

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)



תוכן העניינים

1.	מבוא מתמטי -	1
2.	וקטורים -	8
3.	קינמטיקה - (ללא ספר)	8
4.	דינמיקה-חוקי ניוטון (ללא ספר)	29
5.	תנועה יחסית	36
6.	כוח גרר וכוח ציפה -	42
7.	כוחות מדומים (עקרון דלאמבר)	46
8.	עבודה ואנרגיה	63
9.	עבודה ואנרגיה - ניתוח באמצעות גרפים	65
10.	תנועה מעגלית -	79
11.	מתקף ותנע	93
12.	מרכז מסה	102
13.	מומנט התמד	112
14.	מומנט כוח	122
15.	תנע זוויתי	130
16.	גוף קשיח	148
17.	תנועה הרמונית	

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 1 - מבוא מתמטי -

תוכן העניינים

1. מעברי יחידות 1
2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם 3
3. צפיפות 7

מעברי יחידות:

שאלות:

(1) דוגמה 1

נתון: $A = 2\text{km}$, $B = 10\text{gr}$.

מצא את $C = A \cdot B$ ביחידות של m.k.s.

(2) דוגמה 2

נתון: $A = 2\text{m}^2$, $B = 3\text{gr}$, $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D = 2 \cdot A$

ב. $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

(3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א. $A = 1\text{m}^2$

ב. $B = 1\text{m}^3$

(4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של c.m^3 :

א. 5.2m^3

ב. 320mm^3

ג. 0.0054km^3

(5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א. 5m^3

ב. 5mm^3

תשובות סופיות:

(1) $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) א. 4m^2

(3) א. 10^4cm^2

(4) א. $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5) א. $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב. $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב. 10^6cm^3

ב. 0.32cm^3 ג. $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

ב. $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

רקע

במשולש ישר זווית:

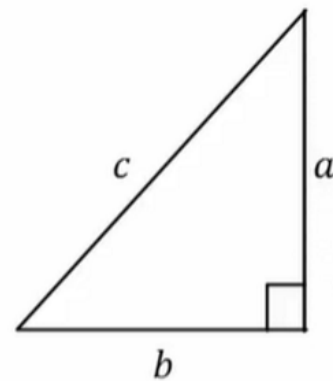
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$ $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית והפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

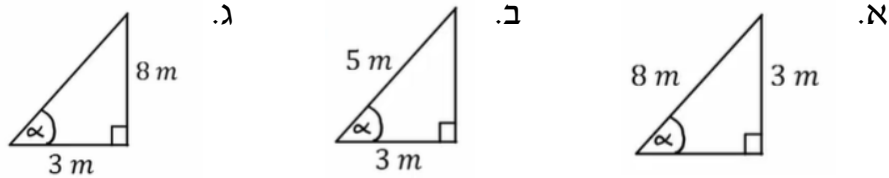
פתרונות עבור:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

שאלות:

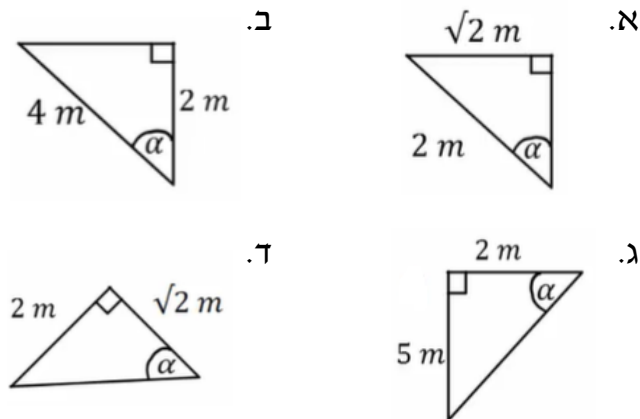
(1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

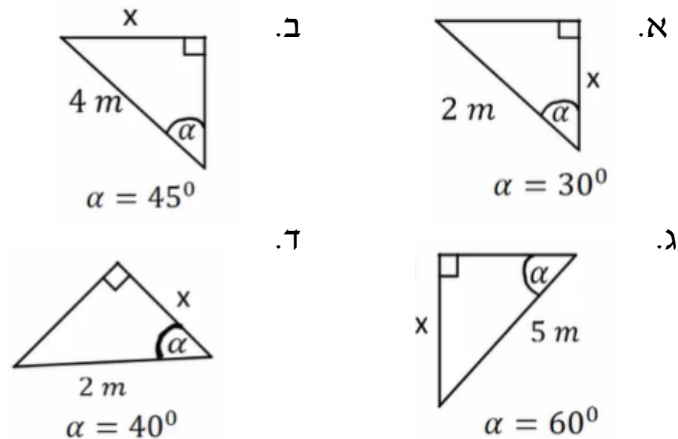


(2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



(3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



תשובות סופיות:

- (1) א. $\alpha = 22^\circ$ ב. $\alpha = 53^\circ$ ג. $\alpha = 69^\circ$
 (2) א. $\alpha = 45^\circ$ ב. $\alpha = 60^\circ$ ג. $\alpha = 68.2^\circ$ ד. $\alpha = 55^\circ$
 (3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

צפיפות:

שאלות:

(1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 2 - וקטורים-

תוכן העניינים

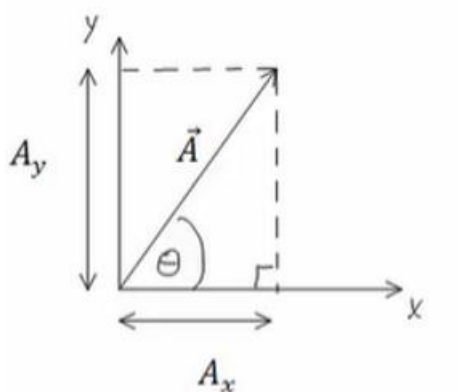
8	1. הגדרות ופעולות בסיסיות
12	2. מכפלה סקלרית
18	3. וקטור יחידה
20	4. -----
22	5. וקטור בשלושה מימדים
25	6. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים

הגדרות ופעולות בסיסיות:

רקע:

הצגת וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת הצגה פולרית.
 הצגת וקטור באמצעות רכיבי ה- x וה- y נקראת הצגה קרטזית.

פירוק וקטור לרכיבים:



היטל על ציר ה- x או רכיב ה- x של A :

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

היטל על ציר ה- y או רכיב ה- y של A :

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$\text{המעבר ההפוך: } |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \quad \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר:

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = \alpha (A_x, A_y) = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

שאלות:

(1) חיבור וחסור בקרטזי

נתונים שלושה וקטורים: $\vec{A}(1,3)$, $\vec{B}(4,2)$, $\vec{C}(3,5)$.

א. חשבו את: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

ב. חשבו את: $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$.

ג. חשבו את: $2\vec{A} + 3\vec{B} - 4\vec{C}$.

(2) חיבור וקטורים בפולרי

נתונים שני וקטורים בהצגה הפולרית:

הוקטור $\vec{A}$ שגודלו 10 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 30° .

הוקטור $\vec{B}$ שגודלו 8 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 60° .

מצאו את $\vec{A} + \vec{B}$.

(3) עוד חיבור בפולרי

נתונים שני וקטורים:

הוקטור $\vec{A}$ שגודלו 10 וכיוונו 30° ,

הוקטור $\vec{B}$ שגודלו לא ידוע וכיוונו 350° .

מהו גודלו של הוקטור $\vec{B}$ אם נתון שסכום הוקטורים ייתן וקטור ללא

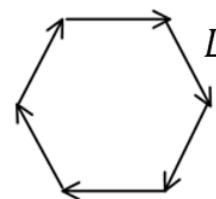
רכיב בציר ה- y ?

(4) משושה של וקטורים

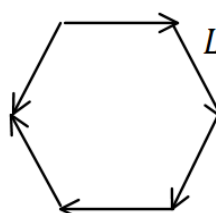
שישה וקטורים בגודל L כל אחד יוצרים משושה שווה צלעות.

מצאו את הוקטור השקול (גודל וכיוון) בכל אחד מהמקרים הבאים:

א.



ב.



(5) וקטור בין שתי נקודות

הוקטור $\vec{A}$ הוא וקטור מהנקודה (x_1, y_1, z_1) אל הנקודה (x_2, y_2, z_2) .
רשום ביטוי לרכיבים של הוקטור ומצא את גודלו.

(6) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$.

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130^\circ$.
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60^\circ$.
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{A} + \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(7) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$.

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_A = 130^\circ$.
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_B = 60^\circ$.
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{A} - \vec{B}$ באמצעות שיטת המקבילית.

(8) מציאת אורך של שקול

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.
הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

(9) מציאת זווית בין שני וקטורים

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר.
אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.
מצא את הזווית בין הוקטורים.

תשובות סופיות:

$$(8,10) \text{ א. } (2,-8) \text{ ג. } (-6,-4) \text{ ב.}$$

$$(12.7, 11.9) \quad (2)$$

$$28.8 \quad (3)$$

$$L \cdot 4 \cos(30) \quad (4)$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad (5)$$

$$C=10.1, \theta_c=108.1^\circ \quad (6)$$

$$C=7.62, \theta_c=159.5^\circ \quad (7)$$

$$|\vec{d}|=14.6 \text{ c.m} \quad (8)$$

$$\theta = 60^\circ \quad (9)$$

מכפלה סקלרית:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תכונות המכפלה:

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת (זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים)

- מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו נותנת את גודל הוקטור בריבוע $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$

- פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} \quad \text{נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים:}$$

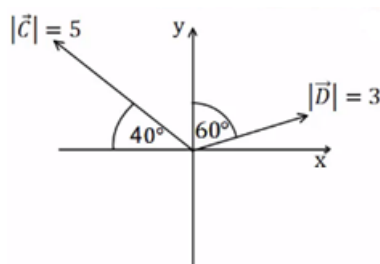
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

$$\text{א. } \vec{A} = (-1, 2), \vec{B} = (2, 2)$$

ב.



(2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים :

א. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (-2, 5)$

ב. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (8, -2)$

ג. $\vec{A} = (-1, -2)$, $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא 90° .

(3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

(4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של $\vec{A} \cdot \vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B} \cdot \vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית. (הדרכה : רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

(5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (2, 1)$, $\vec{B} = (-3, 2)$, $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את :

א. $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

(6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

חשב את :

$$\text{א. } \frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2}$$

$$\text{ב. } \frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2}$$

(7) דוגמה 7

נתונים הוקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$

מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ לבין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

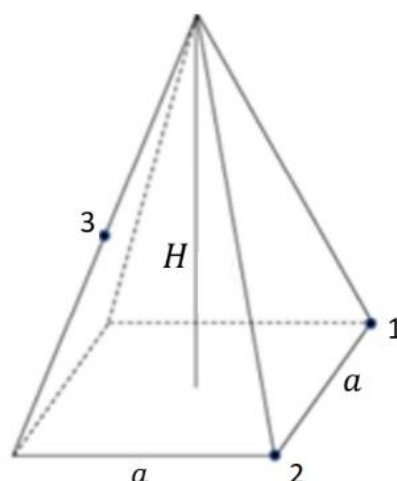
(8) פירמידה משוכללת*

באיור מתוארת פירמידה משוכללת שבסיסה ריבוע בעל אורך צלע a וגובה $H = 2a$. נקודה 3 באיור נמצאת באמצע הצלע שבין הפינה לקודקוד. נגדיר שני ווקטורים :

הווקטור $\vec{A}$ יוצא מנקודה 1 לנקודה 2.

הווקטור $\vec{B}$ יוצא מנקודה 1 לנקודה 3.

מהי הזווית בין שני הווקטורים?



