

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)



תוכן העניינים

1	1. מבוא מתמטי
19	2. וקטורים
44	3. קינמטיקה
67	4. תנועה יחסית
74	5. דינמיקה
94	6. תנועה מעגלית
111	7. כוח גרר וכוח ציפה
117	8. עבודה ואנרגיה
137	9. מתקף ותנע
157	10. הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון
166	11. חוק גאוס
177	12. פוטנציאל
189	13. מציאת התפלגות מטען
192	14. מעגלי זרם ישר
202	15. קבלים
219	16. חוק ביו סבר
225	17. חוק אמפר
230	18. חוק פאראדיי
241	19. גלים
244	20. האפקט הפוטואלקטרי
245	21. האטום- התפתחות הסטורית ומודל האטום של בוהר

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

1. מעברי יחידות 1
2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם 3
3. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים 7
4. צפיפות 10
5. אלמנט מסה אינפיטיסימלי 11
6. נספח-נגזרת סתומה ואלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות 12
7. נגזרות ואינטגרלים בסיסיים 13

מעברי יחידות:

שאלות:

(1) דוגמה 1

נתון: $A = 2\text{km}$, $B = 10\text{gr}$.

מצא את $C = A \cdot B$ ביחידות של m.k.s.

(2) דוגמה 2

נתון: $A = 2\text{m}^2$, $B = 3\text{gr}$, $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D = 2 \cdot A$

ב. $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

(3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א. $A = 1\text{m}^2$

ב. $B = 1\text{m}^3$

(4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של c.m^3 :

א. 5.2m^3

ב. 320mm^3

ג. 0.0054km^3

(5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א. 5m^3

ב. 5mm^3

תשובות סופיות:

(1) $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) א. 4m^2

(3) א. 10^4cm^2

(4) א. $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5) א. $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב. $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב. 10^6cm^3

ב. 0.32cm^3 ג. $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

ב. $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

רקע

במשולש ישר זווית:

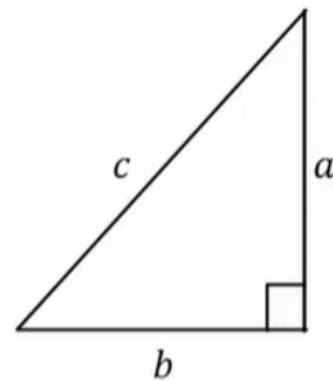
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$ $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית והפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

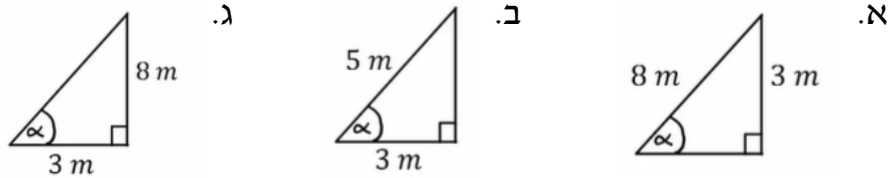
פתרונות עבור:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

שאלות:

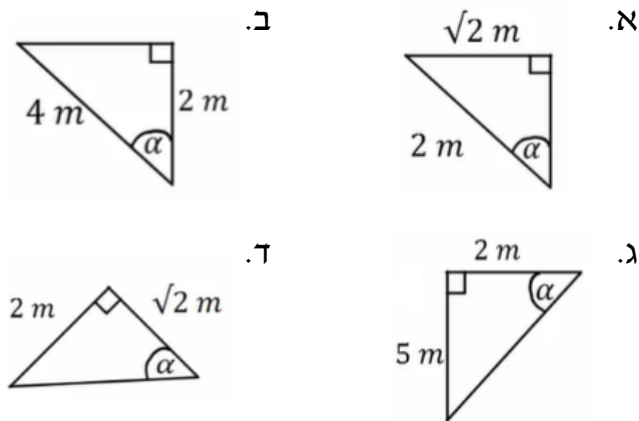
1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

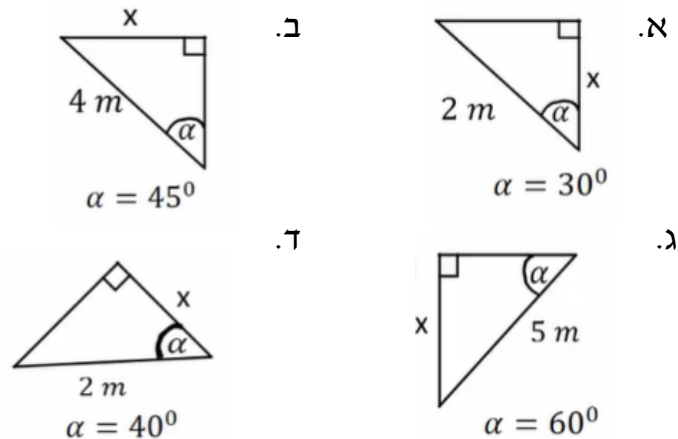


2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



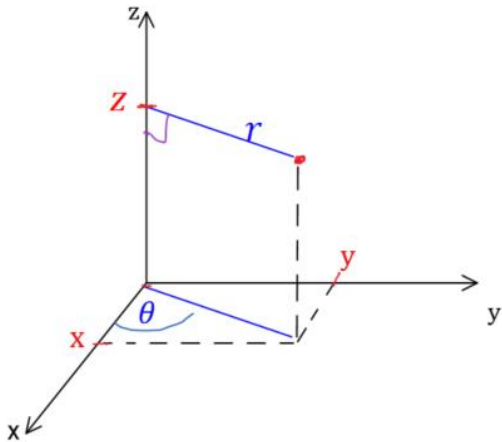
תשובות סופיות:

- (1) א. $\alpha = 22^\circ$ ב. $\alpha = 53^\circ$ ג. $\alpha = 69^\circ$
 (2) א. $\alpha = 45^\circ$ ב. $\alpha = 60^\circ$ ג. $\alpha = 68.2^\circ$ ד. $\alpha = 55^\circ$
 (3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

רקע:

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r d\theta / dr / dz$$

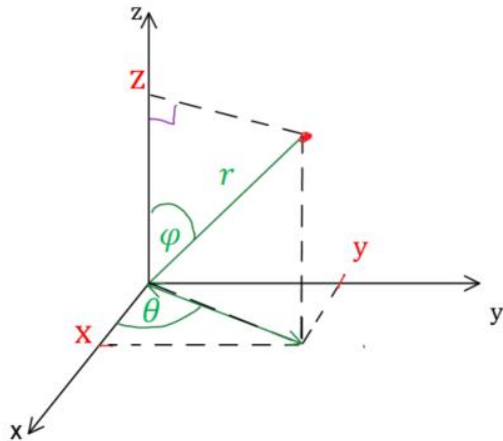
דיסקה

מעטפת
גלילית

$$dS = r d\theta dr / r d\theta dz / dr dz$$

גליל מלא

$$dV = r d\theta dr dz$$



קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\theta d\varphi$$

שאלות:

(1) שטח מעגל

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

(2) חישוב נפח גליל

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

$$S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (2)$$

צפיפות:

שאלות:

(1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

צפיפות אינפיטיסימלית:

שאלות:

(1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך L וצפיפות מסה $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$ כאשר x הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים: λ_0 , L הם קבועים.

תשובות סופיות:

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

חשבון דיפרנציאלי:

שאלות:

(1) נגזרת סתומה**

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

מצא את: $\frac{dy}{dx}$

(2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות**

נתונות קואורדינטות חדשות: $r' = \frac{1}{r^2}$, $\theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר r ו- θ הם הקואורדינטות הפולריות.
מצא את גודלו של אלמנט אורך dl כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

תשובות סופיות:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4}r'^{-3}dr'^2 + \frac{1}{r'}4d\theta'^2 \quad (2)$$

נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

רקע

נגזרות:

הנגזרת נותנת את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה כלשהיא.

אם y היא פונקציה של x אז הסימון של הנגזרת של y לפי x הוא $\frac{dy}{dx}$ או y' .

נגזרת של פולינום:

$$y(x) = x^n \rightarrow y'(x) = nx^{n-1}$$

כפל בקבוע אפשר להוציא מהנגזרת:

$$(Ay(x))' = Ay'(x)$$

נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

כלל שרשרת:

אם y היא פונקציה של x ו- x היא פונקציה של t אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

נגזרות של פונקציות נוספות:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2} ; \quad \frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x ; \quad \frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x ; \quad \frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

אינטגרל:

פעולה הפוכה לנגזרת.

אינטגרל של פולינום

$$\int Ax^n dx = A \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

אינטגרל לא מסוים, מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים, מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל.

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

מה עושה האינטגרל?

האינטגרל מבצע סכימה על ערכי הפונקציה.

האינטגרל נותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

שאלות:

(1) דוגמה 1

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = 5x^4, \frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = ax^5, \frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5x + 2x^{18}, \frac{dy}{dx} = ?$

ד. $f(x) = 8x^2 + 2, \frac{df}{dx} = ?$

ה. $y = 6t^2, \frac{dy}{dt} = ?$

ו. $x = 5t^3, \frac{dx}{dt} = ?$

ז. $x = 5t^4 + t^3 + 4, \frac{dx}{dt} = ?$

ח. $f(t) = At^6 + Bt + C, \frac{df}{dt} = ?$

(2) דוגמה 2

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18}), \frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = Ax^5(B + Cx^3), \frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5), \frac{dy}{dx} = ?$

ד. $y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3), \frac{dy}{dt} = ?$

ה. $x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2), \frac{dx}{dt} = ?$

(3) דוגמה 3-נגזרת פנימית

חשב את הנגזרות הבאות :

א. $y = (x+2)^4$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = 5(8x^2 + x)^5$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ד. $f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2$, $\frac{df}{dt} = ?$

(4) דוגמה 4-כלל שרשרת

חשב את הנגזרות הבאות :

א. $y = (x+2)^4$, $x = 2t$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ב. $y = 5(8x^2 + x)^5$, $x = 5t^4 + 4$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ג. $y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}$, $x = 3t^2 + t$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ד. $y = x^2$, $x = t^2$, $\frac{dy}{dt} = ?$

(5) דוגמה 5-נגזרות של פונקציות נוספות

מצאו את הנגזרות של הפונקציות הבאות :

א. $y = \sin(ax)$ כאשר a קבוע.

ב. $y = e^{-x^2}$

(6) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים

חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int x^7 dx$

ב. $\int x dx$

ג. $\int dx$

ד. $\int 3 dx$

ה. $\int 7x^4 dx$

ו. $\int (5x^2 + 3) dx$

$$\int (8x^7 + 5x) dx \quad \text{ז.}$$

$$\int Ax^7 dx \quad \text{ח.}$$

$$\int (Ax^7 + Bx) dx \quad \text{ט.}$$

(7) דוגמה 2-אינטגרל מסוים
 חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int_0^2 x^5 dx \quad \text{א.}$$

$$\int_1^5 4dx \quad \text{ב.}$$

$$\int_{-1}^3 7x^4 dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^4 (2x^2 + 4) dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx) dx \quad \text{ה.}$$

(8) דוגמה 3-אינטגרל של פונקציות נוספות
 חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int_0^\pi \sin x dx \quad \text{א.}$$

$$\int_0^\pi \cos(2x) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int e^{3x} dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^5 2e^{-3x} dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_3^5 \frac{1}{x} dx \quad \text{ה.}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx \quad \text{ו.}$$

$$\int e^{ax} dx \quad \text{ז.}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $20x^3$ ב. $5a \cdot x^4$ ג. $5 + 36x^{17}$ ד. $16x$ ה. $12 \cdot t$
ו. $15t^2$ ז. $20t^3 + 3t^2$ ח. $6At^5 + B$
- (2) א. $20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17})$ ב. $5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7$ ג. $5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4)$
ד. $(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2)$
ה. $(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t)$
- (3) א. $4(x + 2)^3 \cdot 1$ ב. $25(8x^2 + x)^4(16x + 1)$ ג. $5 + 560t^3(5t^4 + 4)^{13}$ ד. $16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2)$
- (4) א. $8(2t + 2)^3$ ב. $500t^3(8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1)$ ג. $(5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0)) \cdot (3 + 2t + 1)$ ד. $4t^3$
- (5) א. $\cos(ax) \cdot a$ ב. $e^{-x^2} \cdot (-2x)$
- (6) א. $\frac{x^8}{8} + C$ ב. $\frac{x^2}{2} + C$ ג. $x + C$ ד. $3x$ ה. $\frac{7x^5}{5} + C$ ו. $x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C$ ז. $A \cdot \frac{x^8}{8} + C$ ח. $A \cdot \frac{x^8}{8} + B \cdot \frac{x^2}{2} + C$ ט. $31.875A + 1.5B$
- (7) א. 10.67 ב. 16 ג. 341.6 ד. 58.67 ה. $\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
- (8) א. 2 ב. 0 ג. $\frac{e^{3x}}{3} + C$ ד. $\frac{2}{3}$ ו. $\frac{e^{ax}}{a}$ ז. $-\frac{1}{x} + C$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 2 - וקטורים

תוכן העניינים

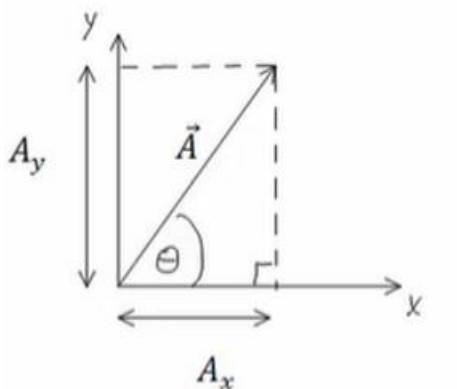
19	1. הגדרות ופעולות בסיסיות
23	2. מכפלה סקלרית
29	3. וקטור יחידה
31	4. -----
33	5. וקטור בשלושה מימדים
36	6. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים
40	7. נספח -תרגילים והגדרות שפחות רלוונטים
42	8. גרדיאנט ורוטור

הגדרות ופעולות בסיסיות:

רקע:

הצגת וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת הצגה פולרית.
 הצגת וקטור באמצעות רכיבי ה- x וה- y נקראת הצגה קרטזית.

פירוק וקטור לרכיבים:



היטל על ציר ה- x או רכיב ה- x של A :

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

היטל על ציר ה- y או רכיב ה- y של A :

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

המעבר ההפוך: $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$, $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר:

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = \alpha (A_x, A_y) = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

שאלות:

(1) חיבור וחסור בקרטזי

נתונים שלושה וקטורים: $\vec{A}(1,3)$, $\vec{B}(4,2)$, $\vec{C}(3,5)$.

א. חשבו את: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

ב. חשבו את: $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$.

ג. חשבו את: $2\vec{A} + 3\vec{B} - 4\vec{C}$.

(2) חיבור וקטורים בפולרי

נתונים שני וקטורים בהצגה הפולרית:

הוקטור $\vec{A}$ שגודלו 10 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 30° .

הוקטור $\vec{B}$ שגודלו 8 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 60° .

מצאו את $\vec{A} + \vec{B}$.

(3) עוד חיבור בפולרי

נתונים שני וקטורים:

הוקטור $\vec{A}$ שגודלו 10 וכיוונו 30° ,

הוקטור $\vec{B}$ שגודלו לא ידוע וכיוונו 350° .

מהו גודלו של הוקטור $\vec{B}$ אם נתון שסכום הוקטורים ייתן וקטור ללא

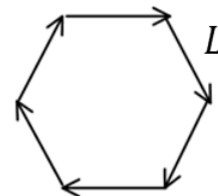
רכיב בציר ה- y ?

(4) משושה של וקטורים

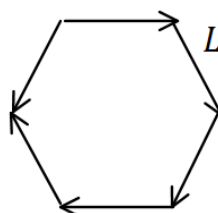
שישה וקטורים בגודל L כל אחד יוצרים משושה שווה צלעות.

מצאו את הוקטור השקול (גודל וכיוון) בכל אחד מהמקרים הבאים:

א.



ב.



(5) וקטור בין שתי נקודות

הוקטור $\vec{A}$ הוא וקטור מהנקודה (x_1, y_1, z_1) אל הנקודה (x_2, y_2, z_2) .
רשום ביטוי לרכיבים של הוקטור ומצא את גודלו.

(6) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$.

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130^\circ$.
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60^\circ$.
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{A} + \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(7) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$.

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_A = 130^\circ$.
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_B = 60^\circ$.
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{A} - \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(8) מציאת אורך של שקול

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.
הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

(9) מציאת זווית בין שני וקטורים

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר.
אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.
מצא את הזווית בין הוקטורים.

תשובות סופיות:

$$(8,10) \text{ א. } (1) \quad (-6,-4) \text{ ב. } (2) \quad (2,-8) \text{ ג. } (3)$$

$$(12.7, 11.9) \quad (2)$$

$$28.8 \quad (3)$$

$$L \cdot 4 \cos(30) \quad (4)$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad (5)$$

$$C=10.1, \theta_c=108.1^\circ \quad (6)$$

$$C=7.62, \theta_c=159.5^\circ \quad (7)$$

$$|\vec{d}|=14.6 \text{ c.m} \quad (8)$$

$$\theta = 60^\circ \quad (9)$$

מכפלה סקלרית:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תכונות המכפלה:

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת (זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים)

- מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו נותנת את גודל הוקטור בריבוע $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$

- פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \quad \text{נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים:}$$

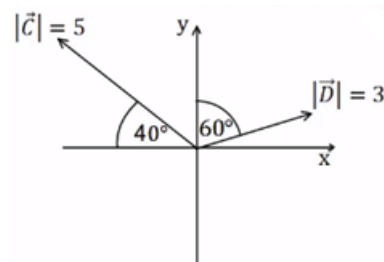
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

$$\text{א. } \vec{A} = (-1, 2), \vec{B} = (2, 2)$$

ב.



(2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים :

א. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (-2, 5)$

ב. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (8, -2)$

ג. $\vec{A} = (-1, -2)$, $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90° .

(3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

(4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של $\vec{A} \cdot \vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B} \cdot \vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית. (הדרכה : רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

(5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (2, 1)$, $\vec{B} = (-3, 2)$, $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את :

א. $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

(6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

חשב את :

$$\text{א. } \frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2}$$

$$\text{ב. } \frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2}$$

(7) דוגמה 7

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ לבין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

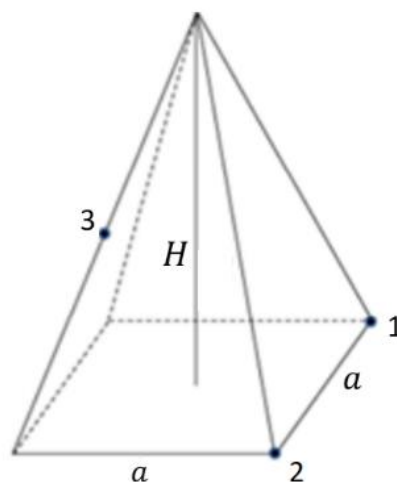
(8) פירמידה משוכללת*

באיור מתוארת פירמידה משוכללת שבסיסה ריבוע בעל אורך צלע a וגובה $H = 2a$. נקודה 3 באיור נמצאת באמצע הצלע שבין הפינה לקודקוד. נגדיר שני ווקטורים :

הווקטור $\vec{A}$ יוצא מנקודה 1 לנקודה 2.

הווקטור $\vec{B}$ יוצא מנקודה 1 לנקודה 3.

מהי הזווית בין שני הווקטורים?



(9) הוכיחו את הזהויות

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} \quad \text{הוכיחו כי:}$$

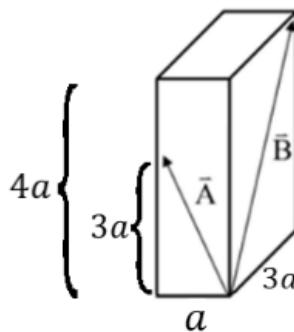
(10) היטלים של וקטורים בתוך תיבה

נתונה תיבה בעלת אורך צלעות: a , $3a$ ו- $4a$. נגדיר שני וקטורים: $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$ כמתואר באיור.

א. מהו היחס בין ההיטל של $\vec{A}$ על הכיוון של $\vec{B}$ (נסמנו - A_B) להיטל של $\vec{B}$

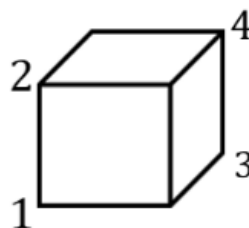
על הכיוון של $\vec{A}$ (נסמנו - B_A), $\frac{A_B}{B_A}$?

ב. חשבו את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$.

**(11) היטל של אלכסון על אלכסון בקובייה**

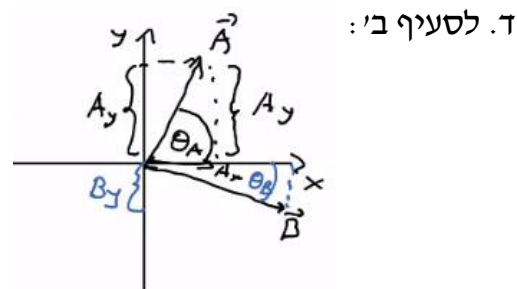
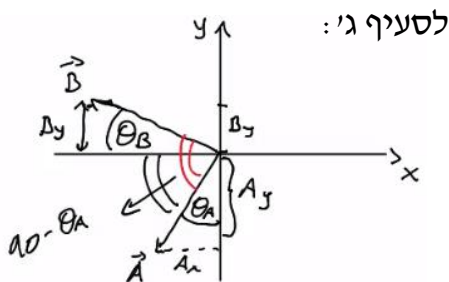
נתונה קובייה בעלת אורך צלע a , ראו איור.

מהו ההיטל של הווקטור המצביע מפינה 1 לפינה 4 על הציר המוגדר על ידי הכיוון מפינה 3 לפינה 2.



תשובות סופיות:

- (1) א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$ ב. $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$
- (2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$ ב. הוקטורים מאונכים. ג. הוקטורים מאונכים.



הזוויות: $\theta_A = 26.57^\circ$, $\theta_B = 26.57^\circ$

הזוויות: $\theta_A = 75.96^\circ$, $\theta_B = 14.04^\circ$

- (3) א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$ ב. $|\vec{B}| = \sqrt{20}$, $\theta_B = -63.43^\circ$, $|\vec{A}| = \sqrt{10}$, $\theta_A = 161.57^\circ$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

- (4) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

- (5) א. $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$ ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$ ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$

- ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$ ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$ ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

- (6) א. $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left(\frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$ ב. $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$

(7) $\alpha_{BC}^{rr} = 150.26^\circ$, $\alpha_{AB}^{rr} = 153.43^\circ$

(8) 59°

(9) הוכחה בסרטון

(10) א. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ב. 40.6°

(11) $-\frac{a}{\sqrt{3}}$

וקטור יחידה:

רקע:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

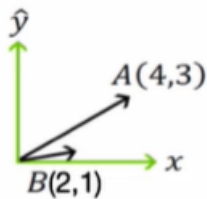
שאלות:

1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A} = (-2, -3)$

ב. $\vec{B} = (3, 4)$



2) הטלת וקטור יחידה על וקטור יחידה

נתון הוקטור $\vec{A}$ שבשרטוט.

א. מהו היטל הוקטור על ציר ה- x (וקטור יחידה)?

ב. מהו היטל הוקטור על ציר ה- y (וקטור יחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הוקטור על הוקטור $\vec{B}(2,1)$.

ד. הסבר במילים את משמעות ההטלה של וקטור על וקטור.

3) וקטור בזמן

נתון הוקטור $\vec{A}(t)$ במישור דו מימדי כך ש- $|\vec{A}(t)| = A_0 \sin(t)$

ו- $\theta(t) = t$ כאשר $t \in [0, \pi]$ ו- A_0 קבוע.

א. מצא את הרכיבים הקרטזיים של $\vec{A}(t)$ כתלות בזמן.

ב. מצא את $\frac{d\vec{A}}{dt}$.

ג. מצא את $\frac{d|\vec{A}|}{dt}$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \hat{A} = (-0.55, -0.83) \text{ א. } \hat{B} = (0.6, 0.8) \text{ ב.}$$

$$(2) \quad \dot{\hat{A}}_x = (4, 0) \text{ א. } \dot{\hat{A}}_y = (0, 3) \text{ ב. ג. ראה סרטון}$$

$$(3) \quad \hat{A}_x(t) = \frac{1}{2} A_0 \sin 2t, \hat{A}_y(t) = A_0 \sin^2 t \text{ א. } A_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ ב. ג. } -\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y}$$

מכפלה וקטורית בדרך מימד:

רקע:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

הערות:

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

α - זווית הקטנה בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$.

שאלות:

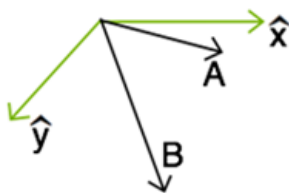
(1) דוגמה-מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A} = (-4, 1)$, $\vec{B} = (2, -3)$

א. חשב את $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות. מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את $|\vec{A} \times \vec{B}|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



(2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשרטוט.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית 20° - $\vec{A}$.

גודל 15, זווית 60° - $\vec{B}$.

א. חשב $A \cdot B$ (מכפלה סקלרית).

ב. חשב $A \times B$ (מכפלה וקטורית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילית שיוצרים הווקטורים.

תשובות סופיות:

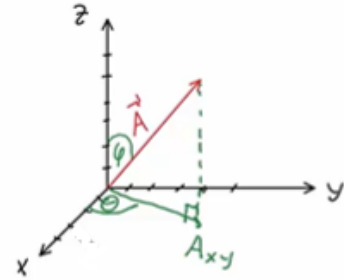
$$(1) \quad \text{א. } \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \text{ וכן } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$\text{ב. } |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ \quad \text{ג. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$(2) \quad \text{א. } \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \quad \text{ב. } \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \quad \text{ג. ראה סרטון.}$$

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור: $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

פירוק לרכיבים:

$$A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

שאלות:

(1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}(2,3,4)$.

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

(2) חישוב גודל זווית בקרטזי

נתונים שני וקטורים: $\vec{A}(1,5,10)$, $\vec{B}(3,4,5)$.

א. מהו גודלו של כל וקטור?

ב. מהי הזווית בין שני הוקטורים?

(3) מציאת שקול וזווית עם הצירים

שני כוחות נתונים פועלים על גוף: $\vec{A}(1,4,5)$, $\vec{B}(3,6,7)$.

א. מהו הכוח השקול?

ב. מהו גודלו של הכוח השקול?

ג. מהי הזווית בין הכוח השקול ובין כל אחד מהצירים?

(4) וקטור בזווית 30° עם ציר Y - ספיר אפיק מעבר

אילו מהווקטורים הבאים נמצא בזווית של 30° מציר y?

$$\vec{A} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \vec{B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 1 \right) \quad \vec{C} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

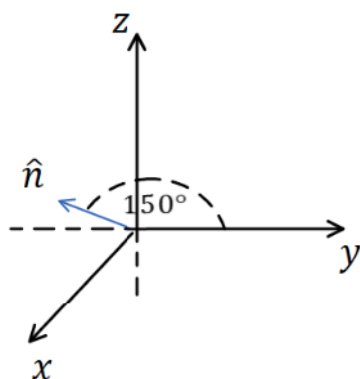
(5) היטל של A על 150 מעלות מציר y

נתון הוקטור: $\vec{A} = \hat{x} + \sqrt{3}\hat{y} + 6\hat{z}$.מהו ההיטל של הוקטור $\vec{A}$ על ציר $\hat{n}$

הנמצא במישור y-z וכיוונו החיובי

מסובב בזווית של 150° מציר y נגד

כיוון השעון?



(6) **שהסכום מאונך להפרש**
 הוכח- אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

(7) **מציאת וקטור מאונך**
 נתונים 2 וקטורים: $\vec{A}(1,4,8)$, $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$
 מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.

תשובות סופיות:

- (1) א. $|A| = \sqrt{29}$ ב. $\hat{A} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right)$
- (2) א. $|\vec{A}| = \sqrt{126}$, $|\vec{B}| = \sqrt{50}$ ב. $\alpha = 23^\circ$
- (3) א. $\vec{C} = (4, 10, 12)$ ב. $|C| = \sqrt{260}$ ג. $\alpha = 75.63$, $\beta = 51.67$, $\gamma = 41.90$
- (4) הוקטור C.
- (5) 1.5
- (6) שאלת הוכחה.
- (7) $\vec{B} = \left(-4\sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right)$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

דרך 1 – דטרמיננטה:

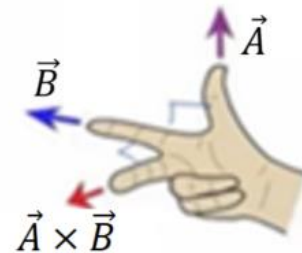
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin \alpha$$

גודל המכפלה -

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג



מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ והתוצאה בכיוון האגודל.

שאלות:

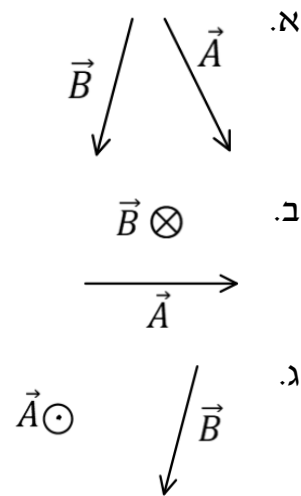
(1) דוגמה - דטרמיננטה

נתונים הוקטורים הבאים :

$$\vec{A}(-1,2,-2), \quad \vec{B}(2,0,1)$$

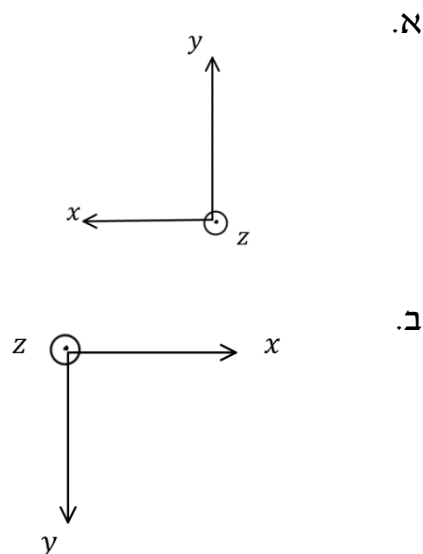
חשבו את $\vec{A} \times \vec{B}$.

(2) דוגמה - כלל יד ימין

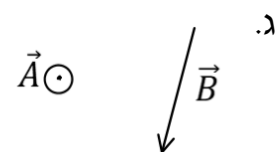
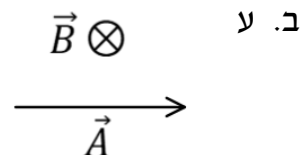
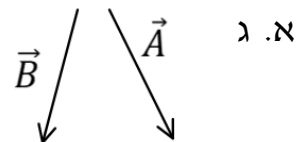
מצאו את $\vec{A} \times \vec{B}$ במקרים הבאים :

(3) דוגמה - מערכות צירים

בדקו האם המערכות הבאות הן ימניות או שמאליות :



(4) דוגמה - כלל הבורג

מצאו את $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות כלל הבורג:

(5) מקבילון

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$, $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$ מרכיבים מהוקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ מקבילית ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.

ג. מצאו את שטח המקבילית.

ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור $\vec{c}$ למקבילית.

חשבו את גובה המקבילון המאונך למקבילית.

רמז: השתמש ב- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

תשובות סופיות:

(1) $2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z}$

(2) א. לתוך הדף

(3) א. שמאלית

(4) א. לתוך הדף

(5) א. $\vec{r}_1 = (3, -1, 0)$

ד. $\tilde{h} = 0.13\text{c.m}$

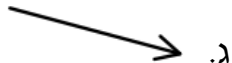
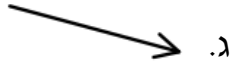
ב. למעלה

ב. שמאלית

ב. למעלה

ב. $|\vec{r}_1| = \sqrt{10}$, $|\vec{r}_2| = \sqrt{30}$

ג. $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59}\text{c.m}^2$



וקטורים קולינריים:

רקע:

וקטורים מקבילים ומתקיים הקשר $\vec{B} = \alpha \vec{A}$ כאשר α סקלר כלשהו.

שאלות:

(1) וקטורים קולינאריים

עבור אילו ערכים של α ו- β הוקטורים הבאים קולינאריים (מצביעים באותו כיוון)?

$$\vec{A} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + a\hat{j} - 2\beta\hat{k}$$

(2) מציאת וקטורים מאונכים

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}(A_x, 4)$, $\vec{B}(6, B_y)$, $\vec{C}(5, 8)$. מצאו את ערכי הוקטורים כך שהוקטור A והוקטור B יהיו מאונכים לוקטור C. האם שני הוקטורים שמצאתם מקבילים?

(3) תרגיל - פריסה לבסיס

נתונים שני וקטורים:

$$\vec{A} = 2\hat{x} + 3\hat{y} \text{ ו- } \vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y}$$

א. מצאו את קוסינוס וסינוס הזווית של הוקטור: $\vec{C} = 3\vec{A} - 2\vec{B}$ ביחס לציר x (אין צורך לחשב את הזווית עצמה).

ב. נתון הוקטור: $\vec{D} = e\hat{x} + \pi\hat{y}$ מצאו את כל הוקטורים האפשריים שניצבים לו.

ג. רשמו את הוקטור $\vec{D}$ בבסיס שנפרש ע"י הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$.

תשובות סופיות:

$$\alpha = -\frac{9}{2}, \beta = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\vec{A} = \left(-\frac{32}{5}, 4\right), \vec{B} = \left(6, -\frac{30}{8}\right) \quad (2)$$

הוקטורים מקבילים.

$$\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{89}}, \cos \alpha = \frac{8}{\sqrt{89}} \quad (3)$$

א. $\beta \left(-\frac{\pi}{e} \hat{x} + \hat{y}\right)$ ב.

$$\vec{D} = \frac{\pi + 2e}{7} \vec{A} + \frac{2\pi - 3e}{7} \vec{B} \quad \text{ג.}$$

גרדיאנט ורוטור:

רקע:

גרדיאנט בקואורדינטות השונות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} : \text{גרדיאנט בקואורדינטות קרטזיות}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} : \text{גרדיאנט בקואורדינטות גליליות}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi} : (*) \text{ גרדיאנט בקואורדינטות כדוריות}$$

(*) שימו לב שהזווית φ היא עם ציר ה- z והזווית θ עם ציר ה- x .

רוטור (Rot/Curl) בקואורדינטות השונות:

בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{F} = & \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} \\ & + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi} \end{aligned}$$

(*) שימו לב שהזווית φ היא עם ציר ה- z והזווית θ עם ציר ה- x .

שאלות:

(1) חישוב גרדיאנט

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} : f \text{ נתונה פונקציית המיקום}$$

חשב את הגרדיאנט של הפונקציה f .

(2) חישוב השיפוע בכיוון השונה

חשב את גודל השיפוע של הפונקציה $f(x, y) = 2x^2y$ בנקודה $(1, 2)$

$$\hat{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) : \text{בכיוון}$$

תשובות סופיות:

$$\vec{D}f = \frac{-xz\hat{x} - yz\hat{y} + (x^2 + y^2)\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}f \cdot \hat{n} = \frac{8}{\sqrt{2}} + -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 3 - קינמטיקה

תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר (מימד אחד) 44
2. תנועה במישור וזריקה משופעת (בליסטיקה) 55
3. תרגילים נוספים 59
4. משוואת מסלול 63
5. תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות 64

תנועה בקו ישר (מימד אחד):

רקע:

הגדרות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \text{ - מהירות רגעית}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \text{ - מהירות ממוצעת}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \text{ - תאוצה רגעית}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \text{ - תאוצה ממוצעת}$$

קשרים הפוכים:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות)

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

שטח מתחת לגרף הפונקציה:

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות (כתלות בזמן) שווה להעתק (כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי, אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך)

- השטח מתחת לגרף של התאוצה (כתלות בזמן) הוא שינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי)

שאלות:

(1) דני ודנה רצים זה לקראת זה

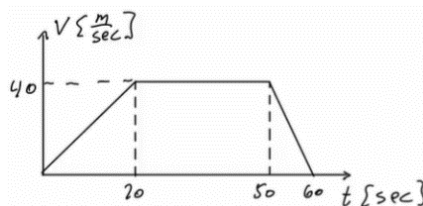
- דני ודנה רצים זה לקראת זה.
 שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
 דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
 המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.
 א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?
 ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

(2) דני שכח את הפלאפון

- דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
 ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
 באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
 יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.
 א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.
 ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?
 ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.
 ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

(3) גרף של מהירות אופנוע בזמן

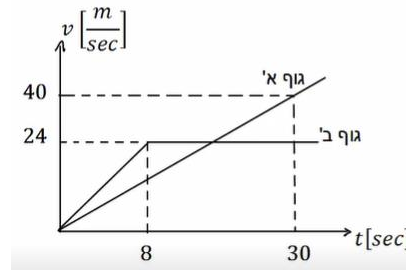
- בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
 קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



- א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.
 ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.
 ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים: $t = 15, 40, 55$?
 ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

4) גרף מהירויות של שני גופים

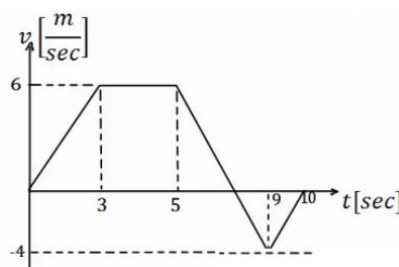
בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים כתלות בזמן. הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.



- א. תאר את תנועתו של כל גוף.
- ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
- ג. מצא את המרחק בין הגופים ברגעים: $t = 3s$, $24s$ וציין מי מקדים את מי.
- ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
- ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

5) תרגיל עם הכל

- הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.
- א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
 - ב. שרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
 - ג. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית? מהו מרחק זה?
 - ד. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?
 - ה. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?
 - ו. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
 - ז. מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t = 6s$?
 - ח. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
 - ט. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



(6) תפוח עץ

- תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.
 (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האוויר).
 א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.
 ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.
 הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

(7) חסידה מביאה חבילה

- חסידה מרחפת במנוחה באוויר ומפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.
 א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.
 ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

(8) דני זורק כדור מחלון גבוה

- דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון בביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשנייה.
 סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.
 א. רשום נוסחאות מקום זמן ומהירות זמן עבור הכדור.
 ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.
 ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.
 ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?
 ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

(9) גוף נזרק אנכית מגג בניין

- גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
 מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.
 בחר ציר y שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.
 א. רשום את פונקציית המקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.
 ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$.
 ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

(10) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה

- כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה.
באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.
מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.
- רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל גוף.
 - האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
 - היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?
 - רשום נוסחת מהירות-זמן לכל גוף.
 - מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?
 - מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?
 - שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום זמן לכל גוף.

(11) מהירות כנגזרת של פולינום

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$
כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן.
 - מתי הגוף נעצר?

(12) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת

- מיקומו של גוף הנע בקו ישר נתון לפי: $x(t) = 32te^{-t}$.
- מצא את הזמן בו הגוף נעצר.
 - מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

(13) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת ותאוצה

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$
כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.
 - מהו המרחק המקסימאלי אליו הגיע הגוף?
 - מהי תאוצת הגוף?

(14) תאוצה מפוצלת

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה ונע בקו ישר.

$$a(t) = \begin{cases} t \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 0 \leq t \leq 3[\text{sec}] \\ 5 - t \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 3 < t[\text{sec}] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלויה בזמן ונתונה לפי:

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עוצר.

- א. מהי מהירות הגוף בזמן?
- ב. מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?
- ג. מתי עוצר הגוף?
- ד. איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

(15) מהירות מינימלית

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = \alpha t^3 - \beta t^2 + \gamma t$.
כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

- א. מהן היחידות של α , β , γ ?
- ב. מהו מיקום הגוף ב- $t = 0$?
- ג. מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.
- ד. מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.
- ה. חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים α , β , γ .
בבעיה ומצאו מה התנאי שצריכים למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

(16) ילד זורק כדור בקפיצה*

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה.
המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לו שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

- א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא v_1 ומהירות הזריקה של הכדור v_2 ביחס לילד היא אותו הדבר.
הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.
- ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

(17) זמן מינימלי לסיים מסלול*

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של 0.5g. מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת? (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

(18) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה*

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'. בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה. בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה. בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה ביישוב ב'. זמן הנסיעה הכולל הוא T. כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

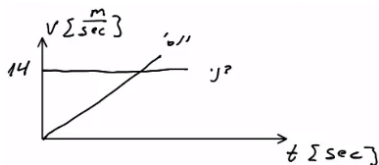
(19) אדם משחרר כדור מתוך מעלית*

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן T_1 , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית. הכדור מגיע לקרקע כעבור T_2 שניות. מצאו את גובה המעלית h בזמן T_1 . נתונים T_1 ו- T_2 .

תשובות סופיות:

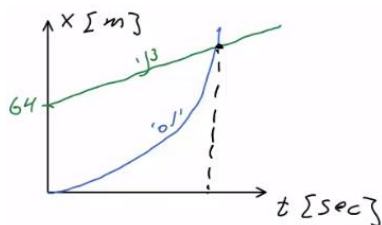
1. א. הזמן: $t = 8.16 \text{ sec}$, המיקום: 16.65 m .

