

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022



תוכן העניינים

1.	מבוא מתמטי	1
10.	הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון	10
19.	חוק גאוס	19
30.	פוטנציאל	30
43.	דיפול חשמלי	43
46.	מציאת התפלגות מטען	46
51.	אנרגיה הדרושה לבניית מערכת	51
53.	חומרים דיאלקטריים	53
56.	מעגלי זרם ישר	56
62.	קבלים	62
72.	מעגלי CR - בסילבוס שלכם רשום רק איכותי והפרק באתר כולל גם חישובים פשוטים	72
76.	נגדים זרם וצפיפות זרם	76
81.	חוק לורנץ וכוח על תייל נושא זרם	81
94.	חוק ביו סבר	94
100.	חוק אמפר	100
105.	חוק פאראדיי	105
116.	תרגילים ברמת מבחן	116

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

1. אינטגרל כפול ומשולש.....1
2. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים.....3
3. צפיפות מטען.....6
4. וקטורים.....7
5. אופרטור הנאבלה.....9

אינטגרל כפול ומשולש:

שאלות:

פתרו את האינטגרלים הבאים:

- | | |
|--|---------------|
| $\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$ | (1) דוגמה 1 |
| $\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$ | (2) דוגמה 2 |
| $\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$ | (3) דוגמה 3 |
| $\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$ | (4) דוגמה 4 |
| $\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$ | (5) דוגמה 5 |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$ | (6) דוגמה 6 |
| $\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$ | (7) דוגמה 7 |
| $\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$ | (8) דוגמה 8 |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$ | (9) דוגמה 9 |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$ | (10) דוגמה 10 |
| $\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ | (11) דוגמה 11 |

$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$

(12) דוגמה – אינטגרל משולש

תשובות סופיות:

(1) 108

(2) 18

(3) 13.33

(4) $\frac{2}{3}$

(5) 512

(6) 56.55

(7) $\frac{4c^3}{3} \left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

(8) $2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3}$

(9) $\frac{4aR^3}{3} 2\pi$

(10) $\frac{8\pi yR^3}{3}$

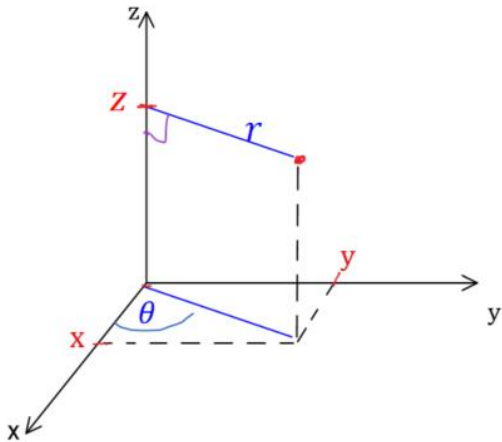
(11) $4\pi r^2$

(12) 39

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

רקע:

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r d\theta / dr / dz$$

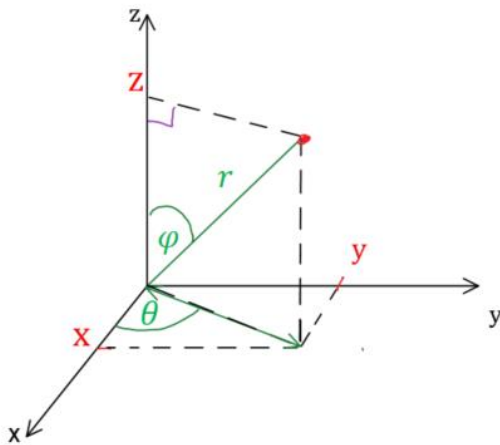
דיסקה

מעטפת
גלילית

$$dS = r d\theta dr / r d\theta dz / dr dz$$

גליל מלא

$$dV = r d\theta dr dz$$



קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\theta d\varphi$$

שאלות:

(1) שטח מעגל

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

(2) חישוב נפח גליל

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

$$S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (2)$$

צפיפות מטען:

רקע:

צפיפות נפחית – כמות המטען ביחידת נפח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\rho = \frac{Q_T}{V}$.

צפיפות משטחית – כמות המטען ביחידת שטח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\sigma = \frac{Q}{S}$.

צפיפות אורכית – כמות המטען ביחידת אורך.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\lambda = \frac{Q}{L}$.

אלמנט מטען אינפיניטסימלי:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

שאלות:

(1) תרגיל - דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

(2) תרגיל – מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

תשובות:

$$Q \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (1)$$

$$\rho_0 \pi R^3 \quad (2)$$

וקטורים:

רקע:

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

מציאת זווית בין וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

מכפלה וקטורית:

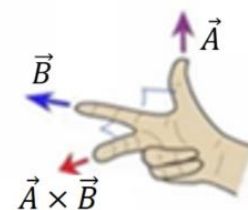
דרך 1 – דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha - \text{גודל המכפלה}$$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג -



מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ והתוצאה בכיוון האגודל.

בחירת מערכת צירים:

במערכת צירים צריך להתקיים: $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$.

זהויות:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

אופרטור נאבלה:

רקע:

$$\vec{\nabla} = \left(\hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

בדוריות	גלילות	קרטזיות	
$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	grad $\vec{\nabla} f$
$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_\varphi \sin \varphi)$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	div $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$
$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta}$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$	$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta}$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y}$ $+ \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$	Rot/curl $\vec{\nabla} \times \vec{F}$

זהויות:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(f + g) &= \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g \\ \vec{\nabla}(\vec{A} + \vec{B}) &= (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \\ \vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) &= (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \\ \vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) &= \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} \\ \vec{\nabla}(f \cdot g) &= (\vec{\nabla}f) \cdot g + (\vec{\nabla}g) \cdot f \\ \vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) &= f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}f) \end{aligned}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 2 - הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון

תוכן העניינים

1. חוק קולון וסופרפוזיציה.....10
2. התפלגות מטען רציפה.....14

חוק קולון וסופרפוזיציה:

רקע:

חוק קולון :

הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו

$$\vec{F} = \frac{kq_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{kq_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \quad r = |\vec{r}|$$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב :

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

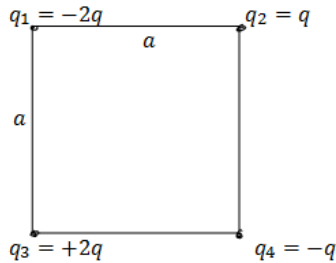
הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא עצמו יוצר)

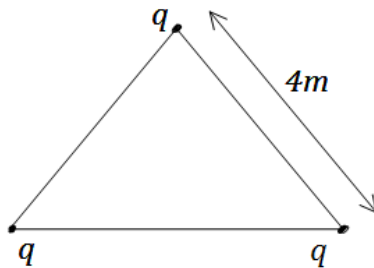
שאלות:

(1) מטען בפינת ריבוע



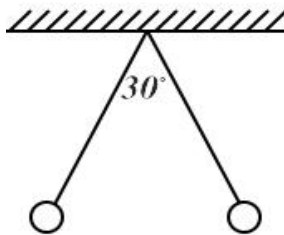
חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט. q ו- a נתונים.

(2) מטענים בקודקודי משולש



שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות. גודל כל מטען הוא $q = 2\mu\text{C}$ ואורך צלע המשולש היא 4m . מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

(3) שני כדורים תלויים



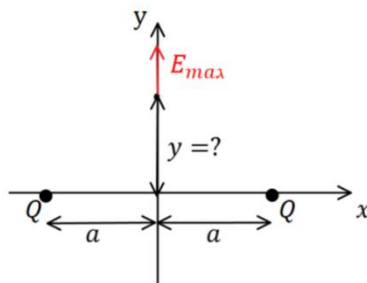
שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L . הזווית בין החוטים היא 30° מעלות. מצא את מטען הכדורים.

(4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$.
א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0, y)$ שבה השדה החשמלי מקסימלי.

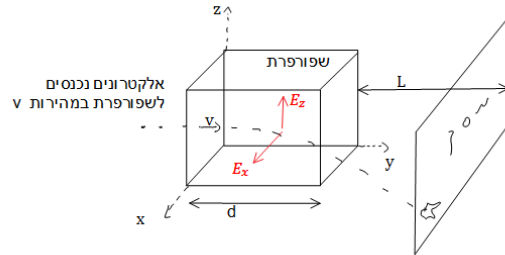
ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימלי בציר ה- z ?



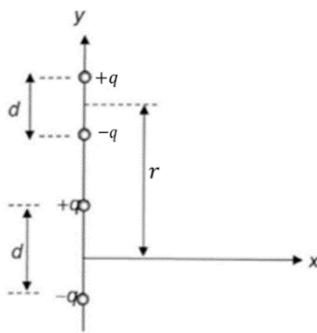
5) שפופרת טלויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
 בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
 אורך השפופרת הוא d .
 חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפופרת.
 הנח כי $d \ll L$ וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.

**6) דיפול מפעיל כוח על דיפול**

דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$

הנמצאים בנקודות $\left(0, \pm \frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).



א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול

בנקודה $(y, 0)$ שעל ציר ה- y .

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את

הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף

שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה

מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו

במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש- $r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r \gg d$?

הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית

$$\text{החזקה: } (1+x)^n \approx 1+nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 \dots +$$

תשובות סופיות:

$$\frac{kq^2}{a^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad (1)$$

$$3.897 \cdot 10^{-3} \text{ N} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{mg}{k}} \tan(15^\circ) L^2 (2 - \sqrt{3}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{ג.} \quad \frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$z \approx \frac{|e|E_z d \cdot L}{mv^2}, \quad \frac{|e|E_x d \cdot L}{mv^2} \quad (5)$$

$$\vec{E}(y) = kq \left[\frac{1}{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2} \right] \hat{y} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{F} = kq^2 \left[\frac{2}{r^2} - \frac{1}{(r+d)^2} - \frac{1}{(r-d)^2} \right] \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{F} = -\frac{6d^2 kq^2}{r^4} \hat{y} \quad \text{ג.}$$

התפלגות מטען רציפה:

רקע:

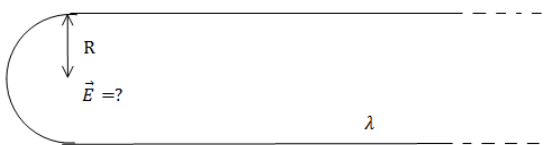
במקרים של חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כאשר ds , dl ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. יש לרשום את הביטוי של האלמנטים לפי הקואורדינטות שאיתם עובדים בבעיה (ראו נושא קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים במבוא המתמטי)

שאלות:



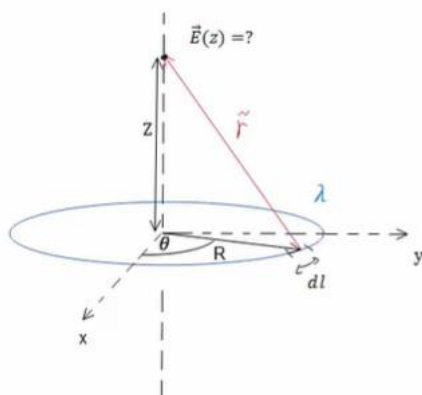
(1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף

תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען

ליחי אורך λ מכופף לחצי מעגל

בעל רדיוס R.

מצא את השדה במרכז חצי המעגל.



(2) שדה של טבעת ודיסקה

נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען

ליחידת אורך λ .

א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R

הטעונה בצפיפות מטען ליחידת

אורך λ לאורך ציר הסימטריה של

הטבעת.

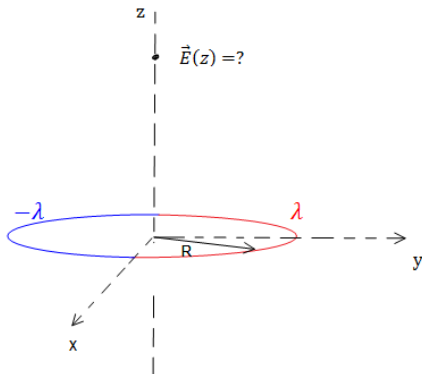
ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה

ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ

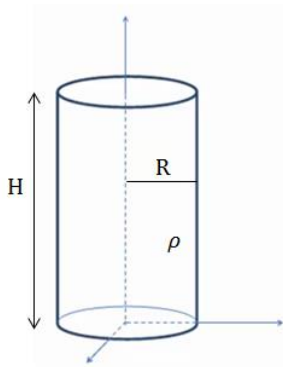
לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.

(3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R .
חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות
מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה
של הטבעת.

**(4) שדה של גליל מלא**

גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען
אחידה ליחידת נפח ρ .
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל
(בתוך ומחוץ לגליל).

**(5) טבעת עם צפיפות לא אחידה**

טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה
התלויה בזווית עם ציר ה- x .

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$$

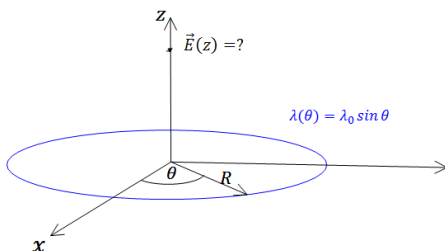
λ_0 , R קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

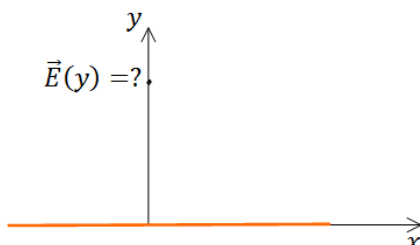
ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על
ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

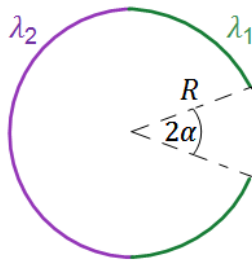
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z \gg R$.

איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

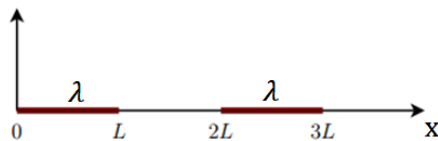
**(6) שדה של תיל סופי**

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q
המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר
המאונך לתיל והעובר במרכזו.

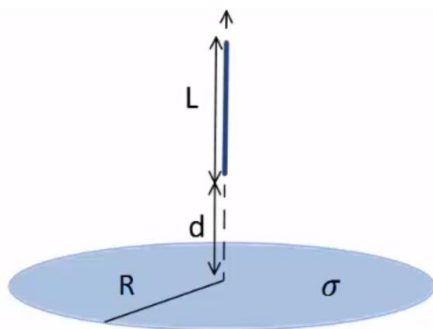


(7) שדה של טבעת עם חלק חסר

במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימנית טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלית טעון בצפיפות מטען λ_2 .
 לחציה הימנית חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α .
 מצא את השדה במרכז הטבעת.

(8) כוח של מוט על מוט

שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ .
 שני המוטות מונחים על ציר ה- x כפי שנראה בציור.
 מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

(9) כוח של מוט על דסקה

במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ . מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).
 המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ .
 מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

(10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).

החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידית שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.

(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת

אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט

הוא: $dS = 2\pi r \sin \theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

(1) 0

$$(2) \quad \text{א.} \quad \frac{k\lambda R\pi z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{cases} \hat{z} & z > 0 \\ -\hat{z} & z < 0 \end{cases}$$

$$\text{ב.} \quad 2\pi k\sigma z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$(3) \quad 2 \cdot \frac{-k\lambda R^2 2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

(4) $2\pi\sigma k$

$$(5) \quad \text{א.} \quad 0 \quad \text{ב.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ג.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$$

$$(6) \quad \frac{kQ}{y \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(7) \quad \frac{k}{R} \left[\lambda_1 (2 \sin \alpha - 2) + \lambda_2 \cdot 2 \right]$$

$$(8) \quad kx^2 \ln \left| \frac{4}{3} \right|$$

$$(9) \quad 2\pi k\sigma\lambda \left[L - \left(\sqrt{R^2} + (L+d)^2 \right) - \sqrt{R^2 + d^2} \right]$$

$$(10) \quad \text{א.} \quad \text{לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב}$$

$$\text{כוח כאשר המרחק הוא אפס.} \quad \text{ב.} \quad \vec{F} = q\pi\sigma k \sin(2\theta) \ln 2 \cdot \hat{z}$$

$$\text{ג.} \quad \text{החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 3 - חוק גאוס

תוכן העניינים

19	1. הסברים בסיסיים
24	2. תרגול נוסף

הסברים בסיסיים:

רקע:

חוק גאוס:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{in}$$

$$Q_{in} = \int \rho dV$$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ נקרא השטף של השדה החשמלי ומסומן ב ϕ_E

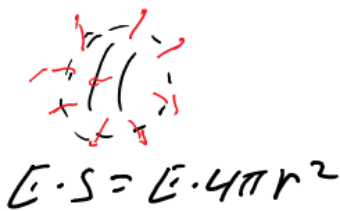
המקרים של חוק גאוס:



1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
במקרים האלו נבנה מעטפת גלילית והשטף יהיה $E2\pi rl$, כאשר l ו- r הם אורך ורדיוס המעטפת.



2. מישור אינסופי.
במקרים האלו נבנה מעטפת בצורת קובייה והשטף יהיה $E2A$, כאשר A זה שטח הפאות המקבילות למשטח.



3. כדור / קליפה כדורית.
במקרים האלו נבנה מעטפת כדורית והשטף יהיה $E4\pi r^2$, כאשר r זה רדיוס המעטפת.

שדה של תיל אינסופי:

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\epsilon_0 r}$$

λ צפיפות מטען ליחידת אורך של התיל.

שדה של מישור אינסופי (דק):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ צפיפות מטען ליחידת שטח של הלוח.

שדה מחוץ לכדור / קליפה כדורית:

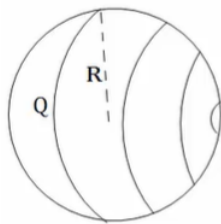
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$$

כמו מטען נקודתי.

חוק דאוס הדיפרנציאלי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

שאלות:

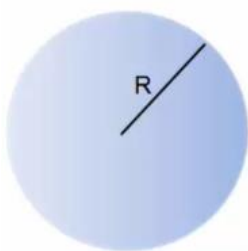


(1) שדה של קליפה כדורית

נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R . מצאו את השדה בכל המרחב.

(2) שדה של כדור

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען פחית אחידה ρ . מצאו את השדה בכל המרחב.



(3) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$. מצאו את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

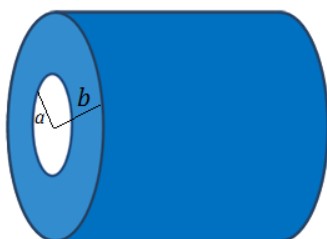
(4) שדה של תיל אינסופי

נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ . מצאו את השדה במרחב.



(5) שדה של גליל אינסופי

נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס R . מצאו את השדה במרחב.



(6) קליפה גלילית עבה

קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.
א. מצא את המטען הכולל בקליפה.
ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.

(7) שדה של לוח אינסופי

נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצאו את השדה במרחב.



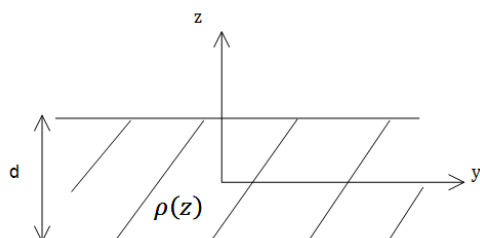
(8) לוח עם עובי



נתון מישור בעל שטח A ועובי d .
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה
ליחידת נפח ρ .

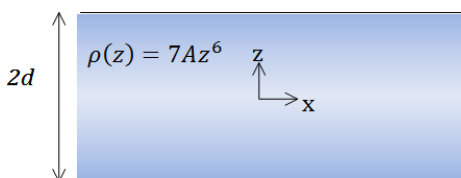
- מצאו את השדה רחוק מאוד מהמישור.
- מצאו את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
- מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצאו את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

(9) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען
כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$,
 A קבוע נתון.
מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב
שיוצר המטען במישור.

(10) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען
משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה- z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור
(המישור אינסופי ב- x, y , ראה ציור).
א. מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב.
ב. הראו שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.
ג. מצאו את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{V} \times \vec{E}$ בכל המרחב,
והסבר את התוצאה.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{KQ}{r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad (1)$$

$$E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad (2)$$

$$E = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{4\epsilon_0 R} & r < R \\ \frac{\rho_0 R^3}{4\epsilon_0 r^2} & r > R \end{cases} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{r} \hat{r} \quad (4)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r} \quad (5)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (6)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < 0 \end{cases} \quad (7)$$

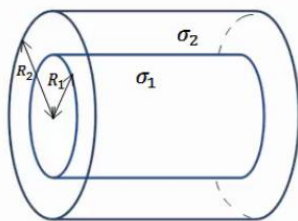
$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\epsilon_0 m}} t\right) \quad \text{ג.} \quad \vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{k\rho d A}{r^2} \hat{r} \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$\vec{E} = -\frac{A}{\epsilon_0 z} \left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 - z^2 \right] \hat{z} \quad (9)$$

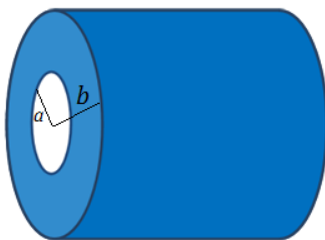
$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} A \cdot z^7 \hat{z} \quad \text{א.} \quad \text{ב. שאלת הוכחה.} \quad \text{ג. שאלת הוכחה.} \quad (10)$$

תרגול נוסף:

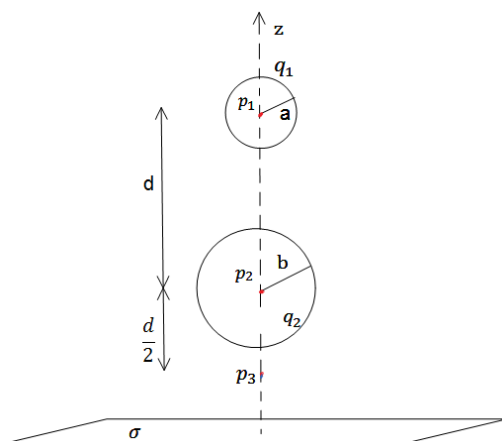
שאלות:



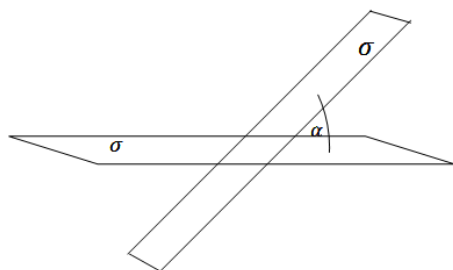
- (1) שתי קליפות גליליות חלולות נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף. רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1 וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1 . רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2 . מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.



