{a}(t) = 6t^2 \hat{x} + 6 \hat{y}$ ב. $\vec{a} = 50 \hat{x} + 6 \hat{y}$

(8) א. $\vec{V}_{(t)} = 6t^2 \hat{x} + 3t^2 \hat{y}$ ב. $|\vec{V}| = \sqrt{45}t^2$ ג. $S \approx 279.5m$

ד. $\vec{V} = 50 \hat{x} + 25 \hat{y}$ ה. $|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{m}{sec}$

משוואת מסלול:

רקע:

משוואת מסלול היא פונקציה מהצורה $y(x)$, סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

שאלות:

1) דוגמה-משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור

$$x(t) = \sqrt{3+t^2}, \quad y(t) = \sqrt{7-t^2}$$

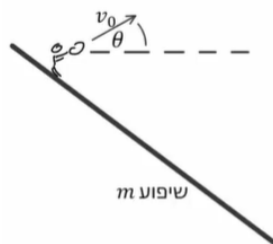
הנח ש- x ו- y תמיד חיוביים.

2) זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע m , איתי זורק כדור לכיוון מורד המישור במהירות התחלתית v_0 ובזווית θ ביחס לאופק.

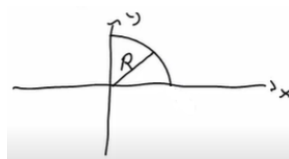
א. מצא מה המרחק מאיתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של איתי).

ב. מהי הזווית θ עבורה מרחק זה יהיה מקסימאלי?



תשובות סופיות:

$$y(x) = \sqrt{10-x^2} \quad (1)$$



$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} \quad \text{ב.}$$

$$x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} \quad \text{א.}$$

תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות:

רקע:

תאוצה משיקית:

$$|\vec{a}_t| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

$$|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

תאוצה נורמלית:

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

התאוצה הנורמאלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות:

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

שאלות:

1) תאוצה משיקית ונורמאלית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = 2t^2$, $y(t) = (1-t)^2$

כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצא מתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא: $6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית ב- $t = 2 \text{ sec}$.

(2) חישוב תאוצה משיקית ונורמלית גודל וכיוון

וקטור המיקום של גוף מסוים נתון ע"י המשוואה: $\vec{r}(t) = t^2 \hat{x} + 4tx - 5t^2 \hat{z}$.

- חשב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

(3) תאוצה משיקית ונורמלית בציקלואידה

המסלול שמשרטטת נקודה על ההיקף של גלגל בעת שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלואידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי:

$$\vec{r}(t) = (R \sin \omega t + R\omega t) \hat{x} + (R \cos \omega t + R) \hat{y}$$

הם קבועים נתונים.

- חשב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
- מצא את הרגע בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה- y) ואת הרגע בו הגובה מינימלי (קיימים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורית, רשום בצורה כללית).
- מצא את תאוצת החלקיק בכל רגע.
- חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימלי ומינימלי.
- חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית ברגע שבו רכיב ה- x של המהירות מתאפס.

(4) חרוז נע על טבעת אליפטית

חרוז נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיקומו בכל רגע כתלות בזמן הוא:

$$\vec{r}(t) = a \cos(\omega t) \hat{x} + b \sin(\omega t) \hat{y}$$

קבועים נתונים.

- מצא את התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
 - מצא את התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
 - כאשר $|a| = |b|$ האליפסה הופכת למעגל.
- במקרה זה, האם גודל המהירות במשך התנועה גדל, קטן, לפעמים גדל ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

תשובות סופיות:

$$\mathbf{r} = (4.38, 0.23) \quad \text{ב.} \quad t = 0.2 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\mathbf{a}_b = (4.24, 1.06) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad \mathbf{a}_n = (-0.24, 0.94) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{V} = 2\hat{x} - 10\hat{z} \quad \text{ב.} \quad \mathbf{V}_{(t)} = \mathbf{V} = 2t\hat{x} + 4\hat{y} - 10t\hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$|a_n| = \sqrt{\frac{208}{13t^2 + 2}} \quad \text{ד.} \quad |a_t| = \frac{52t}{\sqrt{26t^2 + 4}} \quad \text{ג.}$$

$$\mathbf{a} = \frac{4}{13t^2 + 2} (1, -13t, -5) \quad \text{ו.} \quad \mathbf{a}_t = \frac{52t}{26t^2 + 4} (t, 2, -5t) \quad \text{ה.}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V} = (R\omega \cdot \cos(\omega t) + R\omega)\hat{x} + (-R\omega \sin(\omega t))\hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{V} = -\omega^2 R \sin(\omega t)\hat{x} - \omega^2 R \cos(\omega t)\hat{y} \quad \text{ג.} \quad t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega} k, \quad t_{\min} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2\pi}{\omega} k \quad \text{ב.}$$

$$\mathbf{a}_t = 0, \quad \mathbf{a}_n = \mathbf{a} = -\omega^2 R \hat{y} \quad \text{ד.} \quad \text{ה. אי אפשר להגדיר.}$$

$$a_t = \frac{\omega^2 \sin(2\omega t)(a^2 - b^2)}{2\sqrt{a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t)}} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$a_n = \sqrt{\omega^4 a^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 b^2 \sin^2(\omega t) + \left(-\frac{\omega^4 \sin^2(2\omega t)(a^2 - b^2)}{4(a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t))} \right)} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג.} \quad |\mathbf{V}| = \text{const}, \quad \text{הגודל נשאר קבוע.}$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) גודל מהירות מינימלי

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי: $\vec{r}(t) = 2t^2\hat{i} - 6j + (t-5)^2 k$.

א. מהו וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן?

ב. מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?

ג. מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא: $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$?

(2) וקטורים בזריקה משופעת

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלתית v_0 ובזווית θ ביחס לציר ה- x .

א. מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ג. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה כתלות בזמן.

(3) וקטור מיקום ומסלול

וקטור המיקום של גוף הנע במישור xy נתון לפי: $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t)\hat{x} + B \cos(\omega t)\hat{y}$.

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה ב- $t=0$.

ג. הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.

ד. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את $y(x)$.

(4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע

וקטור המיקום של גוף הנע במישור $x-y$ נתון לפי: $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2)\hat{x} + B \cos(\alpha t^2)\hat{y}$.

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את $y(x)$.

ג. מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

(5) רובין הוד יורה ותופס חץ

רובין הוד יורה חץ במהירות v_0 וזווית θ ביחס לקרקע. ברגע שחרור החץ מתחיל רובין הוד לרוץ בקו ישר ובתאוצה $a(t) = Ae^{-kt}$. רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעתו בקרקע. מצאו משוואה עם הפרמטרים A , θ , v_0 והמשתנה k ממנה ניתן לחלץ את k כך שרובין יצליח לתפוס את החץ. אין צורך לפתור את המשוואה.

(6) תנועה במעגל*

גוף נקודתי נע במישור אופקי xy .

בזמן $t=0$ מהירות הגוף הייתה: $\vec{v}(0) = 15\pi \hat{i} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ יחד עם וקטור המצב: $\vec{r}(0) = 5\hat{j}\text{m}$.

תאוצת הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא:

$$\vec{a}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

- מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן.
- מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן.
- מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן.
- מצא את משוואת המסלול של הגוף.

(7) תנועה על אליפסה*

מיקום של גוף נקודתי נתון במשוואה: $\vec{r} = 4 \sin(\pi t) \hat{i} + 3 \cos(\pi t) \hat{j}$ (המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- מצא את משוואת המסלול של הגוף.
- מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים.
- מצא את תאוצת התנועה והראה שהיא מכוונת כלי ראשית הצירים.

- מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא: $\frac{v^2}{r}$.

ה. חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים. כמה פעמים, במשך מחזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק מינימלי מהראשית?

8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט

נתון וקטור r של חלקיק מסוים: $\vec{r} = (8t, -5t^2)$.

- מהו רכיב ה- x של הווקטור בזמן?
- מהו רכיב ה- y של הווקטור בזמן?
- מהי מהירותו בציר x ?
- מהי מהירותו בציר y ?
- האם מהירויות אלו קבועות בזמן?
- מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

9) גזירת מיקום למציאת מהירות

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור r : $\vec{r} = 5\sin(\pi t), 4t^3 + t^2, 8e^t$.

- מצאו את ווקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$?

10) העתק לפי גזירה

וקטור r מתאר מיקומו של חלקיק בזמן: $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$.

- מהו מיקום החלקיק בזמן $t = 0$?
- מהו מיקום החלקיק בזמן $t = 5$?
- מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- מהי מהירות החלקיק בזמן $t = 5$ (בהצגת גודל וכיוון)?

תשובות סופיות:

$$t_{\min} = 1 \text{ sec} \quad \text{ג.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ד.} \quad \text{ג. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$\vec{v} = A \cos(\alpha t^2) 2\alpha t \cdot \hat{x} - B \sin(\alpha t^2) (2\alpha t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\vec{a} = \left[-A \sin(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha A \cos(\alpha t^2) \right] \hat{x} - \left[B \cos(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha B \sin(\alpha t^2) \right] \hat{y}$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ב.} \quad \text{ג. אין הבדל}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left(e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right) \quad (5)$$

$$\vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ד.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.} \quad \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = \frac{1}{4} \text{ sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{ sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{ sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{ sec} \quad \text{ד.} \quad \text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3, \text{ פעמיים.}$$

$$v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ד.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad (8)$$

ה. המהירות על x קבועה בזמן, המהירות על y לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ו.}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t), 12t^2 + 2t, 8e^t \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi), 4 \cdot 2^3 + 2^2, 8e^2 = 5\pi, 36, 8e^2 \quad \text{ב.}$$

$$|\vec{r}_{t=5} - \vec{r}_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ד.}$$

פיזיקה 1 ב

פרק 4 - תנועה יחסית - טרנספורמציית גלילאו

תוכן העניינים

1. הסבר על טרנספורמציית גליליי 63
2. שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים 68

טרנספורמציות גליליי:

רקע:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

שאלות:

(1) כלב קופץ בתוך רכבת

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל- $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

(2) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

- א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?
 - ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם).
- האם הוא יכול להצליח בכך?
אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

(3) כדור נזרק במעלית *

- מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?
 - מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
 - חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?
 - מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
 - מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

(4) כדור נזרק במעלית מאיזה **

- מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
- ברגע שמהירות המעלית היא $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
- הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?
 - מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
 - מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
 - מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

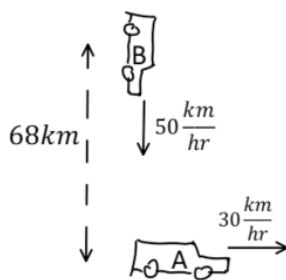
(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס

- מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .
- אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .
- מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.
 - מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

(6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשייה טכניון

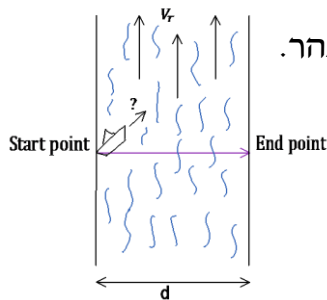
סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית במהירות קבועה $v_0 = 6 \frac{m}{sec}$, נסמן ב- $t = 0$ את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע. ברגע $t_1 = 3 sec$ הסטודנטית זורקת אבן במהירות $v_1 = 8 \frac{m}{sec}$, אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

(7) מרחק מינימלי בין מכוניות



צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסוימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן. ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי. צאו את גודלו של מרחק זה. ג. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

(8) סירה בנהר



נהר זורם צפונה במהירות v_r . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא v_{br} יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר d. א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה? ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה? ג. כמה זמן תארך דרכו?

(9) אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון. מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?

10) זווית פגיעה של גשם במכונית

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנכי לכיוון הנסיעה.
נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.
מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

11) זווית בין מהירויות

שני קליעים נורים ברגע $t = 0$. מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:

$${}^1v_2(0) = -1\hat{i} + 4\hat{j}, \quad {}^1v_1(0) = 2\hat{i} + 5\hat{j}, \quad {}^1r_2(0) = \hat{i}, \quad {}^1r_1(0) = 0$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של $\hat{a} = -3\hat{i} + \hat{j}$ היחידות הן MKS.

א. מצא את ${}^1r_2(t), {}^1r_1(t)$.

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין 1v_1 ל- 1v_2 ברגע $t = 3$.

12) מציאת מהירות בין מערכות

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי:

$${}^1r_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה, \vec{V}_{AB} . צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:

$${}^1r_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$$

א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A, \vec{V}_{AB} .
ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

תשובות סופיות:

- (1) 25.7m
- (2) א. $t = 30.8 \text{ sec}$ ב. לא.
- (3) א. $t = 1.36 \text{ sec}$ ב. $S = 2.62 \text{ m}$ ג. $t = 1.36 \text{ sec}$ ד. $S = 5.72 \text{ m}$
- ה. $v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
- (4) א. $t = 0.96 \text{ sec}$ ב. $S = 1.76 \text{ m}$ ג. $S = 4.46 \text{ m}$ ד. $v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
- (5) א. $v_2' = \left(-24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right)$ ב. $\theta_2' = 148^\circ$
- (6) 2.6 sec
- (7) א. $|\vec{r}_{B,A}^r| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2}$ ב. $|\vec{r}_{B,A}^r| = 35 \text{ km}$, $t = 1 \text{ hr}$ ג. הוכחה.
- (8) א. $\sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}}$ ב. $V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}$ ג. $t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}}$
- (9) צפונה מהמערב $\alpha \approx 36.5^\circ$, $V_B \approx 37.3 \text{ km/hr}$
- (10) מהירות: $V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$, $V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$, גודל וכיוון: ראה סרטון.
- (11) א. $\vec{r}_1(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}$, $\vec{r}_2(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j}$
- ב. $|\vec{r}_{1,2}^r| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1}$ ג. $\alpha = 13.82^\circ$
- (12) א. $(1, -2, 0)$ ב. הוכחה.

שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

שאלות:

(1) שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה
צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ"ש רואה את
אונייה B שטה במהירות 20 קמ"ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח.
מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(2) סירה בנהר פתרון בשיטה השניה

נהר זורם צפונה במהירות V_r .

יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.

מהירות הסירה היא V_{br} יחסית לנהר.

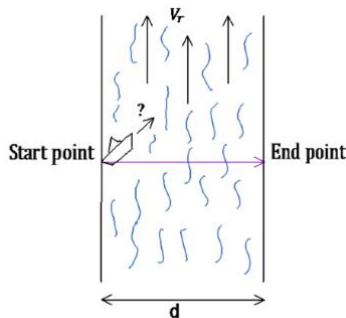
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית
לנקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשים וקטורי ובו:

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר

ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר.



(3) מטוס נראה משתי רכבות

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ"ש רואה

מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ"ש רואה

את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית של 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשים וקטורים ובו:

מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות

המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

(4) רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות v_{BA} .

צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית α

מהצפון ובמהירות v_{CB} .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית β מן הצפון ובמהירות v_A .

מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

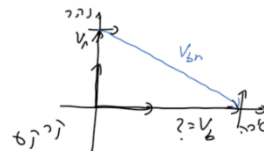
(5) שני דאונים

שני דאונים טסים באותו הגובה.
באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון.
דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון.
דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.
בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.
מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

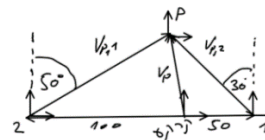
תשובות סופיות:

1) 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

2) א. $\theta = \text{shift} \sin\left(\frac{V_r}{V_{br}}\right)$ ב. דרומית למזרח.



3) א. ב. 84.98 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_C = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

5) דאון 1: 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.
דאון 2: 64.6 קמ"ש צפונה.

פיזיקה 1 ב

פרק 5 - דינמיקה

תוכן העניינים

70	1. חוקי ניוטון
80	2. גלגולות נעות ומכפלי כוח
81	3. תרגילים נוספים

חוקי ניוטון:

רקע:

כוחות נפוצים:

כוח הכובד

סימון: W (קיצור של Weight).

מופעל ע"י כדור הארץ.

כיוון: למרכז כדור הארץ (או לכיוון האדמה).

גודל: mg .

נורמל

סימון: N .

מופעל ע"י משטח.

כיוון: תמיד מאונך למשטח ודוחף (מהמשטח כלפי חוץ).

גודל: לא ידוע, תלוי בבעיה (לא שווה ל- mg).

מתיחות

מופעל על ידי חוט או חבל.

סימון: T (קיצור של Tension).

כיוון: תמיד מושך את הגוף לכיוון החוט.

הערה, חוט תמיד מושך משני צדדיו.

חוט אידיאלי – חוט חסר מסה שאינו משנה את אורכו (לא אלסטי).

בחוט אידיאלי המתיחות אחידה לאורך החוט.

החיכוך:

חיכוך סטטי

סימון - f_s

פועל כאשר אין תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י המשטח.

כיוון: משיק למשטח (נגד כיוון השאיפה

לתנועה).

$$f_{s \max} = \mu_s N \text{ או } f_s \leq \mu_s N$$

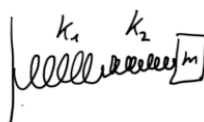
μ_s - מקדם חיכוך סטטי (תלוי בחומר וקבוע).

N - הנורמל שמפעיל המשטח.

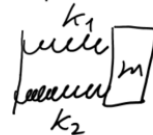
שימו לב ש $f_s = \mu_s N$ רק אם הגוף על סף החלקה! (בכל מקרה אחר החיכוך אינו

ידוע, בדרי"כ אפשר למצוא אותו ממשוואת הכוחות)

חיבור בטור



חיבור במקביל



חיכוך קינטי :

סימון- f_k

פועל כאשר יש תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י משטח.

כיוון : משיק למשטח (נגד כיוון התנועה היחסית).

גודל : $f_k = \mu_k N$.

μ_k - מקדם החיכוך הקינטי – תלוי בסוגי החומרים. בד"כ קבוע.

N - הנורמל שמפעיל המשטח.

חוק ראשון של ניוטון – התמדה :

אם גוף נע בקו ישר ובמהירות קבועה (בהתמדה) סכום הכוחות עליו שווה לאפס. מקרה פרטי של תנועה במהירות קבועה הוא מנוחה. לכן, אם גוף נמצא במנוחה סכום הכוחות עליו הוא אפס.

חוק שלישי – עקרון פעולה תגובה :

לכל כוח שגוף A מפעיל על גוף B יש כוח תגובה שגוף B מפעיל חזרה על גוף A. כוח התגובה שווה בגודלו והפוך בכיוונו. שימו לב : הכוחות פועלים על גופים שונים ולכן אף פעם לא יופיעו באותו תרשים כוחות.

חוק שני של ניוטון :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

בפועל רושמים את הנוסחה לכל ציר בנפרד.

חוק הוק – הכוח של קפיץ :

חיבור במקביל

חיבור בטור

$$F = -k\Delta x$$

$$\Delta x = x - x_0$$

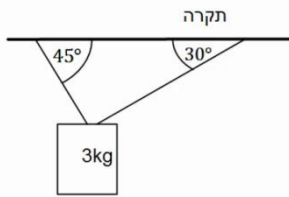
x - מיקום הגוף.

x_0 - מיקום שבו הקפיץ רפוי.

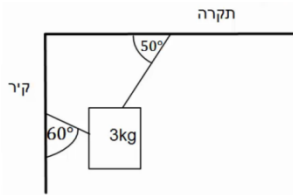
חיבור קפיצים במקביל (שני הקפיצים מחוברים לגוף ולקיר) - $k_{eff} = k_1 + k_2$
 חיבור קפיצים בטור (גוף מחובר לקפיץ אחד שמחובר לקפיץ שני שמחובר לקיר) -

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

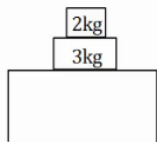
שאלות:



- (1) **דוגמה-גוף תלוי מהתקרה**
 גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים, לפי האיור הבא.
 מהי המתוחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

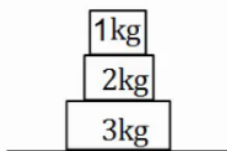


- (2) **דוגמה-גוף תלוי מהתקרה ומהקיר**
 גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
 מהי המתוחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?



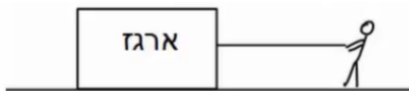
- (3) **דוגמה-מסה על מסה**
 במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
 על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.

- שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

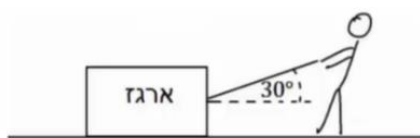


- (4) **דוגמה-מסה על מסה על מסה**
 שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

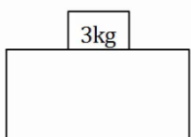
- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?
- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?



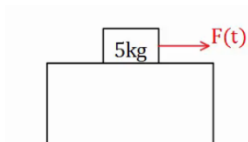
- (5) **דוגמה-דני מושך במקביל לקרקע**
 דני מושך ארגז במקביל לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
 מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה?

6 ירון מושך בזווית

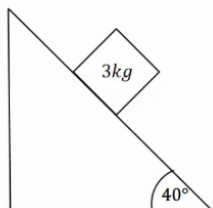
ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$. מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה?

7 גוף על שולחן

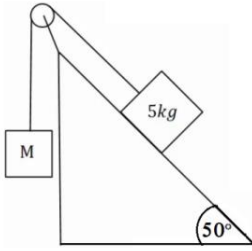
גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.
 א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?
 ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי. כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

8 כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה. מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.
 א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?
 ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?
 ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

9 מסה בשיפוע

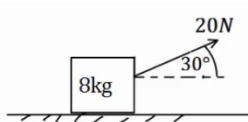
מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.9$.
 א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.
 ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

10) מסה בשיפוע ומסה באוויר

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה. כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

11) דוגמה-כוח בזווית 30 מעלות

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק. הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג. הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_k = 0.1$, $\mu_s = 0.2$.

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל נוע?
 ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?
 ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

12) דוגמה-מרחק עצירה

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה. מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$.

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

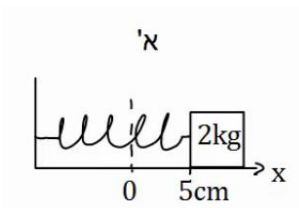
א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

13) דוגמה 1-קפיץ

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ $k = 50 \frac{N}{m}$. בין הגוף למשטח אין חיכוך.



א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

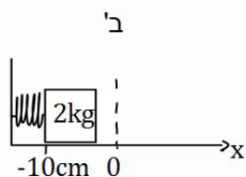
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם

החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

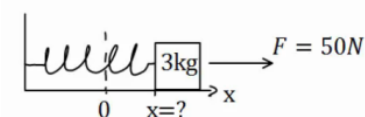
ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שישאר במנוחה?

**14) דוגמה 2-קפיץ**

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ $k = 100 \frac{N}{m}$. בין הגוף למשטח אין חיכוך.



על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.

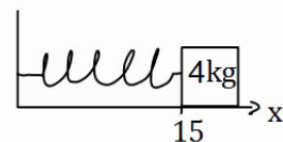
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום

הכוחות שווה לאפס)?

15) דוגמה 3-קפיץ

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ

בעל קבוע קפיץ $k = 50 \frac{N}{m}$. בין הגוף למשטח אין חיכוך.



אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

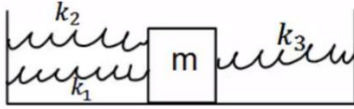
הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף

פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

16) מסה עם שלושה קפיצים

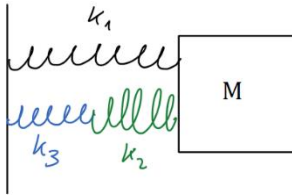
שלושה קפיצים מחוברים למסה $m = 2\text{kg}$, כפי שנראה באיור. אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי: $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

17) שלושה קפיצים שוב

באיור הבא, המסה $m = 4\text{kg}$ מחוברת לשלושה קפיצים

בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים

כאשר המסה נמצאת ב- $x = 0$.

מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא: $x = 0.2\text{m}$,

אם קבועי הקפיצים הם: $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$?

18) כוח אופקי תלוי בזמן

כוח אופקי שגודלו $F = 2t$ פועל על גוף, כאשר הזמן t נתון בשניות והכוח F בניוטונים. מסת הגוף 2kg והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי.

מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח: $\mu_k = 0.15$, $\mu_s = 0.2$. מצא את:

א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן $t = 0.5\text{sec}$.

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן.

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות.

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות.

19) כוח בזווית תלוי בזמן

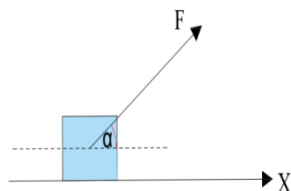
הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן $t = 0$ מתחיל לפעול

על הגוף כוח שגודלו $F = 2t$ הזמן בשניות והכוח בניוטונים.

הכוח פועל בזווית $\alpha = 37^\circ$ יחסית לציר התנועה.

מסת הגוף היא 2kg .

נתון כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא: $\mu = 0.2$.

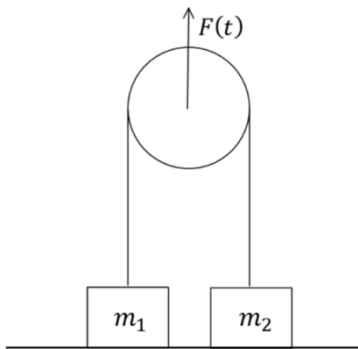


לפשטות החישוב קחו: $\sin \alpha = 0.6$, $\cos \alpha = 0.8$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

א. מתי יתחיל הגוף לנוע?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לניתוקו מהקרע?

**(20) מכונת אטווד נמשכת בכוח תלוי בזמן**

מכונת אטווד מורכבת מגלגלת וחוטים אידיאליים ושתי מסות המחוברות משני צידי הגלגלת (ראו איור). ב $t = 0$ שתי המסות מונחות על הקרקע ומתחיל לפעול כוח התלוי בזמן $F(t) = 8t^2$ ניוטון על הגלגלת כלפי מעלה.

$$\text{נתון: } m_1 = 1.6 \text{ kg}, m_2 = 3.6 \text{ kg}$$

- א. באיזה זמן כל אחת מהמסות תנתק מהרצפה?
 ב. מהי מהירות המסה m_1 ב $t = 5 \text{ s}$? (הניחו שהחוטים ארוכים מאוד).

(21) זריקה משופעת עם כוחות תלויים בזמן

גוף שמסתו 2 ק"ג נזרק מהקרקע במהירות 30 מטר לשנייה ובזווית 20 מעלות מעל האופק. במהלך תנועתו פועלים על הגוף כוחות שונים עד אשר הוא פוגע בקרקע. שקול הכוחות (כולל כוח הכובד) נתון לפי

$$\vec{F}(t) = 10t^2 \hat{x} + (0.4t - 10) \hat{y}$$

- א. מהו וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן?
 ב. מתי יפגע הגוף בקרקע ובאיזה מרחק תהיה הפגיעה מנקודת המוצא?

(22) גוף על מישור עם כוח סינוס

גוף שמסתו m נמצא במנוחה על מישור אופקי. ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח אופקי $F(t) = A \sin(\omega t)$ כאשר $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- A הינו פרמטר נתון.

$$\mu = \frac{A}{2mg}$$

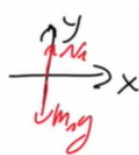
- א. מתי הגוף יתחיל לנוע?
 ב. מהי מהירות הגוף כתלות בזמן?
 ג. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן ביחס לנקודת המוצא?

תשובות סופיות:

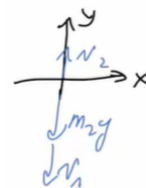
$$(1) T_1 \approx 22.0 \text{ N}, T_2 \approx 26.9 \text{ N}$$

$$(2) T_2 \approx 19.6 \text{ N}, T_1 \approx 26.4 \text{ N}$$

$$(3) \text{ א. מסה 3 ק"ג: } \quad \text{מסה 2 ק"ג:}$$



ד. 50 N



ג. 20 N

ב. 20 N

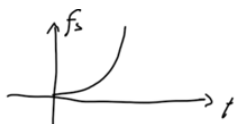
4) א. 30N למעלה ב. 60N למעלה

5) 40N

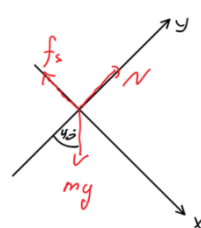
6) $T \approx 41.3N$

7) א. 12N ב. 10N

8) א. 20N ב. $\sqrt{10} \text{ sec}$ ג.



ב. $f_s \approx 19.3N$, $N \approx 23.0N$



9) א.

10) א. $M = 3.83kg$ ב. $M_{\min} = 2.87kg$, $M_{\max} = 4.79kg$

11) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב. $t \approx 6.82 \text{ sec}$

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

12) א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5m < 50m$ ב. לא, כי $\Delta x = 52.5m > 50m$

13) א. גודל: $-1.25 \frac{m}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי. ב. גודל: $a = 2.5 \frac{m}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי.

ג. $x = 8cm$

14) $x = \frac{1}{2} m$

15) א. $F = -2.5N$ ב. $F = 2N$ ג. סעיף א': $a = -3.13 \frac{m}{\text{sec}^2}$

סעיף ב': $a = -2 \frac{m}{\text{sec}^2}$

16) $a = -2 \frac{m}{\text{sec}^2}$

17) $a \approx 0.326 \frac{m}{\text{sec}^2}$

18) א. $t = 2 \text{ sec}$ ב. $f_s = 1N$ ג. $a = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ t - \frac{3}{2} & 2 < t \end{cases}$

ד. $v(t=4) = 3 \frac{m}{\text{sec}}$ ה. $x(t=4) = 2.3m$

19) א. $t \approx 2.17 \text{ sec}$ ב. $v(t=4) = 1.53 \frac{m}{\text{sec}}$ ג. $x = 467m$

20) א. $t_2 = 3 \text{ sec}$, $t_1 = 2 \text{ sec}$ ב. $67.5 m/s$

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{5}{12}t^4 + 28.2t\right)\hat{x} + \left(\frac{t^3}{30} - \frac{5}{2}t^2 + 10.3t\right)\hat{y} \quad \text{א. (21)}$$

ב. זמן פגיעה 4.36sec ובמרחק 274m

$$t \approx 0.524s \quad \text{א. (22)}$$

ב. כאשר $v = 0$ $t < 0.524s$

$$t > 0.524s \quad \text{כאשר } v(t) = \frac{A}{m} \left[-\frac{1}{\omega} \cos(\omega t) - \frac{1}{2}t + 1.32 \right] \quad \text{ו-}$$

ג. כאשר $x = 0$ $t < 0.524s$

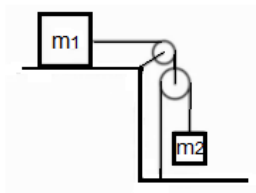
$$t > 0.524s \quad \text{כאשר } x(t) = \frac{A}{m} \left[-\frac{1}{\omega^2} \sin(\omega t) - \frac{\Sigma^2}{4} + 1.32t - 0.0724 \right] \quad \text{ו-}$$

גלגלות נעות ומכפלי כוח:

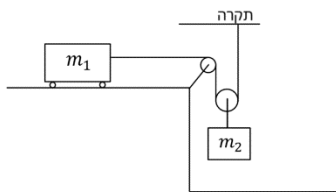
רקע:

נבטא את אורך החוט באמצעות מיקום הגופים וקבועים ונגזור.

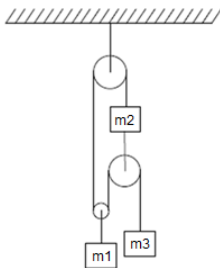
שאלות:



- (1) **גלגלות וגזירה בזמן של אורך החוט**
 במערכת הבאה מסות הגופים ידועות.
 אין חיכוך בין המסות למשטח.
 מצא את תאוצות הגופים ואת המתחויות בחוטים.



- (2) **אחת תלויה מהתקרה ואחת על שולחן**
 במערכת הבאה המסה m_1 נמצאת על שולחן חסר חיכוך ומחוברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באיור.
 הגלגלות אידיאליות ו- m_2 נתונה.
 מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות מהשולחן או פוגעות ברצפה.