ב. $V_{\text{Dana}}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{\text{Dani}}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.



2. א. דני - $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, יוסי - $V(t) = 8t$. גרף:

ב. $t = 1.75 \text{ sec}$, לא.



ג. דני - $x(t) = 64 + 14t$, יוסי - $x(t) = 4t^2$. גרף:

ד. ב- $t = 6.12$, המרחק: 149.82 m .

3. א. כאשר $0 \leq t \leq 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20 \leq t \leq 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50 \leq t \leq 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

ג. $V(t = 15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t = 40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t = 55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ד. $x(t = 15) = 225 \text{ m}$, $x(t = 40) = 1,200 \text{ m}$, $x(t = 55) = 1,750 \text{ m}$.

4. א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב': כאשר $0 < t < 8$, כמו גוף א'. כאשר $8 \leq t$,

תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

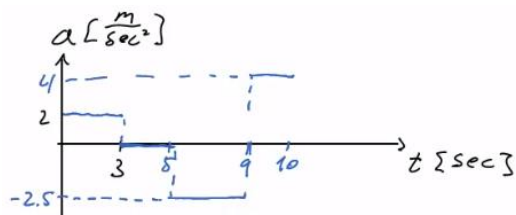
ב. גוף א': $\frac{2}{3}t^2$, גוף ב': כאשר $0 \leq t \leq 8$, כמו גוף א'.

כאשר $8 \leq t \leq \infty$, $x(t) = 96 + 24(t - 8)$.

ג. כש- $\Delta x(t = 3) = 7.5 \text{ m}$, וכש- $\Delta x(t = 24) = 96 \text{ m}$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t = 18 \text{ sec}$ ה. כש- $t = 31.42 \text{ sec}$.

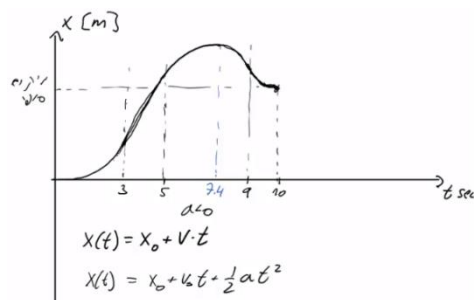
- 5) א. כאשר $0 \leq t \leq 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3 \leq t \leq 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5 \leq t \leq 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9 \leq t \leq 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוצה. התקדמות בכיוון הנגדי.



גרף: $a = \begin{cases} 2 \frac{m}{sec^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{m}{sec^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{m}{sec^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$ ב.

ג. בזמן: 7.4 sec, המרחק: 28.2 m. ד. $S = 33.4 m$. ה. $\Delta x = 23 m$.

ו. $\bar{V} = 2.3 \frac{m}{sec}$. ז. $\Delta x = x(t=6) = 25.75 m$. ח. $t = 3.5 sec$.

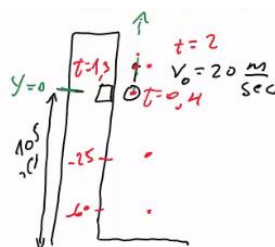


6) א. $17.32 \frac{m}{sec}$ ב. $V_F \approx 16.73$

7) א. 80 m ב. $40 \frac{m}{sec}$

8) א. מקום-זמן: $y(t) = 20t - 5t^2$, $V(t) = 20 - 10t$

ב. ג. ד. 7 sec



זמן (שניות)	מיקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ה. (א) מקום-זמן: $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$. מהירות-זמן: $V(t) = 20 - 10t$

(ד) 7 sec

9 א. מקום-זמן: $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$, מהירות-זמן: $v(t) = 30 - 10t$,
תאוצה-זמן: $a = -10$

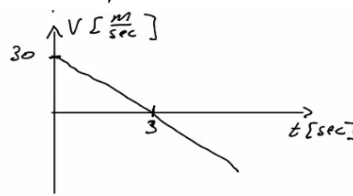
ב.

זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
0	40	30
1	65	20
2	80	10
3	85	0
4	80	-10
5	65	-20

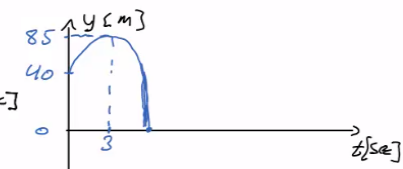
תאוצה-זמן:



מהירות-זמן:



ג. מקום-זמן:



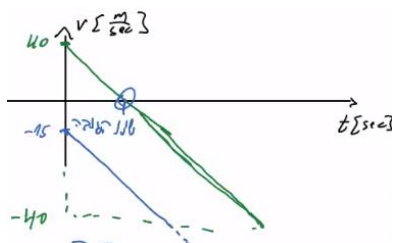
10 א. גוף 1 - כדור: $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$, גוף 2 - ריבוע: $y_2(t) = 40t - 5t^2$

ב. יגיע בדיוק לגובהו. ג. 47.74m ד. גוף 1: $v_1(t) = -15 - 10t$

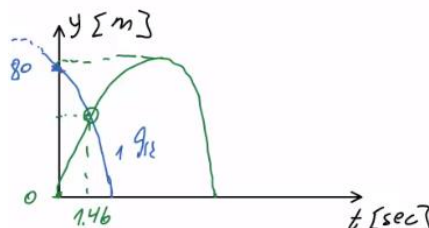
גוף 2: $v_2(t) = 40 - 10t$ ה. גוף 1: $-29.6 \frac{m}{sec}$, גוף 2: $25.4 \frac{m}{sec}$

ו. גוף 1: $-42.72 \frac{m}{sec}$, גוף 2: $-40 \frac{m}{sec}$

מהירות-זמן:



ז. מיקום-זמן: (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



11 א. $v = 6t^2 - 12$ ב. $t = \sqrt{2} \text{ sec}$

12 א. $t = 1 \text{ sec}$ ב. $x(t=1) = \frac{32}{e}$

13 א. $t = 1 \text{ sec}$, $v(t) = -6t^2 + 6$ ב. $X_{\max} = 7 \text{ m}$ ג. $a = -12t$

$$V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left(5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 3 \leq t \end{cases} \quad \text{א. (14)}$$

$$V_{\max} = 6.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$\Delta x \approx 31.79 \text{m} \quad \text{ד.} \quad t_2 \approx 8.61 \quad \text{ג.}$$

$$[\alpha] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^3}, [\beta] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, [\gamma] = \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א. (15)}$$

$$\text{ב. } 0$$

$$\gamma \quad \text{ג.}$$

$$-2\beta \quad \text{ד.} \quad -\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma, \quad \alpha > 0 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} \quad \text{א. (16)} \quad \text{המורה צודק} \quad \text{ב. ילד: } \frac{v_1^2}{2g}, \quad \text{כדור: } \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$$

$$T \approx 58 \text{sec} \quad \text{(17)}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \quad \text{(18)}$$

$$h = \frac{gT_2^2}{2 \left(1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \quad \text{(19)}$$

תנועה במישור וזריקה משופעת:

רקע:

וקטור המיקום - $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$.

וקטור ההעתק - $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

וקטור המהירות הממוצעת (velocity) - $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

וקטור המהירות הרגעית (velocity) - $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

וקטור התאוצה הממוצעת - $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

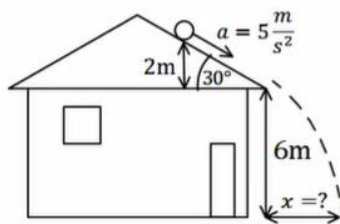
וקטור התאוצה הרגעית - $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

גודל המהירות (Speed) - $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

שאלות:

(1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?



(2) כדור מתגלגל מגג משופע

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

(3) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

- מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2 \text{ sec}$.
- מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?
- מהו הגובה המקסימאלי אליו הגיע הכדור?
- מהו המרחק האופקי המקסימאלי אליו הגיע הכדור?

(4) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה. מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

(5) דוגמה מהירות ממוצעת

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא: $\vec{r}(t) = 3t^2x + (2t+1)y$.
מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

(6) דוגמה - מהירות רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא: $\vec{r}(t) = 3t^3x + (4t-5)y$.
א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.
ב. מהי מהירות הגוף ב- $t = 2$?

(7) דוגמה - תאוצה

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא: $\vec{v}(t) = 2t^3x + (6t-5)y$.
א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.
ב. מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

(8) דרך והעתק

מיקומו של גוף לפי הזמן נתון לפי: $\vec{r}(t) = 2t^3x + (t^3-2)y$.
א. מצא את המהירות הרגעית (velocity) והתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.
ב. מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.
ג. מצא את הדרך שעשה הגוף בחמש השניות הראשונות.
ד. מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.
ה. מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

תשובות סופיות:

(1) 3.78m

(2) 4.49m

(3) א. $V_x = 10.14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_y = -5.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $x = 24.28\text{m}$, $y = 8.28\text{m}$ ב. 32.01m

ג. 10m ד. $x_{\max} = 32.01$

(4) $a = 5.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשביל להגיע לנקודה הזאת בדיוק יחד עם הכדור.

(5) $\vec{V} = (15, 2)$

(6) א. $\vec{V} = 9t^2\hat{x} + 4\hat{y}$ ב. $\vec{V}(t=2) = (36, 4)$

(7) א. $\vec{a}(t) = 6t^2\hat{x} + 6\hat{y}$ ב. $\vec{a} = 50\hat{x} + 6\hat{y}$

(8) א. $\vec{V}_{(t)} = 6t^2\hat{x} + 3t^2\hat{y}$ ב. $|\vec{V}| = \sqrt{45}t^2$ ג. $S \approx 279.5\text{m}$

ד. $\vec{V} = 50\hat{x} + 25\hat{y}$ ה. $|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) גודל מהירות מינימלי

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי: $\vec{r}(t) = 2t^2\hat{i} - 6j + (t-5)^2k$.

א. מהו וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן?

ב. מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?

ג. מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא: $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$?

(2) וקטורים בזריקה משופעת

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלתית v_0 ובזווית θ ביחס לציר ה- x .

א. מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ג. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה כתלות בזמן.

(3) וקטור מיקום ומסלול

וקטור המיקום של גוף הנע במישור xy נתון לפי: $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t)\hat{x} + B \cos(\omega t)\hat{y}$.

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה ב- $t=0$.

ג. הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.

ד. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את $y(x)$.

(4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע

וקטור המיקום של גוף הנע במישור $x-y$ נתון לפי: $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2)\hat{x} + B \cos(\alpha t^2)\hat{y}$.

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את $y(x)$.

ג. מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

(5) רובין הוד יורה ותופס חץ

רובין הוד יורה חץ במהירות v_0 וזווית θ ביחס לקרקע.
 ברגע שחרור החץ מתחיל רובין הוד לרוץ בקו ישר ובתאוצה $a(t) = Ae^{-kt}$.
 רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעתו בקרקע.
 מצאו משוואה עם הפרמטרים A , θ , v_0 והמשתנה k ממנה ניתן לחלץ את k
 כך שרובין יצליח לתפוס את החץ. אין צורך לפתור את המשוואה.

(6) תנועה במעגל*

גוף נקודתי נע במישור אופקי xy .

בזמן $t=0$ מהירות הגוף הייתה: $\vec{v}(0) = 15\pi \hat{i} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ יחד עם וקטור המצב: $\vec{r}(0) = 5\hat{j}\text{m}$.

תאוצת הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא:

$$\vec{a}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

- מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן.
- מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן.
- מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן.
- מצא את משוואת המסלול של הגוף.

(7) תנועה על אליפסה*

מיקום של גוף נקודתי נתון במשוואה: $\vec{r} = 4\sin(\pi t) \hat{i} + 3\cos(\pi t) \hat{j}$.

(המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- מצא את משוואת המסלול של הגוף.
- מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים.
- מצא את תאוצת התנועה והראה שהיא מכוונת כלי ראשית הצירים.

$$\text{ד. מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא: } \frac{v^2}{r}.$$

- חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים.
 כמה פעמים, במשך מחזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק מינימלי מהראשית?

(8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט

נתון וקטור r של חלקיק מסוים: $\vec{r} = (8t, -5t^2)$.

- א. מהו רכיב ה- x של הווקטור בזמן?
- ב. מהו רכיב ה- y של הווקטור בזמן?
- ג. מהי מהירותו בציר x ?
- ד. מהי מהירותו בציר y ?
- ה. האם מהירויות אלו קבועות בזמן?
- ו. מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

(9) גזירת מיקום למציאת מהירות

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור r : $\vec{r} = 5\sin(\pi t), 4t^3 + t^2, 8e^t$.

- א. מצאו את ווקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- ב. מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$?

(10) העתק לפי גזירה

וקטור r מתאר מיקומו של חלקיק בזמן: $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$.

- א. מהו מיקום החלקיק בזמן $t = 0$?
- ב. מהו מיקום החלקיק בזמן $t = 5$?
- ג. מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- ד. מהי מהירות החלקיק בזמן $t = 5$ (בהצגת גודל וכיוון)?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad t_{\min} = 1\text{sec} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$(2) \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad \vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$(3) \quad \vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.}$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ד.} \quad \text{ג. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$(4) \quad \vec{v} = A \cos(\alpha t^2) 2\alpha t \cdot \hat{x} - B \sin(\alpha t^2) (2\alpha t) \hat{y} \quad \text{א.}$$

$$\vec{a} = \left[-A \sin(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha A \cos(\alpha t^2) \right] \hat{x} - \left[B \cos(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha B \sin(\alpha t^2) \right] \hat{y}$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ב.} \quad \text{ג. אין הבדל}$$

$$(5) \quad \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left(e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right)$$

$$(6) \quad \vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.}$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ד.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$(7) \quad \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3, \text{ פעמיים.} \quad t_1 = \frac{1}{4} \text{sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{sec} \quad \text{ד.}$$

$$(8) \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ד.}$$

ה. המהירות על x קבועה בזמן, המהירות על y לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ו.}$$

$$(9) \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t), 12t^2 + 2t, 8e^t \quad \text{א.}$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi), 4 \cdot 2^3 + 2^2, 8e^2 = 5\pi, 36, 8e^2 \quad \text{ב.}$$

$$(10) \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad |r_{t=5} - r_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.}$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ד.}$$

משוואת מסלול:

רקע:

משוואת מסלול היא פונקציה מהצורה $y(x)$, סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

שאלות:

1) דוגמה-משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור

$$x(t) = \sqrt{3+t^2}, \quad y(t) = \sqrt{7-t^2}$$

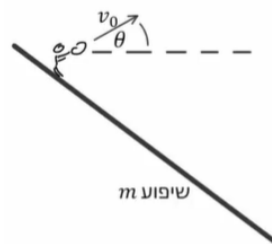
הנח ש- x ו- y תמיד חיוביים.

2) זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע m , איתי זורק כדור לכיוון מורד המישור במהירות התחלתית v_0 ובזווית θ ביחס לאופק.

א. מצא מה המרחק מאיתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של איתי).

ב. מהי הזווית θ עבורה מרחק זה יהיה מקסימאלי?



תשובות סופיות:



$$y(x) = \sqrt{10-x^2} \quad (1)$$

$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} \quad \text{ב.}$$

$$x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} \quad \text{א.}$$

תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות:

רקע:

תאוצה משיקית:

$$|\vec{a}_t| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

$$|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

תאוצה נורמלית:

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

התאוצה הנורמאלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות:

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

שאלות:

1) תאוצה משיקית ונורמאלית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = 2t^2$, $y(t) = (1-t)^2$

כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצא מתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא: $6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית ב- $t = 2 \text{ sec}$.

(2) חישוב תאוצה משיקית ונורמלית גודל וכיוון

וקטור המיקום של גוף מסוים נתון ע"י המשוואה: $\vec{r}(t) = t^2 \hat{x} + 4t \hat{y} - 5t^2 \hat{z}$.

- חשב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

(3) תאוצה משיקית ונורמלית בציקלואידה

המסלול שמשרטטת נקודה על ההיקף של גלגל בעת שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלואידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי:

$$\vec{r}(t) = (R \sin \omega t + R \omega t) \hat{x} + (R \cos \omega t + R) \hat{y}$$

הם קבועים נתונים.

- חשב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
- מצא את הרגע בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה- y) ואת הרגע בו הגובה מינימלי (קיימים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורית, רשום בצורה כללית).
- מצא את תאוצת החלקיק בכל רגע.
- חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימלי ומינימלי.
- חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית ברגע שבו רכיב ה- x של המהירות מתאפס.

(4) חרוז נע על טבעת אליפטית

חרוז נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיקומו בכל רגע כתלות בזמן הוא:

$$\vec{r}(t) = a \cos(\omega t) \hat{x} + b \sin(\omega t) \hat{y}$$

קבועים נתונים.

- מצא את התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
 - מצא את התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
 - כאשר $|a| = |b|$ האליפסה הופכת למעגל.
- במקרה זה, האם גודל המהירות במשך התנועה גדל, קטן, לפעמים גדל ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad t = 0.2 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad \vec{r} = (4.38, 0.23) \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a}_b = (4.24, 1.06) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad \vec{a}_n = (-0.24, 0.94) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$(2) \quad \vec{V}_{(t)} = \vec{V} = 2t\hat{x} + 4\hat{y} - 10t\hat{z} \quad \text{א.} \quad \vec{a} = \vec{V} = 2\hat{x} - 10\hat{z} \quad \text{ב.}$$

$$|a_t| = \frac{52t}{\sqrt{26t^2 + 4}} \quad \text{ג.} \quad |a_n| = \sqrt{\frac{208}{13t^2 + 2}} \quad \text{ד.}$$

$$\vec{a}_t = \frac{52t}{26t^2 + 4} (t, 2, -5t) \quad \text{ה.} \quad \vec{a} = \frac{4}{13t^2 + 2} (1, -13t, -5) \quad \text{ו.}$$

$$(3) \quad \vec{V} = \vec{V} = (R\omega \cdot \cos(\omega t) + R\omega)\hat{x} + (-R\omega \sin(\omega t))\hat{y} \quad \text{א.}$$

$$\vec{a} = \vec{V} = -\omega^2 R \sin(\omega t)\hat{x} - \omega^2 R \cos(\omega t)\hat{y} \quad \text{ג.} \quad t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega} k, \quad t_{\min} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2\pi}{\omega} k \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a}_t = 0, \quad \vec{a}_n = \vec{a} = -\omega^2 R \hat{y} \quad \text{ד.} \quad \text{ה. אי אפשר להגדיר.}$$

$$(4) \quad a_t = \frac{\omega^2 \sin(2\omega t)(a^2 - b^2)}{2\sqrt{a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t)}} \quad \text{א.}$$

$$a_n = \sqrt{\omega^4 a^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 b^2 \sin^2(\omega t) + \left(-\frac{\omega^4 \sin^2(2\omega t)(a^2 - b^2)}{4(a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t))} \right)} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג.} \quad \left| \vec{V} \right| = \text{const}, \quad \text{הגודל נשאר קבוע.}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 4 - תנועה יחסית

תוכן העניינים

1. הסבר על טרנספורמציות גליליי 67
2. שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים 72

טרנספורמציית גליליי:

רקע:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

שאלות:

(1) כלב קופץ בתוך רכבת

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל- $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

(2) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם).

האם הוא יכול להצליח בכך?

אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

(3) כדור נזרק במעלית *

- מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?
 ב. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
 ג. חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?
 ד. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
 ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

(4) כדור נזרק במעלית מאיצה **

- מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
- ברגע שמהירות המעלית היא $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
- הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?
 ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
 ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
 ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

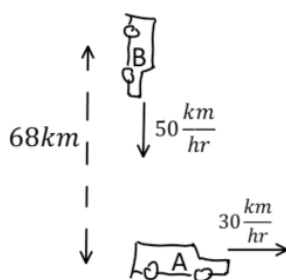
(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס

- מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .
 אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .
 א. מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.
 ב. מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשייה טכניון

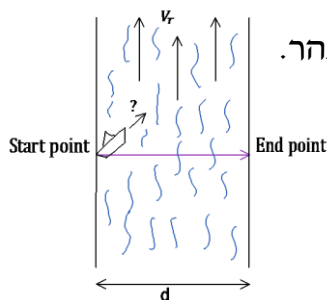
סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית במהירות קבועה $v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, נסמן ב- $t = 0$ את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע. ברגע $t_1 = 3 \text{ sec}$ הסטודנטית זורקת אבן במהירות $v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

7) מרחק מינימלי בין מכוניות



צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסוימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן. ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי. ג. מצאו את גודלו של מרחק זה. ד. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

8) סירה בנהר



נהר זורם צפונה במהירות V_r . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא V_{br} יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר d . א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה? ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה? ג. כמה זמן תארך דרכו?

9) אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון. מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?

10) זווית פגיעה של גשם במכונית

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנכי לכיוון הנסיעה.

נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.

מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

11) זווית בין מהירויות

שני קליעים נורים ברגע $t = 0$. מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:

$$\vec{v}_2(0) = -1\hat{i} + 4\hat{j}, \quad \vec{v}_1(0) = 2\hat{i} + 5\hat{j}, \quad \vec{r}_2(0) = \hat{i}, \quad \vec{r}_1(0) = 0$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של $\vec{a} = -3\hat{i} + \hat{j}$ היחידות הן MKS.

א. מצא את $\vec{r}_2(t)$, $\vec{r}_1(t)$.

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין $\vec{v}_1$ ל- $\vec{v}_2$ ברגע $t = 3$.

12) מציאת מהירות בין מערכות

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי:

$$\vec{r}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה, $\vec{V}_{AB}$. צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:

$$\vec{r}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$$

א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A, $\vec{V}_{AB}$.

ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

תשובות סופיות:

$$25.7\text{m} \quad (1)$$

$$t = 30.8\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. לא.} \quad (2)$$

$$t = 1.36\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } S = 2.62\text{m} \quad \text{ג. } t = 1.36\text{sec} \quad \text{ד. } S = 5.72\text{m} \quad (3)$$

$$v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.} \quad (4)$$

$$t = 0.96\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } S = 1.76\text{m} \quad \text{ג. } S = 4.46\text{m} \quad \text{ד. } v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (5)$$

$$v_2' = \left(-24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) \quad \text{א.} \quad \text{ב. } \theta_2' = 148^\circ \quad (6)$$

$$2.6\text{sec} \quad (7)$$

$$|r_{B,A}^r| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } |r_{B,A}^r| = 35\text{km} \quad \text{ג. } t = 1\text{hr} \quad \text{ה. הוכחה.} \quad (8)$$

$$\sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2} \quad \text{ג. } t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}} \quad (9)$$

$$V_B \approx 37.3 \text{ km/hr}, \alpha \approx 36.5^\circ \quad \text{צפונה מהמערב} \quad (10)$$

$$\text{מהירות: } V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \text{ גודל וכיוון: ראה סרטון.} \quad (11)$$

$$r_1(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}, r_2(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$|r_{1,2}^r| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1} \quad \text{ב.} \quad \alpha = 13.82^\circ \quad \text{ג.} \quad (13)$$

$$(1, -2, 0) \quad \text{א.} \quad \text{ב. הוכחה.} \quad (14)$$

שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

שאלות:

(1) שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה

צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ"ש רואה את אונייה B שטה במהירות 20 קמ"ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח. מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(2) סירה בנהר פתרון בשיטה השניה

נהר זורם צפונה במהירות V_r .

יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.

מהירות הסירה היא V_{br} יחסית לנהר.

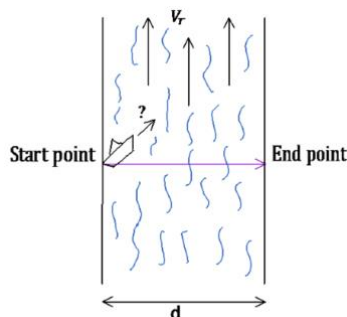
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשים וקטורי ובו:

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר

ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר.



(3) מטוס נראה משתי רכבות

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ"ש רואה

מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ"ש רואה

את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית של 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשים וקטורים ובו:

מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות

המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

(4) רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות V_{BA} .

צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית α

מהצפון ובמהירות V_{CB} .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית β מן הצפון ובמהירות V_A .

מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(5) שני דאונים

שני דאונים טסים באותו הגובה.

באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון.

דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.

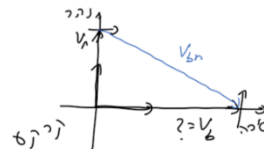
בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.

מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

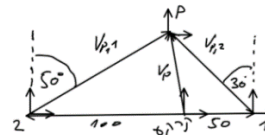
תשובות סופיות:

(1) 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

(2) א. $\theta = \sin^{-1} \left(\frac{V_r}{V_{br}} \right)$ ב. דרומית למזרח.



(3) א. ב. 84.98 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_c = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

(5) דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 5 - דינמיקה

תוכן העניינים

- 1. חוקי ניוטון 74
- 2. תרגילים נוספים 84
- 3. גלגלות נעות ומכפלי כוח 93

חוקי ניוטון:

רקע:

כוחות נפוצים:

כוח הכובד

סימון: W (קיצור של Weight).

מופעל ע"י כדור הארץ.

כיוון: למרכז כדור הארץ (או לכיוון האדמה).

גודל: mg .

נורמל

סימון: N .

מופעל ע"י משטח.

כיוון: תמיד מאונך למשטח ודוחף (מהמשטח כלפי חוץ).

גודל: לא ידוע, תלוי בבעיה (לא שווה ל- mg).

מתיחות

מופעל על ידי חוט או חבל.

סימון: T (קיצור של Tension).

כיוון: תמיד מושך את הגוף לכיוון החוט.

הערה, חוט תמיד מושך משני צדדיו.

חוט אידיאלי – חוט חסר מסה שאינו משנה את אורכו (לא אלסטי).

בחוט אידיאלי המתיחות אחידה לאורך החוט.

החיכוך:

חיכוך סטטי

סימון: f_s

פועל כאשר אין תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י המשטח.

כיוון: משיק למשטח (נגד כיוון השאיפה

לתנועה).

$$f_{s \max} = \mu_s N \text{ או } f_s \leq \mu_s N$$

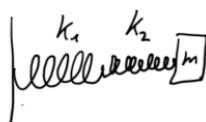
μ_s - מקדם חיכוך סטטי (תלוי בחומר וקבוע).

N - הנורמל שמפעיל המשטח.

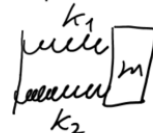
שימו לב ש $f_s = \mu_s N$ רק אם הגוף על סף החלקה! (בכל מקרה אחר החיכוך אינו

ידוע, בדרי"כ אפשר למצוא אותו ממשוואת הכוחות)

חיבור בטור



חיבור במקביל



חיכוך קינטי :

סימון- f_k

פועל כאשר יש תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י משטח.

כיוון : משיק למשטח (נגד כיוון התנועה היחסית).

גודל : $f_k = \mu_k N$.

μ_k - מקדם החיכוך הקינטי – תלוי בסוגי החומרים. בד"כ קבוע.

N - הנורמל שמפעיל המשטח.

חוק ראשון של ניוטון – התמדה :

אם גוף נע בקו ישר ובמהירות קבועה (בהתמדה) סכום הכוחות עליו שווה לאפס. מקרה פרטי של תנועה במהירות קבועה הוא מנוחה. לכן, אם גוף נמצא במנוחה סכום הכוחות עליו הוא אפס.

חוק שלישי – עקרון פעולה תגובה :

לכל כוח שגוף A מפעיל על גוף B יש כוח תגובה שגוף B מפעיל חזרה על גוף A. כוח התגובה שווה בגודלו והפוך בכיוונו. שימו לב : הכוחות פועלים על גופים שונים ולכן אף פעם לא יופיעו באותו תרשים כוחות.

חוק שני של ניוטון :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

בפועל רושמים את הנוסחה לכל ציר בנפרד.

חוק הוק – הכוח של קפיץ :

חיבור במקביל חיבור בטור

$$F = -k\Delta x$$

$$\Delta x = x - x_0$$

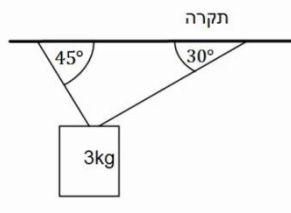
x - מיקום הגוף.

x_0 - מיקום שבו הקפיץ רפוי.

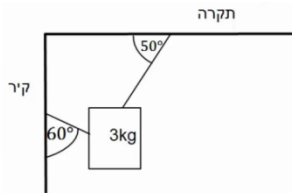
חיבור קפיצים במקביל (שני הקפיצים מחוברים לגוף ולקיר) - $k_{eff} = k_1 + k_2$
חיבור קפיצים בטור (גוף מחובר לקפיץ אחד שמחובר לקפיץ שני שמחובר לקיר) -

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

שאלות:

**(1) דוגמה-גוף תלוי מהתקרה**

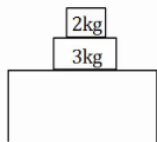
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים, לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

**(2) דוגמה-גוף תלוי מהתקרה ומהקיר**

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

(3) דוגמה-מסה על מסה

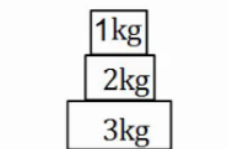
במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.



- שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

(4) דוגמה-מסה על מסה על מסה

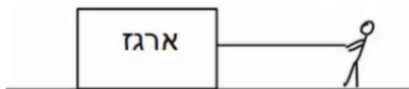
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

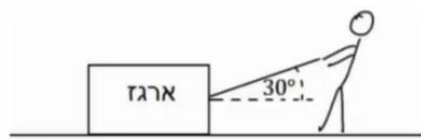


- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?
- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

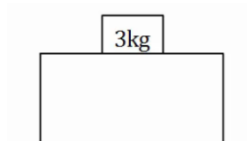
(5) דוגמה-דני מושך במקביל לקרקע

דני מושך ארגז במקביל לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה?

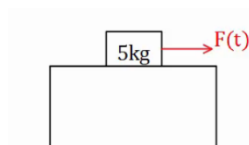


(6) ירון מושך בארגז בזווית

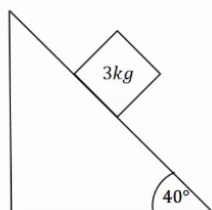
ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$. מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה?

(7) גוף על שולחן

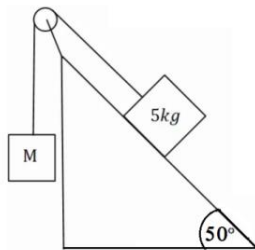
גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.
א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?
כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

(8) כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה. מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.
א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?
ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?
ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

(9) מסה בשיפוע

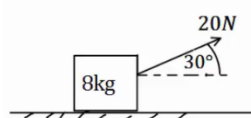
מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.9$.
א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.
ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

**(10) מסה בשיפוע ומסה באוויר**

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה. כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

(11) דוגמה-כוח בזווית 30 מעלות

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק. הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג. הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_k = 0.1$, $\mu_s = 0.2$.

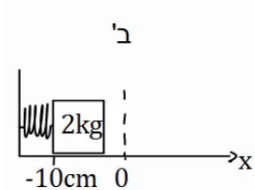
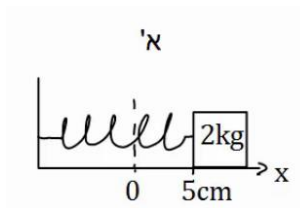
א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל נוע?
 ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?
 ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

(12) דוגמה-מרחק עצירה

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה. מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$.

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS. א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

13) דוגמה 1-קפיץ

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם

החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

14) דוגמה 2-קפיץ

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

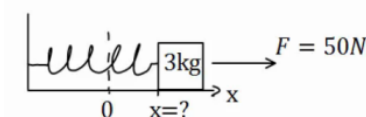
קפיץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. בין הגוף למשטח אין חיכוך.

על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.

היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום

הכוחות שווה לאפס)?

**15) דוגמה 3-קפיץ**

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ

בעל קבוע קפיץ $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. בין הגוף למשטח אין חיכוך.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

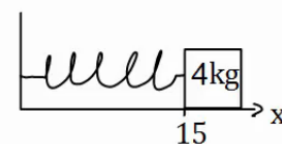
הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

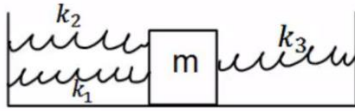
ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף

פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.



(16) מסה עם שלושה קפיצים

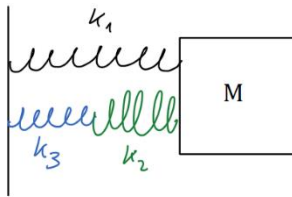
שלושה קפיצים מחוברים למסה $m = 2\text{kg}$, כפי שנראה באיור.
אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי: $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

(17) שלושה קפיצים שוב

באיור הבא, המסה $m = 4\text{kg}$ מחוברת לשלושה קפיצים בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת ב- $x = 0$.

מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא: $x = 0.2\text{m}$,

אם קבועי הקפיצים הם: $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$?

(18) כוח אופקי תלוי בזמן

כוח אופקי שגודלו $F = 2t$ פועל על גוף, כאשר הזמן t נתון בשניות והכוח F בניוטונים. מסת הגוף 2kg והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי.

מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח: $\mu_k = 0.15$, $\mu_s = 0.2$. מצא/י את:

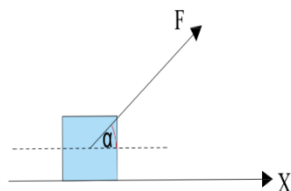
א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן $t = 0.5\text{sec}$.

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן.

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות.

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות.

(19) כוח בזווית תלוי בזמן

הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן $t = 0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח שגודלו $F = 2t$ הזמן בשניות והכוח בניוטונים.

הכוח פועל בזווית $\alpha = 37^\circ$ יחסית לציר התנועה.

מסת הגוף היא 2kg .

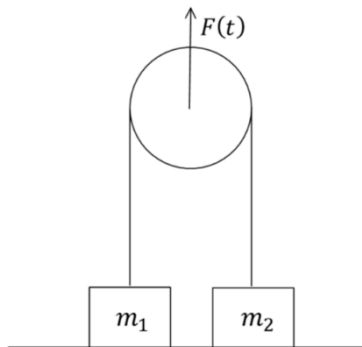
נתון כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא: $\mu = 0.2$.

לפשטות החישוב קחו: $\sin \alpha = 0.6$, $\cos \alpha = 0.8$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

א. מתי יתחיל הגוף לנוע?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לניתוקו מהקרקע?

**(20) מכונת אטווד נמשכת בכוח תלוי בזמן**

מכונת אטווד מורכבת מגלגלת וחוטים אידיאליים ושתי מסות המחוברות משני צידי הגלגלת (ראו איור). ב $t = 0$ שתי המסות מונחות על הקרקע ומתחיל לפעול כוח התלוי בזמן $F(t) = 8t^2$ ניוטון על הגלגלת כלפי מעלה.

נתון: $m_1 = 1.6 \text{ kg}$, $m_2 = 3.6 \text{ kg}$

א. באיזה זמן כל אחת מהמסות תתנתק מהרצפה?

ב. מהי מהירות המסה m_1 ב $t = 5 \text{ s}$? (הניחו שהחוטים ארוכים מאוד).

(21) זריקה משופעת עם כוחות תלויים בזמן

גוף שמסתו 2 ק"ג נזרק מהקרקע במהירות 30 מטר לשנייה ובזווית 20° מעלות מעל האופק. במהלך תנועתו פועלים על הגוף כוחות שונים עד אשר הוא פוגע בקרקע. שקול הכוחות (כולל כוח הכובד) נתון לפי

$$\vec{F}(t) = 10t^2 \hat{x} + (0.4t - 10) \hat{y}$$

א. מהו וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן?

ב. מתי יפגע הגוף בקרקע ובאיזה מרחק תהיה הפגיעה מנקודת המוצא?

(22) גוף על מישור עם כוח סינוס

גוף שמסתו m נמצא במנוחה על מישור אופקי. ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח אופקי $F(t) = A \sin(\omega t)$ כאשר $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- A הינו פרמטר נתון.

מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והמישור הוא $\mu = \frac{A}{2mg}$.

א. מתי הגוף יתחיל לנוע?

ב. מהי מהירות הגוף כתלות בזמן?

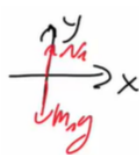
ג. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן ביחס לנקודת המוצא?

תשובות סופיות:

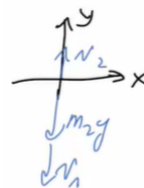
(1) $T_1 \approx 22.0 \text{ N}$, $T_2 \approx 26.9 \text{ N}$

(2) $T_2 \approx 19.6 \text{ N}$, $T_1 \approx 26.4 \text{ N}$

(3) א. מסה 3 ק"ג : מסה 2 ק"ג :



ד. 50 N



ג. 20 N

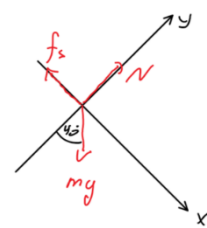
ב. 20 N

(4) א. 30N למעלה ב. 60N למעלה

(5) 40N

(6) $T \approx 41.3N$

(7) א. 12N ב. 10N

(8) א. 20N ב. $\sqrt{10} \text{ sec}$ ג.ב. $f_s \approx 19.3N$, $N \approx 23.0N$ 

(9) א.

(10) א. $M = 3.83kg$ ב. $M_{\min} = 2.87kg$, $M_{\max} = 4.79kg$ (11) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב. $t \approx 6.82 \text{ sec}$

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

(12) א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5m < 50m$ ב. לא, כי $\Delta x = 52.5m > 50m$ (13) א. גודל: $-1.25 \frac{m}{sec^2}$, הכיוון חיובי. ב. גודל: $a = 2.5 \frac{m}{sec^2}$, הכיוון חיובי.ג. $x = 8cm$ (14) $x = \frac{1}{2}m$ (15) א. $F = -2.5N$ ב. $F = 2N$ ג. סעיף א': $a = -3.13 \frac{m}{sec^2}$ סעיף ב': $a = -2 \frac{m}{sec^2}$ (16) $a = -2 \frac{m}{sec^2}$ (17) $a \approx 0.326 \frac{m}{sec^2}$ (18) א. $t = 2 \text{ sec}$ ב. $f_s = 1N$ ג. $a = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ t - \frac{3}{2} & 2 < t \end{cases}$ ד. $v(t=4) = 3 \frac{m}{sec}$ ה. $x(t=4) = 2.3m$ (19) א. $t \approx 2.17 \text{ sec}$ ב. $v(t=4) = 1.53 \frac{m}{sec}$ ג. $x = 467m$ (20) א. $t_2 = 3 \text{ sec}$, $t_1 = 2 \text{ sec}$ ב. $67.5 m/s$

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{5}{12}t^4 + 28.2t\right)\hat{x} + \left(\frac{t^3}{30} - \frac{5}{2}t^2 + 10.3t\right)\hat{y} \quad \text{א. (21)}$$

ב. זמן פגיעה 4.36sec ובמרחק 274m

$$t \approx 0.524s \quad \text{א. (22)}$$

ב. כאשר $v = 0$ $t < 0.524s$

$$t > 0.524s \quad \text{כאשר } v(t) = \frac{A}{m} \left[-\frac{1}{\omega} \cos(\omega t) - \frac{1}{2}t + 1.32 \right] \quad \text{ו-}$$

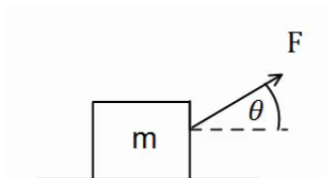
ג. כאשר $x = 0$ $t < 0.524s$

$$t > 0.524s \quad \text{כאשר } x(t) = \frac{A}{m} \left[-\frac{1}{\omega^2} \sin(\omega t) - \frac{\Sigma^2}{4} + 1.32t - 0.0724 \right] \quad \text{ו-}$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) זווית אופטימלית למשיכה



כוח F מושך ארגז בעל מסה m בזווית θ מעל האופק. מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא μ_k .

א. מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.

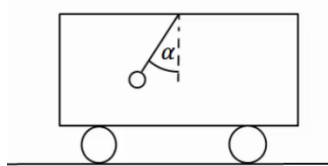
ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3.

בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את

התאוצה הגבוהה ביותר: $\theta = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.

ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

(2) מטוטלת במכונית



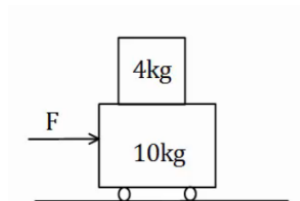
מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.

המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α , ביחס לאנך מתקרת המכונית.

א. מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון)?

ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

(3) מסה של 4 על עגלה של 10



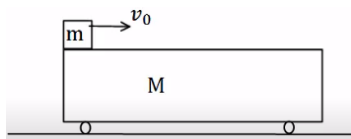
מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג. החיכוך בין העגלה למשטח זניח.

מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא $\mu_s = 0.2$.

כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה.

מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה

העליונה לא תחליק על העגלה.

**(4) מסה מחליקה על עגלה**

מסה m מונחת על עגלה בעלת מסה M , הנמצאת במנוחה.

המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.

נותנים למסה העליונה (בלבד) מהירות התחלתית v_0 .

בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

נתון: $\mu_k = 0.2$, $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $M = 12\text{kg}$, $m = 3\text{kg}$.

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.

ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

**(5) מסה צמודה למשאית**

מסה m מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.

בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון: μ_s , m .

מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

**(6) קופסה בין מדרונות**

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור

משופע בעל זווית של 45° מעלות.

הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה.

בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע

אחר בעל זווית של 30° מעלות.

הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל

מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.

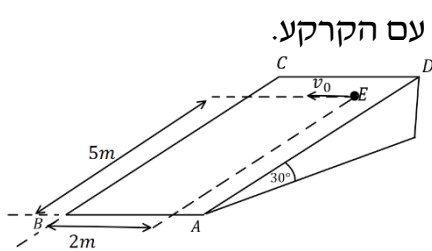
א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני?

נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד

של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח.

מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

(7) זריקה אופקית על מישור משופע

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30° מעלות עם הקרקע.

הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB

ובמרחק 2m מהצלע BC.

מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח,

במהירות התחלתית v_0 שכיוונה מקביל לצלע AB.

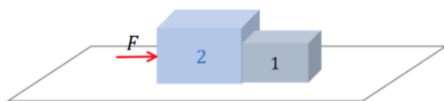
א. צייר מערכת צירים, ורשום את הכוחות הפועלים

על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.

ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?

ג. מצא את v_0 , עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.

ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- v_0 שמצאת בסעיף ג'?

(8) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח

אופקי חסר חיכוך.

מסות התיבות הן: $m_1 = 3\text{ kg}$ ו- $m_2 = 5\text{ kg}$.

כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה 1, כפי שמתואר בתרשים.

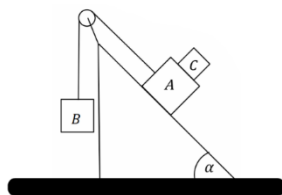
גודל הכוח הוא $F = 16\text{ N}$.

חשב את:

א. התאוצה של כל תיבה.

ב. הכוח הנורמלי $N_{1 \rightarrow 2}$, שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.

ג. הכוח הנורמלי $N_{2 \rightarrow 1}$, שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.

(9) גוף על גוף במישור משופע

גוף A בעל מסה m_A , גוף B בעל מסה m_B מחוברים

באמצעות חוט וגלגלת, כמתואר באיור.

גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית α .

גוף C בעל מסה m_C מונח על גוף A.

מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא μ_s .

א. מהי המסה המרבית של גוף B, כך שהגופים A ו-C ינועו יחדיו במעלה המישור?

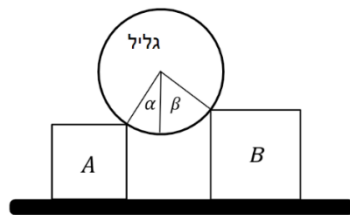
ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט, אם המסה של גוף B היא זאת

שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א'

ומקדם החיכוך הקינטי הוא μ_k ?

10 גליל על שני ארגזים



גליל אחיד, שמסתו m מונח על שני ארגזים

שמסותיהם: $m_A = m$, $m_B = 2m$.

לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך.

כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים

של הגליל, הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של: $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$

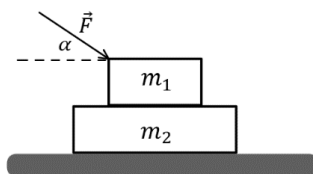
עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים: m , g .

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח,

מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

11 כוח דוחף גוף על גוף



שני גופים זהים שמסותיהם: $m_1 = m_2 = m$ מונחים

זה על גבי זה, על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור).

בין הגופים קיים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי

והסטטי הם: μ_s , μ_k .

כוח חיצוני $\vec{F}$ מופעל על הגוף העליון בזווית α מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים: F , α , m , g , μ_s , μ_k .

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

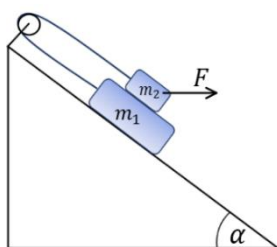
ג. מהו גודלו המקסימלי של $\vec{F}$, כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי: $\alpha = 30^\circ$, $\mu_k = 0.15$, $\mu_s = 0.2$.

מצא את תאוצת כל גוף, כאשר הכוח הדוחף הוא: $F = \frac{1}{2}mg$.

ה. חזור על סעיף ד' כאשר $F = 3mg$.

12 מסה על מסה מחוברות בגלגלת



נתונה מערכת הכוללת שני גופים: $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$.

הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית,

ומונחים על מישור משופע בעל זווית $\alpha = 30^\circ$.

מקדמי החיכוך בין הגופים הם: $\mu_k = \mu_s = 0.4$,

ומקדמי החיכוך עם המישור הם: $\mu_k = \mu_s = 0.3$.

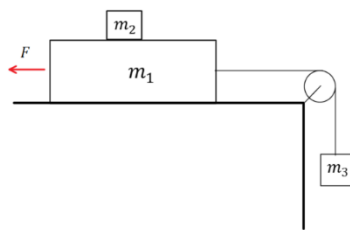
כוח אופקי F פועל על m_2 .

א. מהו ה- F המקסימלי, כך שהגופים יישארו במנוחה?

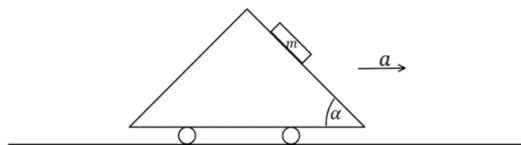
ב. אם $F = 40\text{N}$, מהי תאוצת הגופים?

(13) זמן לעלות ולרדת מדרון עם חיכוך

- גוף נזרק במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית v_0 .
 זווית השיפוע של המדרון היא θ ומקדם החיכוך בין המדרון לגוף הוא μ_k .
 א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה
 (בהנחה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)?
 ב. מה היחס בין המהירות הסופית והמהירות ההתחלתית של הגוף?

(14) גוף על גוף וכוח מושך

- במערכת שבאיור המסות נתונות.
 נתונים גם מקדמי החיכוך בין m_1 למשטח μ_{k1}, μ_{s1}
 ומקדמי החיכוך בין m_1 ל- m_2 μ_{k2}, μ_{s2} .
 הכוח F באיור מתייחס רק לסעיף ב.
 א. מהן תאוצות הגופים והמתיחות בחוט
 בהנחה ש- m_2 נעה בתאוצה יחסית ל- m_1 ?
 ב. מהו הכוח המינימאלי F שיש להפעיל בכדי שהמסות ינועו יחדיו?

(15) תיבה על מכונית משולשת

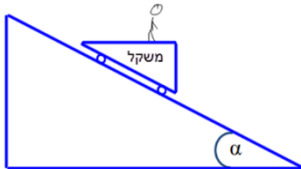
- מכונית עם זווית בסיס α נוסעת בתאוצה קבועה.
 מניחים תיבה בעלת מסה m על דופן המכונית.
 א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך
 בין המכונית לתיבה אם ידוע
 שתאוצת המכונית היא a ימינה
 והתיבה לא מחליקה על הדופן.
 ב. מהו μ_s המינימלי המאפשר מצב זה?

(16) כדור בתא מטען משופע

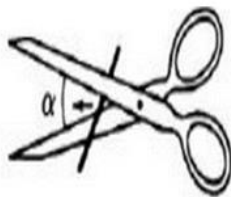
- למשאית באיור תא מטען משופע בזווית α
 ובסופו דופן אנכית.
 בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה M .
 המשאית נוסעת בתאוצה קבועה a שמאלה.
 מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.

(17) אדם על קרונית על מישור משופע*

אדם בעל מסה m עומד על משקל המחובר בצורה אופקית לקרונית. מסת הקרונית היא M ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך על פני מישור משופע בזווית α .



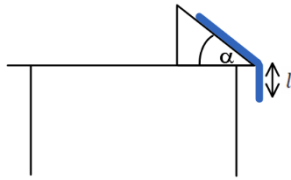
- מה מורים המאזניים?
הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאינו נע ביחס אליה.
- מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרונית על מנת שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.
- כעת הנח כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית. מה תהיה תאוצת הקרונית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרונית).
- מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?

(18) מספריים חותכות חוט**

- אדם מנסה לחתוך חוט מתכת בעזרת מספריים. החוט חופשי לנוע והוא מחליק על המספרים עד שזווית המפתח של המספרים היא α , בזווית זו המספרים מתחילות לחתוך את החוט.
- צייר את הכוחות שפועלים על החוט.
 - מצא את מקדם החיכוך בין המספרים לחוט.
 - הראה שהזווית α אינה תלויה בכוח הכובד כאשר המספרים במצב אופקי.
 - כעת, מסובבים את המספרים בזווית β סביב ציר העובר בבורג המספרים. כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחוט עולה כלפי מעלה. הראה כעת שהשינוי בזווית α הוא לפי: $\mu = \mu_0 + V\mu$ כאשר μ_0 הוא המקדם שמצאת בסעיף ב' ו- $V = -\frac{mg \sin \beta}{F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$.
- האם המספרים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

(19) חבל מחליק משולחן משופע**

חבל בעל מסה M ואורך L נמצא על מישור משופע בזווית α שנמצא על שולחן כך שחלק משתלשל מהשולחן מטה. בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי μ . בזמן $t = 0$ יש חבל באורך l המשתלשל מקצה השולחן, ונמצא במנוחה.



מהו הגובה של קצה החבל $y(t)$ מתחת לשולחן כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק העליון של המישור.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } a = \frac{F}{m}(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g \quad \text{ב. } \theta = 20^\circ \quad \text{ג. } \theta_0 \approx 16.6992^\circ \quad (1)$$

$$\text{א. גודל: } a_x = g \tan \alpha, \text{ כיוון: חיובי} \quad \text{ב. לא} \quad (2)$$

$$F = \mu_s (m_1 + m_2)g = 28\text{N} \quad (3)$$

$$\text{א. מיקום-זמן: } x_1(t) = 0 - 20t - \frac{2}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_1(t) = 20 - 2t \quad (4)$$

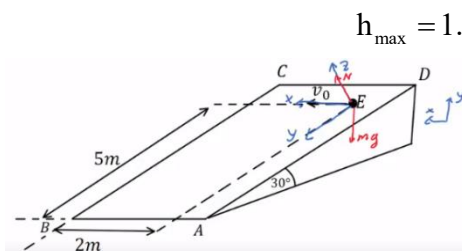
$$\text{ב. מיקום-זמן: } x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t$$

$$\text{ג. } v_2(t=8) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$a_{\min} = \frac{g}{\mu_s} \quad (5)$$

$$\text{א. } h_{\max} = 3\text{m} \quad \text{ב. } h_{\max} = 1.78\text{m} \quad (6)$$

$$\sum F_z = 0, \sum F_y = mg \sin 30^\circ, \sum F_x = 0 \quad \text{א. } (7)$$



ב. פרבולה כמו בזריקה אופקית. ג. $v_0 = \sqrt{2} \frac{m}{\text{sec}}$

ד. $v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{m}{\text{sec}}$, $v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{m}{\text{sec}}$

א. $a_1 = a_2 = 2 \frac{m}{\text{sec}^2}$ ב. $N_{1 \rightarrow 2} = 6N$ ג. $N_{2 \rightarrow 1} = 6N$ (8)

א. $m_{B_{\max}} = \frac{(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha}$ (9)

ב. $a = g[\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha]$, $T = g(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha$

ג. $a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha)g$, $a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_c \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B}$

א. $N_A = 0.732mg$, $N_B = 0.518mg$ ב. $\mu_{s_{\min}} = 0.464$ (10)

א. $a = \frac{F \cos \alpha}{2m}$ ב. $f_s = \frac{F \cos \alpha}{2}$ (11)

ג. $F_{\max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha}$ ד. $a = 2.17 \frac{m}{\text{sec}^2}$

ה. $a_1 = 22.2 \frac{m}{\text{sec}^2}$, $a_2 = 3.75 \frac{m}{\text{sec}^2}$

א. $F_{\max} = 31.05N$ ב. $a = 1.81 \frac{m}{\text{sec}^2}$ (12)

א. $t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_1 \cos \theta)} + \frac{v_0}{g \sqrt{(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}}$ (13)

ב. $\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}}$

א. $a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{k_2} m_2 g - \mu_{k_1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3}$, $a_2 = \mu_{k_2} g$ (14)

ב. $F_{\min} = m_3 g - \mu_{s_2} g(m_3 + m_2) - \mu_{s_1} (m_1 + m_2) g$

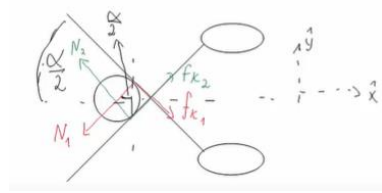
א. $f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha$ ב. $\mu_{s_{\min}} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha}$ (15)

א. $N_2 = M(a + g \tan \alpha)$ ב. $N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha}$ (16)

א. $N_2 = mg \cos^2 \alpha$ ב. $\mu_{s_{\min}} = \tan \alpha$ ג. $a_x = \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha}$ (17)

ד. $N_2 = m \left(g - \left(\frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha} \right) \sin \alpha \right)$

(18) א.



ב. $\mu_k = \tan \frac{\alpha}{2}$

ג. הוכחה.

ד. הוכחה. החוט יחתך יותר מאוחר.

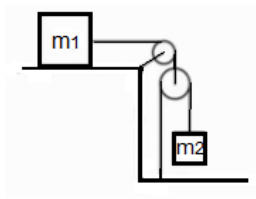
$$y(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta}{k} \right) \left(e^{\sqrt{\frac{k}{M}} t} + e^{-\sqrt{\frac{k}{M}} t} \right) - \frac{\beta}{k} \quad (19)$$

גלגלות נעות ומכפלי כוח:

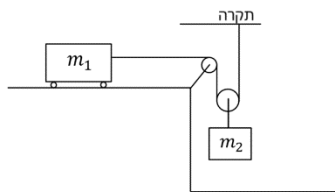
רקע:

נבטא את אורך החוט באמצעות מיקום הגופים וקבועים ונגזור.

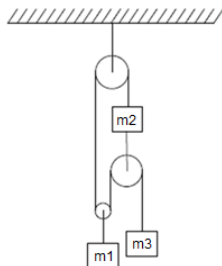
שאלות:



- (1) **גלגלות וגזירה בזמן של אורך החוט**
 במערכת הבאה מסות הגופים ידועות.
 אין חיכוך בין המסות למשטח.
 מצא את תאוצות הגופים ואת המתיחויות בחוטים.



- (2) **אחת תלויה מהתקרה ואחת על שולחן**
 במערכת הבאה המסה m_1 נמצאת על שולחן חסר חיכוך
 ומחוברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באיור.
 הגלגלות אידיאליות ו- m_2 נתונה.
 מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות
 מהשולחן או פוגעות ברצפה.



- (3) **מערכת גלגלות מסובכת**
 מצאו את תאוצת הגופים במערכת הבאה.
 מה התנאי לכך שהמסה m_3 תנוע כלפי מעלה
 אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

תשובות סופיות:

$$a_1 = \frac{2m_2g}{4m_2 + m_1} \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{m_2g}{2m_1 + \frac{m_2}{2}}, \quad a_2 = \frac{m_2g}{4m_1 + m_2} \quad (2)$$

$$a_3 < 0, \quad a_3 = \left((m_2 + m_3)(4m_2 + m_1) + 4m_2^2 \right) \quad (3)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 6 - תנועה מעגלית

תוכן העניינים

94	1. נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית.
100	2. הכוח הצנטרפוגלי.
102	3. וקטורים בתנועה מעגלית.
105	4. תרגילים מסכמים.
109	5. תרגילים מסכמים למתקדמים.

נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

רקע

- תנועה מעגלית היא תנועה על מעגל עם רדיוס קבוע.

הדרך בתנועה מעגלית	$S = \Delta\theta \cdot R$	יש להציב את הזווית ברדיאנים
גודל המהירות הקווית (speed)	$v(t) = \frac{dS}{dt}$	כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	f - התדירות T - זמן המחזור התדירות וזמן המחזור מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית	$v = \omega R$	קשר רק בין הגדלים
תאוצה רדיאלית לכיוון מרכז המעגל	$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	
הכוח	$\Sigma F_{\text{למרכז המעגל}} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$	
תאוצה זוויתית	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	
תאוצה משיקית	$a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$	
הגובה במעגל אנכי	$h = R(1 - \cos \theta)$	כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל

שאלות

(1) דוגמה-נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.
מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא: $v(t) = 4t$.

- א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).
ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?



(2) דוגמה-חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

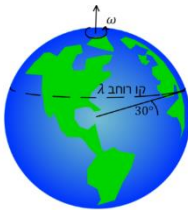
(3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה

אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30^\circ$?



(4) דוגמה-יובל מסובבת אבן

יובל קושרת אבן שמסתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.

יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעל ראשה

(כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא: $12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיחות בחוט?
הנח שכוח הכובד זניח.

(5) מסה קשורה לעמוד מסתובב

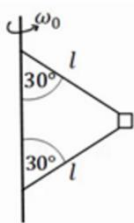
במערכת הבאה מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט המסתובב

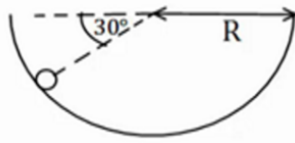
במהירות זוויתית ω_0 . אורך החוטים זהה ושווה ל- l .

הזווית של החוטים עם המוט היא 30° מעלות.

מהי המתיחות בכל חוט? בשאלה זו כוח הכובד אינו זניח.

נתונים: m, l, ω_0 .



(6) כדור בקערה כדורית

כדור קטן מונח בתוך קערה כדורית בעלת רדיוס R . מניחים את הכדור בזווית של 30° מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף. מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

(7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים

מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

(8) זווית משתנה בזמן

המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסתובב נתונה ע"י: $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$.

- א. מהי המהירות הזוויתית ב- $t = 2\text{sec}$ ו- $t = 4\text{sec}$?
- ב. מהי התאוצה הזוויתית הממוצעת בין זמנים אלו?
- ג. מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

(9) תאוצה משיקית קבועה

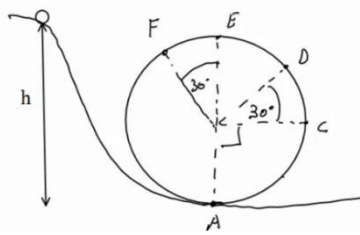
גוף נע במעגל בעל רדיוס R בתאוצה משיקית קבועה a_t וללא מהירות התחלתית. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:
 א. כפונקציה של הזמן.
 ב. כפונקציה של זווית הסיבוב.

(10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת

גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר. הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י: $s = 6t^2 + 3t$. חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

(11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים

בדוגמה של נהג המרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד. מי מפעיל כוח זה?

12) דוגמה-כדור בלופ

כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי.

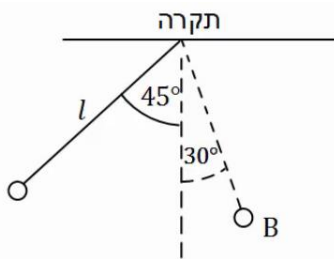
נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה. רדיוס המעגל הוא: $R = 2m$.

א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

13) כוחות במטוטלת

מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45° מעלות. אורך החוט הוא l והמסה היא m .

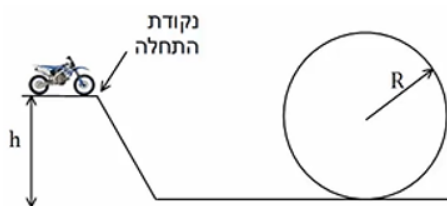
א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת

בזווית 30° מעלות? ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

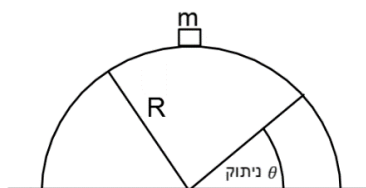
ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

14) רוכב אופנוע במעגל אנכי

רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי.

הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.

נתון: R, h .

15) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית

קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R .

הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים

ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.

מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \quad \text{א.} \quad \text{ב. } 12.5 \text{ sec}$$

$$(2) \quad \text{מחוג שניות: } 0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{מחוג דקות: } 1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\text{מחוג שעות: } 1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$(3) \quad \text{א. } 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג. } 400 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(4) \quad T = 20.16 \text{ N}, a_r = 100.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(5) \quad T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}$$

$$(6) \quad v = \sqrt{\frac{3gR}{2}}$$

$$(7) \quad \alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

$$(8) \quad \omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.}$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$(9) \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \quad \text{א.} \quad a_r = 2a_t \theta \quad \text{ב.}$$

$$(10) \quad a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4}$$

$$(11) \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2}, \text{ הכביש מפעיל כוח זה.}$$

$$(12) \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad \text{החיכוך מהכביש:}$$

$$(13) \quad \text{א.} \quad v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\text{ב.} \quad a_r = \frac{v^2}{R} \quad \text{לפי הנוסחה וכו',} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ג.} \quad a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ד.} \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$$

(14) א. $v = \sqrt{0.58gl}$ ב. $T = 1.58mg$
 ג. מהירות: $v_B = \sqrt{0.32gl}$, מתיחות: $T = mg(1.19)$
 ד. בשניהם: $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$
 (15) $\theta = 41.8^\circ$

הכוח הצנטריפוגלי

רקע

$$F_r = m\omega^2 R$$

בכיוון החוצה מהמעגל

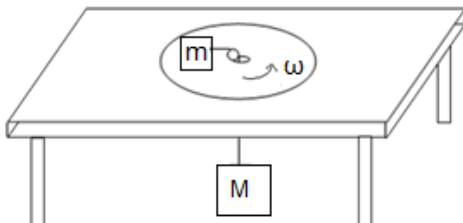
שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

שאלות

1) מסה על שולחן מסתובב

מסה m מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה ω . המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה m . בין המסה m לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא μ_s . נתון: ω, μ, m, μ_s .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימאלי שבו ניתן להניח את המסה כך שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



תשובות סופיות

$$r_{\max}^{\min} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

וקטורים בתנועה מעגלית

רקע

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

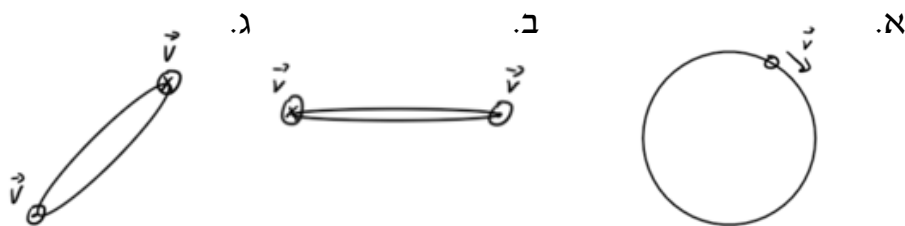
וקטורי יחידה בכיוון רדיאלי ומשיק:

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} ; \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

שאלות

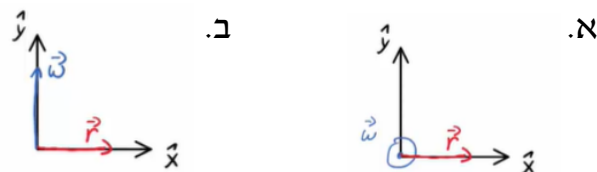
1) מציאת הכיוון של אומגה

במקרים הבאים נתון כיוונה של המהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכיוון של המהירות הזוויתית בכל מקרה:



2) תרגיל לנוסחה $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון המהירות הקווית של הגוף במקרים הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



3) תאוצה זוויתית קבועה כוקטור

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע.

התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונתונה לפי: $\vec{\alpha} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 1\hat{z}$ ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע.

המיקום ההתחלתי והמהירות הזוויתית ההתחלתית הם: $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$ במטרים ו- $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$ ברדיאן לשנייה.

מצא את גודל המהירות הקווית של הגוף ב- $t = 2 \text{ sec}$.

(4) דוגמה-וקטור המיקום של נהג המרוצים

מצא את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נהג המרוצים :
 נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר. מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא $v(t) = 4t$.

- א. מצאו את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן, ומצאו את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).
 ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

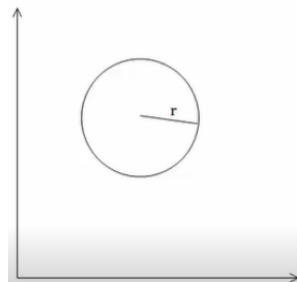
(5) תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m.

הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

נתון כי מרכז המעגל נמצא ב- (5,7) והמהירות הזוויתית היא : $\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{20 \text{ sec}}$

- א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
 ב. מצא את וקטור המהירות של הגוף כפונקציה של הזמן.
 ג. מצא את וקטור התאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
 ד. מצא את המהירות הממוצעת בין $t = 5 \text{ sec}$ ל- $t = 10 \text{ sec}$.
 ה. מצא את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המקום.
 ו. מצא את תחום הגדלים של וקטור המקום.



תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } \otimes \quad \text{ב. } \downarrow \quad \text{ג. } \wedge$$

$$(2) \quad \text{א. } \$ \quad \text{ב. } -\$$$

$$(3) \quad 63.63 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(4) \quad \vec{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y}$$

$$(5) \quad \vec{r} = \left(5 + 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right), 7 + 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \right) \quad \text{א.}$$

$$\vec{v} = \left(-3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10}, 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10} \right) \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a} = \left(-\frac{3}{5}, \frac{3}{5} \right) \quad \text{ד.} \quad \vec{a} = -\omega^2 \vec{r} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ו. } r_{\max} = 8.6 + 3, r_{\min} = 8.6 - 3$$

$$\text{ה. } \theta_{\min} = 34.5^\circ, \theta_{\max} = 74.9^\circ$$

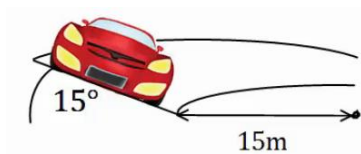
תרגילים מסכמים:

שאלות:



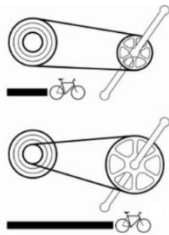
(1) מטוטלת מסתובבת אופקית

מטוטלת בעלת אורך l מסתובבת סביב ציר האנך לתקרה בזווית מפתח קבועה θ . נתון: θ, l . מצא את התדירות וזמן המחזור של הסיבוב.



(2) מכונית במחלף

מכונית נוסעת על מחלף משופע. זווית השיפוע של המחלף היא 15° מעלות. רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים. אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?



(3) הילוכי אופניים

הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

(4) שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)

מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס R מוצבת במישור אנכי. מישור משופע וחלק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשים. מציבים את בול A בגובה $2R$ ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה. נותנים ל-A דחיפה קלה ועוזבים את B ממצב מנוחה. שני הגופים מחליקים, גוף A בצידה החיצוני של המסילה ואילו גוף B משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגופים מתנתק מהמסילה. התייחסו לגופים כאל גופים נקודתיים.

א. באיזו זווית θ_1 עם ציר ה-y, יתנתק גוף A מהמסילה?

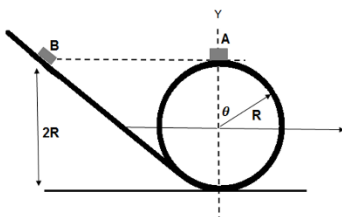
ב. באיזו זווית θ_2 יתנתק גוף B מהמסילה?

ג. אם שני הגופים מתנתקים מהמסילה בו זמנית.

מה גודל המהירות היחסית בניהם?

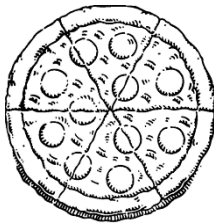
ד. מה יהיה המרחק בין הגופים לאחר הניתוק,

אחרי פרק זמן Δt (הניחו שהגופים עדיין באוויר).



(5) מציאת מיקום כפונקציה של הזמן

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס R .
 נתון שגודל המהירות של החלקיק: $V(t) = Ct^2$ כאשר C קבוע.
 מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

(6) מסובבים פיצה בתנועה מעגלית

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים: $\theta = 4t^2 + 5t$
 כאשר θ נמדדת ברדיאנים ו- t בשניות.

א. מצאו את המהירות הזוויתית של הבצק.

ב. מצאו את התאוצה הזוויתית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזיתים מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.

מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של $0.2 \frac{m}{sec^2}$.

ד. חזור על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב- $t = 1sec$ היא: $0.2 \frac{m}{sec^2}$.

(7) תאוצה משיקית קבועה

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ.

הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.

לאחר כמה זמן מתחילת התנועה התאוצה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

א. גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?

ב. שווה לתאוצה המשיקית?

(8) זווית בין משיקית לכוללת

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קווית של 2 מטר לשנייה.

א. תוך כמה זמן השלים הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה

השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

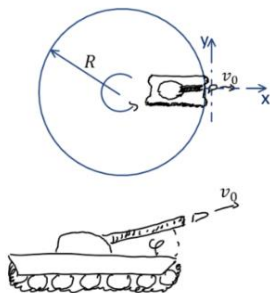
ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה לתאוצה המרכזית של הגוף?

ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

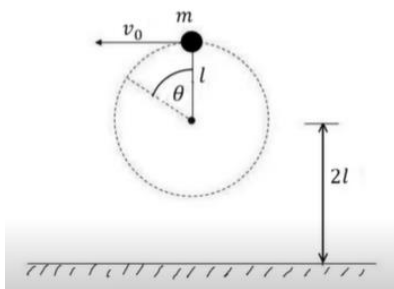
9 חמישה סיבובים

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה משיקית קבועה. הנקודה מגיעה למהירות זוויתית של $20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ לאחר 5 סיבובים. מצא את:

- התאוצה המרכזית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה השקולה של הנקודה כעבור 5 שניות.

10 טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת

- טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס R היכולה להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה להסתובב ב- $t = 0$ בתאוצה זוויתית $\ddot{\theta} = kt^2$. כעבור זמן t_0 הטנק נמצא במיקום שבאיור ויורה פגז. מהירות הלוע של הפגז היא v_0 . התותח מכיוון בכיוון הרדיאלי כלפי חוץ, ובזווית φ מעל הקרקע (במאונך למישור שבו מסתובבת הדיסקה).
- באיזה מהירות ביחס לצופה נייח יוצא הכדור מלוע הטנק?
 - באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפגז?

11 חוט נקרע במעגל אנכי גבוה

- כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l . הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה $2l$ מעל הרצפה. כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית v_0 .
- מה המהירות המינימלית v_0 הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?
 - מעניקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$, אם החוט נקרע ברגע שמתוחותו עולה על $5.25mg$ מצאו את הזווית θ שבה יקרע החוט.
 - מה המהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?
 - תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?

תשובות סופיות:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}} g R \Delta t \quad \text{ז} \quad |\vec{V}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3}} g R \quad \text{ג} \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{ב} \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{א} \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R}, y = R \sin \left(\frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5 \text{ cm} \quad \text{ג} \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad \text{א} \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \text{ז}$$

$$t \approx 0.27 \text{ sec} \quad \text{ב} \quad t \approx 0.39 \text{ sec} \quad \text{א} \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{ sec} \quad \text{ז} \quad \alpha = 87.73^\circ \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad t_1 \approx 25.1 \text{ sec} \quad \text{א} \quad (8)$$

$$S = 1 \text{ m} \quad \text{ה}$$

$$|a| \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad a_r \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א} \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi, v_y = \frac{kt_0^3 R}{3}, v_z = v_0 \sin \varphi \quad \text{א} \quad (10)$$

$$d = \left((v_0 \cos \varphi)^2 + \left(\frac{kt_0^3 R}{3} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad \text{ב}$$

$$t \approx 0.3 \text{ sec} \quad \text{ז} \quad v \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג} \quad \theta \approx 110^\circ \quad \text{ב} \quad v_{\min} = \sqrt{gl^5} \quad \text{א} \quad (11)$$

תרגילים מסכמים למתקדמים:

שאלות:

(1) נקודה על גלגל

מיקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י: $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$, $y(t) = R - R \cos(\omega t)$, כאשר R ו- ω קבועים.

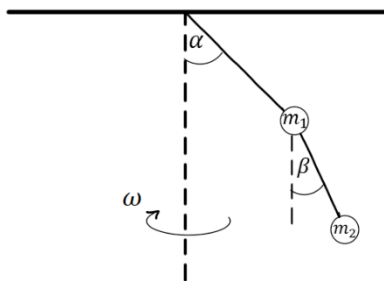
- מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמאלית.
- ציירו את מסלול הגוף.

(2) חבל עם מסה מסתובב*

נתון חבל אחיד בעל מסה m ואורך l .
 החבל קשור בקצה אחד ומסתובב במישור אופקי במהירות זוויתית ω .
 מצא את גודל המתוחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצה הקשור).
 רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משוואת תנועה על כל חתיכה.

(3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית*

גוף בעל מסה m_1 מחובר באמצעות חוט באורך l_1 לתקרה.
 גוף בעל מסה m_2 מחובר באמצעות חוט באורך l_2 לגוף הראשון.
 שני הגופים מסתובבים יחדיו בתדירות זוויתית קבועה ω סביב ציר האנך לתקרה.
 הזוויות בין החוטים לאנכים הן: α , β (ראה איור).
 א. רשום את משוואת התנועה לכל גוף.
 ב. מצא מהי הזווית α עבור המקרה בו $m_2 = 0$ ו- $m_1 \neq 0$.



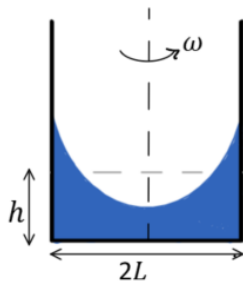
מהי תדירות הסיבוב המינימלית האפשרית?
 ג. דני ויוסי ניסו למצא את ω במקרה הכללי.
 דני הציב את גדלי המתוחות של החוטים
 במשוואת התנועה של גוף 2

$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}$$

יוסי הציב את המתוחות במשוואת התנועה

$$\text{של גוף 1 וקיבל: } \omega^2 = \frac{g}{l_1} \cdot \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

ישב את הסתירה.

**(4) מים בכלי מסתובב****

תיבה באורך $2L$ ורוחב ω כך ש- $\omega \ll L$ מכילה מים. גובה המים בתיבה הוא h . מסובבים את התיבה במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה. הנח כי המים לא נשפכים מהתיבה.

א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפני המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).

ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרחק אופקי d מהמרכז?

ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?

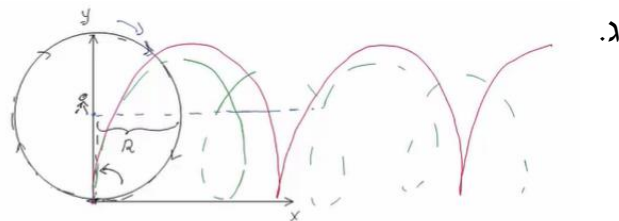
ד. מהו התנאי שתחתית התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

תשובות סופיות:

$$\vec{v} = (R\omega - R \cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R \sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$$

$$|\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1 - \cos \omega t)}}, \quad |\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1 - \cos(\omega t))}} \quad \text{ב.}$$



$$T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2) \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha, \quad \sum F_y = 0 \quad \text{גוף 1} \quad (3)$$

$$\sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta), \quad \sum F_y = m_2 g \quad \text{גוף 2}$$

$$\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g} \quad \text{א.} \quad \Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g} \quad \text{ב.} \quad y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ג.} \quad (4)$$

$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ד.}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 7 - כוח גרר וכוח ציפה

תוכן העניינים

1. תרגילים מסכמים 111
2. סיכום כוח גרר סטוקס וכוח ציפה 114
3. כוח ציפה 115
4. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן 116
5. כוח סטוקס (ללא ספר) 110

תרגילים מסכמים:

שאלות:

(1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה M נע על מישור אופקי במהירות התחלתית v_0 ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר $f = -\alpha v$, α קבוע. א. מצאו את משוואת הכוחות על הגוף. ב. מהי מהירות הגוף בכל רגע? ג. מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע $t = 0$ מיקום הגוף הוא x_0 .

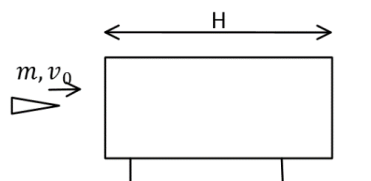
(2) רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ"שני, מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר $F = -4000\text{N} - 600 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$ פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

(3) כוח גרר ריבועי במהירות

- במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא: $F_d = kv^2$. א. מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב. זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א. ב. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה? ג. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

(4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



- קליע בעל מסה m נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי H המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע v_0 וביציאה v_1 . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית $f = -kv^3$ (קבוע). נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

- א. מצאו את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.
 ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?
 ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0^2}$?
 ד. בטאו את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

5) צוללת

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ"שני.
 ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה
 בנתון בביטוי: $\vec{F} = -(\lambda v^2) \hat{v}$, כאשר $\hat{v}$ זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.
 זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.
 נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.
 א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?
 ב. חשבו את הקבוע λ .
 ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

6) סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ"שני ומואטת על ידי כוח
 חיכוך הנתון בנוסחה: $\vec{F} = -2e^{0.5v} \hat{v}$. יחידות המידה mks, v מהירות הגוף.
 הניחו שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.
 א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?
 ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

תשובות סופיות:

$$- \mu mg - \alpha v = ma \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \left(-\mu g + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha}$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left((-\mu g)t + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left(\frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C, \quad C = x_0 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \quad \text{ג.}$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad (1)$$

$$v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad a = \frac{5}{4}g \quad \text{ג.} \quad a = \frac{3}{4}g \quad (2)$$

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m}t - \frac{1}{v_0^2}}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m}t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{kv_0} \quad (3)$$

$$v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2kt}{m}}} \quad \text{ג.} \quad \text{ד.} \quad v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2$$

$$v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3}t} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ג.} \quad \Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} \quad (4)$$

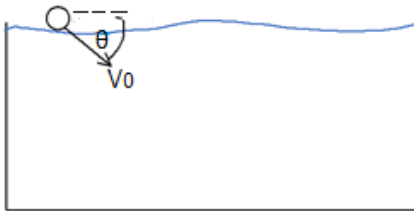
$$t = 45.9 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v\left(t = \frac{45.9}{2}\right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (5)$$

כדור נזרק לבריכה:

שאלות:

1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית v_0 בזווית θ עם פני המים. נתונים:



צמיגות המים - η .

רדיוס הכדור - R .

מהירות התחלתית - v_0 .

צפיפות המים - ρ_w .

צפיפות הכדור - ρ_b .

א. רשמו את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם $\rho_b < \rho_w$.

תשובות סופיות:

$$1) \quad \text{א. משוואות התנועה הן: } -kv_x = m \frac{dv_x}{dt} \text{ ו- } C - kv_y = m \frac{dv_y}{dt}$$

$$\text{כאשר: } k = 6\pi\eta R, \quad C = (\rho_b - \rho_w)g \frac{4\pi R^3}{3}, \quad m = \rho_b \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\text{ב. } v_{y \text{ final}} = \frac{C}{k}, \quad v_{x \text{ final}} = 0$$

$$\text{ג. } y_{\max} = \frac{mC}{k^2} \left[\frac{v_0 k}{C} \sin \theta - \ln \left(\frac{C}{C - kv_0 \sin \theta} \right) \right]$$

כוח ציפה

רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

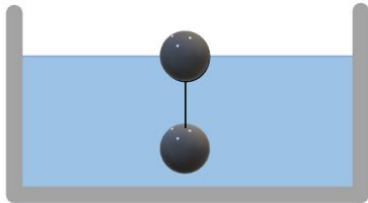
$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

שאלות

(1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה $V = 20 \text{ c.m}^3$ קשורים בחוט זה לזה. מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.



המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.

א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

תשובות סופיות

(1) א. $m_1 = 24 \text{ gr}$, $m_2 = 6 \text{ gr}$. ב. $\rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$, $\rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$

כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל

R - רדיוס הכדור

שאלות



1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.

נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא: $\vec{F} = -k\vec{v}$.

א. מצאו את משוואת התנועה של הצנחן.

ב. מצאו את המהירות הסופית.