(9) הוכיחו את הזהויות

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} \quad \text{הוכיחו כי:}$$

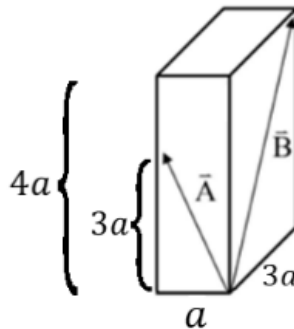
(10) היטלים של וקטורים בתוך תיבה

נתונה תיבה בעלת אורך צלעות: a , $3a$ ו- $4a$. נגדיר שני וקטורים: $\vec{A}$ ו- $\vec{B}$ כמתואר באיור.

א. מהו היחס בין ההיטל של $\vec{A}$ על הכיוון של $\vec{B}$ (נסמנו - A_B) להיטל של $\vec{B}$

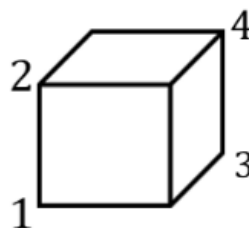
על הכיוון של $\vec{A}$ (נסמנו - B_A), $\frac{A_B}{B_A}$?

ב. חשבו את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$.

**(11) היטל של אלכסון על אלכסון בקובייה**

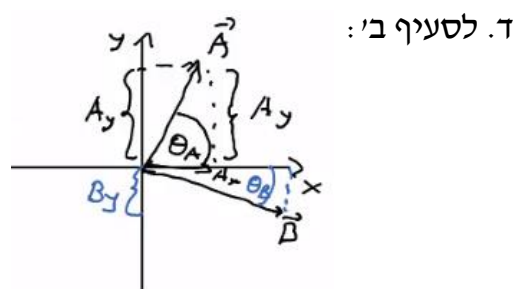
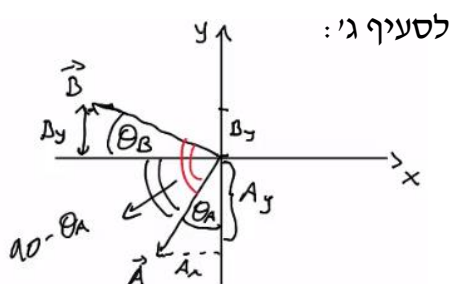
נתונה קובייה בעלת אורך צלע a , ראו איור.

מהו ההיטל של הווקטור המצביע מפינה 1 לפינה 4 על הציר המוגדר על ידי הכיוון מפינה 3 לפינה 2.



תשובות סופיות:

- (1) א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$ ב. $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$
- (2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$ ב. הוקטורים מאונכים. ג. הוקטורים מאונכים.



הזוויות: $\theta_A = 26.57^\circ$, $\theta_B = 26.57^\circ$

הזוויות: $\theta_A = 75.96^\circ$, $\theta_B = 14.04^\circ$

- (3) א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$ ב. $|\vec{B}| = \sqrt{20}$, $\theta_B = -63.43^\circ$, $|\vec{A}| = \sqrt{10}$, $\theta_A = 161.57^\circ$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

- (4) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

- (5) א. $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$ ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$ ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$

- ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$ ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$ ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

- (6) א. $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left(\frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$ ב. $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$

(7) $\alpha_{BC}^{rr} = 150.26^\circ$, $\alpha_{AB}^{rr} = 153.43^\circ$

(8) 59°

(9) הוכחה בסרטון

(10) א. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ב. 40.6°

(11) $-\frac{a}{\sqrt{3}}$

וקטור יחידה:

רקע:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

שאלות:

1) דוגמה וקטור יחידה

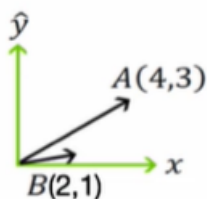
מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A} = (-2, -3)$

ב. $\vec{B} = (3, 4)$

2) הטלת וקטור יחידה על וקטור יחידה

נתון הוקטור $\vec{A}$ שבשרטוט.



א. מהו היטל הוקטור על ציר ה- x (וקטור יחידה)?

ב. מהו היטל הוקטור על ציר ה- y (וקטור יחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הוקטור על הוקטור $\vec{B}(2,1)$.

ד. הסבר במילים את משמעות ההטלה של וקטור על וקטור.

3) וקטור בזמן

נתון הוקטור $\vec{A}(t)$ במישור דו מימדי כך ש- $|\vec{A}(t)| = A_0 \sin(t)$

ו- $\theta(t) = t$ כאשר $t \in [0, \pi]$ ו- A_0 קבוע.

א. מצא את הרכיבים הקרטזיים של $\vec{A}(t)$ כתלות בזמן.

ב. מצא את $\frac{d\vec{A}}{dt}$.

ג. מצא את $\frac{d|\vec{A}|}{dt}$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \hat{A} = (-0.55, -0.83) \text{ א. } \hat{B} = (0.6, 0.8) \text{ ב.}$$

$$(2) \quad \dot{\hat{A}}_x = (4, 0) \text{ א. } \dot{\hat{A}}_y = (0, 3) \text{ ב. ג. ראה סרטון}$$

$$(3) \quad \hat{A}_x(t) = \frac{1}{2} A_0 \sin 2t, \hat{A}_y(t) = A_0 \sin^2 t \text{ א. } A_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ ב. ג. } -\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y}$$

מכפלה וקטורית בדרך מימד:

רקע:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

הערות:

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

α - זווית הקטנה בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$.

שאלות:

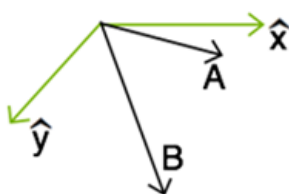
(1) דוגמה-מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A} = (-4, 1)$, $\vec{B} = (2, -3)$

א. חשב את $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות. מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את $|\vec{A} \times \vec{B}|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



(2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשרטוט.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית 20° - $\vec{A}$.

גודל 15, זווית 60° - $\vec{B}$.

א. חשב $A \cdot B$ (מכפלה סקלרית).

ב. חשב $A \times B$ (מכפלה וקטורית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילית שיוצרים הווקטורים.

תשובות סופיות:

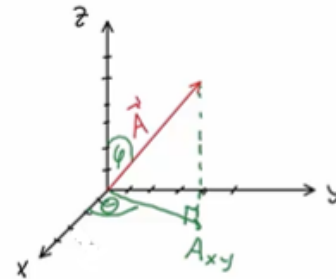
$$(1) \quad \text{א. } \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \text{ וכן } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10.$$

$$\text{ב. } |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ, |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, \text{ ג. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$(2) \quad \text{א. } \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \quad \text{ב. } \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \quad \text{ג. ראה סרטון.}$$

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור: $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

פירוק לרכיבים:

$$A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

שאלות:

(1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}(2,3,4)$.

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

(2) חישוב גודל זווית בקרטזי

נתונים שני וקטורים: $\vec{A}(1,5,10)$, $\vec{B}(3,4,5)$.

א. מהו גודלו של כל וקטור?

ב. מהי הזווית בין שני הוקטורים?

(3) מציאת שקול וזווית עם הצירים

שני כוחות נתונים פועלים על גוף: $\vec{A}(1,4,5)$, $\vec{B}(3,6,7)$.

א. מהו הכוח השקול?

ב. מהו גודלו של הכוח השקול?

ג. מהי הזווית בין הכוח השקול ובין כל אחד מהצירים?

(4) וקטור בזווית 30° עם ציר Y - ספיר אפיק מעבר

אילו מהווקטורים הבאים נמצא בזווית של 30° מציר y?

$$\vec{A} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \vec{B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 1 \right) \quad \vec{C} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

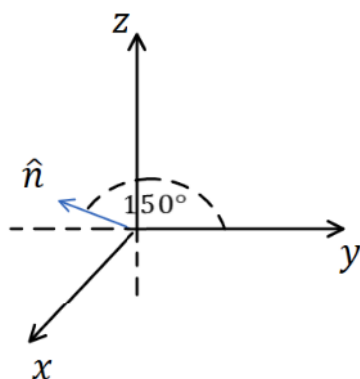
(5) היטל של A על 150 מעלות מציר y

נתון הוקטור: $\vec{A} = \hat{x} + \sqrt{3}\hat{y} + 6\hat{z}$.מהו ההיטל של הוקטור $\vec{A}$ על ציר $\hat{n}$

הנמצא במישור y-z וכיוונו החיובי

מסובב בזווית של 150° מציר y נגד

כיוון השעון?



(6) שהסכום מאונך להפרש

הוכח- אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

(7) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים: $\vec{A}(1,4,8)$, $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$

מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } |A| = \sqrt{29} \quad \text{ב. } \hat{A} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right)$$

$$(2) \quad \text{א. } |\vec{A}| = \sqrt{126}, |\vec{B}| = \sqrt{50} \quad \text{ב. } \alpha = 23^\circ$$

$$(3) \quad \text{א. } \vec{C} = (4, 10, 12) \quad \text{ב. } |C| = \sqrt{260} \quad \text{ג. } \alpha = 75.63, \beta = 51.67, \gamma = 41.90$$

(4) הוקטור C.

(5) 1.5

(6) שאלת הוכחה.

$$(7) \quad \vec{B} = \left(-4\sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right)$$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

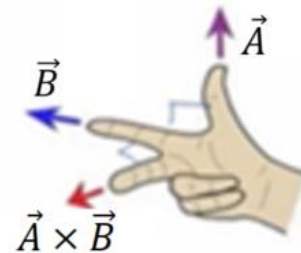
דרך 1 – דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin \alpha - \text{גודל המכפלה}$$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג



מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ והתוצאה בכיוון האגודל.

שאלות:

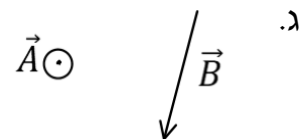
(1) דוגמה - דטרמיננטה

נתונים הוקטורים הבאים :

$$\vec{A}(-1,2,-2), \quad \vec{B}(2,0,1)$$

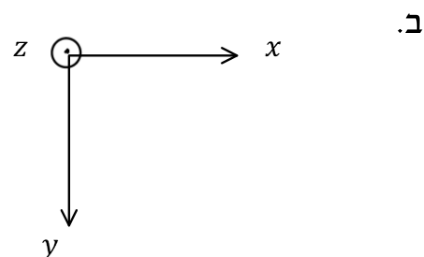
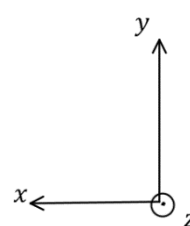
חשבו את $\vec{A} \times \vec{B}$.

(2) דוגמה - כלל יד ימין

מצאו את $\vec{A} \times \vec{B}$ במקרים הבאים :

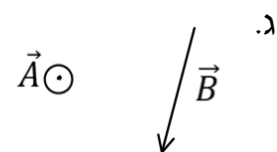
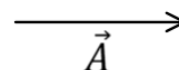
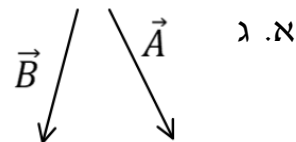
(3) דוגמה - מערכות צירים

בדקו האם המערכות הבאות הן ימניות או שמאליות :



(4) דוגמה - כלל הבורג

מצאו את $\vec{A} \times \vec{B}$ באמצעות כלל הבורג:

**(5) מקבילון**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$, $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$

מרכיבים מהוקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ מקבילית ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.

ג. מצאו את שטח המקבילית.

ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור $\vec{c}$ למקבילית.

חשבו את גובה המקבילון המאונך למקבילית.