- (3) **מערכת גלגלות מסובכת**
 מצאו את תאוצות הגופים במערכת הבאה.
 מה התנאי לכך שהמסה m_3 תנוע כלפי מעלה אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

תשובות סופיות:

$$a_1 = \frac{2m_2g}{4m_2 + m_1} \quad (1)$$

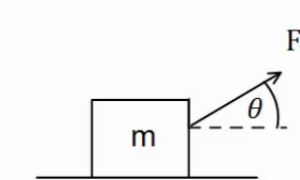
$$a_1 = \frac{m_2g}{2m_1 + \frac{m_2}{2}}, \quad a_2 = \frac{m_2g}{4m_1 + m_2} \quad (2)$$

$$a_3 < 0, \quad a_3 = \left((m_2 + m_3)(4m_2 + m_1) + 4m_2^2 \right) \quad (3)$$

תרגילים נוספים:

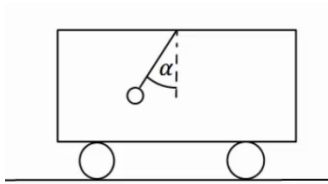
שאלות:

(1) זווית אופטימלית למשיכה



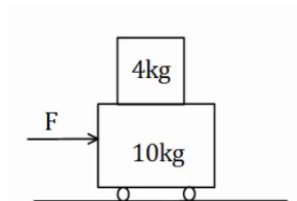
- כוח F מושך ארגז בעל מסה m בזווית θ מעל האופק. מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא μ_k .
- מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
 - הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3. בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר: $\theta = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.
 - מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

(2) מטוטלת במכונית

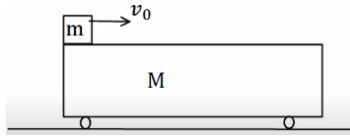


- מטוטלת קשורה לתקרת מכונית. המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α , ביחס לאנך מתקרת המכונית.
- מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון)?
 - האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

(3) מסה של 4 על עגלה של 10



- מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג. החיכוך בין העגלה למשטח זניח. מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא $\mu_s = 0.2$. כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

(4) מסה מחליקה על עגלה

מסה m מונחת על עגלה בעלת מסה M , הנמצאת במנוחה.

המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.

נותנים למסה העליונה (בלבד) מהירות התחלתית v_0 .

בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

נתון: $\mu_k = 0.2$, $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $M = 12\text{kg}$, $m = 3\text{kg}$.

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.

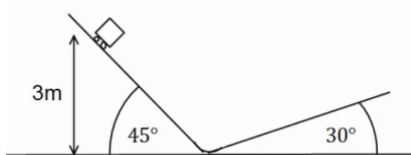
ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

(5) מסה צמודה למשאית

מסה m מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.

בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון: μ_s , m .

מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

(6) קופסה בין מדרונות

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור

משופע בעל זווית של 45° מעלות.

הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה.

בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע

אחר בעל זווית של 30° מעלות.

הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל

מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.

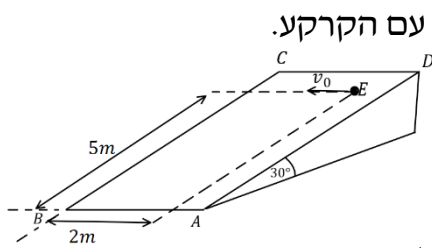
א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני?

נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד

של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח.

מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

(7) זריקה אופקית על מישור משופע


מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.

הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB

ובמרחק 2m מהצלע BC.

מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח,

במהירות התחלתית v_0 שכיוונה מקביל לצלע AB.

א. צייר מערכת צירים, ורשום את הכוחות הפועלים

על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.

ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?

ג. מצא את v_0 , עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.

ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- v_0 שמצאת בסעיף ג'?

(8) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח

אופקי חסר חיכוך.

מסות התיבות הן: $m_1 = 3\text{ kg}$ - $m_2 = 5\text{ kg}$.

כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה 1, כפי שמתואר בתרשים.

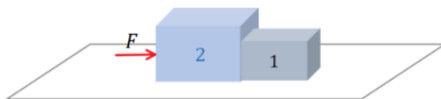
גודל הכוח הוא $F = 16\text{ N}$.

חשב את:

א. התאוצה של כל תיבה.

ב. הכוח הנורמלי $N_{1 \rightarrow 2}$, שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.

ג. הכוח הנורמלי $N_{2 \rightarrow 1}$, שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.


(9) גוף על גוף במישור משופע

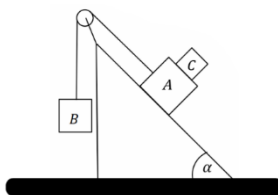
גוף A בעל מסה m_A , גוף B בעל מסה m_B מחוברים

באמצעות חוט וגלגלת, כמתואר באיור.

גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית α .

גוף C בעל מסה m_C מונח על גוף A.

מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא μ_s .



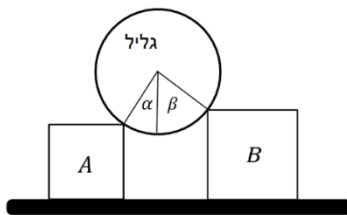
א. מהי המסה המרבית של גוף B, כך שהגופים A ו-C ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט, אם המסה של גוף B היא זאת

שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא μ_k ?

10 גליל על שני ארגזים



גליל אחיד, שמסתו m מונח על שני ארגזים

שמסותיהם: $m_A = m$, $m_B = 2m$.

לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך.

כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים

של הגליל, הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של: $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$

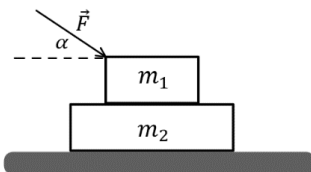
עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים: m , g .

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח,

מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

11 כוח דוחף גוף על גוף



שני גופים זהים שמסותיהם: $m_1 = m_2 = m$, מונחים

זה על גבי זה, על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור).

בין הגופים קיים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי

והסטטי הם: μ_s , μ_k .

כוח חיצוני \vec{F} מופעל על הגוף העליון בזווית α מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים: F , α , m , g , μ_s , μ_k .

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

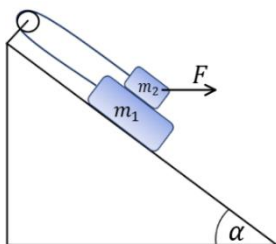
ג. מהו גודלו המקסימלי של \vec{F} , כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי: $\alpha = 30^\circ$, $\mu_k = 0.15$, $\mu_s = 0.2$.

מצא את תאוצת כל גוף, כאשר הכוח הדוחף הוא: $F = \frac{1}{2}mg$.

ה. חזור על סעיף ד' כאשר $F = 3mg$.

12 מסה על מסה מחוברות בגלגלת



נתונה מערכת הכוללת שני גופים: $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$

הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית,

ומונחים על מישור משופע בעל זווית $\alpha = 30^\circ$.

מקדמי החיכוך בין הגופים הם: $\mu_k = \mu_s = 0.4$,

ומקדמי החיכוך עם המישור הם: $\mu_k = \mu_s = 0.3$.

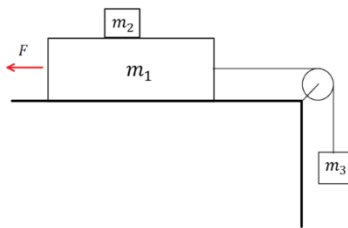
כוח אופקי F פועל על m_2 .

א. מהו ה- F המקסימלי, כך שהגופים יישארו במנוחה?

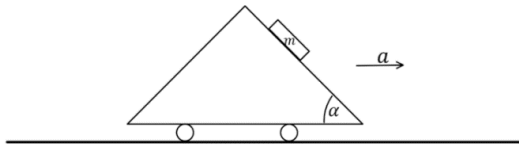
ב. אם $F = 40\text{N}$, מהי תאוצת הגופים?

13) זמן לעלות ולרדת מדרון עם חיכוך

- גוף נזרק במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית v_0 .
 זווית השיפוע של המדרון היא θ ומקדם החיכוך בין המדרון לגוף הוא μ_k .
 א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה (בהנחה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)?
 ב. מה היחס בין המהירות הסופית והמהירות התחלתית של הגוף?

14) גוף על גוף וכוח מושך

- במערכת שבאיור המסות נתונות.
 נתונים גם מקדמי החיכוך בין m_1 למשטח μ_{k1}, μ_{s1}
 ומקדמי החיכוך בין m_1 ל- m_2 μ_{k2}, μ_{s2} .
 הכוח F באיור מתייחס רק לסעיף ב.
 א. מהן תאוצות הגופים והמתיחות בחוט
 בהנחה ש- m_2 נעה בתאוצה יחסית ל- m_1 ?
 ב. מהו הכוח המינימאלי F שיש להפעיל בכדי שהמסות ינועו יחדיו?

15) תיבה על מכונית משולשת

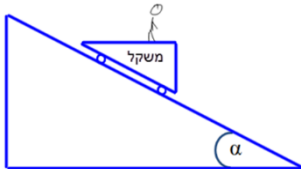
- מכונית עם זווית בסיס α נוסעת בתאוצה קבועה.
 מניחים תיבה בעלת מסה m על דופן המכונית.
 א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך
 בין המכונית לתיבה אם ידוע
 שתאוצת המכונית היא a ימינה
 והתיבה לא מחליקה על הדופן.
 ב. מהו μ_s המינימלי המאפשר מצב זה?

16) כדור בתא מטען משופע

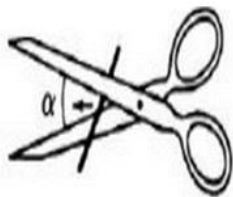
- למשאית באיור תא מטען משופע בזווית α
 ובסופו דופן אנכית.
 בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה M.
 המשאית נוסעת בתאוצה קבועה a שמאלה.
 מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.

17) אדם על קרונית על מישור משופע*

אדם בעל מסה m עומד על משקל המחובר בצורה אופקית לקרונית. מסת הקרונית היא M ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך על פני מישור משופע בזווית α .



- מה מורים המאזניים? הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאינו נע ביחס אליה.
- מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרונית על מנת שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.
- כעת הנח כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית. מה תהיה תאוצת הקרונית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרונית).
- מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?

18) מספריים חותכות חוט**

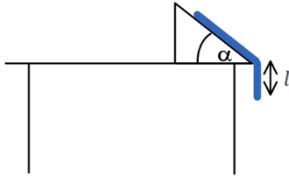
- אדם מנסה לחתוך חוט מתכת בעזרת מספריים. החוט חופשי לנוע והוא מחליק על המספריים עד שזווית המפתח של המספריים היא α , בזווית זו המספריים מתחילות לחתוך את החוט.
- צייר את הכוחות שפועלים על החוט.
 - מצא את מקדם החיכוך בין המספריים לחוט.
 - הראה שהזווית α אינה תלויה בכוח הכובד כאשר המספריים במצב אופקי.
 - כעת, מסובבים את המספריים בזווית β סביב ציר העובר בבורג המספריים. כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחוט עולה כלפי מעלה. הראה כעת שהשינוי בזווית α הוא לפי: $\mu = \mu_0 + V\mu$ כאשר μ_0 הוא

$$V\mu = -\frac{mg \sin \beta}{F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

האם המספריים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

19) חבל מחליק משולחן משופע**

חבל בעל מסה M ואורך L נמצא על מישור משופע בזווית α שנמצא על שולחן כך שחלק משתלשל מהשולחן מטה. בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי μ . בזמן $t = 0$ יש חבל באורך l המשתלשל מקצה השולחן, ונמצא במנוחה.



מהו הגובה של קצה החבל $y(t)$ מתחת לשולחן כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק העליון של המישור.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } a = \frac{F}{m}(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g \quad \text{ב. } \theta = 20^\circ \quad \text{ג. } \theta_0 \approx 16.6992^\circ \quad (1)$$

$$\text{א. גודל: } a_x = g \tan \alpha, \text{ כיוון: חיובי} \quad \text{ב. לא} \quad (2)$$

$$F = \mu_s (m_1 + m_2) g = 28 \text{ N} \quad (3)$$

$$\text{א. מיקום-זמן: } x_1(t) = 0 - 20t - \frac{2}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_1(t) = 20 - 2t \quad (4)$$

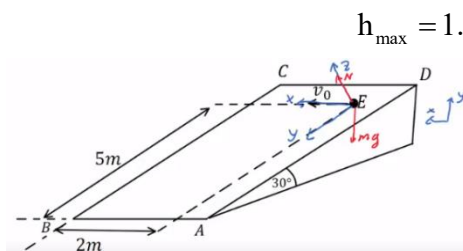
$$\text{ב. מיקום-זמן: } x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t$$

$$\text{ג. } v_2(t=8) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$a_{\min} = \frac{g}{\mu_s} \quad (5)$$

$$\text{א. } h_{\max} = 3 \text{ m} \quad \text{ב. } h_{\max} = 1.78 \text{ m} \quad (6)$$

$$\sum F_z = 0, \sum F_y = mg \sin 30^\circ, \sum F_x = 0 \quad \text{א.} \quad (7)$$



ב. פרבולה כמו בזריקה אופקית. ג. $v_0 = \sqrt{2} \frac{m}{\text{sec}}$

ד. $v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{m}{\text{sec}}$, $v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{m}{\text{sec}}$

א. $a_1 = a_2 = 2 \frac{m}{\text{sec}^2}$ (8) ג. $N_{1 \rightarrow 2} = 6N$ ג. $N_{2 \rightarrow 1} = 6N$

א. (9) $m_{B_{\max}} = \frac{(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha}$

ב. $T = g(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha$, $a = g[\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha]$

ג. $a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha)g$, $a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_c \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B}$

א. (10) $N_A = 0.732mg$, $N_B = 0.518mg$ ב. $\mu_{s_{\min}} = 0.464$

א. (11) $a = \frac{F \cos \alpha}{2m}$ ב. $f_s = \frac{F \cos \alpha}{2}$

ג. $F_{\max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha}$ ד. $a = 2.17 \frac{m}{\text{sec}^2}$

ה. $a_1 = 22.2 \frac{m}{\text{sec}^2}$, $a_2 = 3.75 \frac{m}{\text{sec}^2}$

א. (12) $F_{\max} = 31.05N$ ב. $a = 1.81 \frac{m}{\text{sec}^2}$

א. (13) $t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_1 \cos \theta)} + \frac{v_0}{g \sqrt{(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}}$

ב. $\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}}$

א. (14) $a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{k_2} m_2 g - \mu_{k_1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3}$, $a_2 = \mu_{k_2} g$

ב. $F_{\min} = m_3 g - \mu_{s_2} g (m_3 + m_2) - \mu_{s_1} (m_1 + m_2) g$

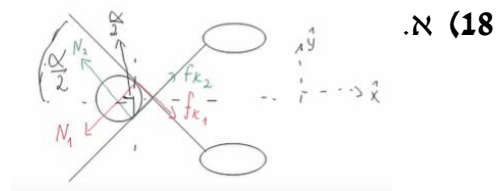
א. (15) $f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha$ ב. $\mu_{s_{\min}} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha}$

א. (16) $N_2 = M(a + g \tan \alpha)$, $N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha}$

א. (17) $N_2 = mg \cos^2 \alpha$ ב. $\mu_{s_{\min}} = \tan \alpha$ ג. $a_x = \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha}$

ד. $N_2 = m \left(g - \left(\frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha} \right) \sin \alpha \right)$

ג. הוכחה. ב. $\mu_k = \tan \frac{\alpha}{2}$



ד. הוכחה. החוט יחתך יותר מאוחר.

$$y(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta}{k} \right) \left(e^{\sqrt{\frac{k}{M}} t} + e^{-\sqrt{\frac{k}{M}} t} \right) - \frac{\beta}{k} \quad (19)$$

פיזיקה 1 ב

פרק 6 - תנועה מעגלית

תוכן העניינים

90	1. נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית.
96	2. הכוח הצנטרפוגלי.
98	3. וקטורים בתנועה מעגלית.
101	4. תרגילים מסכמים.
105	5. תרגילים מסכמים למתקדמים.

נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

רקע

- תנועה מעגלית היא תנועה על מעגל עם רדיוס קבוע.

יש להציב את הזווית ברדיאנים	$S = \Delta\theta \cdot R$	הדרך בתנועה מעגלית
כיוון המהירות תמיד משיק למעגל	$v(t) = \frac{dS}{dt}$	גודל המהירות הקווית (speed)
f - התדירות T - זמן המחזור התדירות וזמן המחזור מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה קשר רק בין הגדלים	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	מהירות זוויתית
	$v = \omega R$	קשר בין המהירות הקווית לזוויתית
	$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	תאוצה רדיאלית לכיוון מרכז המעגל
	$\Sigma F_{\text{למרכז המעגל}} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$	הכוח
	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	תאוצה זוויתית
	$a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$	תאוצה משיקית
כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל	$h = R(1 - \cos\theta)$	הגובה במעגל אנכי

שאלות

(1) דוגמה-נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.
מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא: $v(t) = 4t$.

- א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).
- ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

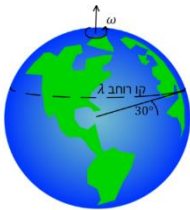


(2) דוגמה-חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

(3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

- א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.
- ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?
- ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30^\circ$?

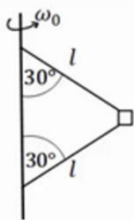


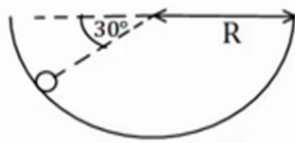
(4) דוגמה-יובל מסובבת אבן

יובל קושרת אבן שמסתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.
יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעל ראשה (כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא: $12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.
מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיחות בחוט?
הנח שכוח הכובד זניח.

(5) מסה קשורה לעמוד מסתובב

במערכת הבאה מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט המסתובב במהירות זוויתית ω_0 . אורך החוטים זהה ושווה ל-1.
הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.
מהי המתיחות בכל חוט? בשאלה זו כוח הכובד אינו זניח.
נתונים: m, l, ω_0 .



(6) כדור בקערה כדורית

כדור קטן מונח בתוך קערה כדורית בעלת רדיוס R . מניחים את הכדור בזווית של 30° מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף. מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

(7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים

מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

(8) זווית משתנה בזמן

המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסתובב נתונה ע"י: $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$.

- מהי המהירות הזוויתית ב- $t = 2 \text{ sec}$ ו- $t = 4 \text{ sec}$?
- מהי התאוצה הזוויתית הממוצעת בין זמנים אלו?
- מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

(9) תאוצה משיקית קבועה

גוף נע במעגל בעל רדיוס R בתאוצה משיקית קבועה a_t וללא מהירות התחלתית. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:

- כפונקציה של הזמן.
- כפונקציה של זווית הסיבוב.

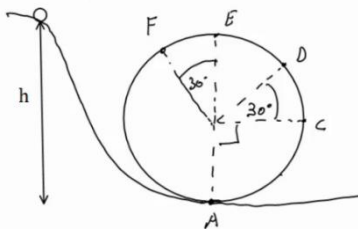
(10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת

גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר. הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י: $s = 6t^2 + 3t$. חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

(11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים

בדוגמה של נהג המרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד. מי מפעיל כוח זה?

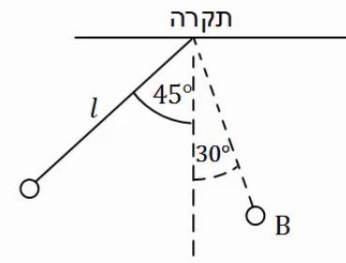
12) דוגמה-כדור בלופ



כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה. רדיוס המעגל הוא: $R = 2m$.

- א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).
- ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.
- ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.
- ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

13) כוחות במטוטלת

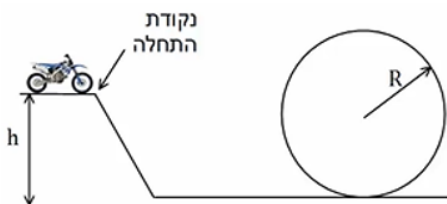


מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45° מעלות. אורך החוט הוא l והמסה היא m .

- א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?
- ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?
- ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת בזווית 30° מעלות? ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?
- ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

14) רוכב אופנוע במעגל אנכי

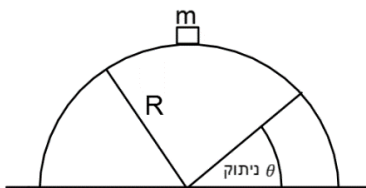
רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי. הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.



נתון: R, h .

15) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית

קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R . הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה. מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.



תשובות סופיות

$$\omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \quad \text{א.} \quad \text{ב. } 12.5 \text{ sec} \quad (1)$$

$$0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{מחוג שניות} \quad \text{ב.} \quad 1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{מחוג דקות} \quad (2)$$

$$1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{מחוג שעות}$$

$$7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 400 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$T = 20.16 \text{ N}, a_r = 100.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2} \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{3gR}{2}} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (7)$$

$$\omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad \bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (8)$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$a_r = 2a_t \theta \quad \text{ב.} \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4} \quad (10)$$

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad \text{הכביש מפעיל כוח זה.} \quad (11)$$

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} : \text{החיכוך מהכביש} \quad (12)$$

$$v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$a_r = \frac{v^2}{R} \quad \text{ב.} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{וכו', לפי הנוסחה}$$

$$a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} \quad \text{ד.}$$

א. $v = \sqrt{0.58gl}$ (14)
 ב. $T = 1.58mg$
 ג. מהירות: $v_B = \sqrt{0.32gl}$, מתיחות: $T = mg(1.19)$
 ד. בשניהם: $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$
 (15) $\theta = 41.8^\circ$

הכוח הצנטריפוגלי

רקע

$$F_r = m\omega^2 R$$

בכיוון החוצה מהמעגל

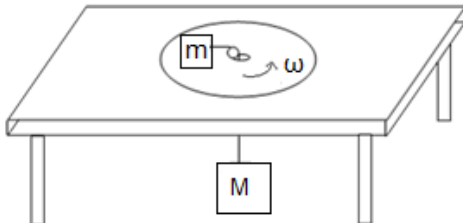
שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

שאלות

1) מסה על שולחן מסתובב

- מסה m מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה ω .
 המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה m .
 בין המסה m לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא μ_s .
 נתון: ω, μ, m, μ_s .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימאלי שבו ניתן להניח את המסה כך שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



תשובות סופיות

$$r_{\min}^{\max} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

וקטורים בתנועה מעגלית

רקע

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

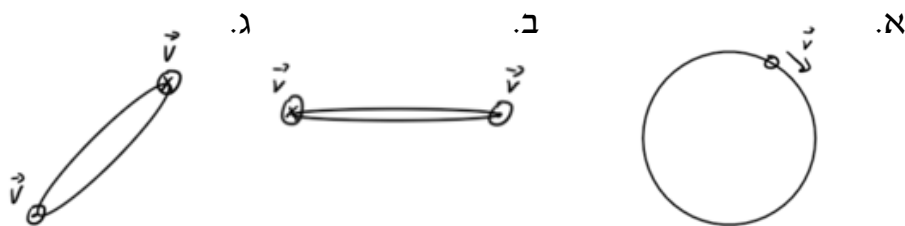
וקטורי יחידה בכיוון רדיאלי ומשיק:

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} ; \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

שאלות

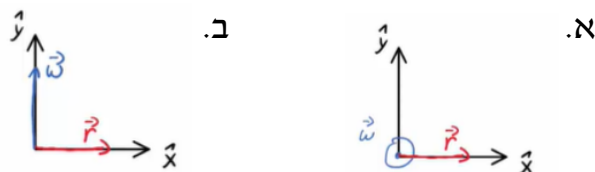
1) מציאת הכיוון של אומגה

במקרים הבאים נתון כיוונה של המהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכיוון של המהירות הזוויתית בכל מקרה:



2) תרגיל לנוסחה $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון המהירות הקווית של הגוף במקרים הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



3) תאוצה זוויתית קבועה כוקטור

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע.

התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונתונה לפי: $\vec{\alpha} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 1\hat{z}$ ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע.

המיקום ההתחלתי והמהירות הזוויתית ההתחלתית הם: $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$

במטרים ו- $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$ ברדיאן לשנייה.

מצא את גודל המהירות הקווית של הגוף ב- $t = 2 \text{ sec}$.

(4) דוגמה-וקטור המיקום של נהג המרוצים

מצא את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נהג המרוצים :
 נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר. מהירותו של הנהג כתלות
 בזמן היא $v(t) = 4t$.

- א. מצאו את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן, ומצאו את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).
 ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

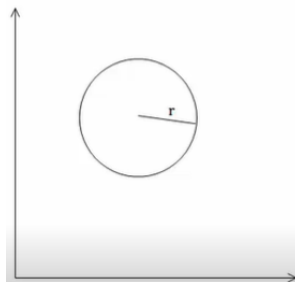
(5) תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m.

הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

נתון כי מרכז המעגל נמצא ב- (5,7) והמהירות הזוויתית היא : $\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{20 \text{ sec}}$

- א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
 ב. מצא את וקטור המהירות של הגוף כפונקציה של הזמן.
 ג. מצא את וקטור התאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
 ד. מצא את המהירות הממוצעת בין $t = 5 \text{ sec}$ ל- $t = 10 \text{ sec}$.
 ה. מצא את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המקום.
 ו. מצא את תחום הגדלים של וקטור המקום.



תשובות סופיות

$$\text{ג. } \hat{\quad} \quad \text{ב. } \downarrow \quad \text{א. } \otimes \quad (1)$$

$$\text{ב. } -\frac{\$}{2} \quad \text{א. } \frac{\$}{y} \quad (2)$$

$$63.63 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$\mathbf{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y} \quad (4)$$

$$\mathbf{r} = \left(5 + 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right), 7 + 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \right) \quad \text{א. } (5)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{r}' = \left(-3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10}, 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10} \right) \quad \text{ב.}$$

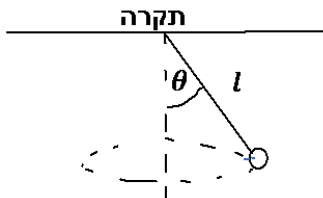
$$\mathbf{a} = \mathbf{v}' = \left(\frac{-3}{5}, \frac{3}{5} \right) \quad \text{ד.} \quad \mathbf{a} = \mathbf{v}'' = -\omega^2 \mathbf{r} \quad \text{ג.}$$

$$r_{\max} = 8.6 + 3, \quad r_{\min} = 8.6 - 3 \quad \text{ו.}$$

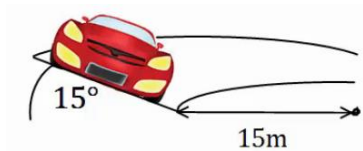
$$\theta_{\min} = 34.5^\circ, \quad \theta_{\max} = 74.9^\circ \quad \text{ה.}$$

תרגילים מסכמים:

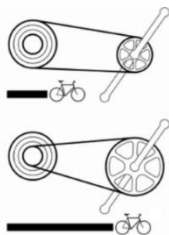
שאלות:



- (1) **מטוטלת מסתובבת אופקית**
מטוטלת בעלת אורך l מסתובבת סביב ציר האנך לתקרה בזווית מפתח קבועה θ . נתון: l, θ . מצא את התדירות וזמן המחזור של הסיבוב.



- (2) **מכונית במחלף**
מכונית נוסעת על מחלף משופע. זווית השיפוע של המחלף היא 15° מעלות. רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים. אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?



- (3) **הילוכי אופניים**
הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

- (4) **שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)**
מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס R מוצבת במישור אנכי. מישור משופע וחלק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשים. מציבים את בול A בגובה $2R$ ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה. נותנים ל- A דחיפה קלה ועוזבים את B ממצב מנוחה. שני הגופים מחליקים, גוף A בצידה החיצוני של המסילה ואילו גוף B משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגופים מתנתק מהמסילה. התייחסו לגופים כאל גופים נקודתיים.

א. באיזו זווית θ_1 עם ציר ה- y , יתנתק גוף A מהמסילה?

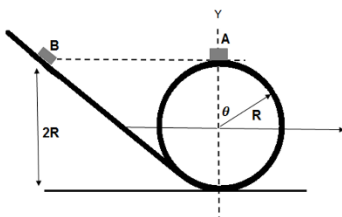
ב. באיזו זווית θ_2 יתנתק גוף B מהמסילה?

ג. אם שני הגופים מתנתקים מהמסילה בו זמנית.

מה גודל המהירות היחסית בניהם?

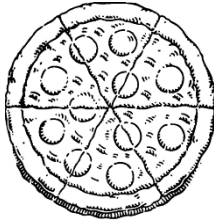
ד. מה יהיה המרחק בין הגופים לאחר הניתוק,

אחרי פרק זמן Δt (הניחו שהגופים עדיין באוויר).



(5) מציאת מיקום כפונקציה של הזמן

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס R . נתון שגודל המהירות של החלקיק: $V(t) = Ct^2$ כאשר C קבוע. מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

(6) מסובבים פיצה בתנועה מעגלית

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים: $\theta = 4t^2 + 5t$ כאשר θ נמדדת ברדיאנים ו- t בשניות.

א. מצאו את המהירות הזוויתית של הבצק.

ב. מצאו את התאוצה הזוויתית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזיתים מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.

מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של $0.2 \frac{m}{sec^2}$.

ד. חזור על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב- $t = 1 \text{ sec}$ היא: $0.2 \frac{m}{sec^2}$.

(7) תאוצה משיקית קבועה

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ.

הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.

לאחר כמה זמן מתחילת התנועה התאוצה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

א. גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?

ב. שווה לתאוצה המשיקית?

(8) זווית בין משיקית לכוללת

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קווית של 2 מטר לשנייה.

א. תוך כמה זמן השלים הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה

השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה

לתאוצה המרכזית של הגוף?

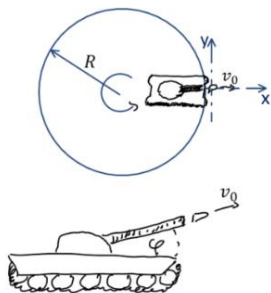
ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

9) חמישה סיבובים

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה משיקית קבועה. הנקודה מגיעה למהירות זוויתית של $20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ לאחר 5 סיבובים. מצא את:

- התאוצה המרכזית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה השקולה של הנקודה כעבור 5 שניות.

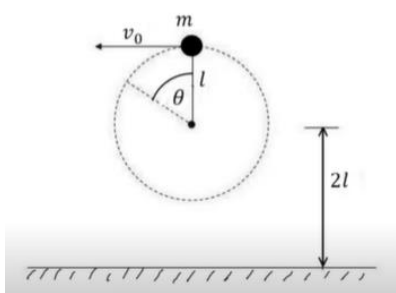
10) טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת



טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס R היכולה להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה להסתובב ב- $t = 0$ בתאוצה זוויתית $\ddot{\theta} = kt^2$. כעבור זמן t_0 הטנק נמצא במיקום שבאיור ויורה פגז. מהירות הלוע של הפגז היא v_0 . התותח מכווון בכיוון הרדיאלי כלפי חוץ, ובזווית φ מעל הקרקע (במאונך למישור שבו מסתובבת הדיסקה).

- באיזה מהירות ביחס לצופה ניח יוצא הכדור מלוע הטנק?
- באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפגז?

11) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה



כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l. הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l מעל הרצפה. כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית v_0 .

- מה המהירות המינימלית v_0 הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?
- מעניקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$, אם החוט נקרע ברגע שמתוחותו עולה על $5.25mg$ מצאו את הזווית θ שבה יקרע החוט.
- מה מהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?
- תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?

תשובות סופיות:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}gR\Delta t} \quad \text{ז} \quad |\vec{V}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3}gR} \quad \text{ג} \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{ב} \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{א} \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R}, y = R \sin \left(\frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5\text{cm} \quad \text{ג} \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad \text{א} \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{m} \quad \text{ז}$$

$$t \approx 0.27 \text{sec} \quad \text{ב} \quad t \approx 0.39 \text{sec} \quad \text{א} \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{sec} \quad \text{ז} \quad \alpha = 87.73^\circ \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad t_1 \approx 25.1 \text{sec} \quad \text{א} \quad (8)$$

$$S = 1\text{m} \quad \text{ה}$$

$$|a| \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad a_r \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א} \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi, v_y = \frac{kt_0^3 R}{3}, v_z = v_0 \sin \varphi \quad \text{א} \quad (10)$$

$$d = \left[(v_0 \cos \varphi)^2 + \left(\frac{kt_0^3 R}{3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left(t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad \text{ב}$$

$$t \approx 0.3 \text{sec} \quad \text{ז} \quad v \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג} \quad \theta \approx 110^\circ \quad \text{ב} \quad v_{\min} = \sqrt{gl^5} \quad \text{א} \quad (11)$$

תרגילים מסכמים למתקדמים:

שאלות:

(1) נקודה על גלגל

מיקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י: $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$, $y(t) = R - R \cos(\omega t)$, כאשר R ו- ω קבועים.

- מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמאלית.
- ציירו את מסלול הגוף.

(2) חבל עם מסה מסתובב*

נתון חבל אחיד בעל מסה m ואורך l .
 החבל קשור בקצה אחד ומסתובב במישור אופקי במהירות זוויתית ω .
 מצא את גודל המתיחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצה הקשור).
 רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משוואת תנועה על כל חתיכה.

(3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית*

גוף בעל מסה m_1 מחובר באמצעות חוט באורך l_1 לתקרה.
 גוף בעל מסה m_2 מחובר באמצעות חוט באורך l_2 לגוף הראשון.
 שני הגופים מסתובבים יחדיו בתדירות זוויתית קבועה ω סביב ציר האנך לתקרה.
 הזוויות בין החוטים לאנכים הן: α , β (ראה איור).

א. רשום את משוואת התנועה לכל גוף.

ב. מצא מהי הזווית α עבור המקרה בו $m_2 = 0$ ו- $m_1 \neq 0$.

מהי תדירות הסיבוב המינימלית האפשרית?

ג. דני ויוסי ניסו למצא את ω במקרה הכללי.

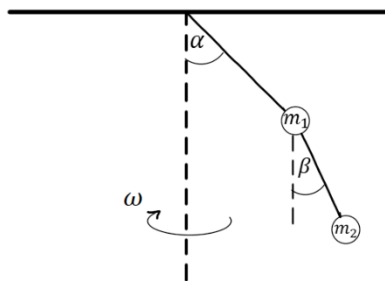
דני הציב את גדלי המתיחות של החוטים במשוואת התנועה של גוף 2

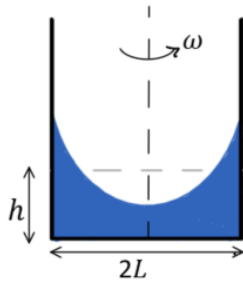
$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}$$

יוסי הציב את המתיחות במשוואת התנועה

$$\text{של גוף 1 וקיבל: } \omega^2 = \frac{g}{l_1} \cdot \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

ישב את הסתירה.





(4) מים בכלי מסתובב**

תיבה באורך $2L$ ורוחב ω כך ש- $\omega \ll L$ מכילה מים. גובה המים בתיבה הוא h . מסובבים את התיבה במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה. הנח כי המים לא נשפכים מהתיבה.

א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפני המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).

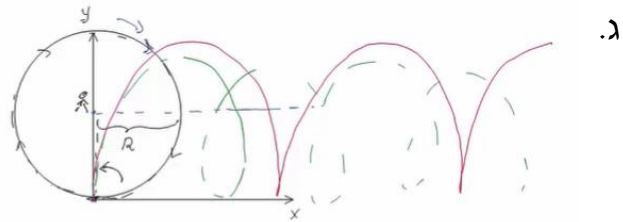
- ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרחק אופקי d מהמרכז?
- ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?
- ד. מהו התנאי שתחתית התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

תשובות סופיות:

א. $\vec{v} = (R\omega - R \cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R \sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y}$ (1)

$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$

ב. $|\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1 - \cos \omega t)}}$, $|\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1 - \cos(\omega t))}}$ (1)



$T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2)$ (2)

גוף 1: $\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha$, $\sum F_y = 0$ (3)

גוף 2: $\sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta)$, $\sum F_y = m_2 g$

א. $y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g}$ (4)

ב. $\Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g}$

ג. $\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g}$

ד. $h = \frac{\omega^2 L^2}{6g}$

פיזיקה 1 ב

פרק 7 - כוח גרר וכוח ציפה - כוח תלוי מהירות

תוכן העניינים

- 107 1. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן
- 108 2. סיכום כוח גרר סטוקס וכוח ציפה
- 109 3. תרגילים מסכמים

כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר \vec{v} היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל

R - רדיוס הכדור

שאלות



1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.

נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא: $\vec{F} = -k\vec{v}$.

א. מצאו את משוואת התנועה של הצנחן.

ב. מצאו את המהירות הסופית.

ג. מצאו את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

תשובות סופיות

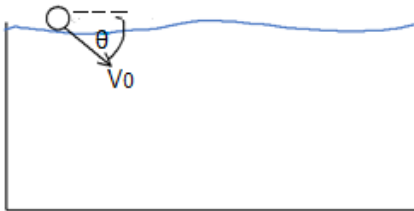
$$1) \quad \text{א. } mg - kv_y = ma_y \quad \text{ב. } v_{yfinal} = \frac{mg}{k} \quad \text{ג. } v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

כדור נזרק לבריכה:

שאלות:

1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית v_0 בזווית θ עם פני המים. נתונים:



צמיגות המים - η .

רדיוס הכדור - R .

מהירות התחלתית - v_0 .

צפיפות המים - ρ_w .

צפיפות הכדור - ρ_b .

א. רשמו את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם $\rho_b < \rho_w$.

תשובות סופיות:

$$1) \text{ א. משוואות התנועה הן: } -kv_x = m \frac{dv_x}{dt} \text{ ו- } C - kv_y = m \frac{dv_y}{dt}$$

$$\text{כאשר: } k = 6\pi\eta R, C = (\rho_b - \rho_w)g \frac{4\pi R^3}{3}, m = \rho_b \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\text{ב. } v_y \text{ final} = \frac{C}{k}, v_x \text{ final} = 0$$

$$\text{ג. } y_{\max} = \frac{mC}{k^2} \left[\frac{v_0 k}{C} \sin \theta - \ln \left(\frac{C}{C - kv_0 \sin \theta} \right) \right]$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

(1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה M נע על מישור אופקי במהירות התחלתית v_0 ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר $f = -\alpha v$, α קבוע.
- מצאו את משוואת הכוחות על הגוף.
 - מהי מהירות הגוף בכל רגע?
 - מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע $t = 0$ מיקום הגוף הוא x_0 .

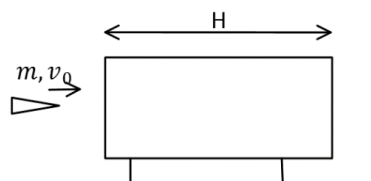
(2) רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ"שני, מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר $F = -4000N - 600 \frac{N \cdot s}{m}$ פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

(3) כוח גרר ריבועי במהירות

- במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא: $F_d = kv^2$.
- מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב. זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א.
 - מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה?
 - מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

(4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



- קליע בעל מסה m נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי H המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע v_0 וביציאה v_1 . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית $f = -kv^3$ (k) קבוע. נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

- א. מצאו את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.
 ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?
 ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0}$?
 ד. בטאו את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

5 צוללת

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ"שני.
 ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה בנתון בביטוי: $\vec{F} = -(\lambda v^2) \hat{v}$, כאשר \hat{v} זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.
 זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.
 נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.
 א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?
 ב. חשבו את הקבוע λ .
 ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

6 סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ"שני ומואטת על ידי כוח חיכוך הנתון בנוסחה: $\vec{F} = -2e^{0.5v} \hat{v}$. יחידות המידה mks, v מהירות הגוף.
 הניחו שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.
 א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?
 ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

תשובות סופיות:

$$v(t) = \left(-\mu g + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha} \quad \text{ב.} \quad -\mu m g - \alpha v = m a \quad \text{א.}$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left((-\mu g) t + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left(\frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C, \quad C = x_0 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \quad \text{ג.}$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad \text{(1)}$$

$$a = \frac{3}{4} g \quad \text{ג.} \quad a = \frac{5}{4} g \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \text{א.} \quad \text{(2)}$$

$$x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{k v_0} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m} t - \frac{1}{v_0^2}}} \quad \text{א.} \quad \text{(3)}$$

$$v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2 \quad \text{ד.} \quad v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2kt}{m}}} \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} \quad \text{ג.} \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3} t} \quad \text{א.} \quad \text{(4)}$$

$$v \left(t = \frac{45.9}{2} \right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t = 45.9 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad \text{(5)}$$

פיזיקה 1 ב

פרק 8 - עבודה ואנרגיה חלק א - הסברים ברמת תיכון-מכינה

תוכן העניינים

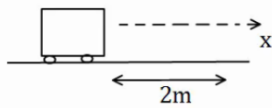
112	1. העבודה שמבצע כוח.
114	2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה.
115	3. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה.
118	4. עבודת החיכוך וחום.
120	5. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ.
(ללא ספר)	6. חוק שימור האנרגיה- הרחבה
(ללא ספר)	7. סיכום הפרק
121	8. תרגילים
126	9. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית.
127	10. הספק

העבודה שמבצע כוח:

שאלות:

(1) דוגמה 1

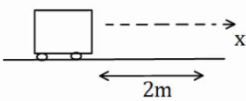
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה- x .
 חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



- בכיוון ציר ה- x .
- בכיוון 30° עם ציר ה- x .
- בכיוון 30° מתחת לציר ה- x .

(2) דוגמה 2

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה- x .
 חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



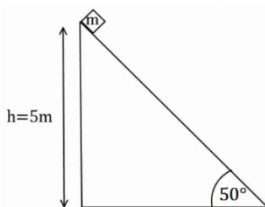
- בכיוון ציר ה- y .
- בכיוון 30° מעל ציר ה- x השלילי.
- בכיוון 30° מתחת לציר ה- x השלילי.

(3) דוגמה 3

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3kg .
 א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
 ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: h , m .

(4) דוגמה 4

גוף שמסתו $m = 2\text{kg}$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים
 ועד לתחתית המישור.
 זווית השיפוע של המישור היא 50° .



- חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
- חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
- חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

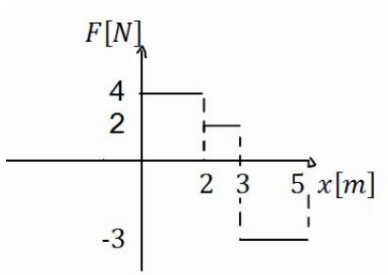
5 דוגמה 5

גוף נע מהנקודה (1,2) לנקודה (3,5).

חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F} = (2,1)$

ב. $\vec{F} = (-3,2)$

**6 כוח כתלות במיקום**

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.

א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים

האחרונים של התנועה?

תשובות סופיות:

א. $W = 10$ ב. $W = 5 \cdot \sqrt{3}$ ג. $W = 5 \cdot \sqrt{3}$ (1)

א. $W = 0$ ב. $W \approx -8.66$ ג. $W \approx -8.66 \text{ J}$ (2)

א. $W_g = 240 \text{ J}$ ב. $W_g = mgh$ (3)

א. $W_N = 0$ ב. $W_g = 100 \text{ J}$ ג. $W_{fk} = -16.79 \text{ J}$ (4)

א. $W = 7 \text{ J}$ ב. $W = 0$ (5)

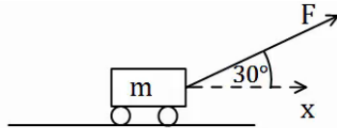
א. $W = 4 \text{ J}$ ב. $W = -6 \text{ J}$ (6)

אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

שאלות:

(1) כוח מושך קרונית בזווית

כוח $F = 50\text{N}$ מושך קרונית בזווית של 30° מעל ציר ה- x . מסת הקרונית היא 3 ק"ג.

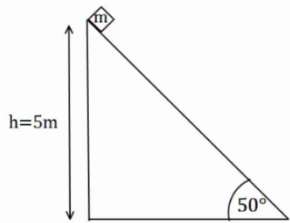


- א. שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.
 ב. מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- x .

ג. מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים, אם התחילה לנוע ממנוחה?

(2) המשך לדוגמה 4

גוף שמסתו $m = 2\text{kg}$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור. זווית השיפוע של המישור היא 50° . מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

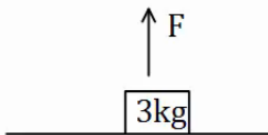


א. מצא את עבודת הכוחות.

ב. מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

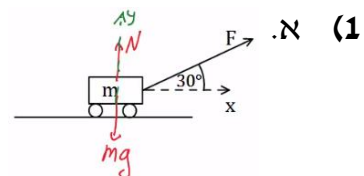
(3) כוח מושך גוף ישר למעלה

כוח $F = 50\text{N}$ מושך גוף כלפי מעלה. מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3 ק"ג.



תשובות סופיות:

א. $v_F \approx 12.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $W_N = 0 = W_g, W_F \approx 216.51\text{J}$ ב.



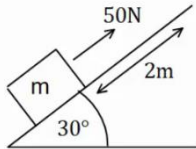
א. $W_N = 0, W_g = 100\text{J}, W_{fk} = -16.79$ ב. $v_F \approx 9.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. $v_p \approx 10.33 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב.

אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

שאלות:

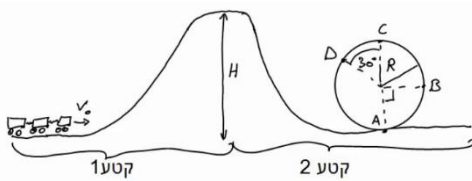
(1) כוח מעלה במדרון משופע



כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של 30° . מסת הגוף היא $m = 4\text{kg}$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה. חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

(2) עוד רכבת הרים

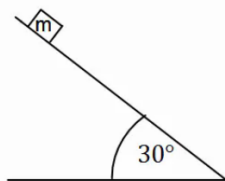
רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור. לרכבת מהירות התחלתית נמוכה v_0 .



בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H . בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.

בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ". התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.
 א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.
 ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

(3) מסה מחליקה במדרון

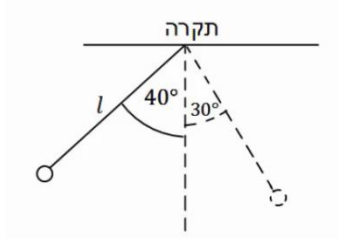


מסה $m = 4\text{kg}$ מונחת במנוחה בגובה $h = 5\text{m}$ על מדרון משופע. שיפוע המדרון הוא 30° .

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F = 60\text{N}$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

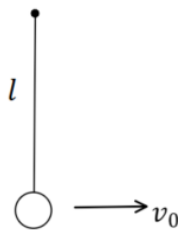
(4) מטוטלת

מטוטלת בעלת אורך חוט $l = 50\text{cm}$ תלויה מהתקרה. מרימים את המטוטלת לזווית של 40° ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

- מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?
- מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?
- מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של 30° ?
- מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

(5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל

נקודת תלייה



כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l = 30\text{cm}$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי

$$\text{של } v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?
- מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה

המקסימלי שהחוט מאפשר לו (מעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

תשובות סופיות:

$$V_F \approx 5.48 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$W_F = mgH \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$v_F = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$W_T = 0 \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\theta_{\max} = 40^\circ \quad \text{ד.}$$

$$20\text{cm} \quad \text{א. i.} \quad (5)$$

$$v_f = \sqrt{44} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$v_C = \sqrt{2g(H-2R)}, v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)} \quad \text{ב.}$$

$$v_F \approx 19.11 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad v_F \approx 8.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_F \approx 1.03 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad v_F \approx 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = \sqrt{44} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad \theta_{\max} \approx 71^\circ \quad \text{ii.}$$

עבודת החיכוך וחום:

רקע:

חום (Q) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{fk}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

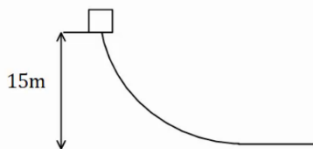
שאלות:

1) חישוב עבודה

גוף שמסתו 5kg מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת 15m נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
 מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

2) גוף נופל ממסלול עקום

גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר. בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.



תשובות סופיות:

$$-132.5\text{J} \quad (1)$$

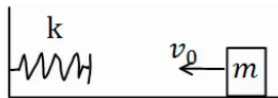
$$Q = 275\text{J} \quad (2)$$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

שאלות:

(1) מסה וקפיץ במישור אופקי

מסה $m = 50\text{gr}$ נעה במהירות $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ על משטח אופקי חלק.



המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס"מ?

ב. מהו הכיוון המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א' ו-ב' אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ

הוא 0.5m.

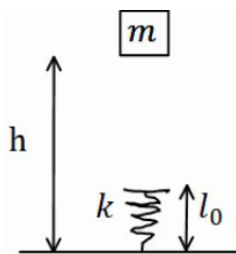
(2) מסה נופלת על קפיץ אנכי

מסה $m = 5\text{gr}$ משוחררת ממנוחה מגובה $h = 1\text{m}$ מעל הרצפה.

קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0 = 10\text{cm}$, וקבוע הקפיץ

הוא $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיוון המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

תשובות סופיות:

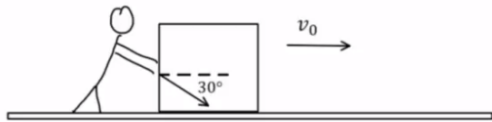
$$v \approx 4.72 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \Delta x \approx 33\text{cm} \quad \text{ג.} \quad \Delta x \approx 35.4\text{cm} \quad \text{ב.} \quad v_F \approx 4.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$h_F = h_i \quad \text{ג.} \quad \Delta x_{\text{max}} = 3\text{cm} \quad \text{ב.} \quad v_F = 4.24 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (2)$$

תרגילים:

שאלות:

1) אדם דוחף ארגז בזווית

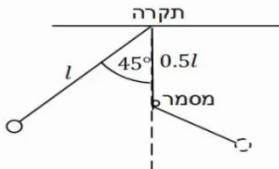


אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2 \frac{m}{sec}$ וכיוונה ימינה באיור.

- ציירו תרשים כוחות על הארגז.
- חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?
- מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.
- חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.
- חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

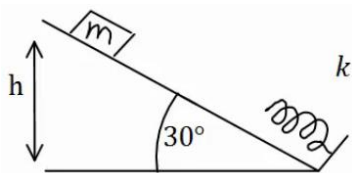
2) מטוטלת עם מסמר



מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80cm$.

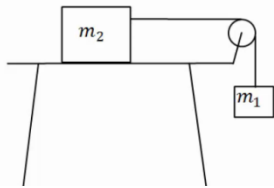
המטוטלת מוסטת לזווית של 45° ומשחררת ממנוחה. בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר. מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ



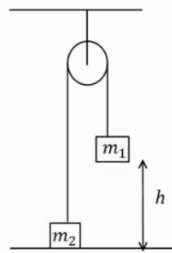
מסה $m = 20gr$ מחליקה מגובה $h = 1m$, וממנוחה, על מדרון משופע בזווית של 30° . בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי בעל קבוע קפיץ $k = 100 \frac{N}{m}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

- מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?
- חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך הקינטי $\mu_k = 0.1$.
- הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

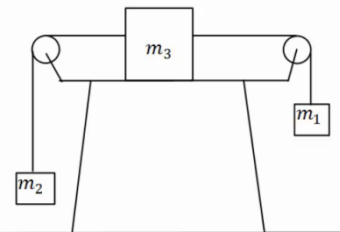
(4) מסה על שולחן ומסה תלויה

מסה $m_2 = 4\text{kg}$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2\text{kg}$ התלויה באוויר. גובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא $h = 2\text{m}$. המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

- מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 אם השולחן חלק.
- מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה m_1 .
- חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.
- כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחום במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

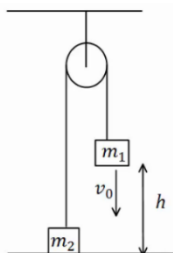
(5) שתי מסות תלויות מהתקרה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית. נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h . מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 , אם המערכת מתחילה ממנוחה.

(6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $m_3 = 3\text{kg}$. כל הגלגלות והחוטים אידיאליים. המערכת מתחילה ממנוחה.

- מצא את המהירות כתלות בהעתק של m_1 . הנח שהשולחן חלק.
- חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

(7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית. נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h . נותנים ל- m_1 מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה v_0 .

- מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע m_1 . (הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).
- מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2 .

8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.

המסה m_2 מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

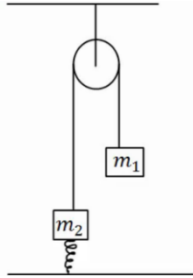
משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.

נתון: $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?



9) גרף של כוח

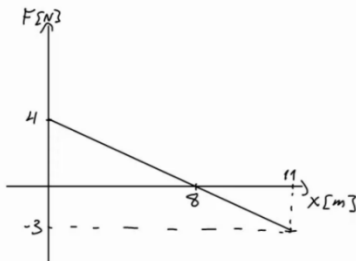
נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2\text{kg}$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18\text{m}$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6\text{m}$.



10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה 3m .

בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן

מ-80 ס"מ?

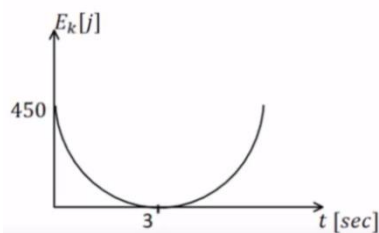
11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית

כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר

בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה

הקינטית כפונקציה של הזמן.



א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.

ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

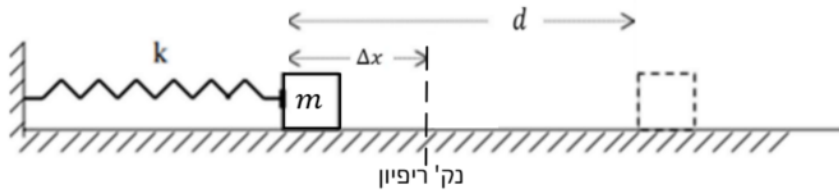
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

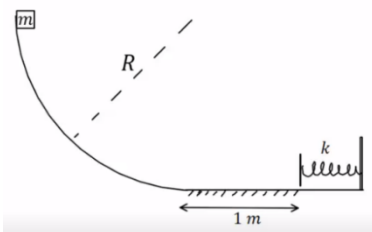
12 קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך

גוף שמסתו $m = 0.3\text{kg}$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x = 0.2\text{m}$ כמוראה בציר. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d = 0.6\text{m}$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k = 14 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



- א. מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?
 ב. מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

13 גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ

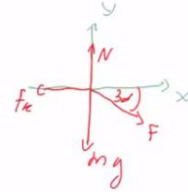


גוף בעל מסה $m = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R = 2\text{m}$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר. מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3. בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיוון מקסימלי של 0.1 מטר. החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

- א. מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?
 ב. מהו קבוע הקפיץ?
 ג. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

תשובות סופיות:

א. (1) $W_F \approx 690J, W_{Fk} = -200J$ ב.



ד. $v_F = 3.5 \frac{m}{sec}$

ג. $\sum F \approx 250N, W_{\sum F} \approx 490J$

ה. $a \approx 3 \frac{m}{sec^2}, v_F = 3.5 \frac{m}{sec}$

(2) $\theta_{max} = 65.53^\circ$

(3) א. הכיוון: $x = 6.18cm$, הגובה: $h_F = 1m$.

ב. הכיוון: $\Delta x = 5.6cm$, הגובה: $h_F = 0.999m$.

א. (4) $v_{m1} \approx 3.65 \frac{m}{sec}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8} \frac{m}{sec}$ ד. $Q = 16J$

(5) $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

א. (6) $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

א. (7) $h_{min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

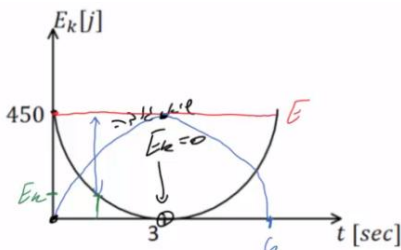
א. (8) $x_0 = 2m$ ב. $v \approx 2.58 \frac{m}{sec}$ ג. $\Delta x_{max} = 4m$

א. (9) $v(x=18) = 3 \frac{m}{sec}$ ב. $v(x=6) = 4.12 \frac{m}{sec}$

א. (10) $h_1 = 2.76m$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

א. (11) $v_0 = 30 \frac{m}{sec}, t = 3sec$ ב. $h = 45m$ ג.

א. (12) $W_g = -450J$ ב. $W_g = -300J$



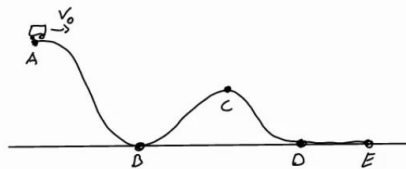
א. (12) 0.156 ב. $1.12 \frac{m}{sec}$

א. (13) $v_B = \sqrt{34} \frac{m}{sec}$ ב. $k = 6800 \frac{N}{m}$ ג. $h_D = 1.4m$

אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

שאלות:

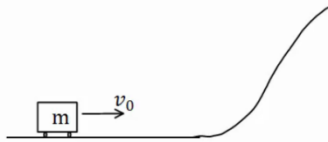
(1) רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים. מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה. מצא את מהירותה בנקודות B, D, E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

(2) עגלה עולה על גבעה

עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה. אין חיכוך בין העגלה לאדמה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה? לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.
 ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

תשובות סופיות:

$$v_B \approx 20.62 \frac{\text{m}}{\text{sec}} = v_E = v_D, v_C \approx 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$v_F = \pm v_0 \quad \text{ב.} \quad h_{\max} = 20\text{m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

הספק:

שאלות:

(1) דוגמה 1

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות. מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

(2) דוגמה 2

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש.

כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.

מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

(3) הספק ממוצע לשנות מהירות

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את

מהירותה מ- $9 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ל- $27 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בתוך 4 sec?

מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

(4) רכבת צעצוע חשמלית

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות,

מה צריך להיות ההספק המנועים (בהנחה שהם שווים),

על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו 4kg , הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום

כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t) = 2 + 3t + t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t = 2\text{sec}$?

תשובות סופיות:

- (1) $\Delta E_k \approx 385,800\text{J} = W_{\sum \vec{F}}$ א. ב. $p = 51.7\text{HP}$
- (2) $p = 11.18\text{HP}$
- (3) $F = 2500\text{N}$, $\bar{p} \approx 16.76\text{HP}$
- (4) $\Delta t = 3.5\text{sec}$ א. ב. $E_{k_1} = 100\text{J} = E_{k_2}$ ג. $W_{1 \rightarrow 2} = 600\text{J}$
- ד. $W_{3 \rightarrow 2} = 1200\text{J}$ ה. $p = 97.7\text{W}$
- (5) א. $W = 144\text{J}$ ב. $p(t=2) = 56\text{W}$

פיזיקה 1 ב

פרק 9 - עבודה ואנרגיה חלק ב - שימוש בכוח לא קבוע ואינטגרלים לחישוב עבודה

תוכן העניינים

- 129 1. חישוב עבודה לכוח לא קבוע.
- 131 2. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות.

חישוב עבודה לכוח לא קבוע

רקע

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

צריך גם משוואה של המסלול

שאלות

1) חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח: $\vec{F} = xx + yxy$ בין הנקודה $A(0,0)$ לנקודה $B(2,4)$:

א. דרך המסלול של הקו הישר המתבר בין הנקודות.

ב. דרך מסלול המקביל לציר ה- x עד לנקודה $C(2,0)$ ולאחר מכן דרך

המסלול המקביל לציר ה- y עד לנקודה B .

ג. דרך המסלול $y = x^2$.

ד. דרך המסלול $x(t) = 2t$, $y(t) = 4t^2$.

2) כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח: $\vec{F} = zx^2\hat{x} + xzy\hat{y} + 2yz\hat{z}$.

א. חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה $A(1,2,3)$

עד לנקודה $B(2,3,5)$ כאשר המסלול יוצא מ- A במקביל לציר ה- Y

עד לנקודה $C(1,3,3)$ ולאחר מכן מ- C במקביל לציר ה- Z ועד לנקודה

$D(1,3,5)$ ולאחר מכן מהנקודה D במקביל לציר ה- X עד לנקודה B .

ב. חשב את העבודה של הכוח מהנקודה $A(0,0,-1)$ עד הנקודה $B(4,4,5)$

לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות: $x(t) = 2t$; $y(t) = t^2$; $z(t) = 3t - 1$.

תשובות סופיות

$$\begin{array}{l}
 \text{ג. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \\
 \text{ב. } W_{A \rightarrow B} = 18 \\
 \text{א. } W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} \quad (1) \\
 \text{ד. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \\
 \text{א. } 26.67\text{J} \quad (2) \\
 \text{ב. } 128\text{J}
 \end{array}$$

ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

שאלות:

(1) נקודה הכי ימנית

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר x בהשפעת כוח יחיד הנגזר מהאנרגיה הפוטנציאלית: $U(x) = 2x^4 - 36x^2$.

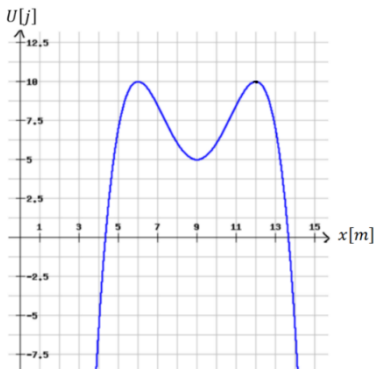
נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודה בה $x = -1.5\text{m}$ מהירותו שווה ל- $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזור על סעיף א', אם ערך המהירות היה: $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

(2) גמל דו דבשתי

כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כתלות במיקומו:



א. שרטטו באופן איכותי את הגרף של הכוח כתלות במיקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הכדור אם הוא משוחרר מ- $x = 7\text{m}$ ממנוחה.

ג. מהי המהירות המינימלית שצריך לתת לכדור במצב של סעיף ב' על מנת שהכדור יגיע לאינסוף?

ד. מהן נקודות שיווי המשקל?

מיינו אותן לפי יציבותן וציינו מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.

(3) שני גופים בפוטנציאל אקספוננציאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה- x ונתונים להשפעת הפוטנציאל: $U(x) = Axe^{-Bx^2}$ כאשר A, B הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסוים גוף אחד נמצא ב- $x=0$ והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב- $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$ והאנרגיה שלו היא: $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$ (בחר את התשובה הנכונה):

א. בתחום $-\sqrt{\frac{1}{B}} \leq x \leq 0$.

ב. הגופים לא ייפגשו אף פעם.

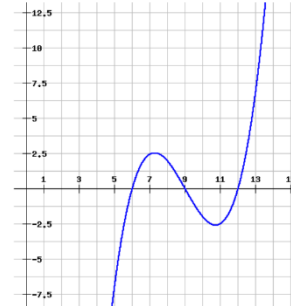
ג. בנקודה $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$.

ד. ב- $x=0$.

תשובות סופיות:

(1) א. $x = -1.202\text{m}$ ב. $x = 6.81\text{m}$

(2) א.



ב. מתחיל בתאוצה בכיוון החיובי עד $x = 9\text{m}$ ואז מתחיל להאט עד $x = 11\text{m}$
 שם עוצר רגעית ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.

ג. 2 מטר לשנייה.

ד. $x = 6\text{m}$ לא יציבה, $x = 9\text{m}$ יציבה, $x = 12\text{m}$ לא יציבה.

(3) א'.

פיזיקה 1 ב

פרק 10 - מתקף ותנע

תוכן העניינים

133	1. מהו תנע והחוק השני של ניוטון (ללא ספר)
135	2. מתקף
136	3. חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים
138	4. סוגי התנגשויות
139	5. שימור תנע בהתנגשויות קצרות
140	6. סיכום ומקדם תקומה
141	7. התנגשויות קצרות ללא שימור תנע
144	8. תרגילים ישנים
	9. תרגילים מסכמים

מתקף ותנע:

רקע

התנע של גוף:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

המתקף של כוח:

$$\vec{J} = \int \vec{F} dt$$

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$$

שאלות:



1) דוגמה לחישוב מתקף

שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון. זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות. מהי מהירות הכדור לאחר הבעיטה?

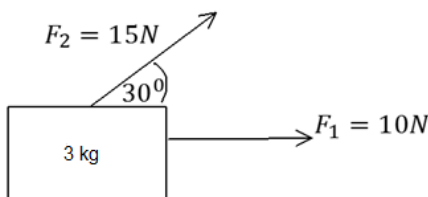
2) דוגמה 2- שני כוחות על גוף

נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם. על הגוף פועלים הכוחות כמתואר בצויר במשך זמן של 0.5 שניות.

א. מצא את המתקף שמפעיל כל כוח.