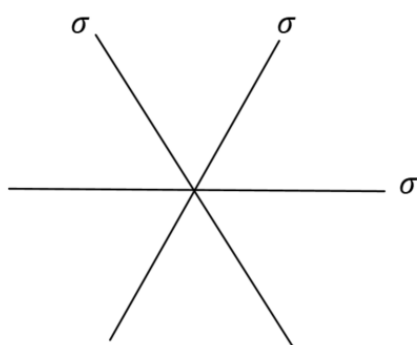
- (2) קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה. א. מצא את המטען הכולל בקליפה. ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.



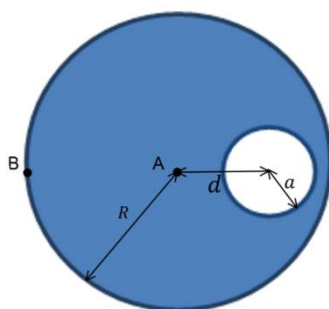
- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$ אחת מעל השנייה. הקליפות טעונות במטענים q_1, q_2 בהתאמה. במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצא את השדה בנקודות הבאות.
- א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a .
 - ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b .
 - ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

(4) שני מישורים בזווית

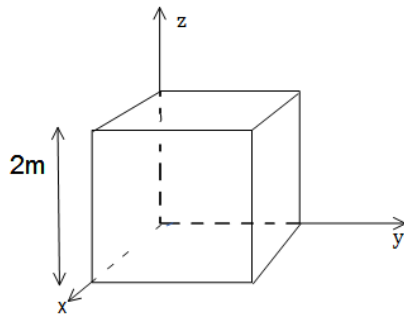
- שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.
- א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.
- ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

(5) שלושה לוחות בזווית

- באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ .
- א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.
- ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.
- ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.
- למה תצטמצם תשובתכם עבור $N \gg 1$?
- השתמשו ב- $\sin \theta \approx \theta$, כאשר $\theta \ll 1$.
- ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודת (או קו) החיתוך.
- מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודת (או קו) החיתוך $p(r)$?

(6) כדור עם חור

- בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a . המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R .
- א. מצאו את השדה בנקודה A.
- ב. מצאו את השדה בנקודה B.
- ג. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

(7) שטף דרך קובייה

נתון שדה במרחב: $\vec{E} = -6\hat{x} + (2-3y)\hat{y}$.

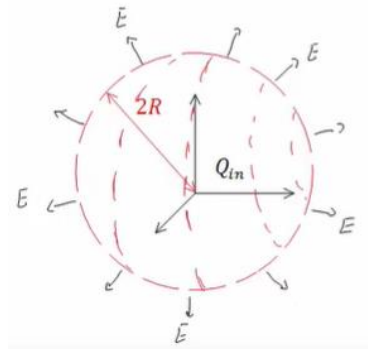
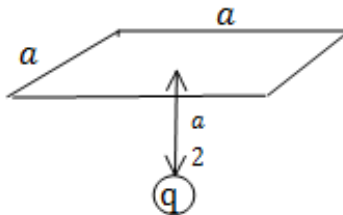
- א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה 2m.
ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

(8) מטען כלוא

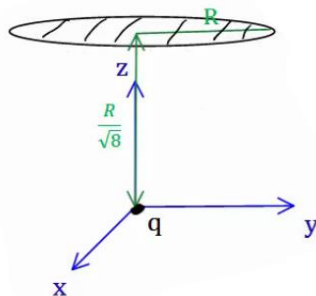
נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

במרחב: כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו- r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

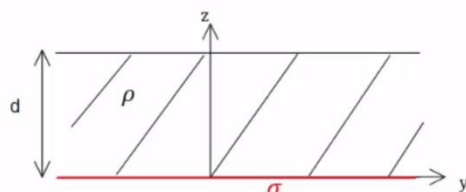
**(9) שטף דרך משטח ריבועי**

מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q .

(10) שטף דרך מעגל

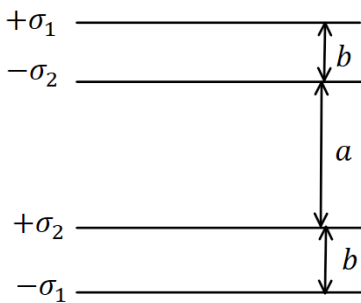
מטען q נמצא בראשית הצירים. מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור $x-y$ ומרכזו נמצא

$$\text{בנקודה } \left(0, 0, \frac{R}{\sqrt{8}}\right)?$$

(11) מישור עבה צמוד למישור דק

מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור $x-y$. מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל

המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור $x-y$). מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

(12) ארבעה לוחות

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05 \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02 \frac{c}{m^2}$. המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3 \text{ c.m}$, $b = 1 \text{ c.m}$. כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

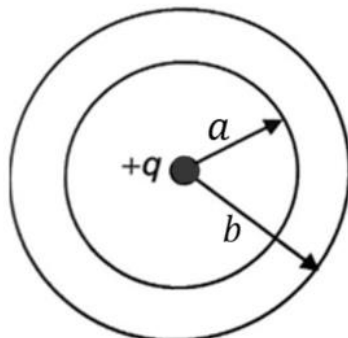
- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

(13) מלוח אל לוח

- שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ($q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ c}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).
- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
 - מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
 - מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

(14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

- קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי. במרכזו של החלל הכדורי ($r = 0$) מצוי מטען נקודתי $+q$. מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left(-\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}} \hat{z} - \frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{בין המישורים :} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{מעל המישורים :}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{א.} \quad (5)$$

ב. חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} \approx \frac{\sigma N}{2\pi\epsilon_0} \quad \text{ג. של השדה על המעטפת אחיד.}$$

$$\rho(r) = \frac{\sigma N}{2\pi r} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{4\pi k \rho d}{3} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad \frac{4\pi k \rho}{3} \left(\frac{a^3}{(d+R)^2} - R \right) \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \frac{4\pi k \rho a^3}{3d^2} \hat{x} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \quad \text{ב.} \quad -24 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (8)$$

$$\frac{q}{6\epsilon_0} \quad (9)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left(x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (10)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad (11)$$

$$\bar{E} = -5.65 \cdot 10^q \frac{N}{C} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \text{ג.}$$

$$\alpha = \frac{q}{2\pi a^2} \quad (14)$$

$$v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{m}{sec} \quad \text{ג.} \quad 2.53 \cdot 10^{-11} \text{ J} \quad \text{ב.}$$

$$V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{m}{sec} \quad \text{ב.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 4 - פוטנציאל

תוכן העניינים

30	1. מהו פוטנציאל
32	2. שיטה 1, סופרפוזיציה
33	3. שיטה 2, שאלות חוק גאוס
35	4. שיטה 3, חישוב מפורש
36	5. סיכום ותרגילים נוספים

מהו פוטנציאל:

רקע:

פוטנציאל:

$$\varphi = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

עבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- מטענים חופשיים לזוז.
- השדה (או ליתר דיוק הכוח) יהיה אפס בתוך המוליך.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- המטען הכולל בתוך המוליך הוא אפס (במצב סטטי) למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארוקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

שאלות:

(1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

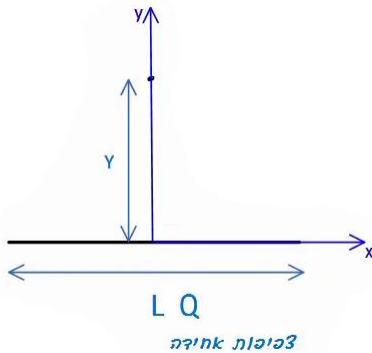
מהאינסוף למרחק $r = 50 \text{ cm}$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 המקובע במקום?

תשובות סופיות:

$$W = 108 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad (1)$$

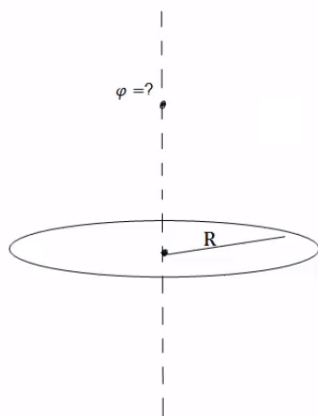
שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:



(1) שיטה ראשונה, סופרפוזיציה

תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה- x . מצא את הפוטנציאל על ציר ה- y העובר במרכז התיל.



(2) פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה

מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.

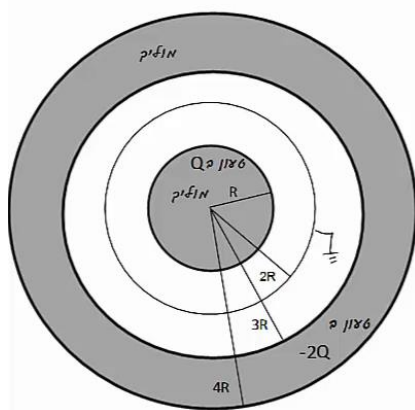
תשובות סופיות:

$$\varphi = k\lambda \ln \left| \frac{\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right| \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (2)$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:



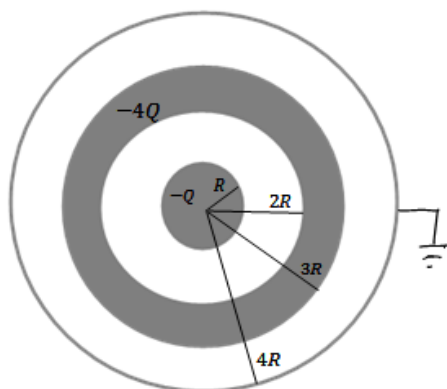
(1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס

כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q .
 מסביב לכדור ברדיוס $2R$, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
 כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $4R$.
 המעטפת החיצונית טעונה במטען $-2Q$ (ראה ציור).
 לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.
 א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
 ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

(2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q . הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

(3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען $-Q$.
 סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה ומוליכה, בעלת רדיוס פנימי $2R$ ורדיוס חיצוני $3R$.
 אורך הקליפה הוא L גם כן.
 הקליפה טעונה במטען כולל של $-4Q$.
 מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס $4R$ ואורך זהה.
 הנח כי $L \gg R$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?

ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?

ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען $|e|$ משוחרר ממנוחה במרחק $r=2R$.

מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R ?

(4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל המרחב.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \varphi = \begin{cases} C_1 & r < R \\ \frac{kQ}{r} + C_2 & R < r < 2R \\ \frac{k(Q+q)}{r} + C_3 & 2R < r < 3R \\ C_4 & 3R < r < 4R \\ \frac{k(q-Q)}{r} + C_5 & 4R < r \end{cases} \quad \text{א. פוטנציאל: התפלגות: ראה סרטון}$$

$$(2) \quad \varphi = \begin{cases} \frac{KQ}{R} & r < R \\ \frac{KQ}{r} & R > r \end{cases}$$

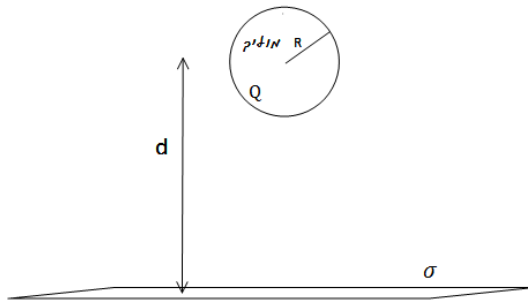
$$(3) \quad \text{א. ראה סרטון} \quad \varphi = \frac{Q}{2\pi L \epsilon_0} \cdot \begin{cases} \ln \frac{1}{2} + 5 \ln \frac{3}{4} & r < R \\ \ln \frac{r}{2R} + 5 \ln \frac{3}{4} & R < r < 2R \\ 5 \ln \frac{3}{4} & 2R < r < 3R \quad \text{ב.} \\ 5 \ln \frac{r}{4R} & 3R < r < 4R \\ 0 & 4R < r \end{cases}$$

$$v = \sqrt{\frac{|e|Q \ln 2}{\pi L \epsilon_0 m_p}} \quad \text{ג.}$$

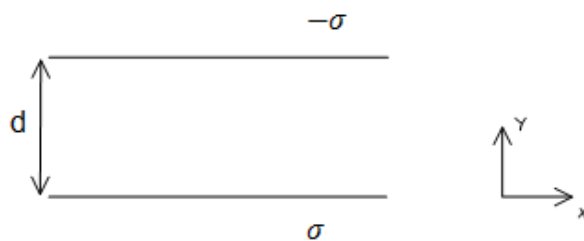
$$(4) \quad \text{א.} \quad E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \varphi = \begin{cases} -\frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + C_1 & r < R \\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}\right) + C_2 & R < r \end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

שאלות:



- (1) **דרך שלישית, חישוב מפורש**
 נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ .
 במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q .
 מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



- (2) **מתח בין לוחות**
 מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.
 נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.

תשובות סופיות:

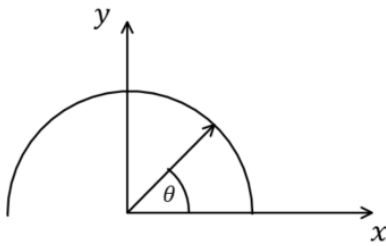
$$\Delta\varphi_{B \rightarrow A} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d-R) + \frac{kQ}{R} - \left[Q + \frac{kQ}{\lambda} \right] \quad (1)$$

$$V = |E|d \quad (2)$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) חישוב פוטנציאל במרכז חצי טבעת עם צפיפות משתנה



תיל מכופף לחצי טבעת ברדיוס R . מרכז הטבעת (או מרכז המעגל השלם) הוא בראשית הצירים וחצי הטבעת נמצאת בחלק החיובי של ציר ה- y (ראו איור).

חצי הטבעת טעונה בצפיפות מטען לא אחידה ליחידת אורך: $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$ כאשר θ

והיא הזווית עם ציר ה- x החיובי ו- $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m}$.

מצאו את הפוטנציאל בראשית.

(2) יצירת היסוד קיריום

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף גיימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו "קיריום" על שם מארי קירי. לשם כך הם "הפציצו" גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94, כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נויטרונים), והמסה שלו היא: $M = 6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור

ברדיוס: $R = 7 \times 10^{-15} \text{ m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.

אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?

תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J.

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין ("באינסוף")?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג'?

(3) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים :

$$\vec{r}_1 = -a\hat{y} = (-a, 0, 0) \text{ בנקודה } q_1 = -q$$

$$\vec{r}_2 = a\hat{y} = (a, 0, 0) \text{ בנקודה } q_2 = -q$$

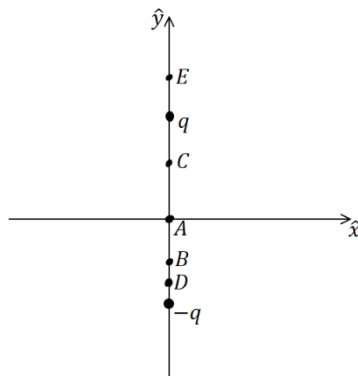
א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות

$$\text{הבאות: } \vec{r}_A = 0, \vec{r}_B = -\frac{1}{2}a\hat{y}, \vec{r}_C = \frac{1}{2}a\hat{y}, \vec{r}_D = -\frac{3}{4}a\hat{y}, \vec{r}_E = \frac{3}{2}a\hat{y} ?$$

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס?
תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות
בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך
ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y
בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי
הפוטנציאל.

**(4) מטען q ומטען $3q$**

במרחב נמצאים שני מטענים.

$$\text{מטען } 3q \text{ בנקודה } (a, 0, 0) \text{ ומטען } -q \text{ בנקודה } (-a, 0, 0).$$

א. מה הפוטנציאל φ (יחסית לאינסוף) ומה השדה
החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל
מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם
בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל
יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.

מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז
אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x .

ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

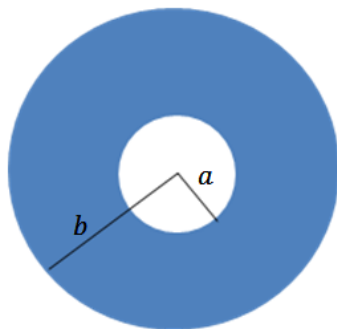
(5) מטען על השפה בצורה לא אחידה

מטען Q מפוזר בצורה לא אחידה על שפה של קליפה כדורית ברדיוס R .

א. מה הפוטנציאל במרכז הקליפה?

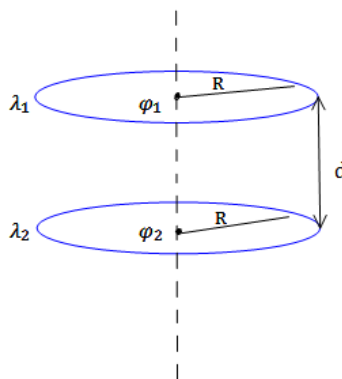
ב. האם ניתן לחשב את הפוטנציאל על השפה?

(6) דסקה עם חור



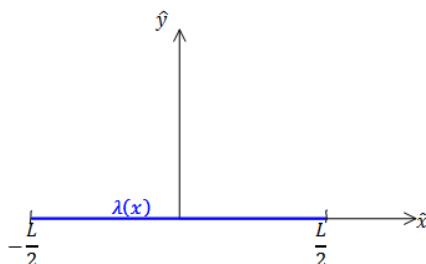
- בדסקה בעלת רדיוס b קדחו חור במרכזו ברדיוס a .
 הדסקה טעונה בצפיפות מטען ליחידת שטח: $\sigma(r) = \frac{D}{r^2}$, D קבוע לא נתון.
 א. מצא את היחידות של D .
 ב. מצא את D אם נתון גם המטען הכולל בדסקה Q .
 ג. מצא את הפוטנציאל במרכז הדסקה.
 ד. בדוק מה קורה בגבול של $a \rightarrow b$.

(7) טבעת מעל טבעת



- שתי טבעות זהות בעלות רדיוס R מונחות האחת מעל ובמקביל לשנייה כך שהמרחק ביניהן הוא d .
 הטבעת העליונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_1 ונתון כי הפוטנציאל במרכזו הוא φ_1 .
 הטבעת התחתונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_2 ונתון כי הפוטנציאל במרכזו הוא φ_2 .
 מצא את צפיפויות המטען של הטבעות אם נתון כי הפוטנציאל באינסוף מתאפס.

(8) תיל עם צפיפות משתנה



- תיל דק מונח על ציר ה- x כך שמרכזו בראשית הצירים. אורך התיל הוא L והוא טעון בצפיפות מטען ליחידת אורך: $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$.
 א. מצא את המטען הכולל בתיל.
 ב. מצא את הפוטנציאל על ציר ה- x למעט בתחום בו נמצא התיל.

(9) כדור זז מחבר בין שני כדורים



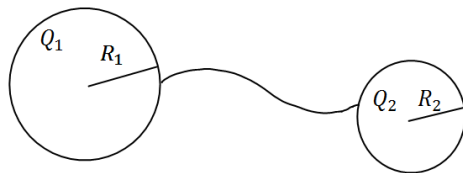
- הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה. הנח שהכדורים מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F . הכדור השלישי גם הוא זהה אך אינו טעון. מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת תתייצב. לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב. לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי. מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

(10) שני כדורים מוליכים מחוברים בחוט

שני כדורים מוליכים טעונים ונמצאים במרחק גדול מאוד זה מזה.

רדיוסי הכדורים והמטענים שלהם הם: R_1, R_2, Q_1, Q_2 .

מחברים בין הכדורים באמצעות חוט מוליך.



א. מה יהיה המטען על כל כדור

לאחר זמן רב?

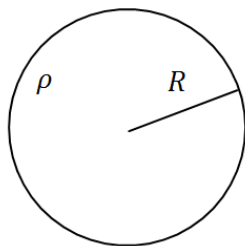
ב. כמה מטען זרם דרך החוט

ולאיזה כיוון?

(11) פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי

ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ .

**(12) חור במישור**

לוח אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען

אחידה וחיובית ליחידת נפח ρ .

בתוך הלוח ישנו חלל כדורי בקוטר d .

א. חשב את השדה החשמלי בנקודות:

$O(0,0), A(0,d), B(0.5d, 0.5d), C(0,0.5d)$

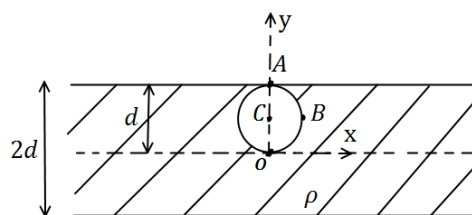
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין

הנקודות A ו-B.

ג. משחררים מטען $q > 0$ בעל מסה m מהנקודה C.

i. לאיזה כיוון יתחיל לנוע המטען אם מתעלמים מהשפעת כוח הכובד?

ii. מהי מהירות המטען רגע לפני שהוא מגיע לדופן החלל?

**(13) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת**

כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1 .

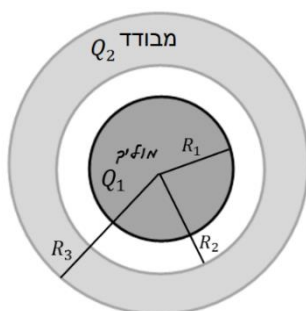
הכדור נמצא במרכז של קליפה כדורית מבודדת

בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3 .

הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2 .

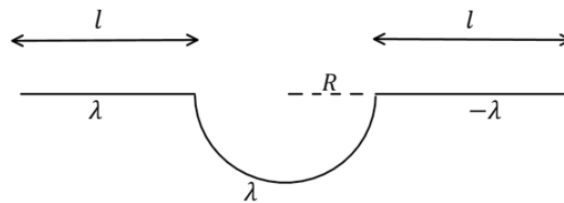
א. חשב השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.



14) שדה ופוטנציאל במרכז של תיל עם חצי עיגול

- תיל טעון מורכב משלושה חלקים, שני קווים ישרים בעלי אורך l וחצי עיגול ברדיוס R שמחבר ביניהם, ראו איור. החלק הישר השמאלי וחצי העיגול טעונים בצפיפות מטען אחידה λ שאינה נתונה. החלק הישר הימני טעון ב $-\lambda$.
- א. מצאו את λ אם ידוע ששך כל המטען במערכת הוא Q .
- ב. חשבו את השדה החשמלי במרכז חצי העיגול.
- ג. חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרכז חצי העיגול.