רמז: השתמש ב- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

תשובות סופיות:

(1) $2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z}$

(2) א. לתוך הדף

(3) א. שמאלית

(4) א. לתוך הדף

(5) א. $\vec{r}_1 = (3, -1, 0)$

ד. $\tilde{h} = 0.13c.m$

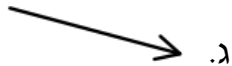
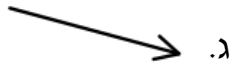
ב. למעלה

ב. שמאלית

ב. למעלה

ב. $|\vec{r}_1| = \sqrt{10}$, $|\vec{r}_2| = \sqrt{30}$

ג. $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59}c.m^2$



פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 3 - קינמטיקה-

תוכן העניינים

1. 10 תנועה בקו ישר (מימד אחד) (ללא ספר)
2. 20 תרגילים לתנועה בקו ישר (ללא ספר)
3. 30 זריקה אנכית ונפילה חופשית (ללא ספר)
4. 40 תנועה במישור וזריקה משופעת (ללא ספר)
5. 80 תרגילים נוספים (רמת תיכון) (ללא ספר)

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 4 - דינמיקה-חוקי ניוטון

תוכן העניינים

1. מבוא - חוקי ניוטון (ללא ספר)
2. סטטיקה ללא חיכוך (ללא ספר)
3. סטטיקה עם חיכוך (ללא ספר)
4. תנועה ללא חיכוך (ללא ספר)
5. תנועה עם חיכוך (ללא ספר)
6. צירים לא נוחים (ללא ספר)
7. קפיצים והכוח האלסטי (ללא ספר)
8. גלגלות נעות ומכפלי כוח (ללא ספר)
9. תרגילים לבקשת סטודנטים (ללא ספר)

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 5 - תנועה יחסית

תוכן העניינים

- 1. הסבר על טרנספורמציית גליליי 29
- 2. שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים 34

טרנספורמציית גליליי:

רקע:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

שאלות:

(1) כלב קופץ בתוך רכבת

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל- $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

(2) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם).

האם הוא יכול להצליח בכך?

אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

(3) כדור נזרק במעלית *

- מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?
 ב. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
 ג. חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות.
- מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?
 ד. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
 ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

(4) כדור נזרק במעלית מאיצה **

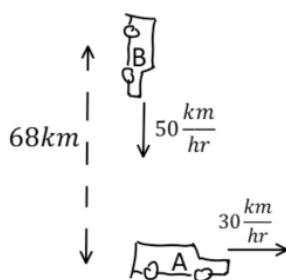
- מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
- ברגע שמהירות המעלית היא $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
- הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?
 ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
 ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
 ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס

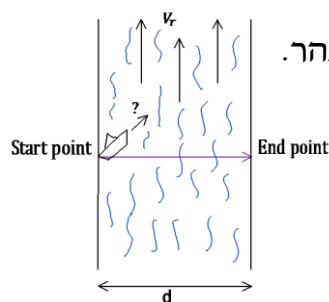
- מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .
 אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .
- א. מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.
 ב. מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

(6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשייה טכניון

סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית במהירות קבועה $v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, נסמן ב- $t = 0$ את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע. ברגע $t_1 = 3 \text{ sec}$ הסטודנטית זורקת אבן במהירות $v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

(7) מרחק מינימלי בין מכוניות

צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסוימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן. ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי. ג. מצאו את גודלו של מרחק זה. ד. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

(8) סירה בנהר

נהר זורם צפונה במהירות V_r . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא V_{br} יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר d. א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה? ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה? ג. כמה זמן תארך דרכו?

(9) אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון. מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?

10) זווית פגיעה של גשם במכונית

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנכי לכיוון הנסיעה.
נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.
מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

11) זווית בין מהירויות

שני קליעים נורים ברגע $t = 0$. מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:

$$\vec{v}_2(0) = -1\hat{i} + 4\hat{j}, \quad \vec{v}_1(0) = 2\hat{i} + 5\hat{j}, \quad \vec{r}_2(0) = \hat{i}, \quad \vec{r}_1(0) = 0$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של $\vec{a} = -3\hat{i} + \hat{j}$.
היחידות הן MKS.

א. מצא את $\vec{r}_2(t)$, $\vec{r}_1(t)$.

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין $\vec{v}_1$ ל- $\vec{v}_2$ ברגע $t = 3$.

12) מציאת מהירות בין מערכות

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי:

$$\vec{r}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה, $\vec{V}_{AB}$.
צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:

$$\vec{r}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$$

א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A, $\vec{V}_{AB}$.

ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

תשובות סופיות:

$$25.7\text{m} \quad (1)$$

$$t = 30.8\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. לא.} \quad (2)$$

$$t = 1.36\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } S = 2.62\text{m} \quad \text{ג. } t = 1.36\text{sec} \quad \text{ד. } S = 5.72\text{m} \quad (3)$$

$$v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.} \quad (4)$$

$$t = 0.96\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } S = 1.76\text{m} \quad \text{ג. } S = 4.46\text{m} \quad \text{ד. } v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (5)$$

$$v_2' = \left(-24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) \quad \text{א.} \quad \text{ב. } \theta_2' = 148^\circ \quad (6)$$

$$2.6\text{sec} \quad (7)$$

$$|r_{B,A}^r| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } |r_{B,A}^r| = 35\text{km} \quad \text{ג. } t = 1\text{hr} \quad \text{הוכחה.} \quad (8)$$

$$\sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2} \quad \text{ג. } t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}} \quad (9)$$

$$V_B \approx 37.3 \text{ km/hr}, \alpha \approx 36.5^\circ \quad \text{צפונה מהמערב} \quad (10)$$

$$\text{מהירות: } V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \text{ גודל וכיוון: ראה סרטון.} \quad (11)$$

$$r_1(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}, r_2(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j} \quad (12)$$

$$|r_{1,2}^r| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1} \quad \text{ב.} \quad \text{ג. } \alpha = 13.82^\circ$$

$$(1, -2, 0) \quad \text{א.} \quad \text{ב. הוכחה.} \quad (13)$$

שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

שאלות:

(1) שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה

צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ"ש רואה את אונייה B שטה במהירות 20 קמ"ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח. מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(2) סירה בנהר פתרון בשיטה השניה

נהר זורם צפונה במהירות V_r .

יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.

מהירות הסירה היא V_{br} יחסית לנהר.

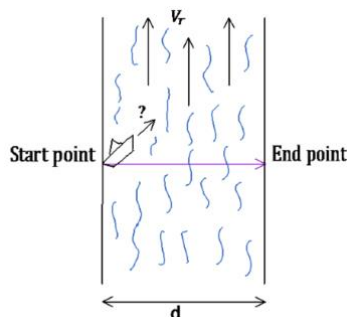
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשים וקטורי ובו:

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר

ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר.



(3) מטוס נראה משתי רכבות

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ"ש רואה

מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ"ש רואה

את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית של 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשים וקטורים ובו:

מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות

המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

(4) רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות V_{BA} .

צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית α

מהצפון ובמהירות V_{CB} .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית β מן הצפון ובמהירות V_A .

מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(5) שני דאונים

שני דאונים טסים באותו הגובה.

באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון.

דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.

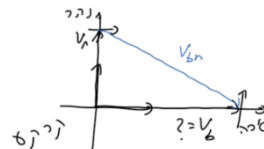
בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.

מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

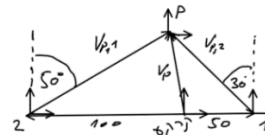
תשובות סופיות:

(1) 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

(2) א. $\theta = \sin^{-1} \left(\frac{V_r}{V_{br}} \right)$ ב. דרומית למזרח.



(3) א. ב. 84.98 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_c = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

(5) דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 6 - כוח גרר וכוח ציפה -

תוכן העניינים

1. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן 36
2. כוח סטוקס (ללא ספר) 36
3. כוח ציפה 37
4. סיכום כוח גרר סטוקס וכוח ציפה 38
5. תרגילים מסכמים 39

כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל

R - רדיוס הכדור

שאלות



1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.

נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא: $\vec{F} = -k\vec{v}$.

א. מצאו את משוואת התנועה של הצנחן.

ב. מצאו את המהירות הסופית.

ג. מצאו את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } mg - kv_y = ma_y \quad \text{ב. } v_{yfinal} = \frac{mg}{k} \quad \text{ג. } v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

כוח ציפה

רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

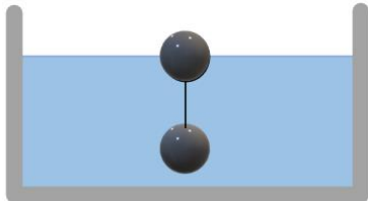
$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

שאלות

(1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה $V = 20 \text{ c.m}^3$ קשורים בחוט זה לזה. מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.



המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.

א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

תשובות סופיות

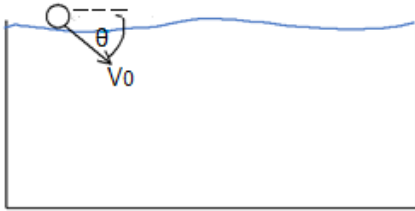
$$(1) \quad \text{א. } m_1 = 24 \text{ gr}, m_2 = 6 \text{ gr} \quad \text{ב. } \rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}, \rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$$

כדור נזרק לבריכה:

שאלות:

1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית v_0 בזווית θ עם פני המים. נתונים:



צמיגות המים - η .

רדיוס הכדור - R .

מהירות התחלתית - v_0 .

צפיפות המים - ρ_w .

צפיפות הכדור - ρ_b .

א. רשמו את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם $\rho_b < \rho_w$.

תשובות סופיות:

$$1) \text{ א. משוואות התנועה הן: } C - kv_y = m \frac{dv_y}{dt} \text{ ו- } -kv_x = m \frac{dv_x}{dt}$$

$$\text{כאשר: } k = 6\pi\eta R, C = (\rho_b - \rho_w)g \frac{4\pi R^3}{3}, m = \rho_b \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\text{ב. } v_{y \text{ final}} = \frac{C}{k}, v_{x \text{ final}} = 0$$

$$\text{ג. } y_{\max} = \frac{mC}{k^2} \left[\frac{v_0 k}{C} \sin \theta - \ln \left(\frac{C}{C - kv_0 \sin \theta} \right) \right]$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

(1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה M נע על מישור אופקי במהירות התחלתית v_0 ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר $f = -\alpha v$, α קבוע. א. מצאו את משוואת הכוחות על הגוף. ב. מהי מהירות הגוף בכל רגע? ג. מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע $t = 0$ מיקום הגוף הוא x_0 .