ב. מצא את המתקף השקול הפועל על הגוף.

ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פעולת הכוחות אם התחיל ממנוחה.



(3) מתקף של כוח ממוצע דוגמה

כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה.
הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה המהירות.

א. חשב את המתקף שפעל על הכדור.

ב. מי מפעיל את המתקף הני"ל?

ג. חשב את הכוח הנורמאלי הממוצע שמפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

תשובות סופיות:

$$V_f = \frac{5\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$\vec{J}_1 = 5\text{N} \cdot \text{sec} \hat{x}, \quad |\vec{J}_2| = 7.5\text{N} \cdot \text{sec} \quad (2)$$

$$V_x = \frac{11.5 \text{ m}}{3 \text{ sec}}, \quad V_y = \frac{3.75 \text{ m}}{3 \text{ sec}} \quad (3)$$

$$\vec{J} = \Delta\vec{P} = -4\text{N} \cdot \text{sec} \hat{x} \quad (3)$$

א. הכוח הנורמלי. ג. $\vec{N} = -20\text{N} \hat{x}$

חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

רקע

אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה לחוק שימור התנע עבור שני גופים:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

שאלות:

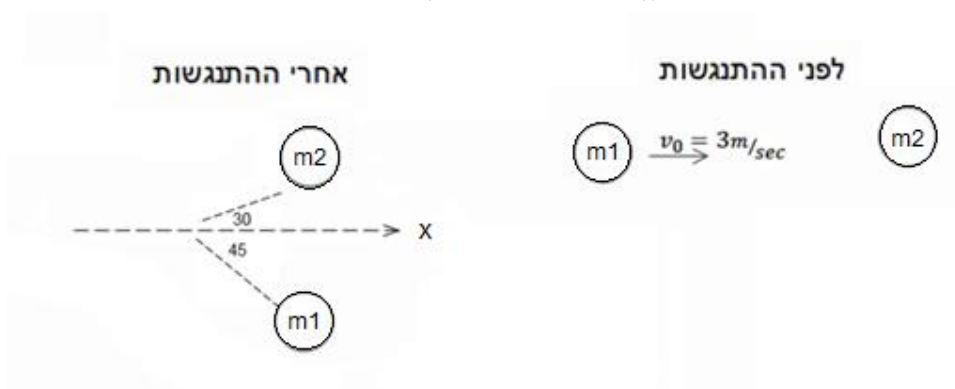
(1) דוגמה לשימור תנע

כדור בעל מסה m_1 ומהירות V_0 , פוגע בכדור שני בעל מסה m_2 . לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה-x וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחת לציר ה-x.

נתון: $m_1 = 3\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $V_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. מצא את גודל מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. מצא את המתקף שפעל על כל גוף.



תשובות סופיות:

(1) א. $V_1 = 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_2 = 3.29 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $\vec{J}_1 = -5.71\text{N} \cdot \text{sec} \hat{x} - 3.29\text{N} \cdot \text{sec} \hat{y}$, $\vec{J}_2 = -\vec{J}_1$

סוגי התנגשויות:

רקע

סוג ההתנגשות	התנגשות אלסטית	התנגשות אי-אלסטית
תכונות	שימור תנע ושימור אנרגיה $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$	רק שימור תנע $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
מקרים מיוחדים	<p>התנגשות חזיתית $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$</p> <p>התנגשות חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות כשאחד הגופים במנוחה כל האנרגיה עוברת לגוף השני (הגוף הפוגע נעצר)</p> <p>התנגשות שאינה חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות כשאחד הגופים במנוחה זווית בין המהירויות היא 90 מעלות</p>	<p>התנגשות פלסטית</p> <p>הגופים נעים יחד לאחר ההתנגשות $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$ דוגמאות: קליע שנתקע בבול עץ, שני כדורים שנדבקים</p> <p>רתע</p> <p>הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות $(m_1 + m_2) \vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$ דוגמאות: קליע שנורה מרובה, פיצוץ</p>

שאלות:

(1) פיזור

כדור מספר 1 בעל מסה m ומהירות V_0 מתנגש אלסטית בכדור מספר 2 בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. הזווית של כדור מספר 2 עם ציר ה- x היא 45° . מצא את הזווית של כדור מספר 1 לאחר ההתנגשות.



תשובות סופיות:

$$\theta = 71.56^\circ \quad (1)$$

שימור תנע בהתנגשויות קצרות:

שאלות:

(1) זיקוק מתפוצץ

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע.
ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלושה חלקים שווים בגודלם.
משך זמן הפיצוץ הוא: 0.5 sec .

מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא: $50 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ומהירות החלק השני

היא: $20 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} - 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{y} + 50 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{z}$.

מהי מהירות החלק השלישי?

תשובות סופיות:

$$\vec{u}_3 = 70\hat{x} - 25\hat{y} + 50\hat{z} \quad (1)$$

סיכום ומקדם תקומה:

רקע

מקדם תקומה:

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$$

מסמל את מידת האלסטיות של גופים בהתנגשות.

שאלות:

1) דוגמה עם מקדם תקומה

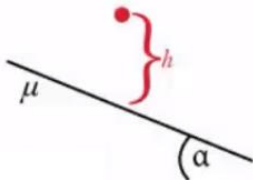
גוף בעל מסה m נע במהירות V על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8 . מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

$$u_2 = 0.45V, u_1 = -0.35V \quad (1)$$

התנגשויות קצרות ללא שימור תנע:

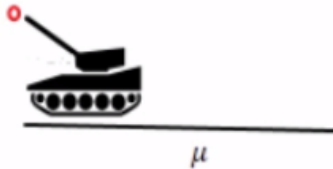
שאלות:



(1) התנגשות קצרה במדרון

כדור בעל מסה m נופל אל מדרון לפי המתואר בשרטוט. נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדרון לאחר הפגיעה. מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.

(2) טנק וחיכוך קינטי



טנק בעל מסה M יורה פגז בעל מסה m

בזווית α מעל האופק במהירות V .

הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון.

מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?

תשובות סופיות:

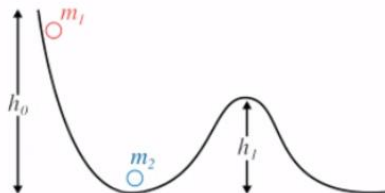
$$u_p = \frac{m\sqrt{2gh} \sin \theta - \mu m\sqrt{2gh} \cos \theta}{m} \quad (1)$$

$$u = \frac{mv \cos \alpha - \mu mv \sin \alpha}{M} \quad (2)$$

תרגילים ישנים:

שאלות:

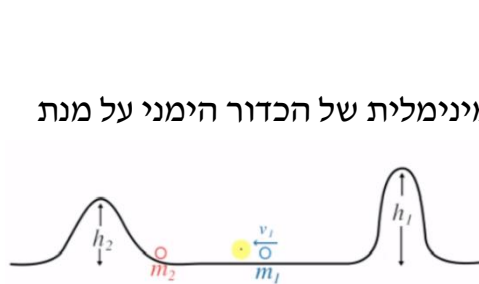
1) גובה למעבר מכשול לשני כדורים



כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בשרטוט. מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור משוחרר על מנת ששני הכדורים יעברו את המכשול כאשר:

- ההתנגשות פלסטית.
- ההתנגשות אלסטית.
- (אין צורך לפתור את המשוואות).

2) מהירות למעבר מכשול לשני כדורים



בשאלה זו אין צורך לפתור את המשוואות. שני כדורים מונחים כמתואר בשרטוט. מה צריכה להיות המהירות ההתחלתית המינימלית של הכדור הימני על מנת שהכדור השמאלי יעבור את המכשול:

- בהתנגשות פלסטית.
- בהתנגשות אלסטית.
- כעת נתון כי המסה השמאלית כבדה פי 100 מהמסה הימנית. בהינתן שההתנגשות אלסטית, מה צריכה להיות המהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:
 - הכדור השמאלי יעבור את המכשול השמאלי.
 - הכדור הימני יעבור את המכשול הימני.

3) לא אלסטי לא פלסטי



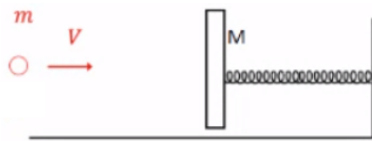
שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח ללא חיכוך. יורים את המסה הימנית במהירות 10 שמאלה. נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטית/אי פלסטית. מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

(4) יחסי מסות בהתנגשות אלסטית

- שני כדורים מונחים על שולחן.
 הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית.
 תאר את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים:
- מסת הכדורים שווה.
 - מסת הכדור השמאלי כפולה פי 100 מזו של הימני.
 - מסת הכדור הימני כפולה פי 100 מזו של השמאלי.

(5) קליע לקפיץ בלי חיכוך

- קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.
 מהו הכיוון המקסימלי?
 (אין חיכוך בשאלה).



(6) רתע באקדח



- אקדח בעל מסה M יורה קליע בעל מסה m במהירות V.
 מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?
 כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?

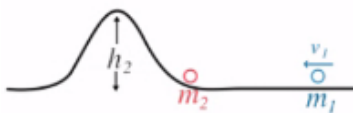
(7) תנע לבעיטה בכדור



- כדורגלן מניף את רגלו לעבר כדור.
 מסת הכדור m ומסת הרגל M והפגיעה אלסטית.
 א. מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת שהכדור יצא לדרכו אל השער במהירות U?
 ב. פרשני ספורט רבים נוהגים לומר כי על דשא רטוב הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?

(8) מהירות למעבר מכשול בפלסטי

- מהי המהירות המינימלית שצריך לתת למסה הימנית על מנת שלאחר התנגשות פלסטית הגוף יעבור את המכשול?



(9) קליע לקפיץ עם חיכוך

- קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.
 מהו הכיוון המקסימלי בקפיץ,
 אם נתון מקדם החיכוך בין המסה M לרצפה?



תשובות סופיות:

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_1 \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \quad \text{ב.} \quad gh_2 = \frac{1}{2}u^2 \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \quad \text{ד.}$$

$$u_1 = 100 - u_2, \quad 0 = 2u_2^2 - 200u_2 + 9950 \quad (3)$$

ראה סרטון. (4)

$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (5)$$

$$V_2 = -\frac{m}{M}V, \quad E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \quad (6)$$

$$P \Rightarrow MV_1 = Mu_1 + mu$$

ב. לא.

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + \frac{1}{2}mu^2 \quad \text{א.} \quad (7)$$

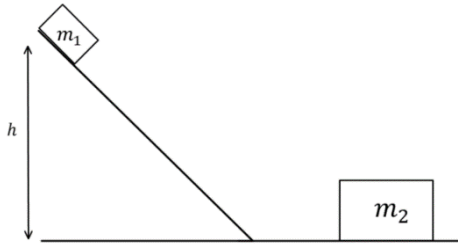
$$P \Rightarrow MV_1 = (m_1 + m_2)u$$

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}\{m+M\}u^2 = (m+M)gh \quad (8)$$

$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 + (m+M)g \cdot \mu \cdot \Delta \cdot \cos(180) = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (9)$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:



- (1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה
 גוף בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה על
 מדרון משופע בגובה $h = 1\text{m}$.
 בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5\text{kg}$.
 הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו
 למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות
 אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשון
 בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.

(2) קליע חודר מטוטלת בליסטית

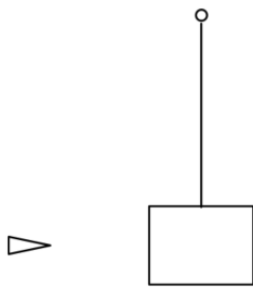
בול עץ בעל מסה 2kg קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.

קליע בעל מסה 5gr נע במהירות $v_1 = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ פוגע

בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני

במהירות $u_1 = 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?



(3) פצצה

פצצה בעלת מסה $M = 13\text{kg}$ נעה באוויר במהירות

קבועה $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע מסוים, הפצצה מתפוצצת

לשלושה חלקים קטנים יותר.

מסת החלק הראשון היא: $m_1 = 4\text{kg}$ והוא נע

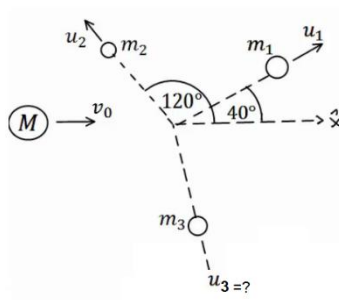
במהירות $v_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 40° ביחס לכיוון המקורי.

מסת החלק השני היא: $m_2 = 2\text{kg}$ והוא נע במהירות $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 120°

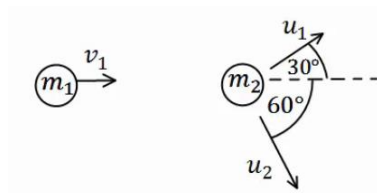
ביחס לכיוון המקורי.

מסת החלק השלישי היא: 7kg .

מצא את מהירות החלק השלישי.



4) איבוד אנרגיה



כדור בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ ומהירות $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3\text{kg}$ הנמצא במנוחה.

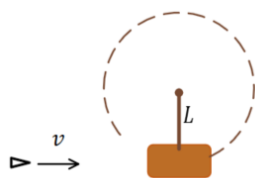
לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נע בכיוון 30°

מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית 60° מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

5) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)



בול עץ בעל מסה M תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח

חסר מסה באורך L . המוט ביחד עם בול העץ יכולים

להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).

יורים קליע בעל מסה m במהירות אופקית v לעבר בול העץ.

הקליע חודר את הבול ויוצא מצידו השני במהירות v_f .

יחד עם הקליע יוצאת גם חתיכה מהעץ (במהירות הקליע) ובמסה של 5 אחוז

ממסת בול העץ.

מהי המהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי

(שימו לב שהמוט קשיח)?

6) אדם יורד מכדור פורח



אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באוויר.

משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ומסתו של הכדור פורח

(ללא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור).

האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת

באמצעות החבל כלפי מטה.

א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר

לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי המהירות של

הכדור פורח (גודל וכיוון)?

ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצע

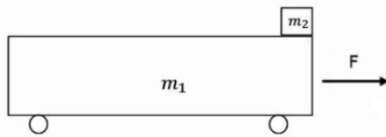
(לפני שהוא מגיע לקרקע)?

(7) מסה על קרונית ואיבוד אנרגיה

נתון כוח F קבוע המושך עגלה בעלת מסה m_1 ללא חיכוך.

מעל העגלה נמצאת מסה m_2 ובין המסות יש חיכוך.

נתון: $\mu_s, \mu_k, F, m_1, m_2$.



א. מה הכוח F המקסימאלי עבורו המסה העליונה תחליק ביחס לתחתונה?

ב. מה הכוח F גדול מזה שחישבת בסעיף א'.

נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן T נתון והמסה העליונה אינה נופלת מהתחתונה.

ג. מהי תאוצת הגופים, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן T ?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בזמן הזה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגופים (ב- $t > T$) בהנחה שהמסה העליונה עדיין לא נופלת.

(8) מסה על שני קרונות

נתונים שני קרונות על משטח חלק.

הקרן הימני במנוחה והקרן השמאלי נע לעברו במהירות v .

על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עד הקרון.

מקדם החיכוך בין המסה לקרון הימני נתונה.

בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן $t = 0$ הקרון השמאלי פוגע בקרון הימני

ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).

א. מתי תעבור המסה לקרון הימני?

ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון הימני?

ג. מהי תאוצת הקרון הימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?

ד. האם סעיף ב' וג' תואמים בתשובותיהם?

**(9) מסות שומרות תנע ונדבקות לקיר**

המסה m מונחת על גבי הקרונית M (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד במהירות v על גבי משטח

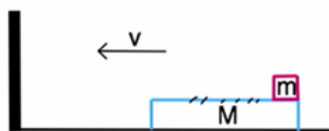
חלק לעבר קיר. התנגשות בקיר אלסטית.

מקדם החיכוך בין המסות הוא μ .

א. מה תהיה מהירות המסה M לאחר זמן

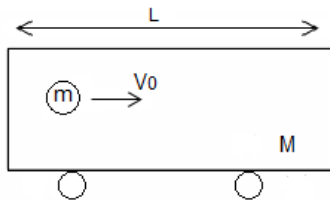
רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה m .

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה M קטנה מהמסה m .



10) כדור בקרונית

כדור בעל מסה m ומהירות v_0 נע בתוך קרונית בעלת מסה $M = \alpha m$ ואורך L . הכדור מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות אלסטית. (אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



א. מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות?

בדוק עבור: $\alpha = 0, 1, \infty$.

ב. כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

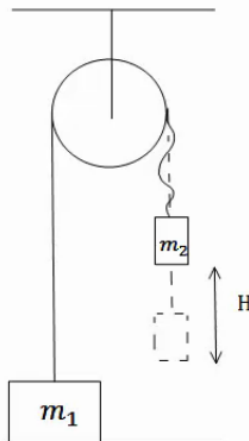
11) שתי מסות על גלגלת וחוט רפוי

שתי מסות m_1, m_2 תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.

המסה m_1 נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה m_2 תלויה באוויר.

מרימים את מסה m_2 גובה H נוסף כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

א. מצא את מהירות המסה m_2 לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתח.



ב. כעת החוט נמתח. הנח שהחוט אינו אלסטי,

כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי (והוא אינו רפוי כמו בסעיף א').

מצא את השינוי הכולל בתנע של שתי המשקולות (בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתח לבין הקטע מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).

ג. מצא את המתקף שהפעילה התקרה על הגלגלת בזמן מתיחות החוט.

ד. לאיזה גובה תעלה m_1 בהנחה ש- $m_1 > m_2$ ו- m_2 אינה פוגעת ברצפה.

ה. מהו המתקף שמפעילה התקרה על הגלגלת מהרגע $t = 0$

ועד לרגע בו m_1 הגיעה לשיא הגובה?

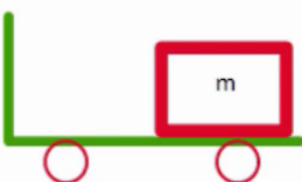
12) מסה מתנגשת במשאית ונופלת

מסה m מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך L

ומסה $5m$. המסה נוסעת במהירות v לכיוון שמאל והעגלה נייחת.

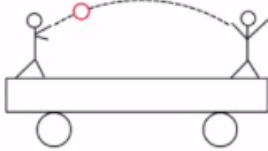
נתון כי ההתנגשות בין המסה לבין העגלה היא התנגשות אלסטית.

לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסה מהעגלה?



13) רתע בתוך עגלה

בתוך עגלה ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת הקרון. מסת האנשים והקרון M ואורך הקרון L .



האדם זורק כדור בעל מסה m במהירות v אל עבר חברו.

א. מה תהיה מהירות העגלה והאנשים שעליה לאחר זריקת הכדור?

ב. מה תהיה מהירות העגלה לאחר שהחבר יתפוס את הכדור?

ג. כמה זמן הכדור ישהה באוויר?

ד. מהו המרחק אותו עברה העגלה במהלך זמן זה?

ה. תאר מה יקרה אם החבר ימסור חזרה את הכדור לחברו.

14) אדם הולך על עגלה (מכיל תנועה יחסית)

אדם בעל מסה M עומד על עגלה בעלת מסה m .

האדם מתחיל ללכת במהירות v_R ביחס לעגלה.

מצא את מהירות האדם והעגלה ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלה לרצפה.

15) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)*

אדם שמסתו m רץ במעלה רמפה משופעת בזווית θ .

מסת הרמפה היא M , והיא מונחת על מישור חלק.

האדם מתחיל ממנוחה והזמן הדרוש לו בכדי לעבור

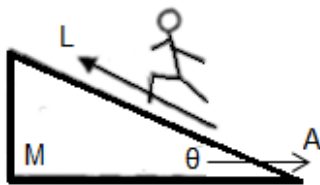
דרך שאורכה L על פני הרמפה הוא T .

א. מהי תאוצת האדם ביחס לרמפה?

ב. עקב הריצה נהדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה A יחסית לקרקע.

בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה A .

ג. כמה זזה הרמפה ימינה בזמן T ?

**16) כדור עולה על מדרון משולש**

מדרון משולש בעל גובה $h = 3\text{m}$ חופשי לנוע

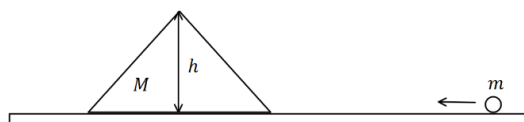
מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).

מסת המדרון היא: $M = 15\text{kg}$.

מגלגלים כדור בעל מסה $m = 5\text{kg}$

על המשטח לכיוון המדרון.

התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.



א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור

(ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

17) מסה מחליקה בין שני טריזים

גוף בעל מסה m מחליק על שני טריזים זהים בעלי מסה M כל אחד. המעבר מהטריז למשטח האופקי הוא חלק, המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנוע על השולחן (ראו סרטוט).



לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטריז השני אם גובהו ההתחלתי הוא h ?

18) כדור גולף על כדורסל

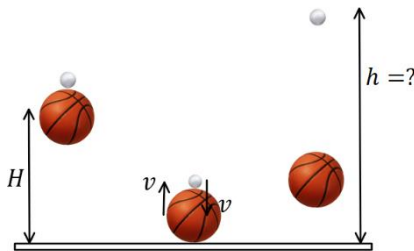
כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H = 1.5\text{m}$.

משחררים אותם ליפול ממנוחה.

מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.

מסת כדור הגולף היא: $m = 46\text{gr}$

ומסת הכדורסל היא: $M = 624\text{gr}$.

**19) התנגשות אלסטית זהה בכל המערכות**

במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים m_1 ו- m_2 היא E_k . מצאו את האנרגיה הקינטית של הגופים במערכת אינרציאלית אחרת הנעה במהירות v_0 ביחס למערכת המקורית.

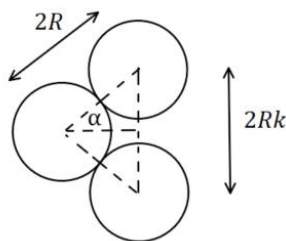
השתמשו בתוצאה שקיבלתם והראו כי אם במערכת מסוימת ההתנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

20) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה M ורדיוס R כל אחת.

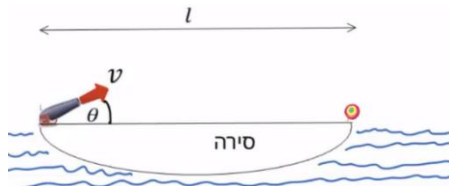
הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות v ומתנגשת התנגשות אלסטית בזמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באיור.

המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי $2Rk$ כאשר $1 \leq k \leq 2$.



א. מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית α שבאיור?

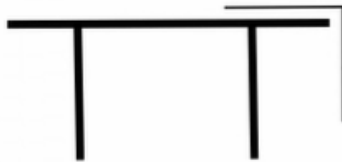
ב. עבור אילו ערכים של k הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?

**(21) סירה יורה פגז על מטרה בקצה השני**

סירה באורך l נמצאת על מים שקטים, בקצה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצה הימני נמצאת מטרה. התותח יורה פגז צעצוע בזווית θ ובמהירות v ביחס לקרקע.

מסת הפגז היא m ומסת הסירה היא M .

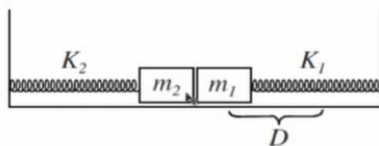
מצא את המהירות v הדרושה בשביל לפגוע בדיוק במטרה (הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה).

(22) שרשרת מחליקה משולחן

שרשרת בעלת אורך l ומסה m מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חציה עדיין מונח על השולחן.

א. מה תהיה מהירות השרשרת ברגע הניתוק מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?

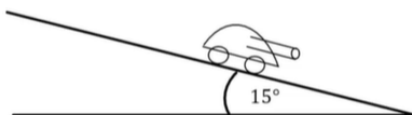
ב. ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך μ קיים בין השרשרת לשולחן.

(23) שתי מסות ושני קפיצים

מסות מתחילות ממנוחה כבשרטוט. המסה הימנית נמתחת מרחק D ימינה ומשוחררת. כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה ושתייהן ממשיכות יחד.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ השמאלי?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?

(24) טנק יורה פגזים ועולה במדרון**

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15° מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני.

מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?

תשובות סופיות:

$$0.18\text{m} \quad (1)$$

$$0.028\text{m} \quad (2)$$

$$u = 155 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$Q = 8.27\text{J}, \text{ ב. לא אלסטית, } u_1 = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 3.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$v_{\min} = \left[(m + 0.05M)v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{m} \quad (5)$$

$$\text{ב. } 0 \quad (6) \quad \text{א. } 0.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ כלפי מעלה.}$$

$$\text{א. } F \leq \mu_s g (m_1 + m_2) \quad \text{ב. תאוצה: } a_1 = \frac{F}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \mu_k g, a_2 = \mu_k g \quad (7)$$

$$\text{מהירות: } v_1(t) = a_1 t, v_2(t) = a_2 t, \text{ מיקום: } x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2, x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$\text{ג. } E = F \cdot \frac{1}{2} a_1 T^2 - \left(\frac{1}{2} m_2 v_2^2(T) + \frac{1}{2} m_1 v_1^2(T) \right) \quad \text{ד. } u_f = \frac{F \cdot T}{m_1 + m_2}$$

$$\tilde{u} = \frac{v \left(m + \frac{M}{2} \right)}{M + m} \quad \text{ב.} \quad t = \frac{2l}{v} \quad (8) \quad \text{א.}$$

$$\text{ג. } a = \frac{mg\mu}{M}, \quad M \cdot v \cdot \left(m + \frac{M}{2} \right) = (m + M) \cdot M \cdot \frac{v}{2} + (m + M) \cdot mg\mu \cdot \tilde{t} \quad \text{ד. כן.}$$

$$\text{א. } \tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m} \text{ חיובי,} \quad \text{ב. } \tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m} \text{ שלילי.} \quad (9)$$

$$\text{א. } \alpha = 0, u_1 = v_0, u_2 = 2v_0; \quad \alpha = 1, u_1 = 0, u_2 = v_0; \quad \alpha = \infty, u_1 = -v_0, u_2 = 0 \quad (10)$$

$$\text{ב. } t = \frac{L}{u_2 - u_1}$$

$$J_{\text{ceiling}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \hat{y} \quad \text{ג.} \quad \Delta P_{\text{Total}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \quad \text{ב.} \quad v_2 = \sqrt{2gH} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$J_{\text{Totalceiling}} = 0 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} + \frac{m_1 (m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} \sqrt{32gH} \quad \text{ה.} \quad h = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \sqrt{\frac{H}{2g}} \quad \text{ד.}$$

$$t = \frac{L}{v} \quad (12)$$

$$0 = mv + Mu \quad \text{א.} \quad mv + Mu = (m + M) \cdot 0 \quad \text{ב.} \quad L = t \cdot (v - u) \quad \text{ג.}$$

$$x = u \cdot t \quad \text{ד.} \quad \text{ה. ראה סרטון.}$$

$$u_2 = \frac{mv_R}{m + M}, \quad u_1 = \frac{-Mv_R}{m + M} \quad (14)$$

$$x_{ramp}(T) = \frac{m}{m+M} L \cos \theta \quad \text{ג.}$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}}, \quad u_2' = -2\sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$a_{P_x} = \frac{2L}{T^2} \cos \theta - A \quad \text{ב.}$$

$$u = \sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$a'_P = \frac{2L}{T^2} \quad \text{א. (15)}$$

$$v_0 = 8.94 \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{א. (16)}$$

$$h'_{\max} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2} \quad \text{(17)}$$

$$h \approx 12.3m \quad \text{(18)}$$

$$E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 \quad \text{(19)}$$

$$u_1 = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad \text{א. (20)}$$

ב. קדימה: $\sqrt{2} < k \leq 2$, במקום: $k = \sqrt{2}$, אחורה: $1 \leq k < \sqrt{2}$

$$v = \sqrt{\frac{gL}{\left(1 + \frac{m}{M} \sin 2\theta\right)}} \quad \text{(21)}$$

$$v = gl \left(\frac{3 - \mu}{4} \right) \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{3}{4}} gl \quad \text{א. (22)}$$

(23) ראה סרטון.

$$x(t = 5.82) \approx 60m \quad \text{(24)}$$

פיזיקה 1 ב

פרק 11 - מרכז מסה

תוכן העניינים

153	1. הסבר בסיסי על מרכז מסה.
155	2. דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור.
(ללא ספר)	3. תנועה לפי הכוחות החיצוניים
156	4. שני תרגילים.
(ללא ספר)	5. חישוב מרכז מסה של גופים גדולים בעזרת אינטגרל
157	6. דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים.
159	7. תרגילים מסכמים.

הסבר בסיסי על מרכז מסה:

רקע

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

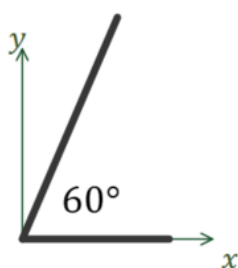
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

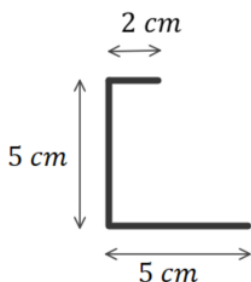
$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

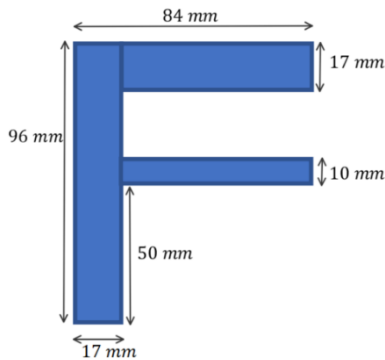
שאלות:



- (1) דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית
 המערכת המתוארת באיור מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.
 מוט ראשון באורך 3c.m נמצא לאורך ציר ה-x ומסתו 2kg, מוט שני נמצא בזווית 60° עם ציר ה-x החיובי ואורכו 5c.m ומסתו 3kg.
 מצאו את מרכז המסה של המערכת (ביחס לראשית).



- (2) דוגמה - מרכז מסה של האות נ
 המערכת המתוארת באיור מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונת מראה.
 מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.



3) דוגמה - מרכז מסה של F

מרכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.

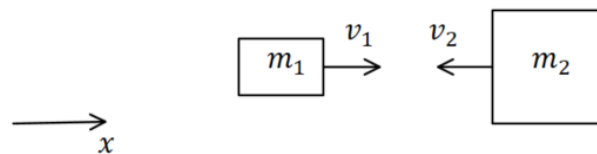
המימדים של כל הלוחות נתונים באיור.

א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.

ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

4) דוגמה - מהירות מרכז מסה בהתנגשות

שני גופים בעלי מסות m_1 ו- m_2 נעים על קו ישר אחד כלפי השני במהירויות v_1 ו- v_2 . חשבו את מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות.



תשובות סופיות:

$$x_{c.m} = 1.35c.m \quad , \quad y_{c.m} = 1.3c.m \quad (1)$$

$$x_{c.m} = 1.2c.m \quad , \quad y_{c.m} = 1.875c.m \quad (2)$$

$$x_{c.m} = 14mm \quad , \quad y_{c.m} = 62mm \quad \text{ב.} \quad x_{c.m} = 31mm \quad , \quad y_{c.m} = 62mm \quad \text{א.} \quad (3)$$

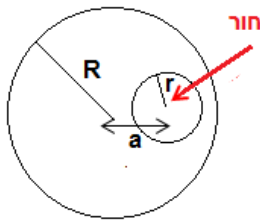
$$\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור:

שאלות:

(1) דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור

בדיסקה בעלת רדיוס R ומסה M קדחו חור עגול בעל רדיוס r במרחק a ממרכז הדיסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדיסקה. מצא את מרכז המסה של הדיסקה עם החור.

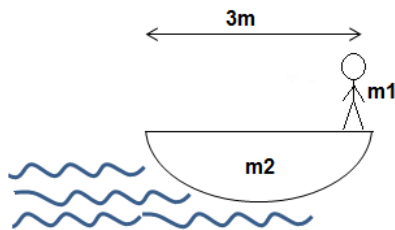


תשובות סופיות:

$$x_{c.m.} = \frac{-a(\rho\pi r^2)}{M - (\rho\pi r^2)} \quad (1)$$

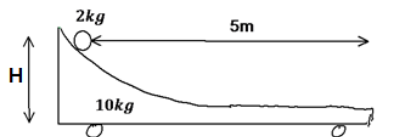
שני תרגילים:

שאלות:



(1) נער על סירה

אדם עומד בקצה סירה באורך 3 מטר.
 מסת האדם היא 70 קילוגרם ומסת
 הסירה 100 קילוגרם.
 האדם התקדם 2 מטרים לאורך הסירה.
 כמה זזה הסירה?
 (הזנח את החיכוך בין המים לסירה).
 נתון: $m_1 = 70\text{kg}$, $m_2 = 100\text{kg}$.