תשובות סופיות:

$$3.6 \cdot 10^{-2} \quad (1)$$

$$1.93 \cdot 10^7 \text{ V} \quad \text{א.} \quad 6.17 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \text{ב.} \quad (2)$$

$$v = 4.32 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad r = 1.95 \cdot 10^{-14} \text{ m} \quad \text{ד.} \quad (3)$$

$$y = 0 \quad \text{ב.} \quad \text{א. ראה סרטון} \quad (3)$$

$$\text{ג. ראה סרטון} \quad \text{ד. ראה סרטון}$$

$$\text{א. פוטנציאל: } \frac{2kq}{a}, \text{ שדה חשמלי: } -\frac{k4q}{d^2} \hat{x} \quad \text{ב.} \quad x_1 = -\frac{1}{2}a, x_2 = -2a \quad (4)$$

$$\text{ג.} \quad x_1 = -\frac{kq}{a^2} \cdot \frac{16}{3} \hat{x}, x_2 = \frac{kq}{a^2} \cdot \frac{2}{3} \hat{x} \quad \text{ד. רדיוס: } R = \frac{3}{4}a, \text{ מרכז: } \left(-\frac{5}{4}a, 0, 0\right) \quad (5)$$

$$\text{ה. איפוס השדה: } x_2 = -3.73a, \text{ הפוטנציאל בנקודה זו: } 0.27 \frac{kq}{a}$$

$$\text{ו. ראו סרטון.}$$

$$\frac{kQ}{R} \quad \text{א.} \quad \text{ב. לא} \quad (5)$$

$$D = \frac{Q}{2\pi \ln \frac{b}{a}} \quad \text{ב.} \quad \varphi = \frac{kQ}{\ln \frac{b}{a}} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad \text{ג.} \quad [D] = [c] \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\frac{kQ}{a} \quad \text{ד.} \quad \varphi_1 = 2\pi k\lambda_1 + \frac{2\pi k\lambda_2 R}{\sqrt{R^2 + d^2}}, \quad \varphi_2 = 2\pi k\lambda_2 + \frac{2\pi k\lambda_1 R}{\sqrt{R^2 + (-d)^2}} \quad (7)$$

$$\varphi = \frac{k\lambda_0}{L} \left(-L + x \ln \left(\frac{x + \frac{L}{2}}{x - \frac{L}{2}} \right) \right) \quad \text{ב.} \quad 0 \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$\frac{3}{8}F \quad (9)$$

$$q'_2 = \frac{R_2(Q_1 + Q_2)}{R_1 + R_2} \quad \text{א.} \quad \text{ב. אם } \frac{Q_1}{Q_2} > \frac{R_1}{R_2} \text{ אז המטען עבר משמאל לימין,} \quad (10)$$

$$\text{אם } \frac{Q_1}{Q_2} < \frac{R_1}{R_2} \text{ אז עבר מימין לשמאל.}$$

$$\varphi = \begin{cases} -\frac{\rho}{4\epsilon_0}(r^2 - R^2) & r \leq R \\ -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} & r \geq R \end{cases} \quad (11)$$

$$\vec{E}_O = \frac{\rho d}{6\epsilon_0} \hat{z}, \quad \vec{E}_A = \frac{5\rho d}{6\epsilon_0} \hat{z}, \quad \vec{E}_B = \frac{\rho d}{6\epsilon_0} \hat{x}, \quad \vec{E}_C = \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z}. \quad \text{א. (12)}$$

$$V = \sqrt{\frac{2q\rho d^2}{3\epsilon_0 m}}. \quad \text{ii.} \quad \text{ג. i. למעלה.} \quad \frac{3\rho d}{8\epsilon_0} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{k}{r^2} \left(Q_1 + Q_2 \left(\frac{r^3 - R_2^3}{R_3^3 - R_2^3} \right) \right) \hat{r} & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r^2} \hat{r} & R_3 < r \end{cases} \quad \text{א. (13)}$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} C_1 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r} + C_2 & R_1 < r < R_2 \\ \frac{kQ_1}{r} - \frac{kQ_2 r^2}{2(R_3^3 - R_2^3)} - \frac{kQ_2 R_2^3}{(R_3^3 - R_2^3)r} + C_3 & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r} + C_4 & R_3 < r \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{E} = \frac{2K\lambda}{R} \hat{y} + 2K\lambda \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{1+R} \right) \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \lambda = \frac{Q}{\pi R} \quad \text{א. (14)}$$

$$\varphi = K\lambda\pi \quad \text{ג.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 5 - דיפול חשמלי

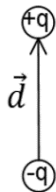
תוכן העניינים

1. הכל על דיפול 43

הכל על דיפול:

רקע:

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.



מומנט הדיפול :

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$$p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$$

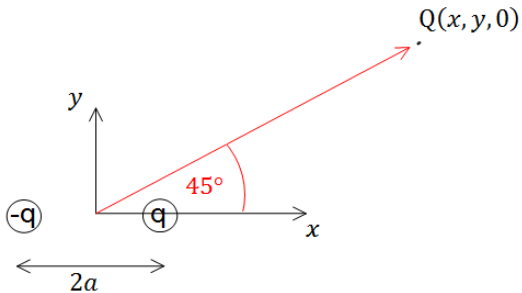
מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

שאלות:

(1) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה

שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים $x=a$ ו- $x=-a$.



א. חשב את הכוח הפועל על מטען

שלישי Q הנמצא בנקודה $(x, y, 0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית

גדול בהרבה מהמרחק בין

המטענים והזווית של וקטור

מיקום המטען עם ציר ה- x הוא 45° .

השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים

וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של

דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

(2) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p} = (p, 0, 0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a, 0, 0)$ עם

מהירות $(v, 0, 0)$ ייעצר בנקודה $(b, 0, 0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a, -\sqrt{2}a, 0)$ עם

מהירות $(0, 0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.

(3) חישוב שגיאה

מטען q נמצא ב- $(0, 0, d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0, 0, -d)$.

א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על

ציר z .

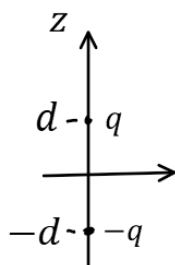
ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של

הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד

מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה

של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = kq \left[\left(\frac{x-a}{((x-a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{x+a}{((x+a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \hat{x} + \left(\frac{y}{((x-a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{((x+a)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \hat{y} \right] \quad \text{א. (1)}$$

$$\frac{kq}{r^3} (a\hat{x} + 3a\hat{y}) \quad \text{ב.} \quad q2a\hat{x} \quad \text{ג.} \quad \text{ד. שאלת הוכחה.}$$

$$\rho = \frac{mv^2}{2e^k} \left(\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \right) \quad \text{א. (2)} \quad |e| \frac{K\sqrt{2}p}{3\sqrt{3}a^3} \quad \text{ב.}$$

$$\varphi(q) = \frac{kq2d}{z^2 - d^2} \quad \text{א. (3)} \quad z_{\min} = 10d \quad \text{ב.} \quad z_{\min} \approx 14.14d \quad \text{ג.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 6 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

46	1. מציאת התפלגות מטען
49	2. משוואת פואסון ולפלס

מציאת התפלגות מטען:

רקע:

צפיפות נפחית:

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של חוק גאוס)

צפיפות משטחית:

$$\sigma = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$ (בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$ (בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.

מציאת שדה מהפוטנציאל:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של פוטנציאל)

בדוריות	גליליות	קרטזיות	
$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\vec{\nabla} f$ grad
$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_{\varphi} \sin \varphi)$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ div
$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (F_{\theta} \sin \varphi) - \frac{\partial F_{\varphi}}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_{\varphi}) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta}$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_{\theta}) \right) \hat{\varphi}$	$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_{\theta}}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta}$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_{\theta})}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y}$ $+ \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$	$\vec{\nabla} \times \vec{F}$ Rot/curl

(הטבלה הופיעה גם בפרק המבוא המתמטי)

שאלות:

(1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r) = \begin{cases} Ar^2, & r < a \\ B \ln(r) + C, & a < r < b \\ D \ln(r), & b < r \end{cases}$$

A, B, C, D נתונים.

א. מצאו קשר בין הקבועים.

ב. מצאו את התפלגות המטען במרחב.

ג. כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c > b$. מצאו את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

(2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע"י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E} = \frac{C}{r} (\hat{r} + \cos \theta \hat{\theta} + \sin \theta \cos \varphi \hat{\phi})$$

א. מצאו את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצאו את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצאו שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

(3) התפלגות בכדוריות

השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} -\frac{72\pi \cdot 10^5 (N \cdot \frac{m}{C})}{r} \hat{r}, & r < 1 \\ -\frac{144\pi \cdot 10^5 (N \cdot \frac{m^2}{C})}{r^2} \hat{r}, & r > 1 \end{cases}$$

הקואורדינטות כדוריות.

מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\epsilon_0 c}{r^2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\sin \varphi} + \frac{\sin \theta \cos 2\varphi}{\sin \varphi} \right) \text{ א. } \quad \text{ב. } 4\pi\epsilon_0 cR \quad \text{ג. } 4\pi\epsilon_0 cR \quad (2)$$

$$\sigma(r=1) = -2 \cdot 10^{-4} \frac{c}{m^2}, \quad \rho(r) = \begin{cases} -\frac{2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{c}{m} \right)}{r^2} & r < 1 \\ 0 & 1 < r \end{cases} \quad (3)$$

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.

משוואת פואסון ולפלס:

סיכום כללי:

משוואת פואסון:

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

משוואת לפלס:

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = 0$$

הלפלאסיאן של פונקציה סקלרית f כתלות בקואורדינטות קרטזיות:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

גליליות:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

כדוריות:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial f}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$$

כאשר φ היא הזווית עם ציר z לפעמים מסמנים את הלפלאסיאן גם ב- Δf .

שאלות:

(1) דוגמה – שתי קליפות

- נתונות שתי קליפות כדוריות בעלות מרכז משותף ברדיוסים a ו- b ($a < b$). נתון כי הקליפה הפנימית מוארקת והחיצונית מוחזקת בפוטנציאל V .
 א. רשמו את משוואת לפלס לכל תחום.
 ב. פתרו את המשוואה, השתמשו בתנאי השפה ומצאו את הפוטנציאל בכל תחום.
 ג. מהי התפלגות המטען על הקליפה המוארקת?

תשובות:

$$\varphi(r) = \begin{cases} 0 & r < a \\ -\frac{abV}{r(b-a)} + \frac{bV}{b-a} & a < r < b \\ \frac{bV}{r} & b < r \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \text{א.} \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\sigma(a) = \frac{-\epsilon_0 bV}{a(b-a)} \quad \text{ג.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 7 - אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

תוכן העניינים

51	1. הרצאה
52	2. תרגילים

הרצאה:

רקע:

$$U = \sum \frac{1}{2} \varphi_i q_i$$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.

שאלות:

(1) הסבר נוסחאות ודוגמה

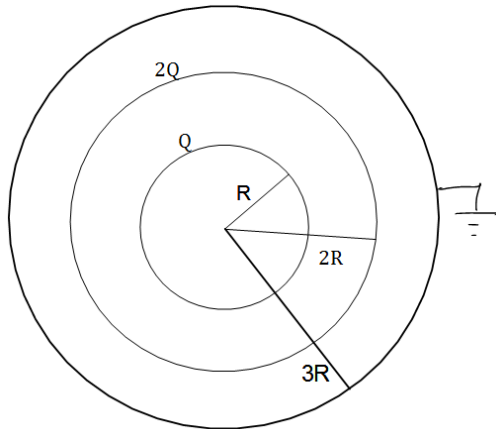
מצא את האנרגיה הדרושה לבניית קליפה כדורית בעלת רדיוס R וצפיפות מטען משטחית σ .

תשובות סופיות:

$$U = \frac{1}{2} \frac{KQ^2}{R} \quad (1)$$

תרגילים:

שאלות:



1) אנרגיה של מערכת שלוש קליפות

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפלג בצורה אחידה. הקליפה מוקפת קליפה נוספת ברדיוס $2R$ הטעונה במטען $2Q$. שתי הקליפות מוקפות בקליפה שלישית מוליכה ומוארקת ברדיוס $3R$. מצא את האנרגיה הדרושה לבניית המערכת.

- 2) שתי טיפות מים כדוריות וזהות בעלות רדיוס R טעונות כל אחת במטען Q המפולג באופן אחיד על פניהן. מחברים את הטיפות ויוצרים טיפה אחת חדשה וגדולה שגם בה המטען מפולג באופן אחיד על השפה.
- מהי האנרגיה העצמית של הטיפות לפני שהתחברו?
 - מהי האנרגיה העצמית של הטיפה החדשה?
 - מהי האנרגיה העצמית של מערכת שתי הטיפות בדיוק לפני ההתחברות (כלומר, הטיפות כמעט נוגעות אחת בשניה)? הנח שהתפלגות המטען על כל טיפה עדיין אחידה.
 - מהו היחס בין האנרגיה שחישבת בסעיף ב' לסעיף ג'?

תשובות סופיות:

$$\frac{KQ^2}{R} \quad (1)$$

$$\frac{KQ^2}{R} \quad (2) \quad \text{א.} \quad \frac{2KQ^2}{\sqrt[3]{2}R} \quad \text{ב.} \quad \frac{3}{2} \frac{KQ^2}{R} \quad \text{ג.} \quad \approx 1.058 \quad \text{ד.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 8 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 53

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.
כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$ או $\vec{E}_{free}$ - השדה החיצוני

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ϵ_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.

$$\epsilon_r > 1$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{0\perp}$$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר :

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

על השפה :

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר :

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{inf}$$

בחומרים לינאריים :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

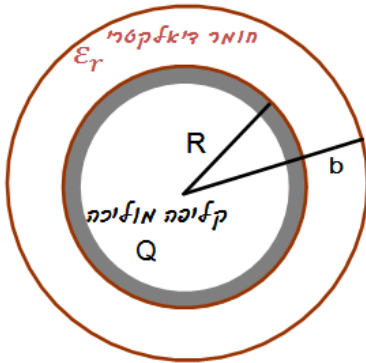
חומר איזוטרופי :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

שאלות:

(1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה

קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q .
 מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b .
 מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).



תשובות סופיות:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{kQ}{\epsilon_r r^2} \hat{r} & R < r < b \\ \frac{kQ}{r^2} & b < r \end{cases} \quad (1) \quad \text{השדה במרחב:}$$

$$\sigma_i(b) = \epsilon_0 \left(\frac{kQ}{b^2} - \frac{kQ}{\epsilon_r b^2} \right), \quad \sigma_i(R) = \frac{\epsilon_0 kQ}{R^2} \left(\frac{1}{\epsilon_r} - 1 \right) \quad \text{התפלגות המטען המושרית:}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 9 - מעגלי זרם ישר

תוכן העניינים

1. מעגלי זרם ישר בסיסיים 56
2. שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים 61

מעגלי זרם ישר בסיסיים:

רקע:

המעגל החשמלי מורכב מרכיבים חשמליים ומחוטטים מוליכים.

הסוללה (או מקור המתח) מספקים רק את המתח או הכוח להניע את המטענים ולא את המטענים עצמם. אלו כבר נמצאים בחוטים המוליכים וברכיבים.

חוט אידיאלי - אינו מפריע לתנועת המטענים, ללא התנגדות. הפוטנציאל לאורך החוט אחיד.

תנועת המטענים במעגל נקראת זרם. בשביל שיזרום זרם קבוע חייבים מעגל סגור.

זרם:

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$V = IR$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

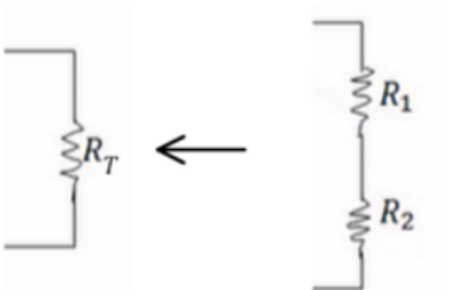
$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

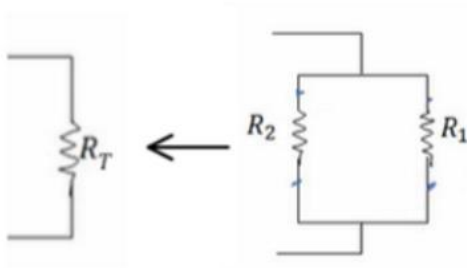
$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הן המתח והזרם בנגד השקול.



חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

$$\text{בטור: } R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$$

$$\text{במקביל: } \frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

ההספק בנגד:

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

($P = IV$) נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד).

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$$V = \varepsilon - Ir$$

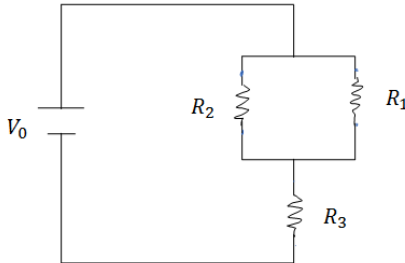
V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ε - כ"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

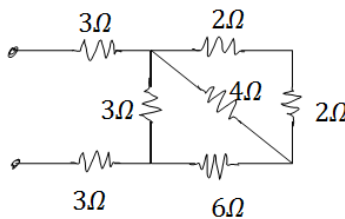
שאלות:

(1) שנים במקביל אחד בטור



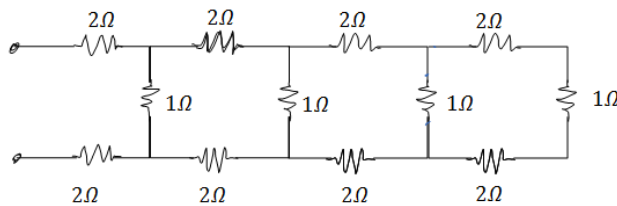
במעגל הבא נתונים ההתנגדות של כל נגד ומתח המקור: $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, $V_0 = 31V$.
 א. מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל.
 ב. מצא את הזרם העובר בסוללה.
 חשב את הזרם והמתח על כל אחד מהנגדים.

(2) מרובע עם אלכסון



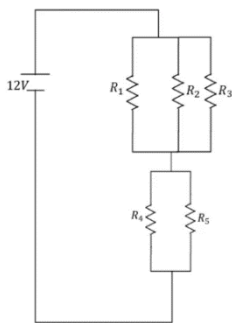
חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל הבא בין שני ההדקים.

(3) 4 חוליות



מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל בין שני ההדקים.

(4) חישוב הספק מעגל



נתון המעגל הבא: $R_3 = R_2 = R_1 = 6\Omega$, $R_5 = R_4 = 8\Omega$.

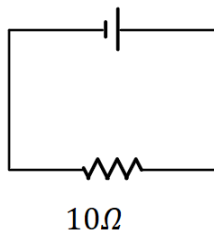
א. מצאו את הזרם במעגל והזרם בכל נגד.
 ב. חשבו את הספק המעגל והראו כי הוא שווה להספק הסוללה.
 ג. מוסיפים נגד כלשהו המחובר בטור לסוללה.
 האם ההספק של המעגל יקטן, יגדל או לא ישתנה?

(5) התנגדות של נורה

מצאו את ההתנגדות של נורה בעלת הספק של 60W במתח של 220V

(6) סוללה לא אידיאלית דוגמה 1

סוללה לא אידיאלית



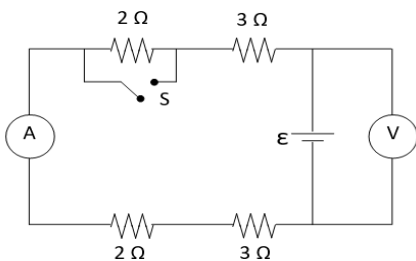
המעגל הבא מורכב מסוללה לא אידיאלית המחוברת לנגד של 10 אוהם. ההתנגדות הפנימית של הסוללה היא 1 אוהם. במעגל זרם זרם של 2 אמפר.
 א. מהו הכא"מ של הסוללה?
 ב. מהו מתח ההדקים שמספקת הסוללה במעגל?

(7) סוללה לא אידיאלית דוגמה 2

מחברים סוללה לא אידיאלית לנגד של 10 אוהם ומודדים את הזרם במעגל. המדידה מראה כי הזרם הוא 2 אמפר. לאחר מכן מנתקים את הסוללה מהנגד ומחברים אותה לנגד של 6 אוהם. מודדים שוב את הזרם במעגל ורואים כי הזרם השתנה ל-3 אמפר. א. מצא את הכא"מ וההתנגדות הפנימית של הסוללה. ב. מצא את מתח ההדקים של הסוללה בכל אחד מהחיבורים.

(8) מעגל עם סוללה לא אידיאלית

המעגל שבתרשים מכיל ארבעה נגדים, מד מתח ומד זרם אידיאליים, סוללה (לא אידיאלית) ומפסק. קריאת האמפרמטר נרשמה פעמיים, כאשר המפסק פתוח וכאשר המפסק סגור. אחת הקריאות הייתה 1.5A והאחרת הייתה 1.8A. א. האם הזרם הגבוה יותר נמדד כאשר המפסק היה פתוח או כאשר הוא היה סגור? נמק/י! ב. מה הוראת מד המתח בשני מצבי המפסק? פרטי/י חישוביך!



ג. חשבי את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של הסוללה. ד. מה היו מראים אותם שני מכשירי מדידה אילו היו מחברים את מד המתח במקום מד הזרם ולהפך? נמק!

(9) שלושה נגדים

נתונים שלושה נגדים זהים עם התנגדות ידועה R. א. מצא את כל האפשרויות השונות לחבר את הנגדים. ב. מצא את ההתנגדות השקולה של כל אפשרות.