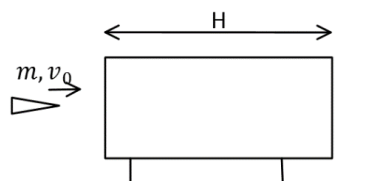
(2) רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ"שנ', מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר $F = -4000\text{N} - 600 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$ פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

(3) כוח גרר ריבועי במהירות

- במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא: $F_d = kv^2$. א. מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב. זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א. ב. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה? ג. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

(4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



- קליע בעל מסה m נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי H המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע v_0 וביציאה v_1 . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית $f = -kv^3$ (קבוע). נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

- א. מצאו את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.
 ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?
 ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0^2}$?
 ד. בטאו את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

5) צוללת

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ"שני.
 ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה
 בנתון בביטוי: $\vec{F} = -(\lambda v^2) \hat{v}$, כאשר $\hat{v}$ זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.
 זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.
 נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.
 א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?
 ב. חשבו את הקבוע λ .
 ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

6) סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ"שני ומואטת על ידי כוח
 חיכוך הנתון בנוסחה: $\vec{F} = -2e^{0.5v} \hat{v}$. יחידות המידה mks, v מהירות הגוף.
 הניחו שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.
 א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?
 ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

תשובות סופיות:

$$- \mu mg - \alpha v = ma \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \left(-\mu g + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha}$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left((-\mu g)t + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left(\frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C, \quad C = x_0 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \quad \text{ג.}$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad (1)$$

$$v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad a = \frac{5}{4} g \quad \text{ג.} \quad a = \frac{3}{4} g \quad (2)$$

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m}t - \frac{1}{v_0^2}}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m}t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{kv_0} \quad (3)$$

$$v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2kt}{m}}} \quad \text{ג.} \quad \text{ד.} \quad v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2$$

$$v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3}t} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ג.} \quad \Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} \quad (4)$$

$$t = 45.9 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v \left(t = \frac{45.9}{2} \right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (5)$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 7 - כוחות מדומים (עקרון דלאמבר)

תוכן העניינים

1. הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר..... 42
2. תרגילים מסכמים (ללא תנועה מעגלית) (ללא ספר)

הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר

רקע

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר הצופה נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אז אין כוחות מדומים לא משנה מה תנועת הגוף

החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית)

$$-m\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{\text{אמיתיים}} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ - תאוצת הגוף ביחס לצופה
 $\Sigma \vec{F}_{\text{אמיתיים}}$ - כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
 $-m\vec{a}_0$ - הכוח המדומה, כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה

שאלות

1) דוגמה-משקל במעלית



אדם עומד על משקל בתוך מעלית. מסת האדם היא 70 ק"ג.
 המעלית עולה מקומת הקרקע לקומה 15.

בתחילת התנועה המעלית מאיצה בקצב קבוע של $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

החל מקומה 2 המעלית נעה במהירות קבועה עד לקומה 12.

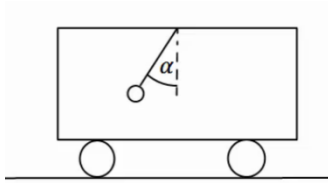
החל מקומה 12 המעלית מאטה בקצב קבוע של $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

עד לעצירה בקומה 15.

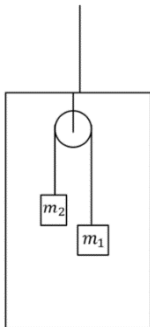
מצא מה מורה המשקל בכל רגע במהלך תנועת המעלית.

פתור פעם אחת מנקודת מבט של צופה מהקרקע

ופעם נוספת מנקודת מבט של צופה הנמצא בתוך המעלית.

(2) מכשיר למדידת תאוצה

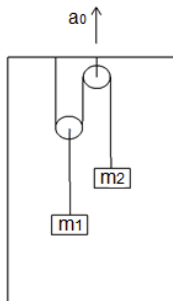
מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.
המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α ,
ביחס לאנך מתקרת המכונית.
מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).
פתור פעם אחת מנקודת מבט של צופה מהקרקע
ופעם שניה מנקודת מבטו של צופה בתוך המכונית.

(3) מכונת אטווד במעלית

שתי מסות: $m_1 = 5\text{ kg}$ ו- $m_2 = 3\text{ kg}$ מחוברות באמצעות
חוט דרך גלגלת אידיאלית הקשורה לתקרת מעלית.
המערכת מתחילה ממנוחה ותאוצת המעלית

היא: $a_0 = 2 \frac{m}{\text{sec}^2}$ כלפי מעלה.

הגובה של m_1 מעל רצפת המעלית הוא: $h = 5\text{ m}$.
כמה זמן ייקח ל- m_1 להגיע אל רצפת המעלית?

(4) גלגלות נעות במעלית*

מערכת הגלגלות המתוארת באיור תלויה מתקרת מעלית
העולה בתאוצה קבועה α_0 . כל הגלגלות הינן חסרות מסה.

א. מצאו את תאוצת המסות.

ב. ידוע כי $m_1 > 2m_2$.

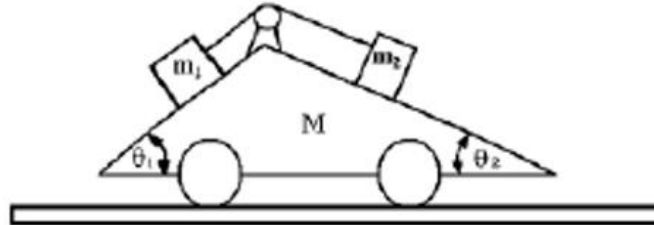
עוזבים את המערכת ממנוחה כאשר המסה m_1

נמצאת מטר מעל לרצפת המעלית.

תוך כמה זמן תפגע המסה m_1 ברצפת המעלית?

(5) תרגיל חי משנקר - משולש עם שתי מסות*

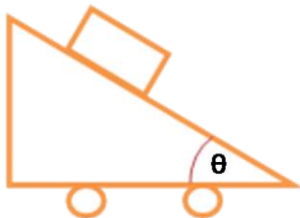
באיור מתוארת עגלה שמסתה M המורכבת משני מישורים משופעים חלקים. שתי מסות נקודתיות m_1 ו- m_2 מחוברות ביניהן בחוט העובר בגלגלת אידיאלית. המישורים המשופעים והמישור האופקי עליו נעה העגלה חלקים.



נתונים: $M = 35\text{kg}$, $m_1 = 10\text{kg}$, $m_2 = 5\text{kg}$, $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$.
משחררים את המסות הנקודתיות ממצב מנוחה והן מחליקות על המישורים המשופעים.
חשב את תאוצת העגלה ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

(6) מכונת משולשת**

בציור מתוארת מכונת משולשת עם זווית ראש θ .
על המכונת ישנה מסה M ובין המכונת למסה קיים חיכוך.
נתון כי: $\sin \theta = 0.6$, $\mu_k = \mu_s = 0.2$.



- מהו התנאי שהתאוצה a צריכה לקיים על מנת שהמסה לא תחליק מטה?
- כעת, נתון כי $a = 0.2g$.
חשב את תאוצת הגוף במערכת העגלה.
- חשב את תאוצת הגוף במערכת המעבדה ($a = 0.2g$).
- כעת נתון כי העגלה נעה שמאלה.
מה צריכה להיות התאוצה הקריטית שמאלה של העגלה כדי שהמשקולת תינתק מהמישור המשופע?

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{קומות } 0-2 : 91\text{kg} , \text{ קומות } 2-12 : 70\text{kg} , \text{ קומות } 12-15 : 42\text{kg}$$

$$(2) \quad a_x = g \tan \alpha , \text{ ימינה.}$$

$$(3) \quad t = 1.83\text{sec}$$

$$(4) \quad \text{א. } a_2 = -2(a_0 + g) \frac{2m_2 - m_1}{2m_2 + m_1} , a_1 = \frac{2m_2 - m_1}{4m_2 + m_1} (a_0 + g)$$

$$\text{ב. } t = \sqrt{\frac{(4m_2 + m_1) \cdot 2}{(m_1 - 2m_2)(a_0 + g)}}$$

$$(5) \quad a_M = 1.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(6) \quad \text{א. } a \geq 0.48g \quad \text{ב. } a_x' = 0.256g \quad \text{ג. } a_x = 0.4g , a_y = 0.15g \quad \text{ד. } a = 1.33g$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 8 - עבודה ואנרגיה

תוכן העניינים

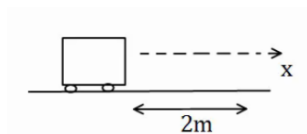
46	1. העבודה שמבצע כוח.....
48	2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה.....
49	3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית.....
50	4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה.....
53	5. עבודת החיכוך וחום.....
55	6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ.....
(ללא ספר)	7. סיכום הפרק.....
(ללא ספר)	8. חוק שימור האנרגיה- הרחבה.....
56	9. תרגילים.....
61	10. הספק.....

העבודה שמבצע כוח:

שאלות:

(1) דוגמה 1

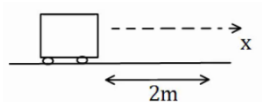
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה- x .
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



- בכיוון ציר ה- x .
- בכיוון 30° עם ציר ה- x .
- בכיוון 30° מתחת לציר ה- x .

(2) דוגמה 2

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה- x .
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



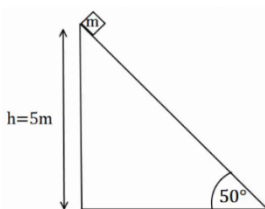
- בכיוון ציר ה- y .
- בכיוון 30° מעל ציר ה- x השלילי.
- בכיוון 30° מתחת לציר ה- x השלילי.

(3) דוגמה 3

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3kg .
א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: m, h .

(4) דוגמה 4

גוף שמסתו $m = 2\text{kg}$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא 50° .
א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.



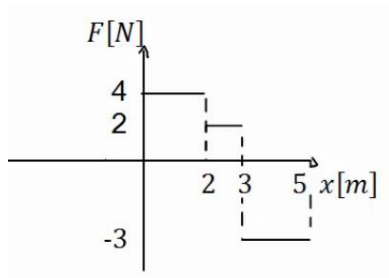
(5) דוגמה 5

גוף נע מהנקודה (1,2) לנקודה (3,5).

חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F} = (2,1)$

ב. $\vec{F} = (-3,2)$

**(6) כוח כתלות במיקום**

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.

א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים

האחרונים של התנועה?

תשובות סופיות:

(1) א. $W = 10$ ב. $W = 5 \cdot \sqrt{3}$ ג. $W = 5 \cdot \sqrt{3}$

(2) א. $W = 0$ ב. $W \approx -8.66$ ג. $W \approx -8.66 \text{ J}$

(3) א. $W_g = 240 \text{ J}$ ב. $W_g = mgh$

(4) א. $W_N = 0$ ב. $W_g = 100 \text{ J}$ ג. $W_{fk} = -16.79 \text{ J}$

(5) א. $W = 7 \text{ J}$ ב. $W = 0$

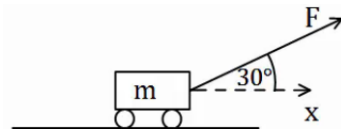
(6) א. $W = 4 \text{ J}$ ב. $W = -6 \text{ J}$

אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

שאלות:

(1) כוח מושך קרונית בזווית

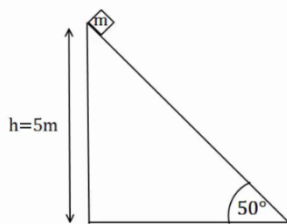
כוח $F = 50\text{N}$ מושך קרונית בזווית של 30° מעל ציר ה- x .
מסת הקרונית היא 3 ק"ג .



- שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.
- מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- x .
- מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים , אם התחילה לנוע ממנוחה?

(2) המשך לדוגמה 4

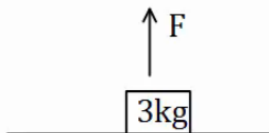
גוף שמסתו $m = 2\text{kg}$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור. זווית השיפוע של המישור היא 50° . מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.



- מצא את עבודת הכוחות.
- מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

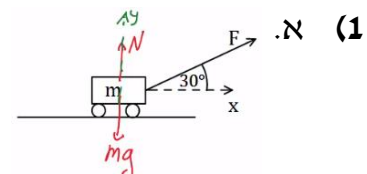
(3) כוח מושך גוף ישר למעלה

כוח $F = 50\text{N}$ מושך גוף כלפי מעלה. מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3 ק"ג .



תשובות סופיות:

א. $v_F \approx 12.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $W_N = 0 = W_g, W_F \approx 216.51\text{J}$ ב.