(2) כדור על קרונית

כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה.
 הכדור מונח בגובה $H = 1\text{m}$ ובמרחק של 5m מטר
 מקצה הקרונית.

מסת הקרונית: $m_1 = 10\text{kg}$, מסת הכדור: $m_2 = 2\text{kg}$.

א. מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצה.

ב. מצא את מהירות הגופים אם נתון שמהירות הכדור בקצה הקרונית

היא רק בכיוון ציר ה- x .

תשובות סופיות:

$$x = \frac{14}{17} \text{ m} \quad (1)$$

$$\Delta x_1 = -\frac{10}{12} \text{ m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

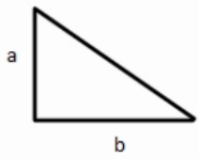
$$\text{ב.} \quad u_2 \approx 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad u_1 \approx -0.82 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים:

שאלות:

(1) מרכז מסה של מוט עם צפיפות לא משתנה

חשב את מרכז המסה של מוט בעל אורך L וצפיפות מסה $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$.



(2) מרכז מסה של משולש

מצא את מרכז המסה של המשולש שבתמונה.

(3) מרכז מסה של שער

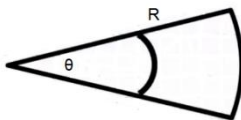
שער חשמלי בעל מסה m ואורך l מונח על ציר שמרחקו d מסופו.



הסבר מדוע מחוברים לקצה השער משקולת כבדה ומצא את מסתה אם נתון כי אורכה L .

(4) מרכז מסה של גיזרה וחצי דיסקה

חשב את מרכז המסה של גיזרה עם צפיפות אחידה וזווית θ .



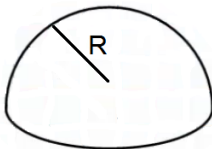
(5) חישוב שטח גיזרה

נתון מעגל שרדיוסו R .

חשב שטח של גיזרה עם זווית θ .

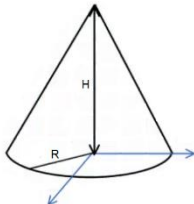
(6) מרכז מסה של חצי כדור מלא

חשב את מרכז המסה של חצי כדור מלא בעל צפיפות אחידה.



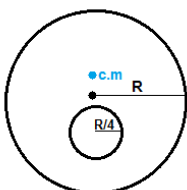
(7) מרכז מסה של חרוט מלא

חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.



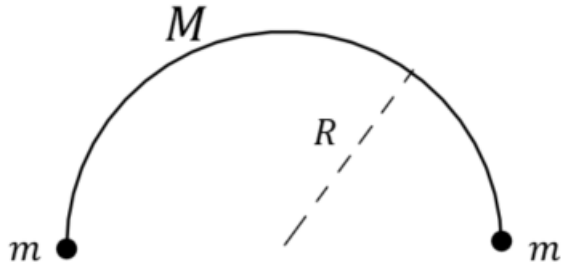
(8) דיסקה עם חור

חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.



9 חצי חישוק ושתי מסות

מצאו את מרכז המסה של חצי החישוק בעל מסה M ורדיוס R אשר בקצותיו חוברו שני כדורים קטנים בעלי מסה m .


תשובות סופיות:

$$x_{c.m.} = \frac{2}{3}L \quad (1)$$

$$r_{c.m.} = \left(\frac{1}{3}b, \frac{1}{3}a \right) \quad (2)$$

$$\frac{\left(\frac{L}{2} - d \right) m + \left(d + \frac{1}{2} \right) M}{m + M} = 0 \quad (3)$$

$$x_{c.m.} = \frac{4R \sin \frac{\theta_0}{2}}{3\theta_0} \quad (4)$$

$$S = \frac{\theta R^2}{2} \quad (5)$$

$$z_{c.m.} = \frac{3R}{8} \quad (6)$$

$$z_{c.m.} = \frac{H}{4} \quad (7)$$

$$z_{c.m.} = -\frac{1}{30}R \quad (8)$$

$$y_{c.m.} = \frac{2RM}{\pi(M + 2m)} \quad (9)$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

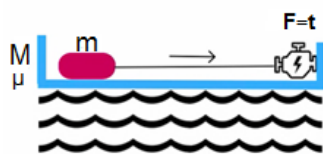
(1) שני גופים מחוברים בקפיץ נלחצים לקיר

שני גופים מחוברים בקפיץ בעל קבוע k ונמצאים על משטח אופקי חסר חיכוך. מסת הגוף הימני היא m_1 , מסת הגוף השמאלי היא m_2 והוא צמוד לקיר. האורך הרפוי של הקפיץ הוא l_0 .

לוחצים את הגוף הימני עד שהקפיץ מתכווץ לאורך $\frac{l_0}{3}$ ומשחררים ממנוחה.

- מתי תנתק המסה השמאלית מהקיר?
- מהו מיקום מרכז המסה כתלות בזמן?

(2) מנוע מושך מסה בסירה

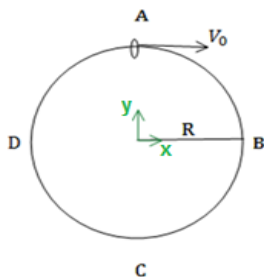


על סירה (ללא חיכוך עם המים) מונחת מסה. המסה מחוברת בחוט למנוע המחובר לסירה. כוח המשיכה של המנוע משתנה בזמן, מקדם החיכוך הסטטי ומקדם החיכוך הקינטי נתונים.

- מתי תתחיל לנוע המסה?
- מה תהיה תאוצת מרכז המסה? תאוצת הסירה? תאוצת המסה?
- לאחר שהמסה נעה החוט ניתק. ענה שוב על סעיף ב'.
- האם המסה והסירה ייעצרו בו זמנית?

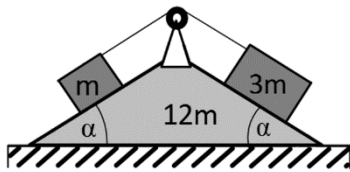
(3) חרוז מסתובב על חישוק שחופשי לנוע

חישוק בעל רדיוס R ומסה m מונח על שולחן אופקי חלק. על החישוק ישנו חרוז המתחיל לנוע מהנקודה A ומסתו m גם כן. ב- $t=0$ החישוק נמצא במנוחה ומהירותו ההתחלתית של החרוז היא v_0 ימינה.



- מצא את מיקום מרכז המסה של המערכת בתחילת התנועה.
- מצא את מהירות מרכז המסה כפונקציה של הזמן ואת מסלולה.
- מהן מהירויות החרוז והצינור כאשר החרוז נמצא בנקודות B, C, D ושוב ב- A ביחס לחישוק?

(4) שני גופים על מדרון שני



שני גופים בעלי מסות m ו- $3m$ נמצאים על מדרון דו-צדדי בעל זווית נטייה α משני צדדיו. שני הגופים קשורים זה לזה בחוט אידיאלי דרך גלגלת אידיאלית המחוברת למדרון. למדרון מסה $12m$ והוא יכול לנוע על הרצפה. אין חיכוך בין הגופים למדרון ובין המדרון לרצפה. משחררים את המערכת ממנוחה.

- חשב את העתק המדרון, לאחר שהגוף הכבד עבר מרחק L במורד המדרון.
- מהי העבודה שביצע משקל הגוף הכבד ומשקל הגוף הקל במהלך התנועה?
- חשב את מהירות המדרון ביחס לרצפה ברגע זה.

(5) מסה מתנגשת במסה עם קפיץ

גוף שמסתו $2m$ נע במהירות v על משטח חסר חיכוך לעבר גוף נוסף שמסתו m הנמצא במנוחה. בצידו השמאלי של הגוף במנוחה ישנו קפיץ רפוי בעל קבוע k . הבעיה חד מימדית.



- מהי מהירות מרכז המסה של הגופים?
- מהי ההתכווצות המקסימאלית של הקפיץ?

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. כאשר הקפיץ מגיע לנקודת רפיון או ב- } t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$\text{ב. } x_{\text{c.m.}}(d) = \frac{m_1 l_0}{m_1 + m_2} \left(1 + \frac{2}{3} \sqrt{m_1 k t} \right)$$

$$(2) \text{ א. } \mu \cdot mg = t \quad \text{ב. } a = \frac{t}{m}, -a = \frac{t}{M} \quad \text{ג. } a = \mu \cdot g \frac{m}{M}, -a = \mu \cdot g$$

ד. כן.

$$(3) \text{ א. } y_{\text{c.m.}}(t=0) = \frac{R}{2} \quad \text{ב. } \vec{v}_{\text{c.m.}}(t) = \frac{1}{2} v_0 \hat{x}$$

$$\text{ג. בנקודה B: } u_{1x} = \frac{1}{2} v_0 = u_{2x}, u_{1y} = \frac{-v_0}{2} = -u_{2y}$$

$$\text{בנקודה C: } u_{1y} = 0 = u_{2y}, u_{2x} = v_0, u_{1x} = 0$$

$$\text{בנקודה D: } u_{1x} = u_{2x} = \frac{1}{2} v_0, u_{1y} = \frac{v_0}{2} = -u_{2y}$$

$$(4) \text{ א. } x_2 = -\frac{L \cos \alpha}{4} \quad \text{ב. הכבד: } W = 3mgL \sin \alpha, \text{ הקל: } W = mg(-L \sin \alpha)$$

$$\text{ג. } v_{2x} = \sqrt{\frac{gL \sin \alpha}{4(4 \tan^2 \alpha + 3)}}$$

$$(5) \text{ א. } v_{\text{c.m.}} = \frac{2}{3} v \quad \text{ב. } \Delta x_{\text{max}} = \sqrt{\frac{10m}{3k}} \cdot v$$

פיזיקה 1 ב

פרק 12 - כבידה (גרביטציה)

תוכן העניינים

162 1. כבידה

כבידה:

רקע:

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \quad \text{החוק השלישי של קפלר:}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{גודל כוח הכבידה:}$$

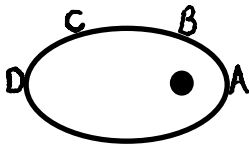
$$U_G = -\frac{GMm}{r} \quad (U_{G(r \rightarrow \infty)} = 0) \quad \text{אנרגיה פוטנציאלית כובדית:}$$

אנרגיה של לוויין במסלול מעגלי

$$E_k = \frac{GMm}{2r} = -\frac{U_G}{2} \quad \text{קינטית:}$$

$$E = -\frac{GMm}{2r} \quad \text{כוללת:}$$

שאלות:



(1) קפלר חוק שני

כוכב לכת מוקף שמש רחוקה במסלול אליפטי. באיזה נקודה מהירות הגוף הכי גדולה ובאיזה הכי קטנה? נמק תשובתך בעזרת החוק השני של קפלר.

(2) קפלר חוק שלישי

לצדק יש ארבעה ירחים. שני הקרובים אליו הם Io ו-Europa. זמן המחזור של Io הוא 1.77 ימים, ורדיוס הקפתו הממוצע את צדק הוא 422,000 ק"מ.

רדיוס ההקפה הממוצע של Europa סביב צדק הוא 671,000 ק"מ.

א. מהו זמן המחזור של Europa?

ב. האם ניתן בעזרת החוק השלישי של קפלר ונתוני שאלה זו למצוא את

זמן המחזור של הירח סביב כדור הארץ, אם רדיוס הקפתו הממוצע

הוא 384,000 ק"מ? נמקו.

3 חוק הכבידה 1

מסת כדור הארץ היא: $5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

מסת הירח היא: $7.3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$.

המרחק ביניהם הוא 384,000 ק"מ.

- א. מה הכוח שמפעיל כדור הארץ על הירח?
- ב. מהי תאוצת הירח?
- ג. מה הכוח שהירח מפעיל על כדור הארץ?
- ד. מהי תאוצת כדור הארץ?

4 חוק הכבידה 2

2 בני אדם עומדים במרחק 1 מטר זה מזה. מסת הראשון 60 ק"ג ומסת השני 70 ק"ג.

מה כוח הכבידה שפועל ביניהם, ומה התאוצה של הרזה?

5 חוק הכבידה 3

תפוח שמסתו 200 גרם נעזב מעל פני כדור הארץ. מה הכוח שירגיש ומה תאוצתו?

6 תנועת לוויינים 1

לוויין שמסתו 100kg מקיף את כדור הארץ בגובה 3,620km.

- א. מה מהירותו (בהנחה שמסלולו מעגלי)?
- ב. מה יהיה זמן המחזור שלו?
- ג. מה תאוצת הלוויין בנקודה בה הוא נמצא?
- ד. כמה סיבובים משלים לוויין זה בזמן שכדור הארץ משלים סיבוב אחד?

7 תנועת לוויינים 2

על כוכב בעל רדיוס של $R = 5,000 \text{ km}$ וצפיפותו הממוצעת $\rho = 5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ חיים

חיזורים, שרוצים לשגר לוויין שמסתו $m = 200 \text{ kg}$, כך שיקיפו בזמן מחזור של 20 שעות.

- א. מה תהיה המהירות הזוויתית של לוויין זה?
- ב. מה יהיה רדיוס הקפתו?
- ג. מה תהיה תאוצת הלוויין בגובה בו הוא נמצא?
- ד. מה תהיה תאוצת הנפילה החופשית בגובה בו הלוויין נמצא?
- ה. מה תאוצת הנפילה החופשית על פני כוכב זה?

(8) תנועת לוויינים 3

- לוויין ריגול הוא לוויין שנמצא בכל רגע מעל אותה נקודה על פני כדור הארץ (כדי לצלם נקודה זו). מסלול של לוויין שנמצא כל הזמן מעל אותה נקודה בקרקע נקרא מסלול גיאוסטציונרי.
- איך זה אפשרי?
 - מה גובה לוויין זה מעל פני הקרקע?
 - מה מהירותו?
 - הסבירו מדוע מסלול כזה אפשרי רק מעל קו המשווה.

(9) חוסר משקל

- בתוך החללית תלויה משקולת, שמסתה 2kg, על חוט. מה תהיה המתיחות בחוט בכל שלב:
- במנוחה על כדור הארץ.
 - מאיצה לעבר החלל החיצון ב- $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
 - נעצרת בגובה $h = 10,000\text{km}$.
 - נכנסת למסלול מעגלי בגובה זה.

(10) שדה כבידה

כדור הארץ ולוויין שמסתו 100kg נמצאים במרחק 20,000km אחד מהשני (מרכז כדור הארץ ממרכז הלוויין).



- מה הכוח שמפעיל כדור הארץ על הלוויין?
- מה שדה הכבידה שיוצר כדור הארץ במקום בו הלוויין נמצא? ומה משמעות מספר זה?
- מה הכוח שמפעיל הלוויין על כדור הארץ?
- מה שדה הכבידה שיוצר הלוויין במקום בו נמצא (מרכז) כדור הארץ?

(11) אנרגיה כבידתית

עקב תקלה, לוויין שמקיף את כדור הארץ ברדיוס של 10,000km נעצר רגעית, ואז מתחיל ליפול אל כדור הארץ.

- מה תהיה מהירותו בגובה 1,000km מעל פני הקרקע?
- באיזה מהירות יפגע בקרקע? (תזניחו חיכוך עם האטמוספירה או התנגדות אוויר, כאילו רק כוח הכבידה פועל פה).

(12) אנרגיית לוויינים 1

לוויין שמסתו 20kg מקיף את כדור הארץ כל 90 דקות.

- א. מה רדיוס הקפתו?
- ב. מה האנרגיה המכנית שלו?
- ג. מה האנרגיה הפוטנציאלית כבידתית שלו?
- ד. מה האנרגיה הקינטית שלו?
- ה. רוצים להעבירו למסלול מעגלי אחר ברדיוס של 9,000km, כמה אנרגיה יש להשקיע לשם כך?

(13) אנרגיית לוויינים 2

טיל שמסתו 100kg נורה מפני כדור הארץ במהירות $v_0 = 8000 \frac{m}{sec}$.

- א. מה תהיה מהירותו בגובה 1,000km? (נזניח את התנגדות האוויר)
- ב. לאיזה מרחק מקסימאלי מכדור הארץ הוא יגיע?
- ג. במקרה אחר אנחנו רוצים לקחת טיל זה ולהכניסו למסלול מעגלי סביב כדור הארץ ברדיוס שמצאנו בסעיף ב'. כמה אנרגיה יש להעניק לטיל לשם כך?

(14) מהירות מילוט

- א. מצא את מהירות המילוט מפני כדור הארץ.
- ב. מצא את מהירות המילוט מפני הירח.

15) קיץ 2018 שאלה 6

סוכנות החלל הישראלית בשיתוף עם סוכנות החלל הצרפתית שיגרו באוגוסט 2017 לוויין זעיר שמכונה (Vegetation & Environment on a New Micro Satellite) μS VEN למטרות תצפית ומחקר מדעי ייחודי. הלוויין מצויד באמצעים טכנולוגיים משוכללים, שחלקם פותחו ויוצרו בישראל. הלוויין יצלם מהחלל, בין השאר, שדות וחלקות אדמה, לצורך מחקרים של ניטור מצב הקרקע, הצמחייה ואיכות המים.

הלוויין מצויד בשני מנועי סילון חדשניים שפותחו בישראל וייבחנו לראשונה בחלל. הלוויין מתוכנן לשהות בחלל כשלוש שנים וחצי:

בשלה הראשון ינוע הלוויין בגובה של 720km מעל פני כדור הארץ.

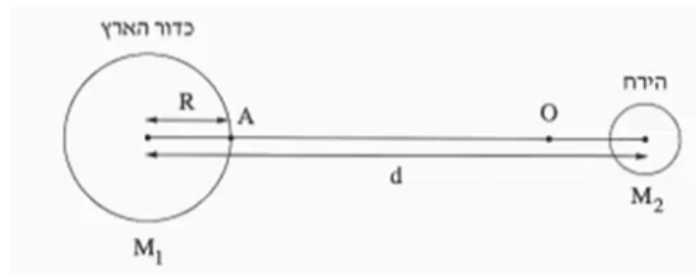
בשלב השני ינוע הלוויין בגובה של 410km מעל פני כדור הארץ.

שים לב:

- הנח כי הלוויין נע במסלול מעגלי.
- התייחס רק להשפעת כדור הארץ על תנועת הלוויין. השפעת גרמי שמיים אחרים ניתנת להזנחה.
- א. חשב את תאוצת הנפילה החופשית של הלוויין במהלך תנועתו בשלב הראשון (גודל וכיוון).
- ב. חשב את זמן המחזור של הלוויין ואת המהירות המשיקית שלו במסלולו בשלב השני.
- ג. לפניך שלושה היגדים. התייחס לכל אחד מן ההיגדים וקבע אם הוא נכון, שגוי או שאי אפשר לקבוע.
 - i. האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הלוויין בשלב הראשון גדולה מן האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית שלו בשלב השני.
 - ii. האנרגיה הקינטית של הלוויין בשלב הראשון גדולה מן האנרגיה הקינטית שלו בשלב השני.
 - iii. האנרגיה הכוללת של הלוויין בשלב הראשון שווה לאנרגיה הכוללת שלו בשלב השני.
- ד. חשב את התוספת המינימלית של האנרגיה הנדרשת כדי לגרום ללוויין להגיע למצב שבו הוא יתנתק מהשפעת כוח המשיכה של כדור הארץ.

16) בגרות כבידה 2017

שאלה זו עוסקת במערכת כדור הארץ והירח, אך מתעלמת מן התנועות שלהם ומן ההשפעות של גרמי שמים אחרים על מערכת זו. בתרשים שלפניך מוצגים חתכים של כדור הארץ ושל הירח. קנה המידה של התרשים אינו מדויק.



נסמן:

M_1 - מסת כדור הארץ. M_2 - מסת הירח. R - רדיוס כדור הארץ.

d - המרחק בין מרכז כדור הארץ לבין מרכז הירח.

g - גודל תאוצת הנפילה החופשית על פני כדור הארץ.

$$\text{נתון: } d = 60R, M_2 = \frac{M_1}{81}$$

על הישר המחבר בין מרכז כדור הארץ לבין מרכז הירח נמצאת הנקודה O (ראה תרשים). בנקודה זו גוף שמוצב במנוחה – יישאר במנוחה.

א. בטא באמצעות R את מרחק הנקודה O ממרכז כדור הארץ.

משגרים חללית שמסתה m מן הנקודה A (ראה תרשים), שעל פני כדור הארץ, לירח.

ב. בטא באמצעות R , m ו- g את האנרגיה המינימלית E שיש להעניק

לחללית כדי להביאה לנקודה O .

שים לב: עליך להתחשב בהשפעות של כדור הארץ ושל הירח על החללית.

ב-21 בדצמבר 1968 שוגרה החללית אפולו 8, והצוות שנשאה היה הראשון שנע במסלול סביב הירח. 103 שנים לפני כן תיאר הסופר ז'ול ורן בספרו "מן הארץ אל הירח" מסע דומה לזה של אפולו 8.

לשאלה "האם אפשר לשגר קליע עד הירח?", מוצגת בספרו של ז'ול ורן התשובה שלפניך (בתרגום חופשי): "אפשר לשגר קליע עד הירח אם נותנים לו מהירות

התחלתית שגודלה כ- $v = 11 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$. מהירות זו מספיקה כדי שהקליע יגיע לנקודה

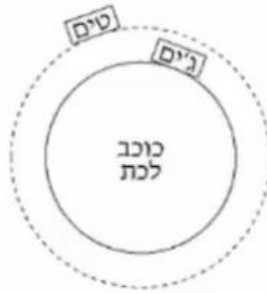
שבה הכוחות שכדור הארץ והירח מפעילים על הקליע שווים בגודלם.

מעבר לנקודה זו כדור הארץ כבר אינו מושך את הקליע אלא רק הירח, ולכן אם הקליע יעבור את הנקודה הזאת בדרכו לעבר הירח, הוא יצליח להגיע אליו."

ג. קבע אם כל התיאור הזה נכון. נמק את קביעתך. (אין צורך לחשב).

17) קיץ 2016 שאלה 5

בתרחיש דמיוני, שני אסטרונוטים טים וגיים חקרו כוכב לכת שלא נע סביב צירו. טים ישב על כיסא בתוך מעבורת שהקיפה את כוכב הלכת במסלול מעגלי במנוע כבוי. גיים ישב על כיסא בתוך רכב חלל שעמד על פני כוכב הלכת (ראה תרשים).
 לשני האסטרונוטים מסה זהה: $m = 100\text{kg}$.



א. קבע מיהו האסטרונוט שהפעיל על כיסאו כוח גדול יותר: טים או גיים? נמק בלי חישוב.

על הרצפה של רכב החלל שעמד על פני כוכב הלכת הותקן מד-משקל. כאשר גיים עמד עליו, הוריית המד-משקל הייתה 2000N . גיים התחיל בנסיעה לאורך מסלול מעגלי על קו המשווה של כוכב הלכת. הוא הבחין שככל שהגביר את מהירותו, כך קטנה הוריית המד-משקל.
 ב. הסבר מדוע קטנה הוריית המד-משקל.

נתון: כאשר הגיע רכב החלל למהירות של: $v = 1.25 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, הייתה הוריית

המד-משקל 980N .

ג. חשב את הרדיוס של כוכב הלכת.

ד. חשב את מסתו של כוכב הלכת.

ה. תאוצת המעבורת שהקיפה את כוכב הלכת בתנועה מעגלית קצובה הייתה a . נסמן ב- g^* את תאוצת הכובד בגובה שבו סובבת המעבורת סביב כוכב הלכת.

קבע איזה מן ההיגדים i-iii שלפניך נכון. נמק קביעתך.

i. $a > g^*$

ii. $a = g^*$

iii. $a < g^*$

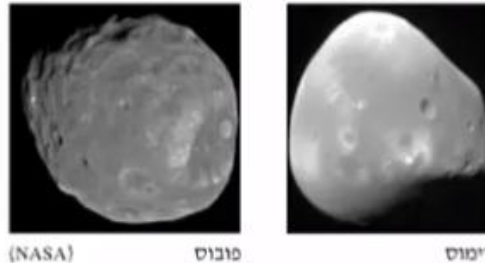
18) קיץ 2015 שאלה 5

בסרט "כוח משיכה" משנת 2013, האסטרונוטים מנסים להגיע לתחנת החלל הבין-לאומית, לאחר שתיקנו לווין הסמוך לתחנת החלל. הלוויין ותחנת החלל נעים סביב קו המשווה בגובה 400 קילומטרים מעל פני כדור הארץ. הנח שמסלול התחנה הוא מסלול מעגלי, והכוח היחיד הפועל על התחנה הוא כוח המשיכה של כדור הארץ.

- א. חשב את תאוצת התחנה בהיותה במסלול המתואר בפתיח לשאלה.
- ב. לפניך 4 היגדים i-iv.
- קבע איזה מן ההיגדים נכון, והעתק אותו למחברתך:
- i. תחנת החלל נעה במסלולה במהירות שגודלה קבוע.
 - ii. תחנת החלל נעה במסלולה במהירות קבועה.
 - iii. שקול הכוחות הפועלים על תחנת החלל הנעה במסלולה שווה לאפס.
 - iv. תחנת החלל נעה במסלולה במהירות ובתאוצה קבועות.
- ג. ידוע כי תאוצת הכובד בגובה המסלול של התחנה היא בקירוב 90% מתאוצת הכובד על פני כדור הארץ. כיצד אפשר להסביר את העובדה שהאסטרונוטים שמתקנים את הלוויין נראים חסרי משקל (מרחפים)?
- ד. ברגע מסוים עברה תחנת החלל במסלולה מעל נקודה כלשהי שנמצאת על קו המשווה.
- כמה פעמים נוספות עברה תחנת החלל מעל נקודה זו ביממה (24 שעות)? (אפשר להזניח את הסיבוב של כדור הארץ סביב עצמו).
- ה. האם האנרגיה המכנית של התחנה נשמרת במהלך תנועתה במסלולה המעגלי סביב כדור הארץ? הסבר את קביעתך.

19) קיץ 2014 שאלה 5

בשנת 1877 התגלו שני ירחים המקיפים את כוכב הלכת מאדים : פובוס (Phobos) ודימוס (Deimos).



זמן המחזור של פובוס בתנועתו סביב מאדים, T_p , הוא 0.3189 יממות ארציות, ורדיוס מסלולו הוא: $r_p = 9.377 \cdot 10^6 \text{ m}$.

זמן המחזור של דימוס סביב מאדים, T_D , הוא 1.262 יממות ארציות. א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. חשב את רדיוס המסלול של דימוס (אפשר להזניח את השפעת הירחים זה על זה).
- ii. נתון: זמן מחזור הירח של כדור הארץ בתנועתו סביב כדור הארץ, T_m , הוא 27.3 יממות. האם על פי נתון זה, הנתונים שבפתיח וחוקי קפלר בלבד, אפשר לחשב את רדיוס המסלול של הירח בתנועתו סביב כדור הארץ? אם כן – חשב אותו, אם לא – הסבר מדוע אי אפשר לחשב.

הנח שצורתו של כוכב הלכת מאדים היא כדורית וצפיפותו אחידה. ב. חשב את מסת כוכב הלכת מאדים, על פי נתוני השאלה בלבד. פרט את חישוביך.

חללית קטנה שמסתה 53kg נשלחה לחקור את מאדים, וריחפה ללא נוע בגובה 20m מעל נקודה מסוימת על פני מאדים. הנח שכוכב הלכת מאדים אינו מסתובב סביב צירו.

מטאורואיד שמסתו 1.3kg נע במהירות קבועה שגודלה $12.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ וכיוונו

- מקביל לקרקע המאדים, פגע בחללית וחדר לתוכה. לאחר ההתנגשות שני הגופים האלה נעו כגוף אחד (נכנה אותו "גוף מורכב") ופגעו בקרקע המאדים. הרדיוס של כוכב הלכת מאדים הוא: $R = 3.4 \cdot 10^6 \text{ m}$.
- ג. חשב את גודל המהירות של הגוף המורכב מיד אחרי ההתנגשות.
- ד. כמה זמן אחרי ההתנגשות פגע הגוף המורכב בקרקע המאדים?

20 קיץ 2013 שאלה 5

משגרים לוויין לחלל באמצעות רקטה.

על כן השיגור מסת הרקטה עם הדלק והלוויין היא: $M = 7.3 \cdot 10^5 \text{ kg}$.

הכוח המרבי שהמנוע מפעיל בזמן השיגור הוא: $F = 1.16 \cdot 10^7 \text{ N}$.

א. סרטט במחברתך תרשים של הכוחות הפועלים על הרקטה בזמן השיגור. הנח שהתנגדות האוויר זניחה.

ב. הרקטה ניתקת מכך השיגור ברגע $t = 0$. מרגע ההינתקות המנוע מפעיל את הכוח המרבי.

חשב את תאוצת הרקטה ברגע ההינתקות.

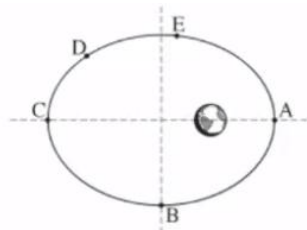
ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הסבר בקצרה את עקרון הפעולה של מנוע רקטי.

ii. בהנחה שהכוח F קבוע במשך השניות הראשונות, קבע אם בפרק הזמן הזה התאוצה גדלה, קטנה או לא משתנה. נמק את קביעתך.

ברגע מסוים הלוויין מתנתק מהרקטה, וממשיך לנוע בהשפעת כוח הכובד של כדור הארץ.

ד. בתרשים שלפניך מוצג המסלול הקבוע של הלוויין, שצורתו אליפסה (התרשים אינו מסורטט בקנה מידה). הלוויין נע סביב כדור הארץ בכיוון השעון.



העתק את התרשים למחברתך, וסמן עליו חצים המייצגים את:

i. וקטור מהירות הלוויין, בכל אחת מהנקודות B ו-D.

ii. וקטור התאוצה של הלוויין בנקודה A.

iii. וקטור הכוח השקול הפועל על הלוויין, בכל אחת מהנקודות C ו-E. הסבר את שיקולך.

ה. קבע באיזו משתי הנקודות A ו-E מהירות הלוויין היא מרבית. נמק את קביעתך.

(21) קיץ 2011 שאלה 5

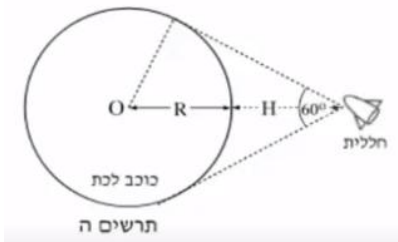
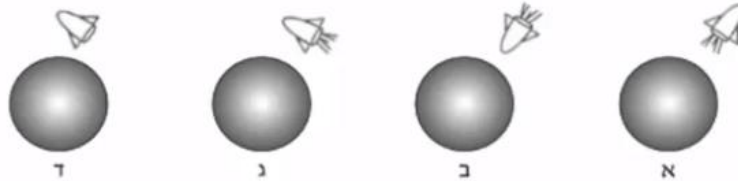
- עמוס 1 הוא לוויין התקשורת הישראלי הראשון, שפיתחה התעשייה האווירית של ישראל. המסלול של הלוויין עמוס 1 הוא מעגלי (בקירוב). כלוויין תקשורת עמוס 1 נמצא כל הזמן מעל אותה נקודה A שעל פני כדור הארץ.
- קבע את זמן המחזור של הלוויין עמוס 1. נמק את קביעתך.
 - חשב את גובה המסלול של הלוויין עמוס 1 מעל פני כדור הארץ.
 - חשב את גודל התאוצה של הלוויין עמוס 1 במסלולו.
 - לוויין אחר (לא לוויין תקשורת) מקיף את כדור הארץ במסלול מעגלי במשך 12 שעות. השתמש בחוקי קפלר וחשב באיזה גובה מעל פני כדור הארץ עובר המסלול של לוויין זה.
 - קבע איזה מההיגדים i-iii שלפניך אינו נכון, והסבר מדוע הוא אינו נכון.
 - תנועת לוויין במסלולו היא נפילה חופשית.
 - גודל המהירות הקווית של נקודה A שעל פני כדור הארץ שווה לגודל המהירות הקווית של הלוויין עמוס 1 הנע במסלולו.
 - גודל המהירות הזוויתית של נקודה A שעל פני כדור הארץ שווה לגודל המהירות הזוויתית של הלוויין עמוס 1 הנע במסלולו.