ג. מצאו את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } mg - kv_y = ma_y \quad \text{ב. } v_{yfinal} = \frac{mg}{k} \quad \text{ג. } v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 8 - עבודה ואנרגיה

תוכן העניינים

117	1. שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה
121	2. חישוב עבודה לכוח לא קבוע
123	3. חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית
124	4. נקודת שיווי משקל
126	5. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות
128	6. הספק ונצילות
131	7. תרגילים מסכמים
135	8. תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית

שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה

רקע

עבודה של כוח קבוע :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

הערות :

1. העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
2. אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין עבודה כוללת לאנרגיה קינטית :

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

אנרגיה קינטית

כוח משמר :

1. **העבודה שמבצע הכוח אינה תלויה במסלול.** היא תלויה רק בנקודה בה התחיל הגוף ובנקודה בה סיים הגוף את התנועה.
2. העבודה במסלול סגור מתאפסת.

$$W_c = -\Delta U$$

3. יש לו אנרגיה פוטנציאלית

$$U_g = mgh$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

$$U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית

כאשר x הוא ההתארכות של הקפיץ ממצב רפוי ו- k הוא קבוע הקפיץ

$$E = E_k + U$$

אנרגיה (מכאנית) כללית :

U היא סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של הכוחות הלא משמרים

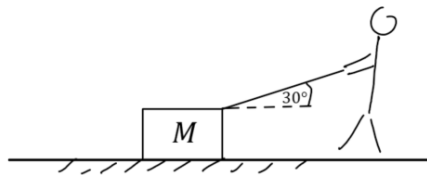
חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

שאלות

(1) אדם מושך ארגז

אדם מושך ארגז שמסתו $M = 5\text{kg}$ באמצעות חבל ובזווית 30° מעלות ביחס לקרקע. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$. האדם מושך את הארגז לאורך שני מטרים. הכוח שמפעיל האדם הוא 80N .



- מהי העבודה שביצע האדם?
- מהי העבודה שביצע כוח החיכוך?
- מהן העבודות שביצעו כוח הכובד והנורמל מהמשטח?
- מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הארגז?

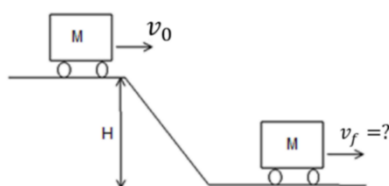
(2) מהירות הארגז

בדוגמה הקודמת, אדם מושך ארגז, חשב את מהירות הארגז לאחר שהאדם משך אותו 2 מטרים אם ידוע שהוא התחיל ממנוחה.

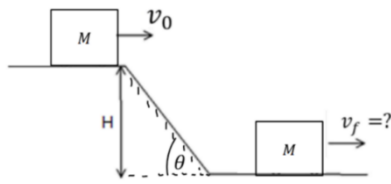
(3) חישוב עבודה של כוח הכובד

אבן בעלת מסה 2kg נופלת מגג בניין בגובה 10 מטרים. חשבו את העבודה שביצע כוח הכובד על האבן עד הפגיעה בקרקע. חשבו פעם אחת באופן מפורש דרך המכפלה הסקלרית ופעם נוספת דרך האנרגיה הפוטנציאלית.

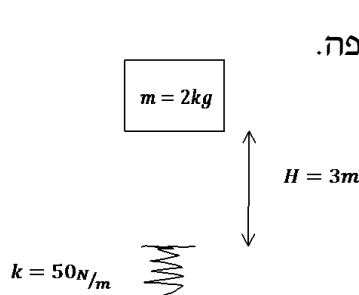
(4) עגלה במדרון



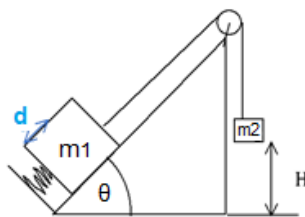
- עגלה נעה על משטח ללא חיכוך.
- העגלה מתחילה במעלה המדרון בגובה H עם מהירות התחלתית v_0 .
- מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון.
- נתונים: v_0 , H .

**(5) קופסה במדרון עם חיכוך**

קופסה יורדת במדרון משופע בעל זווית θ . הנח כי מהירות הקופסה במעלה המדרון היא v_0 וגובה ההתחלתי הוא H . מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון. הנח שהחיכוך הוא רק על החלק המשופע של התנועה. נתונים: v_0 , θ , μ_k , H .

(6) מסה נופלת על קפיץ

קפיץ חסר מסה, בעל קבוע קפיץ של $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, מחובר לרצפה. משחררים ממנוחה מסה של $m = 2 \text{ kg}$ הנמצאת בגובה 3 מטר מעל הקפיץ. א. מצא את הכיוון המקסימאלי של הקפיץ. ב. מה הגובה המקסימאלי אליו תגיע המסה לאחר הפגיעה בקפיץ.

(7) שתי מסות מחוברות, מדרון וקפיץ

מסה m_1 נמצאת על מדרון משופע בזווית θ . המסה מונחת על קפיץ בעל קבוע קפיץ k המכווץ ב- $\Delta x = d$. אל המסה קשור חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר למסה m_2 הנמצאת בגובה H מעל הרצפה. המערכת משוחררת ממנוחה. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2 . נתון:

$$m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$H = 3 \text{ m}, k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\theta = 30^\circ, d = 30 \text{ cm}$$

תשובות סופיות

$$(1) \quad W = 139 \text{ J} \quad \text{א.} \quad W_{fk} = -4 \text{ J} \quad \text{ב.} \quad W_N = W_g = 0 \quad \text{ג.} \quad W_T = 135 \text{ J} \quad \text{ד.}$$

$$(2) \quad V_F \approx 7.35 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(3) \quad W_C = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cos \alpha = 200 \text{ J} \quad , \quad W_C = -\Delta U = -(U_F - U_i) = 200 \text{ J}$$

$$(4) \quad V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

$$(5) \quad V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH(1 - \mu_k \cot(\theta))}$$

$$(6) \quad \Delta x = 2 \text{ m} \quad \text{א.} \quad mgH = mgh \quad \text{ב.}$$

$$(7) \quad V = 5.745 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

חישוב עבודה לכוח לא קבוע

רקע

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

צריך גם משוואה של המסלול

שאלות

1) חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח: $\vec{F} = xx + yxy$ בין הנקודה $A(0,0)$ לנקודה $B(2,4)$:

- דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.
- דרך מסלול המקביל לציר ה- x עד לנקודה $C(2,0)$ ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה- y עד לנקודה B .
- דרך המסלול $y = x^2$.
- דרך המסלול $x(t) = 2t$, $y(t) = 4t^2$.

2) כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח: $\vec{F} = zx^2\hat{x} + xzy\hat{y} + 2yz\hat{z}$.

- חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה $A(1,2,3)$ עד לנקודה $B(2,3,5)$ כאשר המסלול יוצא מ- A במקביל לציר ה- Y עד לנקודה $C(1,3,3)$ ולאחר מכן מ- C במקביל לציר ה- Z ועד לנקודה $D(1,3,5)$ ולאחר מכן מהנקודה D במקביל לציר ה- X עד לנקודה B .
- חשב את העבודה של הכוח מהנקודה $A(0,0,-1)$ עד הנקודה $B(4,4,5)$ לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות: $x(t) = 2t$; $y(t) = t^2$; $z(t) = 3t - 1$.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} & \text{ב. } W_{A \rightarrow B} = 18 \\ \text{ג. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} & \end{array}$$

$$\text{ד. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5}$$

$$(2) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } 26.67 \text{ J} & \text{ב. } 128 \text{ J} \end{array}$$

חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית

רקע

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \cdot U$$

שאלות

- (1) חישוב עבודה מתוך אנרגיה פוטנציאלית
 על גוף מסוים פועל כוח משמר המתאים לאנרגיה הפוטנציאלית
 הבאה: $U(x, y) = 2x^2 - 6y^3$.
 מצא את העבודה אותה צריך לבצע על מנת להביא את הגוף מהנקודה $(1, 0)$
 אל הנקודה $(2, 3)$.

תשובות סופיות

$$W_{\text{ext}} = 156\text{J} \quad (1)$$

נקודת שיווי משקל:

רקע

נקודת שיווי משקל $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

שיווי משקל יציב - $U_x'' > 0$

שיווי משקל רופף - $U_x'' < 0$

שיווי משקל אדיש - אנרגיה קבועה

אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף - חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

שאלות:

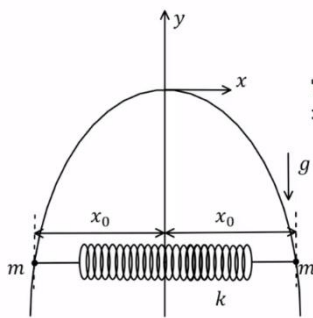
1) שעון תלוי



- שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצהו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר. א. מצאו באילו מצבים השעון יהיה בשיווי משקל וקבעו עבור כל מצב איזה סוג שיווי משקל הוא. ב. חזרו על סעיף א' אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדיין יכול להסתובב סביב המסמר).

2) אנרגיה פוטנציאלית בשיווי משקל

האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הפונקציה הבאה: $U = (x-4)^2 + x^3$. מצאו את נקודת שיווי המשקל ומיינו אותה לסוגים הרלוונטיים.



- (3) **קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף**
 תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה: $y = -Ax^2$ כאשר A קבוע נתון. על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה m , אחד בכל צד. קפיץ אופקי בעל קבוע k ואורך רפוי l מחבר בין החרוזים (ראה איור). חשבו את המרחק האופקי x_0 של כל חרוז מציר ה- y במצב של שיווי משקל. הניחו כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותו הגובה. הדרכה: כתבו ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כפונקציה של x בלבד.

תשובות סופיות:

- (1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב- 180° שיווי משקל רופף. ב. השעון בשיווי משקל אדיש.
- (2) $U''(x_1) = 6 \cdot \frac{4}{3} + 2 > 0$, נק' מינימום $\Leftarrow$ ש.מ. יציב.
- $U''(x_2) = -2 \cdot 6 + 2 < 0$, נק' מקסימום $\Leftarrow$ ש.מ. רופף.
- (3)
$$x_0 = \frac{kl}{2k - 2mgA}$$

ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

שאלות:

(1) נקודה הכי ימנית

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר x בהשפעת כוח יחיד הנגזר מהאנרגיה הפוטנציאלית: $U(x) = 2x^4 - 36x^2$.

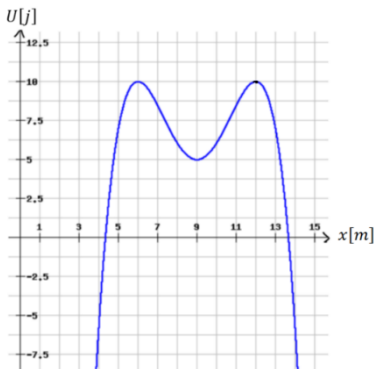
נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודה בה $x = -1.5\text{m}$ מהירותו שווה ל- $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזור על סעיף א', אם ערך המהירות היה: $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

(2) גמל דו דבשתי

כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כתלות במיקומו:



א. שרטטו באופן איכותי את הגרף של הכוח כתלות במיקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הכדור אם

הוא משוחרר מ- $x = 7\text{m}$ ממנוחה.

ג. מהי המהירות המינימלית שצריך לתת לכדור במצב של סעיף ב' על מנת שהכדור יגיע לאינסוף?

ד. מהן נקודות שיווי המשקל?

מיינו אותן לפי יציבותן וציינו מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.

(3) שני גופים בפוטנציאל אקספוננציאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה- x ונתונים להשפעת הפוטנציאל: $U(x) = Axe^{-Bx^2}$ כאשר A, B הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסוים גוף אחד נמצא ב- $x=0$ והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב- $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$ והאנרגיה שלו

היא: $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$. היכן ייפגשו הגופים? (בחר את התשובה הנכונה):

א. בתחום $-\sqrt{\frac{1}{B}} \leq x \leq 0$.

ב. הגופים לא ייפגשו אף פעם.

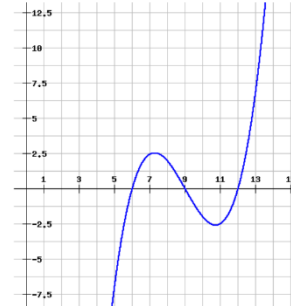
ג. בנקודה $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$.

ד. ב- $x=0$.

תשובות סופיות:

(1) א. $x = -1.202\text{m}$ ב. $x = 6.81\text{m}$

(2) א.



ב. מתחיל בתאוצה בכיוון החיובי עד $x = 9\text{m}$ ואז מתחיל להאט עד $x = 11\text{m}$
 שם עוצר רגעית ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.

ג. 2 מטר לשנייה.

ד. $x = 6\text{m}$ לא יציבה, $x = 9\text{m}$ יציבה, $x = 12\text{m}$ לא יציבה.

(3) א'.

הספק ונצילות

רקע

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

הספק ממוצע: W - העבודה

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

הספק רגעי: F - הכוח ו- v היא מהירות הגוף

$$\eta = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

נצילות:

כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו in מציין את שכל מה שמושקע.

שאלות

(1) כמה עולה להפעיל מזגן

כמה עולה להפעיל מזגן שההספק שלו 1 כוח סוס למשך שעה אחת?
יש לבדוק את תעריף חברת החשמל.

פירוט החיובים / הדיכויים

חשבון דו-חודשי

מספר חשבון חוזה: XXXXXXXXXX

חשבון לתקופה מ- 13/01/2020 עד 15/03/2020

גבאי מני

חיוב בגין צריכה מחח"י (לא כולל מע"מ)									
קריאות מונה מספר XXXXXXXXXX גורם הכפלה: 1									
תעריף	סוג קריאה	תאריך קריאה		ימים לחיוב	קריאה נוכחית	קריאה קודמת	צריכה בקו"ש	מחיר לקו"ש באגרות	סה"כ בש"ח
		נוכחית	קודמת						
ביתי	רגילה	15/03	12/01	63	47387	46267	1120	44.84	502.21
סה"כ							1120		502.21
סה"כ בגין צריכה							1120		502.21 ש"ח

(2) מכונית מאיצה מ-0 ל-100

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות.
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

(3) אופנוע נוסע במהירות קבועה כנגד התנגדות אוויר

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש.

כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.

מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

(4) **נצילות של 40 אחוז בדוגמה של המכונת המאיצה**
 בדוגמה "מכונת מאיצה מ-0 ל-100" מה ההספק של המנוע אם הנצילות שלו היא 40%?

(5) **הספק ממוצע לשנות מהירות**
 איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונת בעלת מסה של 2 טון, כדי לשנות את מהירותה מ- $9 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ל- $27 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בתוך 4sec?
 מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

(6) **רכבת צעצוע חשמלית**
 רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ-10 קרונות.
 הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד.
 שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד.
 כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.
 א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה אם התחילה לנוע ממנוחה?
 ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחשבת בסעיף א'?
 ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.
 ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.
 ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים) על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



(7) **הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן**
 כוח יחיד פועל על גוף שמסתו 4kg, הכוח פועל בכיוון התנועה והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t) = 2 + 3t + t^2$ ביחידות m.k.s.
 א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?
 ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t = 2 \text{ sec}$?

תשובות סופיות

- (1) 45 אגורות.
- (2) א. $\Delta E_k \approx 385,800 \text{ J} = W_{\Sigma \vec{F}}$ ב. $p = 51.7 \text{ HP}$
- (3) $p = 11.18 \text{ HP}$
- (4) 135 כ"ס.
- (5) $F = 2500 \text{ N}$, $\bar{p} = 16.76 \text{ HP}$
- (6) א. $\Delta t = 3.5 \text{ sec}$ ב. $E_{k_1=100 \text{ J}} = E_{k_2}$ ג. $W_{1 \rightarrow 2} = 600 \text{ J}$
- ד. $W_{3 \rightarrow 2} = 1200 \text{ J}$ ה. $p = 97.7 \text{ W}$
- (7) א. $W = 144 \text{ J}$ ב. $p(t=2) = 56 \text{ W}$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) קפיץ יורה כדור

הלוע של רובה צעצוע מורכב מקפיץ בעל קבוע k ובוכנה בעלת מסה m_1 .

בטעינה דוחפים כדור בעל מסה m_2 ודורכים את הקפיץ.

הכיווץ של הקפיץ הוא d .

ברגע הירי הקפיץ משוחרר ממנוחה.

א. באיזה רגע הכדור מנתק מגע מהבוכנה?

ב. מהי מהירות הכדור ברגע הזה?



2) כוח כפונקציה של מיקום, קפיץ וחיכוך*

מסה m נמצאת על מישור אופקי לא חלק ומחוברת לקפיץ בעל קבוע k .

החל מ- $t = 0$ פועל על המסה כוח התלוי במיקום: $\vec{F}(x) = (30x^2 - 4x)\hat{x}$.

כל היחידות בשאלה הן יחידות סטנדרטיות.

ב- $t = 0$ המסה נמצאת בראשית עם מהירות התחלתית v_0 והקפיץ רפוי.

נתונים: $m = 2\text{kg}$, $k = 10\frac{\text{N}}{\text{m}}$, $\mu_k = 0.3$, $v_0 = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

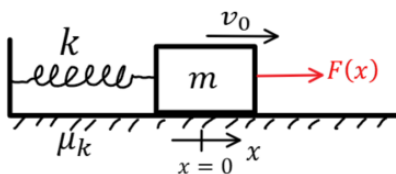
א. רשמו ביטוי לתאוצת המסה כתלות במיקום $a(x)$, הנח כי התנועה תמיד

בכיוון החיובי.

ב. מצאו את המיקום בו התאוצה של המסה מתאפסת.

ג. מהי העבודה שביצע הכוח מתחילת התנועה ועד אשר $x = 0.5\text{m}$?

ד. מהי המהירות של המסה כאשר מיקומה $x = 0.5\text{m}$?



(3) כוח כפונקציה של זמן במישור משופע*

מסה $m = 5\text{ kg}$ נמצאת על מישור משופע לא חלק.

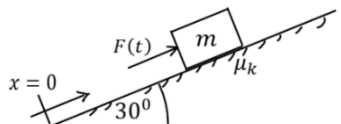
על המסה פועל כוח התלוי בזמן $F(t)$ שדוחף אותה במעלה המישור.

מהירות המסה ידועה והיא נתונה לפי הפונקציה: $v(t) = 3t^2 + 2t$.

מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$ ונתון כי: $x(t=0) = 0$.

כל היחידות הן יחידות סטנדרטיות.

זווית המישור היא 30° מעלות.



א. (1) היכן נמצא הגוף ב- $t = 2\text{ sec}$?

(2) מהו גודל הכוח F ברגע זה?

ב. מהו מיקום הגוף כאשר תאוצתו היא: $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף ברגע של סעיף ב'?

ד. מהי עבודת הכוח F מרגע $t = 0\text{ sec}$ ועד ל- $t = 3\text{ sec}$?

(4) קופסה מחליקה על מקטעים ישרים*

קופסה משוחררת ממנוחה ומתחילה להחליק לאורך מסלול שאינו ידוע,

אך מורכב מקטעים ישרים בלבד.

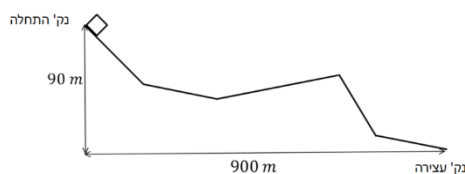
בין הקופסה למשטח עליו היא מחליקה קיים

חיכוך והקופסה נעצרת בנקודה

המרוחקת 900 m אופקית ו- 90 m מתחת

לנקודה בה התחילה.

חשבו את מקדם החיכוך, לא חסרים נתונים.

**(5) שרשרת על גלגלת**

שרשרת בעלת מסה M ואורך L מונחת על גלגלת

אידאלית התלויה מהתקרה.

השרשרת מונחת כך שרבע מהשרשרת בצד אחד של

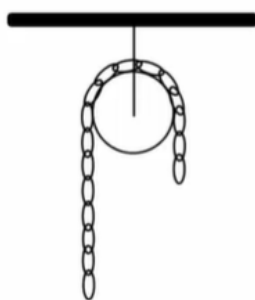
הגלגלת ושאר השרשרת בצד השני.

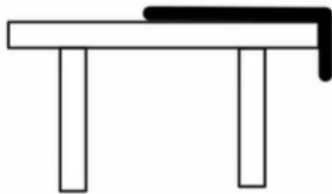
הנח שהחלק על הגלגלת עצמה זניח.

המערכת משוחררת ממנוחה.

מצאו את מהירות השרשרת ברגע שהקצה האחרון

שלה עובר את הגלגלת.





6) חבל מחליק משולחן אנרגיה ומשוואת תנועה*

חבל באורך L ומסה M מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך d נשמט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה.

א. רשמו את האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית במהלך החלקת החבל.

ב. השתמשו בשימור אנרגיה ומצאו את משוואת התנועה של החבל.

ג. השתמשו במשוואת התנועה ומצאו את מהירות החלקת כל החבל מהשולחן למטה.

7) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי

$$\vec{F} = a(2x + 4y)x + b(4x - 2y)y$$

א. מצא תנאי על a ו- b כך שהכוח יהיה משמר.

ב. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל

המתואר ע"י: $\vec{r} = R \cos \theta x + R \sin \theta y$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(R, 0)$.

ג. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה

המתוארת ע"י: $\vec{r} = d \cos \theta x + k \sin \theta y$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(d, 0)$.



8) חוט מושך שתי מסות מחוברות בחוט**

חוט חסר מסה באורך $2L$ מחבר שתי מסות הנעות במישור אופקי ללא חיכוך.

כוח אופקי קבוע ונתון מושך את החוט במרכזו, בכיוון מאונך לחוט.

הנח שהמסות מתנגשות ונדבקות בהתנגשות. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. בנקודת הרפיון של הקפיץ.} \quad \text{ב. } V = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1 + m_2}}$$

$$(2) \quad \text{א. } a_{(x)} = 15x^2 - 7x - 3 \quad \text{ב. } x = 0.738\text{m} \quad \text{ג. } W = 0.75\text{J}$$

$$\text{ד. } V = 4.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(3) \quad \text{א. (1) } x = 12 \quad (2) F = 103.7\text{N} \quad \text{ב. } x = 2\text{m} \quad \text{ג. } E_k = 62.5\text{J}$$

$$\text{ד. } W = 3935\text{J}$$

$$(4) \quad 0.1$$

$$(5) \quad V = \sqrt{\frac{3gL}{8}}$$

$$(6) \quad \text{א. } E = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{M}{2}g\frac{y^2}{2} \quad \text{ב. } \cancel{g} = \frac{gy}{L}$$

$$\text{ג. } V(y=L) = \sqrt{\frac{g}{L}(L^2 - d^2)}$$

$$(7) \quad \text{א. } \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow a = b \quad \text{ב. } W = R^2(0 - 4a\pi + 4b\pi) \quad \text{ג. } W = k \cdot d(0 - 4a\pi + 4b\pi)$$

$$(8) \quad \Delta E = F \cdot l$$

תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית:

שאלות:

(1) תנאי להשלים סיבוב עם החיכוך במישור משופע

גוף בעל מסה m מחליק על גבי מסילה המתוארת באיור.

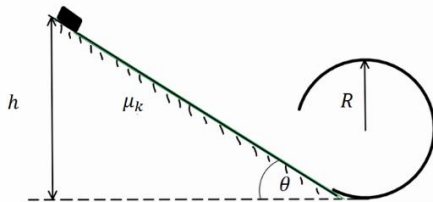
מקדם החיכוך בין הגוף למישור המשופע הוא μ_k .

זווית המישור היא θ .

החלק המעגלי חסר חיכוך.

מצא את h הנמוך ביותר עבורו הגוף ישלים

סיבוב בחלק העגול.



(2) שני חרוזים על טבעת מתרוממת*

טבעת בעלת רדיוס R ומסה M תלויה מהתקרה

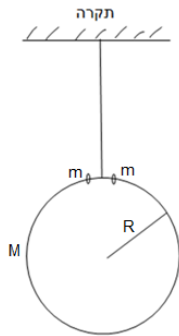
באמצעות חוט. מניחים בקצה העליון של הטבעת שני

חרוזים בעלי מסה m זהה.

החרוזים מתחילים ליפול ממנוחה לשני צדי הטבעת.

מצא את היחס בין המסות הדרוש על מנת שהטבעת

תתרומם במהלך נפילת הכדורים.



(3) מסה מסתובבת על שולחן ונמשכת למרכז*

מסה m נעה על שולחן חסר חיכוך בתנועה מעגלית ברדיוס R ובמהירות v_0 .

חוט קשור אל המסה הולך למרכז השולחן ועובר דרך גלגלת אידיאלית וחור בשולחן.

מושכים את החוט כך שהמסה מתקרבת למרכז.

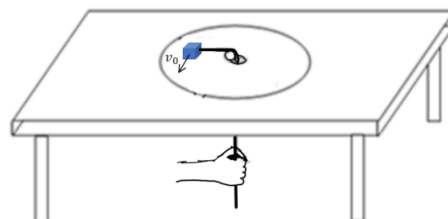
א. מהי המהירות הזוויתית כתלות ב- r (המרחק ממרכז הסיבוב).

השתמשו בשיקולי כוחות בלבד. רמז: אין כוחות בציר $\hat{\theta}$.

ב. הוכיחו שהעבודה שהושקעה במשיכת החוט עד לרדיוס R_2 כלשהו הקטן

מ- R זהה לשינוי באנרגיה הקינטית של המסה.

בסעיף זה ניתן להניח שהמהירות הרדיאלית קבועה.



תשובות סופיות:

$$h_{\min} = \frac{2.5R}{1 - \frac{\mu_k}{\tan \theta}} \quad (1)$$

$$\frac{m}{M} \geq \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\omega(r) = \frac{v_0 R}{r^2} \text{ א.} \quad (3) \quad \text{ב. הוכחה.}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 9 - מתקף ותנע

תוכן העניינים

1.	מהו תנע והחוק השני של ניוטון	(ללא ספר)
2.	מתקף	137
3.	חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים	139
4.	סוגי התנגשויות	140
5.	שימור תנע בהתנגשויות קצרות	142
6.	סיכום ומקדם תקומה	143
7.	התנגשויות קצרות ללא שימור תנע	144
8.	תרגילים ישנים	145
9.	תרגילים מסכמים	148

מתקף ותנע:

רקע

התנע של גוף:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

המתקף של כוח:

$$\vec{J} = \int \vec{F} dt$$

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$$

שאלות:

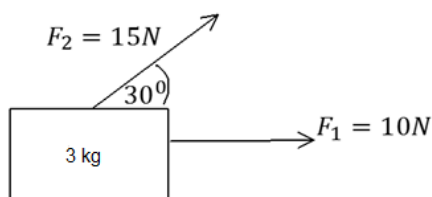
(1) דוגמה לחישוב מתקף

שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון. זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות. מהי מהירות הכדור לאחר הבעיטה?



(2) דוגמה 2- שני כוחות על גוף

נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם. על הגוף פועלים הכוחות כמתואר בציר במשך זמן של 0.5 שניות.



א. מצא את המתקף שמפעיל כל כוח.

ב. מצא את המתקף השקול הפועל על הגוף.

ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פעולת הכוחות אם התחיל ממנוחה.

(3) מתקף של כוח ממוצע דוגמה

כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה.

הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה המהירות.

א. חשב את המתקף שפעל על הכדור.

ב. מי מפעיל את המתקף הנ"ל?

ג. חשב את הכוח הנורמאלי הממוצע שמפעיל הקיר אם זמן הפגיעה

הוא 0.2 שניות.

תשובות סופיות:

$$V_f = \frac{5\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$\vec{J}_1 = 5\text{N} \cdot \text{sec} \hat{x}, \quad |\vec{J}_2| = 7.5\text{N} \cdot \text{sec} \quad (2)$$

$$V_x = \frac{11.5}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad V_y = \frac{3.75}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J} = \Delta \vec{P} = -4\text{N} \cdot \text{sec} \hat{x} \quad (3)$$

$$\vec{N} = -20\text{N} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad \text{ב. הכוח הנורמלי.}$$

חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

רקע

אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה לחוק שימור התנע עבור שני גופים:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

שאלות:

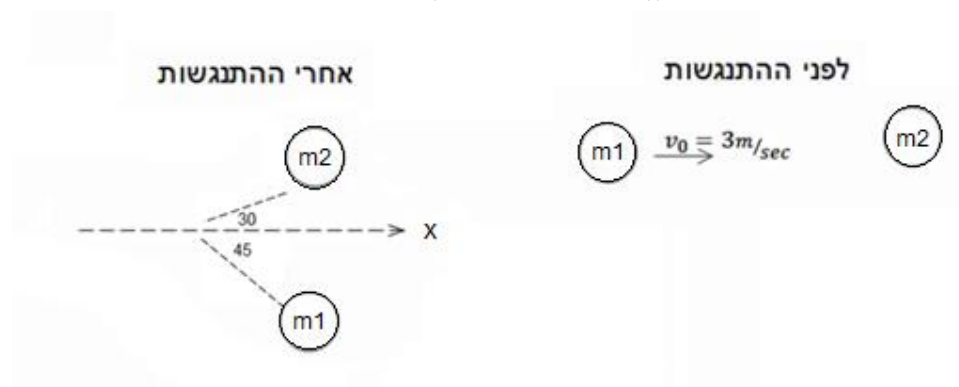
(1) דוגמה לשימור תנע

כדור בעל מסה m_1 ומהירות V_0 , פוגע בכדור שני בעל מסה m_2 . לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה-x וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחת לציר ה-x.

נתון: $m_1 = 3\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $V_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מצא את גודל מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. מצא את המתקף שפעל על כל גוף.



תשובות סופיות:

(1) א. $V_1 = 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_2 = 3.29 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $\vec{J}_1 = -5.71 \text{N} \cdot \text{sec} \hat{x} - 3.29 \text{N} \cdot \text{sec} \hat{y}$, $\vec{J}_2 = -\vec{J}_1$

סוגי התנגשויות:

רקע

סוג ההתנגשות	התנגשות אלסטית	התנגשות אי-אלסטית
תכונות	שימור תנע ושימור אנרגיה $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$	רק שימור תנע $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
מקרים מיוחדים	התנגשות חזיתית $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$ התנגשות חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות כשאחד הגופים במנוחה כל האנרגיה עוברת לגוף השני (הגוף הפוגע נעצר) התנגשות שאינה חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות כשאחד הגופים במנוחה זווית בין המהירויות היא 90 מעלות	התנגשות פלסטית הגופים נעים יחד לאחר ההתנגשות $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$ דוגמאות: קליע שנתקע בבול עץ, שני כדורים שנדבקים רתע הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות $(m_1 + m_2) \vec{v} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$ דוגמאות: קליע שנורה מרובה, פיצוץ

שאלות:

(1) פיזור

כדור מספר 1 בעל מסה m ומהירות V_0 מתנגש אלסטית בכדור מספר 2 בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. הזווית של כדור מספר 2 עם ציר ה- x היא 45° . מצא את הזווית של כדור מספר 1 לאחר ההתנגשות.



תשובות סופיות:

$$\theta = 71.56^\circ \quad (1)$$

שימור תנע בהתנגשויות קצרות:

שאלות:

(1) זיקוק מתפוצץ

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע.
ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלושה חלקים שווים בגודלם.
משך זמן הפיצוץ הוא: 0.5sec .
מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא: $50 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ומהירות החלק השני

היא: $20 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} - 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{y} + 50 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{z}$.
מהי מהירות החלק השלישי?

תשובות סופיות:

$$\vec{u}_3 = 70\hat{x} - 25\hat{y} + 50\hat{z} \quad (1)$$

סיכום ומקדם תקומה:

רקע

מקדם תקומה:

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$$

מסמל את מידת האלסטיות של גופים בהתנגשות.

שאלות:

(1) דוגמה עם מקדם תקומה

גוף בעל מסה m נע במהירות V על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה.
נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8 .
מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

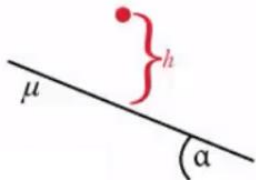
תשובות סופיות:

$$u_2 = 0.45V, u_1 = -0.35V \quad (1)$$

התנגשויות קצרות ללא שימור תנע:

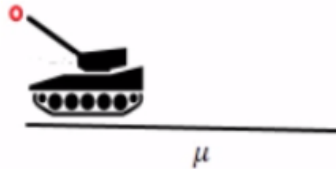
שאלות:

(1) התנגשות קצרה במדרון



כדור בעל מסה m נופל אל מדרון לפי המתואר בשרטוט. נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדרון לאחר הפגיעה. מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.

(2) טנק וחיכוך קינטי



טנק בעל מסה M יורה פגז בעל מסה m בזווית α מעל האופק במהירות V . הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון. מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?

תשובות סופיות:

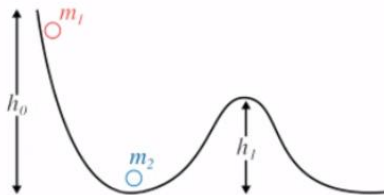
$$u_p = \frac{m\sqrt{2gh} \sin \theta - \mu m\sqrt{2gh} \cos \theta}{m} \quad (1)$$

$$u = \frac{mv \cos \alpha - \mu mv \sin \alpha}{M} \quad (2)$$

תרגילים ישנים:

שאלות:

(1) גובה למעבר מכשול לשני כדורים



כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בשרטוט.
מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור
משוחרר על מנת ששני הכדורים יעברו את
המכשול כאשר:

- ההתנגשות פלסטית.
- ההתנגשות אלסטית.
- (אין צורך לפתור את המשוואות).

(2) מהירות למעבר מכשול לשני כדורים



בשאלה זו אין צורך לפתור את המשוואות.
שני כדורים מונחים כמתואר בשרטוט.
מה צריכה להיות המהירות ההתחלתית המינימלית של הכדור הימני על מנת
שהכדור השמאלי יעבור את המכשול:

- בהתנגשות פלסטית.
- בהתנגשות אלסטית.
- כעת נתון כי המסה השמאלית כבדה
פי 100 מהמסה הימנית.
בהינתן שההתנגשות אלסטית,
מה צריכה להיות המהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:
- הכדור השמאלי יעבור את המכשול השמאלי.
- הכדור הימני יעבור את המכשול הימני.

(3) לא אלסטי לא פלסטי



שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח
ללא חיכוך. יורים את המסה הימנית
במהירות 10 שמאלה.
נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטית/אי פלסטית.
מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה
אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

(4) יחסי מסות בהתנגשות אלסטית

שני כדורים מונחים על שולחן.

הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית.

תאר את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים :

א. מסת הכדורים שווה.

ב. מסת הכדור השמאלי כפולה פי 100 מזו של הימני.

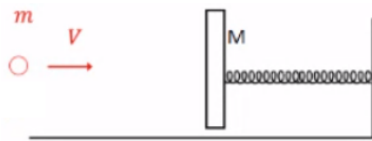
ג. מסת הכדור הימני כפולה פי 100 מזו של השמאלי.

(5) קליע לקפיץ בלי חיכוך

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.

מהו הכיוון המקסימלי?

(אין חיכוך בשאלה).


(6) רתע באקדח

אקדח בעל מסה M יורה קליע בעל מסה m במהירות V.

מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?

כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?


(7) תנע לבעיטה בכדור

כדורגלן מניף את רגלו לעבר כדור.

מסת הכדור m ומסת הרגל M והפגיעה אלסטית.

א. מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת

שהכדור יצא לדרכו אל השער במהירות U?

ב. פרשני ספורט רבים נוהגים לומר כי על דשא רטוב

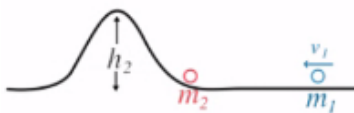
הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?


(8) מהירות למעבר מכשול בפלסטי

מהי המהירות המינימלית שצריך לתת למסה

הימנית על מנת שלאחר התנגשות פלסטית

הגוף יעבור את המכשול?

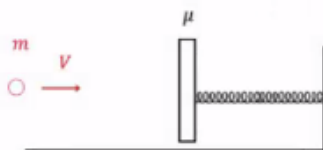

(9) קליע לקפיץ עם חיכוך

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים

המופיעים בשרטוט.

מהו הכיוון המקסימלי בקפיץ,

אם נתון מקדם החיכוך בין המסה M לרצפה?

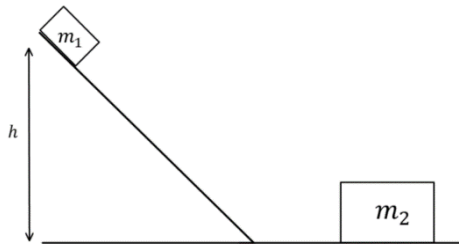


תשובות סופיות:

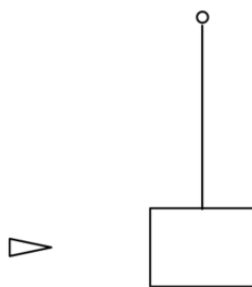
$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \text{א. } \frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \quad \text{ב. } \frac{1}{2}u_2^2 = gh_1 \\
 (2) \quad & \text{א. } gh_2 = \frac{1}{2}u^2 \quad \text{ב. } \frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \quad \text{ג. } \frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \\
 & \text{ד. } \frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \\
 (3) \quad & u_1 = 100 - u_2, \quad 0 = 2u_2^2 - 200u_2 + 9950 \\
 (4) \quad & \text{ראה סרטון.} \\
 (5) \quad & \frac{1}{2}(m+M)u^2 = \frac{1}{2}k\Delta^2 \\
 (6) \quad & V_2 = -\frac{m}{M}V, \quad E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \\
 & P \Rightarrow MV_1 = Mu_1 + mu \\
 (7) \quad & \text{א. } E \Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + \frac{1}{2}mu^2 \quad \text{ב. לא.} \\
 & P \Rightarrow MV_1 = (m_1 + m_2)u \\
 (8) \quad & E \Rightarrow \frac{1}{2}\{m+M\}u^2 = (m+M)gh \\
 (9) \quad & \frac{1}{2}(m+M)u^2 + (m+M)g \cdot \mu \cdot \Delta \cdot \cos(180) = \frac{1}{2}k\Delta^2
 \end{aligned}$$

תרגילים מסכמים:

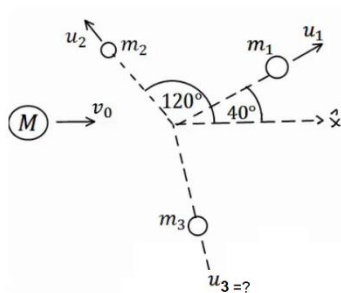
שאלות:



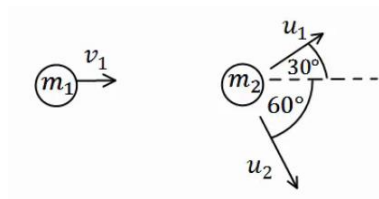
- (1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה
גוף בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה על
מדרון משופע בגובה $h = 1\text{m}$.
בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5\text{kg}$.
הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו
למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות
אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשון
בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.



- (2) קליע חודר מטוטלת בליסטית
בול עץ בעל מסה 2kg קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.
קליע בעל מסה 5gr נע במהירות $v_1 = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ פוגע
בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני
במהירות $u_1 = 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?



- (3) פצצה
פצצה בעלת מסה $M = 13\text{kg}$ נעה באוויר במהירות
קבועה $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע מסוים, הפצצה מתפוצצת
לשלושה חלקים קטנים יותר.
מסת החלק הראשון היא: $m_1 = 4\text{kg}$ והוא נע
במהירות $v_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 40° ביחס לכיוון המקורי.
מסת החלק השני היא: $m_2 = 2\text{kg}$ והוא נע במהירות $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 120°
ביחס לכיוון המקורי.
מסת החלק השלישי היא: 7kg .
מצא את מהירות החלק השלישי.

(4) איבוד אנרגיה

כדור בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ ומהירות $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

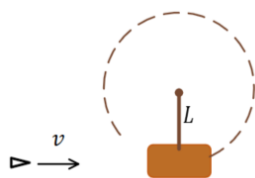
מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3\text{kg}$ הנמצא במנוחה.

לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נע בכיוון 30°

מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית 60° מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

(5) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)

בול עץ בעל מסה M תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח

חסר מסה באורך L . המוט ביחד עם בול העץ יכולים

להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).

יורים קליע בעל מסה m במהירות אופקית v לעבר בול העץ.

הקליע חודר את הבול ויוצא מצידו השני במהירות v_f .

יחד עם הקליע יוצאת גם חתיכה מהעץ (במהירות הקליע) ובמסה של 5 אחוז

ממסת בול העץ.

מהי המהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי

(שימו לב שהמוט קשיח)?

(6) אדם יורד מכדור פורח

אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באוויר.

משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ומסתו של הכדור פורח

(ללא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור).

האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת

באמצעות החבל כלפי מטה.

א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר

לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי המהירות של

הכדור פורח (גודל וכיוון)?

ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצע

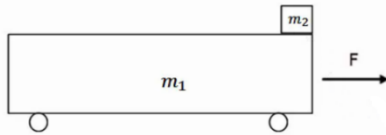
(לפני שהוא מגיע לקרקע)?

(7) מסה על קרונית ואיבוד אנרגיה

נתון כוח F קבוע המושך עגלה בעלת מסה m_1 ללא חיכוך.

מעל העגלה נמצאת מסה m_2 ובין המסות יש חיכוך.

נתון: $\mu_s, \mu_k, F, m_1, m_2$.