(10) שניים של 1 שניים של 2 ושניים של 3

חשב את הזרם והמתח בכל נגד במעגל הבא:



תשובות סופיות:

$$(1) \quad R_T = \frac{31}{5} \Omega \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad I_1 = 3A, I_2 = 2A, V_{1,2} = 3A, I_2 = 2A$$

$$(2) \quad \frac{90}{11}$$

$$(3) \quad R_T = \frac{985}{204}$$

$$(4) \quad \text{א.} \quad I_T = 2A, I_1 = I_2 = I_3 = \frac{2}{3}A, I_4 = I_5 = 1A \quad \text{ב.} \quad 24W \quad \text{ג.} \quad \text{יקטן.}$$

$$(5) \quad 807 \Omega$$

$$(6) \quad \varepsilon = 22V \quad \text{א.} \quad V = 20V \quad \text{ב.}$$

$$(7) \quad \text{א.} \quad V_1 = 20V, V_2 = 18V \quad \text{ב.} \quad r = 21 \Omega, \varepsilon = 24V$$

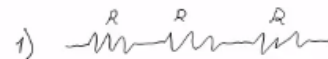
$$(8) \quad \text{א.} \quad \text{ככל שההתנגדות השקולה נמוכה יותר, הזרם יהיה גבוה יותר.}$$

לכן, הזרם הגבוה יהיה כאשר המפסק סגור.

$$\text{ב.} \quad \text{סגור: } V_{AB} = 14.4V, \text{ פתוח: } V_{AB} = 15V \quad \text{ג.} \quad r = 2 \Omega, \varepsilon = 18V$$

$$\text{ד.} \quad \text{האמפרמטר: } I = 9A, \text{ הוולטמטר: } V = 0$$

$$(9) \quad \text{א.}$$



$$\text{iii.} \quad \frac{R}{3}$$

$$\text{ii.} \quad \frac{3}{2}R$$

$$\text{ב. i.} \quad 3R$$

$$(10) \quad \text{נגד 1- מתח: } 2V \text{ זרם: } 2A, \text{ נגד 2- מתח: } 8V \text{ זרם: } 4A, \text{ נגד 3- מתח: } 27V \text{ זרם: } 9A$$

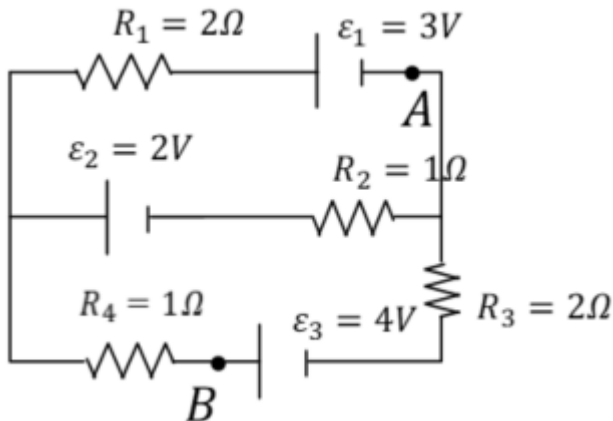
שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים:

רקע:

חוקי קירכהוף:

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל
- נרשום משוואות מתחים - סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל)
- נרשום משוואות זרמים - בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא
- נפתור את מערכת המשוואות

שאלות:



(1) חוקי קירכהוף

- חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.
- מצאו את המתח V_{AB} .

תשובות סופיות:

ב. $V_{AB} = 3 + \frac{1}{11} \text{ V}$

א. $I_3 = \frac{5}{11} \text{ A}, I_2 = \frac{7}{11} \text{ A}, I_1 = \frac{2}{11} \text{ A}$ **(1)**

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 10 - קבלים

תוכן העניינים

1. הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי..... 62
2. פריקה וטעינה של קבל (מעגלי RC)..... (ללא ספר)

הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי:

רקע:

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

a ו-b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$V_T = V_1 + V_2 \quad \text{ו-} \quad Q_T = Q_1 = Q_2$$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):

$$C_T = C_1 + C_2$$

$$V_T = V_1 = V_2 \quad \text{ו-} \quad Q_T = Q_1 + Q_2$$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדרי"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$$U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל :

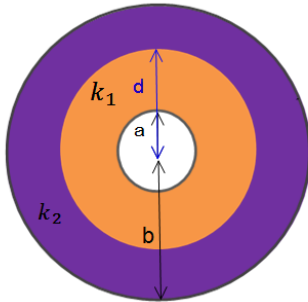
$$F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

שאלות:

(1) קבל גלילי

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות מוליכות באורך L ורדיוסים a, b .

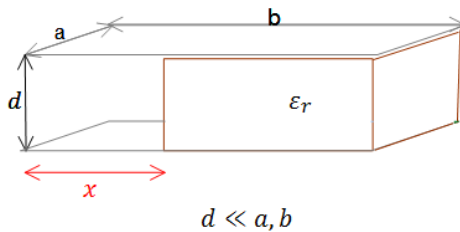


א. מצא את הקיבול של הקבל $L \gg a, b$.

ב. כעת ממלאים את הקבל בחומר דיאלקטרי בעל קבוע משתנה.

k_1 כאשר $a < r < d$ ו- k_2 כאשר $d < r < b$. מצא את הקיבול החדש.

ג. טוענים את הקבל במטען Q , מצא את התפלגות המטען במרחב (חופשי ומושרה).



(2) דרך שניה לחשב קיבול וחיבור קבלים

קבל לוחות מורכב משני לוחות מלבניים בעלי

אורך b ורוחב a . המרחק בין הלוחות הוא d .

לתוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי

הממלא את כל החלל בין הלוחות עד

למרחק x מקצה הלוחות. הקבוע הדיאלקטרי של החומר נתון ϵ_r .

א. מצא את הקיבול של הקבל כתלות ב- x .

ב. מחברים את הקבל למקור מתח V , מה תהיה התפלגות המטען החופשי

על הלוחות? ומהי צפיפות המטען המושרה בחומר?

(3) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי התלוי בגובה

קבל לוחות טעון בצפיפות מטען $\pm\sigma$.

שטח הלוחות הוא A והמרחק בין הלוחות

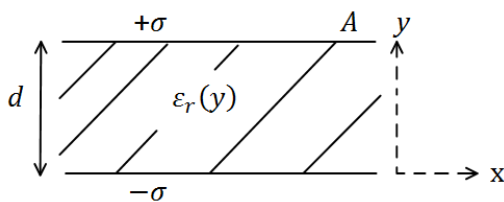
הוא d . בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי

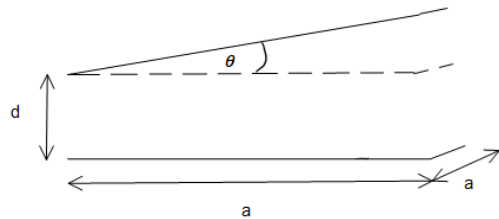
בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק

בין הלוחות: $\epsilon_r(y) = 1 + \left(\frac{y}{d}\right)^2$,

כאשר הלוח התחתון נמצא ב- $y = 0$.

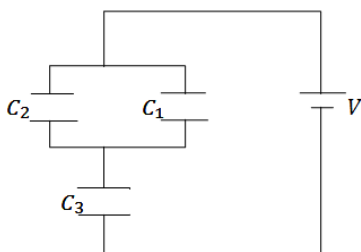
מצא את הקיבול של הקבל.



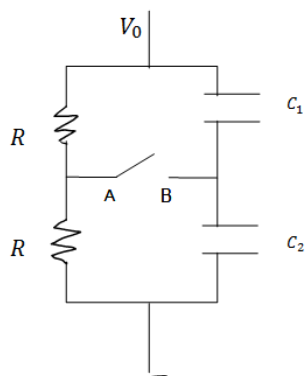
(4) קבל לוחות בזווית

נתון קבל לוחות בעל שטח A ומטען Q .
 אורך כל צלע בלוחות הקבל הינה a .
 עקב טעות בייצור נוצרה זווית θ קטנה מאוד בין הלוחות.

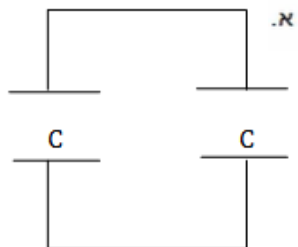
- א. חשב את קיבולו של הקבל כפונקציה של θ .
 ב. מחברים את הקבל למקור מתח V , מצא את התפלגות המטען המשטחית על לוחות הקבל.

(5) שלושה קבלים

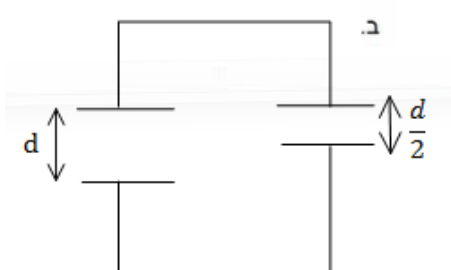
במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3\text{V}$.
 והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 5\mu\text{F}$.
 מצא את המטען על כל קבל.

(6) קבלים עם מפסק

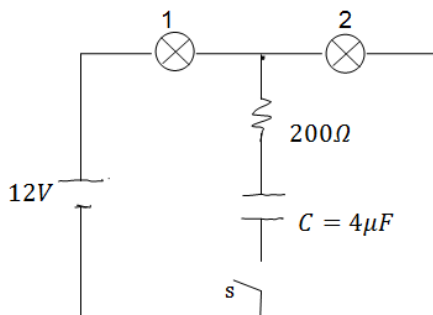
במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0 . הקצה התחתון מוארק.
 נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזזה של הנגדים.
 א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.
 ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

(7) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני

טעונים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0 .
 לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.
 א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C .



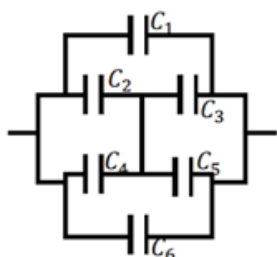
כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.
 ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.
 ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

(8) שתי נורות

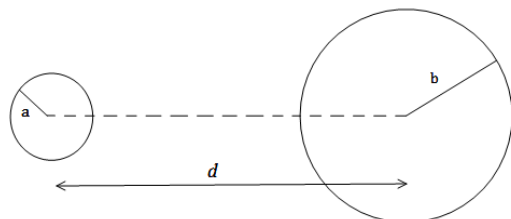
במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של $10V$ הוא $0.5W$. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא $0.4W$. התנגדות הנגד היא 200Ω .

א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

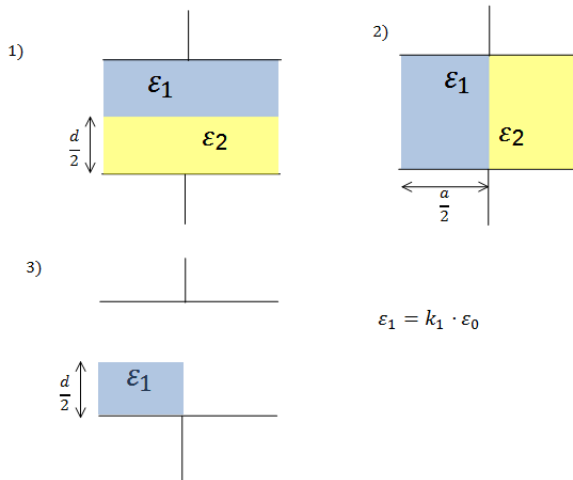
(9) חיבור קונפיגורציית קבלים

נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט. מצא את הקיבול השקול של המערכת.

(10) שני כדורים מרוחקים

שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים ונתונים a, b טעונים במטענים שווים ומנוגדים $+q, -q$. המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d . נתון כי $d \gg a, b$

- מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?
- מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.
- הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{d}}$.

**11) חומרים דיאלקטרים בתוך קבל**

נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a

ומרחק בין הלוחות d .

אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים שונים עם מקדמים נתונים.

החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות כפי שמוצג בצור (במצב השלישי מוכנס רק חומר אחד, החומרים ממלאים את כל הצלע שנכנסת ללוח).

א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?

ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

12) קבל לוחות עם בליטה

במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות

מעגליים ברדיוס R , ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).

בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל

ברדיוס a ($a \gg d$) ועובי h .

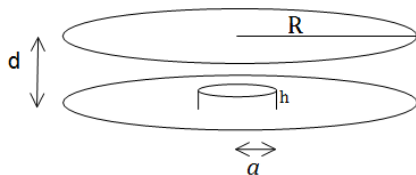
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.

א. מצא את הקיבול של הקבל.

ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל

אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V .

ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

**13) קבל עם פיסת מתכת**

קבל לוחות מחובר למקור מתח V .

שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין

הלוחות הוא d , ($d \ll \sqrt{A}$).

א. מצא את המטען על הקבל, את

השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

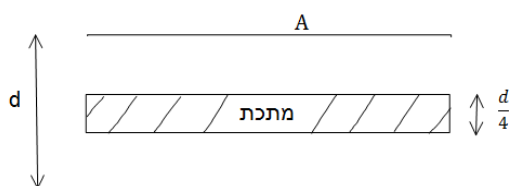
ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.

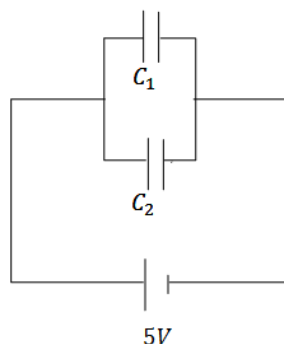
חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את

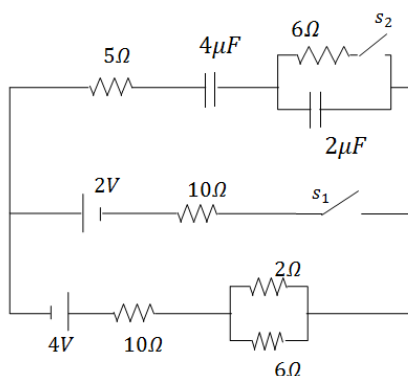
מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.

חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').




14) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי

במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$ והמתח בסוללה הוא $5V$.
 לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
 מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש לאחר שהמערכת מתייצבת.


15) מעגל עם קבלים

חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:

- פתוח s_1 ו- s_2 סגור.
- פתוח s_1 ו- s_2 סגור.
- שני המפסקים סגורים.

תשובות סופיות:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}} \text{ א. } \quad C = \frac{Q}{V} \text{ ב. } \quad \sigma_i = \frac{Q}{2\pi bc} \left(1 - \frac{1}{k_2} \right) \text{ ג. } \quad (1)$$

$$C_T = \frac{\epsilon_0 a}{d} (x + \epsilon_r (b - x)) \text{ א. } \quad (2)$$

$$q_1 = \frac{\epsilon_0 a x V_0}{d}, q_2 = \frac{\epsilon_0 a (b - x) V_0 \epsilon_r}{d} E, \sigma_1 = \frac{\epsilon_0 V_0}{d}, \sigma_2 = \frac{\epsilon_0 V_0 \epsilon_r}{d} \text{ ב. } \quad \frac{\pi d}{4\epsilon_0 A} \quad (3)$$

$$\sigma_{(x)} = \frac{\epsilon_0 V_0}{d + x \tan \theta} \text{ ב. } \quad \frac{\epsilon_0 a}{\theta} \ln \left(1 + \frac{a}{b} \theta \right) \text{ א. } \quad (4)$$

$$q_1 = 3\mu C, q_2 = 4.5\mu C, q_3 = 7.5\mu C \quad (5)$$

$$\Delta q = \frac{V_0}{2} (C_2 - C_1) \text{ ב. } \quad V_{AB} = \frac{V_0}{2} - \frac{V_0 C_2}{C_1 + C_2} \text{ א. } \quad (6)$$

$$U'_T = \frac{2}{3} C V_0^2, V' = \frac{2}{3} V_0 \text{ ב. } \quad U_T = 2U_1 = C V_0^2 \text{ א. } \quad (7)$$

$$R_1 = 200\Omega, V_1 = 5.34V, P_1 = 0.143W \text{ : נורה 1 א. } \quad (8)$$

$$R_2 = 250\Omega, V_2 = 6.68V, P_2 = 0.178W \text{ : נורה 2}$$

$$V_0 = V_2 = 6.68V \text{ ב.}$$

$$C_T = C_1 + C_6 + C_{2345} \quad (9)$$

$$\Delta\varphi \approx kq \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \text{ ב. } \quad \frac{r}{E} = \left(\frac{kq}{x^2} + \frac{kq}{(d-x)^2} \right) \hat{x} \text{ א. } \quad (10)$$

$$\text{מצב 1 : } \quad (11)$$

$$E_1 = E_2 = \frac{V}{d} \text{ ב. } \quad C_T = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2) a^2}{2d} \text{ א.}$$

$$\sigma_{free_1} = \frac{\epsilon_1}{d} V, \sigma_{i_1} = (\epsilon_0 - \epsilon_1) \frac{V}{d}, \sigma_{free_2} = \frac{\epsilon_2}{d} V, \sigma_{i_2} = (\epsilon_0 - \epsilon_2) \frac{V}{d} \text{ ג.}$$

$$\text{מצב 2 :}$$

$$E_1 = \frac{2\epsilon_2}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} V, E_2 = \frac{2\epsilon_1}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} V \text{ ב. } \quad C_T = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 a^2 \cdot 2}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \text{ א.}$$

$$\sigma_{free_1} = \frac{2\epsilon_1 \epsilon_2}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} V, \sigma_{i_1} = (\epsilon_0 - \epsilon_1) \frac{2\epsilon_2}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} V \text{ ג. לוח עליון-}$$

$$\sigma_{free_2} = \frac{-2\epsilon_1 \epsilon_2}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} V, \sigma_{i_2} = -(\epsilon_0 - \epsilon_2) \frac{2\epsilon_1}{d(\epsilon_1 + \epsilon_2)} V \text{ לוח תחתון-}$$

$$\sigma_{free_3} = 0, \sigma_{i_3} = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)2\varepsilon_0}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \quad \text{בין החומרים -}$$

מצב 3 :

$$E_1 = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)}, E_2 = \frac{2\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)}, E_3 = \frac{V}{d} \quad \text{ב.} \quad C_T = \frac{\varepsilon_0 a^2}{a} \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_0} + \frac{1}{2} \right) \quad \text{א.}$$

$$\sigma_T = \sigma_{free} = \varepsilon_0 \frac{V}{d} \quad \text{ג. לוח עליון צד ימין -}$$

$$\sigma_T = \sigma_{free} = \varepsilon_0 \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)} \quad \text{לוח עליון צד שמאל -}$$

$$\sigma_{T_{down}} = -\varepsilon_0 \frac{V}{d} \quad \text{לוח תחתון צד ימין -}$$

$$\sigma_i = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)} (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \quad \text{לוח תחתון צד שמאל -}$$

$$\sigma_T = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)} (\varepsilon_0 - \varepsilon_1), \sigma_{free} = 0 \quad \text{באמצע -}$$

$$E_1 = \frac{V}{d-h}, E_2 = \frac{V}{d} \quad \text{ב.} \quad C_T = \varepsilon_0 \pi \left(\frac{a^2}{d-h} + \frac{R^2 - a^2}{d} \right) \quad \text{א. (12)}$$

$$\sigma_1 = \varepsilon_0 \frac{V}{d-h}, \sigma_2 = \varepsilon_0 \frac{V}{d} \quad \text{ג.}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} V^2, E = \frac{V}{d}, q = \frac{\varepsilon_0 A}{d} V \quad \text{א. (13)}$$

$$U = \frac{2\varepsilon_0 A}{3d} V^2, E_1 = E_2 = \frac{4V}{3d}, q_T = \frac{4\varepsilon_0 AV}{3d} \quad \text{ב.}$$

$$U = \frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}, E_1 = E_2 = \frac{V}{d}, q_T = \frac{\varepsilon_0 A}{d} V \quad \text{ג.}$$

$$q'_3 = 12.5 \mu C, V'_3 = 2.5 V, U = 15.625 J \quad \text{(14)}$$

$$I = \frac{12}{43} A, q_1 = \frac{136}{43} \mu C \quad \text{ג.} \quad I = \frac{12}{43} A, q_1 = \frac{136}{129} \mu C \quad \text{ב.} \quad \text{א. } q_1 = 16 \mu C, \text{זרם} = 0. \quad \text{(15)}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

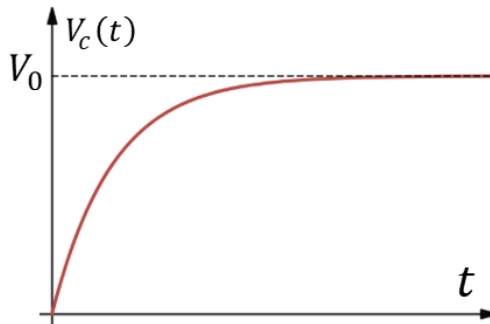
פרק 11 - מעגלי RC - בסילבוס שלכם רשום רק איכותי והפרק באתר כולל גם חישובים פשוטים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 72

הרצאות ותרגילים:

רקע:



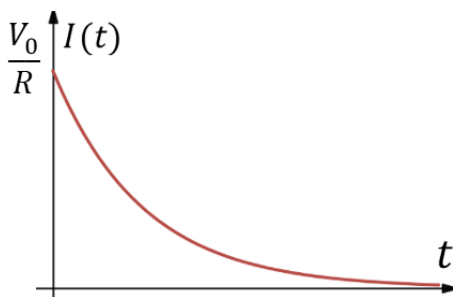
טעינה של קבל:
המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה

$$V_c(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$q_c(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

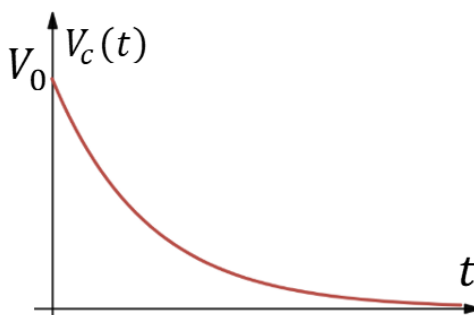
V_0 - המתח של הסוללה

R - התנגדות המעגל



הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



פריקה של קבל:
המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q_c(t) = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

V_0 - המתח ההתחלתי (המטען ההתחלתי

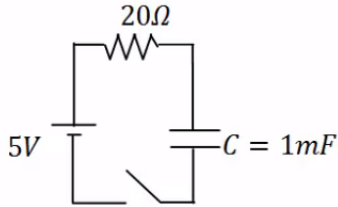
$(Q_0 = CV_0)$

הזרם כתלות בזמן זהה לטעינה

זמן אופייני $\tau = RC$ נהוג להגיד שלאחר זמן של 5τ הקבל טעון/פרוק לגמרי

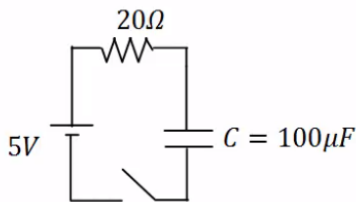
שאלות:

(1) טעינה



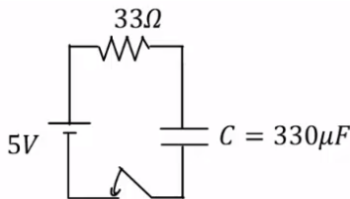
- במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 1\text{mF}$,
 התנגדות הנגד היא: $R = 20\Omega$ ומתח המקור
 הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
 א. מהו המטען על הקבל לאחר 0.01 שניות?
 ב. המתח על הקבל באותו הרגע?
 ג. מהם המטען והמתח על הקבל לאחר 0.1 שניות?