א. $v_F \approx 9.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב.

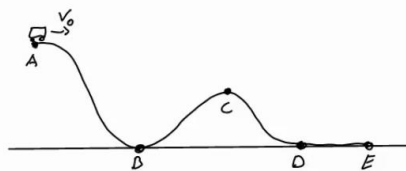
א. $W_N = 0, W_g = 100\text{J}, W_{fk} = -16.79$ ב.

א. $v_p \approx 10.33 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב.

אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

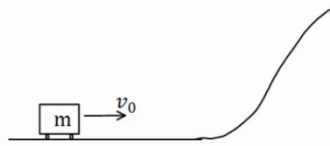
שאלות:

(1) רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים. מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה. מצא את מהירותה בנקודות B, D, E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

(2) עגלה עולה על גבעה



עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה. אין חיכוך בין העגלה לאדמה.

- א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה? לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.
- ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

תשובות סופיות:

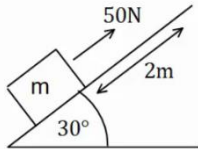
$$v_B \approx 20.62 \frac{\text{m}}{\text{sec}} = v_E = v_D, v_C \approx 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$v_F = \pm v_0 \quad \text{ב.} \quad h_{\max} = 20\text{m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

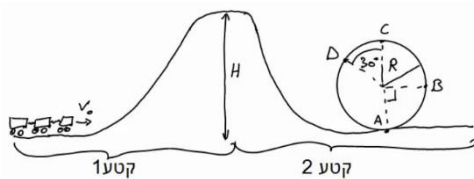
שאלות:

(1) כוח מעלה במדרון משופע



כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של 30° . מסת הגוף היא $m = 4\text{kg}$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה. חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

(2) עוד רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור. לרכבת מהירות התחלתית נמוכה v_0 .

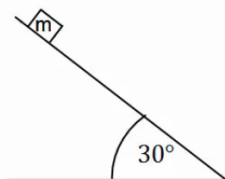
בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H . בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.

בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ". התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

(3) מסה מחליקה במדרון

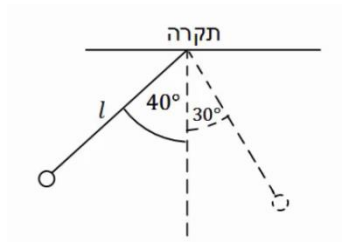


מסה $m = 4\text{kg}$ מונחת במנוחה בגובה $h = 5\text{m}$ על מדרון משופע. שיפוע המדרון הוא 30° .

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F = 60\text{N}$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

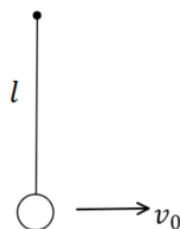
(4) מטוטלת

מטוטלת בעלת אורך חוט $l = 50\text{cm}$ תלויה מהתקרה. מרימים את המטוטלת לזווית של 40° ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

- מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?
- מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?
- מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של 30° ?
- מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

(5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל

נקודת תלייה



כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l = 30\text{cm}$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי

$$v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?
- מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה

המקסימלי שהחוט מאפשר לו (למעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

תשובות סופיות:

$$V_F \approx 5.48 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$W_F = mgH \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$v_F = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$W_T = 0 \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\theta_{\max} = 40^\circ \quad \text{ד.}$$

$$20\text{cm} \quad \text{א. i.} \quad (5)$$

$$v_f = \sqrt{44} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$v_C = \sqrt{2g(H-2R)}, v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)} \quad \text{ב.}$$

$$v_F \approx 19.11 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad v_F \approx 8.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_F \approx 1.03 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad v_F \approx 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = \sqrt{44} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad \theta_{\max} \approx 71^\circ \quad \text{ii.}$$

עבודת החיכוך וחום:

רקע:

חום (Q) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{fk}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

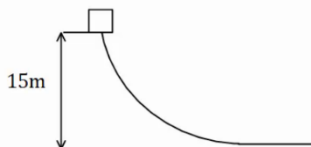
שאלות:

(1) חישוב עבודה

גוף שמסתו 5kg מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת 15m נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

(2) גוף נופל ממסלול עקום

גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר. בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.



תשובות סופיות:

(1) -132.5J

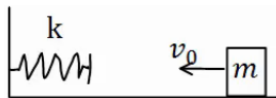
(2) $Q = 275\text{J}$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

שאלות:

(1) מסה וקפיץ במישור אופקי

מסה $m = 50\text{gr}$ נעה במהירות $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ על משטח אופקי חלק.



המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס"מ?

ב. מהו הכיוון המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א' ו-ב' אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא 0.5m.

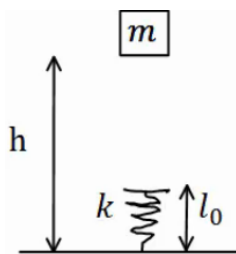
(2) מסה נופלת על קפיץ אנכי

מסה $m = 5\text{gr}$ משוחררת ממנוחה מגובה $h = 1\text{m}$ מעל הרצפה.

קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0 = 10\text{cm}$, וקבוע הקפיץ

הוא $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיוון המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

תשובות סופיות:

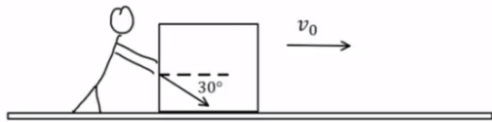
$$(1) \quad \text{א. } v_F \approx 4.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } \Delta x \approx 35.4\text{cm} \quad \text{ג. } \Delta x \approx 33\text{cm}, v \approx 4.72 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(2) \quad \text{א. } v_F = 4.24 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } \Delta x_{\max} = 3\text{cm} \quad \text{ג. } h_F = h_i$$

תרגילים:

שאלות:

(1) אדם דוחף ארגז בזווית



אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

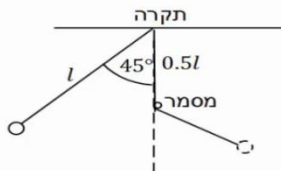
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

(2) מטוטלת עם מסמר



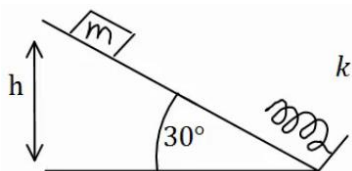
מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80\text{cm}$.

המטוטלת מוסטת לזווית של 45° ומשוחררת ממנוחה.

בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.

מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

(3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ



מסה $m = 20\text{gr}$ מחליקה מגובה $h = 1\text{m}$, וממנוחה,

על מדרון משופע בזווית של 30° .

בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי

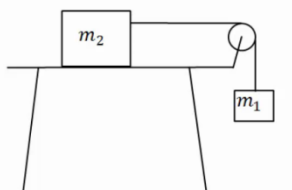
בעל קבוע קפיץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך

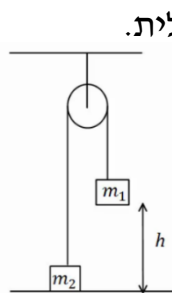
הקינטי $\mu_k = 0.1$.

הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

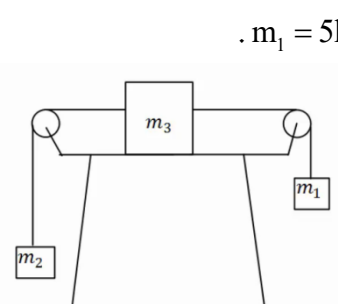
(4) מסה על שולחן ומסה תלויה

מסה $m_2 = 4\text{kg}$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2\text{kg}$ התלויה באוויר. גובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא $h = 2\text{m}$. המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

- מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 אם השולחן חלק.
- מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה m_1 .
- חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.
- כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחוס במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

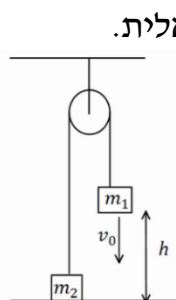
(5) שתי מסות תלויות מהתקרה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית. נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h . מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 , אם המערכת מתחילה ממנוחה.

(6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $m_3 = 3\text{kg}$. כל הגלגלות והחוטאים אידיאליים. המערכת מתחילה ממנוחה.

- מצא את המהירות כתלות בהעתק של m_1 . הנח שהשולחן חלק.
- חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

(7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית. נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h . נותנים ל- m_1 מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה v_0 .

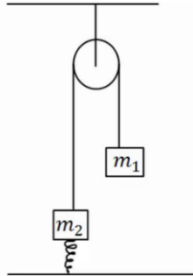
- מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע m_1 . (הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).
- מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2 .

(8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.

המסה m_2 מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.



נתון: $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

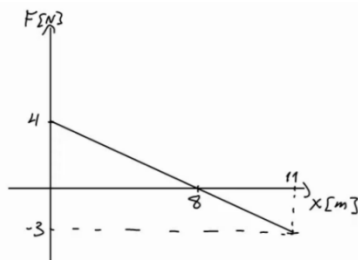
ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

(9) גרף של כוח

נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2\text{kg}$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.



א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18\text{m}$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6\text{m}$.

(10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה 3m .

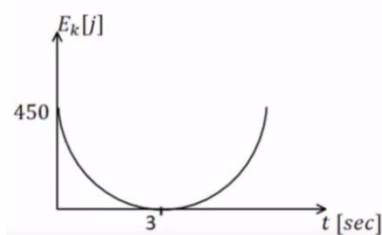
בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן

מ-80 ס"מ?

**(11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית**

כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר

בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה

הקינטית כפונקציה של הזמן.

א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.

ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

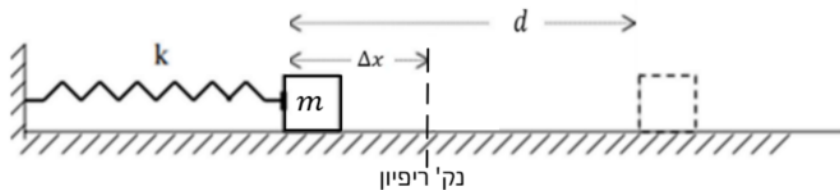
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

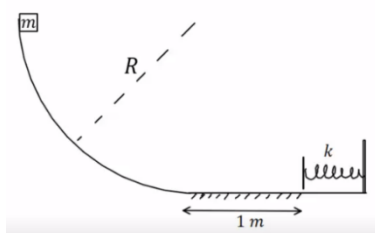
ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך

גוף שמסתו $m = 0.3\text{kg}$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x = 0.2\text{m}$ כמוראה בציר. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d = 0.6\text{m}$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k = 14 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



- מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?
- מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

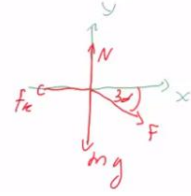
13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ


גוף בעל מסה $m = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R = 2\text{m}$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר. מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3. בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר. החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

- מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?
- מהו קבוע הקפיץ?
- מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

תשובות סופיות:

א. (1) $W_F \approx 690\text{J}, W_{Fk} = -200\text{J}$ ב.