א. מה הכוח F המקסימאלי עבורו המסה העליונה תחליק ביחס לתחתונה?

נניח כי הכוח F גדול מזה שחישבת בסעיף א'.

נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן T נתון והמסה העליונה אינה נופלת מהתחתונה.

ב. מה הכוח F המקסימאלי?

ג. מהי תאוצת הגופים, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן T ?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בזמן הזה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגופים (ב- $t > T$) בהנחה שהמסה העליונה עדיין לא נופלת.

(8) מסה על שני קרונות

נתונים שני קרונות על משטח חלק.

הקרון הימני במנוחה והקרון השמאלי נע לעברו במהירות v .

על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עד הקרון.

מקדם החיכוך בין המסה לקרון הימני נתונה.

בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן $t = 0$ הקרון השמאלי פוגע בקרון הימני

ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).

א. מתי תעבור המסה לקרון הימני?

ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון הימני?

ג. מהי תאוצת הקרון הימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?

ד. האם סעיף ב' וג' תואמים בתשובותיהם?

**(9) מסות שומרות תנע ונדבקות לקיר**

המסה m מונחת על גבי הקרונית M (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד במהירות v על גבי משטח

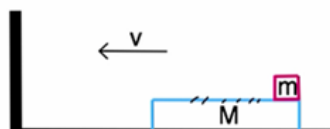
חלק לעבר קיר. התנגשות בקיר אלסטית.

מקדם החיכוך בין המסות הוא μ .

א. מה תהיה מהירות המסה M לאחר זמן

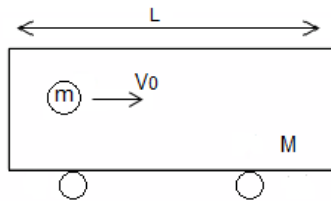
רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה m .

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה M קטנה מהמסה m .



(10) כדור בקרונית

כדור בעל מסה m ומהירות v_0 נע בתוך קרונית בעלת מסה $M = \alpha m$ ואורך L . הכדור מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות אלסטית. (אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



א. מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות?

בדוק עבור: $\alpha = 0, 1, \infty$.

ב. כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

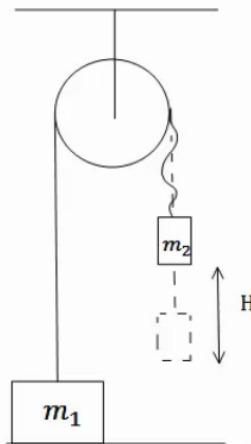
(11) שתי מסות על גלגלת וחוט רפוי

שתי מסות m_1, m_2 תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.

המסה m_1 נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה m_2 תלויה באוויר.

מרימים את מסה m_2 גובה H נוסף כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

א. מצא את מהירות המסה m_2 לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתח.



ב. כעת החוט נמתח. הנח שהחוט אינו אלסטי,

כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל

המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי

(והוא אינו רפוי כמו בסעיף א').

מצא את השינוי הכולל בתנע של שתי המשקולות

(בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתח לבין הקטע

מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).

ג. מצא את המתקף שהפעילה התקרה על הגלגלת

בזמן מתיחות החוט.

ד. לאיזה גובה תעלה m_1 בהנחה ש- $m_1 > m_2$ ו- m_2

אינה פוגעת ברצפה.

ה. מהו המתקף שמפעילה התקרה על הגלגלת מהרגע $t = 0$

ועד לרגע בו m_1 הגיעה לשיא הגובה?

(12) מסה מתנגשת במשאית ונופלת

מסה m מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך L

ומסה $5m$. המסה נוסעת במהירות v לכיוון שמאל

והעגלה נייחת.

נתון כי ההתנגשות בין המסה לבין העגלה היא

התנגשות אלסטית.

לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסה מהעגלה?

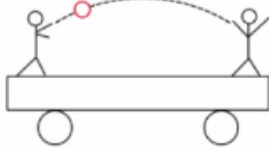


(13) רתע בתוך עגלה

בתוך עגלה ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת הקרון.

מסת האנשים והקרון M ואורך הקרון L .

האדם זורק כדור בעל מסה m במהירות v אל עבר חברו.



א. מה תהיה מהירות העגלה והאנשים שעליה לאחר זריקת הכדור?

ב. מה תהיה מהירות העגלה לאחר שהחבר יתפוס את הכדור?

ג. כמה זמן הכדור ישהה באוויר?

ד. מהו המרחק אותו עברה העגלה במהלך זמן זה?

ה. תאר מה יקרה אם החבר ימסור חזרה את הכדור לחברו.

(14) אדם הולך על עגלה (מכיל תנועה יחסית)

אדם בעל מסה M עומד על עגלה בעלת מסה m .

האדם מתחיל ללכת במהירות v_R ביחס לעגלה.

מצא את מהירות האדם והעגלה ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלה לרצפה.

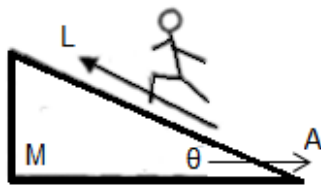
(15) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)*

אדם שמסתו m רץ במעלה רמפה משופעת בזווית θ .

מסת הרמפה היא M , והיא מונחת על מישור חלק.

האדם מתחיל ממנוחה והזמן הדרוש לו בכדי לעבור

דרך שאורכה L על פני הרמפה הוא T .



א. מהי תאוצת האדם ביחס לרמפה?

ב. עקב הריצה נהדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה A יחסית לקרקע.

בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה A .

ג. כמה זזה הרמפה ימינה בזמן T ?

(16) כדור עולה על מדרון משולש

מדרון משולש בעל גובה $h = 3m$ חופשי לנוע

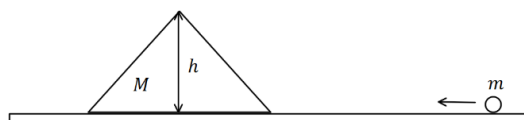
מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).

מסת המדרון היא: $M = 15kg$.

מגלגלים כדור בעל מסה $m = 5kg$

על המשטח לכיוון המדרון.

התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.



א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור

(ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי המהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

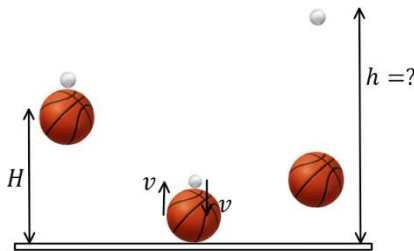
ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

(17) מסה מחליקה בין שני טריזים

גוף בעל מסה m מחליק על שני טריזים זהים בעלי מסה M כל אחד. המעבר מהטריז למשטח האופקי הוא חלק, המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנוע על השולחן (ראו סרטוט). לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטריז השני אם גובהו ההתחלתי הוא h ?

**(18) כדור גולף על כדורסל**

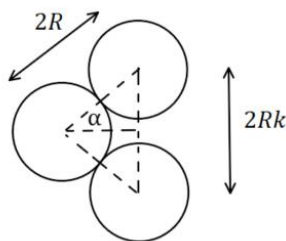
כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H = 1.5\text{m}$. משחררים אותם ליפול ממנוחה. מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות. מסת כדור הגולף היא: $m = 46\text{gr}$ ומסת הכדורסל היא: $M = 624\text{gr}$.

**(19) התנגשויות אלסטיות זהה בכל המערכות**

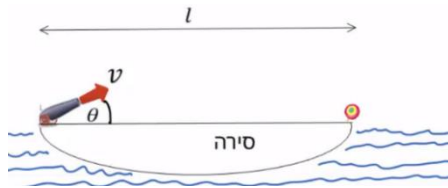
במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים m_1 ו- m_2 היא E_k . מצאו את האנרגיה הקינטית של הגופים במערכת אינרציאלית אחרת הנעה במהירות v_0 ביחס למערכת המקורית. השתמשו בתוצאה שקיבלתם והראו כי אם במערכת מסוימת ההתנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

(20) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה M ורדיוס R כל אחת. הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות v ומתנגשת התנגשות אלסטית בזמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באיור. המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי $2Rk$ כאשר $1 \leq k \leq 2$.



- מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית α שבאיור?
- עבור אילו ערכים של k הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?

**(21) סירה יורה פגז על מטרה בקצה השני**

סירה באורך l נמצאת על מים שקטים, בקצה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצה הימני נמצאת מטרה. התותח יורה פגז צעצוע בזווית θ ובמהירות v ביחס לקרקע.

מסת הפגז היא m ומסת הסירה היא M .

מצא את המהירות v הדרושה בשביל לפגוע בדיוק במטרה (הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה).

(22) שרשרת מחליקה משולחן

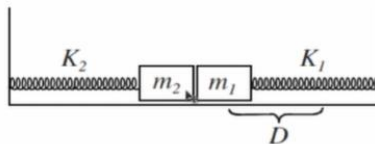
שרשרת בעלת אורך l ומסה m מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חציה עדיין מונח על השולחן.

א. מה תהיה מהירות השרשרת ברגע הניתוק?

מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך μ

קיים בין השרשרת לשולחן.

(23) שתי מסות ושני קפיצים

מסות מתחילות ממנוחה כבשרטוט.

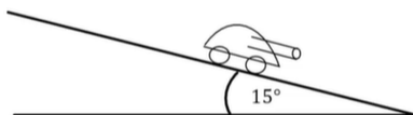
המסה הימנית נמתחת מרחק D ימינה ומשוחררת.

כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה

ושתיהן ממשיכות יחד.

א. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ השמאלי?

ב. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?

(24) טנק יורה פגזים ועולה במדרון**

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא

ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית

של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח

של 2 שניות בין הירי הראשון לשני.

מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות

לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון.

הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח.

מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?

תשובות סופיות:

$$0.18\text{m} \quad (1)$$

$$0.028\text{m} \quad (2)$$

$$u = 155 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$Q = 8.27\text{J}, \text{ ב. לא אלסטית, } u_1 = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 3.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$v_{\min} = \left[(m + 0.05M) v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{m} \quad (5)$$

$$0.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ כלפי מעלה. ב. } 0 \quad (6)$$

$$F \leq \mu_s g (m_1 + m_2) \quad \text{ב. תאוצה: } a_1 = \frac{F}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \mu_k g, a_2 = \mu_k g \quad (7)$$

$$\text{מהירות: } v_1(t) = a_1 t, v_2(t) = a_2 t, \text{ מיקום: } x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2, x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$u_f = \frac{F \cdot T}{m_1 + m_2} \quad \text{ד. } E = F \cdot \frac{1}{2} a_1 T^2 - \left(\frac{1}{2} m_2 v_2^2(T) + \frac{1}{2} m_1 v_1^2(T) \right) \quad \text{ג.}$$

$$\tilde{u} = \frac{v \left(m + \frac{M}{2} \right)}{M + m} \quad \text{ב. } t = \frac{2l}{v} \quad (8)$$

$$M \cdot v \cdot \left(m + \frac{M}{2} \right) = (m + M) \cdot M \cdot \frac{v}{2} + (m + M) \cdot mg \mu \cdot \tilde{t}, a = \frac{mg \mu}{M} \quad \text{ג. } \text{ד. כן.}$$

$$\tilde{u} = \frac{v(M - m)}{M + m} \quad \text{ב. שלילי. } \tilde{u} = \frac{v(M - m)}{M + m} \quad \text{א. חיובי.} \quad (9)$$

$$u_1 = -v_0, u_2 = 0 : \alpha = \infty, u_1 = 0, u_2 = v_0 : \alpha = 1, u_1 = v_0, u_2 = 2v_0 : \alpha = 0 \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$t = \frac{L}{u_2 - u_1} \quad \text{ב.}$$

$$J_{\text{ceiling}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \hat{y} \quad \text{ג. } \Delta P_{\text{Total}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \quad \text{ב. } v_2 = \sqrt{2gH} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$J_{\text{Totalceiling}} = 0 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} + \frac{m_1 (m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} \sqrt{32gH} \quad \text{ה. } h = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \sqrt{\frac{H}{2g}} \quad \text{ד.}$$

$$t = \frac{L}{v} \quad (12)$$

$$L = t \cdot (v - u) \quad \text{ג. } mv + Mu = (m + M) \cdot 0 \quad \text{ב. } 0 = mv + Mu \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$x = u \cdot t \quad \text{ד. ה. ראה סרטון.}$$

$$u_2 = \frac{mv_R}{m + M}, u_1 = \frac{-Mv_R}{m + M} \quad (14)$$

$$x_{ramp}(T) = \frac{m}{m+M} L \cos \theta \quad \text{ג.}$$

$$a_{p_x} = \frac{2L}{T^2} \cos \theta - A \quad \text{ב.}$$

$$a'_p = \frac{2L}{T^2} \quad \text{א. (15)}$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}}, u_2' = -2\sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$u = \sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = 8.94 \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{א. (16)}$$

$$h'_{\max} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2} \quad \text{(17)}$$

$$h \approx 12.3m \quad \text{(18)}$$

$$E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 \quad \text{(19)}$$

$$u_1 = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad \text{א. (20)}$$

$$\text{ב. קדימה: } \sqrt{2} < k \leq 2, \text{ במקום: } k = \sqrt{2}, \text{ אחורה: } 1 \leq k < \sqrt{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{gL}{1 + \frac{m}{M} \sin 2\theta}} \quad \text{(21)}$$

$$v = gl \left(\frac{3-\mu}{4} \right) \quad \text{ב.}$$

$$v = \sqrt{\frac{3}{4} gl} \quad \text{א. (22)}$$

$$\text{(23) ראה סרטון.}$$

$$x(t=5.82) \approx 60m \quad \text{(24)}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 10 - הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון

תוכן העניינים

1. חוק קולון וסופרפוזיציה 157
2. התפלגות מטען רציפה 161

חוק קולון וסופרפוזיציה:

רקע:

חוק קולון :

הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו

$$\vec{F} = \frac{kq_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{kq_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \quad r = |\vec{r}|$$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב :

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

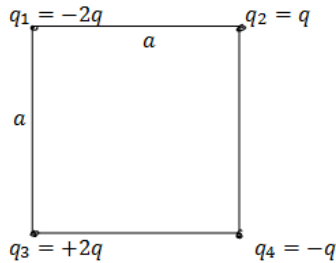
הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא עצמו יוצר)

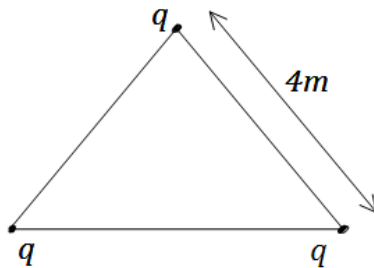
שאלות:

(1) מטען בפינת ריבוע



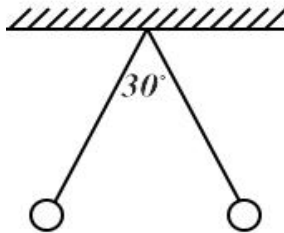
חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט. q ו- a נתונים.

(2) מטענים בקודקודי משולש



שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות. גודל כל מטען הוא $q = 2\mu\text{C}$ ואורך צלע המשולש היא 4m . מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

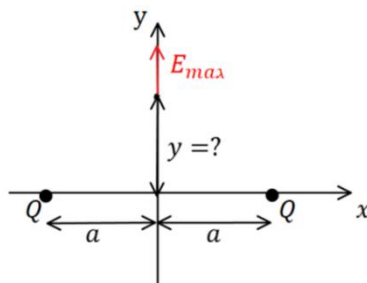
(3) שני כדורים תלויים



שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L . הזווית בין החוטים היא 30° מעלות. מצא את מטען הכדורים.

(4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

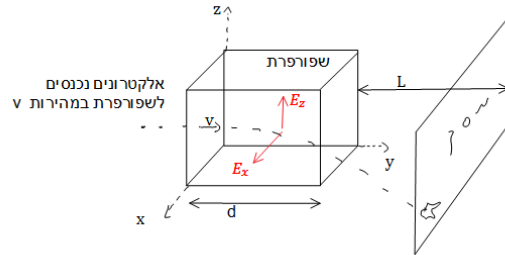
שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$.
א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0, y)$ שבה השדה החשמלי מקסימאלי.



ב. מה גודל השדה בנקודה זו?
ג. באיזה נקודה השדה מקסימאלי בציר ה- z ?

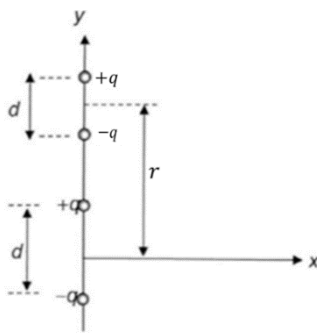
(5) שפופרת טלויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
 בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
 אורך השפופרת הוא d .
 חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפופרת.
 הנח כי $d \ll L$ וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.

**(6) דיפול מפעיל כוח על דיפול**

דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$

הנמצאים בנקודות $\left(0, \pm \frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).



א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול

בנקודה $(y, 0)$ שעל ציר ה- y .

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את

הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף

שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה

מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו

במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש- $r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r \gg d$?

הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית

$$\text{החזקה: } (1+x)^n \approx 1+nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 \dots +$$

תשובות סופיות:

$$\frac{kq^2}{a^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad (1)$$

$$3.897 \cdot 10^{-3} \text{ N} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{mg}{k}} \tan(15^\circ) L^2 (2 - \sqrt{3}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{ג.} \quad \frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$z \approx \frac{|e|E_z d \cdot L}{mv^2}, \quad \frac{|e|E_x d \cdot L}{mv^2} \quad (5)$$

$$\vec{E}(y) = kq \left[\frac{1}{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2} \right] \hat{y} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{F} = kq^2 \left[\frac{2}{r^2} - \frac{1}{(r+d)^2} - \frac{1}{(r-d)^2} \right] \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{F} = -\frac{6d^2 kq^2}{r^4} \hat{y} \quad \text{ג.}$$

התפלגות מטען רציפה:

רקע:

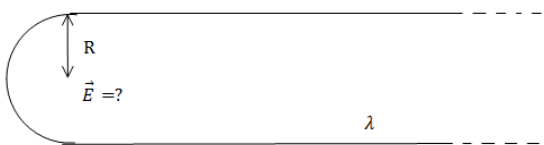
במקרים של חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כאשר ds , dl ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. יש לרשום את הביטוי של האלמנטים לפי הקואורדינטות שאיתם עובדים בבעיה (ראו נושא קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים במבוא המתמטי)

שאלות:



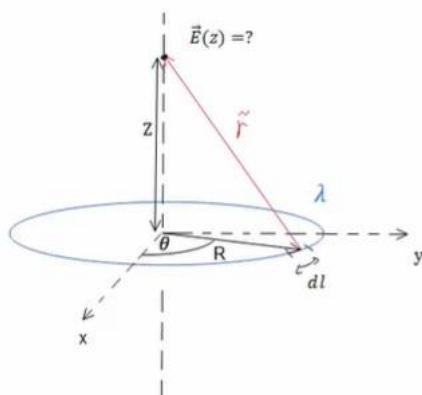
(1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף

תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען

ליחי אורך λ מכופף לחצי מעגל

בעל רדיוס R.

מצא את השדה במרכז חצי המעגל.



(2) שדה של טבעת ודיסקה

נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען

ליחידת אורך λ .

א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R

הטעונה בצפיפות מטען ליחידת

אורך λ לאורך ציר הסימטריה של

הטבעת.

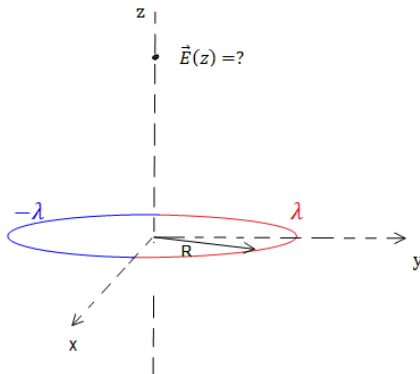
ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה

ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ

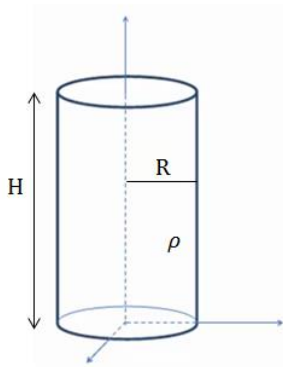
לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.

(3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R .
חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות
מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה
של הטבעת.

**(4) שדה של גליל מלא**

גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען
אחידה ליחידת נפח ρ .
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל
(בתוך ומחוץ לגליל).

**(5) טבעת עם צפיפות לא אחידה**

טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה
התלויה בזווית עם ציר ה- x .

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$$

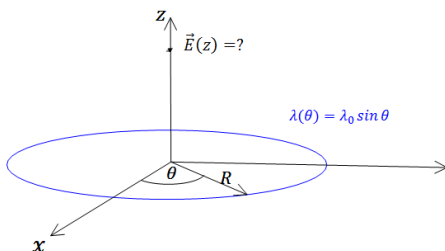
λ_0 , R קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

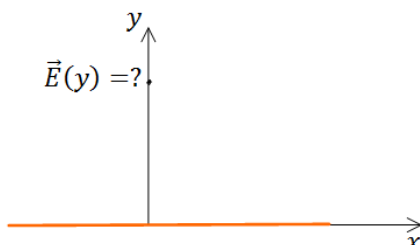
ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על
ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

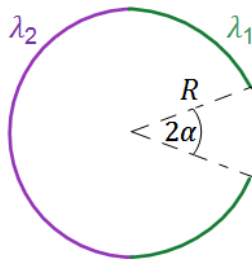
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z \gg R$.

איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

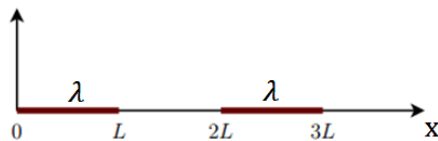
**(6) שדה של תיל סופי**

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q
המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר
המאונך לתיל והעובר במרכזו.

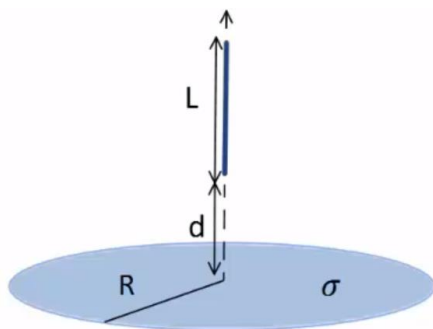


(7) שדה של טבעת עם חלק חסר

במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימנית טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלית טעון בצפיפות מטען λ_2 .
 לחציה הימנית חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α .
 מצא את השדה במרכז הטבעת.

(8) כוח של מוט על מוט

שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ .
 שני המוטות מונחים על ציר ה- x כפי שנראה בציור.
 מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

(9) כוח של מוט על דסקה

במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ . מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).
 המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ .
 מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

(10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).

החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידית שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.

(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת

אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט

הוא: $dS = 2\pi r \sin \theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad 0$$

$$(2) \quad \text{א.} \quad \frac{k\lambda R\pi z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{cases} \hat{z} & z > 0 \\ -\hat{z} & z < 0 \end{cases}$$

$$\text{ב.} \quad 2\pi k\sigma z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$(3) \quad 2 \cdot \frac{-k\lambda R^2 2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(4) \quad 2\pi\sigma k$$

$$(5) \quad \text{א.} \quad 0 \quad \text{ב.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ג.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$$

$$(6) \quad \frac{kQ}{y \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(7) \quad \frac{k}{R} \left[\lambda_1 (2 \sin \alpha - 2) + \lambda_2 \cdot 2 \right]$$

$$(8) \quad kx^2 \ln \left| \frac{4}{3} \right|$$

$$(9) \quad 2\pi k\sigma\lambda \left[L - \left(\sqrt{R^2} + (L+d)^2 \right) - \sqrt{R^2 + d^2} \right]$$

$$(10) \quad \text{א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב}$$

$$\text{כוח כאשר המרחק הוא אפס.} \quad \text{ב.} \quad \vec{F} = q\pi\sigma k \sin(2\theta) \ln 2 \cdot \hat{z}$$

$$\text{ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 11 - חוק גאוס

תוכן העניינים

166	1. הסברים בסיסיים
171	2. תרגול נוסף

הסברים בסיסיים:

רקע:

חוק גאוס:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{in}$$

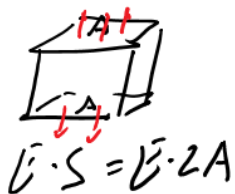
$$Q_{in} = \int \rho dV$$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ נקרא השטף של השדה החשמלי ומסומן ב ϕ_E

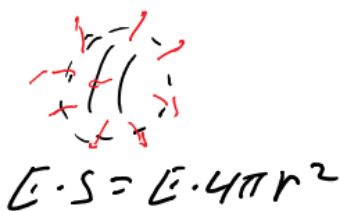
המקרים של חוק גאוס:



1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
במקרים האלו נבנה מעטפת גלילית והשטף יהיה $E2\pi rl$, כאשר l ו- r הם אורך ורדיוס המעטפת.



2. מישור אינסופי.
במקרים האלו נבנה מעטפת בצורת קובייה והשטף יהיה $E2A$, כאשר A זה שטח הפאות המקבילות למשטח.



3. כדור / קליפה כדורית.
במקרים האלו נבנה מעטפת כדורית והשטף יהיה $E4\pi r^2$, כאשר r זה רדיוס המעטפת.

שדה של תיל אינסופי:

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\epsilon_0 r}$$

λ צפיפות מטען ליחידת אורך של התיל.

שדה של מישור אינסופי (דק):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ צפיפות מטען ליחידת שטח של הלוח.

שדה מחוץ לכדור / קליפה כדורית:

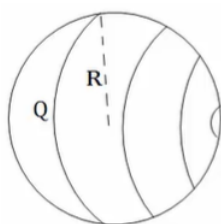
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$$

כמו מטען נקודתי.

חוק דאוס הדיפרנציאלי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

שאלות:

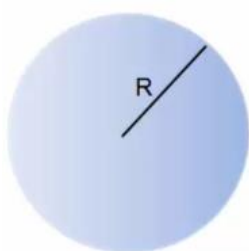


(1) שדה של קליפה כדורית

נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R . מצאו את השדה בכל המרחב.

(2) שדה של כדור

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען פחית אחידה ρ . מצאו את השדה בכל המרחב.



(3) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$. מצאו את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

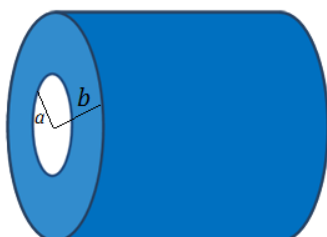
(4) שדה של תיל אינסופי

נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ . מצאו את השדה במרחב.



(5) שדה של גליל אינסופי

נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס R . מצאו את השדה במרחב.



(6) קליפה גלילית עבה

קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.
 א. מצא את המטען הכולל בקליפה.
 ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.



(7) שדה של לוח אינסופי

נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצאו את השדה במרחב.

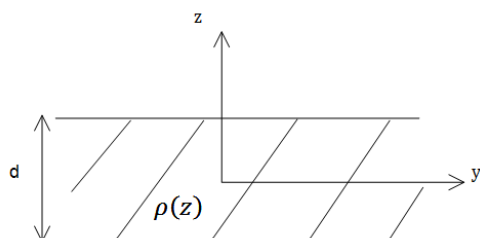
(8) לוח עם עובי



נתון מישור בעל שטח A ועובי d .
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה
ליחידת נפח ρ .

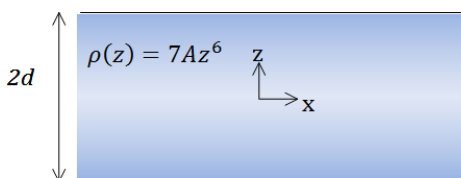
- מצאו את השדה רחוק מאוד מהמישור.
- מצאו את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
- מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצאו את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

(9) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען
כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$,
 A קבוע נתון.
מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב
שיוצר המטען במישור.

(10) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען
משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה- z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור
(המישור אינסופי ב- x, y , ראה ציור).
א. מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב.
ב. הראו שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.
ג. מצאו את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{V} \times \vec{E}$ בכל המרחב,
והסבר את התוצאה.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{KQ}{r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad (1)$$

$$E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad (2)$$

$$E = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{4\epsilon_0 R} & r < R \\ \frac{\rho_0 R^3}{4\epsilon_0 r^2} & r > R \end{cases} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{r} \hat{r} \quad (4)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r} \quad (5)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (6)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < 0 \end{cases} \quad (7)$$

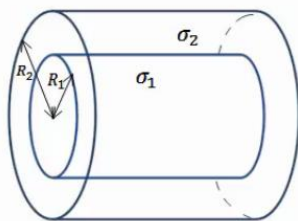
$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\epsilon_0 m}} t\right) \quad \text{ג.} \quad \vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{k\rho d A}{r^2} \hat{r} \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$\vec{E} = -\frac{A}{\epsilon_0 z} \left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 - z^2 \right] \hat{z} \quad (9)$$

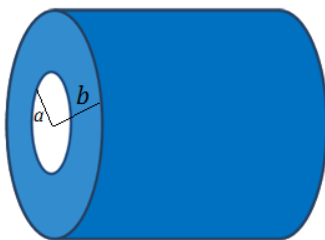
$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} A \cdot z^7 \hat{z} \quad \text{א.} \quad \text{ב. שאלת הוכחה.} \quad \text{ג. שאלת הוכחה.} \quad (10)$$

תרגול נוסף:

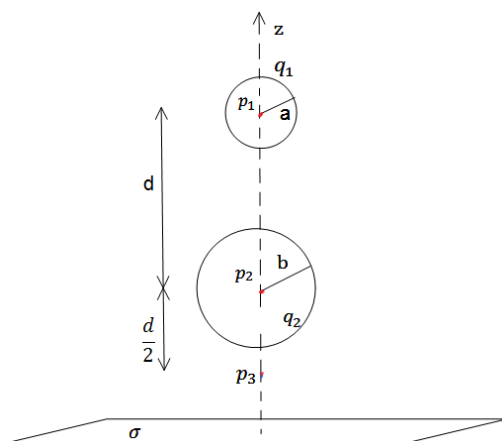
שאלות:



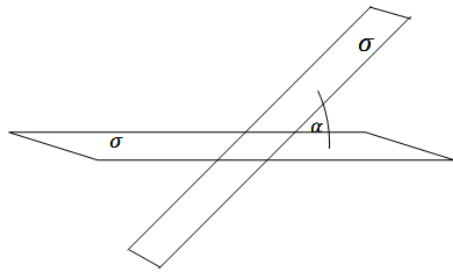
- (1) שתי קליפות גליליות חלולות נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף. רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1 וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1 . רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2 . מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.



- (2) קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה. א. מצא את המטען הכולל בקליפה. ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.

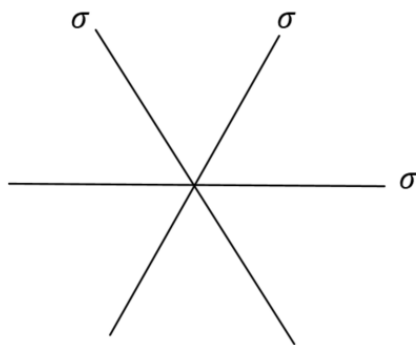


- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$ אחת מעל השנייה. הקליפות טעונות במטענים q_1, q_2 בהתאמה. במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצא את השדה בנקודות הבאות.
- א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a .
 - ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b .
 - ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

(4) שני מישורים בזווית

שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

- א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.
ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

(5) שלושה לוחות בזווית

באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ .

א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.

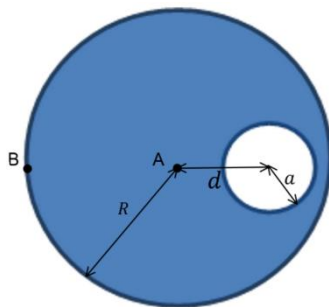
ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.

ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.

למה תצטמצם תשובתכם עבור $N \gg 1$?
השתמשו ב- $\sin \theta \approx \theta$, כאשר $\theta \ll 1$.

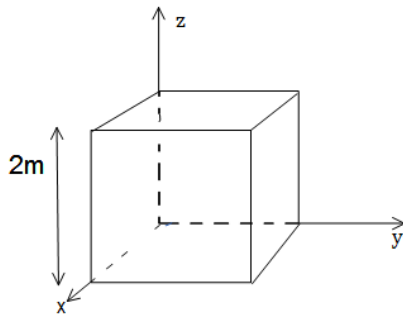
ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודת (או קו) החיתוך.

מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודת (או קו) החיתוך $\rho(r)$?

(6) כדור עם חור

בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a . המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R .

- א. מצאו את השדה בנקודה A.
ב. מצאו את השדה בנקודה B.
ג. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

(7) שטף דרך קובייה

נתון שדה במרחב: $\vec{E} = -6\hat{x} + (2-3y)\hat{y}$.

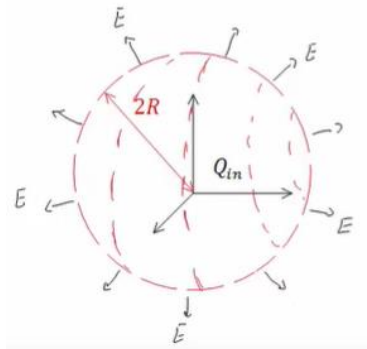
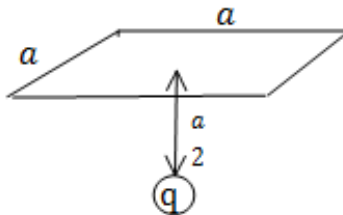
- א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה 2m.
ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

(8) מטען כלוא

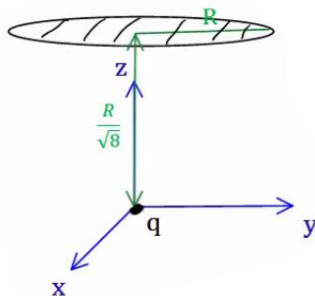
נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

במרחב: כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו- r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

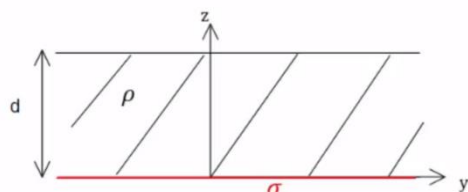
**(9) שטף דרך משטח ריבועי**

מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q .

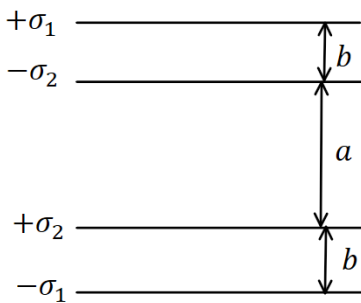
(10) שטף דרך מעגל

מטען q נמצא בראשית הצירים. מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור $x-y$ ומרכזו נמצא

$$\text{בנקודה } \left(0, 0, \frac{R}{\sqrt{8}}\right)?$$

(11) מישור עבה צמוד למישור דק

מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור $x-y$. מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור $x-y$). מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

(12) ארבעה לוחות

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05 \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02 \frac{c}{m^2}$. המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3 \text{ c.m}$, $b = 1 \text{ c.m}$. כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

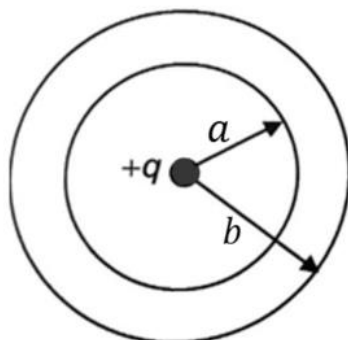
- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

(13) מלוח אל לוח

- שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ($q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ c}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).
- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
 - מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
 - מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

(14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

- קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי. במרכזו של החלל הכדורי ($r = 0$) מצוי מטען נקודתי $+q$. מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left(-\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}} \hat{z} - \frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{בין המישורים :} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{מעל המישורים :}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{א.} \quad (5)$$

ב. חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} \approx \frac{\sigma N}{2\pi\epsilon_0} \quad \text{ג. של השדה על המעטפת אחיד.}$$

$$\rho(r) = \frac{\sigma N}{2\pi r} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{4\pi k \rho d}{3} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad \frac{4\pi k \rho}{3} \left(\frac{a^3}{(d+R)^2} - R \right) \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \frac{4\pi k \rho a^3}{3d^2} \hat{x} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \quad \text{ב.} \quad -24 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (8)$$

$$\frac{q}{6\epsilon_0} \quad (9)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left(x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (10)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad (11)$$

$$\bar{E} = -5.65 \cdot 10^q \frac{N}{C} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$2.53 \cdot 10^{-11} \text{ J} \quad \text{ב.}$$

$$v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \text{ג.}$$

$$\alpha = \frac{q}{2\pi a^2} \quad (14)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 12 - פוטנציאל

תוכן העניינים

177	1. מהו פוטנציאל
178	2. שיטה 1, סופרפוזיציה
179	3. שיטה 2, שאלות חוק גאוס
181	4. שיטה 3, חישוב מפורש
182	5. סיכום ותרגילים נוספים

מהו פוטנציאל:

שאלות:

(1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

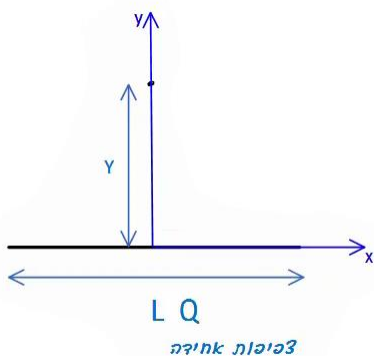
מהאינסוף למרחק $r = 50 \text{ cm}$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
המקובע במקום?

תשובות סופיות:

$$W = 108 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad (1)$$

שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:



1) שיטה ראשונה, סופרפוזיציה

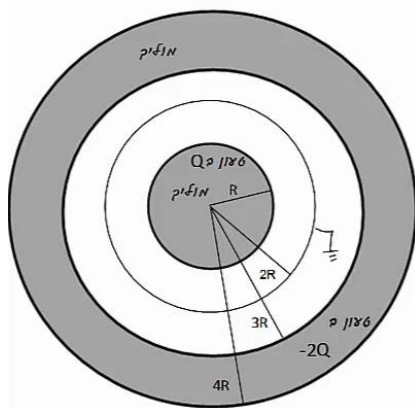
תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה- x . מצא את הפוטנציאל על ציר ה- y העובר במרכז התיל.

תשובות סופיות:

$$\varphi = k\lambda \ln \left| \frac{\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right| \quad (1)$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:



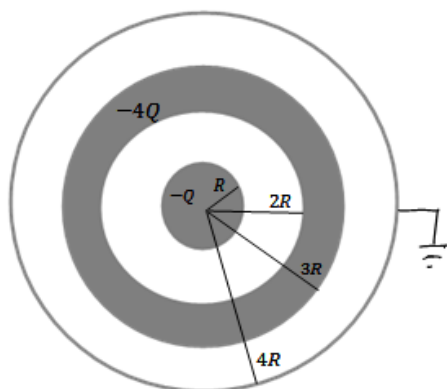
(1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס

כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q .
 מסביב לכדור ברדיוס $2R$, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
 כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $4R$.
 המעטפת החיצונית טעונה במטען $-2Q$ (ראה ציור).
 לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.
 א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
 ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

(2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q . הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

(3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען $-Q$.
 סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה ומוליכה, בעלת רדיוס פנימי $2R$ ורדיוס חיצוני $3R$.
 אורך הקליפה הוא L גם כן.
 הקליפה טעונה במטען כולל של $-4Q$.
 מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס $4R$ ואורך זהה.
 הנח כי $L \gg R$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?

ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?

ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען $|e|$ משוחרר ממנוחה במרחק $r=2R$.

מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R ?