(2) זמן אופייני



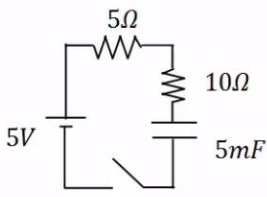
- במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 100\mu\text{F}$,
 התנגדות הנגד היא: $R = 100\Omega$ ומתח המקור
 הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
 מהו המטען והמתח על הקבל לאחר 0.3 שניות?

(3) חישוב זרם



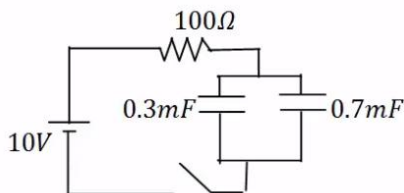
- במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 330\mu\text{F}$,
 התנגדות הנגד היא: $R = 33\Omega$ ומתח המקור
 הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
 א. מהו הזרם במעגל ב- $t = 0.005\text{sec}$?
 ב. מהו ההספק בנגד באותו הרגע?

(4) שני נגדים



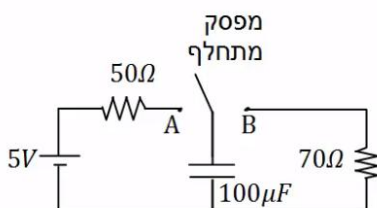
- במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
 א. מהו הזמן האופייני במעגל?
 ב. מצא את המתח והזרם בקבל בזמנים: $t = 0.01, 0.6\text{sec}$.

(5) שני קבלים



- במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
 א. מהו הזמן האופייני במעגל?
 ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל
 בזמנים: $t = 0.2, 0.8\text{sec}$.

(6) דוגמה מסכמת



- במעגל הבא מחברים את המפסק המתחלף
 לנקודה A ומחכים זמן רב.
 א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.
 מהו "זמן רב"?
 לאחר מכן מעבירים את המפסק לנקודה B.

ב. רשום שוב את המתח על הקבל כתלות בזמן.

7 מתג מתחלף

במעגל הבא מחברים ב- $t = 0$ את המפסק המתחלף לנקודה A.

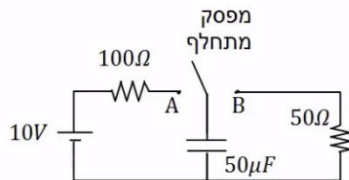
ב- $t = 0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.

א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.

ב. מה המטען על הקבל ב- $t = 0.02$?

ג. רשום את הזרם כתלות בזמן.

ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

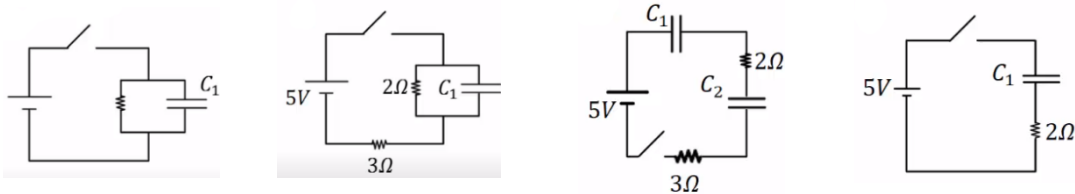


8 מציאת זרם במספר מעגלים

מצא את הזרם, בכל נגד, במעגלים הבאים. ברגע סגירת המתג הנח שהקבלים

אינם טעונים לפני הסגירה של המתג וכי הסוללה והחוטמים אידיאליים.

א. ב. ג. ד.



9 קבלים במעגל בהתחלה ולאחר זמן רב

נתוני הרכיבים במעגל הבא הם :

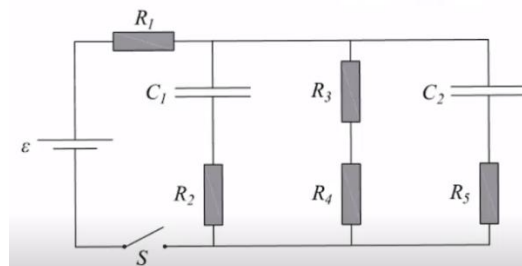
$$R_1 = 4\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega, R_4 = 1\Omega, R_5 = 6\Omega, \varepsilon = 24V, C_1 = 2\mu F, C_2 = 4\mu F$$

לפני סגירת המפסק הקבלים אינם טעונים.

א. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל ברגע סגירת המפסק?

ב. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ג. מהו המטען על כל אחד מהקבלים זמן רב לאחר סגירת המפסק?



תשובות סופיות:

$$(1) \quad V_C = 1.97V \quad \text{ב.} \quad q_C(t) \approx 1.97 \cdot 10^{-3} C \quad \text{א.}$$

$$\text{ג.} \quad q_C(t=0.1) = 4.97 \cdot 10^{-3} C, \quad V_C = 4.97V$$

$$(2) \quad q_C = 5 \cdot 10^{-4} C, \quad V_C = V_0 = 5V$$

$$(3) \quad P \approx 0.305W \quad \text{ב.} \quad I(0.005) \approx 0.096A \quad \text{א.}$$

$$(4) \quad \tau = 0.075 \text{ sec} \quad \text{א.}$$

$$\text{ב.} \quad V_C(t=0.01) = 0.624V, \quad I(t=0.01) \approx 0.292A, \quad V_C(t=\infty) = 5V, \quad I(t=\infty) = 0$$

$$(5) \quad \tau = 0.1 \text{ sec} \quad \text{א.}$$

$$\text{ב.} \quad V_T(t=0.2) = 8.65V, \quad q_1(t=0.2) = 2.60 \cdot 10^{-3} C, \quad q_2(t=0.2) = 6.01 \cdot 10^{-3} C$$

$$(6) \quad \text{א.} \quad V_C(t) = 5V \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \cdot 10^{-3}}} \right) \quad \text{ב.} \quad V_C(t) = 5 \cdot e^{-\frac{t}{7 \cdot 10^{-3}}}$$

$$(7) \quad \text{א.} \quad V_C(t) = \begin{cases} 10 \left(1 - e^{-\frac{t}{0.005}} \right) & 0 < t < 0.01 \\ 8.65 \cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.01 < t \end{cases} \quad \text{ב.} \quad q_C(t=0.02) \approx 7.92 \cdot 10^{-6} C$$

ד. ראה סרטון.

$$\text{ג.} \quad I(t) = \begin{cases} \frac{10}{100} \cdot e^{-\frac{t}{0.005}} & 0 < t < 0.01 \\ \frac{8.65}{50} \cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1 < t \end{cases}$$

$$(8) \quad \text{א.} \quad I(t=0) = 2.5A \quad \text{ב.} \quad I = 1A \quad \text{ג.} \quad I = \frac{5}{3} A \quad \text{ד.} \quad I(t=0) = \infty$$

$$(9) \quad \text{א.} \quad I_T = I_1 \approx 4.62A, \quad I_2 \approx 1.85A, \quad I_{3,4} = 1.85A, \quad I_5 \approx 0.92A$$

$$\text{ב.} \quad I_{1,3,4} = 3.43A, \quad I_{2,5} = 0 \quad \text{ג.} \quad q_1 \approx 20.58 \cdot 10^{-6} C, \quad q_2 \approx 41.16 \cdot 10^{-6} C$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 12 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 76

הרצאות ותרגילים:

רקע:

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(לא להתבלבל עם צפיפות מטען משטחית).

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח (צפיפות זרם משטחית לפעמים גם נקראת נפחית):

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה :

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{\text{drift}}$.

$\vec{k}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך (צפיפות זרם אורכית לפעמים גם נקראת משטחית) :

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$.

אם הצפיפות אחידה אז :

$$I = kl$$

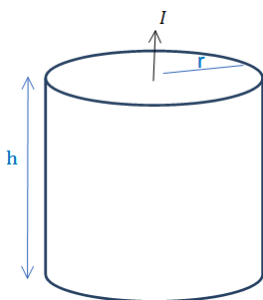
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית σ בתנועה :

$$\vec{k} = \sigma \vec{v}$$

עבור תנועה של צפיפות מטען ליחידת אורך λ נקבל :

$$I = \lambda v$$

שאלות:



1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי

גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו- z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.

נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)

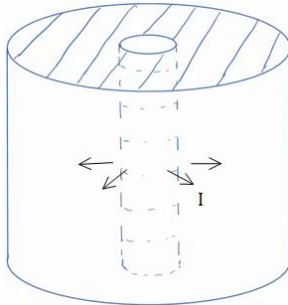
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0

(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

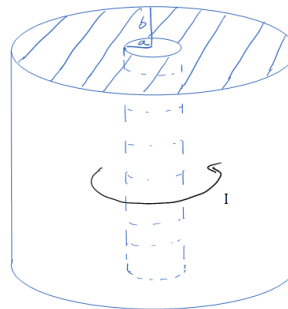
ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

(2) זרם רדיאלי



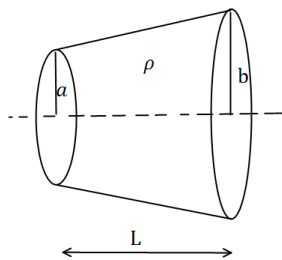
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
 - מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה. מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
 - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(3) זרם מעגלי בגליל



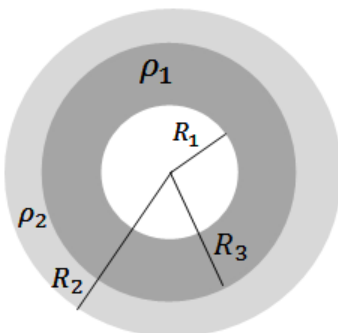
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).
 - נתון הזרם הכולל הזורם בנגד. מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.
 - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(4) חרוט קטום



- נתון חרוט קטום שאורכו L , רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b . בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים. ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ . חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

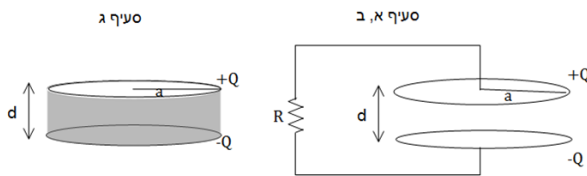
(5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



- נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $(R_3 < R_2) R_1 < r < R_3$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
 - מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V .
 - מהו השדה החשמלי בנגד?
 - מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

(6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$, התנגדות הנגד היא R .
א. מצא את הזרם במעגל.



ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.

חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל- a .

חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.

מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל

התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.

(7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a

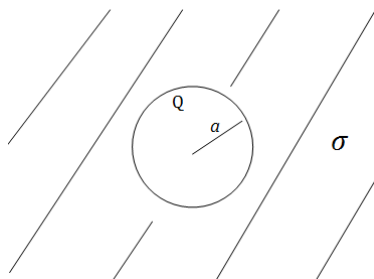
נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ .

נתון כי המטען על הקליפה ב- $t=0$ הוא Q .

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה

של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

**(8) התנגדות תלויה באורך וברוחב**

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי

ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה

מרחק d , אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים

$(L \gg d)$.

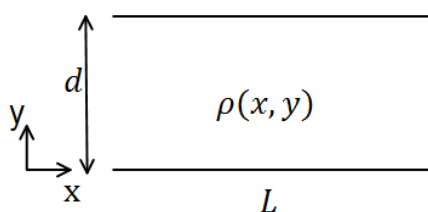
בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל

התנגדות סגולית $\rho(x, y)$.

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

$$\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) \quad \text{א.}$$

$$\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)} \quad \text{ב.}$$



תשובות סופיות:

$$(1) \quad R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad E = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}$$

$$(2) \quad R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad E = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.}$$

$$(3) \quad R_T = \frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho} \ln \frac{b}{a}} \quad \text{א.} \quad \vec{J} = \frac{V_T}{\rho 2\pi r} \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad \text{ג.}$$

$$(4) \quad R = \frac{\rho L}{\pi ab}$$

$$(5) \quad R_T = \frac{\rho_1}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \right) + \frac{\rho_2}{4\pi} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{א.} \quad \vec{J}_{(r)} = \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \rho_1 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_3 \\ \rho_2 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_3 < r < R_2 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$(7) \quad \varphi_0 = 0, \quad \varphi_{(R_1)} = \varepsilon_0 \rho_1 \frac{I}{4\pi R_1^2} - 0, \quad \varphi_{(R_3)} = \frac{I \varepsilon_0}{4\pi R_3^2} (\rho_2 - \rho_1), \quad \varphi_{(R_2)} = -\varepsilon_0 \frac{I}{4\pi R_2^2} \rho_2$$

$$(6) \quad k = \frac{a^2 - r^2}{2\pi r a^2} \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{א.}$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{z}, \quad k = 0! \quad \text{ג.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$(7) \quad \vec{J} = \frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2} \hat{r}, \quad \vec{E} = \frac{k q(t)}{r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad q(t) = Q e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0} t} \quad \text{א.}$$

$$(8) \quad R_T = \frac{\rho_0 d}{L^2} \quad \text{ב.} \quad R = \frac{2\rho_0 d}{\pi L^2} \quad \text{א.}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 13 - חוק לורנץ וכוח על תייל נושא זרם

תוכן העניינים

81	1. חוק לורנץ.....
88	2. כוח על תיל נושא זרם.....
92	3. תרגילים נוספים.....

חוק לורנץ:

רקע:

כאשר שני מטענים נעים פועל ביניהם כוח נוסף הנקרא הכוח המגנטי.

ניתן לחלק את האינטראקציה לשני חלקים, מטען 1 יוצר שדה מגנטי. מטען 2 שנע בשדה המגנטי מרגיש כוח כתוצאה מהשדה המגנטי.

חוק לורנץ - הכוח המגנטי הפועל על מטען הנע בשדה מגנטי:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים:

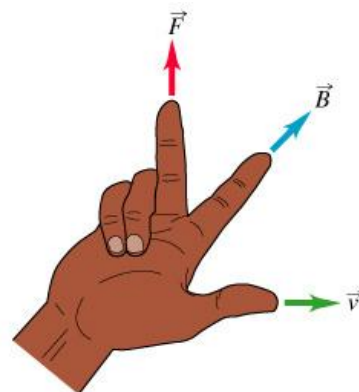
דרך דטרמיננטה:

$$\vec{F}_B = q \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

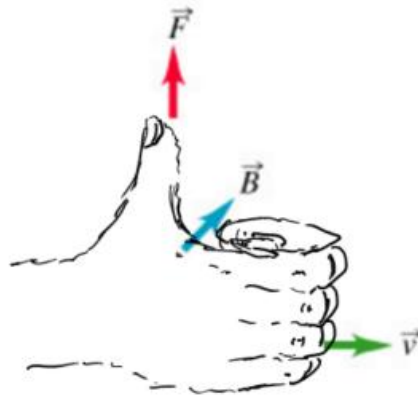
דרך גודל וכיוון בנפרד:

הגודל הוא $F_B = qvB \sin \alpha$ כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה

הכיוון לפי כלל יד ימין:



אופציה נוספת לכלל יד ימין:



שימו לב:

לעשות רק עם יד ימין!

כיוון הכוח הוא עבור **מטען חיובי** (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה בצורה הראשונה (עדיף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד:

מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

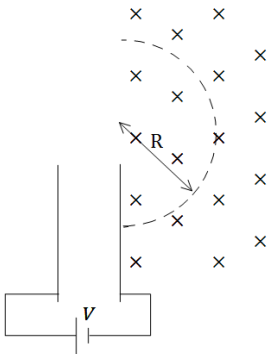
ו- $v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.

עבודת הכוח המגנטי תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

שאלות:

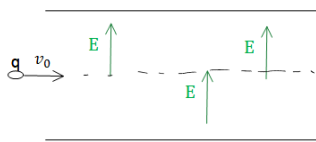
(1) ספקטוגרף המסות של דמפסטר

המערכת הבאה מתארת את ספקטוגרף המסות של דמפסטר. מטרתה היא להפריד בין חלקיקים בעלי מסות שונות. חלקיקים עם מטען חיובי משוחררים ממנוחה ליד לוח הקבל החיובי. החלקיקים מואצים ע"י מקור מתח V המחבר בין הלוחות. החלקיקים עוברים דרך הלוח השלילי ונכנסים לשדה מגנטי אחיד הפועל לתוך הדף. מצא את רדיוס הסיבוב כתלות במסת החלקיק. נתונים: B, q, V .



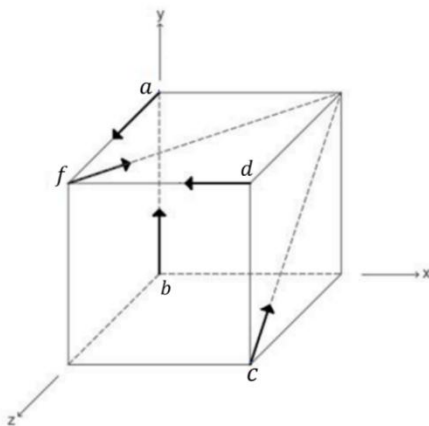
(2) מטען עובר קבל

מטען נע בתוך קבל לוחות עם מהירות קבועה V_0 בקו ישר ובמקביל ללוחות הקבל. בתוך הקבל (ורק בתוכו) ישנו שדה חשמלי אחיד ונתון E . כאשר המטען יוצא מהקבל הוא מבצע תנועה מעגלית כלפי מעלה. ידוע כי בכל המרחב (בתוך ומחוץ לקבל) יש שדה מגנטי אחיד אך לא ידוע מה גודלו וכיוונו. הזנח את כוח הכובד הפועל על המטען. א. מה הסימן של המטען? ב. מצא את כיוון וגודל השדה המגנטי.



(3) מצאו את הכוח על כל חלקיק

החיצים בציור מציינים מהירויות של חלקיקים חיוביים שונים. החלקיקים נמצאים בשדה מגנטי אחיד שכיוונו הוא $\hat{x}$. עבור כל חלקיק מצא: מהו כיוון הכוח ברגע הנתון באיור? מהי צורת המסלול?



(4) מטען פוגע בלוחות קבל

חלקיק בעל מסה m ומטען $q > 0$ נכנס במרכז של קבל לוחות עם מהירות $\vec{v} = v_0 \hat{x}$. לוחות הקבל מקבילים למישור xy והמרחק ביניהם הוא d .

הקבל מחובר למקור מתח V , כאשר הלוח העליון נמצא בפוטנציאל הגבוה.

- מצא את המרחק מקצה הלוח של הקבל בו יפגע המטען.
- כעת הנח שהקבל אינו מחובר למקור ואינו טעון אך במרחב קיים שדה מגנטי אחיד $\vec{B} = B_0 \hat{y}$. מצא את המרחק מקצה הלוח בו יפגע המטען.
- לאיזה כיוון יסטה המטען אם הקבל מחובר למקור מתח ובמרחב קיים שדה מגנטי.

(5) חלקיק זז בשדה מגנטי

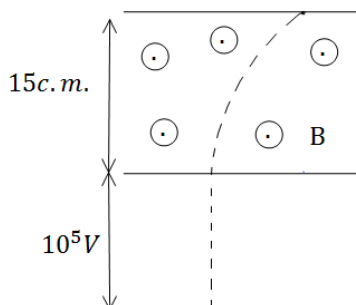
חלקיק הטעון במטען q נע במהירות $\vec{v}$ באזור בו שורר שדה מגנטי $\vec{B} = -2\hat{x} + 3\hat{y}$ טסלה.

חשב את הכוח המגנטי שיפעל על החלקיק אם נתון:

- $\vec{v} = 2\hat{x} + 3\hat{y}$ מטר לשניה ו- $q = 2C$
- $\vec{v} = -\hat{x} + 2\hat{z}$ מטר לשניה ו- $q = -1\mu C$

(6) פרוטון בזווית

פרוטון נכנס בזווית של 30 מעלות לשדה מגנטי אחיד בעוצמה של $0.15T$. מצא את רדיוס הסיבוב של הפרוטון אם ידוע שגודל מהירותו $V = 10^6 \frac{m}{sec}$.

(7) פרוטון פוגע במסך

פרוטון מואץ בקבל הנמצא במתח של $10^5 V$. לאחר מכן הפרוטון עובר בשדה מגנטי אחיד עד לפגיעתו במסך הנמצא במרחק $15c.m.$ מהקבל. עוצמת השדה המגנטי היא $0.2T$.

- מצא את המרחק האופקי שעבר הפרוטון עד לפגיעתו במסך.
- מצא את הזמן עד לפגיעה במסך.
- מהו המתח המינימלי הדרוש על מנת שהפרוטון יפגע במסך?

(8) מטען בשדה מגנטי וחשמלי

שדה חשמלי קיים בתחום $x < 0$ כך שמעל ציר ה- x ($y > 0$)

השדה הוא: $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$ ומתחת לציר ה- x ($y < 0$)

השדה הוא: $\vec{E} = E_0 \hat{y}$, ראה שרטוט.

בכל המרחב קיים גם שדה מגנטי אחיד,

שכיוונו וגודלו אינם ידועים.

חלקיק בעל מסה m ומטען $|q|$ מגיע

מ- $x = -\infty$ ונע בקו ישר ובמהירות קבועה.

גובה המסלול של החלקיק הוא $y = -R$.

כאשר החלקיק חוצה את ציר ה- y הוא מבצע רבע מעגל ברדיוס R (ראה ציור).

נתון: $E_0, |q|, m, R$.

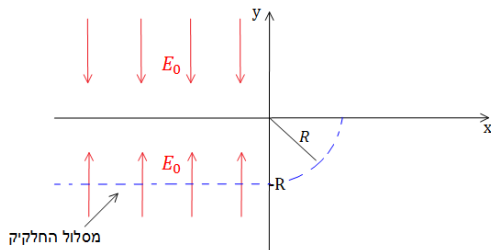
א. שרטט את המשך מסלול המטען.

ב. מה סימן המטען?

ג. מצא את המהירות של המטען, והשדה המגנטי.