(22) קיץ 2010 שאלה 5

- חללית שוגרה מכדור הארץ כדי לחקור את מערכת השמש. בשלב הראשון החללית נעה סביב השמש במסלול מעגלי. רדיוס המסלול שלה שווה לרדיוס המסלול של כדור הארץ סביב השמש.
- הערה: בכל החישובים בשאלה זו תוכל להזניח את השפעת כדור הארץ ושאר כוכבי הלכת על החללית.
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - המהירות הקווית של החללית שווה למהירות הקווית של כדור הארץ סביב השמש. הסבר מדוע.
 - חשב את המהירות הקווית של החללית.
- בשנת 2005 התגלה במערכת השמש גוף דמוי כוכב לכת המכונה "אריס" (ERIS), שמרחקו מהשמש: $1.01 \cdot 10^{10} \text{ km}$.
- בהנחה שאריס נע סביב השמש במסלול מעגלי, חשב את זמן המחזור שלו (בשנים).
 - בזמן שהחללית נעה במסלולה סביב השמש, מפעילים ברגע מסוים את המנועים שלה. נתון שמסת החללית היא: 800 kg .
 - חשב את האנרגיה המינימלית, E_0 , שיש להוסיף לחללית כדי שתעזוב את מערכת השמש.
 - רוצים לשגר את החללית ממסלולה סביב השמש של אריס.
 - קבע ללא חישוב מספרי, אם האנרגיה המינימלית שיש להוסיף לה לשם כך גדולה יותר מהאנרגיה E_0 שחישבת בסעיף ג', קטנה ממנה או שווה לה. הסבר את תשובתך.

23) קיץ 2009 שאלה 5

אסטרונוט בחללית רוצה חקור כוכב לכת שצורתו כדורית.
 א. בשלב מסוים של המחקר, האסטרונוט בחללית נמצא במנוחה ביחס למרכז כוכב הלכת. איזה מהתרשימים א-ד שלפניך, מתאר נכון את מצב החללית ביחס לכוכב הלכת? נמק את תשובתך.
 (שים לב: בתרשימים א-ג מנוע החללית פועל, (בתרשים ד מנוע החללית אינו פועל).



האסטרונוט מצא באמצעות מכשיר רדר כי החללית נמצאת בגובה $H = 10^7 \text{ m}$ מעל פני כוכב הלכת, וכי רואים את כוכב הלכת בזווית ראייה של 60° .

א. הוא מרכז כוכב הלכת (ראה תרשים ה).
 ב. חשב את הרדיוס, R, של כוכב הלכת.

- בעזרת מנוע החללית, האסטרונוט מכניס את החללית לתנועה מעגלית סביב כוכב הלכת (בגובה H מעל פני הכוכב). האסטרונוט מצא כי זמן מחזור התנועה של החללית סביב כוכב הלכת הוא 150 דקות. הנח כי צפיפות כוכב הלכת אחידה.
- חשב את המסה של כוכב הלכת.
 - חשב את גודל תאוצת הנפילה החופשית על פני כוכב הלכת.
 - האם במהלך התנועה המעגלית נדרשת פעולת מנועי החללית כדי לקיים את התנועה המעגלית?
 אם כן – הסבר את תפקיד המנועים, אם לא – הסבר מדוע התנועה המעגלית אפשרית בלי פעולת מנועי החללית.

24) בגרות כבידה 2006

- הירח נע סביב כדור הארץ, וכל הזמן מפנה אליו אותו "צד".
 הירח משלים סיבוב מעגלי שלם סביב כדור הארץ במשך 27.3 יממות ארציות.
 משני נתונים אלה נובע כי הירח מסתובב גם סביב צירו, וזמן המחזור שלו הוא 27.3 יממות ארציות.
 מהנדס עוסק בתכנון תקשורת בין מושבות שיוקמו בעתיד על פני הירח.
 בדעתו להשתמש בלוויין תקשורת שינוע במסלול מעגלי סביב הירח, כך שזמן המחזור שלו יהיה 27.3 יממות ארציות, והוא ימצא כל העת מעל נקודה קבועה על פני הירח (בדומה ללווייני תקשורת שנעים מעל כדור הארץ).
 א. חשב את רדיוס המסלול המעגלי של לוויין כזה, בהנחה כי רק הירח משפיע על תנועת הלוויין.
 ב. המהנדס חישב ומצא שבגלל השפעת כדור הארץ, אי אפשר למקם את הלוויין במסלול שאת רדיוסו מצאת בסעיף א. הרדיוס המקסימלי של מסלול לוויין סביב הירח שבו אפשר להזניח את ההשפעה של כדור הארץ הוא כ- 3,000km.
 חשב את זמן המחזור של לוויין שנע סביב הירח במסלול מעגלי שרדיוסו 3,000km.
 ג. חשב את תאוצת הנפילה החופשית על פני הירח.
 ד. ציין תרומה אחת לידע המדעי על אודות מערכת השמש או גרמי שמיים במערכת זו, שתרים אחד מהאישים האלה:
 ניקולס קופרניקוס, גלילאו גליליי, טיכו ברהה.

תשובות סופיות:

(1) הכי גדולה: A, הכי קטנה: D.

(2) א. $T_2 = 3.54 \text{ days}$ ב. לא.

(3) א. $F = 1.97 \cdot 10^{20} \text{ N}$ ב. $a_{\text{Moon}} = 2.7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ג. כוח זהה לסעיף אי' – בכיוון ההפוך. ד. $a_{\text{Earth}} = 3.3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(4) $F = 2.8 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, $a = 4.67 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(5) $F = 1.96 \text{ N}$, $a = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(6) א. $v = 6310 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $T = 2.77 \text{ hr}$ ג. $a = 3.98 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ד. $n = 8 \frac{2}{3}$

(7) א. $8.72 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $r = 2.84 \cdot 10^7 \text{ m}$ ג. $a_s = 0.216 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ד. $a_s = 0.216 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ה. $6.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(8) א. ראה סרטון. ב. $h = 3.58 \cdot 10^7 \text{ m}$ ג. $v = 3070 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. ראה סרטון.

(9) א. $T = 20 \text{ N}$ ב. $T = 24 \text{ N}$ ג. $T = 2.97 \text{ N}$ ד. $T = 0$

(10) א. $F_G = 99.5 \text{ N}$ ב. $g = 0.995 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ג. כמו בסעיף א. ד. $g = 1.67 \cdot 10^{-23} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

(11) א. $v_A = 5,330 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v_B = 6,725 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(12) א. $r = 6.65 \cdot 10^6 \text{ m}$ ב. $E = 1.2 \cdot 10^9 \text{ J}$ ג. $U = -2.4 \cdot 10^9 \text{ J}$ ד. $E = 1.2 \cdot 10^9 \text{ J}$
ה. $\Delta E = 3.15 \cdot 10^8 \text{ J}$

(13) א. $V_A = 6,860 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $r_f = 1.31 \cdot 10^7 \text{ m}$ ג. $\Delta E = 4.72 \cdot 10^9 \text{ J}$

(14) א. $v_{\text{Earth}} = 11,200 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v_{\text{Moon}} = 2,360 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(15) א. $a = g^* = 7.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $v = 7,660 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $T = 1.55 \text{ hr}$ ג. i. נכון.

ii. שגוי. iii. שגוי. ד. $\Delta E = 8.66 \cdot 10^9 \text{ J}$

(16) א. $x = 54R$ ב. $\Delta E = mg \cdot R \cdot 0.98$

ג. לא נכון, מעבר לנקודה זו הירח מפעיל כוח משיכה חזק יותר על הקליע מאשר כדור הארץ.

(17) א. $N_{\text{Jim}} > N_{\text{Tim}}$ ב. ראה סרטון. ג. $R = 1.53 \cdot 10^7 \text{ m}$ ד. $M = 7.02 \cdot 10^{25} \text{ kg}$

ה. היגד ii הוא הנכון.

18) א. $a = 8.7 \frac{m}{sec^2}$ ב. היגד i נכון.

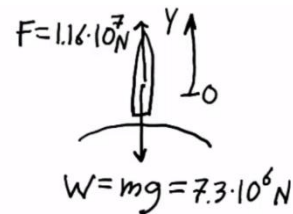
ג. ביחס ללוויין האסטרונוט לא נע (מרחף) גם בלי שיעמוד על הרצפה.

ד. $N = 15$ ה. כן.

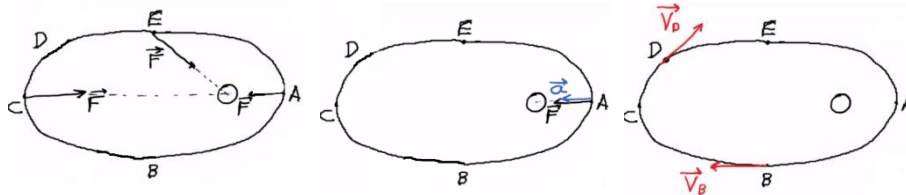
19) א.i. $R_1 = 2.346 \cdot 10^7 m$ ii. אי אפשר, תקף רק ל-2 גופים שמקיפים את אותו

גרם שמיים. ב. $M = 6.45 \cdot 10^{23} kg$ ג. $u = 0.3 \frac{m}{sec}$ ד. $t = 3.29 sec$

20) א. שרטוט: ב. $a = 5.89 \frac{m}{sec^2}$ ג.i. ראה סרטון. ii. גדלה.



ד.i. שרטוט: ii. שרטוט: iii. שרטוט: ה. $v_A > v_E$



21) א. $T = 86,400 sec$ ב. $h = 3.59 \cdot 10^7 m$ ג. $a = 0.224 \frac{m}{sec^2}$ ד. $h = 2.02 \cdot 10^7 m$

ה. היגד ii לא נכון.

22) א.i. ראה סרטון. ii. $v = 2.98 \cdot 10^4 \frac{m}{sec}$ ב. $T = 553$ ג. $E_0 = -3.56 \cdot 10^{11} J$

ד. קטנה.

23) א. א. א. ב. $R = 10^7 m$ ג. $M = 5.84 \cdot 10^{25} kg$ ד. $g^* = 39 \frac{m}{sec^2}$

ה. לא, הכוח שגורם לתנועה המעגלית סביב הכוכב הוא בעצם כוח המשיכה עצמו.

24) א. $r = 8.84 \cdot 10^7 m$ ב. $T = 0.17_{days}$ ג. $a = 1.62 \frac{m}{sec^2}$ ד. ראה סרטון.

פיזיקה 1 ב

פרק 13 - גוף קשיח - מומנט התמד

תוכן העניינים

1. הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב (ללא ספר)
2. מומנט התמד, הסבר בסיסי וחישוב עבור גוף נקודת (ללא ספר)
3. משפט שטיינר ואדטיביות 177
4. נוסחאות לגופים נוספים וסיכום 180
5. $I_z = I_x + I_y$ (ללא ספר)
6. סימטריה לז (ללא ספר)
7. חישוב מומנט ההתמד של דיסקה סביב ציר Z וציר X 181
8. תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד 182

אדטיביות:

רקע

גוף קשיח:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית) מומנט התמד:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

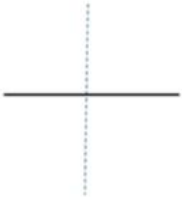




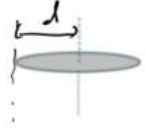



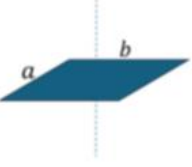
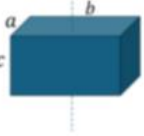
הגדרה - עבור מערכת של גופים נקודתיים

משפט שטיינר - $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף

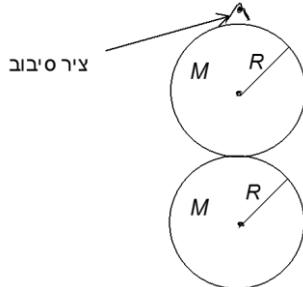
הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות - מומנט ההתמד הוא פונקציה אדטיבית, כלומר ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

נוסחאות מומנט התמד של גופים נפוצים:

	מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>גליל חלול</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>גוף נקודתי</p>  </div> </div> <p>טבעת (חלולה)</p> 	גוף נקודתי סביב ציר כלשהו $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי $I_{c.m.} = mR^2$
	מוט בקצה $I = \frac{1}{3} mL^2$	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$
	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$		דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
 	תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$		

שאלות:



- (1) **שעון כפול תלוי על קיר**
 לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה. מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

תשובות סופיות:

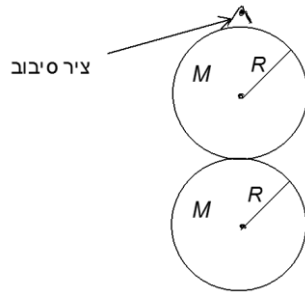
$$I = 11mR^2 \quad (1)$$

אדטיביות:

שאלות:

(1) דוגמה

לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה. מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).



תשובות סופיות:

$$I = 11mR^2 \quad (1)$$

חישוב מומנט ההתמד באמצעות אינטגרלים:

רקע

$$I = \int r^2 dm : \text{עבור גוף קשיח}$$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית)

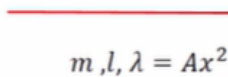
$$\text{אם ציר הסיבוב הוא ציר } z \text{ אז } r^2 = x^2 + y^2$$

תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד:

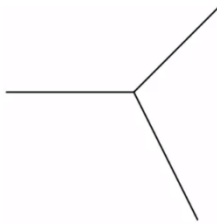
שאלות:



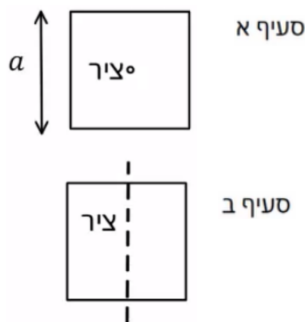
- (1) חישוב אינטגרל של מוט לא אחיד
חשב את מומנט ההתמד של מוט עם צפיפות ליחידת אורך $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$ סביב קצה המוט.
 x הוא המרחק מהקצה, L הוא אורך המוט ו- λ_0 נתון.



- (2) חישוב נוסף מוט בצפיפות לא אחידה
מצא את מומנט ההתמד של מוט סביב מרכזו לפי הנתונים שבשרטוט.
הצפיפות הנתונה מתייחסת למרכז המוט כראשית הצירים.



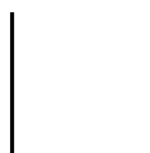
- (3) שלושה מוטות מחוברים בקצה
שלושה מוטות זהים באורך l ומסה m כל אחד מחוברים באופן המוצג באיור.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר הנמצא בנקודת החיבור בין המוטות ובמאונך למישור.



- (4) מסגרת ריבועית
נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע a ומסה M .
מצא את מומנט ההתמד של מסגרת.
א. סביב ציר העובר במרכז ובמאונך למישור המסגרת.
ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שתי צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות.

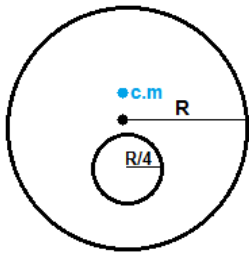


- (5) מומנט התמד של שער חשמלי
מצא את מומנט ההתמד של שער חשמלי בעל מסה m ואורך l אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה M ואורך L המסתובב סביב מרכז המסה שלו.



- (6) מומנט התמד של ריש
מצא את מומנט ההתמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה שלו בשתי דרכים שונות. אורך כל מוט l ומסתו m .

7) דיסקה עם חור



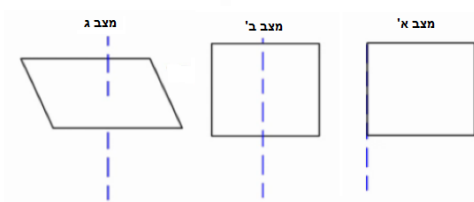
- א. מצא את מומנט ההתמד של דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R , אם ידוע כי במרחק R חצי ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע R . הדיסקה מסתובבת סביב ציר במרכזה (ולא במרכז המסה של המערכת).
- ב. מצא את מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו.

8) חצי חישוק ושתי מסות



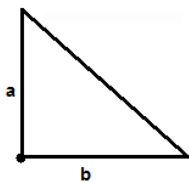
- מצא את מומנט ההתמד של חצי החישוק שבתמונה. רדיוסו R , מסתו M ובקצותיו חוברו שתי מסות m . החישוק סובב סביב מסמר בקודקודו.

9) חישוב אינטגרל של ריבוע



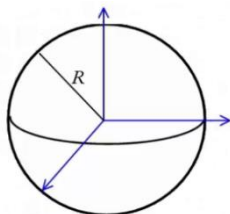
- חשב את מומנט ההתמד של לוח ריבוע בעל אורך צלע a , מסה M וצפיפות אחידה בכל אחד מהמצבים הבאים:
- א. ציר הסיבוב הוא אחת הפאות של הריבוע.
- ב. ציר הסיבוב מקביל לפאות ועובר במרכז.
- ג. ציר הסיבוב אנך למשטח הריבוע ועובר במרכזו.

10) מומנט התמד של משולש



- מצא את מומנט ההתמד של המשולש סביב קודקודו הישר.

11) מומנט התמד של כדור מלא



- חשב את מומנט ההתמד של כדור מלא בעל רדיוס R , מסה M וצפיפות אחידה, סביב ציר העובר במרכז הכדור.

12) מומנט התמד של קליפה כדורית

- מצאו את מומנט ההתמד של קליפה כדורית ברדיוס R ומסה m סביב ציר העובר דרך מרכז המסה של הקליפה.

תשובות סופיות:

$$I_0 = M \frac{L^2}{2} \quad (1)$$

$$I = \frac{12ml^2}{80} \quad (2)$$

$$I_{c.m.} = ml^2 \quad (3)$$

$$I = \frac{M}{8} \left(a^2 + \frac{l^2}{3} \right) \quad \text{ב.} \quad I_{c.m.} = \frac{M}{4} \left(\frac{l^2}{3} + a^2 \right) \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$I = \left(\frac{1}{12} ml^2 + m \left(\frac{m \cdot 0 + \frac{M(1+L)}{2}}{m+M} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{12} (L^2 + L^2) M + M \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{m \cdot 0 + \frac{M(1+L)}{2}}{m+M} \right) + \frac{L}{2} \right)^2 \right) \quad (5)$$

$$I = \frac{5}{12} ml^2 \quad (6)$$

$$I_0 = I_{c.m.} + \frac{15}{16} M \cdot \left(\frac{R}{30} \right)^2 \quad \text{ב.} \quad I_0 = \frac{247}{512} MR^2 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$I_1 = I_{c.m.} + m'b^2 \quad (8)$$

$$I = M \frac{1}{6} a^2 \quad \text{ג.} \quad I = \frac{1}{12} Ma^2 \quad \text{ב.} \quad I = \frac{1}{3} Ma^2 \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$I_0 = \frac{1}{6} m(a^2 + b^2) \quad (10)$$

$$I = \frac{2}{5} MR^2 \quad (11)$$

$$\frac{2MR^2}{3} \quad (12)$$

פיזיקה 1 ב

פרק 14 - גוף קשיח - מומנט כוח (סטטיקה של גוף קשיח)

תוכן העניינים

185	1. מומנט כוח - הסבר
(ללא ספר)	2. מכפלה וקטורית
187	3. תרגיל - מומנטים על משולש
(ללא ספר)	4. פיתוח, מדוע מתייחסים לכוח הכובד כאילו פועל במרכז המסה
(ללא ספר)	5. משוואת מומנטים
188	6. תרגיל - שני פועלים מחזירים מנשא
189	7. תרגילים מסכמים

מומנט כוח - הסבר:

רקע

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

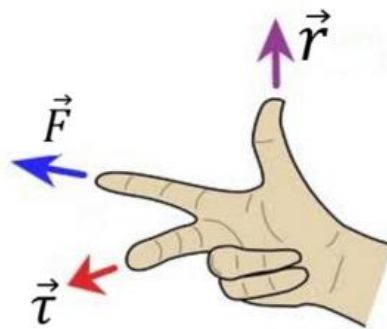
כאשר \vec{r} הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח.

ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון גודל המומנט :

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$$

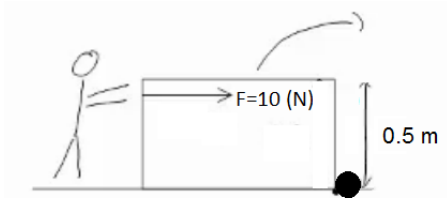
כאשר r_{\perp} הוא הרכיב של \vec{r} המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג



משוואת מומנטים : אם גוף נמצא במנוחה אז סכום המומנטים הפועלים עליו שווה לאפס.

שאלות:



- (1) **מרחק אפקטיבי**
 אדם דוחף ארגז בגובה 0.5m ומפעיל כוח F (ראו תמונה).
 לארגז אין חיכוך עם המשטח.
 האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד שנתקע באבן והארגז מתהפך (מיקום האבן הופך לציר הסיבוב).
 חשבו את גודל מומנט הכוח.

תשובות סופיות:

$$|\vec{\tau}| = 5N \cdot m \quad (1)$$

תרגיל - מומנטים על משולש:

שאלות:

(1) מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה a .

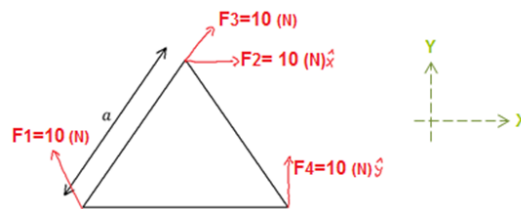
א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

ב. נתונה המסה של המשולש M ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש

$$\text{נמצא בנק': } \left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2\sqrt{3}}a \right)$$

חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.

ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין F_1 לדופן המשולש היא 60 מעלות.



תשובות סופיות:

$$\tau_g = -Mg \frac{1}{2}a \quad \text{ב.} \quad \tau_1 = 0!, \quad \vec{\tau}_2 = -5 \cdot \sqrt{3}a, \quad \vec{\tau}_3 = 0!, \quad \tau_4 = 10a \quad \text{א.} \quad (1)$$

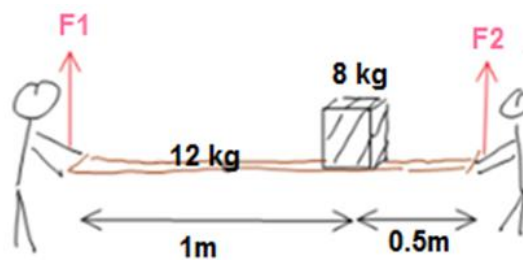
$$\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}}, \quad \tau_2 = -10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}a, \quad \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ, \quad \tau_4 = 10 \cdot \frac{1}{2}a, \quad \tau_g = 0 \quad \text{ג.}$$

תרגיל - שני פועלים מחזיקים מנשא:

שאלות:

(1) שני פועלים מחזיקים מנשא

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמסתו 12kg ואורכו 1.5m. על המנשא, במרחק של 0.5m מהפועל הימני, מונח ארגז בעל מסה של 8kg. בהנחה כי המערכת במנוחה, מצאו את הכוח שמפעיל כל פועל (ראה איור).



תשובות סופיות:

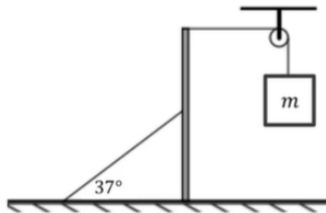
$F_2 = 113.333\text{N}$, $F_1 = 86.666\text{N}$ (1)

תרגילים מסכמים:

שאלות:

(1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקולת

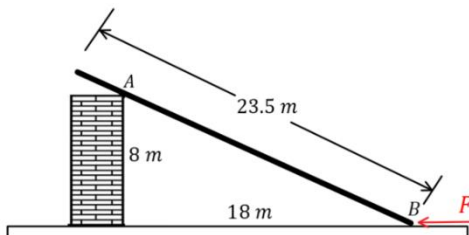
מוט אחיד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמוראה בתרשים. המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו השני קשור למשטח ויוצר עימו זווית של 37° . הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט אופקי אידיאלי וגלגלת אל משקולת שמסתה $m = 7\text{kg}$. המערכת נמצאת במנוחה.



- א. מהי המתיחות בחוט המחובר אל המשטח?
 ב. מהו כוח החיכוך שמפעיל המשטח האופקי על המוט?

(2) קורה על קיר אנכי

באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה שאורכה הכולל הוא 23.5m . מסת הקורה היא 140kg .

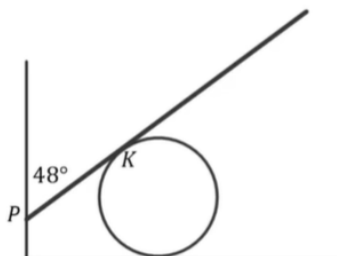


הקורה נשענת בנקודה A על קיר אנכי חלק שגובהו 8m .

קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה B במרחק 18m מהקיר ובקצה הזה פועל כוח אופקי F , כמתואר באיור. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא $\mu_s = 0.3$. מהו F המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

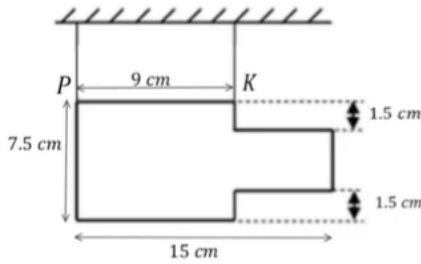
(3) מוט נשען על כדור

נתון מוט דק שאורכו $L = 3.5\text{m}$ ומסתו $m = 7\text{kg}$. הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט. נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K. בקצהו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך בנקודה P, הזווית שיוצר המוט יחסית לקיר היא 48° . מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט הוא $\mu_s = 0.15$.



- א. מהו הכוח שמפעיל הכדור על המוט אם נתון שקצהו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?
 ב. מהו המרחק בין הנקודות P ו-K במצב זה?

(4) טבלה מעץ

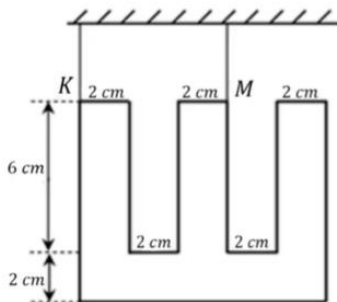


טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתה 400 גר' וצורתה כמתואר בתרשים, תלויה בשני חוטים בנקודות K ו-P.

א. חשב את מרכז הכובד של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.

ב. מצא את המתיחות בשני החוטים.

(5) שלט בצורת האות ש

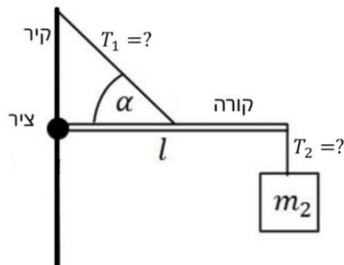


שלט העשוי מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמשורטט), שמסתו 4 ק"ג, נתלה בשני חוטים בנקודות K ו-M.

א. חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.

ב. מצאו את המתיחות בשני החוטים.

(6) מסה תלויה על קורה שמחוברת לקיר

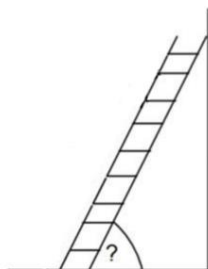


קורה בעלת מסה m_1 ואורך l מחוברת לקיר באמצעות ציר. בקצה הקורה קשורה מסה m_2 התלויה במנוחה. מאמצע הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חזרה לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא α .

א. מהי המתיחות בחוטים?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל הציר?

(7) סולם נשען על קיר



סולם נשען על קיר. קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר. מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ_s . אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

(8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר

אדם עומד על סולם שנשען על קיר.

אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת

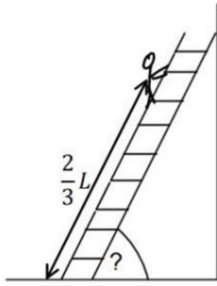
בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשמרחקו מהקצה התחתון של הסולם הוא שני שליש מאורך הסולם.

קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.

מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר

הוא μ_s . מסת האדם כפולה ממסת הסולם.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?



(9) מומנטים על שער

שער שגובהו h ואורכו l מחובר לקיר בשני צירים a ו- b .

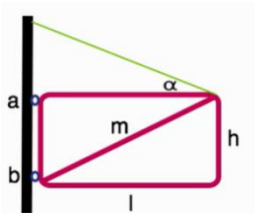
על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו

אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה a מתאפס.

א. מהי המתיחות בכבל?

ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הציר b ?

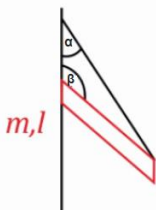
ג. מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?



(10) גגון מוחזק אל קיר

גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט.

מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.

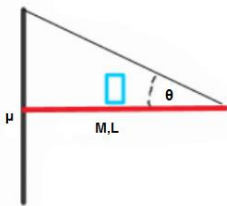


(11) מסה על גגון מחליק

גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט.

מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה m

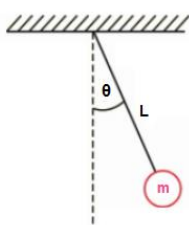
מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?



(12) מטוטלת מתמטית

מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית

כפונקציה של הזווית מהאנך.

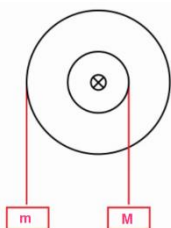


(13) מנוף מדיסקה כפולה

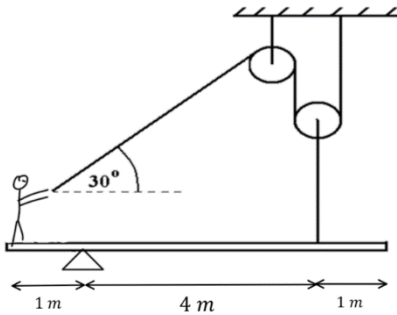
נתונה המערכת שבשרטוט.

רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה

ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.



14) אדם על קורה מחזיק בחוט ושתי גלגלות



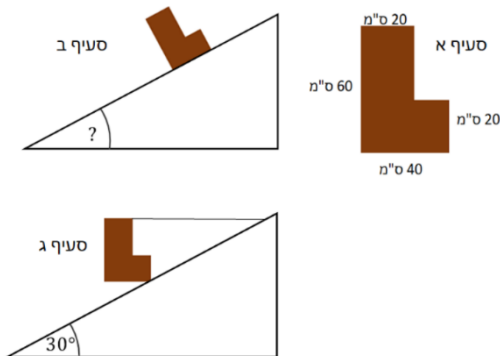
אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg. הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק 1m מהאדם. האורך הכולל של הקורה הוא 6m. האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור. הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק 1m מהקצה השני.

- מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
- מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
- מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?

15) L על מישור משופע*

באיור נתון גוף משטחי בצורת L.

צפיפות המסה של הגוף היא: $\sigma = 5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$.

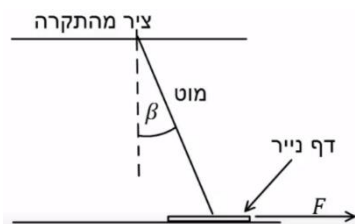


- מהו מרכז המסה של הגוף ביחס לפינה התחתונה השמאלית?
- מניחים את הגוף על מישור משופע. מהי הזווית המקסימאלית של המישור עבורה הגוף לא יתהפך?
- קושרים את הגוף למישור באמצעות חוט אופקי מהפינה הימנית העליונה ומותחים את החוט עד שהגוף מתיישר במקביל לקרקע.

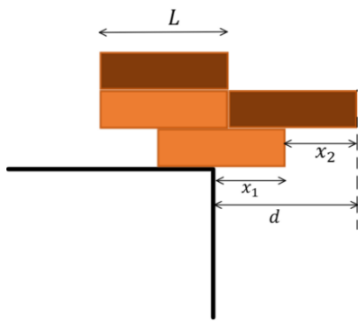
מהי המתוחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא 30° והגוף במנוחה.

16) מוט נשען על דף נייר*

מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר. בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה. מסת דף הנייר זניחה. הזווית בין המוט לאנך היא β ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא μ_s .

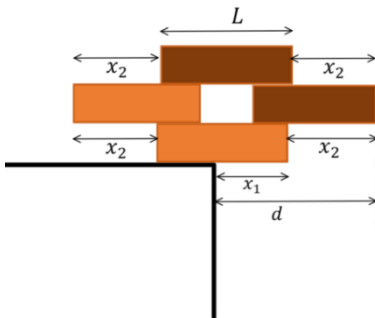


- מושכים את הנייר ימינה בכוח F. מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
- חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.