(4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל המרחב.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \varphi = \begin{cases} C_1 & r < R \\ \frac{kQ}{r} + C_2 & R < r < 2R \\ \frac{k(Q+q)}{r} + C_3 & 2R < r < 3R \\ C_4 & 3R < r < 4R \\ \frac{k(q-Q)}{r} + C_5 & 4R < r \end{cases} \quad \text{א. פוטנציאל: התפלגות: ראה סרטון}$$

$$(2) \quad \varphi = \begin{cases} \frac{KQ}{R} & r < R \\ \frac{KQ}{r} & R > r \end{cases}$$

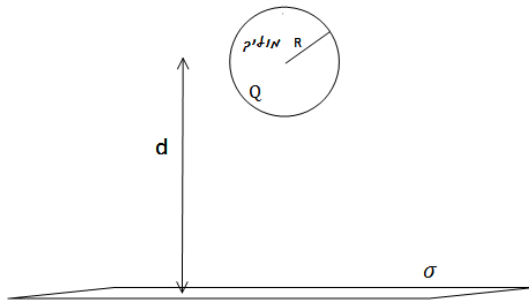
$$(3) \quad \text{א. ראה סרטון} \quad \varphi = \frac{Q}{2\pi L \epsilon_0} \cdot \begin{cases} \ln \frac{1}{2} + 5 \ln \frac{3}{4} & r < R \\ \ln \frac{r}{2R} + 5 \ln \frac{3}{4} & R < r < 2R \\ 5 \ln \frac{3}{4} & 2R < r < 3R \quad \text{ב.} \\ 5 \ln \frac{r}{4R} & 3R < r < 4R \\ 0 & 4R < r \end{cases}$$

$$v = \sqrt{\frac{|e|Q \ln 2}{\pi L \epsilon_0 m_p}} \quad \text{ג.}$$

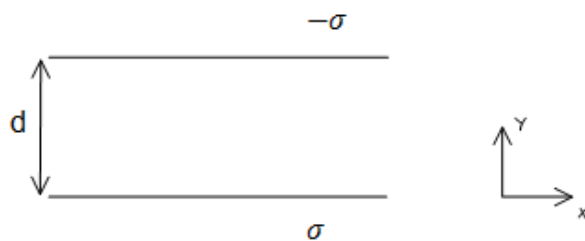
$$(4) \quad \text{א.} \quad E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \varphi = \begin{cases} -\frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + C_1 & r < R \\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}\right) + C_2 & R < r \end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

שאלות:



- (1) **דרך שלישית, חישוב מפורש**
 נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ .
 במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q .
 מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



- (2) **מתח בין לוחות**
 מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.
 נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.

תשובות סופיות:

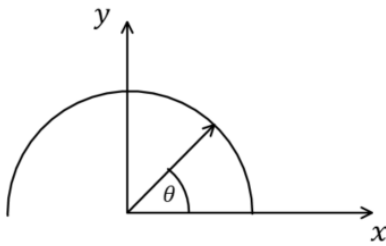
$$\Delta\varphi_{B \rightarrow A} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d-R) + \frac{kQ}{R} - \left[Q + \frac{KQ}{\lambda} \right] \quad (1)$$

$$V = |E|d \quad (2)$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) חישוב פוטנציאל במרכז חצי טבעת עם צפיפות משתנה



תיל מכופף לחצי טבעת ברדיוס R . מרכז הטבעת (או מרכז המעגל השלם) הוא בראשית הצירים וחצי הטבעת נמצאת בחלק החיובי של ציר ה- y (ראו איור).

חצי הטבעת טעונה בצפיפות מטען לא אחידה ליחידת אורך: $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$ כאשר θ

והיא הזווית עם ציר ה- x החיובי ו- $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m}$.

מצאו את הפוטנציאל בראשית.

(2) יצירת היסוד קיריום

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף גיימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו "קיריום" על שם מארי קירי. לשם כך הם "הפציצו" גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94, כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נויטרונים), והמסה שלו היא: $M = 6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור

ברדיוס: $R = 7 \times 10^{-15} \text{ m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.

אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?

תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J.

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין ("באינסוף")?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג'?

(3) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים :

$$\vec{r}_1 = -a\hat{y} = (-a, 0, 0) \text{ בנקודה } q_1 = -q$$

$$\vec{r}_2 = a\hat{y} = (a, 0, 0) \text{ בנקודה } q_2 = -q$$

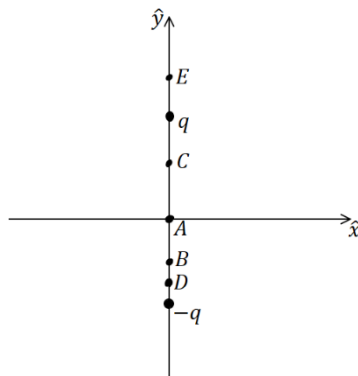
א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות

$$\text{הבאות : } \vec{r}_A = 0, \vec{r}_B = -\frac{1}{2}a\hat{y}, \vec{r}_C = \frac{1}{2}a\hat{y}, \vec{r}_D = -\frac{3}{4}a\hat{y}, \vec{r}_E = \frac{3}{2}a\hat{y}$$

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס?
תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות
בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך
ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y
בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי
הפוטנציאל.

**(4) מטען q ומטען $3q$**

במרחב נמצאים שני מטענים.

$$\text{מטען } 3q \text{ בנקודה } (a, 0, 0) \text{ ומטען } -q \text{ בנקודה } (-a, 0, 0).$$

א. מה הפוטנציאל ϕ (יחסית לאינסוף) ומה השדה
החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל
מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם
בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל
יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.

מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז
אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x .

ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

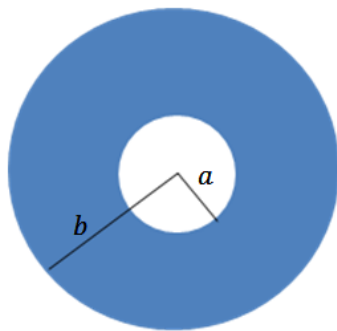
(5) מטען על השפה בצורה לא אחידה

מטען Q מפוזר בצורה לא אחידה על שפה של קליפה כדורית ברדיוס R .

א. מה הפוטנציאל במרכז הקליפה?

ב. האם ניתן לחשב את הפוטנציאל על השפה?

(6) דסקה עם חור



בדסקה בעלת רדיוס b קדחו חור במרכזו ברדיוס a .
הדסקה טעונה בצפיפות מטען ליחידת

שטח: $\sigma(r) = \frac{D}{r^2}$, D קבוע לא נתון.

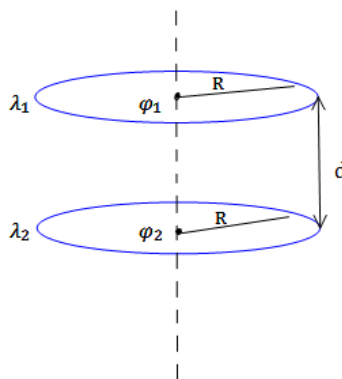
א. מצא את היחידות של D .

ב. מצא את D אם נתון גם המטען הכולל בדסקה Q .

ג. מצא את הפוטנציאל במרכז הדסקה.

ד. בדוק מה קורה בגבול של $a \rightarrow b$.

(7) טבעת מעל טבעת

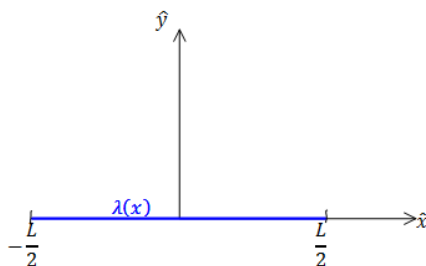


שתי טבעות זהות בעלות רדיוס R מונחות האחת מעל ובמקביל לשנייה כך שהמרחק ביניהן הוא d .
הטבעת העליונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת

אורך λ_1 ונתון כי הפוטנציאל במרכזו הוא φ_1 .
הטבעת התחתונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת

אורך λ_2 ונתון כי הפוטנציאל במרכזו הוא φ_2 .
מצא את צפיפויות המטען של הטבעות אם נתון כי הפוטנציאל באינסוף מתאפס.

(8) תיל עם צפיפות משתנה



תיל דק מונח על ציר ה- x כך שמרכזו בראשית הצירים. אורך התיל הוא L והוא טעון בצפיפות

מטען ליחידת אורך: $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$.

א. מצא את המטען הכולל בתיל.

ב. מצא את הפוטנציאל על ציר ה- x למעט בתחום בו נמצא התיל.

(9) כדור זז מחבר בין שני כדורים



הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה. הנח שהכדורים

מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F . הכדור השלישי גם הוא זהה

אך אינו טעון. מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת

תתייצב. לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי

ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב.

לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי.

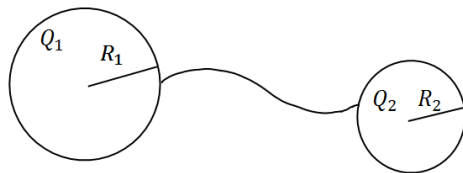
מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

(10) שני כדורים מוליכים מחוברים בחוט

שני כדורים מוליכים טעונים ונמצאים במרחק גדול מאוד זה מזה.

רדיוסי הכדורים והמטענים שלהם הם: R_1, R_2, Q_1, Q_2 .

מחברים בין הכדורים באמצעות חוט מוליך.



א. מה יהיה המטען על כל כדור

לאחר זמן רב?

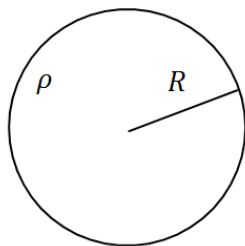
ב. כמה מטען זרם דרך החוט

ולאיזה כיוון?

(11) פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי

ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ .

**(12) חור במישור**

לוח אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען

אחידה וחיובית ליחידת נפח ρ .

בתוך הלוח ישנו חלל כדורי בקוטר d .

א. חשב את השדה החשמלי בנקודות:

$O(0,0)$, $A(0,d)$, $B(0.5d, 0.5d)$, $C(0,0.5d)$

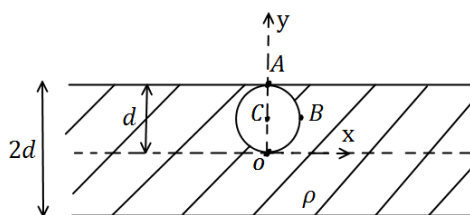
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין

הנקודות A ו-B.

ג. משחררים מטען $q > 0$ בעל מסה m מהנקודה C.

i. לאיזה כיוון יתחיל לנוע המטען אם מתעלמים מהשפעת כוח הכובד?

ii. מהי מהירות המטען רגע לפני שהוא מגיע לדופן החלל?

**(13) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת**

כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1 .

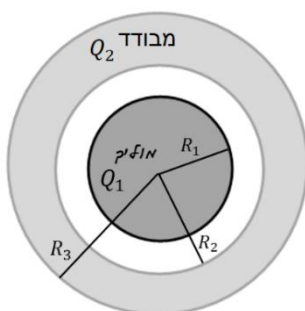
הכדור נמצא במרכזה של קליפה כדורית מבודדת

בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3 .

הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2 .

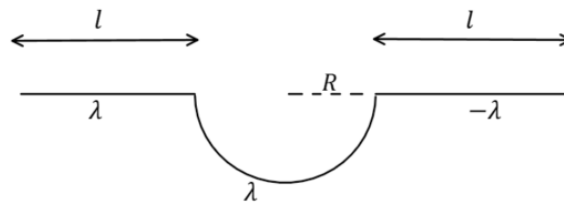
א. חשב השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.



14) שדה ופוטנציאל במרכז של תיל עם חצי עיגול

- תיל טעון מורכב משלושה חלקים, שני קווים ישרים בעלי אורך l וחצי עיגול ברדיוס R שמחבר ביניהם, ראו איור. החלק הישר השמאלי וחצי העיגול טעונים בצפיפות מטען אחידה λ שאינה נתונה. החלק הישר הימני טעון ב $-\lambda$.
- א. מצאו את λ אם ידוע שסך כל המטען במערכת הוא Q .
- ב. חשבו את השדה החשמלי במרכז חצי העיגול.
- ג. חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרכז חצי העיגול.



תשובות סופיות:

$$(1) \quad 3.6 \cdot 10^{-2}$$

$$(2) \quad \text{א. } 1.93 \cdot 10^7 \text{ V} \quad \text{ב. } 6.17 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$\text{ג. } v = 4.32 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ד. } r = 1.95 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

$$(3) \quad \text{א. ראה סרטון} \quad \text{ב. } y = 0 \quad \text{ג. ראה סרטון} \quad \text{ד. ראה סרטון}$$

$$(4) \quad \text{א. פוטנציאל: } \frac{2kq}{a}, \text{ שדה חשמלי: } -\frac{k4q}{d^2} \hat{x} \quad \text{ב. } x_1 = -\frac{1}{2}a, x_2 = -2a$$

$$\text{ג. } x_1 = -\frac{kq}{a^2} \cdot \frac{16}{3} \hat{x}, x_2 = \frac{kq}{a^2} \cdot \frac{2}{3} \hat{x} \quad \text{ד. רדיוס: } R = \frac{3}{4}a, \text{ מרכז: } \left(-\frac{5}{4}a, 0, 0\right)$$

$$\text{ה. איפוס השדה: } x_2 = -3.73a, \text{ הפוטנציאל בנקודה זו: } 0.27 \frac{kq}{a}$$

ו. ראו סרטון.

$$(5) \quad \text{א. } \frac{kQ}{R} \quad \text{ב. לא}$$

$$(6) \quad \text{א. } [D] = [C] \quad \text{ב. } D = \frac{Q}{2\pi \ln \frac{b}{a}} \quad \text{ג. } \varphi = \frac{kQ}{\ln \frac{b}{a}} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$(7) \quad \frac{kQ}{a} \quad \text{ד. } \varphi_1 = 2\pi k\lambda_1 + \frac{2\pi k\lambda_2 R}{\sqrt{R^2 + d^2}}, \quad \varphi_2 = 2\pi k\lambda_2 + \frac{2\pi k\lambda_1 R}{\sqrt{R^2 + (-d^2)}}$$

$$(8) \quad \text{א. } 0 \quad \text{ב. } \varphi = \frac{k\lambda_0}{L} \left(-L + x \ln \left(\frac{x + \frac{L}{2}}{x - \frac{L}{2}} \right) \right)$$

$$(9) \quad \frac{3}{8}F$$

$$(10) \quad \text{א. } q'_2 = \frac{R_2(Q_1 + Q_2)}{R_1 + R_2} \quad \text{ב. אם } \frac{Q_1}{Q_2} > \frac{R_1}{R_2} \text{ אז המטען עבר משמאל לימין,}$$

$$\text{אם } \frac{Q_1}{Q_2} < \frac{R_1}{R_2} \text{ אז עבר מימין לשמאל.}$$

$$(11) \quad \varphi = \begin{cases} -\frac{\rho}{4\epsilon_0}(r^2 - R^2) & r \leq R \\ -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} & r \geq R \end{cases}$$

$$\vec{E}_O = \frac{\rho d}{6\epsilon_0} \hat{z}, \quad \vec{E}_A = \frac{5\rho d}{6\epsilon_0} \hat{z}, \quad \vec{E}_B = \frac{\rho d}{6\epsilon_0} \hat{x}, \quad \vec{E}_C = \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z}. \quad \text{א. (12)}$$

$$V = \sqrt{\frac{2q\rho d^2}{3\epsilon_0 m}}. \quad \text{ii.} \quad \text{ג. i. למעלה.} \quad \frac{3\rho d}{8\epsilon_0} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{k}{r^2} \left(Q_1 + Q_2 \left(\frac{r^3 - R_2^3}{R_3^3 - R_2^3} \right) \right) \hat{r} & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r^2} \hat{r} & R_3 < r \end{cases} \quad \text{א. (13)}$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} C_1 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r} + C_2 & R_1 < r < R_2 \\ \frac{kQ_1}{r} - \frac{kQ_2 r^2}{2(R_3^3 - R_2^3)} - \frac{kQ_2 R_2^3}{(R_3^3 - R_2^3)r} + C_3 & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r} + C_4 & R_3 < r \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{E} = \frac{2K\lambda}{R} \hat{y} + 2K\lambda \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{1+R} \right) \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \lambda = \frac{Q}{\pi R} \quad \text{א. (14)}$$

$$\varphi = K\lambda\pi \quad \text{ג.}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 13 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

1. מציאת התפלגות מטען.....189

מציאת התפלגות מטען:

רקע:

צפיפות נפחית:

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של חוק גאוס)

צפיפות משטחית:

$$\sigma = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$ (בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$ (בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.

מציאת שדה מהפוטנציאל:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של פוטנציאל)

בדוריות	גליליות	קרטזיות	
$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\vec{\nabla} f$ grad
$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_{\varphi} \sin \varphi)$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ div
$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (F_{\theta} \sin \varphi) - \frac{\partial F_{\varphi}}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_{\varphi}) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta}$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_{\theta}) \right) \hat{\varphi}$	$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_{\theta}}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta}$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_{\theta})}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y}$ $+ \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$	$\vec{\nabla} \times \vec{F}$ Rot/curl

(הטבלה הופיעה גם בפרק המבוא המתמטי)

שאלות:

(1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r) = \begin{cases} Ar^2, & r < a \\ B \ln(r) + C, & a < r < b \\ D \ln(r), & b < r \end{cases}$$

A, B, C, D נתונים.

א. מצאו קשר בין הקבועים.

ב. מצאו את התפלגות המטען במרחב.

ג. כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c > b$. מצאו את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

(2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע"י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E} = \frac{C}{r} (\hat{r} + \cos \theta \hat{\theta} + \sin \theta \cos \varphi \hat{\phi})$$

א. מצאו את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצאו את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצאו שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

(3) התפלגות בכדוריות

השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} -\frac{72\pi \cdot 10^5 (N \cdot \frac{m}{C})}{r} \hat{r}, & r < 1 \\ -\frac{144\pi \cdot 10^5 (N \cdot \frac{m^2}{C})}{r^2} \hat{r}, & r > 1 \end{cases}$$

הקואורדינטות כדוריות.

מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\epsilon_0 c}{r^2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\sin \varphi} + \frac{\sin \theta \cos 2\varphi}{\sin \varphi} \right) \text{ א. } \quad \text{ב. } 4\pi\epsilon_0 cR \quad \text{ג. } 4\pi\epsilon_0 cR \quad (2)$$

$$\sigma(r=1) = -2 \cdot 10^{-4} \frac{c}{m^2}, \quad \rho(r) = \begin{cases} -\frac{2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{c}{m} \right)}{r^2} & r < 1 \\ 0 & 1 < r \end{cases} \quad (3)$$

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 14 - מעגלי זרם ישר

תוכן העניינים

192	1. מעגלי זרם ישר בסיסיים
198	2. שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים
200	3. מעגלים אינסופיים

מעגלי זרם ישר בסיסיים:

רקע:

המעגל החשמלי מורכב מרכיבים חשמליים ומחוטטים מוליכים.

הסוללה (או מקור המתח) מספקים רק את המתח או הכוח להניע את המטענים ולא את המטענים עצמם. אלו כבר נמצאים בחוטים המוליכים וברכיבים.

חוט אידיאלי - אינו מפריע לתנועת המטענים, ללא התנגדות. הפוטנציאל לאורך החוט אחיד.

תנועת המטענים במעגל נקראת זרם. בשביל שיזרום זרם קבוע חייבים מעגל סגור.

זרם:

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$V = IR$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

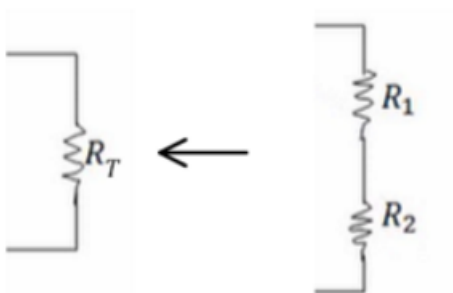
$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

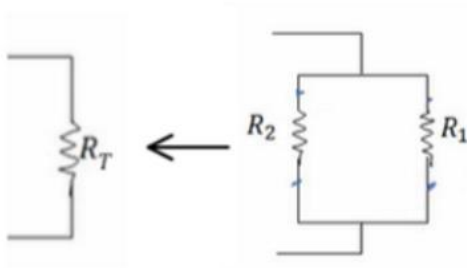
$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הן המתח והזרם בנגד השקול.



חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה :



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה :

$$\text{בטור: } R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$$

$$\text{במקביל: } \frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

ההספק בנגד :

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

($P = IV$) נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד).

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי :

$$V = \varepsilon - Ir$$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ε - כ"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר.

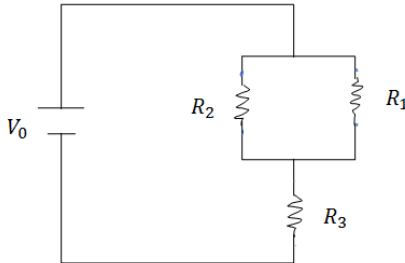
L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

A - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות קבועים לאורך הנגד.

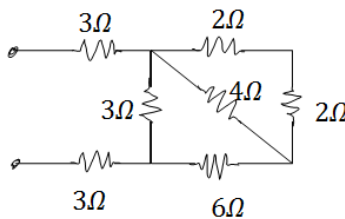
שאלות:

(1) שנים במקביל אחד בטור



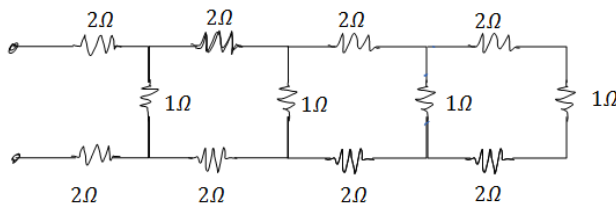
- במעגל הבא נתונים ההתנגדות של כל נגד ומתח המקור: $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, $V_0 = 31V$.
 א. מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל.
 ב. מצא את הזרם העובר בסוללה.
 חשב את הזרם והמתח על כל אחד מהנגדים.

(2) מרובע עם אלכסון



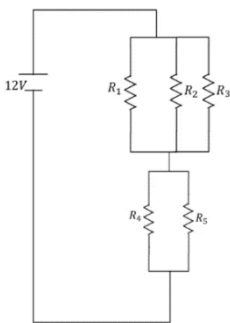
- חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל הבא בין שני ההדקים.

(3) 4 חוליות



- מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל בין שני ההדקים.

(4) חישוב הספק מעגל



- נתון המעגל הבא: $R_3 = R_2 = R_1 = 6\Omega$, $R_5 = R_4 = 8\Omega$.

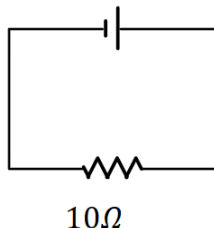
- א. מצאו את הזרם במעגל והזרם בכל נגד.
 ב. חשבו את הספק המעגל והראו כי הוא שווה להספק הסוללה.
 ג. מוסיפים נגד כלשהו המחובר בטור לסוללה.
 האם ההספק של המעגל יקטן, יגדל או לא ישתנה?

(5) התנגדות של נורה

- מצאו את ההתנגדות של נורה בעלת הספק של 60W במתח של 220V.

(6) סוללה לא אידיאלית דוגמה 1

סוללה לא אידיאלית



- המעגל הבא מורכב מסוללה לא אידיאלית המחוברת לנגד של 10 אוהם. ההתנגדות הפנימית של הסוללה היא 1 אוהם. במעגל זרם זרם של 2 אמפר.
 א. מהו הכא"מ של הסוללה?
 ב. מהו מתח ההדקים שמספקת הסוללה במעגל?

(7) סוללה לא אידיאלית דוגמה 2

מחברים סוללה לא אידיאלית לנגד של 10 אוהם ומודדים את הזרם במעגל. המדידה מראה כי הזרם הוא 2 אמפר. לאחר מכן מנתקים את הסוללה מהנגד ומחברים אותה לנגד של 6 אוהם. מודדים שוב את הזרם במעגל ורואים כי הזרם השתנה ל-3 אמפר. א. מצא את הכא"מ וההתנגדות הפנימית של הסוללה. ב. מצא את מתח ההדקים של הסוללה בכל אחד מהחיבורים.

(8) מעגל עם סוללה לא אידיאלית

המעגל שבתרשים מכיל ארבעה נגדים, מד מתח ומד זרם אידיאליים, סוללה (לא אידיאלית) ומפסק. קריאת האמפרמטר נרשמה פעמיים, כאשר המפסק פתוח וכאשר המפסק סגור.

אחת הקריאות הייתה 1.5A והאחרת הייתה 1.8A.

א. האם הזרם הגבוה יותר נמדד כאשר המפסק היה פתוח או כאשר הוא היה סגור? נמק/י!

ב. מה הוראת מד המתח בשני מצבי המפסק? פרטי/י חישוביך!

ג. חשבי את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של הסוללה

ד. מה היו מראים אותם שני מכשירי מדידה אילו היו מחברים את מד המתח במקום מד הזרם ולהפך? נמק!

(9) שלושה נגדים

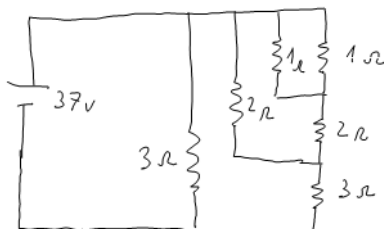
נתונים שלושה נגדים זהים עם התנגדות ידועה R.

א. מצא את כל האפשרויות השונות לחבר את הנגדים.

ב. מצא את ההתנגדות השקולה של כל אפשרות.

(10) שניים של 1 שניים של 2 ושניים של 3

חשב את הזרם והמתח בכל נגד במעגל הבא:



תשובות סופיות:

$$(1) \quad R_T = \frac{31}{5} \Omega \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad I_1 = 3A, I_2 = 2A, V_{1,2} = 3A, I_2 = 2A$$

$$(2) \quad \frac{90}{11}$$

$$(3) \quad R_T = \frac{985}{204}$$

$$(4) \quad I_T = 2A, I_1 = I_2 = I_3 = \frac{2}{3}A, I_4 = I_5 = 1A \quad \text{ב.} \quad 24w \quad \text{ג.} \quad \text{יקטן.}$$

$$(5) \quad 807 \Omega$$

$$(6) \quad \varepsilon = 22V \quad \text{א.} \quad V = 20V \quad \text{ב.}$$

$$(7) \quad V_1 = 20V, V_2 = 18V \quad \text{א.} \quad r = 21 \Omega, \varepsilon = 24V \quad \text{ב.}$$

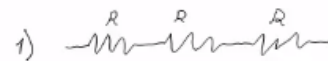
$$(8) \quad \text{א.} \quad \text{ככל שההתנגדות השקולה נמוכה יותר, הזרם יהיה גבוה יותר.}$$

לכן, הזרם הגבוה יהיה כאשר המפסק סגור.

$$\text{ב.} \quad \text{סגור: } V_{AB} = 14.4V, \text{ פתוח: } V_{AB} = 15V \quad \text{ג.} \quad r = 2 \Omega, \varepsilon = 18V$$

$$\text{ד.} \quad \text{האמפרמטר: } I = 9A, \text{ הוולטמטר: } V = 0.$$

$$(9) \quad \text{א.}$$



$$\text{iii.} \quad \frac{R}{3}$$

$$\text{ii.} \quad \frac{3}{2}R$$

$$\text{ב. i.} \quad 3R$$

$$(10) \quad \text{נגד 1- מתח: } 2V \text{ זרם: } 2A, \text{ נגד 2- מתח: } 8V \text{ זרם: } 4A,$$

$$\text{נגד 3- מתח: } 27V \text{ זרם: } 9A.$$

שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים:

רקע:

חוקי קירכהוף:

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל
- נרשום משוואות מתחים - סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס.
(להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל)
- נרשום משוואות זרמים - בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא
- נפתור את מערכת המשוואות

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות)
לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$$

$$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$$

$$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות.
לדוגמה, במערכת הנ"ל:

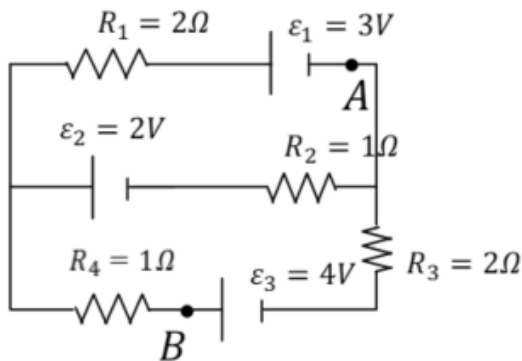
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{5} & 8 \\ 2 & \mathbf{1} & 9 \\ 4 & \mathbf{3} & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

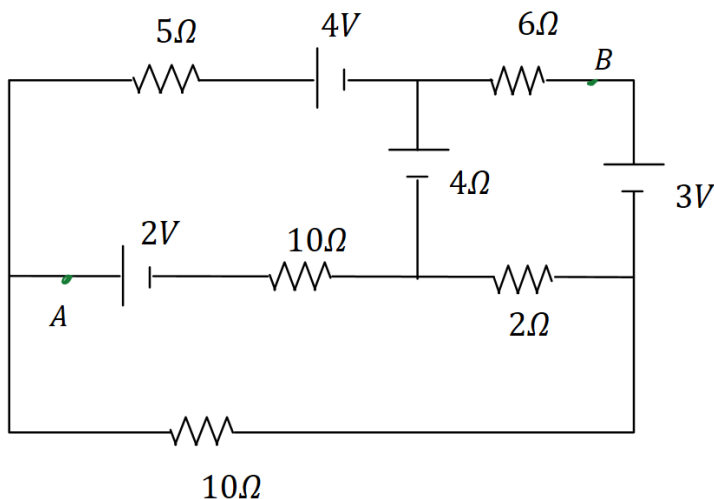
- נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל.
- נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.
- נפתור את מערכת המשוואות

שאלות:**(1) חוקי קירכהוף**

- א. חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.
 ב. מצאו את המתח V_{AB} .

**(2) תרגיל חוגים**

- א. חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.
 ב. מצאו את המתח V_{AB} .

**תשובות סופיות:**

$$(1) \quad V_{AB} = \frac{34}{11} V \quad \text{ב.} \quad I_3 = \frac{5}{11} A, I_2 = \frac{7}{11} A, I_1 = \frac{2}{11} A \quad \text{א.}$$

$$(2) \quad I_1 = -0.658 A, I_2 = 0.628 A, I_3 = -0.103 A \quad \text{א.} \\ V_{AB} = -0.877 V \quad \text{ב.}$$

מעגלים אינסופיים:

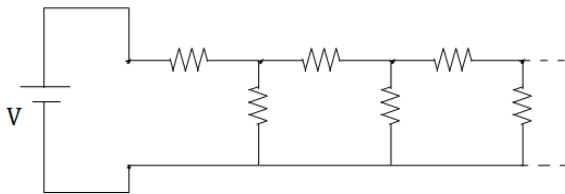
רקע:

במעגלים אינסופיים ניתן להניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.

- נחליף את כל החוליות במעגל למעט החוליה הראשונה ב R_T

- נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו R_T

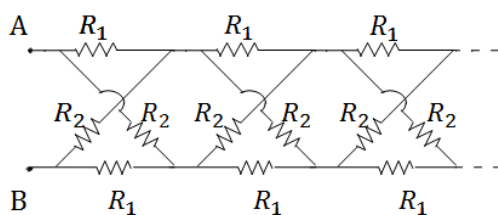
שאלות:



- (1) חישוב ההתנגדות של טור אינסופי במעגל הבא טור אינסופי של נגדים. התנגדות כל הנגדים זהה ושווה R . מצא את ההתנגדות השקולה והזרם במקור המתח.

(2) מתח זרם בטור אינסופי

- א. מצא נוסחה למתח על כל נגד במעגל של התרגיל הקודם.
 ב. חשב את הזרם בנגד האנכי ה-23 אם נתון מתח המקור.



- (3) טור אינסופי של נגדים בהצלבה
 א. חשב את ההתנגדות הכוללת במעגל האינסופי הבא (ההתנגדות בין A ל-B).
 ב. מצא את הזרם בכל נגד במקרה בו $R_1 = R_2$.

תשובות סופיות:

$$R_T = \frac{1+\sqrt{5}}{2} R \quad (1)$$

$$V_{n+1} = V \left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} \right)^n \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$R_T = R \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\tilde{I}_{23} = \frac{V}{R} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} \right)^{23} \quad \text{ב.}$$

ב. הזרם שווה ביניהם והוא 2A.

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 15 - קבלים

תוכן העניינים

202	1. הרצאות ותרגילים
212	2. תרגילים נוספים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

קבל הוא רכיב חשמלי היכול לאגור מטען
קיבול הוא היחס בין המטען על הקבל לבין המתח בו הוא נמצא
 הנוסחה הבסיסית של קבל:

$$C = \frac{Q}{V}$$

C - הקיבול של הרכיב
 V - המתח בין שני החלקים
 Q - המטען על הלוח החיובי

יחידות הקיבול הן Farad

$$1 \cdot \text{Farad} = \frac{1 \cdot \text{Coulomb}}{1 \cdot \text{Volt}}$$

סוגי קבלים נפוצים- קבל לוחות, קבל כדורי וקבל גלילי. בדרי"כ נעסוק בקבלים עם שני לוחות (קבל לוחות)

הקיבול של קבל לוחות: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - המרחק בין הלוחות.

תכונת הקיבול - הקיבול תלוי רק במבנה הגיאומטרי (אף פעם לא יהיה תלוי במטען על הקבל או במתח שנופל עליו) לכן הוא תמיד קבוע במעגל.

סימון הקבל במעגל הוא



כאשר מחברים קבל למקור הוא מתחיל לאגור מטען, תהליך זה נקרא טעינה. התהליך נפסק כאשר המתח בקבל שווה והפוך למתח המופעל עליו, ברגע זה כבר לא יזרום זרם דרך הקבל.
 לכן נהוג לומר שלאחר שעבר זמן רב הקבל מתנהג כמו נתק במעגל.

חיבור קבלים במקביל:

תנאי- המתח על הקבלים שווה וזהה למתח על הקבל השקול
נוסחה לקבל השקול :

$$C_T = C_1 + C_2$$

המטען על הקבל השקול שווה לסכום המטענים על כל הקבלים.

חיבור קבלים בטור :

תנאי : המטען על כל הקבלים זהה

נוסחה לקבל השקול :

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

המתח על הקבל השקול שווה לסכום המתחים של כל הקבלים

אנרגיה האגורה בקבל :

$$U_c = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

העבודה שמבצעת הסוללה לטעינת קבל :

$$W = QV = 2U_c$$

חומרים דיאלקטרים בקבל :

הכנסת חומר דיאלקטרי לקבל מקטינה את השדה והמתח בקבל ולכן מגדילה את הקיבול

נוסחה לקבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד :

$$C' = \epsilon_r C_0$$

במידה והקבל אינו מלא בחומר אחיד , ניתן לפצל אותו לקבלים חלקיים, לחשב את הקיבול של כל אחד ולחבר חזר לפי החוקים של חיבור קבלים בטור או במקביל.

טעינה של קבל :

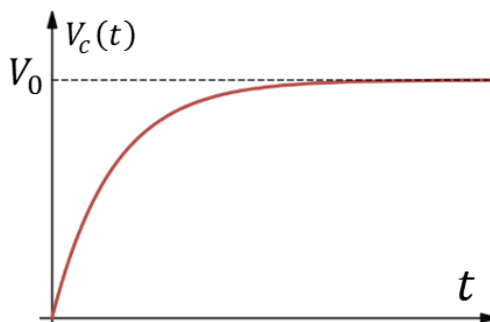
המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה

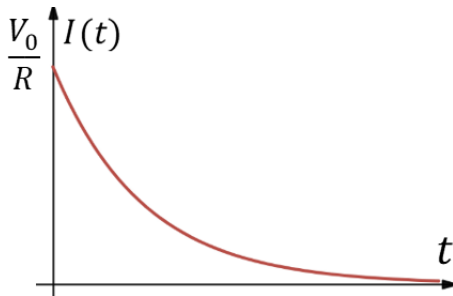
$$V_c(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$q_c(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

V_0 - המתח של הסוללה

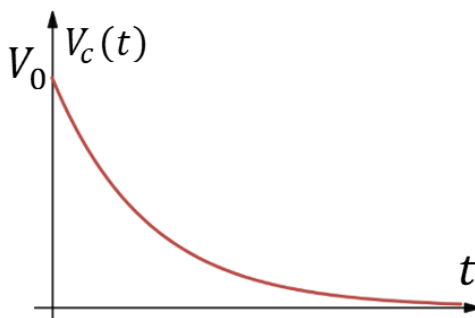
R - התנגדות המעגל





הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



פריקה של קבל:

המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q_c(t) = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

V_0 - המתח ההתחלתי (המטען ההתחלתי)

$$(Q_0 = CV_0)$$

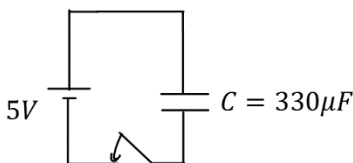
הזרם כתלות בזמן זהה לטעינה

זמן אופייני $\tau = RC$ נהוג להגיד שלאחר זמן של 5τ הקבל טעון/פרוק לגמרי

שאלות:

(1) קבל ומקור דוגמה בסיסית

קבל בעל קיבול $C = 330\mu F$ מחובר לסוללה במתח $V = 5V$. סוגרים את המפסק במעגל ומחכים זמן רב.



א. מה יהיה הזרם במעגל?

ב. מה יהיה המתח בין לוחות הקבל?

ג. מה יהיה המטען על הלוחות? ציין איפה יהיה המטען החיובי ואיפה השלילי.

ד. חזור על הסעיפים במקרה שבו מחובר גם נגד בטור במעגל

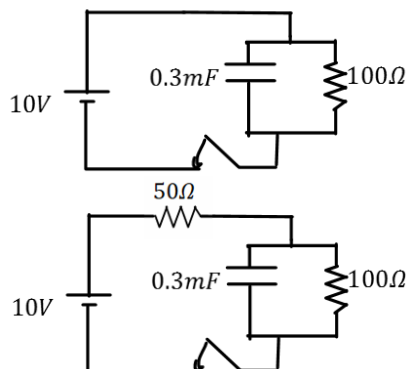
(2) מוציאים מטען מהקבל

קבל טעון במטען של $5\mu C$. מד מתח שמחובר לקבל מראה קריאה של 3 וולט.

א. מצא את הקיבול של הקבל.

כעת מוציאים $2\mu C$ מהמטען על הקבל (ו- $2\mu C$ מהצד השלילי).

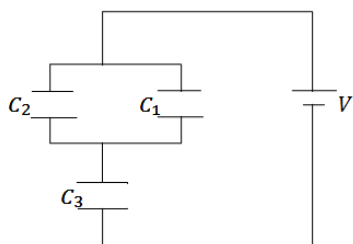
ב. מה יראה מד המתח?

(3) קבל במקביל לנגד

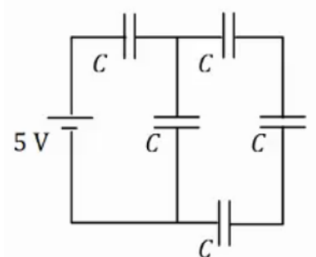
- במעגל הבא סוגרים את המפסק ומחכים זמן רב.
- מצא את המתח והמטען על הקבל.
 - האם יזרום זרם במעגל?
אם כן, מצא את גודלו וכיוונו.
 - חזור על הסעיפים עבור המקרה בו יש נגד נוסף במערכת (ראה תרשים).

(4) חישוב קיבול של קבל לוחות

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 2cm^2 ומרחק בין הלוחות 0.3mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מה יהיה המטען על הקבל אם נחבר אותו למקור מתח $V = 3\text{V}$ (לאחר זמן רב)?

(5) חיבור במקביל ובטור

- במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3\text{V}$ והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 5\mu\text{F}$.
- מצא את המטען על כל קבל.

(6) חיבור 5 קבלים

- במעגל הבא לכל הקבלים קיבול זהה $C = 200\mu\text{F}$.
- המתח של הסוללה הוא $V = 5\text{V}$.
- מצא את הקיבול השקול של המעגל.
 - מצא את המתח והמטען על כל קבל זמן רב לאחר סגירת המעגל.

(7) מרחיקים לוחות בקבל

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 3cm^2 ומרחק בין הלוחות 0.4mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מה יהיה המטען על הקבל אם נחבר אותו למקור מתח $V = 3\text{V}$ (לאחר זמן רב).
 - כעת מנתקים את הקבל ממקור המתח ומגדלים את המרחק בין הלוחות פי 2.
 - מצא את הקיבול החדש.
 - מצא את המטען והמתח על הקבל החדש.
 - חזור על סעיפים ג' ו-ד', אם היינו מרחיקים את הלוחות מבלי לנתק את מקור המתח.

(8) אנרגיה של קבל לוחות

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 5cm^2 ומרחק בין הלוחות 2mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מחברים את הקבל לסוללה במתח 4 וולט.
 - מהי האנרגיה האגורה בקבל לאחר זמן רב?

(9) מקרבים את הלוחות

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 6cm^2 ומרחק בין הלוחות 3mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מחברים את הקבל לסוללה במתח 5 וולט.
 - מהי האנרגיה האגורה בקבל לאחר זמן רב?
 - מקרבים את הלוחות הקבל למרחק 1mm .
 - מצא את האנרגיה החדשה אם הקבל מחובר לסוללה במשך כל התהליך.
 - רשום גם את שינוי האנרגיה בקבל.
 - חזור על ג' עבור המקרה שבו מנתקים את הקבל מהסוללה לפני שמקרבים את הלוחות.

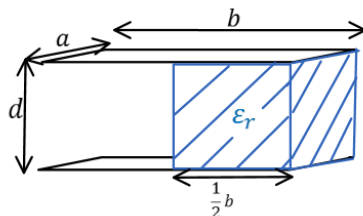
(10) מכניסים חומר לקבל בשתי דרכים

- קבל בעל קיבול של $5\mu\text{F}$ מחובר למקור מתח של 12V .
- חשב את המטען, המתח והאנרגיה האגורה בקבל זמן רב לאחר החיבור למקור.
 - מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי $\epsilon_r = 1.2$ הממלא את כל הרווח בין הלוחות הקבל.
 - בהנחה שהקבל מחובר למקור בכל התהליך.
 - חשב את המתח המטען והאנרגיה בקבל לאחר זמן רב.
 - חשב את השינוי במטען ובאנרגיה בעקבות הכנסת החומר.
 - חזור על סעיף ב' אם מנתקים את הקבל מהמקור לפני שמכניסים את החומר הדיאלקטרי.