ד. מצא את המסה הדרושה על מנת לבצע אותו מסלול בשדה מגנטי הגדול

פי 3 מהשדה הקיים, כאשר שאר התנאים אינם משתנים.

**(9) בורר מהירויות ומתח עצירה**

חלקיקים בעלי מטען $+q$ ומסה m נפלטים

ממקור S במהירויות שונות ונכנסים אל בין

לוחות קבל.

בין לוחות הקבל פועלים שדה חשמלי אחיד $\vec{E}$

וכיוונו ימינה ושדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ והמכוון

אל תוך הדף, כמוראה בתרשים.

השדה המגנטי פועל על החלקיקים גם לאחר יציאתם מהקבל.

במרחק d מנקודת היציאה של החלקיקים מהקבל, נמצא נקב קטן דרכו

נכנסים החלקיקים אל תוך הקבל השני אשר בין לוחותיו לא פועל שדה מגנטי.

על הקבל השני מופעל מתח עצירה V . ידוע כי המרחק בין לוחות הקבל השני הינו L .

ניתן להזניח את כוח הכובד הפועל על החלקיקים.

נתונים: $\vec{B}, \vec{E}, m, q, L$.

א. באיזו מהירות v יוצאים החלקיקים מהקבל הראשון?

ב. מהו המרחק d (ראה ציור)?

ג. תוך כמה זמן משלים החלקיק את חצי הסיבוב?

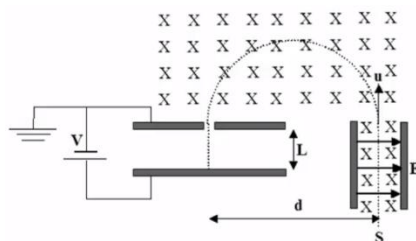
ד. מה צריך להיות ערכו המינימלי של מתח העוצר V המופעל על הקבל השני

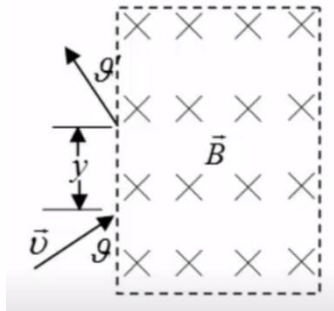
כדי שהחלקיקים הנכנסים לתוכו יעצרו לחלוטין?

ה. מחברים את הקבל השני לסוללה שמתח גדול פי שתיים ממה שחישבת

בסעיף ד'. תוך כמה זמן יעצור החלקיק מרגע כניסתו אל בין לוחות הקבל

השני כעת?

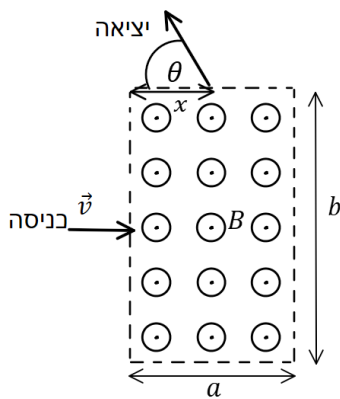


10 מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית

אלומות חלקיקים בעלי מסה m ומטען q נקלעות לאזור בו שורר שדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ המאונך למישור הדף במגמה פנימה. לחלקיקים אנרגיה קינטית E_k והם נכנסים לאזור המגנטי בזווית θ , כמתואר בציור.

א. חשבו את המרחק האנכי y אותו יעברו החלקיקים מנקודת כניסתם לאזור המגנטי ועד ליציאתם ממנו.

ב. חשבו את זווית היציאה θ' (ראו איור).

11 עוד מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית

שדה מגנטי אחיד B נמצא בתחום מלבני בגודל $a \times b$. מחוץ לתחום השדה הוא אפס. כיוון השדה החוצה מהדף. מטען $|q|$ נכנס לתחום המלבני בדיוק במרכז המלבן, במהירות שגודלה v וכיוונה מאונך לשפת המלבן (ראה איור).

ידוע שהמטען יוצא מהצלע העליונה של המלבן.

א. מהו סימן המטען? ומהו גודל מהירותו ביציאה?

ב. מהו המרחק x מקצה המלבן בו יוצא המטען?

ג. מהי הזווית θ של וקטור המהירות ביציאה ביחס לצלע המלבן?

תשובות סופיות:

$$R = \sqrt{\frac{2V}{qB^2}} \cdot \sqrt{m} \quad (1)$$

$$B = \frac{E}{v} \quad \text{א. שלילי} \quad \text{ב. } B = \frac{E}{v} \quad (2)$$

$$\vec{F}_a = qvB\hat{y}, \vec{F}_b = qvB(-\hat{z}), \vec{F}_c = \frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y} - \hat{z}), \vec{F}_d = 0, \vec{F}_f = \frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y}) \quad (3)$$

מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_b$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_c$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_d$: תנועה בקו ישר, $\vec{F}_f$: ספירלה במישור yz שמתקדמת סביב ציר x .

$$x^2 = R^2 - \left(R - \frac{d}{2}\right)^2 \quad \text{א. } x = V_0 \sqrt{\frac{md^2}{qV}} \quad \text{ב.} \quad (4)$$

$$\varepsilon F_z = q \left(V_0 B_0 - \frac{V}{d} \right) > 0 \quad \text{ג. המטען יסטה למעלה אם:}$$

$$\varepsilon F_z = q \left(V_0 B_0 - \frac{V}{d} \right) < 0 \quad \text{המטען יסטה למטה אם:}$$

$$\vec{F} = (6\hat{x} + 4\hat{y} + 3\hat{z}) \mu N \quad \text{א. } \vec{F} = 24N\hat{z} \quad \text{ב.} \quad (5)$$

$$R \approx 3.48 \cdot 10^{-2} m \quad (6)$$

$$\Delta x = 0.0315 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$V = 4.312 \cdot 10^4 V \quad \text{ג.} \quad t = 3.371 \text{ sec} \quad \text{ב.} \quad \text{א. ראה סרטון} \quad \text{ב. } \text{sign}(q) = -1 \quad (8)$$

$$V = \sqrt{\frac{qRE_0}{m}}, \vec{B} = \sqrt{\frac{mE_0}{qR}} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$m_2 = qm_1 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{2BL}{E} \quad \text{ה.} \quad \frac{mE^2}{2qB^2} \quad \text{ז.} \quad \frac{\pi m}{qB} \quad \text{ג.} \quad \frac{2mE}{qB^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{E}{B} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$y = \frac{\sqrt{8mE_k \sin \vartheta}}{Bq} \quad \text{א.} \quad \vartheta' = \vartheta \quad \text{ב.} \quad (10)$$

(11) א. אם כיוון הכוח הפוך לכיוון המכפלה $\vec{V} \times \vec{B}$ אז המטען שלילי. $\vec{F}$ תמיד מאונך ל- $\vec{V}$ ול- $\vec{B}$ לכן ה- $\vec{F}_B$ אף פעם לא ישנה את גודל המהירות, רק את הכיוון (V כניסה V יציאה).

$$\cos \theta = \frac{b}{2R} - 1 \quad \text{ג.} \quad x = \sqrt{b \left(\frac{b}{4} - \frac{mV}{qB} \right)} \quad \text{ב.}$$

כוח על תיל נושא זרם:

רקע:

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

גודל הכוח הפועל על תיל ישר בשדה אחיד הוא:

$$F = BIL \sin \alpha$$

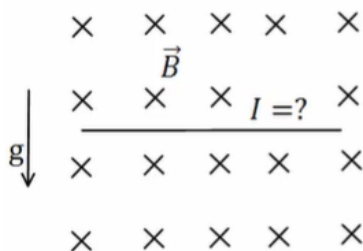
את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.

הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

שאלות:

(1) דוגמה-תיל מרחף



תיל ישר נמצא במאונך לשדה מגנטי

אחיד $B = 10^{-2} \text{ T}$ לתוך הדף.

צפיפות המסה של התיל ליחידת אורך

היא: $\lambda = 20 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}}$

מצא מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל כך שהתיל ירחף באוויר?

(2) דוגמה-מסגרת מלבנית בשדה לא אחיד

מסגרת מלבנית בעלת צלעות a , b נמצאת במישור של הדף ובתוך שדה מגנטי שכיוונו לתוך הדף. גודלו של השדה המגנטי אינו אחיד.

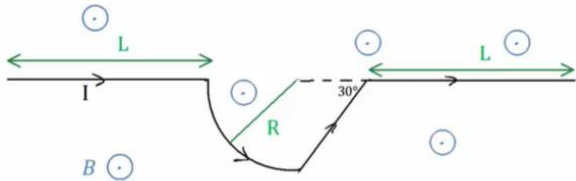
המסגרת מונחת כך שחלק מהמסגרת נמצא בשדה $B_1 = 4 \text{ T}$

והחלק השני נמצא בשדה $B_2 = 3T$.

במסגרת זורם $I = 2A$ עם כיוון השעון. נתון: $a = 0.5m$.
מצא את הכוח השקול הפועל על המסגרת?

(3) כוח על תיל מכופף

תיל הנושא זרם I מכופף כפי שנראה באיור.
החלק העגול הוא רבע מעגל



בעל רדיוס R .

בכל המרחב יש שדה מגנטי

אחיד B החוצה מהדף.

מצא את הכוח השקול על התיל

אם L, I, B, R נתונים.

(4) כוח על תיל מכופף עם חלוקה לחתיכות

הנח נתונים זהים לשאלה קודמת.

מצא את הכוח השקול על התיל ע"י חלוקה לחתיכות,

חישוב הכוח ע"י כל חתיכה בנפרד וסכימה.

(5) לולאה תלויה

לולאה ריבועית בעלת צלע a ומסה m תלויה על ציר ה- x

(הצלע שנמצאת על הציר מקובעת לציר) ויכולה להסתובב סביבו.

בלולאה זורם זרם I כך שהזרם בצלע שנמצאת על ציר ה- x

חיובי (זורם בכיוון ציר ה- x).

א. מצא את גודל השדה המגנטי

שדרוש להפעיל בכיוון ציר ה- z על

מנת שהלולאה תתייצב במנוחה

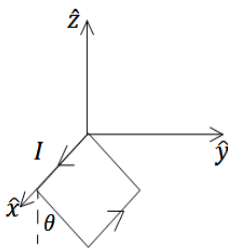
בזווית θ ביחס לציר ה- z .

ב. מצא את גודל השדה המגנטי שדרוש

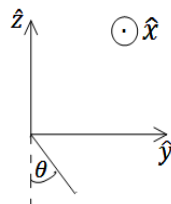
להפעיל בכיוון ציר ה- y על מנת

שהלולאה תתייצב במנוחה בזווית θ

ביחס לציר ה- z .



מבט תלת מימדי



מבט דו-מימדי

(6) כוח על לולאה סגורה

הראו כי:

א. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד הניצב למישור הלולאה מתאפס.

ב. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד המקביל למישור הלולאה מתאפס.

ג. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד מתאפס.

ד. הכוח המגנטי על לולאת זרם סגורה בעלת כל צורה שהיא בשדה אחיד מתאפס.

7) לולאה בצורת חצי גליל ותייל אינסופי - סמי שמעון

- לולאה מורכבת משני חצאי עיגול מקבילים ושני קווים ישרים מקבילים כך שנוצרת השפה של חצי גליל, ראו איור. תיל אינסופי עובר לאורך ציר הסימטריה של גליל. רדיוס חצאי העיגול הוא R ואורך הקווים הישרים הוא h . בלולאה ובתייל זורמים הזרמים I_1 ו- I_2 וכיונם מתואר באיור.
- א. חשבו את הכוח שמפעיל התייל על כל חצי מעגל של הלולאה.
- ב. חשבו את הכוח שמפעיל התייל על כל אחד מהקווים הישרים (גודל וכיוון).
- ג. מה הכוח השקול שמפעיל התייל על הלולאה?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad I = 2 \cdot 10^3 \text{ A}, \text{ ימינה.}$$

$$(2) \quad F = 1 \text{ N}, \text{ ימינה.}$$

$$(3) \quad F = BI(2L + (1 + \sqrt{3})R)$$

$$(4) \quad F_x = 0, F_y = IB(2L + (1 + \sqrt{3})R)(-1)\hat{y}$$

$$(5) \quad \text{א. } B = \frac{mg}{2aI} \tan \theta \hat{z} \quad \text{ב. } B = -\frac{mg}{2aI} \hat{y}$$

$$(6) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$

(7) א. 0. ב. עבור שניהם, שמאלה, $\frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{2\pi R}$ ג. שמאלה, $\frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi R}$

תרגילים נוספים:

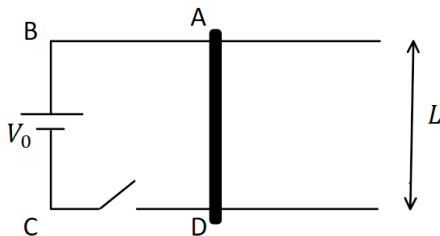
שאלות:

(1) מטען בשדה מגנטי עם משוואות דיפרנציאליות

נתון שדה חשמלי $\vec{E} = \alpha x \hat{x}$ ושדה מגנטי קבוע ואחיד $\vec{B} = B_0 \hat{z}$.
 חלקיק בעל מסה m ומטען q נמצא בראשית בזמן $t = 0$.
 מהירותו ההתחלתית היא: $\vec{v} = v_0 \hat{x}$.
 א. מהו מיקום החלקיק כתלות בזמן בכל אחד מהמקרים הבאים:
 $\alpha > \frac{q}{m} B_0^2$, $\alpha < \frac{q}{m} B_0^2$, $\alpha = \frac{q}{m} B_0^2$

(2) מטען בשדה חשמלי רדיאלי

נתון שדה חשמלי $\vec{E} = \alpha(x\hat{x} + y\hat{y})$ ושדה מגנטי קבוע ואחיד $\vec{B} = B_0 \hat{z}$.
 חלקיק בעל מסה m ומטען q נמצא בראשית בזמן $t = 0$.
 מהירותו ההתחלתית היא: $\vec{v} = v_0 \hat{x}$.
 כתוב 4 משוואות דיפרנציאליות מסדר ראשון עבור המיקום והמהירות.
 הסבר את דרך הפתרון, אין צורך לפתור.



(3) מוט נע על מסילה עם חיכוך וסוללה

מקור מתח V_0 מחובר לשני תילים מוליכים ומקבילים במרחק L אחד מהשני.
 לתילים התנגדות ליחידת אורך r .
 על התילים מניחים מוט מוליך בעל מסה m וחסר התנגדות המחבר בין הנקודות A ו-D באיור.
 המערכת נמצאת בתוך שדה מגנטי B המאונך לדף אך לא ידוע האם הוא לתוך או החוצה מהדף.
 ברגע $t = 0$ סוגרים את המתג והמוט מתחיל לנוע ימינה.
 על המוט פועל חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ .
 התנגדות הקטע ABCD (כולל המקור) היא R_0 .
 ניתן להזניח השפעות של השראות מגנטיות.
 א. מהו כיוון השדה המגנטי?
 ב. מהו הזרם במעגל כתלות במרחק אותו עבר המוט מתחילת התנועה?
 ג. באיזה מרחק תתאפס תאוצת המוט?
 ד. תאר את תנועת המוט במילים.

תשובות סופיות:

$$x(t) = V_0 \cdot t, y = \frac{1}{2} \left(-\frac{qB_0 V_0}{m} \right) t^2 : \alpha = \frac{q}{m} B_0^2 \quad (1)$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{q}{m} \left(\frac{qB_0^2}{m} - \alpha \right)}} \sin \left(\sqrt{\frac{q}{m} \left(\frac{qB_0^2}{m} - \alpha \right)} \cdot t \right) : \alpha < \frac{q}{m} B_0^2$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{q}{m} \left(\alpha - \frac{qB_0^2}{m} \right)}} \sinh \left(\sqrt{\frac{q}{m} \left(\alpha - \frac{qB_0^2}{m} \right)} \cdot t \right) : \alpha > \frac{q}{m} B_0^2$$

$$\begin{cases} qB_0 V_y + q\alpha x = m\dot{V}_x \\ -qB_0 V_x + q\alpha y = m\dot{V}_y \\ \dot{x} = V_x \\ \dot{y} = V_y \end{cases} \quad (2)$$

$$(3) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } B \text{ לתוך הדף.} & \text{ב. } I = \frac{V_0}{R_0 + 2rx} \\ \text{ד. ראה סרטון.} & \text{ג. } x = \frac{1}{2r} \left(\frac{BLV_0}{\mu mg} - R_0 \right) \end{array}$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 14 - חוק ביו סבר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 94

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק ביו-סבר :

השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם

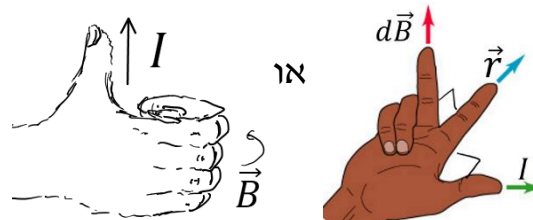
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi |r|^3} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi |r|^2}$$

$\vec{r}$ - הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ - אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

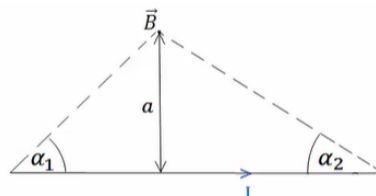
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ - מקדם הפרמביליות של הריק

- חישוב הכיוון :



השדה של תיל סופי :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$



במרכז התיל:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

כאשר L הוא אורך התיל.

השדה של תיל אינסופי:

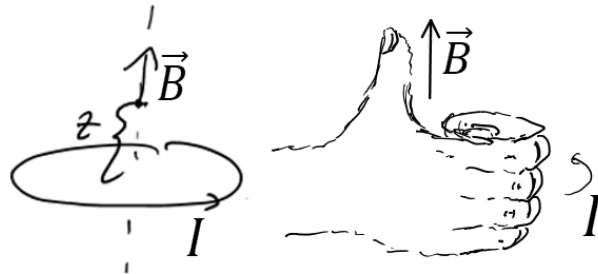
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:

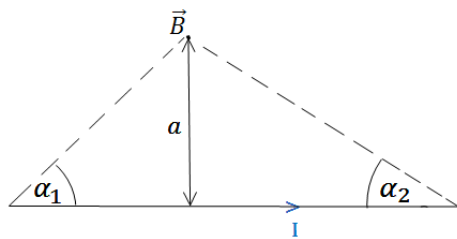


כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

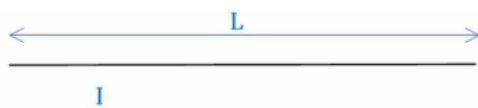
הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

שאלות:



- (1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות
הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל
בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

כאשר I הוא הזרם בתיל.



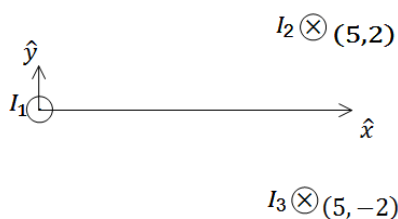
- (2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים
נתון תיל סופי באורך L וזרם I .
השדה נמצא במרחק y מהראשית.
חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.



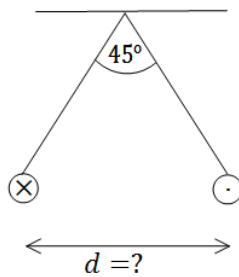
- (3) חישוב שדה של טבעת
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה
של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זרם I .



- (4) חישוב שדה של דיסקה
דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ .
הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב
ציר הסימטריה שלה.
מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.



- (5) שדה של שלושה תילים אינסופיים
שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה- z
מונחים במיקומים הבאים:
 $\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$
הזרמים בתילים הם:
 $I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.
מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה- x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y ?

**(6) שני תילים תלויים**

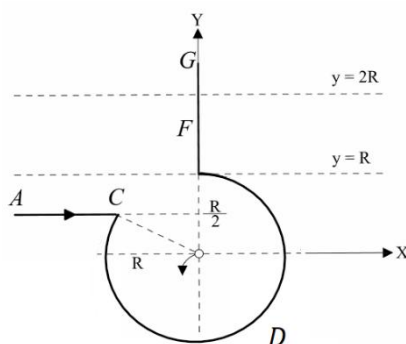
שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע. בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים. הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2 \frac{gr}{m}$. מצא את המרחק בין התילים.

(7) מצולע עם אן צלעות

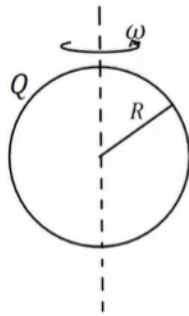
במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I . נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R .
א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?
ב. בדוק עבור $n \rightarrow \infty$.

(8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי

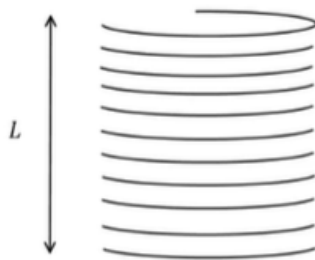
שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו- $-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

(9) חישוב שדה של תיל מיוחד

תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים. המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט). בתיל זורם זרם I , כיוון הזרם מסומן בשרטוט.
א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?
ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל. צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט. מהו סימן מטענו של החלקיק?
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$. חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט). נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0, ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון. מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

**10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת**

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
 הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω .
 הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

**11) שדה של סליל סופי**

בסליל סופי באורך L , רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
 חשבו את השדה המגנטי ב:
 א. מרכז הסליל.
 ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

$$\frac{r}{B} = \frac{\mu_0}{4\pi y} \frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

$$B_x = B_y = 0, \quad B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$\frac{r}{B_T} = \frac{\mu_0 \sigma w}{2} \left((R^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} + z^2 (R^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} - 2z \right) \quad (4)$$

$$x_1 = -2.76, \quad x_2 = 5.26 \quad (5)$$

$$d = 0.241 \text{ m} \quad (6)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{ב.} \quad B = \frac{n\mu_0 I}{2\pi R} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$V = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (8)$$

$$\frac{r}{F} = \frac{Ia}{3} 7R^3 \hat{x} \quad \text{ג.} \quad B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2 - \sqrt{3}) \quad \text{א.} \quad \text{ב. שלילי} \quad (9)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 Qw}{6\pi R} \quad (10)$$

$$\frac{\mu_0 \ln L}{2(R^2 + (L)^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{ב.} \quad \frac{\mu_0 \ln L}{2\left(R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א.} \quad (11)$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 15 - חוק אמפר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 100

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר :

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2 \quad \text{מקדם המגנטיות של הריק}$$

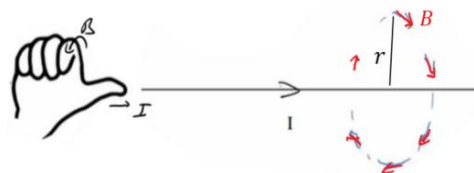
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכ, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול. הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר :

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טורואיד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



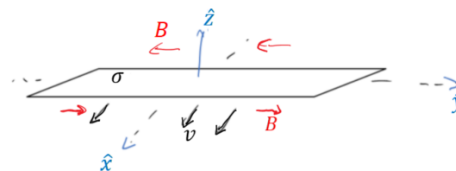
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות, ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי :

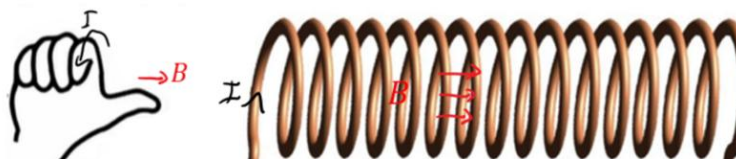
עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$


שדה של סליל אינסופי :

$$B = \mu_0 I n$$

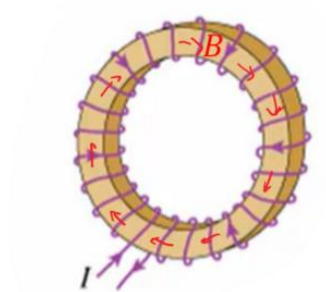
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל. כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.