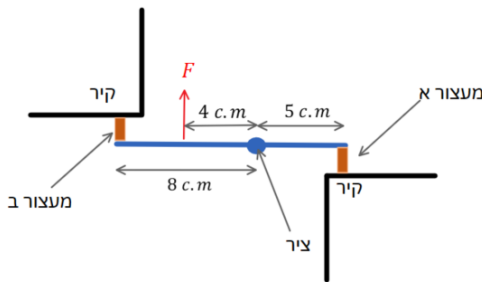
17) ערימת קוביות 1

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם x_1 ו- x_2 במצב זה?



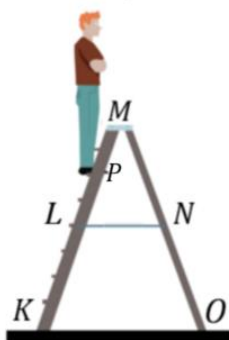
18) ערימת קוביות *2

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם x_1 ו- x_2 במצב זה?



19) מוט עם שני מעצורים מגומי**

באיור ישנו מוט באורך 13c.m. המחובר בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני בשני הקצוות של המוט ישנם מעצורים זהים העשויים מגומי. מפעילים כוח $F = 200\text{N}$ במרחק 4c.m. שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים. המערכת אופקית, כלומר כוח הכובד פועל לתוך הדף וניתן להתעלם ממנו. מהו הכוח שפועל על כל מעצור? רמז: התייחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע k זהה.



20) אדם על סולם עם שתי רגליים**

אדם עומד על סולם בעל שתי רגליים המחוברות באמצעות כבל במרכז הסולם. משקל האדם הוא 800 ניוטון וניתן להזניח את משקל הסולם ואת החיכוך עם הרצפה. נתונים אורכי הקטעים הבאים: $KM = OM = 2.34\text{m}$, $KP = 1.70\text{m}$, $LN = 0.746\text{m}$. א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו-K. ב. מצאו את המתוחות בכבל. רמז: יש לעשות משוואה רק על חלק מהסולם.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } T_2 \approx 180\text{N} \quad \text{ב. } f_s = T_1 = 70\text{N}, \text{ ימינה.} \quad (1)$$

$$F_{\max} \approx 521\text{N} \quad (2)$$

$$\text{א. } N_2 \approx 110\text{N} \quad \text{ב. } PK \approx 0.84\text{m} \quad (3)$$

$$\text{א. } x_{c.m.} = 6.6c.m., y_{c.m.} = 3.75c.m. \quad \text{ב. } T_2 = 3\text{N}, T_1 = 1\text{N} \quad (4)$$

$$\text{א. } x_{c.m.} = 5c.m., y_{c.m.} \approx 4.4c.m. \quad \text{ב. } T_K = 6.7\text{N}, T_M = 33.3\text{N} \quad (5)$$

$$\text{א. } T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin \alpha}, T_2 = m_2g \quad (6)$$

$$\text{ב. } F = \sqrt{((m_1 + 2m_2)g \cot \alpha)^2 + (m_2g)^2}, \tan \theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2} \tan \alpha$$

$$\tan \theta = \frac{1 - \mu_s^2}{2\mu_s} \quad (7)$$

$$\tan \theta = \frac{11 - 7\mu_s^2}{18\mu_s} \quad (8)$$

(9) ראה סרטון.

(10) ראה סרטון.

(11) ראה סרטון.

$$\sum \tau = -mgl \sin \theta + Tl \sin \theta = -mgl \sin \theta \quad (12)$$

$$\sum \tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R} \quad (13)$$

$$\text{א. } T_1 = 20\text{N} \quad \text{ב. } F_x = 10\sqrt{3}\text{N}, F_y = 1000\text{N} \text{ שמאלה} \quad (14)$$

$$\mu_{s_{\min}} = 0.027 \quad \text{ג.}$$

$$\text{א. } x_{c.m.} = 0.15\text{m}, y_{c.m.} = 0.25\text{m} \quad \text{ב. } \alpha = 31^\circ \quad (15)$$

$$\text{ג. } T = 3.3\text{N}$$

$$\text{א. } F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} \quad \text{ב. } F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} \quad (16)$$

$$x_1 = \frac{5L}{8}, x_2 = \frac{L}{2}, d = \frac{9L}{8} \quad (17)$$

$$x_1 = \frac{L}{2}, x_2 = \frac{2L}{3}, d = \frac{7L}{6} \quad (18)$$

$$F_R \approx 45\text{N}, F_L \approx 72\text{N} \quad (19)$$

$$\text{א. } N_O \approx 291\text{N}, N_k = 509\text{N} \quad \text{ב. } T_L \approx 196\text{N} \quad (20)$$

פיזיקה 1 ב

פרק 15 - גוף קשיח - דינמיקה

תוכן העניינים

195	1. הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי
196	2. אנרגיה סיבובית של גוף קשיח
199	3. ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה
202	4. תרגילים מסכמים

הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי:

רקע:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$$

אנרגיה סיבובית של גוף קשיח:

רקע:

אנרגיה קינטית סיבובית סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) העובר במרכז המסה:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) כלשהו*:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} I_o \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_o \times \vec{\omega})$$

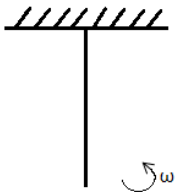
I_o - מומנט ההתמד ביחס לציר

\vec{v}_o - היא מהירות הציר

$\vec{r}_{c.m.,o}$ - מיקום מרכז המסה ביחס לציר

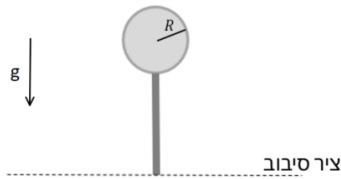
* השימוש בנוסחה מאוד נדיר

שאלות:



(1) מוט מסתובב

מוט באורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר ויכול להסתובב. למוט מהירות זוויתית התחלתית ω . מהי הזווית המקסימאלית אליה יגיע המוט?

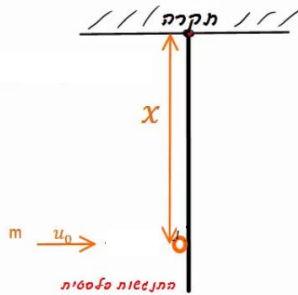


(2) דיסקה מחוברת למוט נופלת ממצב אנכי

גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך L ומסה M המחובר בקצה אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה m המפולגת באופן אחיד ורדיוס R . בקצה השני, המוט מחובר לציר אופקי.

המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר). הגוף מתחיל מהמצב המתואר באיור (מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף. מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר יגיע לנקודה הנמוכה ביותר?

(3) כדור פוגע במוט שתלוי מהתקרה (כולל תנז)



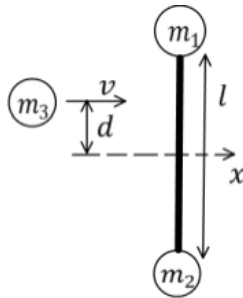
כדור בעל מסה m פוגע במוט שתלוי מהתקרה במרחק x מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך L ובעל מסה M . מהירותו ההתחלתית של הכדור היא μ_0 והוא מתנגש פלסטית עם המוט.

א. מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?

ב. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט?

ג. מצא x כך שהכוח שמפעילה התקרה על המוט יתאפס.

(4) מסה מתנגשת בשתי מסות מחוברות במוט (כולל תנז)



שני גופים נקודתיים בעלי מסה M כל אחד מחוברים בשני קצותיו של מוט דק חסר מסה באורך l . המערכת נמצאת במנוחה על גבי משטח אופקי חלק לאורך ציר y .

כדור נוסף שמסתו m פוגע במוט במאונך למוט ובמרחק d ממרכז המוט. מהירות הכדור הנוסף היא v וההתנגשות עם המוט היא אלסטית.

מה צריכה להיות מהירותו של הכדור הנוסף, כך שישאר במנוחה לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

$$\cos \theta = 1 - \frac{L\omega_0^2}{3g} \quad (1)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg(L+R)}{\frac{ML}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m(L+R)^2}} \quad (2)$$

$$\omega = \frac{mv_0x}{mx^2 + \frac{ML^2}{3}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\text{ב.} \quad \cos \theta = 1 - \frac{I\omega^2}{(M+m)gx_{c.m.}} \quad \text{כאשר:} \quad I = \frac{ML^2}{3} + mx^2, \quad x_{c.m.} = \frac{M\frac{L}{2} + mx}{M+m}$$

ו- ω מצאנו בסעיף א'.

$$\mu_0 = M\frac{L}{r} + mx \quad \text{ג.} \quad (4)$$

$$m = \frac{2M}{1 + \frac{4d^2}{l^2}} \quad (5)$$

ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה:

רקע:

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה בקו ישר	תנועה סיבובית
x	θ
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\theta}$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$
m	I
p	L
F	τ

כל הנוסחאות זהות בהחלפת אותיות

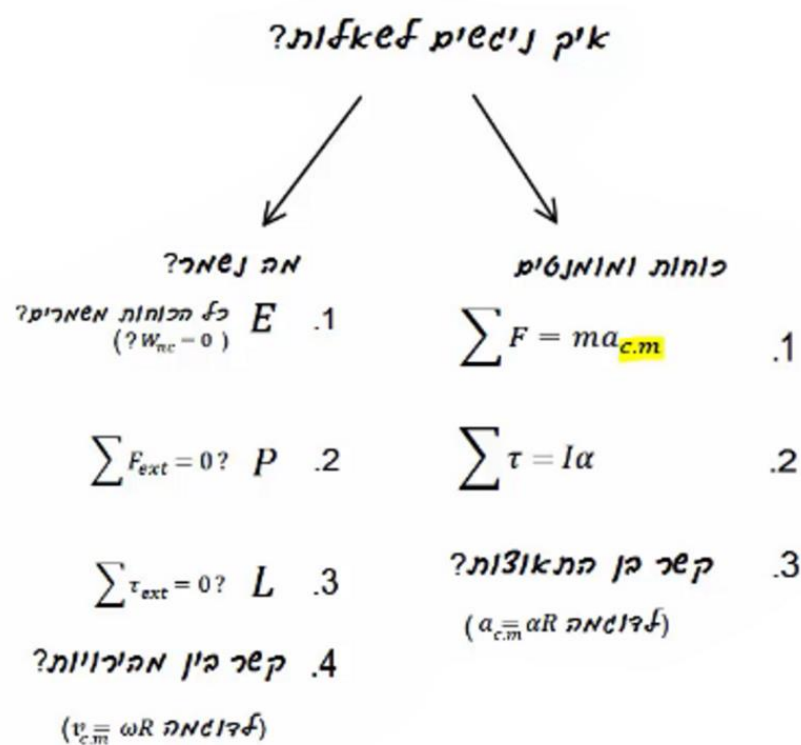
גלגול ללא החלקה:

מהירות הנקודה שנוגעת במשטח שווה לאפס

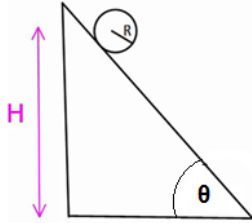
$$v_{c.m.} = \omega R$$

$$a_{c.m.} = \alpha R$$

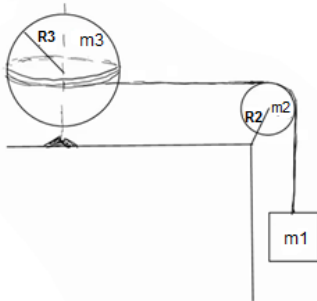
בגלגול ללא החלקה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.



שאלות:

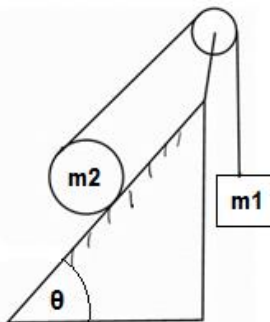
**(1) דוגמה - כדור על מדרון משופע**

- כדור בעל רדיוס R מונח בגובה H על מדרון משופע בעל זווית α . הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה.
- א. מצאו את מהירות הכדור בתחתית המדרון.
 ב. מצאו את תאוצת הכדור.

**(2) גלובוס**

- גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן. מלפפים חוט סביב מרכז הגלובוס (סביב קו המשווה) והחוט ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לא אידיאלית למסה תלויה m_1 .

- נתונים גם: m_2 ו- R_2 מסה ורדיוס הגלגלת, m_3 ו- R_3 מסה ורדיוס הגלובוס. המערכת מתחילה ממנוחה. מצא את תאוצת כל הגופים, קווית וזוויתית ואת המתיחות בחוט.

**(3) יויו במישור מחובר למסה**

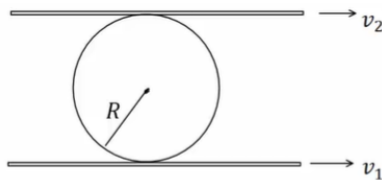
- יויו (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה m_2 ורדיוס R מונח על מישור משופע בעל זווית θ . החוט של היויו מחובר דרך גלגלת אידיאלית למסה m_1 . נתון כי היויו מתגלגל ללא החלקה על המישור וכי קיים חיכוך בין היויו למישור.
- א. מצא לאן תנוע המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.
 ב. מצא את תאוצות הגופים וגודל כוח החיכוך.

4) מוט אופקי נופל

מוט בעל מסה M (צפיפות אחידה) ואורך L תלוי בקצהו לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה. משחררים את המוט ממצב אופקי.



- מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכז המסה של המוט ברגע השחרור. כעת המוט נופל עד להגיעו למצב מאונך לקרקע.
- מצא את הכוח שמפעיל הציר שמחבר את המוט לקיר על המוט, ברגע השחרור.
- מצא את המהירות הזוויתית של המוט ברגע זה (כשהוא מאונך לקרקע).
- חזור על סעיפים א' ו-ב' עבור רגע זה.

5) משטח מלמעלה ומשטח מלמטה

כדור בעל רדיוס R לחוץ בין שני משטחים נעים. המשטח מתחת לכדור נע במהירות v_1 והמשטח מעליו נע במהירות v_2 .

- מהי מהירות מרכז המסה של הכדור אם ידוע שהוא מתגלגל ללא החלקה ביחס לשני המשטחים?
- חזור על סעיף א' אם המשטח העליון נע בכיוון ההפוך.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } mgH = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m R^2 \right) \left(\frac{v_{c.m.}}{R} \right)^2 \quad \text{ב. } a = \frac{5}{7} g \sin \theta$$

(2) ראה סרטון.

(3) ראה סרטון.

$$(4) \quad \text{א. } a_{c.m.} = \frac{3}{4} g = a_y, a_x = a_r = 0, \alpha = \frac{3}{2} \frac{g}{L} \quad \text{ב. } \sum F_y = m a_{y_{c.m.}}, \sum F_x = m a_{x_{c.m.}}$$

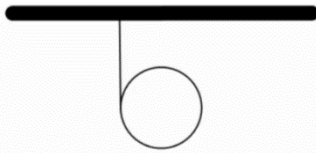
$$\text{ג. } mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{ד. } \sum F_y = m a_{y_{c.m.}}, \sum F_x = m a_{x_{c.m.}}, a_\theta = 0 = a_{x_{c.m.}}, a_y = a_r = -\omega^2 \frac{L}{2}, \alpha = 0$$

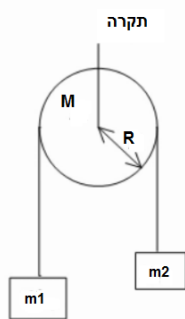
$$(5) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{ב. } v_{c.m.} = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

תרגילים מסכמים:

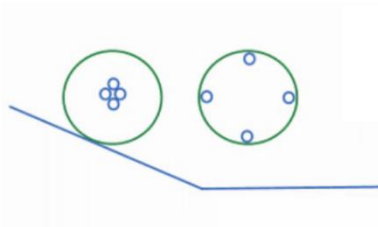
שאלות:



- (1) **חישוק מתגלגל מחבל**
 חבל מלופף סביב חישוק בעל רדיוס R ומסה m .
 (החבל מחובר לתקרה).
 א. מהי תאוצת מרכז המסה של החישוק?
 ב. לאחר כמה זמן ירד החישוק גובה של h אם התחיל תנועתו ממנוחה?



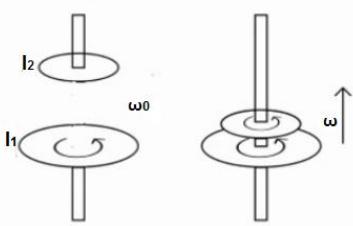
- (2) **מסות וגלגלת**
 שתי מסות שונות m_1, m_2 תלויות משני הצדדים של גלגלת לא אידיאלית המקובעת במרכזה.
 המסות משוחררות ממנוחה.
 מצא את תאוצת המסות אם נתון:
 M מסת הגלגלת, R רדיוס הגלגלת וכי החוט אינו מחליק על הגלגלת.



- (3) **שתי דיסקות שונות במדרון**
 בגן המדע שבמכון ויצמן יש שתי דיסקות קלות אליהן מודבקות 4 מסות כבדות כמתואר בשרטוט. את הדיסקות מניחים על שני מדרונים ובודקים מי תנוע בהגיעה למישור מהר יותר.
 הסבר כיצד ניתן לחשב מהירות זו על פי נתוני המערכת.



- (4) **שני חישוקים מתגלגלים מחבל**
 חישוק בעל מסה m ורדיוס R תלוי מחבל המלופף סביבו.
 א. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h ?
 מה תהיה תאוצתו? כמה זמן תארך הנפילה?
 חישוק אחר חסר מסה בעל רדיוס R מכיל מסה נקודתית במרכזו בעלת מסה m .
 ב. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h ?
 ג. מה תהיה מהירותו אם החבל יהיה ללא חיכוך?

(5) מצמד

בכלי עבודה רבים קיים מנגנון הקרוי מצמד (קלאץ'). תפקיד המצמד הוא להעביר את הכוח המניע אל החלק המונע בצורה הדרגתית (למשל להעביר את כוח המנוע ברכב אל הגלגלים מבלי לגרום לתנועה פתאומית בגלגלים). המצמד מופעל ע"י הצמדת דסקה מסתובבת אל דסקה ניידת והעברת אנרגיה מזו לזו בעזרת כוח החיכוך. לפניך מצמד הבנוי משתי דסקות בעלות מומנט התמד שונה. הדסקה התחתונה מסתובבת במהירות התחלתית נתונה. בשלב מסוים הדסקה העליונה מונחת על הדסקה התחתונה ובעזרת כוח המשיכה וכוח החיכוך מתחילה לנוע בעצמה עד ששתי הדיסקות ינועו ביחד.

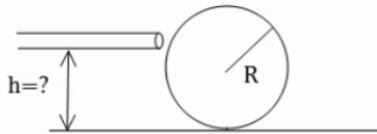
א. מצא את המהירות הסופית של הדיסקות.

ב. כמה אנרגיה אבדה בתהליך זה?

(6) מכה בכדור ללא החלקה

כדור סנוקר ברדיוס R נמצא במנוח על שולחן ללא חיכוך (חיכוך נמוך מאוד).

מצא באיזה גובה מעל תחתית הכדור יש לתת מכה אופקית עם המקל כך שהכדור יתגלגל ללא החלקה.



$$I_{c.m} = \frac{2}{5} mR^2$$

מומנט ההתמד של הכדור הוא:

הדרכה: ערוך תרשים כוחות ונתח את הבעיה בשלב המכה עצמה.

(7) חוט מושך דיסקה ללא החלקה - תרגיל פשוט

חוט מלופף מסביב לגליל המונח על מישור שאינו חלק. רדיוס הגליל הוא R ומסתו M .

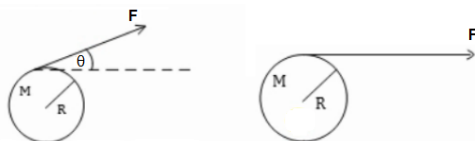
כוח F נתון מושך את הגליל.

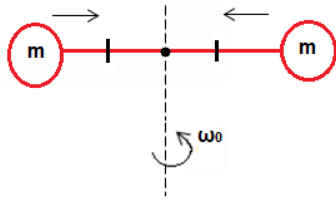
מצא את תאוצת הגליל במקרים הבאים אם ידוע שהגליל מתגלגל ללא החלקה:

א. הכוח פועל בכיוון אופקי.

ב. הכוח פועל בזווית θ ביחס לאופק וידוע שהגליל אינו מתרומם.

ג. מה כיוון החיכוך בכל מקרה?

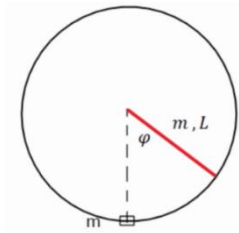


**(8) מחליקה על קרח סוגרת ידיים**

- מחליקה על הקרח מסתובבת במהירות w_0 . המחליקה בעלת מסה זניחה אך היא מחזיקה מסה m בכל יד. הידיים פרוסות לצדדים ואורך כל יד l . לפתע המחליקה סוגרת את ידיה לחצי מאורכן המקורי.
- א. מה תהיה מהירות הסיבוב החדשה?
 ב. כמה אנרגיה הושקעה בתהליך?

**(9) גלגול עם החלקה**

- אל עבר דסקה בעלת מסה M ורדיוס R נורה קליע בעל מסה m במהירות v . הדסקה מונחת על מישור בעל מקדם חיכוך נתון. מצא כמה זמן תימשך ההחלקה.

**(10) מוט משוחרר בזווית פוגע במסה**

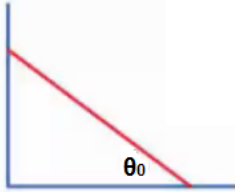
- מוט המחובר לציר משוחרר ממנוחה מזווית נתונה. כשהמוט מגיע לנקודה הנמוכה ביותר הוא פוגע במסה ודוחף אותה במהירות לא ידועה לעבר מסילה מעגלית. נתון כי הקצה התחתון של המוט נע מיד לאחר ההתנגשות במהירות משיקית u .
- א. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט לאחר הפגיעה?
 ב. מהי מהירות המסה מיד לאחר הפגיעה?
 ג. מהו הכוח אותו מפעילה המסילה על המסה מיד לאחר ההתנגשות?

(11) צמד לוליינים בטרפז

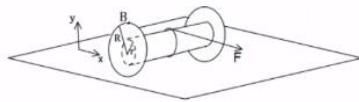
- בקרקס ישנו מכשיר הקרוי טרפז. על הטרפז נתלה לוליין המחזיק בידיו לוליין אחר. נתון כי צמד הלוליינים התחילו את תנועתם ממנוחה במצב מאוזן וניתקו ידיהם במצב מאונך. הניחו כי אורך כל לוליין l ומסתו m .
- לאחר הניתוק הלוליין המנותק סוגר את גופו לחצי מאורכו.
- א. מהי המהירות הזוויתית ברגע הניתוק?
 ב. מהי המהירות הזוויתית של הלוליין המנותק מיד לאחר הניתוק ולפני שסגר את גופו?
 ג. מהי המהירות הזוויתית לאחר שסגר את גופו?

(12) מוט מתגלש - מציאת מהירות

מוט בעל מסה m ואורך l מונח על רצפה וקיר חלקים בזווית נתונה θ_0 . מיד לאחר שהניחו את המוט, המוט מתחיל להחליק עד הפגיעה ברצפה. אין חיכוך בין המוט לקיר או לרצפה. מצאו את מהירות מרכז המסה של המוט בזמן פגיעתו ברצפה.

**(13) יויו מתגלגל (חוט מלמעלה)**

יויו מורכב מגליל ברדיוס r ומסה m . משתי צידי הגליל מחוברות דסקות ברדיוס $R > r$ ומסה M כל אחת. סביב הגליל ובמרכזו מלופף חוט. היויו מונח על משטח לא חלק ומושכים את החוט בכוח F קבוע בכיוון ציר ה- x .



נתון כי היויו מתחיל את תנועתו ממנוחה וכי הוא מתגלגל ללא החלקה (היויו זז בציר ה- x). כמו כן כל אות בגוף השאלה נתונה.

א. מהו מומנט ההתמד של היויו?

ב. מהי תאוצת מרכז המסה של היויו?

ג. מהו מיקום היויו כפונקציה של הזמן?

ד. הנקודה B נמצאת על קצה הגלגל ובדיוק מעל מרכזו ב- $t = 0$.

מצא את מיקום הנקודה כתלות בזמן.

**(14) עיפרון נופל***

עיפרון באורך L ניצב אנכית על משטח.

ברגע מסוים הוא מתחיל ליפול ימינה.

כאשר הזווית בינו לבין האנך למשטח מגיעה ל- θ_1 העיפרון מתחיל להחליק.

א. עבור זוויות θ שבהן עדיין אין החלקה $\theta < \theta_1$.

i. מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון ω .

ii. מצאו את התאוצה הזוויתית של העיפרון α .

iii. מצאו את התאוצה הקווית של מרכז המסה של העיפרו

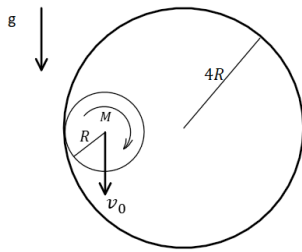
iv. מצאו את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך.

v. מצאו את הכוח הנורמלי.

ב. מצאו את מקדם החיכוך הסטטי μ_s .



15) גליל בתוך גליל*

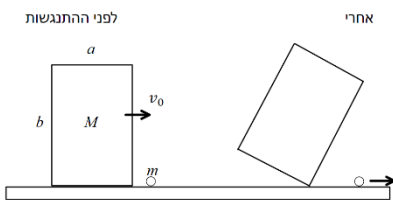


גליל מלא ברדיוס R ומסה M המפולגת אחידה מתגלגל ללא החלקה בתוך גליל גדול ודק שרדיוסו $4R$. הגליל הגדול מקובע במקומו.

א. נתון שמהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בגובה מרכז הגליל הגדול ובדרכו מטה היא v_0 . מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך הפועל על הגליל בנקודה זו? ומהו התנאי על v_0 כך שיתאפשר לגלול ללא החלקה אם מקדם החיכוך μ_s נתון?

ב. מהי מהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בתחתית הגליל הגדול?
 ג. כאשר הגליל הקטן נמצא בתחתית הגדול, פוגע בו קליע נקודתי, גם הוא בעל מסה M הנע ישר כלפי מטה. הקליע נדבק לשפת הגליל בדיוק מעל מרכזו ונע עמו (זמן ההתנגשות קצר מאוד וניתן להזניח את השפעת החיכוך עם הגליל הגדול בהתנגשות).
 שים לב שלאחר הפגיעה הגלול כבר לא חייב להיות ללא החלקה. מצא את מהירות מרכז הגליל (לא מרכז המסה) לאחר הפגיעה.

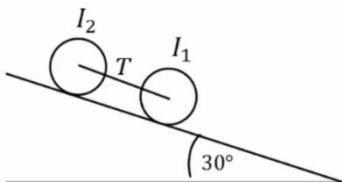
16) תיבה מתנגשת באבן*



תיבה דו מימדית בגודל $a \times b$ ומסה M נעה על משטח אופקי חלק במהירות v_0 . ברגע מסוים התיבה מתנגשת התנגשות אלסטית באבן עם מסה m הנמצאת במנוחה על המשטח. כתוצאה מההתנגשות התיבה ממשיכה בתנועה ימינה אך גם מתחילה להסתובב.

ניתן להניח שהפינה הימנית תחתונה של התיבה כל הזמן נוגעת בקרקע.
 א. מה התנאי על v_0 כך שהתיבה לא תתהפך?
 ב. מה קורה לתנאי של סעיף א' אם $a \ll b$?

17) שני גלילים מחוברים בחוט על מדרון משופע*



שני גלילים בעלי מסה $m = 3\text{kg}$ ורדיוס $R = 20\text{cm}$ כל אחד, מחוברים בחוט אידיאלי ומתגלגלים יחד ללא החלקה במורד מדרון. זווית המדרון היא 30° . התפלגות המסה של הגלילים אינה אחידה ומומנטי

ההתמד שלהם סביב מרכז המסה נתונים: $I_1 = 50\text{kg} \cdot \text{cm}^2$, $I_2 = 90\text{kg} \cdot \text{cm}^2$.
 מהי המתיחות בחוט המחובר בין הגלילים?

תשובות סופיות:

$$t = \sqrt{\frac{4h}{g}} \quad \text{ב.} \quad a = \frac{g}{2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2} \quad (2)$$

(3) ראה סרטון.

$$mgh = mv^2, a = \frac{g}{2}, t = \frac{1}{2} \left(\frac{g}{2} \right) t^2 \quad \text{א.} \quad mgh = \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{ב.} \quad \text{ג. נפילה חופשית.} \quad (4)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2 - \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \omega_1^2 \quad \text{ב.} \quad \omega_1 = \omega_0 \frac{I_1}{I_1 + I_2} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$h = \frac{2}{5} R \quad (6)$$

$$a = \frac{4}{3} \frac{F}{m} \quad \text{א.} \quad a = \frac{4}{3} \frac{F}{m} \quad \text{ב.} \quad F \frac{1}{3} (1 + \cos \varphi), \frac{1}{3} F \quad \text{ג.} \quad (7)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 - \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 \quad \text{ב.} \quad \omega_1 = \omega_0 \cdot 4 \quad \text{א.} \quad (8)$$

(9) ראה סרטון.

(10) ראה סרטון.

$$\sqrt{\frac{8g}{3l}} \quad \text{ג.} \quad \text{ב. אין שינוי.} \quad \sqrt{\frac{g}{6l}} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$\sqrt{\frac{3}{4} g l \sin \theta_0} \quad (12)$$

$$F + \frac{Fr - I \frac{a}{R}}{R} = (m + 2M)(a) \quad \text{ב.}$$

$$I = 2 \frac{1}{2} MR^2 + \frac{1}{2} mr^2 \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$B_x = \frac{1}{2} at^2 + R \sin \left(\frac{1}{2} at^2 \right), B_y = R \cos \left(\frac{1}{2} at^2 \right) \quad \text{ד.}$$

$$x_{(t)} = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{ג.}$$

$$\vec{a} = -\omega^2 r \hat{r} + \alpha r \hat{\theta} \quad \text{.iii} \quad \alpha = \frac{3g}{2L} \sin \theta \quad \text{.ii}$$

$$\omega = \sqrt{3 \frac{g}{L} (1 - \cos \theta)} \quad \text{.i. א.} \quad (14)$$

$$\sum F_y = m(-a_r \cos \theta - a_\theta \sin \theta) \quad \text{.v}$$

$$\sum F_x = m(-a_r \sin \theta + a_\theta \cos \theta) \quad \text{.iv}$$

$$f_{s \max}(\theta_1) = \mu_s N(\theta_1) \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = \frac{1}{2} v_1 \quad \text{.ג.} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 4gR} \quad \text{ב.}$$

$$f_s = \frac{mg}{3}, v_0 \geq \sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}} \quad \text{א.} \quad (15)$$

$$v_0 = \frac{\left[\left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \frac{I}{M} \right) \left(1 + \frac{m}{M} \right) + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right] \sqrt{g(2R-b)}}{b \sqrt{\left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \frac{I}{M} \right)}} \quad \text{א. (16)}$$

כאשר: $I = \frac{M}{12} (a^2 + b^2)$ $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$

ב. $v_0 = 0$

$T \approx 0.22\text{N}$ (17)

פיזיקה 1 ב

פרק 16 - תרגילים ברמת מבחן

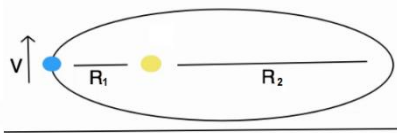
תוכן העניינים

1. תרגילים ברמת מבחן.....209

תרגילים ברמת מבחן:

שאלות:

1) ארץ סובב שמש



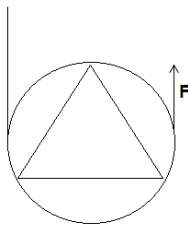
כדור הארץ סובב סביב השמש בהקפה אליפטית. נתונים המרחקים בשיא האליפסה (המרחק הקצר ביותר והארץ ביותר).

נתונה גם מהירות כדור הארץ בנקודה הקרובה ביותר.

- מצא את מהירות כדור הארץ בנקודה הרחוקה ביותר.
- רשום את משוואת שימור האנרגיה לשתי נקודות אלה.
- מצא את מסת השמש, אם נכון קבוע הגרביטציה G .

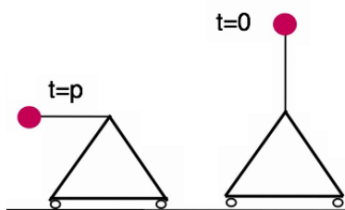
2) חישוב ומשולש בתוכו

נתון גוף הבנוי מחישוב ברדיוס R בעל מסה M , ובתוכו משולש שווה צלעות שאורך כל צלע $3R$ ומסתו m . עובי החלקים בגוף זניח וצפיפותם אחידה.