ג. $\sum F \approx 250\text{N}, W_{\sum F} \approx 490\text{J}$ ד. $v_F = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה. $a \approx 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, v_F = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. (2) $\theta_{\max} = 65.53^\circ$

א. הכיוון: $x = 6.18\text{cm}$, הגובה: $h_F = 1\text{m}$ ב. (3)

ב. הכיוון: $\Delta x = 5.6\text{cm}$, הגובה: $h_F = 0.999\text{m}$

א. (4) $v_{m_1} \approx 3.65 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $Q = 16\text{J}$

א. (5) $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

א. (6) $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

א. (7) $h_{\min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

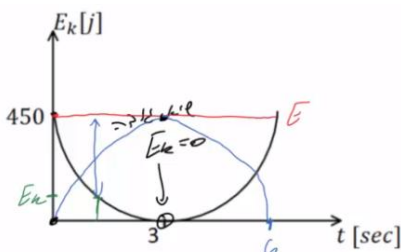
א. (8) $x_0 = 2\text{m}$ ב. $v \approx 2.58 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\Delta x_{\max} = 4\text{m}$

א. (9) $v(x=18) = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v(x=6) = 4.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. (10) $h_1 = 2.76\text{m}$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

א. (11) $v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, t = 3\text{sec}$ ב. $h = 45\text{m}$ ג.

א. (12) $W_g = -450\text{J}$ ב. $W_g = -300\text{J}$



א. (12) 0.156 ב. $1.12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

א. (13) $v_B = \sqrt{34} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $k = 6800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ג. $h_D = 1.4\text{m}$

הספק:

שאלות:

(1) דוגמה 1

- מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות. מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.
- א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?
- ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

(2) דוגמה 2

- אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש. כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון. מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

(3) הספק ממוצע לשנות מהירות

- איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את מהירותה מ- $9 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ל- $27 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בתוך 4 sec?
- מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

(4) רכבת צעצוע חשמלית

- רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.
- א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?
- ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?
- ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.
- ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.
- ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות ההספק המנועים (בהנחה שהם שווים), על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



(5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו 4kg , הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום

כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t) = 2 + 3t + t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t = 2\text{sec}$?

תשובות סופיות:

- (1) א. $\Delta E_k \approx 385,800\text{J} = W_{\sum \vec{F}}$ ב. $p = 51.7\text{HP}$
- (2) $p = 11.18\text{HP}$
- (3) $F = 2500\text{N}$, $\bar{p} \approx 16.76\text{HP}$
- (4) א. $\Delta t = 3.5\text{sec}$ ב. $E_{k_1} = 100\text{J} = E_{k_2}$ ג. $W_{1 \rightarrow 2} = 600\text{J}$
- ד. $W_{3 \rightarrow 2} = 1200\text{J}$ ה. $p = 97.7\text{W}$
- (5) א. $W = 144\text{J}$ ב. $p(t = 2) = 56\text{W}$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 9 - עבודה ואנרגיה - ניתוח באמצעות גרפים

תוכן העניינים

1. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות 63

ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

שאלות:

(1) נקודה הכי ימנית

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר x בהשפעת כוח יחיד הנגזר מהאנרגיה הפוטנציאלית: $U(x) = 2x^4 - 36x^2$.

נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודה בה $x = -1.5\text{m}$ מהירותו שווה ל- $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזור על סעיף א', אם ערך המהירות היה: $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

(2) שני גופים בפוטנציאל אקספוננציאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה- x ונתונים להשפעת הפוטנציאל: $U(x) = Axe^{-Bx^2}$. כאשר A, B הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסוים גוף אחד נמצא ב- $x=0$ והאנרגיה שלו

והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב- $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$ והאנרגיה שלו

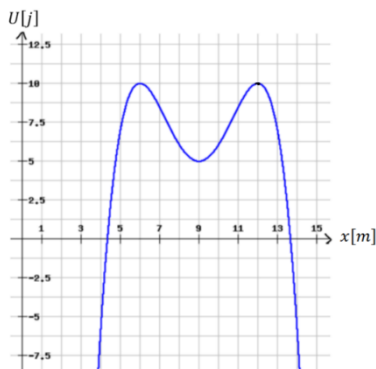
היא: $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$. היכן ייפגשו הגופים? (בחר את התשובה הנכונה):

א. בתחום $-\sqrt{\frac{1}{B}} \leq x \leq 0$. ב. הגופים לא ייפגשו אף פעם.

ג. בנקודה $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$. ד. ב- $x=0$.

(3) גמל דו דבשתי

כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כתלות במיקומו:



א. שרטטו באופן איכותי את הגרף של הכוח כתלות במיקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הכדור אם הוא משוחרר מ- $x = 7\text{m}$ ממנוחה.

ג. מהי המהירות המינימלית שצריך לתת לכדור במצב של סעיף ב' על מנת שהכדור יגיע לאינסוף?

ד. מהן נקודות שיווי המשקל?

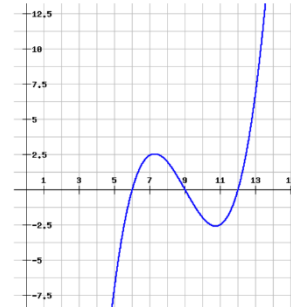
מיינו אותן לפי יציבותן וציינו מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.

תשובות סופיות:

(1) א. $x = -1.202\text{m}$ ב. $x = 6.81\text{m}$

(2) א'.

(3) א.



ב. מתחיל בתאוצה בכיוון החיובי עד $x = 9\text{m}$ ואז מתחיל להאט עד $x = 11\text{m}$

שם עוצר רגעית ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.

ג. 2 מטר לשנייה.

ד. $x = 6\text{m}$ לא יציבה, $x = 9\text{m}$ יציבה, $x = 12\text{m}$ לא יציבה.

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 10 - תנועה מעגלית -

תוכן העניינים

1. נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית. 65
2. הכוח הצנטרפוגלי. 71
3. תרגילים מסכמים. 73
4. תרגילים מסכמים למתקדמים. 77

נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

רקע

- תנועה מעגלית היא תנועה על מעגל עם רדיוס קבוע.

הדרך בתנועה מעגלית	$S = \Delta\theta \cdot R$	יש להציב את הזווית ברדיאנים
גודל המהירות הקווית (speed)	$v(t) = \frac{dS}{dt}$	כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	f - התדירות T - זמן המחזור התדירות וזמן המחזור מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית	$v = \omega R$	קשר רק בין הגדלים
תאוצה רדיאלית לכיוון מרכז המעגל	$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	
הכוח	$\Sigma F_{\text{למרכז המעגל}} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$	
תאוצה זוויתית	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	
תאוצה משיקית	$a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$	
הגובה במעגל אנכי	$h = R(1 - \cos \theta)$	כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל

שאלות

(1) דוגמה-נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.
מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא: $v(t) = 4t$.

- א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).
ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?



(2) דוגמה-חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

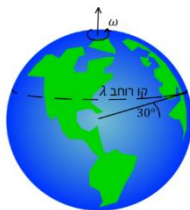
(3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה

אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30^\circ$?



(4) דוגמה-יובל מסובבת אבן

יובל קושרת אבן שמסתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.

יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעל ראשה

(כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא: $12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיחות בחוט?
הנח שכוח הכובד זניח.

(5) מסה קשורה לעמוד מסתובב

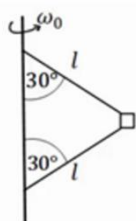
במערכת הבאה מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט המסתובב

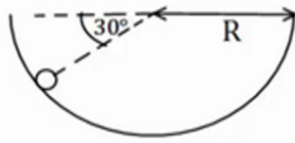
במהירות זוויתית ω_0 . אורך החוטים זהה ושווה ל- l .

הזווית של החוטים עם המוט היא 30° מעלות.

מהי המתיחות בכל חוט? בשאלה זו כוח הכובד אינו זניח.

נתונים: m, l, ω_0 .



(6) כדור בקערה כדורית

כדור קטן מונח בתוך קערה כדורית בעלת רדיוס R . מניחים את הכדור בזווית של 30° מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף. מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

(7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים

מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

(8) זווית משתנה בזמן

המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסתובב נתונה ע"י: $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$.

- מהי המהירות הזוויתית ב- $t = 2\text{sec}$ ו- $t = 4\text{sec}$?
- מהי התאוצה הזוויתית הממוצעת בין זמנים אלו?
- מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

(9) תאוצה משיקית קבועה

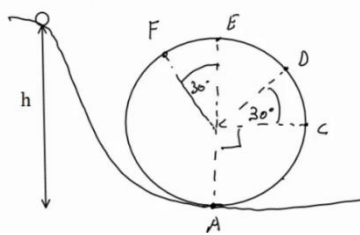
גוף נע במעגל בעל רדיוס R בתאוצה משיקית קבועה a_t וללא מהירות התחלתית. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:
 א. כפונקציה של הזמן.
 ב. כפונקציה של זווית הסיבוב.

(10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת

גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר. הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י: $s = 6t^2 + 3t$. חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

(11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים

בדוגמה של נהג המרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד. מי מפעיל כוח זה?

12) דוגמה-כדור בלופ

כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי.

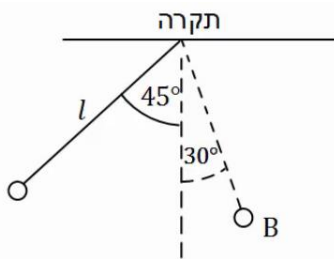
נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה. רדיוס המעגל הוא: $R = 2m$.

א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

13) כוחות במטוטלת

מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45° מעלות. אורך החוט הוא l והמסה היא m .

א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת

בזווית 30° מעלות? ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

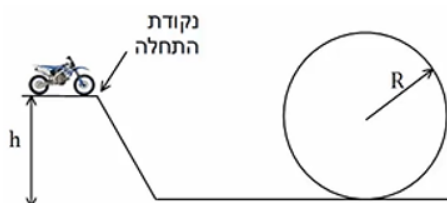
ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

14) רוכב אופנוע במעגל אנכי

רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי.

הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.

נתון: R, h .

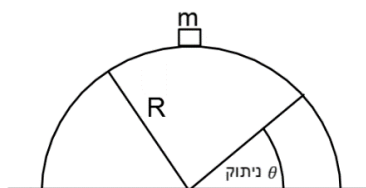
**15) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית**

קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R .

הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים

ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.

מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.



תשובות סופיות

$$(1) \quad \omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \quad \text{א.} \quad \text{ב. } 12.5 \text{ sec}$$

$$(2) \quad \text{מחוג שניות: } 0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{מחוג דקות: } 1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\text{מחוג שעות: } 1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$(3) \quad \text{א. } 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג. } 400 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(4) \quad T = 20.16 \text{ N}, a_r = 100.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(5) \quad T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}$$

$$(6) \quad v = \sqrt{\frac{3gR}{2}}$$

$$(7) \quad \alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

$$(8) \quad \omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.}$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$(9) \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \quad \text{א.} \quad a_r = 2a_t \theta \quad \text{ב.}$$

$$(10) \quad a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4}$$

$$(11) \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2}, \text{ הכביש מפעיל כוח זה.}$$

$$(12) \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad \text{החיכוך מהכביש:}$$

$$(13) \quad \text{א.} \quad v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\text{ב.} \quad a_r = \frac{v^2}{R} \quad \text{לפי הנוסחה וכו',} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ג.} \quad a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ד.} \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$$

14 א. $v = \sqrt{0.58gl}$ ב. $T = 1.58mg$
 ג. מהירות: $v_B = \sqrt{0.32gl}$, מתיחות: $T = mg(1.19)$
 ד. בשניהם: $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$
 15 $\theta = 41.8^\circ$

הכוח הצנטריפוגלי

רקע

$$F_r = m\omega^2 R$$

בכיוון החוצה מהמעגל

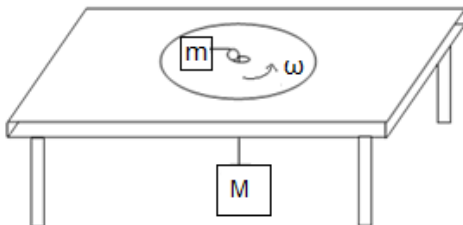
שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

שאלות

1) מסה על שולחן מסתובב

מסה m מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה ω . המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה m . בין המסה m לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא μ_s . נתון: ω, μ, m, μ_s .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימאלי שבו ניתן להניח את המסה כך שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



תשובות סופיות

$$r_{\max}^{\min} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

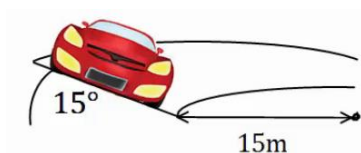
תרגילים מסכמים:

שאלות:



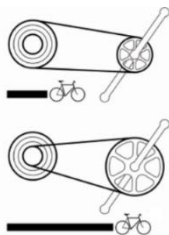
(1) מטוטלת מסתובבת אופקית

מטוטלת בעלת אורך l מסתובבת סביב ציר האנך לתקרה בזווית מפתח קבועה θ . נתון: θ, l . מצא את התדירות וזמן המחזור של הסיבוב.