טורואיד :

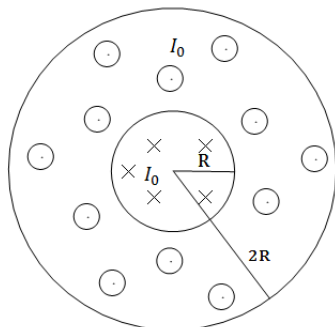
$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:



(1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני $2R$ (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת). בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

(2) שדה של מישור דק אינסופי



נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ .

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x במהירות קבועה V_0 .

חשב את השדה המגנטי.

(3) שדה של מישור עבה



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען

אחידה ליחידת נפח ρ .

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית

הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

(4) שדה של סליל אינסופי

נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N .

צפיפות הליפופים n , רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S .

קיימת סימטריה בציר ה- z .

חשב את השדה המגנטי.

(5) מישור עם צפיפות מטען משתנהמישור אינסופי בעובי d טעון

בצפיפות מטען משתנה ליחידת

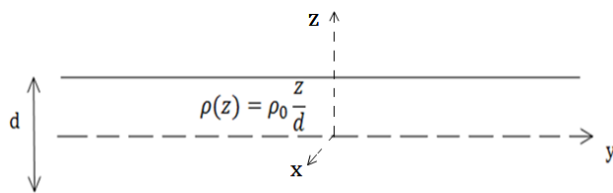
נפח $\rho(z) = \rho_0 \frac{z}{d}$.

המישור מונח במקביל למישור xy

וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .

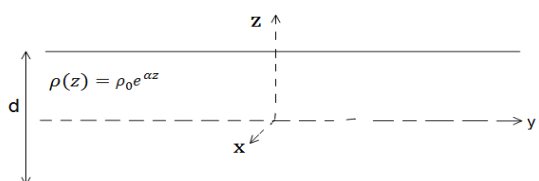
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

**(6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית**מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען

משתנה ליחידת נפח $\rho(z) = \rho_0 e^{\alpha z}$

כאשר α קבוע.המישור מונח במקביל למישור xy וראשיתהמישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

**(7) חור בגליל**גליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b .מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.

בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה

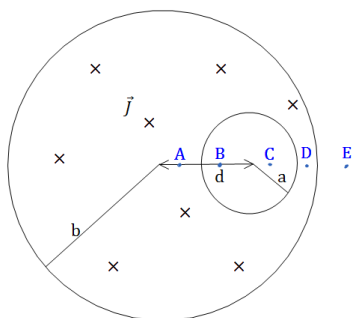
ונתונה J .א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A, B, C, D, E

המסומנות בסרטוט.

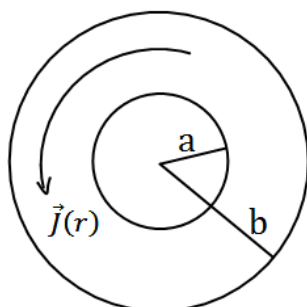
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל

הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.

רמז: $\hat{\theta} = \hat{z} \times \hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.**(8) שדה מגנטי של זרם היקפי**גליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r) = A r^3 \hat{\theta}$.

מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.

 A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } \vec{J}_{\text{in}} = \frac{I_0}{\pi R^2} \hat{z} \quad r < R, \quad \vec{J} = \frac{-I_0}{\pi 3R^2} \hat{z} \quad R < r < 2R \quad (1)$$

$$\text{ב. } \vec{B} = \frac{I_0 r}{2\pi R^2} \theta \quad r < R, \quad B=0 \quad R < r < 2R$$

$$\vec{B} = \frac{\sigma V_0 \mu_0}{2} \begin{cases} (-\hat{y}) & z > 0 \\ (+\hat{y}) & z < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\vec{B} = \rho_0 V_0 z (-\hat{y}), \quad \vec{B} = \frac{\rho V_0 d \mu_0}{2} \begin{cases} -\hat{y} & z > \frac{d}{2} \\ \hat{y} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \ln \hat{z} \quad (4)$$

$$\vec{B}=0 \quad z > \frac{d}{2}, \quad \vec{B}=0 \quad z < -\frac{d}{2}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \rho_0 V_0}{2d} \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - z^2 \right) \hat{y} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \quad (5)$$

$$, \vec{B} = \frac{\rho_0 V_0}{2\alpha} \left(e^{-\alpha \frac{d}{2}} - e^{\alpha \frac{d}{2}} \right) \hat{y} \cdot \begin{cases} (+1) & z > \frac{d}{2} \\ (-1) & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\vec{B} = \frac{\rho_0 V_0}{2\alpha} \left(e^{-\alpha \frac{d}{2}} + e^{\alpha \frac{d}{2}} - 2e^{\alpha z} \right) \hat{y} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$$

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0 J}{2} \left(r + \frac{b^2}{d-r} \right) \hat{\theta}, \quad \vec{B}_B = \frac{\mu_0 J d}{2} \hat{\theta}, \quad \vec{B}_C = \frac{\mu_0 J d}{2} \hat{\theta}, \quad \vec{B}_D = \frac{\mu_0 J r}{2} \hat{\theta} - \frac{\mu_0 J b^2}{2(r-d)} \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{2} \hat{z} \times d \quad \text{ב.} \quad \vec{B}_E = \frac{\mu_0 J a^2}{2r} - \frac{\mu_0 J b^2}{2(r-d)} \hat{\theta}$$

$$\vec{B} = \frac{b^4 - r^4}{4} \mu_0 \hat{z} \quad a < r < b, \quad \vec{B} = A \frac{b^4 - a^4}{4} \mu_0 \hat{z} \quad 0 < r < a \quad (8)$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 16 - חוק פאראדיי

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 105

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק פאראדיי:

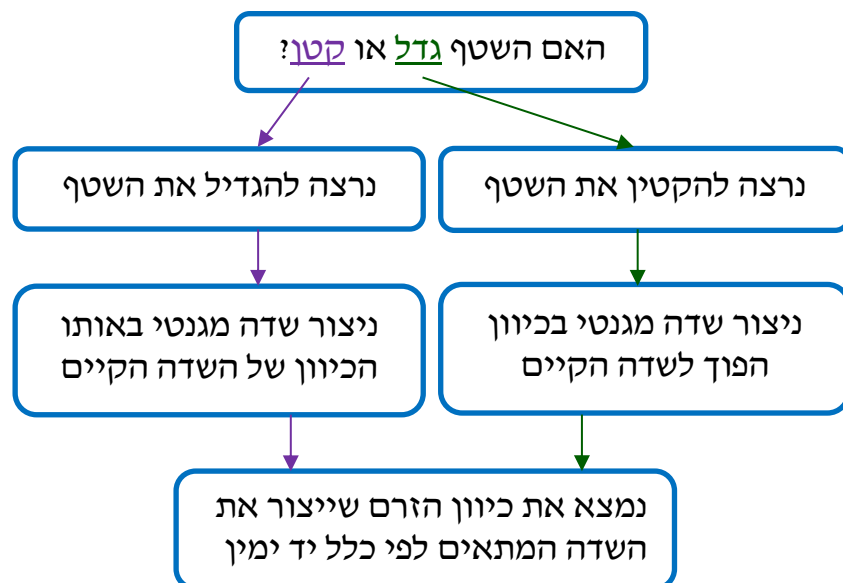
$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ:

הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

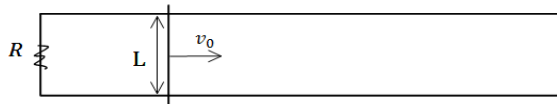
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי :

$$\varepsilon = BLv \sin \alpha$$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה. כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

שאלות:

(1) מוט שזז על מסילה



במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.

בתחילת המסילה נמצא נגד R .

המרחק בין פסי המסילה הוא L .

על המסילה נמצא מוט מוליך

נוסף המחובר בין שני פסי המסילה,

המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0 .

א. מהו הכא"מ במעגל?

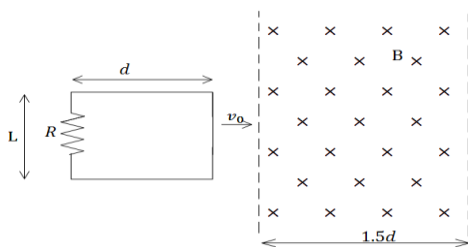
ב. מהו הזרם במעגל?

ג. מהו הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?

ד. מהו ההספק של הכוח החיצוני?

ה. מהו ההספק בנגד?

(2) מסגרת נעה בתוך שדה



מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L ,

נעה במהירות קבועה v_0 , לכיוון אזור בו

שורר שדה מגנטי אחיד B .

אורך האזור הוא $1.5d$ ורוחבו ארוך מאוד.

למסגרת התנגדות כוללת R .

הנח כי ב- $t = 0$ הצלע הימנית של המסגרת

נכנסת לאזור עם השדה.

א. מצאו את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).

ב. מצאו את הזרם במסגרת, גודל וכיוון

(כתלות בזמן).

ג. מצאו את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת

שתנוע במהירות קבועה.

ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

(3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי

מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy .

ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x .

מיקום המסגרת ב- $t = 0$ הוא x_0 .

תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו

זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y .

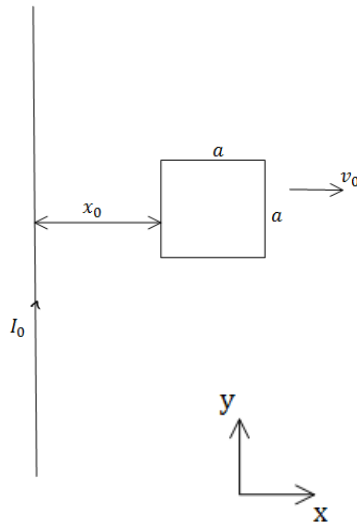
א. מצא את הכא"מ במסגרת.

ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע

שההתנגדות הכללית שלה היא R .

ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את

המסגרת במהירות קבועה.

**(4) טבעת מסתובבת**

טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy

ומתחילה להסתובב במהירות זוויתית קבועה ω

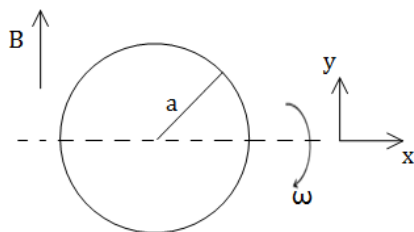
סביב ציר ה- x .

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y .

א. מצא את הכא"מ בטבעת כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את הכא"מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן

לפי $B(t) = B_0 \cos(\omega t)$.

**(5) מוט זז בתוך מעגל**

מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.

בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד

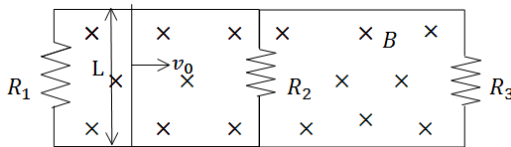
וקבוע לתוך הדף B .

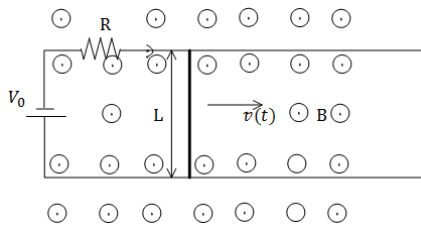
נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B .

מצא את הזרם משני צידי המוט עבור

המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון

לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.




(6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח

מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן. למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0 .

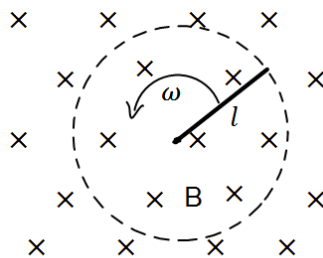
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא"מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.

ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.

ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.

ד. מהו הספק החום בנגד?

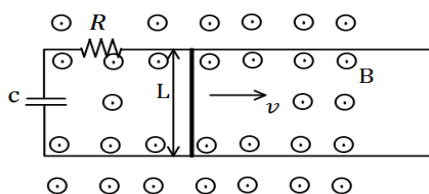

(7) מוט מסתובב

מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω .

המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.

ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פאראדיי.


(8) פאראדיי עם קבל ונגד ביחד

מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v .

למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבול C .

בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).

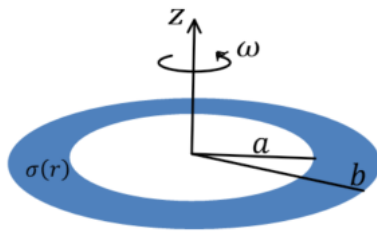
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?

ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ"ל (כתלות בזמן).

ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).

ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד.

הסבר מדוע ההספקים שווים.

**(9) טבעת בתוך טבעת רחבה**

טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

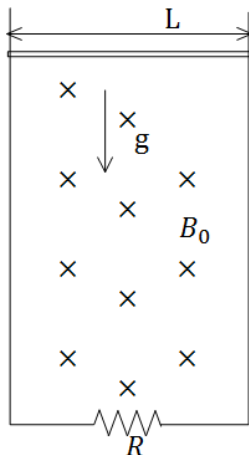
$$\sigma(r) = \begin{cases} 0 & r < a \\ \sigma_0 \frac{a}{r} & a \leq r \leq b \\ 0 & b < r \end{cases}$$

הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת. מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega = at^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 ($r_0 \ll a$). חשבו את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבו את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R .

(10) מוט נופל מחובר למסילה

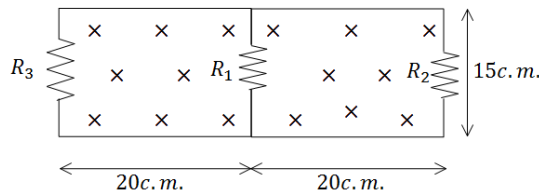
מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף. רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M . התנגדות המסילה קבועה ושווה ל- R .

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v .
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט. מהי המהירות הסופית של המוט?

ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

**11) כא"מ בשני מעגלים**

במעגל הבא התנגדות הנגדים היא :

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$$

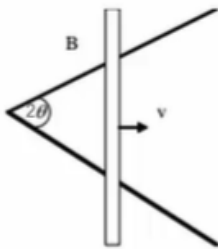
$$B = 2 \frac{T}{\text{sec}} \cdot t$$

במרחב קיים שדה מגנטי

אחיד לתוך הדף.

ממדי המעגל נתונים בשרטוט.

מצא את הזרם בכל נגד.

12) מוט נע על מסילות בזווית

שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.

מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.

המוט נע לאורכם במהירות קבועה v , ומתחיל את

תנועתו בקדקוד המשולש.

כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

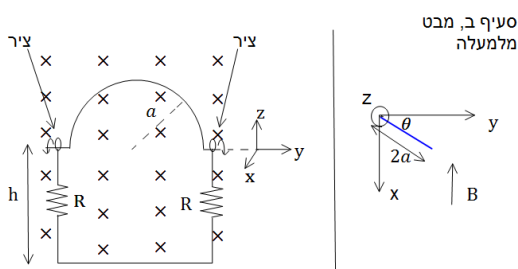
א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1 ,

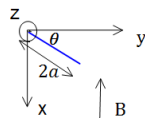
והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה

כפונקציה של הזמן.

ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

13) כבל מסתובב

סעיף ב, מבט
מלמעלה



במערכת הבאה ישנו כבל מוליך

אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a .

בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל

מחובר לצירים כך שניתן לסובבו

סביבם (סביב ציר ה- y בציר).

הצירים מחוברים למסגרת מלבנית

בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.

בכל צד של המסגרת קיים נגד R .

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).

ב- $t = 0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציר ומתחילים לסובבו סביב הצירים

(ציר ה- y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל

מתקדמות אלינו).

א. מהו הזרם בכבל?

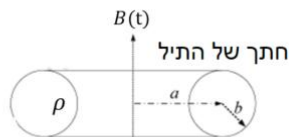
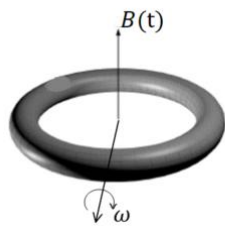
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל

המערכת סביב עמוד זה.

מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.

ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת



נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות מסה α והתנגדות סגולית ρ . מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס שטח החתך שלו הוא b . יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a כך ש- $b \ll a$.

מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $B(t)$ במאונך לטבעת.

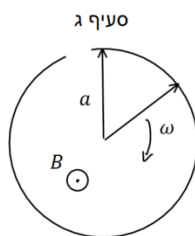
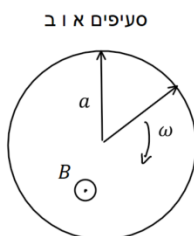
$$\beta = \frac{dB}{dt}$$

א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.

ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β, ρ, α, m וללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב- a ו- b).

ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה ומאונך לשדה המגנטי. חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן. האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

15) שער פאראדיי



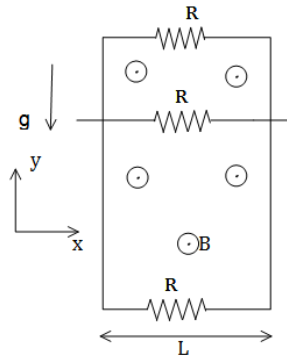
לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה ליחידת אורך היא r מחברים שני מחוגים מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R . המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת. מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב במהירות זוויתית קבועה ω .

בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

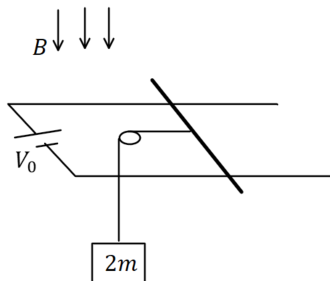
א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ .

ב. חשבו את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון (הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).

ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור). חזור על סעיף ב.

16) נגד נופל במסגרת

מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L , נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה- y ורוחבה על ציר ה- x . בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R . מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה- y על המסגרת. מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

17) מוט על מסילה מחובר למשקולת

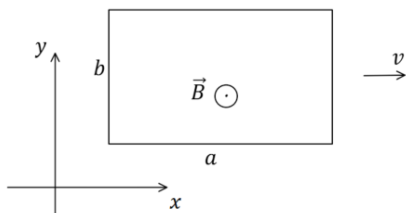
מוט מוליך בעל אורך L , מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות. המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0 . בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה. משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

א. חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.

ב. חותכים את החוט.

רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?

ג. מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה לינארית

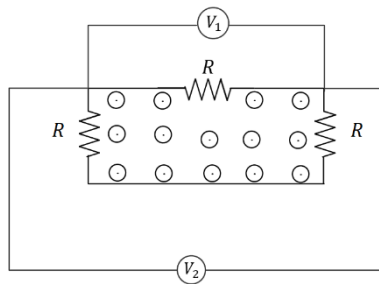
מסגרת מלבנית בגודל $a \times b$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy . המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$. ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$ כאשר α, x_0, v_0 קבועים נתונים.

א. מצא את הכא"מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה.

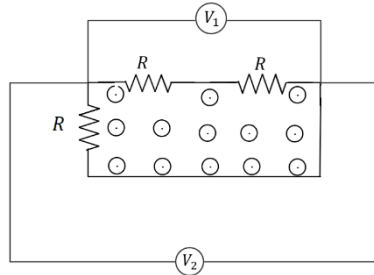
הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.

ב. מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.

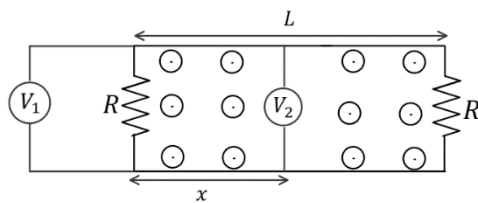
ג. מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

**(19) מעגל עם פאראדיי**

במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד. אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2 ?

**(20) מעגל עם פאראדיי 2**

במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד. אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2 ?

**(21) מעגל עם פאראדיי 3**

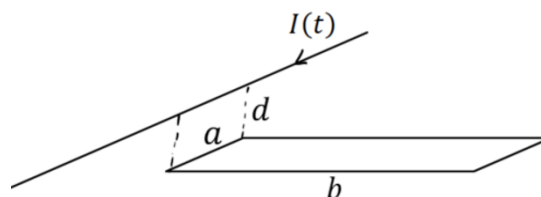
במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L . מחברים שני מדי מתח אידיאליים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי. נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV . מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}L$

ב. $x = \frac{1}{4}L$

(22) תיל מעל מסגרת

בתיל אינסופי זורם זרם התלוי בזמן $I(t)$. התיל נמצא בגובה d מעל מסגרת מלבנית ובמקביל לאחת מצלעות המסגרת, ראו שרטוט. גודל המסגרת הוא $a \times b$ מהו השטף של השדה המגנטי דרך המסגרת כתלות ב- $I(t)$?