11) מכניסים ומוציאים חומר מקבל

קבל בעל קיבול של $8\mu\text{F}$ מחובר למקור מתח של 12V .

- א. חשב את המטען, המתח והאנרגיה האגורה בקבל זמן רב לאחר החיבור למקור.
- מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי $\epsilon_r = 1.4$ הממלא את כל הרווח בין לוחות הקבל.
- ב. בהנחה שהקבל מחובר למקור בכל התהליך.
- חשב את המתח המטען והאנרגיה בקבל לאחר זמן רב.
- כעת מנתקים את הקבל מהמקור ומוציאים את החומר הדיאלקטרי.
- ג. מה יהיה המתח המטען והאנרגיה בקבל לאחר זמן רב?
- ד. חשב את שינוי האנרגיה בכל שלב בתהליך.

12) קבל עם חצי ימין מלא

קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = a \times b$, ומרחק d בין הלוחות. $a = 3\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $d = 2\text{mm}$.

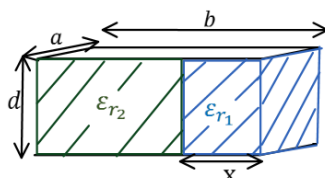
א. מצא את הקיבול של הקבל.

ממלאים את חציו הימני של הקבל בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_r = 3$ וחציו השמאלי נשאר ריק (ראה איור).

ב. מצא את הקיבול החדש של הקבל.

ג. מחברים את הקבל למקור מתח $V_0 = 5\text{V}$.

כמה מטען יהיה על כל לוח ומה תהיה האנרגיה של הקבל?

13) קבל עם חלק ימין שונה מחלק שמאל

קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = a \times b$, ומרחק d בין הלוחות. $a = 5\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$, $d = 1\text{mm}$.

ממלאים את חלק של הקבל ברוחב $x = 1\text{cm}$ בחומר

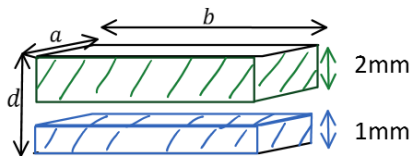
דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_{r1} = 4$, ואת החלק הנותר

בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_{r2} = 2$ (ראה איור).

א. מצא את הקיבול החדש של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח $V_0 = 5\text{V}$.

כמה מטען יהיה על כל לוח ומה תהיה האנרגיה של הקבל?

(14) קבל עם שלושה חלקים אחד מעל השני

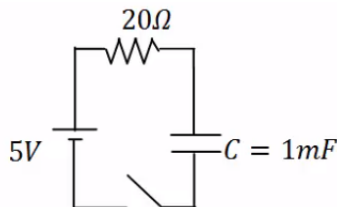
קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = a \times b$, ומרחק d בין הלוחות. $a = 5\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$, $d = 4\text{mm}$. ממלאים חלק של הקבל בגובה 1mm ולכל הרוחב בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_r = 4$.

את החלק מגובה 2mm ועד הלוח העליון ממלאים בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_r = 2$ (ראה איור).

א. מצא את הקיבול החדש של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח $V_0 = 5\text{V}$.

כמה מטען יהיה על כל לוח ומה תהיה האנרגיה של הקבל?

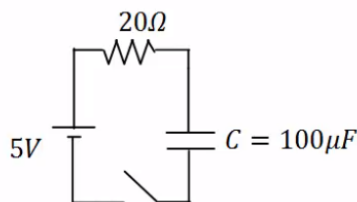
(15) טעינה

במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 1\text{mF}$, התנגדות הנגד היא: $R = 20\Omega$ ומתח המקור הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

א. מהו המטען על הקבל לאחר 0.01 שניות?

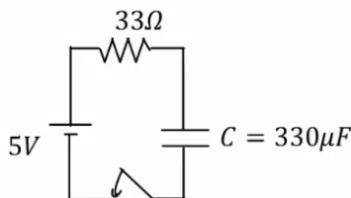
ב. המתח על הקבל באותו הרגע?

ג. מהם המטען והמתח על הקבל לאחר 0.1 שניות?

(16) זמן אופייני

במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 100\mu\text{F}$, התנגדות הנגד היא: $R = 100\Omega$ ומתח המקור הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

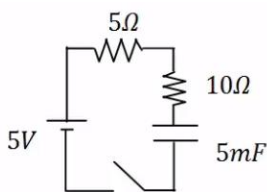
מהו המטען והמתח על הקבל לאחר 0.3 שניות?

(17) חישוב זרם

במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 330\mu\text{F}$, התנגדות הנגד היא: $R = 33\Omega$ ומתח המקור הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

א. מהו הזרם במעגל ב- $t = 0.005\text{sec}$?

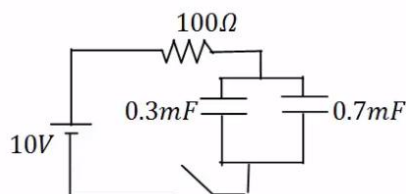
ב. מהו ההספק בנגד באותו הרגע?

(18) שני נגדים

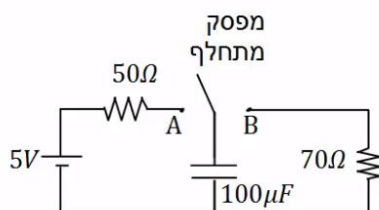
במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

א. מהו הזמן האופייני במעגל?

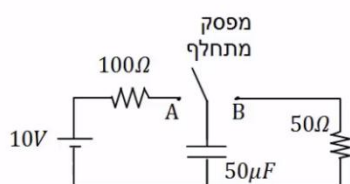
ב. מצא את המתח והזרם בקבל בזמנים: $t = 0.01, 0.6\text{sec}$.

(19) שני קבלים

- במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
- א. מהו הזמן האופייני במעגל?
- ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל בזמנים: $t = 0.2, 0.8 \text{ sec}$.

(20) דוגמה מסכמת

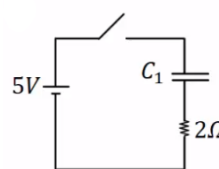
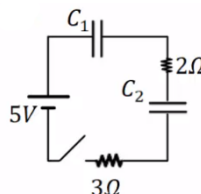
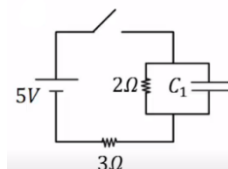
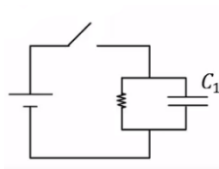
- במעגל הבא מחברים את המפסק המתחלף לנקודה A ומחכים זמן רב.
- א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן. מהו "זמן רב"?
- לאחר מכן מעבירים את המפסק לנקודה B.
- ב. רשום שוב את המתח על הקבל כתלות בזמן.

(21) מתג מתחלף

- במעגל הבא מחברים ב- $t = 0$ את המפסק המתחלף לנקודה A.
- ב- $t = 0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.
- א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.
- ב. מה המטען על הקבל ב- $t = 0.02$?
- ג. רשום את הזרם כתלות בזמן.
- ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

(22) מציאת זרם במספר מעגלים

- מצא את הזרם, בכל נגד, במעגלים הבאים. ברגע סגירת המתג הנח שהקבלים אינם טעונים לפני הסגירה של המתג וכי הסוללה והחוטמים אידיאליים.
- א. ב. ג. ד.



23) קבלים במעגל בהתחלה ולאחר זמן רב

נתוני הרכיבים במעגל הבא הם :

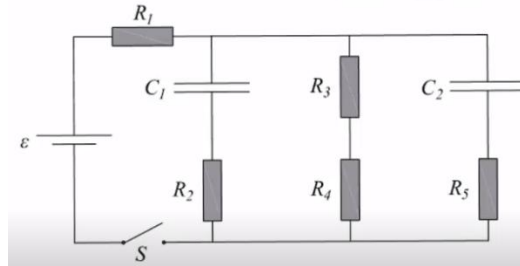
$$R_1 = 4\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega, R_4 = 1\Omega, R_5 = 6\Omega, \varepsilon = 24V, C_1 = 2\mu F, C_2 = 4\mu F$$

לפני סגירת המפסק הקבלים אינם טעונים.

א. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל ברגע סגירת המפסק?

ב. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ג. מהו המטען על כל אחד מהקבלים זמן רב לאחר סגירת המפסק?



תשובות סופיות:

1) א. $I = 0$ ב. $|V_c| = 5V$ ג. $1.65mc$ ד. ללא שינוי.

2) א. $1.67\mu F$ ב. $1.8V$

3) א. $V_c = V_0 = 10V, Q = 3mc$ ב. $I = 0.1A$

ג. $I = 0.067A, V_c = 6.7, Q = 2.01mc$

4) א. $C \approx 5.9 \cdot 10^{-12} F$ ב. $Q = 17.7pC$

5) $q_1 = 3\mu C, q_2 = 4.5\mu C, q_3 = 7.5\mu C$

6) א. $C_{T1} = \frac{C}{3}, C_{T2} = \frac{4C}{3}, C_T = 114\mu F$

ב. $q_1 = q_T = 571\mu C, q_2 = q_3 = q_4 = q_{T1} = 143\mu C$

$V_1 = 2.86V, V_5 = 2.14V, V_2 = V_3 = V_4 = 0.715V$

7) א. $C = 6.64pF$ ב. $Q = 19.9pc$ ג. $C' = 3.32pF, V' = 6V, Q' = 19.9pc$

ה. (ג) $C' = 3.32pF$ (ד) $V' = 3V, Q' = 9.96pc$

8) א. $C = 2.21pF$ ב. $U_c = 17.68 \cdot 10^{-12} J$

9) א. $C = 1.77pF$ ב. $U_c = 22.13pJ$ ג. $U_c' = 66.375, \Delta U = 44.245pJ$

ד. $U_c' \approx 7.38pJ, \Delta U = -14.76pJ$

10) א. $V_c = 12V, Q = 60\mu C, U_c = 3.6 \cdot 10^{-4} J$ ב. $C' = 6\mu F, U_c' = 432\mu J, Q' = 72\mu C$

ג. $\Delta Q = 12\mu C, \Delta U = 72\mu J$ ד. $V' = 10V, U_c = 300\mu J$

11) א. $V_c = 12V, Q = 96\mu F, U_c = 576\mu J$ ב. $V_c' = 12V, Q' = 134.4\mu F, U_c' = 806.4\mu J$

ג. $V_c'' = 16.8V, Q'' = 134.4\mu F, U_c'' \approx 1129\mu J$

ד. במעבר מסעיף א' ל-ב': $\Delta U = 230.4\mu J$, במעבר מסעיף ב' ל-ג': $\Delta U \approx 323\mu J$

$$\text{12) א. } C = 5.31 \text{ pF} \quad \text{ב. } C_T = 10.62 \text{ pF} \quad \text{ג. } U_c = 132.75 \text{ pJ}$$

$$\text{13) א. } C_T = 61.95 \text{ pF} \quad \text{ב. } U_c = 1548.75 \text{ pJ}, Q = 309.75 \text{ pC}$$

$$\text{14) א. } C_T = 11.8 \text{ pF} \quad \text{ב. } U_c = 1.475 \cdot 10^{-7} \text{ J}, q = 59 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$\text{15) א. } q_C(t) \approx 1.97 \cdot 10^{-3} \text{ C} \quad \text{ב. } V_C = 1.97 \text{ V}$$

$$\text{ג. } V_C = 4.97 \text{ V}, q_C(t = 0.1) = 4.97 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$\text{16) } V_0 = 5 \text{ V}, V_C = 5 \text{ V}, q_C = 5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$\text{17) א. } I(0.005) \approx 0.096 \text{ A} \quad \text{ב. } P \approx 0.305 \text{ W}$$

$$\text{18) א. } \tau = 0.075 \text{ sec}$$

$$\text{ב. } I(t = \infty) = 0, V_C(t = \infty) = 5 \text{ V}, I(t = 0.01) \approx 0.292 \text{ A}, V_C(t = 0.01) = 0.624 \text{ V}$$

$$\text{19) א. } \tau = 0.1 \text{ sec}$$

$$\text{ב. } q_2(t = 0.2) = 6.01 \cdot 10^{-3} \text{ C}, q_1(t = 0.2) = 2.60 \cdot 10^{-3} \text{ C}, V_T(t = 0.2) = 8.65 \text{ V}$$

$$\text{20) א. } V_C(t) = 5V \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \cdot 10^{-3}}} \right) \quad \text{ב. } V_C(t) = 5 \cdot e^{-\frac{t}{7 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\text{21) א. } V_C(t) = \begin{cases} 10 \left(1 - e^{-\frac{t}{0.005}} \right) & 0 < t < 0.01 \\ 8.65 \cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.01 < t \end{cases} \quad \text{ב. } q_C(t = 0.02) \approx 7.92 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\text{ג. } I(t) = \begin{cases} \frac{10}{100} \cdot e^{-\frac{t}{0.005}} & 0 < t < 0.01 \\ \frac{8.65}{50} \cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1 < t \end{cases} \quad \text{ד. ראה סרטון.}$$

$$\text{22) א. } I(t = 0) = 2.5 \text{ A} \quad \text{ב. } I = 1 \text{ A} \quad \text{ג. } I = \frac{5}{3} \text{ A} \quad \text{ד. } I(t = 0) = \infty$$

$$\text{23) א. } I_5 \approx 0.92 \text{ A}, I_{3,4} = 1.85 \text{ A}, I_2 \approx 1.85 \text{ A}, I_T = I_1 \approx 4.62 \text{ A}$$

$$\text{ב. } I_{1,3,4} = 3.43 \text{ A}, I_{2,5} = 0 \quad \text{ג. } q_2 \approx 41.16 \cdot 10^{-6} \text{ C}, q_1 \approx 20.58 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

תרגילים ברמה א':

(1) תרגיל 1 - מציאת מטען

מה המטען המצטבר על קבל של $C = 30\mu\text{F}$ לאחר זמן רב, אם נחבר אותו למתח של 10V ?

(2) תרגיל 2 - קבל לוחות

קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = 4\text{cm}^2$, שביניהם מרחק של $d = 1\text{mm}$.

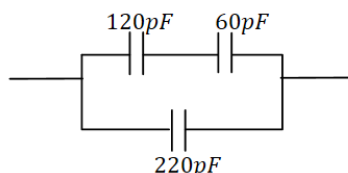
א. מה הקיבול של הקבל אם המרווח בין הלוחות ריק?

ב. מה הקיבול של הקבל אם המרווח בין הלוחות מלא בחומר דיאלקטרי אחיד בעל מקדם $\epsilon_r = 2.5$?

ג. מצא את המטען על הקבל, עבור כל אחד מהמקרים בסעיפים הקודמים, אם מחברים את הקבל למקור מתח של 5V .

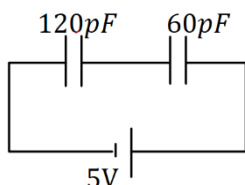
(3) תרגיל 3 - חיבור קבלים

מצא את הקיבול השקול של החיבור הבא.



(4) תרגיל 4 - חיבור קבלים

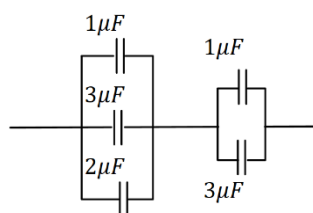
מה המטען והמתח על כל קבל במערכת הבאה (זמן רב לאחר חיבור הסוללה)?
ציין איפה המטען החיובי והיכן המטען השלילי בכל קבל.

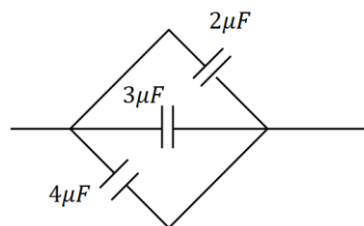


(5) תרגיל 5 - חיבור קבלים

נתונה מערכת הקבלים הבאה:

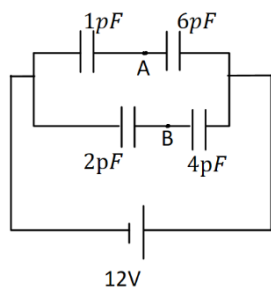
א. מצא את הקיבול השקול בין שני הקצוות של החוט.
ב. מצא את המתח והמטען על כל קבל אם מחברים את הקצוות למקור מתח של 10V .



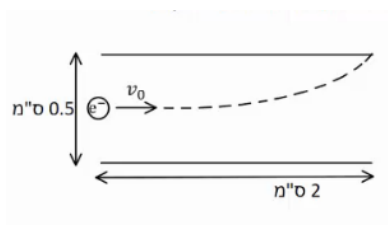
**(6) תרגיל 6 - יהלום**

נתונה מערכת הקבלים הבאה:

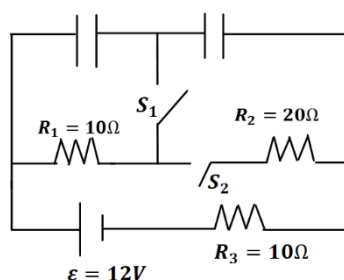
- מצא את הקיבול השקול במקרה הבא.
- מצא את המתח והמטען על כל קבל אם מחברים את הקצוות למקור מתח של 10V.

**(7) תרגיל 7 - חיבור קבלים ומציאת מתח**

- במעגל הבא נתון הקיבול של כל קבל ומתח הסוללה:
- מצא את המתח על כל קבל והמטען על כל קבל.
- סמן על כל קבל היכן המטען החיובי.
- מהו V_{AB} המתח בין הנקודות A ל-B?

**(8) תרגיל 8 - אלקטרון נכנס לקבל לוחות**

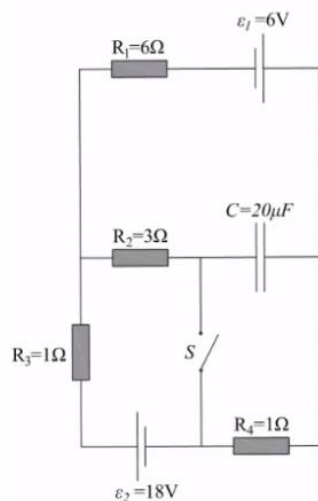
- קבל לוחות מורכב משני לוחות ריבועיים בעלי אורך צלע של 2 ס"מ ומרחק בין הלוחות של 0.5 ס"מ. אלקטרון נכנס במרכז הלוחות עם מהירות, המקבילה ללוחות, שגודלה $v_0 = 10^7 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (ראה איור).
- האלקטרון פוגע בדיוק בקצה הלוח העליון.
- א. חשב את השדה בין הלוחות (גודל וכיוון).
- ב. חשב את המתח אליו מחובר הקבל.

תרגילים ברמה ב':**(9) תרגיל 1 - מעגלים חשמליים**

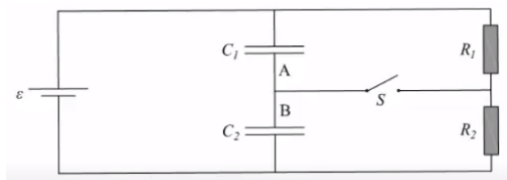
- ענה על הסעיפים הבאים עבור המעגל שבציור, זמן רב לאחר סגירת או פתיחת המתגים.
- א. מהו המתח והמטען על כל קבל, כאשר שני המפסקים פתוחים?
- ב. סוגרים את S_1 . S_2 פתוח. מהו המתח והמטען של כל קבל?
- ג. סוגרים את S_2 ופותחים את S_1 . מהו המתח על כל קבל?
- ד. הפעם שניהם סגורים. מהו המתח והמטען על כל קבל?

(10) תרגיל 2 - מעגלים חשמליים

שני קבלים, האחד של $10\mu\text{F}$ והשני של $15\mu\text{F}$, חוברו בנפרד למקורות מתח של 6V ו- 8V , בהתאמה. לאחר מכן נותקו ממקורות המתח וחוברו זה לזה. א. מה יהיה המתח והמטען הסופי על כל קבל, אם הקבלים חוברו כאשר הדקים שווי סימן מחוברים זה לזה? ב. ללא קשר לסעיף א', מה יהיה המתח והמטען הסופי על כל קבל, אם הקבלים חוברו כאשר הדקים שוני סימן מחוברים זה לזה.

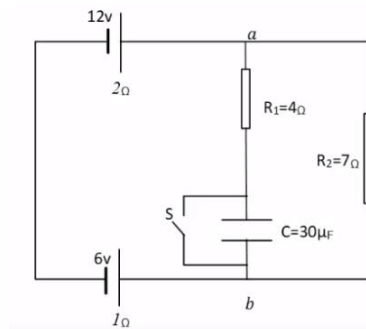
(11) תרגיל 3 - מעגלים חשמליים

נתון המעגל החשמלי המופיע בתרשים. ההתנגדויות הפנימיות של מקורות המתח זניחות. כאשר המפסק S פתוח והמעגל במצבו היציב: א. מהו הזרם החשמלי העובר דרך כל אחד מהנגדים? ב. מהו המטען על לוחות הקבל? ג. מהו גודל המתח בין הדקי המפסק הפתוח? סוגרים את המפסק S ומחכים להתייצבות המערכת. ד. מהו הזרם החשמלי העובר דרך כל אחד מהנגדים? ה. מהו המטען על לוחות הקבל?

(12) תרגיל 4 - מעגלים חשמליים

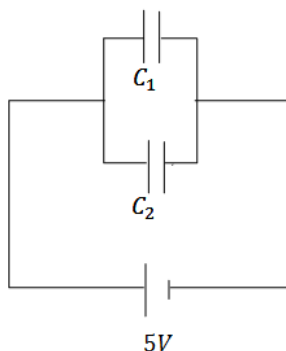
נתונים שני קבלי לוחות C_1 ו- C_2 , ששטח כל לוח הוא 0.02m^2 . המרחק בין לוחות קבל C_1 הוא 1mm והמרחק בין לוחות קבל C_2 הוא 3mm .

א. חשבו את הקיבול של כל אחד מהקבלים. חיברו את שני הקבלים למעגל הנתון בשרטוט. נתון: $\varepsilon = 12\text{V}$, $R_2 = 10\Omega$, $R_1 = 5\Omega$. פתור את כל הסעיפים לאחר זמן רב. ב. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים כאשר המפסק S פתוח? ג. כאשר המפסק S סגור, מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים? ד. מהו סכום המטען שהצטבר על שני הלוחות A ו-B?

13) תרגיל 5 - מעגלים חשמליים (עם מקור לא אידיאלי)


נתון המעגל החשמלי שבאיור, לכל מקור יש התנגדות פנימית המצוינת מתחת לסימון המקור. כאשר המפסק סגור.

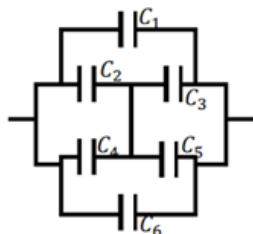
- מהם הזרמים (גודל וכיוון) שעוברים בנגדים?
- מהו המתח בין הנקודות a ו- b ?
- כעת פותחים את המפסק ומחכים זמן רב.
- מהם הזרמים (גודל וכיוון) שעוברים בנגדים?
- מהו המטען על לוחות הקבל, וכמה אנרגיה אגורה בו?


14) תרגיל 6 - שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי

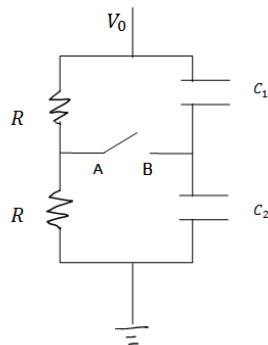
במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$, והמתח בסוללה הוא 5V. לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu\text{F}$. מצא את המטען המתח והאנרגיה של הקבל החדש, לאחר שהמערכת מתייצבת.

15) תרגיל 7 - מרחיקים לוחות בקבל לוחות

קבל לוחות בעל אורך צלע $a = 2\text{cm}$ ומרחק בין הלוחות $d = 1\text{mm}$, נטען ע"י סוללה במתח 3V. אחרי שהקבל נטען במלואו מנתקים את הסוללה ומרחיקים את הלוחות למרחק $3d$.
 א. מצא את הפרש הפוטנציאל החדש על הקבל.
 ב. מצא את האנרגיה ההתחלתית והסופית האגורה בקבל.
 ג. מצא את העבודה הנדרשת ע"מ להרחיק את הלוחות ע"י הגדרת העבודה.


16) תרגיל 8 - חיבור קונפיגורציית קבלים

נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט. מצא את הקיבול השקול של המערכת.


17) תרגיל 9 - קבלים עם מפסק

במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע, ונתון V_0 הקצה התחתון מוארק.

נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזזה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים)

בין הנקודה A לנקודה B.

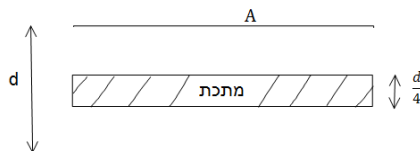
ב. סוגרים את המפסק AB.

כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

18) תרגיל 10 - קבל עם פיסת מתכת

קבל לוחות מחובר למקור מתח V . שטח כל לוח בקבל הוא A ,

והמרחק בין הלוחות הוא d ($d \ll \sqrt{A}$).



א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

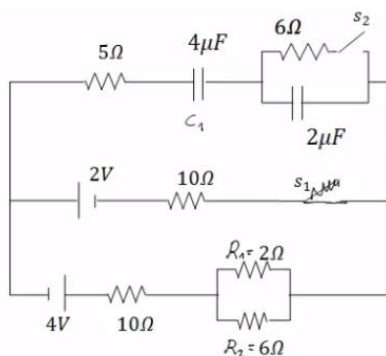
ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$

עם שטח A ממרכז הקבל. חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את

מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.

חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').


19) תרגיל 11

חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:

א. S_1 פתוח ו- S_2 סגור.

ב. S_2 פתוח ו- S_1 סגור.

ג. שני המפסקים סגורים.

20) תרגיל 12 - שתי נורות

במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V

הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח

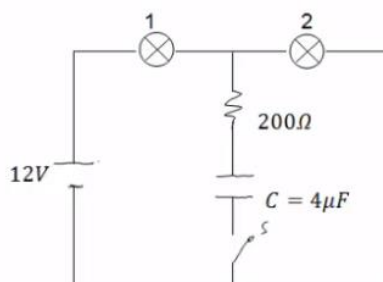
הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

א. חשב את התנגדות המתח וההספק החשמלי

של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק

סגור והמערכת התייצבה.



תשובות סופיות:

$$Q = 0.3\text{mF} \quad (1)$$

$$Q_A = 17.7\text{pc}, Q_B = 44.25\text{pc} \quad \text{ג.} \quad C' = 8.85\text{pF} \quad \text{ב.} \quad C = 3.54\text{pF} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$C_T = 260\text{pF} \quad (3)$$

$$Q_1 = Q_2 = 200\text{pc}, V_{C_1} = 1.67\text{V}, V_{C_2} = 3.33\text{V} \quad (4)$$

$$C_T = 2.4\mu\text{F} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$V_{4,5} = 6\text{V}, V_{1,2,3} = 4\text{V}, Q_1 = 4\mu\text{C}, Q_2 = 12\mu\text{C}, Q_3 = 8\mu\text{C}, Q_4 = 6\mu\text{C}, Q_5 = 18\mu\text{C} \quad \text{ב.}$$

$$V_T = 10\text{V}, Q_1 = 20\mu\text{C}, Q_2 = 30\mu\text{C}, Q_3 = 40\mu\text{C} \quad \text{ב.} \quad C_T = 9\mu\text{F} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$Q_{1,2} = 10.29\mu\text{C}, Q_{3,4} = 16\mu\text{C}, V_1 = 10.29\text{V}, V_2 = 1.71\text{V}, V_3 = 8\text{V}, V_4 = 4\text{V} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$V_{AB} = -2.28\text{V} \quad \text{ב.}$$

$$V \approx 35.5\text{V} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} \approx -7.12 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$V_{C_2} = 0, V_{C_1} = 12\text{V}, Q_1 = 36\mu\text{C} \quad \text{ב.} \quad Q_1 = Q_2 = 24\mu\text{C}, V_1 = 8\text{V}, V_2 = 4\text{V} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$Q_{1,2} = 18\mu\text{C}, V_1 = 6\text{V}, V_2 = 3\text{V} \quad \text{ג.}$$

$$V_{C_1} = 6\text{V}, Q_{C_1} = 18\mu\text{C}, V_{C_2} = 3\text{V}, Q_2 = 18\mu\text{C} \quad \text{ד.}$$

$$q_2 = 36\mu\text{C}, q_1 = 24\mu\text{C}, V_1 = V_2 = 2.4\text{V} \quad \text{ב.} \quad q_2 = 108\mu\text{C}, q_1 = 72\mu\text{C}, V_1 = V_2 = 10.8\text{V} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$|V_S| = 15\text{V} \quad \text{ג.} \quad q_C = 240\mu\text{C} \quad \text{ב.} \quad I = 3\text{A} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$q = 40.4\mu\text{C} \quad \text{ה.} \quad I_1 = 2.52\text{A}, I_2 = -3.87\text{A}, I_3 = 6.39\text{A} \quad \text{ד.}$$

$$I = 0.8\text{A} \quad \text{ג.} \quad I = 0.8\text{A} \quad \text{ב.} \quad C_1 = 1.77 \cdot 10^{-10}\text{F}, C_2 = 0.59 \cdot 10^{-10}\text{F} \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$q_1 = 7.08 \cdot 10^{-10}\text{C}, q_2 = 4.72 \cdot 10^{-10}\text{C} \quad \text{ד.}$$

$$V_{ab} = 2.756\text{V} \quad \text{ב.} \quad I_1 = 0.689\text{A}, I_2 = 0.393\text{A} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$q = 1.26 \cdot 10^{-4}\text{C} \quad \text{ד.} \quad I_1 = 0, I = 0.6\text{A} \quad \text{מטה,} \quad \text{ג.}$$

$$q'_3 = 12.5\mu\text{C}, V'_3 = 2.5\text{V}, U = 15.625\text{J} \quad (14)$$

$$U_{C_1} = 15.93 \cdot 10^{-12}\text{J}, U_{C_F} = 47.79 \cdot 10^{-12}\text{J} \quad \text{ב.} \quad V' = 9\text{V} \quad \text{א.} \quad (15)$$

$$|W| = 31.86 \cdot 10^{-12}\text{J} \quad \text{ג.}$$

$$C_T = C_1 + C_6 + C_{2,3,4,5} \quad (16)$$

$$q_1 = \frac{C_1 V_0}{2}, q_2 = \frac{C_2 V_0}{2}, \Delta q = \frac{V_0}{2}(C_2 - C_1) \quad \text{ב.} \quad V_{AB} = \frac{V_0}{2} - \frac{V_0 C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{א.} \quad (17)$$

$$q = CV = \frac{\varepsilon_0 A}{d} V, E = \frac{V}{d}, U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} V^2 \quad \text{א. (18)}$$

$$q_1 = q_2 = \frac{4\varepsilon_0 AV}{3d}, E_1 = E_2 = \frac{4V}{3d}, U = \frac{1}{2} C_T V^2 = \frac{2\varepsilon_0 A}{3d} V^2 \quad \text{ב.}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{V}{d}, U = \frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{136}{129} \mu C \quad \text{ג.} \quad \frac{12}{43} A \quad \text{ב.} \quad 16 \mu F \quad \text{א. (19)}$$

$$R_1 = 200 \Omega, R_2 = 250 \Omega, V_1 = 5.34 V, V_2 = 6.68 V, P_1 = 0.143 W, P_2 = 0.178 W \quad \text{א. (20)}$$

$$V_C = 6.68 V \quad \text{ב.}$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 16 - חוק ביו סבר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 219

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק ביו-סבר :

השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם

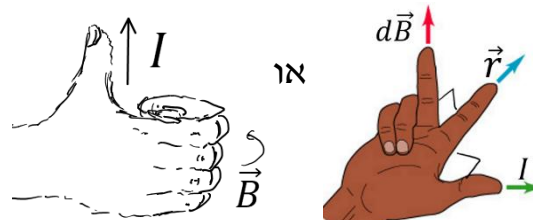
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi |\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi |\vec{r}|^2}$$

$\vec{r}$ - הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ - אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

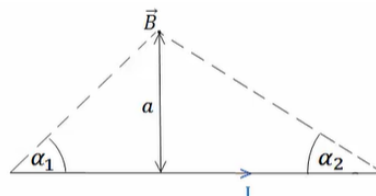
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ - מקדם הפרמביליות של הריק

- חישוב הכיוון :



השדה של תיל סופי :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$



במרכז התיל:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

כאשר L הוא אורך התיל.

השדה של תיל אינסופי:

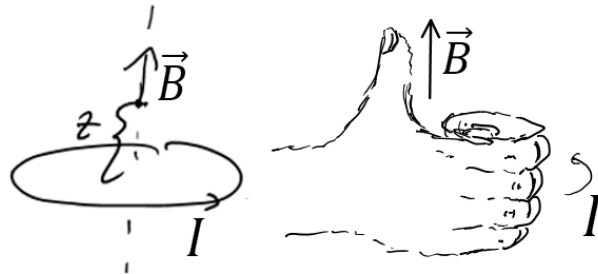
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:

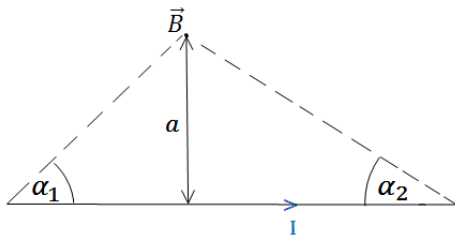


כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

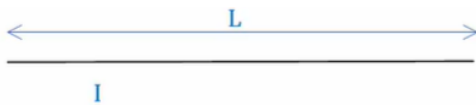
הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

שאלות:



- (1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות
הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל
בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

כאשר I הוא הזרם בתיל.



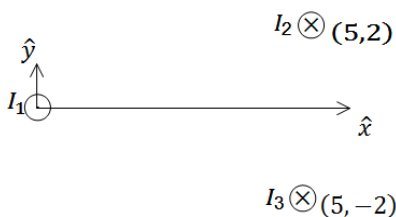
- (2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים
נתון תיל סופי באורך L וזרם I .
השדה נמצא במרחק y מהראשית.
חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.



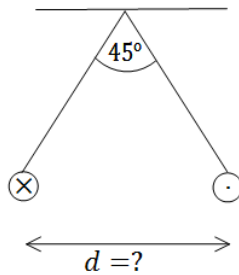
- (3) חישוב שדה של טבעת
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה
של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זרם I .



- (4) חישוב שדה של דיסקה
דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ .
הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב
ציר הסימטריה שלה.
מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.



- (5) שדה של שלושה תילים אינסופיים
שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה- z
מונחים במיקומים הבאים:
 $\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$
הזרמים בתילים הם:
 $I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.
מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה- x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y ?

**(6) שני תילים תלויים**

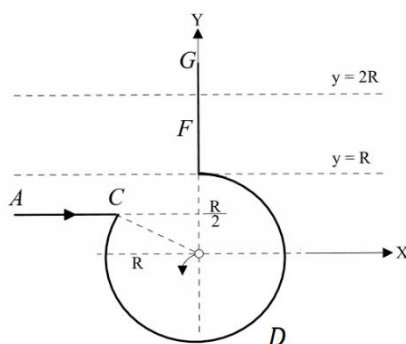
שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע. בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים. הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2 \frac{gr}{m}$. מצא את המרחק בין התילים.

(7) מצולע עם אן צלעות

במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I. נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R. א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע? ב. בדוק עבור $n \rightarrow \infty$.

(8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי
שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו- $-\lambda$.

התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה. מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

(9) חישוב שדה של תיל מיוחד

תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים. המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).

בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.

א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?

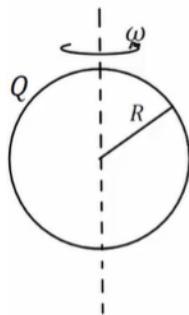
ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.

צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט. מהו סימן מטענו של החלקיק?

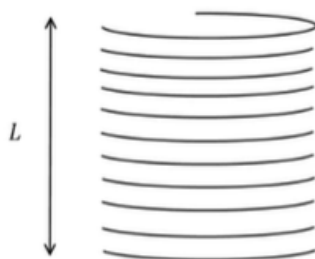
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.

חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).

נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0, ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון. מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

**(10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת**

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
 הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω .
 הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

**(11) שדה של סליל סופי**

בסליל סופי באורך L , רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
 חשבו את השדה המגנטי ב:
 א. מרכז הסליל.
 ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi y} \frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

$$B_x = B_y = 0, \quad B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 \sigma w}{2} \left((R^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} + z^2 (R^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} - 2z \right) \quad (4)$$

$$x_1 = -2.76, \quad x_2 = 5.26 \quad (5)$$

$$d = 0.241 \text{ m} \quad (6)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{ב.} \quad B = \frac{n\mu_0 I}{2\pi R} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$V = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (8)$$

$$\vec{F} = \frac{Ia}{3} 7R^3 \hat{x} \quad \text{ג.} \quad B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2 - \sqrt{3}) \quad \text{א.} \quad \text{ב. שלילי} \quad (9)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 Qw}{6\pi R} \quad (10)$$

$$\frac{\mu_0 \ln L}{2(R^2 + (L)^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{ב.} \quad \frac{\mu_0 \ln L}{2\left(R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א.} \quad (11)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 17 - חוק אמפר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 225

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר :

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2 \quad \text{מקדם המגנטיות של הריק}$$

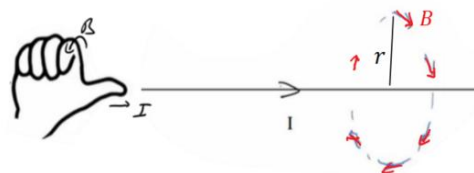
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכ, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול. הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר :

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טורואיד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



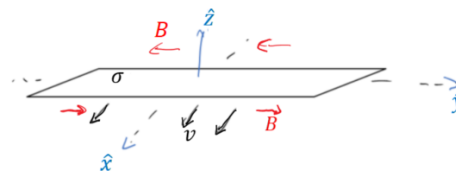
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות, ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי :

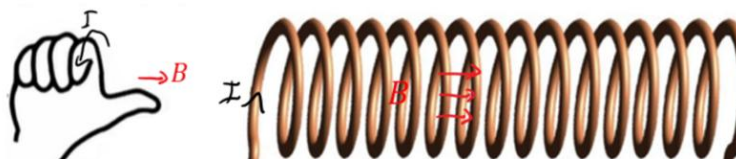
עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$


שדה של סליל אינסופי :

$$B = \mu_0 I n$$

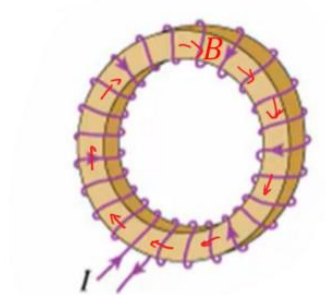
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל. כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.


טורואיד :

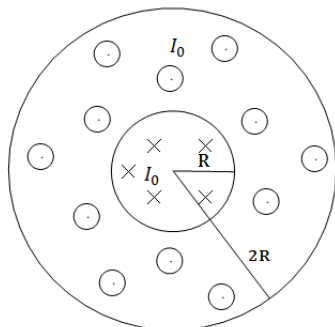
$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:



(1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני $2R$ (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת). בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

(2) שדה של מישור דק אינסופי



נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ .

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x במהירות קבועה V_0 .

חשב את השדה המגנטי.

(3) שדה של מישור עבה



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען

אחידה ליחידת נפח ρ .

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית

הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

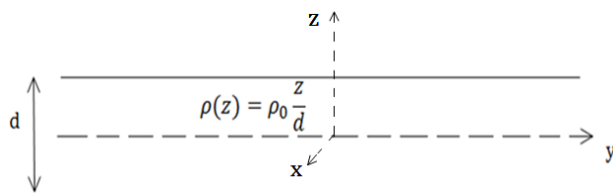
(4) שדה של סליל אינסופי

נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N .

צפיפות הליפופים n , רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S .

קיימת סימטריה בציר ה- z .

חשב את השדה המגנטי.

**(5) מישור עם צפיפות מטען משתנה**

מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת

$$\text{נפח } \rho(z) = \rho_0 \frac{z}{d}.$$

המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

(6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית

מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען

$$\text{משתנה ליחידת נפח } \rho(z) = \rho_0 e^{\alpha z}$$

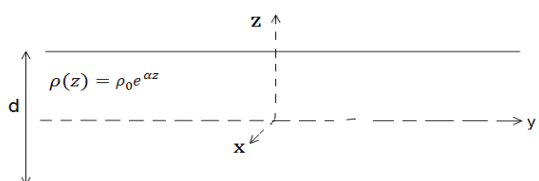
כאשר α קבוע.