(2) מכונית במחלף

מכונית נוסעת על מחלף משופע. זווית השיפוע של המחלף היא 15° מעלות. רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים. אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?



(3) הילוכי אופניים

הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

(4) שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)

מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס R מוצבת במישור אנכי. מישור משופע וחלק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשים. מציבים את בול A בגובה $2R$ ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה. נותנים ל-A דחיפה קלה ועוזבים את B ממצב מנוחה. שני הגופים מחליקים, גוף A בצידה החיצוני של המסילה ואילו גוף B משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגופים מתנתק מהמסילה. התייחסו לגופים כאל גופים נקודתיים.

א. באיזו זווית θ_1 עם ציר ה-y, יתנתק גוף A מהמסילה?

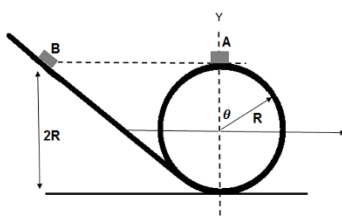
ב. באיזו זווית θ_2 יתנתק גוף B מהמסילה?

ג. אם שני הגופים מתנתקים מהמסילה בו זמנית.

מה גודל המהירות היחסית בניהם?

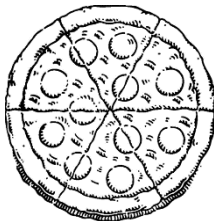
ד. מה יהיה המרחק בין הגופים לאחר הניתוק,

אחרי פרק זמן Δt (הניחו שהגופים עדיין באוויר).



(5) מציאת מיקום כפונקציה של הזמן

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס R .
נתון שגודל המהירות של החלקיק: $V(t) = Ct^2$ כאשר C קבוע.
מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

(6) מסובבים פיצה בתנועה מעגלית

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים: $\theta = 4t^2 + 5t$
כאשר θ נמדדת ברדיאנים ו- t בשניות.

א. מצאו את המהירות הזוויתית של הבצק.

ב. מצאו את התאוצה הזוויתית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזיתים מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.

מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של $0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

ד. חזור על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב- $t = 1\text{sec}$ היא: $0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

(7) תאוצה משיקית קבועה

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ.

הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.

לאחר כמה זמן מתחילת התנועה התאוצה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

א. גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?

ב. שווה לתאוצה המשיקית?

(8) זווית בין משיקית לכוללת

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קווית של 2 מטר לשנייה.

א. תוך כמה זמן השלים הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה

השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה

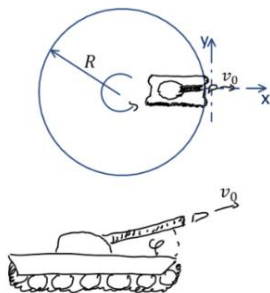
לתאוצה המרכזית של הגוף?

ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

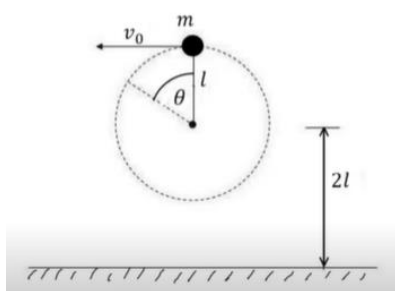
9 חמישה סיבובים

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה משיקית קבועה. הנקודה מגיעה למהירות זוויתית של $20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ לאחר 5 סיבובים. מצא את:

- התאוצה המרכזית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה השקולה של הנקודה כעבור 5 שניות.

10 טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת

- טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס R היכולה להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה להסתובב ב- $t = 0$ בתאוצה זוויתית $\ddot{\theta} = kt^2$. כעבור זמן t_0 הטנק נמצא במיקום שבאיור ויורה פגז. מהירות הלוע של הפגז היא v_0 . התותח מכיוון בכיוון הרדיאלי כלפי חוץ, ובזווית φ מעל הקרקע (במאונך למישור שבו מסתובבת הדיסקה).
- באיזה מהירות ביחס לצופה נייח יוצא הכדור מלוע הטנק?
 - באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפגז?

11 חוט נקרע במעגל אנכי גבוה

- כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l . הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה $2l$ מעל הרצפה. כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית v_0 .
- מה המהירות המינימלית v_0 הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?
 - מעניקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$, אם החוט נקרע ברגע שמתוחותו עולה על $5.25mg$ מצאו את הזווית θ שבה יקרע החוט.
 - מה המהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?
 - תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?

תשובות סופיות:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}} g R \Delta t \quad \text{ז} \quad |\vec{V}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3}} g R \quad \text{ג} \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{ב} \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{א} \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R}, y = R \sin \left(\frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5 \text{ cm} \quad \text{ג} \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad \text{א} \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \text{ז}$$

$$t \approx 0.27 \text{ sec} \quad \text{ב} \quad t \approx 0.39 \text{ sec} \quad \text{א} \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{ sec} \quad \text{ז} \quad \alpha = 87.73^\circ \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad t_1 \approx 25.1 \text{ sec} \quad \text{א} \quad (8)$$

$$S = 1 \text{ m} \quad \text{ה}$$

$$|a| \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad a_r \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א} \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi, v_y = \frac{kt_0^3 R}{3}, v_z = v_0 \sin \varphi \quad \text{א} \quad (10)$$

$$d = \left((v_0 \cos \varphi)^2 + \left(\frac{kt_0^3 R}{3} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad \text{ב}$$

$$t \approx 0.3 \text{ sec} \quad \text{ז} \quad v \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג} \quad \theta \approx 110^\circ \quad \text{ב} \quad v_{\min} = \sqrt{gl^5} \quad \text{א} \quad (11)$$

תרגילים מסכמים למתקדמים:

שאלות:

(1) נקודה על גלגל

מיקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י: $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$, $y(t) = R - R \cos(\omega t)$, כאשר R ו- ω קבועים.

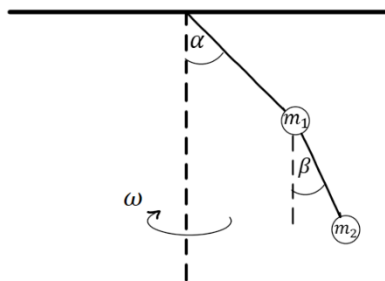
- מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמאלית.
- ציירו את מסלול הגוף.

(2) חבל עם מסה מסתובב*

נתון חבל אחיד בעל מסה m ואורך l .
 החבל קשור בקצה אחד ומסתובב במישור אופקי במהירות זוויתית ω .
 מצא את גודל המתוחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצה הקשור).
 רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משוואת תנועה על כל חתיכה.

(3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית*

גוף בעל מסה m_1 מחובר באמצעות חוט באורך l_1 לתקרה.
 גוף בעל מסה m_2 מחובר באמצעות חוט באורך l_2 לגוף הראשון.
 שני הגופים מסתובבים יחדיו בתדירות זוויתית קבועה ω סביב ציר האנך לתקרה.
 הזוויות בין החוטים לאנכים הן: α , β (ראה איור).
 א. רשום את משוואת התנועה לכל גוף.
 ב. מצא מהי הזווית α עבור המקרה בו $m_2 = 0$ ו- $m_1 \neq 0$.



מהי תדירות הסיבוב המינימלית האפשרית?

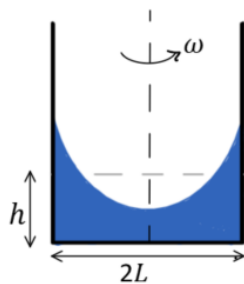
- דני ויוסי ניסו למצא את ω במקרה הכללי.
- דני הציב את גדלי המתוחות של החוטים במשוואת התנועה של גוף 2

$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}$$

יוסי הציב את המתוחות במשוואת התנועה

$$\text{של גוף 1 וקיבל: } \omega^2 = \frac{g}{l_1} \cdot \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

ישב את הסתירה.

**(4) מים בכלי מסתובב****

תיבה באורך $2L$ ורוחב ω כך ש- $\omega \ll L$ מכילה מים. גובה המים בתיבה הוא h . מסובבים את התיבה במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה. הנח כי המים לא נשפכים מהתיבה.

א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפני המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).

ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרחק אופקי d מהמרכז?

ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?

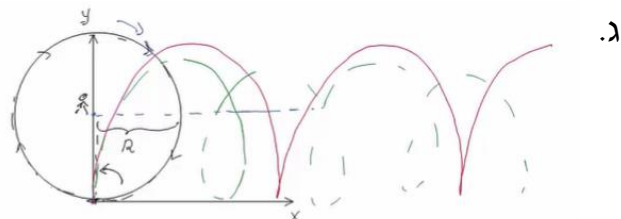
ד. מהו התנאי שתחתית התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

תשובות סופיות:

$$\vec{v} = (R\omega - R \cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R \sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$$

$$|\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1 - \cos \omega t)}}, \quad |\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1 - \cos(\omega t))}} \quad \text{ב.}$$



$$T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2) \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha, \quad \sum F_y = 0 \quad \text{גוף 1} \quad (3)$$

$$\sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta), \quad \sum F_y = m_2 g \quad \text{גוף 2}$$

$$\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g} \quad \text{א.} \quad \Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g} \quad \text{ב.} \quad y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ג.} \quad (4)$$

$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ד.}$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 11 - מתקף ותנע

תוכן העניינים

79	1. מתקף
80	2. תנע ושימור תנע
84	3. התנגשות אלסטית
85	4. התנגשות פלסטית ורתע
86	5. מקרים מיוחדים
87	6. תרגילים נוספים

מתקף:

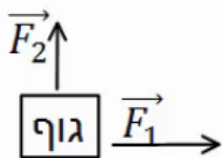
שאלות:

(1) שחקן בועט בכדור

שחקן כדורגל בועט בכדור, הכוח הממוצע שמפעיל השחקן הוא 100 ניוטון בכיוון ציר ה- x .
 זמן המגע של השחקן עם הכדור הוא 0.2 שניות.
 חשב את המתקף שהפעיל השחקן על הכדור.

(2) חישוב מתקף כולל

בציור הבא נתון גוף שפועלים עליו שני כוחות: $\vec{F}_1 = 2\hat{x}$, $\vec{F}_2 = 3\hat{y}$.



זמן הפעולה של שני הכוחות הוא: $\Delta t = 0.5 \text{ sec}$.
 א. חשב את המתקף של כל כוח בנפרד.
 ב. מצא את וקטור המתקף הכולל. מהו גודלו וכיוונו?
 ג. חשב את שקול הכוחות הפועל על הגוף ומצא באמצעות שקול הכוחות את גודל המתקף הכולל.