תשובות סופיות:

$$\begin{aligned} \text{א. } \varepsilon &= -BLV_0 & \text{ב. } I &= \frac{BLV_0}{R} & \text{ג. } \vec{F}_{0xt} &= \frac{B_0^2 L^2 V_0}{R} \hat{x} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{ד. } \rho_{\text{ext}} = \frac{B_0^2 L^2 V_0}{R} \quad \text{ה. } \rho_R = \frac{BLV}{R}$$

$$\begin{aligned} \text{א. } |\varepsilon| &= BLV_0 & \text{ב. } I &= \frac{BLV_0}{R} & \text{ג. } \vec{F}_{\text{ext}} &= \frac{B^2 L^2 V_0}{R} \hat{x} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{ד. } \rho_{\text{ext}} = \frac{B^2 L^2 V_0^2}{R}$$

$$\begin{aligned} \text{א. } \varepsilon &= -\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x} \right) V_0 & \text{ב. } I &= \frac{-\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x} \right) V_0}{R} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{ג. } |\vec{F}| = F_1 - F_2$$

$$\begin{aligned} \text{א. } \varepsilon &= -B_0 \pi a^2 (-\omega) \sin(\omega t) & \text{ב. } \varepsilon &= \omega B_0 \pi a^2 \sin(2\omega t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{בין הראשון לשני: } I_L = I_1, I_R = I_2 + I_3 \quad (5)$$

$$\text{בין השני לשלישי: } I_L = I_1 + I_2, I_R = I_3$$

$$\begin{aligned} \text{א. } |\varepsilon| &= BLV(t) & \text{ב. } a &= \frac{BL}{MR} (-BLV(t) + V_0), V_{\text{final}} = \frac{V_0}{BL} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{א. } V(t) &= \frac{V_0}{BL} \left(1 - e^{-\frac{B^2 L^2}{MR} t} \right) & \text{ד. } P_R &= \left(\frac{BLV(t) - V_0}{R} \right)^2 R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{א. } \varepsilon &= B \frac{l^2}{2} \omega & \text{ב. } \varepsilon &= -B \cdot \omega \frac{l^2}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{א. } I(t) &= \frac{BLV}{R} e^{-\frac{t}{RC}} & \text{ב. } F_{\text{ext}} &= \frac{B^2 L^2 V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \hat{x} & \text{ג. } P_F &= \frac{B^2 L^2 V^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \neq I^2 R \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{ד. } P_C &= \frac{B^2 L^2 V^2}{R} \left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{2t}{RC}} \right) & \text{ה. הוכחה} & P_R = \frac{B^2 L^2 V^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{א. } \vec{B} &= \mu_0 \sigma_0 a \omega \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} \hat{z} & \text{ב. } \varphi &= \mu_0 \sigma_0 a \omega \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} \pi r_0^2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{ג. } I = \frac{3\mu_0 \sigma_0 a \pi r_0^2 \alpha \ln \frac{b}{a}}{2R}$$

$$\begin{aligned} \text{א. } |\varepsilon| &= B_0 L V_y & \text{ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{א. } F &= \frac{B_0^2 L^2}{R} V \hat{y} & \text{ד. } V_{\text{final}} &= \frac{mgR}{B_0^2 \cdot L^2} & \text{ה. } k &= \frac{B_0^2 L^2}{R} & \text{ג. } V(t) &= \left(1 - e^{-\frac{k}{m} t} \right) \frac{mg}{k} \end{aligned}$$

$$I_{R1} = \frac{0.6}{110} A, I_{R2} = \frac{3}{110} A, I_{R3} = \frac{2.4}{110} A \quad (11)$$

$$P_{out} = \frac{V^2 B^2}{R_1} 2 \cdot V \cdot t \cdot \tan \theta \quad \text{ג.} \quad I = \frac{V \cdot B}{R_1} \quad \text{ב.} \quad \varepsilon = 2V^2 \tan \theta t B \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$\theta = 45^\circ \quad \text{ג.} \quad \theta = 60^\circ \quad \text{ב.} \quad I = \frac{B \pi a^2 \omega}{4R} \sin \omega t \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$I = \frac{m(\beta \cos \theta - B \sin \theta \omega)}{4 \rho \alpha \pi} \quad \text{ג.} \quad I = \frac{\beta m}{4 \pi \rho \alpha} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{\beta \pi b^2 a}{2 \rho} \quad \text{א.} \quad (14)$$

$$R_T = 2R + \frac{\arctan(2\pi - \theta)}{2\pi} \quad \text{א.} \quad (15)$$

$$\hat{r} \quad \text{ב.} \quad I_T = \frac{B \omega a^2 \pi}{4\pi R + \arctan(2\pi - \omega t)} \quad \text{ב.} \quad \text{במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון } \hat{r}.$$

$$I(t) = \frac{B \omega \frac{a^2}{2}}{2R + \arctan \omega t} \quad \text{ג.}$$

$$V = \frac{3Rmg}{2B^2 L^2} \quad (16)$$

$$\frac{BL}{R}(V_0 - BLV) = ma, \quad V_{max} = \frac{V_0}{BL} \quad \text{ב.} \quad V_0 = \frac{2mgR}{BL} \quad \text{א.} \quad (17)$$

$$V(t) = \frac{V_0}{BL} \left(1 - e^{-\frac{B^2 L^2}{MR} t} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x = \frac{V_0}{k} \quad \text{ג.} \quad V(t) = V_0 e^{-kt} \quad \text{ב.} \quad |\varepsilon| = \alpha b a V \quad \text{א.} \quad (18)$$

$$1 \text{ mV} \quad (19)$$

$$0.5 \text{ mV} \quad (20)$$

$$0.5 \text{ mV} \quad \text{ב.} \quad 0 \quad \text{א.} \quad (21)$$

$$\frac{\mu_0 a I(t)}{4\pi} \ln \left| \frac{b^2 + d^2}{d^2} \right| \quad (22)$$

פיזיקה לתעופה מתקדם 18511022

פרק 17 - תרגילים ברמת מבחן

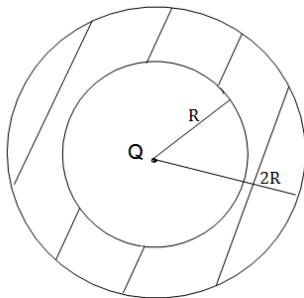
תוכן העניינים

1. תרגילים.....116

תרגילים:

שאלות:

(1) מטען במרכז קליפה



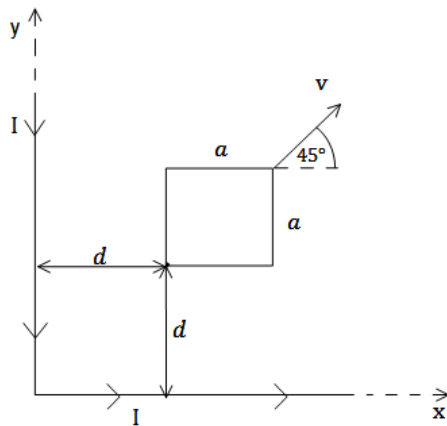
מטען נקודתי Q נמצא במרכזה של קליפה כדורית עבה. רדיוס הקליפה הפנימי הוא R ורדיוס החיצוני הוא $2R$. הקליפה מוליכה ואינה טעונה.

א. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודה

הנמצאת ב- $r = \frac{R}{3}$ לבין הנקודה הנמצאת ב- $r = 3R$.

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הקליפה טעונה במטען כולל $2Q$.

(2) מסגרת נעה בין שני תילים



תיל אינסופי מכופף בזווית של 90° כך שחלק אחד של התיל נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x והחלק השני על החלק החיובי של ציר ה- y (ראה שרטוט).

בתיל זרם I_0 קבוע, נגד השעון.

מסגרת מלבנית בעלת צלע a נמצאת ב- $t = 0$. במישור $x-y$ כך שהפינה השמאלית התחתונה שלה מרוחקת מרחק d מכל חלק של התיל (ראה שרטוט). התנגדות המסגרת היא R .

המסגרת נעה במהירות קבועה v ובזווית של 45° ביחס לציר ה- x .

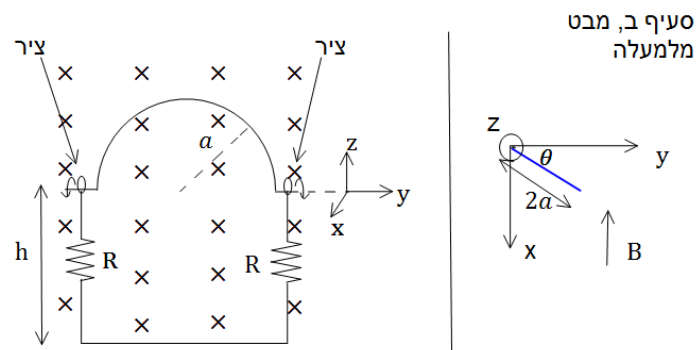
א. מצא את הזרם במסגרת, גודל וכיוון.

ב. מהו הכוח הפועל על המסגרת על מנת למשוך אותה במהירות קבועה?

ג. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהולך לאיבוד כחום בנגד?

(3) כבל מסתובב

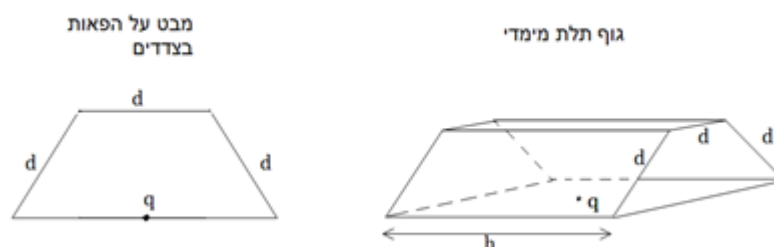
- במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a . בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה- y בצירור).
 הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום. בכל צד של המסגרת קיים נגד R .
 במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס X).
 ב- $t=0$ הכבל נמצא במצב המתואר בצירור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה- y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).

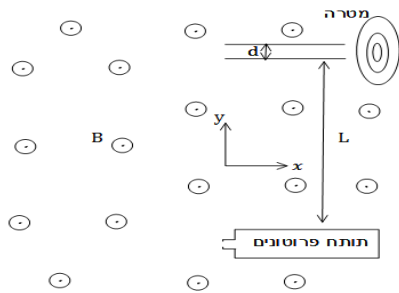


- א. מהו הזרם בכבל?
 ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
 מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.
 ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

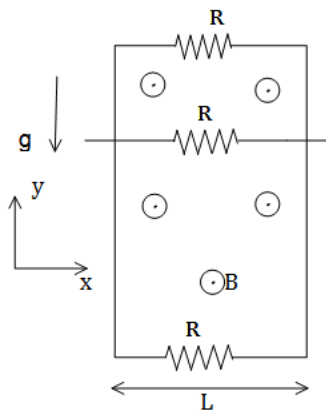
(4) שטף דרך משושה

- בצירור ישנו גוף תלת מימדי שפאותיו בצדדים הם חצאי משושה שווה צלעות עם אורך צלע d . המרחק בין הפאות הוא h וידוע ש- $h \gg d$.
 מטען נקודתי q נמצא במרכז הבסיס של הגוף.
 מצא את השטף דרך אחת הפאות המלבניות (באורך h ורוחב d).



(5) תותח פרוטונים

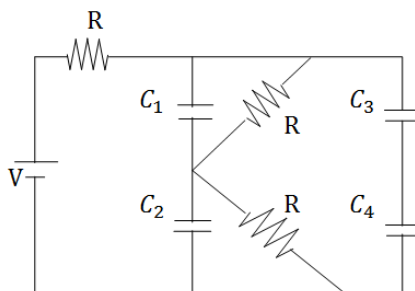
תותח פרוטונים יורה פרוטונים במהירויות שונות בכיוון מינוס ציר ה- x . במרחק L מעל התותח נמצא קבל לוחות כאשר המרחק בין הלוחות הוא $d \ll L$. בסוף הקבל נמצאת מטרה. במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד ובכיוון z . מצא את המתח שצריך להפעיל על הקבל על מנת שהפרוטונים יפגעו במרכז המטרה.

(6) נגד נופל במסגרת

מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L , נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה- y ורוחבה על ציר ה- x . בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R . מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה- y על המסגרת. מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

(7) אנרגיה של קבלים

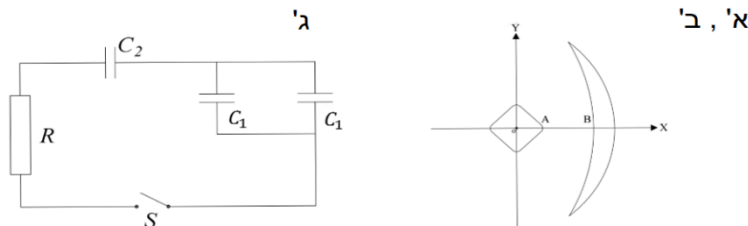
במעגל הבא נתון מתח המקור והתנגדות הנגדים (זהה לכל הנגדים).



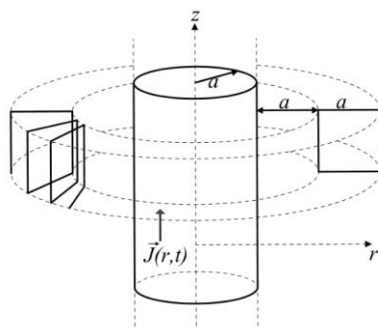
- מצא את האנרגיה האגורה בקבלים במצב העמיד אם נתון ש- $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$
- כעת נתון שהגדילו את המרווח בין הלוחות של קבל C_3 פי 2 ולקבל C_2 הכניסו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי ϵ_r הממלא את כל הנפח בתוך הקבל. מצא שוב את האנרגיה האגורה בקבלים.

(8) קבל לא סטנדרטי

בתרשים שלפנינו מתואר קבל הבנוי משני גופים מוליכים שצורתם איננה סטנדרטית. הצירים x, y מוגדרים בשרטוט. נתונות קואורדינטות של הנקודות A, B : $x_A = a, x_B = b$. ידוע כי כאשר קבל זה טעון במטען q הפוטנציאל על ציר ה- x בין הנקודות A ו- B ניתן לפי הנוסחה $\varphi = \gamma q(x^2 + ax + bx)$.



- א. מהו קיבולו של הקבל?
- ב. ממלאים את הרווח שבין שני גופי הקבל בחומר דיאלקטרי, בעקבות זאת השדה בתוך הקבל משתנה ווקטור השדה בנקודות של ציר ה- x נתון לפי הנוסחה הבאה: $\vec{E} = -\frac{\gamma q}{3a} \cdot (ax + 2xy, x^2 + z^2, 2yz)$. מצא את קיבול הקבל במקרה זה.
- ג. טוענים את הקבל של סעיף א' ונותנים לו להתרפק דרך נגד R . כעבור 7 שניות, לאחר תחילת הפריקה נתון כי עוצמת הזרם במעגל ירדה פי 100. בניסוי נוסף מחברים מעגל משלושה קבלים כפי שרטוט 2 מראה, המעגל כולל 2 קבלים של סעיף א' (C_1) ועוד קבל של הסעיף ב' (C_2). טוענים את הקבלים ונותנים להם להתרפק דרך אותו הנגד R . כמה זמן יעבור כעת מרגע סגירת המפסק ועד שהזרם יקטן פי 100.

(9) טורואיד מסביב לגליל עם זרם

- נתון גליל מוליך אינסופי שרדיוסו a הנושא את הזרם $\vec{j}(r, t) = crt^2 \hat{z}$ הקבוע c חיובי.
- א. מצא את וקטור השדה המגנטי בסביבתו החיצונית ($a < r$). מקיפים את הגליל בסליל סגור בעל כריכות שצורתן ריבוע שאורך צלעותיו a כנראה בשרטוט. בעלת חתך ריבועי כמתואר על ידי הקווים המנוקדים. הדופן הפנימית של הסליל מרוחקת מרחק a ממעטפת הגליל. בנוסף נתון שהסליל הוא תייל בעל רדיוס חתך $\frac{a}{100}$ והתנגדות סגולית ρ .
- ב. חשבו את השטף המגנטי דרך כריכה בודדת בסליל.
- ג. חשבו את הזרם המושרה בסליל כפונקציה של הזמן וציינו את כיוונו.

10) משולש נכנס הפוך לשדה מגנטי

משולש מתכתי נכנס לאזור ברוחב a בו קיים שדה מגנטי אחיד B .

מהירות המשולש קבועה בזמן ונתונה כ- v .

נתון כי הצלע הימנית של המשולש נכנסת לשדה ב- $t = 0$.

המשולש שווה שוקיים ואורך כל שוק הוא a .

התנגדות המשולש היא R .

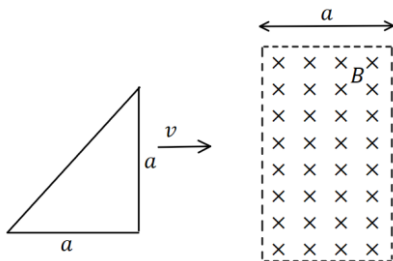
א. חשב את הכא"מ במסגרת כתלות בזמן

וצייר גרף $\mathcal{E}(t)$.

ב. מהו הספק איבוד האנרגיה?

ג. חשב את הכוח הדרוש כדי שהמסגרת

תנועה במהירות קבועה.



11) מסגרת נעה בשדה שקטן

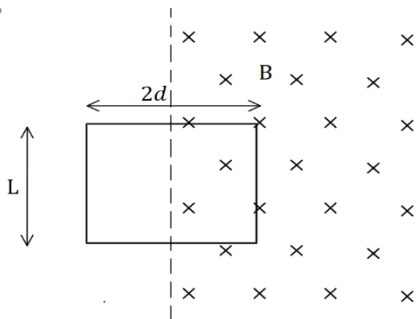
מסגרת מלבנית בעלת אורך $2d$ ורוחב L מונחת כך שרק חציה הימני נמצא בתוך

שדה מגנטי (ראה איור). כיוון השדה הוא לתוך הדף וגודלו משתנה באופן הבא:

ב- $0 < t < t_0$ גודל השדה קבוע ושווה ל- B , ב- $t_0 < t < 2t_0$ גודל השדה יורד בקצב

קבוע עד שהוא מגיע לערך 0 בזמן $2t_0$. לאחר מכן גודל השדה נשאר אפס.

התנגדות המסגרת היא R .



א. חשב את הכא"מ המושרה מרגע $t = 0$

בהנחה שהמסגרת מקובעת במקומה.

ב. שרטט את הזרם כתלות בזמן.

מה כיוון הזרם במסגרת?

ג. כעת נניח כי מהרגע t_0 מושכים את

המסגרת ימינה במהירות

$$v = \frac{d}{t_0}$$

חשב את הזרם המושרה במסגרת בפרק הזמן $t_0 < t < 2t_0$.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שמשך את המסגרת בפרק הזמן של סעיף ג'.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } -\frac{KQ}{6R} \cdot 13 \quad \text{ב. } -\frac{KQ}{2R} \cdot 5$$

$$(2) \quad \text{א. } I_1 = \frac{|\varepsilon|}{R}, \text{ נגד כיוון השעון. } \text{ב. } \vec{F}_{ext} = \frac{-\mu_0 I_1 I_0 a}{4\pi} \left(\frac{1}{y_1 + a} - \frac{1}{y_1} \right) (\hat{x} + \hat{y})$$

$$\text{ג. } P_R = I_1^2 R = P_{ext}, \quad P_{ext} = \frac{\mu_0 I_1 I_0 a}{4\pi} \left(\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_1 + a} \right) V \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2$$

$$(3) \quad \text{א. } I = \frac{B\pi a^2 \omega}{4R} \sin \omega t \quad \text{ב. } \theta = 60^\circ \quad \text{ג. } \theta = 45^\circ$$

$$(4) \quad \phi_{E_1} = \frac{q}{6\varepsilon_0}$$

$$(5) \quad V = \frac{qB^2 L d}{2m}$$

$$(6) \quad V = \frac{3Rmg}{2B^2 L^2}$$

$$(7) \quad \text{א. } U_T = 2C \left(\frac{V}{3} \right)^2 \quad \text{ב. } U_T = \frac{1}{2} \varepsilon_i C \left(\frac{V}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} C \left(\frac{V}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{C}{3} \left(\frac{2}{3} V \right)^2$$

$$(8) \quad \text{א. } C = \frac{1}{\gamma^2 (b^2 - a^2)} \quad \text{ב. } C = \frac{1}{\gamma^2 (b^2 - a^2)} \quad \text{ג. } t = 12 \text{ sec}$$

$$(9) \quad \text{א. } \vec{B}(r, t) = \frac{\mu_0 C t^2 a^3}{3r} \hat{\theta} \quad r > a \quad \text{ב. } \phi_B = \frac{\mu_0 C t^2 a^4}{3} \ln 2$$

$$\text{ג. } I = \frac{\mu_0 C \cdot 2 \cdot t a^5 \ln 2 \cdot \pi}{3} \cdot 10^{-4}, \text{ נגד כיוון השעון.}$$

$$(10) \quad \varepsilon = \begin{cases} BV(a - Vt) & t \leq \frac{a}{V} \\ BV(2a - Vt) & \frac{a}{V} \leq t \leq \frac{2a}{V} \\ 0 & \frac{2a}{V} \leq t \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\text{ב. } P(t) = \begin{cases} (BV(a - Vt))^2 \cdot \frac{1}{R} & t < \frac{a}{V} \\ (BV(2a - Vt))^2 \cdot \frac{1}{R} & \frac{a}{V} < t \leq \frac{2a}{V} \\ 0 & \frac{2a}{V} \leq t \end{cases}$$

$$F = \begin{cases} (BV(a - Vt))^2 \cdot \frac{1}{R \cdot V} & t < \frac{a}{V} \\ (BV(2a - Vt))^2 \cdot \frac{1}{R \cdot V} & \frac{a}{V} < t \leq \frac{2a}{V} \\ 0 & \frac{2a}{V} \leq t \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$I = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_0 \\ \frac{d \cdot L \cdot B}{R \cdot t_0} & t_0 < t < 2t_0 \\ 0 & 2t_0 < t \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$W = \frac{-B^2 L^2 d^2}{3Rt_0} \quad \text{ד.}$$

$$|\varepsilon| = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_0 \\ \frac{d \cdot L \cdot B}{t_0} & t_0 < t < 2t_0 \\ 0 & 2t_0 < t \end{cases} \quad \text{א. (11)}$$

$$\text{ג. } I = \frac{2BLd}{Rt_0} \left(\frac{t}{t_0} - 1 \right) \quad \text{עם השעון.}$$