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x

(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

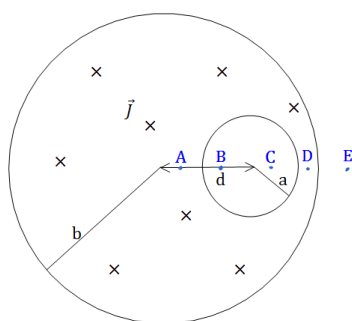
**(7) חור בגליל**

גליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b .

מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.

בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה

ונתונה J .



א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A, B, C, D, E

המסומנות בסרטוט.

הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל

הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.

רמז: $\hat{\theta} = \hat{z} \times \hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

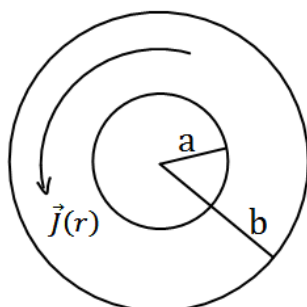
(8) שדה מגנטי של זרם היקפי

בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b

זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r) = A r^3 \hat{\theta}$.

מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.

A קבוע נתון.



תשובות סופיות:

$$\mathbf{J}_{in}^r = \frac{I_0}{\pi R^2} \hat{z} \quad r < R, \quad \mathbf{J}^r = \frac{-I_0}{\pi 3R^2} \hat{z} \quad R < r < 2R. \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\mathbf{B}^r = \frac{I_0 r}{2\pi R^2} \theta \quad r < R, \quad B=0 \quad R < r < 2R. \quad \text{ב.}$$

$$\mathbf{B}^r = \frac{\sigma V_0 \mu_0}{2} \begin{cases} (-\hat{y}) & z > 0 \\ (+\hat{y}) & z < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{B}^r = \rho_0 V_0 z (-\hat{y}), \quad \mathbf{B}^r = \frac{\rho V_0 d \mu_0}{2} \begin{cases} -\hat{y} & z > \frac{d}{2} \\ \hat{y} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{B}^r = \mu_0 \ln \hat{z} \quad (4)$$

$$\mathbf{B}^r = 0 \quad z > \frac{d}{2}, \quad \mathbf{B}^r = 0 \quad z < -\frac{d}{2}, \quad \mathbf{B}^r = \frac{\mu_0 \rho_0 V_0}{2d} \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - z^2 \right) \hat{y} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \quad (5)$$

$$\mathbf{B}^r = \frac{\rho_0 V_0}{2\alpha} \left(e^{-\alpha \frac{d}{2}} - e^{\alpha \frac{d}{2}} \right) \hat{y} \cdot \begin{cases} (+1) & z > \frac{d}{2} \\ (-1) & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{B}^r = \frac{\rho_0 V_0}{2\alpha} \left(e^{-\alpha \frac{d}{2}} + e^{\alpha \frac{d}{2}} - 2e^{\alpha z} \right) \hat{y} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$$

$$\mathbf{B}_A^r = \frac{\mu_0 J}{2} \left(r + \frac{b^2}{d-r} \right) \hat{\theta}, \quad \mathbf{B}_B^r = \frac{\mu_0 J d}{2} \hat{\theta}, \quad \mathbf{B}_C^r = \frac{\mu_0 J d}{2} \hat{\theta}, \quad \mathbf{B}_D^r = \frac{\mu_0 J r}{2} \hat{\theta} - \frac{\mu_0 J b^2}{2(r-d)} \hat{\theta}. \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\mathbf{B}^r = \frac{\mu_0 J}{2} \hat{z} \times d. \quad \text{ב.} \quad \mathbf{B}_E^r = \frac{\mu_0 J a^2}{2r} - \frac{\mu_0 J b^2}{2(r-d)} \hat{\theta}$$

$$\mathbf{B}^r = \frac{b^4 - r^4}{4} \mu_0 \hat{z} \quad a < r < b, \quad \mathbf{B}^r = A \frac{b^4 - a^4}{4} \mu_0 \hat{z} \quad 0 < r < a \quad (8)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 18 - חוק פאראדיי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 230

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק פאראדיי:

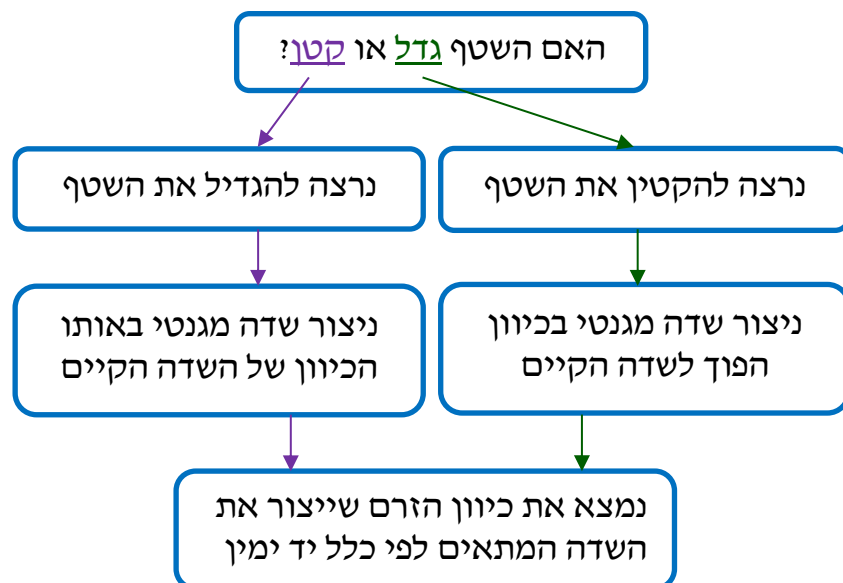
$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ:

הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

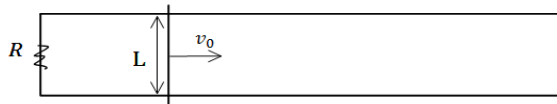
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי :

$$\varepsilon = BLv \sin \alpha$$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה. כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

שאלות:

(1) מוט שזז על מסילה



במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.

בתחילת המסילה נמצא נגד R .

המרחק בין פסי המסילה הוא L .

על המסילה נמצא מוט מוליך

נוסף המחובר בין שני פסי המסילה,

המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0 .

א. מהו הכא"מ במעגל?

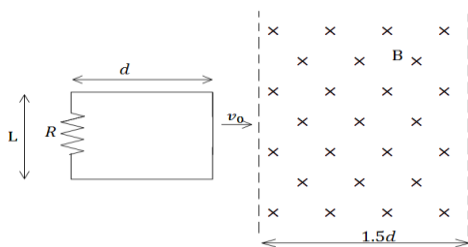
ב. מהו הזרם במעגל?

ג. מהו הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?

ד. מהו ההספק של הכוח החיצוני?

ה. מהו ההספק בנגד?

(2) מסגרת נעה בתוך שדה



מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L ,

נעה במהירות קבועה v_0 , לכיוון אזור בו

שורר שדה מגנטי אחיד B .

אורך האזור הוא $1.5d$ ורוחבו ארוך מאוד.

למסגרת התנגדות כוללת R .

הנח כי ב- $t = 0$ הצלע הימנית של המסגרת

נכנסת לאזור עם השדה.

א. מצאו את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).

ב. מצאו את הזרם במסגרת, גודל וכיוון

(כתלות בזמן).

ג. מצאו את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת

שתנוע במהירות קבועה.

ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

(3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי

מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy .

ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x .

מיקום המסגרת ב- $t = 0$ הוא x_0 .

תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו

זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y .

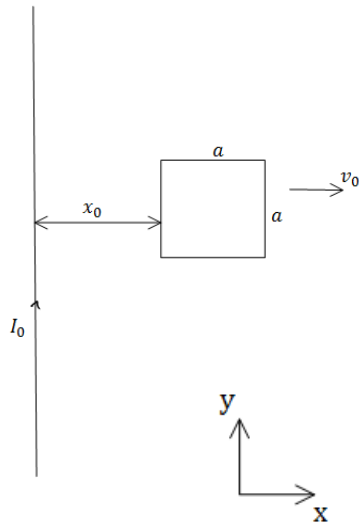
א. מצא את הכא"מ במסגרת.

ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע

שההתנגדות הכללית שלה היא R .

ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את

המסגרת במהירות קבועה.

**(4) טבעת מסתובבת**

טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy

ומתחילה להסתובב במהירות זוויתית קבועה ω

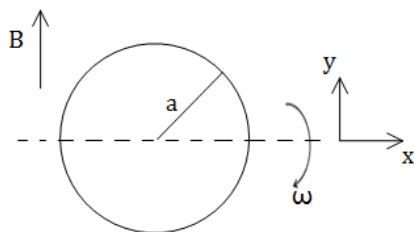
סביב ציר ה- x .

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y .

א. מצא את הכא"מ בטבעת כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את הכא"מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן

לפי $B(t) = B_0 \cos(\omega t)$.

**(5) מוט זז בתוך מעגל**

מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.

בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד

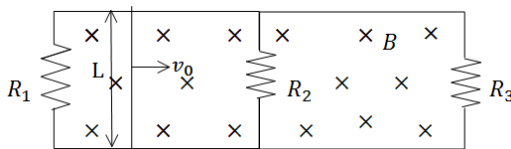
וקבוע לתוך הדף B .

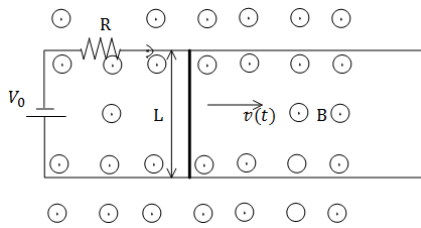
נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B .

מצא את הזרם משני צידי המוט עבור

המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון

לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.




(6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח

מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן. למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0 .

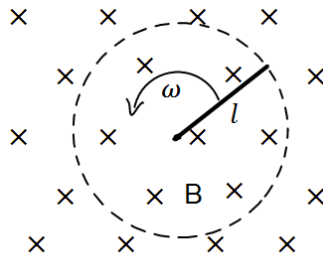
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא"מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.

ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.

ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.

ד. מהו הספק החום בנגד?

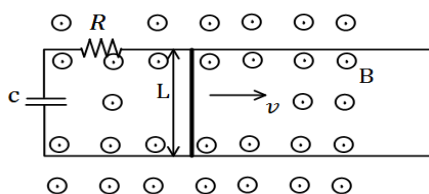

(7) מוט מסתובב

מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω .

המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.

ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פאראדיי.


(8) פאראדיי עם קבל ונגד ביחד

מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v .

למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבול C .

בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).

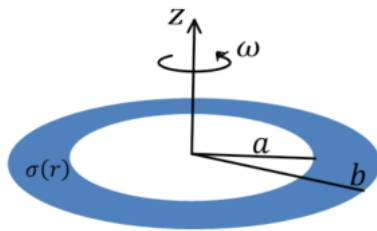
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?

ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ"ל (כתלות בזמן).

ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).

ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד.

הסבר מדוע ההספקים שווים.

**(9) טבעת בתוך טבעת רחבה**

טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

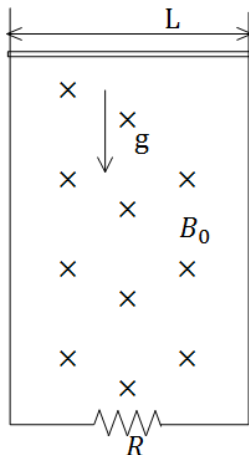
$$\sigma(r) = \begin{cases} 0 & r < a \\ \sigma_0 \frac{a}{r} & a \leq r \leq b \\ 0 & b < r \end{cases}$$

הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת. מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega = \alpha t^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 ($r_0 \ll a$). חשבו את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבו את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R .

(10) מוט נופל מחובר למסילה

מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף. רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M . התנגדות המסילה קבועה ושווה ל- R .

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v .

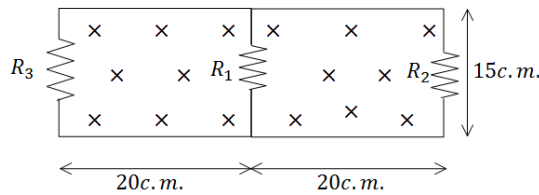
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט.

מהי המהירות הסופית של המוט?

ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

**11) כא"מ בשני מעגלים**

במעגל הבא התנגדות הנגדים היא :

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$$

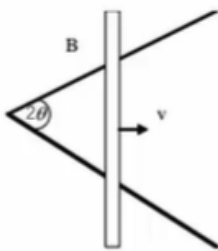
$$B = 2 \frac{T}{\text{sec}} \cdot t$$

במרחב קיים שדה מגנטי

אחיד לתוך הדף.

ממדי המעגל נתונים בשרטוט.

מצא את הזרם בכל נגד.

12) מוט נע על מסילות בזווית

שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.

מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.

המוט נע לאורכם במהירות קבועה v , ומתחיל את

תנועתו בקדקוד המשולש.

כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

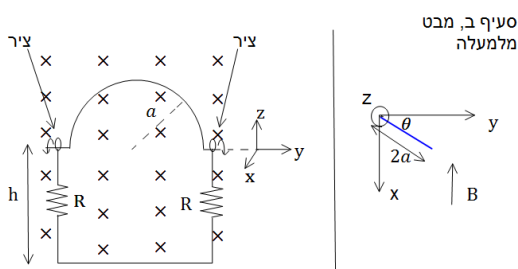
א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1 ,

והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה

כפונקציה של הזמן.

ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

13) כבל מסתובב

במערכת הבאה ישנו כבל מוליך

אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a .

בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל

מחובר לצירים כך שניתן לסובבו

סביבם (סביב ציר ה- y בציר).

הצירים מחוברים למסגרת מלבנית

בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.

בכל צד של המסגרת קיים נגד R .

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).

ב- $t = 0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציר ומתחילים לסובבו סביב הצירים

(ציר ה- y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל

מתקדמות אלינו).

א. מהו הזרם בכבל?

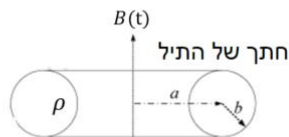
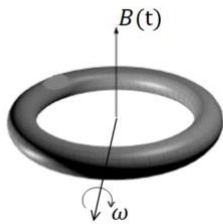
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל

המערכת סביב עמוד זה.

מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.

ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת



נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות

מסה α והתנגדות סגולית ρ .

מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס

שטח החתך שלו הוא b .

יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a

כך ש- $b \ll a$.

מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים

שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $B(t)$ במאונך לטבעת.

קצב השינוי של השדה הוא $\beta = \frac{dB}{dt}$.

א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.

ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β, ρ, α, m

וללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב- a ו- b).

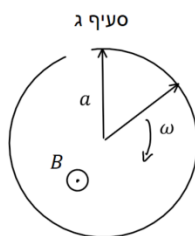
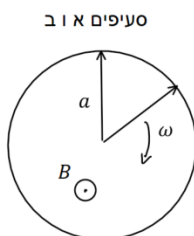
ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω

סביב ציר העובר במרכז ומאונך לשדה המגנטי.

חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן.

האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

15) שער פאראדיי



לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה

ליחידת אורך היא r מחברים שני מחוגים

מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R .

המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז

הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת.

מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב

במהירות זוויתית קבועה ω .

בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

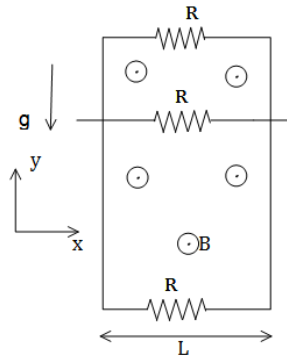
א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ .

ב. חשבו את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון

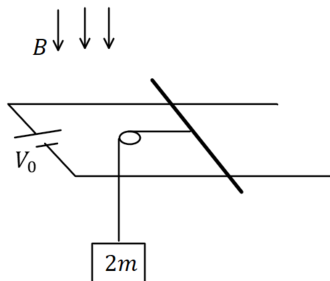
(הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).

ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור).

חזור על סעיף ב.

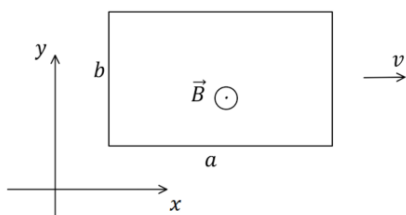
16) נגד נופל במסגרת

מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L , נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה- y ורוחבה על ציר ה- x . בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R . מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה- y על המסגרת. מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

17) מוט על מסילה מחובר למשקולת

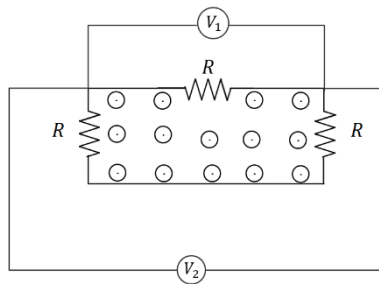
מוט מוליך בעל אורך L , מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות. המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0 . בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה. משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

- חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.
- חותכים את החוט. רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?
- מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

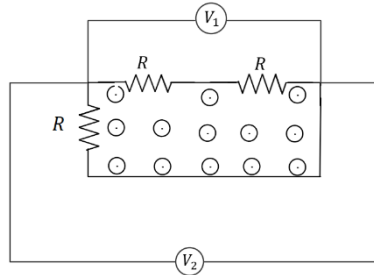
18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה לינארית

מסגרת מלבנית בגודל $a \times b$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy . המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$. ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$ כאשר α, x_0, v_0 קבועים נתונים.

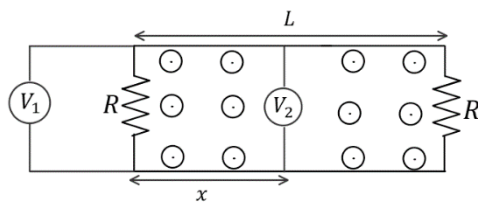
- מצא את הכא"מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה. הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.
- מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.
- מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

**(19) מעגל עם פאראדיי**

במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד. אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2 ?

**(20) מעגל עם פאראדיי 2**

במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד. אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2 ?

**(21) מעגל עם פאראדיי 3**

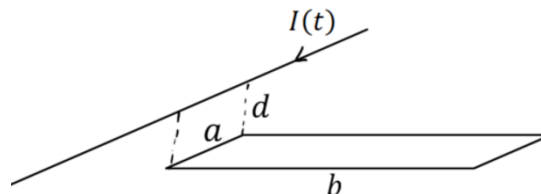
במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L . מחברים שני מדי מתח אידיאליים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי. נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV . מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}L$

ב. $x = \frac{1}{4}L$

(22) תיל מעל מסגרת

בתיל אינסופי זורם זרם התלוי בזמן $I(t)$. התיל נמצא בגובה d מעל מסגרת מלבנית ובמקביל לאחת מצלעות המסגרת, ראו שרטוט. גודל המסגרת הוא $a \times b$ מהו השטף של השדה המגנטי דרך המסגרת כתלות ב- $I(t)$?



תשובות סופיות:

$$\varepsilon = -BLV_0 \quad \text{א.} \quad I = \frac{BLV_0}{R} \quad \text{ב.} \quad \vec{F}_{0xt} = \frac{B_0^2 L^2 V_0}{R} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad (1)$$

$$\rho_{\text{ext}} = \frac{B_0^2 L^2 V_0}{R} \quad \text{ד.} \quad \rho_R = \frac{BLV}{R} \quad \text{ה.}$$

$$|\varepsilon| = BLV_0 \quad \text{א.} \quad I = \frac{BLV_0}{R} \quad \text{ב.} \quad \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{B^2 L^2 V_0}{R} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$\rho_{\text{ext}} = \frac{B^2 L^2 V_0^2}{R} \quad \text{ד.}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x} \right) V_0 \quad \text{א.} \quad I = \frac{-\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x} \right) V_0}{R} \quad \text{ב.} \quad (3)$$

$$|\vec{F}| = F_1 - F_2 \quad \text{ג.}$$

$$\varepsilon = -B_0 \pi a^2 (-\omega) \sin(\omega t) \quad \text{א.} \quad \varepsilon = \omega B_0 \pi a^2 \sin(2\omega t) \quad \text{ב.} \quad (4)$$

$$I_L = I_1, \quad I_R = I_2 + I_3 \quad \text{בין הראשון לשני:} \quad (5)$$

$$I_L = I_1 + I_2, \quad I_R = I_3 \quad \text{בין השני לשלישי:}$$

$$|\varepsilon| = BLV(t) \quad \text{א.} \quad a = \frac{BL}{MR} (-BLV(t) + V_0), \quad V_{\text{final}} = \frac{V_0}{BL} \quad \text{ב.} \quad (6)$$

$$V(t) = \frac{V_0}{BL} \left(1 - e^{-\frac{B^2 L^2}{MR} t} \right) \quad \text{ג.} \quad P_R = \left(\frac{BLV(t) - V_0}{R} \right)^2 R \quad \text{ד.}$$

$$\varepsilon = B \frac{l^2}{2} \omega \quad \text{א.} \quad \varepsilon = -B \cdot \omega \frac{l^2}{2} \quad \text{ב.} \quad (7)$$

$$I(t) = \frac{BLV}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{א.} \quad F_{\text{ext}} = \frac{B^2 L^2 V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \hat{x} \quad \text{ב.} \quad P_F = \frac{B^2 L^2 V^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \neq I^2 R \quad \text{ג.} \quad (8)$$

$$P_R = \frac{B^2 L^2 V^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}, \quad P_C = \frac{B^2 L^2 V^2}{R} \left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{2t}{RC}} \right) \quad \text{ד.} \quad \text{ה. הוכחה}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \sigma_0 a \omega \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} \hat{z} \quad \text{א.} \quad \varphi = \mu_0 \sigma_0 a \omega \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} \pi r_0^2 \quad \text{ב.} \quad (9)$$

$$I = \frac{3\mu_0 \sigma_0 a \pi r_0^2 \alpha \ln \frac{b}{a}}{2R} \quad \text{ג.}$$

$$|\varepsilon| = B_0 L V_y \quad \text{א.} \quad \text{ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.} \quad (10)$$

$$F = \frac{B_0^2 L^2}{R} V \hat{y} \quad \text{ג.} \quad V_{\text{final}} = \frac{mgR}{B_0^2 \cdot L^2} \quad \text{ד.} \quad V(t) = \left(1 - e^{-\frac{k}{m} t} \right) \frac{mg}{k}, \quad k = \frac{B_0^2 L^2}{R} \quad \text{ה.}$$

$$I_{R1} = \frac{0.6}{110} A, I_{R2} = \frac{3}{110} A, I_{R3} = \frac{2.4}{110} A \quad (11)$$

$$P_{out} = \frac{V^2 B^2}{R_1} 2 \cdot V \cdot t \cdot \tan \theta \quad \text{ג.} \quad I = \frac{V \cdot B}{R_1} \quad \text{ב.} \quad \varepsilon = 2V^2 \tan \theta t B \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$\theta = 45^\circ \quad \text{ג.} \quad \theta = 60^\circ \quad \text{ב.} \quad I = \frac{B \pi a^2 \omega}{4R} \sin \omega t \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$I = \frac{m(\beta \cos \theta - B \sin \theta \omega)}{4 \rho \alpha \pi} \quad \text{ג.} \quad I = \frac{\beta m}{4 \pi \rho \alpha} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{\beta \pi b^2 a}{2 \rho} \quad \text{א.} \quad (14)$$

$$R_T = 2R + \frac{\arctan(2\pi - \theta)}{2\pi} \quad \text{א.} \quad (15)$$

$$\hat{r}. \quad \text{ב.} \quad I_T = \frac{B \omega a^2 \pi}{4\pi R + \arctan(2\pi - \omega t)} \quad \text{ב.} \quad \text{במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון } \hat{r}.$$

$$I(t) = \frac{B \omega \frac{a^2}{2}}{2R + \arctan \omega t} \quad \text{ג.}$$

$$V = \frac{3Rmg}{2B^2 L^2} \quad (16)$$

$$\frac{BL}{R}(V_0 - BLV) = ma, \quad V_{max} = \frac{V_0}{BL} \quad \text{ב.} \quad V_0 = \frac{2mgR}{BL} \quad \text{א.} \quad (17)$$

$$V(t) = \frac{V_0}{BL} \left(1 - e^{-\frac{B^2 L^2}{MR} t} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x = \frac{V_0}{k} \quad \text{ג.} \quad V(t) = V_0 e^{-kt} \quad \text{ב.} \quad |\varepsilon| = \alpha b a V \quad \text{א.} \quad (18)$$

$$1 \text{ mV} \quad (19)$$

$$0.5 \text{ mV} \quad (20)$$

$$0.5 \text{ mV} \quad \text{ב.} \quad 0 \quad \text{א.} \quad (21)$$

$$\frac{\mu_0 a I(t)}{4\pi} \ln \left| \frac{b^2 + d^2}{d^2} \right| \quad (22)$$

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 19 - גלים

תוכן העניינים

1. גלים והתאבכות גלים 241

גלים והתאבכות גלים:

רקע:

מהירות גל מחזורי: $v = \lambda f$

חוק השבירה: $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים: $\ell = n \frac{\lambda}{2}$

קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$$

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע: $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$

נוסחת יאנג: $\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה: $\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = nN \cdot \lambda$

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד: $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$

שאלות:

1 תרגול גל 1

פולס נע ימינה בחבל.

מתוארת צורתו בשני זמנים שונים: $t = 0$, $t = 2 \text{ sec}$.



א. מה משרעת הפולס?

ב. מה מהירות התקדמותו?

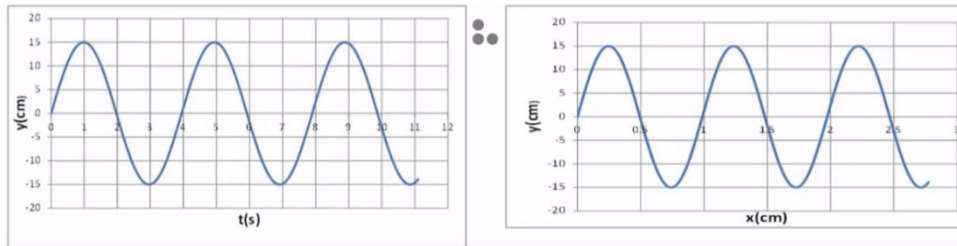
ג. מה כיוון תנועת החלקיק בחבל שנמצא בנקודה A ברגע $t = 0$?

ד. מה כיוון תנועת החלקיק בחלק שנמצא בנקודה B ברגע זה?

(2) תרגול גל מחזורי 1

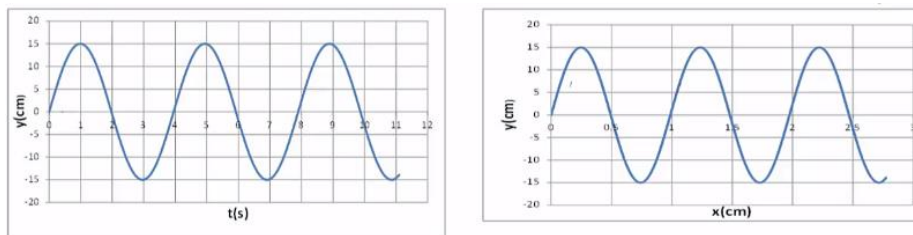
מופיעים לפניכם גרפי העתק זמן והעתק מקום של חבל מסוים.

- מהי משרעת הגל?
- מהו אורך הגל המתקדם בחבל?
- מה זמן המחזור של הגל?
- מה מהירות הגל?
- לאיזה נקודה/נקודות בחבל יכול להתאים גרף ההעתק זמן (השמאלי)?



(3) תרגול גל מחזורי 2

לפניכם גרף העתק-מקום והעתק-זמן של הגוף מהשאלה הקודמת. מכפילים את תדירות מחולל הגלים (מקור). שרטטו את גרף העתק-זמן והעתק-מקום החדשים.



(4) תרגול אנרגיה ומשרעת של גל

- גל מעגלי מתפשט באמבט גלים. משרעתו, כשהיה מעגל ברדיוס 3 cm, הייתה 1 cm.
- פי כמה תהיה קטנה האנרגיה שלו כשיתפשט לרדיוס של 15 cm?
 - מה תהיה משרעתו במצב זה?

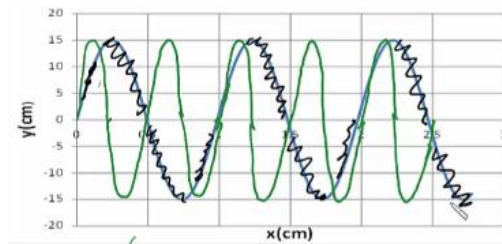
תשובות סופיות:

(1) א. $A = 0.3\text{m}$ ב. $V = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. למעלה. ד. למטה.

(2) א. $A = 0.15\text{m}$ ב. $\lambda = 1\text{m}$ ג. $t = 4$ ד. $v = 25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

ה. $(0.5, 0)$, $(1.5, 0)$, $(2.5, 0)$

(3) הגל הירוק בשרטוט:



(4) א. 5. ב. 0.45cm

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 20 - האפקט הפוטואלקטרי

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים..... 244

הסבר ותרגילים:

רקע:

אנרגיה של פוטון:

$$E_{ph} = hf$$

$$E(eV) = \frac{12400}{\lambda(\text{\AA})} = \frac{1240}{\lambda(nm)}$$

$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ הוא קבוע פלאנק.

f – תדירות הפוטון.

λ – אורך גל הפוטון.

שאלות:

1) אפקט פוטואלקטרי – תרגיל 1

תא פוטואלקטרי מסוים מוקרן באור בתדירויות משתנות.

ברגע שהוא מוקרן באור בתדירות: $f = 8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, מתחילים להיפלט אלקטרונים מהקתודה.

א. מה פונקציית העבודה של התא?

ב. כעת מקרינים את התא באור באורך גל של 300 ננומטר.

מה תהיה האנרגיה המקסימלית של האלקטרונים הנפלטים?

ג. מה תהיה מהירותם?

ד. האם כל האלקטרונים הנפלטים בעלי מהירות זו? נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 3.31 eV ב. 0.82 eV ג. $V = 5.37 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. לא.

פיזיקה 423232 (מכניקה וחשמל)

פרק 21 - האטום - התפתחות הסטורית ומודל האטום של בוהר

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים.....245

הסבר ותרגילים:

רקע:

הנחות בוהר:

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$$

$$E_{ph} = |E_f - E_i|$$

m_e – מסת האלק'

v_n – מהירות האלק' ברדיוס מסדר n .

r_n – הרדיוס ה- n .

$n = 1, 2, 3 \dots$ – מספר חיובי שלם

$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ – קבוע פלאנק.

E_{ph} – אנרגיית פוטון שנפלט/נבלע.

E_i ו- E_f הן אנרגיות האלק לפני ואחרי התהליך.

רמות אנרגיה באטום מימן:

$$E_n = -\frac{R^*}{n^2} \quad (U_\infty = 0)$$

$$R^* = \frac{2\pi^2 k^2 m_e e^4}{h^2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV}$$

R^* – קבוע רידברג.

k – קבוע קולון.

$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$ – קבוע הפרמטיביות של הריק.

רדיוסי המסלולים המותרים של האלקטרון באטום מימן:

$$r_n = r_1 n^2$$

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

r_1 – רדיוס הבסיס של האלק'

שאלות:

(1) תרגיל 1 אטום מימן

- איזו אינטראקציה תתרחש בין גז מימן ברמת היסוד ובין:
- אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית של 12 אלקטרון וולט?
 - פוטונים בעלי אנרגיה של 12 אלקטרון וולט?
 - פוטונים בעלי אנרגיה של 15 אלקטרון וולט?
 - אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית של 15 אלקטרון וולט?
- היעזרו בדיאגרמה לרמות אנרגיה של אטום מימן.

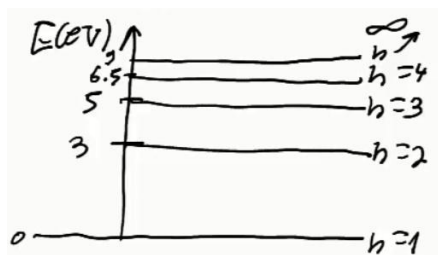
(2) תרגיל 2 אטום מימן

- בניסוי מסוים העבירו דרך גז מימן חד אטומי ברמת היסוד אלקטרונים שהואצו לאנרגיה קינטית של 13 אלקטרון וולט.
- כיצד ייראה ספקטרום הפליטה של גז זה?
 - מה הערכים האפשריים של האנרגיה הקינטית לאלקטרונים שהואצו לאחר מעברם בגז?
 - מה השינוי ברדיוס של האלקטרונים הקשורים שעוררו לרמה הגבוהה ביותר?

(3) תרגיל 3 אטום מימן

- בניסוי נוסף הקרינו גז מימן ברמת היסוד בפוטונים בעלי אורך גל גדול ושווה מ-100 ננומטר, וקטן או שווה מ-400 ננומטר.
- כיצד ייראה ספקטרום הבליעה של הגז?
 - כיצד ייראה ספקטרום הפליטה של הגז?
 - מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון האנרגטי ביותר?

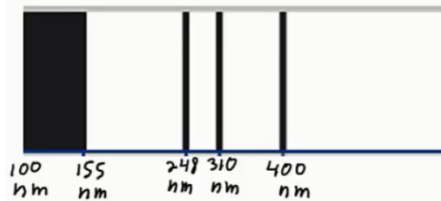
(4) גזים אחרים תרגיל 1



- נתונה דיאגרמת רמות האנרגיה של גז מסוים:
- איזו אינטראקציה תתרחש אם נקרין את הגז בפוטונים בעלי אנרגיה של 6 אלקטרון וולט?
 - איזו אינטראקציה תתרחש אם נאיץ אל הגז אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית של 6 אלקטרון וולט?
 - במידה ותתרחש אינטראקציה עם הגז, תאר מה יקרה לאחר מכן.

5) גזים אחרים תרגיל 2

מעבירים דרך גז לא ידוע אור בטווח אורכי גל של: $180\text{nm} \leq \lambda \leq 700\text{nm}$.
 מקבלים ספקטרום בליעה בו חסרים 3 אורכי גל: $\lambda_1 = 620\text{nm}$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 = 248\text{nm}$, 400nm .
 א. חשבו ושרטטו את דיאגרמת רמות האנרגיה של גז זה.
 ב. כמה קווים ספקטרליים יהיו בספקטרום הפליטה במצב המתואר למעלה?
 ג. מאיצים אלקטרונים במתח של 5.5 וולט ולאחר מכן מכוונים אותם לתוך גז זה שנמצא מחדש ברמת היסוד.
 עם איזה אנרגיה קינטית יכולים האלקטרונים החופשיים להמשיך לאחר מעברם בגז?

6) גזים אחרים תרגיל 3

בניסוי מסוים הוקרן גז לא ידוע באור בספקטרום רציף בתחום אורכי הגל של: $100\text{nm} \leq \lambda \leq 500\text{nm}$.
 ספקטרום הבליעה של הגז כולל 3 קווים דקים חשוכים, ותחום רציף חשוך כמתואר בתרשים.
 א. חשבו את הפרשי האנרגיה של 3 הרמות המעוררות האפשריות לחישוב ביחס לרמת היסוד.
 ב. ענו על הסעיפים הבאים:
 i. הסבירו מדוע קיימת בליעה רציפה - $\lambda \leq 155\text{nm}$.
 ii. חשבו את האנרגיה הדרושה ליינון אטום זה.
 ג. שרטטו דיאגרמת רמות אנרגיה לאטום. בחרו את אנרגיית רמת היסוד כרצונכם.
 ד. חשבו את אורכי הגל הנפלטים באטום זה.
 ה. מה המהירות המקסימלית של אלקטרון שיפלט מאטום זה?

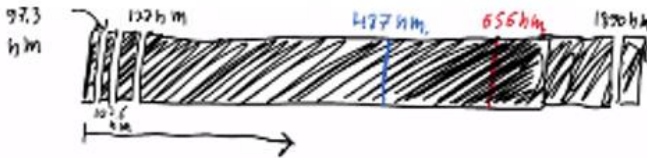
7) אטומים דמויי מימן תרגיל

א. שרטטו את 5 רמות האנרגיה הראשונות של הליום דמוי מימן + רמת היינון.
 ב. מאיצים אלקטרונים חופשיים במתח של 50 וולט ואז יורים אותם לתוך גז זה.
 i. עד איזה רמה יעוררו האלקטרונים הקשורים?
 ii. עם איזה אנרגיה קינטית יכולים לצאת האלקטרונים החופשיים?
 ג. כמה קווי פליטה יהיו בספקטרום הפליטה של הליום זה, ומה אורכי הגל שלהם?
 ד. מאירים על גז זה בפוטונים בעלי אורך גל 62 ננומטר. תארו מה יקרה.

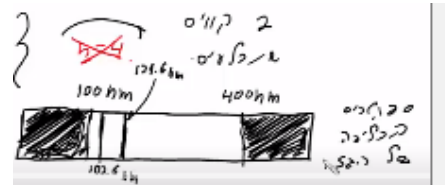
תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

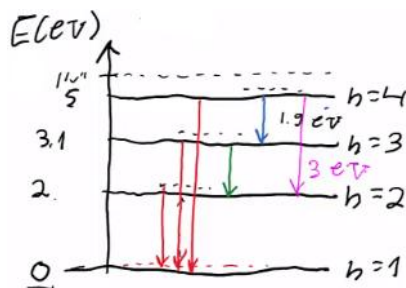
(2) א. 6 קווים בספקטרום הפליטה,

ב. 1. $E_k = 13\text{eV}$ - לא תהיה מסירה.2. $E_k = 2.8\text{eV} \leftarrow 10.2\text{eV}$ מסירה של 2.3. $E_k = 0.91\text{eV} \leftarrow 12.09\text{eV}$ מסירה של 3.4. $E_k = 0.25\text{eV} \leftarrow 12.75\text{eV}$ מסירה של 4.ג. $7.93 \cdot 10^{-10}\text{m}$ ב. ראה סרטון. ג. $2.42 \cdot 10^{-19}\text{J}$

(3) א.



(4) ראה סרטון.

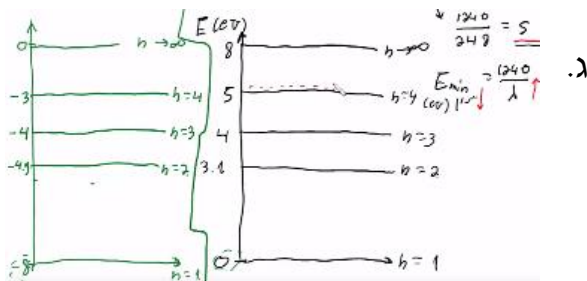
(5) א. $E_1 = 2\text{eV}$, $E_2 = 3.1\text{eV}$, $E_3 = 5\text{eV}$ 

ב. 6 קווים בספקטרום הפליטה. ג. ראה סרטון.

ב. i. ראה

(6) א. $\Delta E_{1 \rightarrow 2} = 3.1\text{eV}$, $\Delta E_{1 \rightarrow 3} = 4\text{eV}$, $\Delta E_{1 \rightarrow 4} = 5\text{eV}$

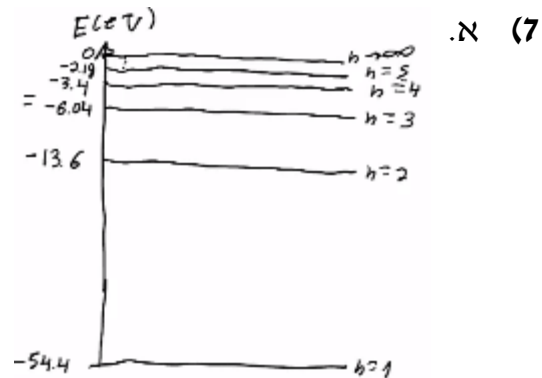
סרטון.

ב. ii. 8eV .
 $\lambda_{4 \rightarrow 3} = , \lambda_{3 \rightarrow 1} = 248\text{nm}$, $\lambda_{2 \rightarrow 4} = 653\text{nm}$, $\lambda_{1 \rightarrow 4} = 1240\text{nm}$, 1378nm

$$\lambda_{6 \rightarrow 1} = 400 \text{ nm}, \lambda_{5 \rightarrow 1} = 310 \text{ nm}$$

$$1.24 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ב.i. עירור עד רמה $n = 4$.



ii. $E_k = 52 \text{ eV}, E_{k_{1 \rightarrow 2}} = 11.2 \text{ eV}, E_{k_{1 \rightarrow 3}} = 3.64 \text{ eV}, E_{k_{1 \rightarrow 4}} = 1 \text{ eV}$

ג. 6 קווים ספקטרליים: $\lambda_1 = 470 \text{ nm}, \lambda_2 = 122 \text{ nm}, \lambda_3 = 24.3 \text{ nm}$

$$\lambda_4 = 164 \text{ nm}, \lambda_5 = 25.6 \text{ nm}, \lambda_6 = 30.4 \text{ nm}$$

ד. ראה סרטון.