- מהו מומנט ההתמד של הגוף?
- מהו כוח F במצב של שיווי המשקל?
- בזמן $t = 0$ מתחיל לפעול הכוח F , כך ש- $F = (m + M)3g$. הטבעת מתגלגלת מעלה ללא החלקה.
- מצאו את התאוצה הזוויתית של הטבעת.
- מהי האנרגיה הקינטית של הגוף כפונקציה של הזמן?

3) מסה נופלת על משולש

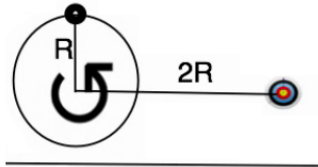


נתון משולש שווה צלעות בעל מסה M (צפיפותו אחידה) ועליו מוט חסר מסה ובסופו מסה m . גודל כל האורכים בשרטוט הוא L . המשולש מחובר בבסיסו לשני גלגלים קטנים כך שהוא חופשי לנוע לצדדים. המסה מתחילה ליפול ממנוחה כך שברגע p היא נמצאת מאוזנת לקרקע. שלושת הסעיפים מתייחסים לרגע זה.

- מצא את מרכז המסה של העגלה.
- מצא את מהירות המסה m .
- מצא את הנורמלים שמפעילים שני הגלגלים על העגלה.

4) מתנועה מעגלית לפגיעה במטרה (מבט מלמעלה)

חוט מסובב מסה ממנוחה עם תאוצה זוויתית. המתיחות המקסימלית בחוט היא p ומעבר למתיחות זו החוט נקרע. א. מה צריכה להיות התאוצה על מנת שהמסה תפגע במטרה?



ב. מה תהיה מהירות הפגיעה?

התייחס לנתונים כפי שמופיעים בשרטוט. השרטוט מתאר את רגע תחילת התרגיל.

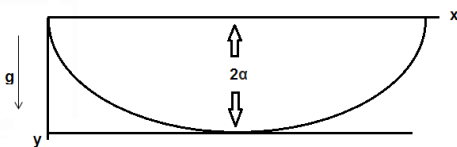
על המסה להשתחרר לפני שהיא מסיימת הקפה אחת של המעגל.

5) תנועה תחת פיי

גוף נקודתי בעל מסה m נע במסלול ציקלואידי המתואר

$$x = \alpha(\theta - \sin \theta), \quad y = \alpha(1 - \cos \theta)$$

כאשר α קבוע ו- θ הינו משתנה של הבעיה. הגוף מתחיל את תנועתו ממנוחה מנק' $(0,0)$, נע בשדה גרביטציה g כמתואר בשרטוט.



נקודת החוט לאנרגיה הפוטנציאלית תהיה בתחתית המסלול (בנקודה בה: $y = 2\alpha$).

א. מהי מהירותו של הגוף בתחתית המסלול?

ב. כתבו את משוואת התנועה עבור הגוף θ לאורך המסלול.

יש לבטא את משוואת התנועה וקבועי השאלה (g, α) .

ג. פתור את משוואת התנועה של סעיף ב' על פי תנאי ההתחלה

עבור: $\theta(t), x(t), y(t)$.

ד. הראו שהגוף יבצע תנועה מחזורית עם זמן מחזור המתאים למטוטלת

מתמטית בעלת אורך l .

מהו l המתאים לבעיה הנ"ל?

6) נחום תקום, מבחן ת"א

גוף מורכב מחרוט בעל זווית מפתח α , בסיס הרדיוס a וגובה h היושב על חצי כדור בעל רדיוס דומה כמתואר בשרטוט. לחצי חרוט ולכדור צפיפות מסה אחידה וזוהי p .

א. חשב את מרכז המסה של החרוט ביחס לראשית O

הנמצאת על משטח החיבור בין הגופים.

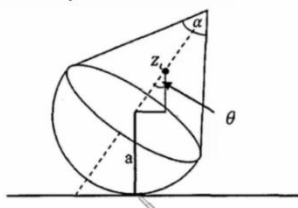
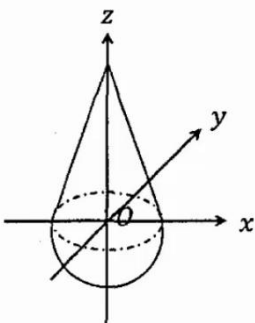
(ראה ציור עם הגדרת ראשית הצירים).

ב. חשב את מרכז המסה של כל המערכת בהינתן מרכז

$$Z_{c.m} = \frac{-3a}{8}$$

ג. מטים את הגוף הנ"ל בזווית θ ביחס לאנך.

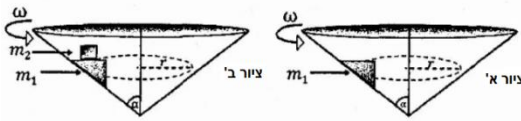
מהי האנרגיה הפוטנציאלית כתלות בזווית זו?



ד. מצאו תחת אילו תנאים (נתונים גיאומטריים (h, a, α)) המערכת תהיה ב:

- i. שיווי משקל אדיש ($E_p = \text{const}$).
- ii. שיווי משקל יציב המאפשר תנודות קטנות.
- iii. שיווי משקל לא יציב.

7) מסות על חרוט, מבחן ת"א



מסה m_1 נמצאת בתוך קונוס, בעל זווית מרכזית α , המסתובבת במהירות קבועה ω . המסה מחוברת במסילה לקונוס, הגורמת לה להסתובב יחד איתו במהירות קבועה.

בנוסף המסה יכולה לנוע מעלה ומטה על הדופן של הקונוס ללא חיכוך.

א. מהו רדיוס הסיבוב r שבו m_1 תהיה בשיווי משקל, כלומר המסה המסתובבת לא תנוע מעלה או מטה על גבי דופן הקונוס? (כמתואר בשרטוט א').

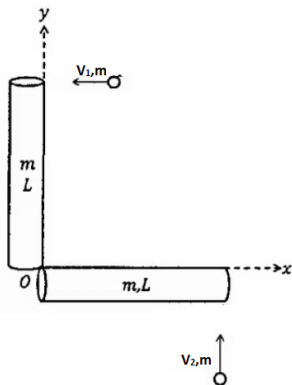
ב. כעת מניחים על גבי מסה m_1 מסה נוספת, m_2 (כמתואר בשרטוט ב').

מקדם החיכוך הסטטי בין המסות הוא μ_s . מהירות הסיבוב של מסה m_1 אינה משתנה כתוצאה מהוספת המסה m_2 למערכת, ובנוסף המסה החדשה אינה מחליקה על גבי מסה m_1 .

האם רדיוס התנועה, שבו נמצאת המערכת בשיווי משקל, ישתנה? הסבר.

ג. מהו ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי μ_s שימנע החלקה בין המסות? הנח כי החלק העליון של m_1 הוא אופקי.

8) כדורים פוגעים במוטות, מבחן ת"א



שני מוטות דקים וארוכים במנוחה, בעלות מסה m ואורך L כל אחד מחוברים בזווית ישרה בנק' O , ראשית הצירים, כמתואר בשרטוט.

שתי המסות m נעות בניצב למוטות ומתנגשות בקצה המוטות במהירות: $\vec{v}_1 = -v_0 \hat{x}$, $\vec{v}_2 = v_0 \hat{y}$.

נתון כי בזמן $t = 0$ המסות נצמדות למוטות בבת אחת.

א. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה $\vec{r}_{c.m.}(t)$ עבור $t = 0$.

ב. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה $\vec{r}_{c.m.}(t)$ עבור $t > 0$, ביחס

למיקום מרכז המסה בזמן $t = 0$ (ברגע הצמדות המוטות למוטות):

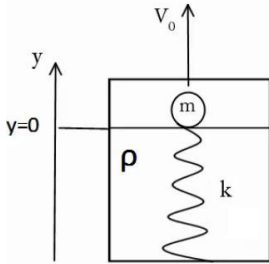
$$\vec{r}_{c.m.}(t > 0) - \vec{r}_{c.m.}(t = 0) = ?$$

ג. מהי המהירות הזוויתית $\omega(t)$ של המערכת בתנועה הסיבובית ביחס

למרכז המסה שחושב בסעיף ב' $\vec{r}_{c.m.}(t)$?

ד. מצאו את וקטור המיקום $\vec{r}(t)$ של הנקודה O, ביחס למיקומה בזמן $t = 0$.

9) מצוף בתנועה הרמונית, מבחן ת"א



נתונים מסה כדורית קטנה m שרדיוסה R וקפיץ אנכי, אידיאלי וחסר מסה, בעל קבוע קפיץ k . הקפיץ ממוקם בתוך נוזל צמיגי שצפיפותו ρ וצמיגותו η . המצב הרפוי של הקפיץ הוא כאשר הוא בגובה פני הנוזל, כמתואר בשרטוט.

זכרו כי ערכי כוח העילוי וכח סטוקס הם: ρVg

(כאשר V הוא נפח הכדור) ו- $-6\pi\eta R\dot{y}$, בהתאמה.

א. כאשר המסה ממוקמת על שפת הנוזל, כמתואר בשרטוט, מעניקים לה מהירות התחלתית v_0 כלפי מעלה, מה יהיה הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ב. מהי משוואת התנועה של המסה, כאשר היא נעה בתוך הנוזל?

הניחו כי מרגע נגיעת המסה בפני הנוזל כשהכדור נכנס במלואו לנוזל (יש להתעלם משלבי כניסת המסה לנוזל).

כמו כן יש להניח כי פני הנוזל לא השתנו בשל כניסת הכדור לנוזל.

רמז: לפישוט המשוואה, יש לבצע החלפת משתנים.

ג. בהנחת ריסון חלש, מהו הפתרון הכללי של משוואת התנועה בתוך הנוזל?

מהם תנאי ההתחלה של התנועה?

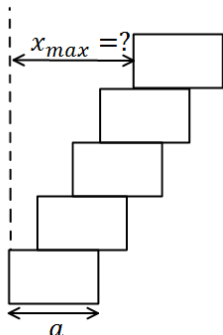
את התשובות הסופיות יש להציג במונחי המשתנה בו השתמשתם לפני החלפת המשתנים.

רמז: בפתרון המד"ר יש להעזר בדף הנוסחאות הנתון.

ד. כעבור כמה זמן, מרגע כניסת המסה למים, תחזור המסה לפני המים

(המצב המתואר בתחילת סעיף ב')?

10) מגדל קוביות

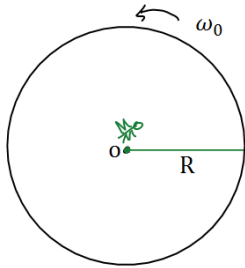


דני מנסה לבנות מגדל מ-5 קוביות זהות בעלות פאה באורך a . מהו המרחק המקסימאלי הניתן להניח את הקובייה העליונה ביותר כך שהמגדל לא ייפול?

(מדוד את המרחק בין הצלע השמאלית של הקובייה הראשונה לצלע השמאלית של הקובייה העליונה).

רמז: התחל את החישוב מהקובייה העליונה.

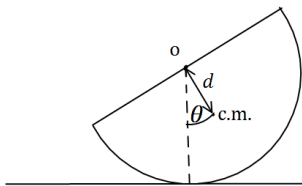
11) זבוב על דיסקה



דיסקה עגולה שטוחה שמסתה M ורדיוסה R מסתובבת במהירות זוויתית התחלתית ω_0 סביב מרכזה הנמצא במנוחה על גבי שולחן חסר חיכוך (הדיסקה אינה מחוברת לשולחן!). מתחת למרכז הדיסקה, על השולחן מצוירת נקודה ירוקה (להלן הנקודה O). במרכז הדיסקה ישן זבוב נקודתי ירוק שמסתו m. על הדיסקה קו רדיאלי ירוק.

- א. ברגע $t = 0$ מתעורר הזבוב והוא מתחיל ללכת על גבי הקו הרדיאלי. מצאו את מיקום הנקודה O (שעל השולחן) ביחס לזבוב כפונקציה של המרחק h בין הזבוב למרכז הדיסקה. הניחו כי הזבוב נמצא בראשית, ציר x שלו מכוון בכיוון מרכז הדיסקה וציר y מאונך לו במישור הדיסקה.
- ב. מצאו את המהירות הזוויתית של הדיסקה כאשר הזבוב מגיע לשפתה. בדקו את תשובתכם לסעיף ב' עבור $m \ll M$ ו- $m \gg M$.
- ג. אם הזבוב נע במהירות קבועה V_0 ביחס לדיסקה, מהו כוח החיכוך בין הזבוב לדיסקה רגע לפני שהזבוב הגיע לשפת הדיסקה?

12) חצי כדור בתנועה הרמונית



חצי כדור ברדיוס R ומסה M מונח על משטח מסיטים את החצי כדור בזווית קטנה ממצב שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה. מצא את תדירות התנודות הקטנות אם הכדור מתגלגל

ללא החלקה (מרכז המסה של חצי כדור נמצא במרחק: $d = \frac{3}{8}R$ ממרכז הכדור המלא).

13) אנרגיה אבודה בהחלקה

על מסוע בעל מקדם חיכוך קינטי נתון מונחת מסה m. כוח חיצוני מושך את המסוע במהירות קבועה u. נתון כי המסה הונחה בזמן $t = 0$ במנוחה.



- א. מהו הכוח המופעל על המסוע?
- ב. מהי תאוצת המסה?
- ג. כמה זמן תמשך ההחלקה?
- ד. מהו המרחק אותו עבר המסוע בזמן זה?
- ה. מהו המרחק אותו עברה המסה בזמן זה?
- ו. כמה עבודה השקיע הכוח החיצוני?
- ז. כמה עבודה השקיע כוח החיכוך?
- ח. כמה אנרגיה עבדה לחוס?

14 גולש על סקייטבורד

גולש על סקייטבורד נכנס למסלול כמתואר בשרטוט.

רדיוס המעגל R, גובהה האנכי של המקפצה גם

כן R ואורך הקפיצה הוא d.

א. מהו הגובה המינימלי של L על מנת

שהפעולן ישלים סיבוב במעגל?

ב. מהו הגובה המינימלי של L על מנת שהגולש יחצה בשלום את המקפצה?

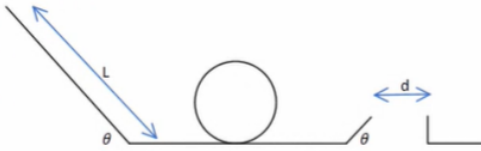
כעת נתון כי הגולש יכול לקפוץ מהסקייטבורד בעודו באוויר במהירות אופקית

של p יחסית לסקייטבורד, בהנחה שהוא מתחיל מהגובה שמצאנו בסעיף א'.

ג. כמה זמן לאחר הקפיצה הגולש צריך להתחיל את הקפיצה על מנת להגיע

בדיוק לקצה התעלה?

ד. מהו המרחק המקסימלי אותו הגולש יחצה בשלום?

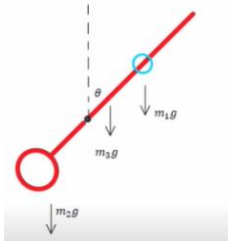


15 מטרונום

מצא את תדירות המטרונום שבשרטוט המשתנה על פי

מיקום המסה הנעה על גביו.

נתון כי ציר המטרונום נמצא רבע אורך מעל קצהו התחתון.



16 התנגשות במשולש על רצפה

מסה m נזרקת במהירות אופקית v_0 מראש מגדל.

אחרי שעברה גובה h מנקודת הזריקה, המסה

מתנגשת בגוף משולש שנמצא במנוחה ומסתו M.

נתון כי ההתנגשות בין שתי המסות לא אלסטית

ובמהלך ההתנגשות אובדת שליש מהאנרגיה הקינטית.

נתון גם כי לאחר ההתנגשות המסה m נעה במהירות

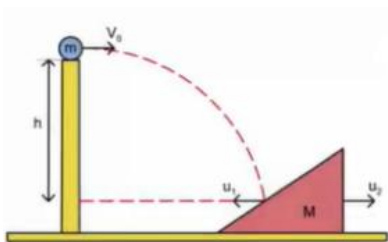
אופקית שמאלה u_1 והגוף M נע במהירות אופקית ימינה u_2 .

א. מצא את מהירות הפגיעה של המסה m בגוף M, יש למצא גודל ורכיבים בשני הצירים.

ב. מצא את גודל המהירויות של המסות לאחר ההתנגשות (u_1, u_2) .

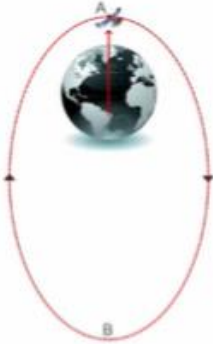
ידוע כי זמן ההתנגשות הוא Δt .

ג. מצא את הגודל של הכוח הנורמלי הממוצע שמפעילה הקרקע במהלך ההתנגשות.



17) לוויין יורה זנב בכיוון התנועה

לוויין שמסתו M נע במסלול אליפטי סביב כדור הארץ כך שמרחקו המינימלי ממרכז כדור הארץ הוא R_A ומרחקו המקסימלי הוא R_B . הלוויין נע בכיוון השעון (ניתן לראות בשרטוט המצורף). כאשר הלוויין נמצא בנקודה A הלוויין מתפרק לשניים ויורה את זנבו בכיוון משיק למסלול.



$$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

מסת הזנב הנורה היא m .

לאחר הירי החלק שנותר מהלוויין נכנס למסלול מעגלי סביב כדור הארץ.

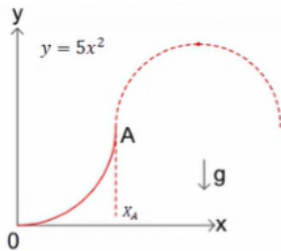
M_E - מסת כדור הארץ.

R_E - רדיוס כדור הארץ.

- הביעו את מהירות הלוויין בנקודה A לפני הירי.
- הביעו את מהירות שארית הלוויין (החלק ללא הזנב) לאחר הירי.
- האם הלוויין יורה את זנבו ימינה או שמאלה, לאורך המשיק למסלול בנקודה A ? נמקו!
- הביעו את מהירות זנב החללית מיד לאחר הירי.

18) עבודה לאורך דרך במסילה

חרוז בעל מסה m מושחל על מסילה חלקה. המסילה נמצאת במישור XY . כוח הכובד פועל בכיוון השלילי. צורת המסילה מתוארת בשרטוט.



- מהי המהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לחרוז בראשית הצירים כדי שיוכל להגיע לנקודה A ?
- נותנים לחרוז מהירות התחלתית v_0 .

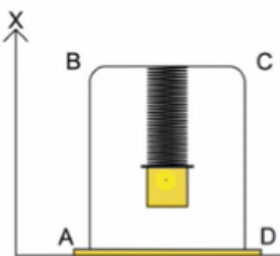
מהו שיא הגובה שאליו יגיע החרוז אם נתון כי החרוז עבר את הנקודה A ?

ג. כעת, במקום כוח הכובד מופעל על החרוז כוח: $F = (x, e^{x^2})$

והחרוז משוחרר ממנוחה בראשית הצירים. מה תהיה מהירות החרוז בקצה המסילה?

19) מסה וקפיץ בתוך מסגרת

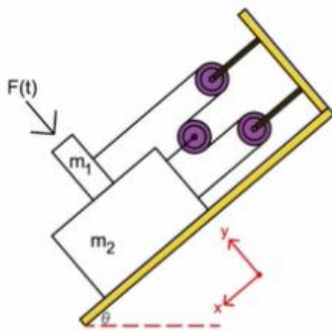
בציור הבא מתואר מתקן ניסוי-מסגרת $ABCD$ ומטוטלת קפיץ שמחוברת למסגרת. קבוע הקפיץ K ומסת המשקולת m נתונים, מסת הקפיץ קטנה מאוד וזניחה. כל אלו גורמים למשקולת להתנדנד. ידוע כי כשהמשקולת מגיעה לנקודה העליונה אורך הקפיץ ברגע זה הוא המצב הרפוי.



א. מצא את האמפליטודה בתנועה של המשקולת?

בטא את תשובתך בפרמטרים (K, m) .

- ב. תנועת המשקולת מתוארת לפי הפונקציה הבאה: $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$.
 הכיוון של ציר ה- x מוגדר בשרטוט. הפרמטר A מסמן את האמפליטודה.
 רגע תחילת המדידה הוא ב- $t = 0$. ידוע שבתחילת המדידה המשקולת נמצאת
 בנקודה $x = 0.9A$ ונעה כלפי מטה.
 מצא את הפאזה φ_0 כביטוי של הפונקציה $x(t)$? בטא את תשובתך בראדיאנים.
 ג. המישור התחתון מפעיל כוח נורמלי על מסגרת ABCD בגלל תנודות המשקולת.
 כוח זה הוא לא קבוע אלא משתנה עם הזמן. נתונה מסה m_2 של המסגרת.
 מצא את הגודל המינימלי והמקסימלי של הכוח הנורמלי (N_{\min}, N_{\max}) .
 בטא את תשובתך בפרמטרים (K, m, m_2) .



20 שתי מסות גלגלת נעה וכוח חיצוני

- שני גופים שמסתם m_1, m_2 מונחים זה על זה על פני
 מדרון משופע בזווית θ .
 ניתן לראות כמתואר באיור שהגופים תלויים ומחוברים
 ביניהם בעזרת מערכת גלגלות חסרות מסה.
 בין שני הגופים קיים חיכוך בעוד שבין m_2 למדרון
 אין חיכוך.
 נתון כי מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגופים הוא μ_k .
 ברגע $t = 0$ המערכת משוחררת ממנוחה ומתחילה לנוע כך שהגוף הגדול m_2
 יורד במדרון (בכיוון ציר x החיובי).
 ברגע זה מתחיל גם לפעול על m_1 , כלפי המדרון ובמאונך לו, כוח התלוי בזמן:

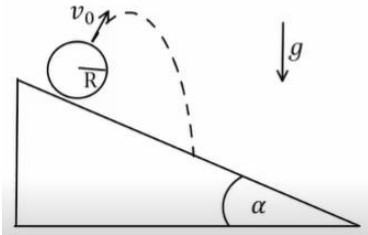
$$F(t) = \frac{mg}{2}(1 + \sin(\omega t))$$

כאשר ω הוא קבוע חיובי.

יש להניח ש- m_2 מספיק ארוך כדי ש- m_1 לא יפול ממנו.

- א. יש נמק ולהוכיח כי במערכת הנתונה מתקיים הקשר: $a_1 = -3a_2$.
 ב. מצאו את תאוצות הגופים: $a_1(t), a_2(t)$ כפונקציה של הזמן.
 אין צורך לפתור את המשוואות.
 ג. מצאו את השינוי Δx , שחל במרחק שבין הגופים לאורך המדרון, מרגע
 תחילת התנועה ועד לרגע t כלשהוא.
 אין צורך לפתור את המשוואות.

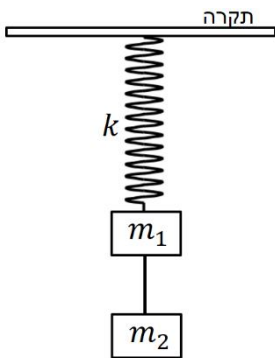
(21) כדור נזרק בשיפוע



כדור ברדיוס $R = 20\text{ cm}$ העשוי מחומר אחיד ואלסטי נזרק במהירות $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ בניצב למישור חלק (ללא חיכוך), המשופע בזווית $\alpha = 30^\circ$ לאופק.

- מצא היכן ייפול הכדור על המישור המשופע.
- מצא את וקטור המהירות של הכדור מיד לאחר הפגיעה במישור. כעת נתון שבין המשטח לכדור יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$, נתון כי ההתנגשות בניצב למישור היא עדין אלסטית.
- חזור על סעיף ב'.
- מהי המהירות הסיבובית של הכדור אחרי הפגיעה?
- מהי מהירות נקודת המגע של הכדור עם המישור מיד לאחר הפגיעה?

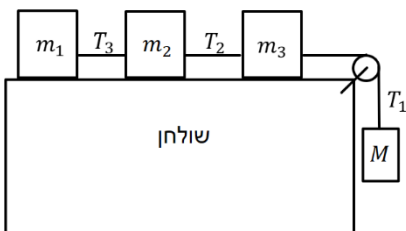
(22) מסה קשורה למסה ולקפיץ אנכי



גוף שמסתו $m_2 = 4\text{ kg}$ נקשר לגוף נוסף שמסתו $m_1 = 2\text{ kg}$ בחוט. הגוף שמסתו m_1 קשור לקפיץ אנכי בעל קבוע קפיץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. המערכת נמצאת בשיווי משקל ובמנוחה. ב- $t = 0$ נקרע החוט הקושר בין המסות.

- מהי משרעת התנודות?
- מהו זמן המחזור של התנודות?
- מהו הביטוי למיקום כתלות בזמן?
- מהי האנרגיה האלסטית האגורה במערכת בנקודת שיא הגובה?

(23) מסה תלויה גלגלת ושלוש מסות על שולחן



שלוש מסות: $2m_1 = m_2 = m_3 = 15\text{ kg}$ נמצאות על שולחן אופקי ומחוברות בחוט דק למסה $M = 20\text{ kg}$. החוט עובר דרך גלגלת אחידה בעלת רדיוס $R = 15\text{ cm}$ ומומנט התמד $I = 0.7\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ כמתואר באיור.

- החוט אינו מחליק על הגלגלת ואין חיכוך בין המסות m_1, m_3 לשולחן. בין המסה m_2 לשולחן ישנו חיכוך ומקדם החיכוך הוא: $\mu_s = \mu_k = 0.23$.
- מצא את תאוצת המסה M ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה.
 - מהו יחס המתחיות $\frac{T_1}{T_3}$ ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה?
 - כמה זמן ייקח לגלגלת להשלים סיבוב אחד מרגע שחרור המערכת?

תשובות סופיות:

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{m \cdot \tilde{M}}{R_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G \frac{m \cdot \tilde{M}}{R_2} \quad \text{ב.} \quad v_2 = v \frac{R_1}{R_2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$M = \frac{v^2 \cdot R_1}{2G \cdot R_2} \cdot (R_1 + R_2) \quad \text{ג.}$$

$$a = \alpha R \quad \text{ג.} \quad F = \frac{(m+M)g}{2} \quad \text{ב.} \quad I_{\text{total}} = R^2 \left(M + \frac{1}{2}m \right) \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$E_{k(t)} = \frac{1}{2}ma^2t^2 + \frac{1}{2}I\alpha^2t^2 \quad \text{ד.}$$

$$-v_g = \sqrt{2gl} \quad \text{ב.} \quad x_M = \frac{ml}{M+m} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{3}Mg - 4mg}{2\sqrt{3}}, \quad N_1 = M \cdot g - \left(\frac{\sqrt{3}Mg - 4mg}{2\sqrt{3}} \right) \quad \text{ג.}$$

$$v_\theta = \sqrt{\frac{PR}{m}} \quad \text{ב.} \quad \frac{6P}{7\pi Rm} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$l = 4a \quad \text{ד.} \quad \phi = \sqrt{\frac{g}{a}}t + c \quad \text{ג.} \quad \dot{\phi}^2 = \frac{g}{a} \quad \text{ב.} \quad v_F = 2\sqrt{ga} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$U(\theta) = m_T g Z_{c.m} \cos \theta \quad \text{ג.} \quad Z_{c.m} = \frac{h^2 - 3a^2}{4h + 8a} \quad \text{ב.} \quad Z_{c.m} = \frac{h}{4} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$h > \sqrt{3} \quad \text{iii.} \quad h < \sqrt{3}a \quad \text{ii.} \quad h = \sqrt{3}a \quad \text{i.} \quad \text{ד.}$$

$$\mu_s \geq \frac{1}{\tan \alpha} \quad \text{ג.} \quad r \text{ לא משתנה.} \quad \text{ב.} \quad R = \frac{g}{\tan \alpha \cdot \omega^2} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\omega = \frac{30}{37} \frac{v_0}{l} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{c.m} = \frac{v_0 t}{4} (\hat{y} - \hat{x}) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{c.m} = \frac{3}{8}L(1,1) \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$\vec{r}_0 = \frac{v_0 t}{4} (\hat{y} - \hat{x}) + \frac{3l}{8} \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{30}{37} \frac{v_0}{l} t + \frac{5\pi}{4} \right) \hat{x} + \sin \left(\frac{30}{37} \frac{v_0}{l} t + \frac{5\pi}{4} \right) \hat{y} \right) \quad \text{ד.}$$

$$\ddot{z} + \frac{\lambda}{M} \dot{z} + \frac{k}{M} z = 0 \quad \text{ב.} \quad h = \Delta x = \frac{-mg + \sqrt{(mg)^2 + kmv_0^2}}{k} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$, y(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha}t} \cos(\omega t + \varphi) + y_0, \quad z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha}t} \cos \left(\left(\sqrt{\frac{k}{M} - \frac{M}{4}} \right) t + \varphi \right) \quad \text{ג.}$$

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = -v_0$$

$$0 = \frac{g(m - \rho V)}{k} \sqrt{1 + \left(\frac{\Gamma}{2\omega} + \frac{kv_0}{\omega g(m - \rho V)} \right)^2} \quad \text{ד.}$$

$$e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \left(\frac{\Gamma}{2\omega} + \frac{kv_0}{\omega g(m - \rho V)} \right) \right) - \frac{g(m - \rho V)}{k}$$

$$x_{\max} = \frac{25a}{24} \quad \text{(10)}$$

ג. ראה סרטון. $\omega_p = \frac{(M+m)^2 \omega_0}{3m^2 + 4mM + M^2}$ ב. $x_0 = \frac{Mh}{M+m}$ א. (11)

$$f_s = -\frac{mM(M+m)^3 \omega_0^2 R}{(3m^2 + 4mM + M^2)^2} \hat{r} + mMv_0 \omega_0 \left(\frac{(M+m)2}{3m^2 + 4mM + M^2} - \frac{4m}{(M+3m)^2} \right) \hat{\theta} \quad \text{ד.}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{15g}{26R}} \quad \text{(12)}$$

$x = u \cdot \frac{u}{\mu g}$ ד. $T = \frac{u}{\mu g}$ ג. $a' = \mu g$ ב. $F_{\text{ext}} = \mu mg$ א. (13)

$\Delta E = mu^2 - \frac{1}{2}u^2$ ח. $W' = \frac{1}{2}mu^2$ ז. $W = mu^2$ ו. $x' = \frac{1}{2}\mu g \cdot \left(\frac{u}{\mu g} \right)^2$ ה. (14)
ראה סרטון.

$$\frac{-\left(-m_1 g \left(x - \frac{L}{4} \right) + m_2 g \frac{L}{4} - m_3 g \frac{L}{4} \right) \theta}{I} = \ddot{\theta} \quad \text{(15)}$$

ראה סרטון. (16)

ראה סרטון. (17)

$mgh + \frac{1}{2}mv_y^2 = mgH$ ב. $\frac{1}{2}mv_i^2 = mgh$ א. (18)

$$\frac{1}{2}x_A^2 + 5 \left(e^{\frac{1}{5}(5x_A^2)} - e \right) = \frac{1}{2}mv_s^2 \quad \text{ג.}$$

$\varphi_0 = \pi - 1.12 \approx 2$ ב. $\Delta = \frac{mg}{K} = A$ א. (19)

$N_{\min} = m_2 g$, $N_{\max} = m_2 g + 2m_1 g$ ג.

$\Delta = \frac{4}{3}x_{1(t)}$ ג. א. שאלת הוכחה. ב. ראה סרטון. (20)

$\vec{v} = 23.1 \frac{m}{\text{sec}} \hat{x} + 20 \frac{m}{\text{sec}} \hat{y}$ ב. $x(t) \approx 53.3 \frac{m}{\text{sec}}$ א. (21)

$v_{Ax} = 2.1 \frac{m}{\text{sec}}$, $v_{Ay} = 20 \frac{m}{\text{sec}}$ ה. $\omega_F = -75 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $u_x = 17.1 \frac{m}{\text{sec}}$ ג.

$$y(t) = 0.4 \cos(\sqrt{50}t + 0) + 0.2 \quad \text{ג.} \quad T \approx 0.89 \text{sec} \quad \text{ב.} \quad A = 0.4 \text{m} \quad \text{א. (22)}$$

$$U_{el} = 2 \text{J} \quad \text{ד.}$$

$$t \approx 1 \text{sec} \quad \text{ג.} \quad \frac{T_1}{T_3} \approx 11.63 \quad \text{ב.} \quad a \approx 1.87 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א. (23)}$$