תשובות סופיות:

(1) $\vec{J} = 20\text{N}\hat{x}$

(2) א. $\vec{J}_1 = 1\cdot\hat{x}$, $\vec{J}_2 = 1.5\cdot\hat{y}$

ב. $(1, 1.5)$, גודל: $|\vec{J}_T| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$, כיוון: $\theta \approx 56.31^\circ$.

ג. $\sum \vec{F} = 2\hat{x} + 3\hat{y}$, גודל: $|\vec{J}_T| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$.

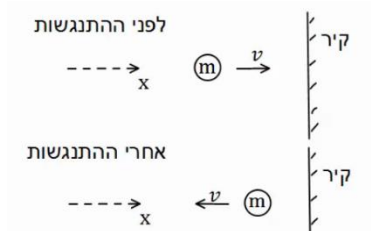
תנע ושימור תנע:

שאלות:

(1) כדור מתנגש בקיר

כדור בעל מסה $m = 0.5\text{kg}$ נע במהירות $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון ציר ה- x .

ברגע מסויים הכדור מתנגש בקיר וחוזר חזרה באותה מהירות. התעלם מכוח הכובד.



א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?

ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?

ג. מהו השינוי בתנע?

ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?

ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר

על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.2 שניה.

(2) כדור מתנגש בקיר משופע

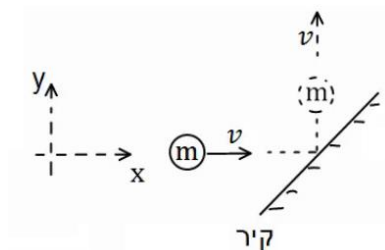
כדור בעל מסה $m = 0.2\text{kg}$ נע במהירות $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון ציר ה- x .

ברגע מסוים הכדור מתנגש בקיר משופע.

לאחר ההתנגשות הכדור נע בכיוון החיובי של ציר

ה- y באותו גודל של מהירות.

התעלם מכוח הכובד.



א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?

ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?

ג. מהו השינוי בתנע?

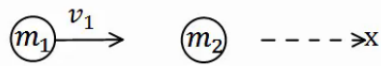
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?

ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור,

אם משך זמן ההתנגשות היה 0.1 שנייה?

(3) כדור מתנגש בכדור במנוחה

כדור 1 בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ נע במהירות $v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון ציר ה- x .



ברגע מסוים הכדור פוגע בכדור 2 הנמצא במנוחה.

מסת הכדור השני היא $m_2 = 3\text{kg}$.

לאחר הפגיעה, כדור 1 ממשיך במהירות $u_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון החיובי של ציר ה- x .

א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?

ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות.

ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?

ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?

ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

(4) שני כדורים נעים אחד כלפי השני

שני כדורים נעים אחד כלפי השני ומתנגשים ברגע מסוים.

מסות הכדורים והמהירות שלהם לפני ההתנגשות



הן: $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$.

מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות היא: $u_2 = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, בכיוון הפוך למהירותו לפני ההתנגשות.

הנח שההתנגשות היא מצחית (כלומר, שהכדורים נשארים על אותו ציר לאחר ההתנגשות).

א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?

ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות.

ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?

ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?

ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

(5) התנגשות דו-מימדית

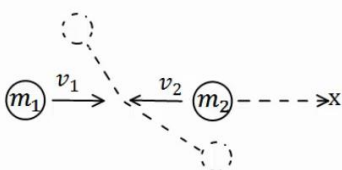
שני כדורים נעים אחד כלפי השני על ציר ה- x .

מהירויות הכדורים ומסותיהן הן: $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}$, $v_2 = -5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}$, $m_1 = 3\text{kg}$, $m_2 = 4\text{kg}$.

הכדורים מתנגשים ולאחר ההתנגשות כדור אחד נע

בזווית של 30 מעלות מתחת לציר ה- x וכדור 2 נע

בזווית של 120 מעלות עם ציר ה- x החיובי.

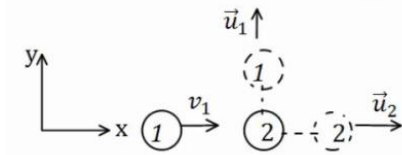


א. מצא את גודל מהירויות הכדורים לאחר ההתנגשות.

ב. מה המתקף שפעל על כל כדור?

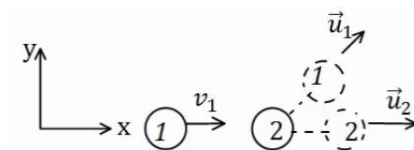
(6) איזה התנגשות אפשרית

כדור מספר 1 נע במהירות חיובית על ציר ה- x .
ברגע מסוים הוא מתנגש בכדור מספר 2 הנמצא במנוחה.
נתון כי לאחר ההתנגשות מהירותו של כדור 2



היא בכיוון ציר ה- x .

א. האם יתכן כי מהירותו של כדור 1
לאחר ההתנגשות היא רק בכיוון ציר ה- y ?



ב. האם יתכן כי מהירותו לאחר ההתנגשות

היא בזווית של 30° מעלות עם ציר ה- x ?

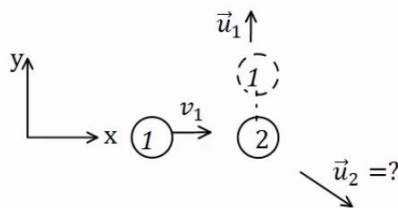
ג. האם יתכן שכדור מספר 1 נע בכיוון החיובי
של ציר ה- x לאחר ההתנגשות?

ד. האם יתכן כדור מספר 1 נע בכיוון השלילי של ציר ה- x לאחר ההתנגשות?

ה. האם יתכן ששני הכדורים נעים בכיוון השלילי של ציר ה- x לאחר ההתנגשות?

(7) מציאת המהירות של כדור 2

כדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה- x .



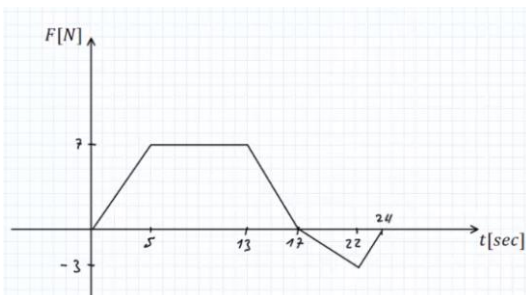
מסתו היא $m_1 = 3\text{kg}$ ומהירותו היא $v_1 = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}$.

הכדור פוגע בכדור מספר 2 שמסתו היא $m_2 = 4\text{kg}$
הנמצא במנוחה.

מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (בכיוון ציר ה- y החיובי בלבד).

א. מצא את וקטור המהירות של כדור 2 לאחר ההתנגשות.

ב. מהו גודלה של המהירות ומהו כיוונה?

(8) גרף של כוח כתלות בזמן

גוף בעל מסה של 2kg נע לאורך קו ישר

בהשפעת כוח המשתנה בזמן.

גודלו של הכוח כתלות בזמן נתון בגרף.

הגוף התחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד

ל- $t = 17\text{sec}$, מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ב. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד לרגע $t = 24\text{sec}$, מהי מהירות הגוף

באותו הרגע?

ג. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך הזמן $17\text{sec} < t < 24\text{sec}$?

מה משמעות הסימן של המתקף?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \vec{p} = 2.5\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \quad \text{א.} \quad \vec{p} = -2.5\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \Delta \vec{p} = -5\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J}_T = \vec{J}_N = \Delta \vec{p} = -2.5\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \quad \text{ד.} \quad \vec{N} = -25\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \hat{x} = -25\text{N} \hat{x} \quad \text{ה.}$$

$$(2) \quad \vec{p} = 0.6\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \quad \text{א.} \quad \vec{p} = 0.6\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{p} = 0.6\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{y} \quad \text{ג.} \quad (-0.6, 0.6)$$

$$\vec{J}_N = (-0.6, 0.6)\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ד.} \quad \vec{N} = (-6, 6)\text{N} \quad \text{ה.}$$

$$(3) \quad \vec{p}_T = 40\hat{x}\text{N} \cdot \text{sec} \quad \text{א.} \quad \vec{u}_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \vec{J}_{T1} = -30\hat{x}\text{N} \cdot \text{sec} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J}_{T2} = 30\hat{x}\text{N} \cdot \text{sec} \quad \text{ד.} \quad 0 \quad \text{ה.}$$

$$(4) \quad \vec{p}_T = -5\hat{x}\text{N} \cdot \text{sec} \quad \text{א.} \quad u_1 = -10.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad \vec{J}_1 = -81\hat{x}\text{N} \cdot \text{sec} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J}_2 = 81\hat{x}\text{N} \cdot \text{sec} \quad \text{ד.} \quad 0 \quad \text{ה.}$$

$$(5) \quad u_1 = 5.78 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \vec{J}_1 = (-14.97, -8.67) \quad \text{ב.}$$

$$(6) \quad \text{א. לא.} \quad \text{ב. לא.} \quad \text{ג. כן.} \quad \text{ד. כן.} \quad \text{ה. לא.}$$

$$(7) \quad \vec{u}_2 = (9, -6) \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \text{ב. גודל: } |\vec{u}_2| \approx 10.82 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \text{ כיוון: } \theta = 33.69^\circ.$$

$$(8) \quad J = 87.5\text{N} \cdot \text{sec}, v_F(t=17\text{sec}) = 43.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.}$$

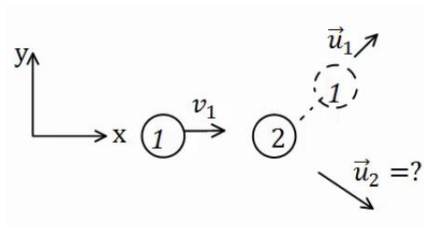
$$\text{ב.} \quad J = 77\text{N} \cdot \text{sec}, v(t=24\text{sec}) = 38.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ג. $J_{17 < t < 24} = -10.5$, המשמעות של הסימן שהכוח שמפעיל את המתקף פועל בכיוון השלילי.

התנגשות אלסטית:

שאלות:

(1) התנגשות אלסטית



כדור בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ פוגע בכדור שני הנמצא במנוחה. מהירותו של הכדור הראשון לפני ההתנגשות היא $v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

נתון כי מהירותו של הכדור הראשון לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 45 מעלות ביחס לכיוון פגיעתו.

מצא את מהירות הכדור השני ומסתו, אם ידוע שההתנגשות היא אלסטית.

(2) התנגשות אלסטית מצחית



גוף בעל מסה $m_1 = 5\text{kg}$ נע על ציר ה- x ומתנגש בגוף אחר בעל מסה $m_2 = 8\text{kg}$, הנע על ציר ה- x גם כן.

מהירויות הגופים לפני ההתנגשות הן: $v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. בהתאמה.

ידוע שההתנגשות היא פלסטית ומצחית. מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

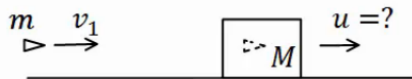
$$(1) \text{ מסה: } m_2 \approx 1.45\text{kg}, \text{ מהירות: } u_{2x} = 17.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_{2y} = -9.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(2) u_2 \approx 16.54 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_1 = 1.54 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

התנגשות פלסטית ורתע:

שאלות:

(1) קליע נתקע בבול עץ



קליע נע במהירות $v_1 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ לעבר בול עץ

הנמצא במנוחה. הקליע חודר לבול העץ ונתקע בתוכו.

מסת הקליע היא $m = 20\text{gr}$ ומסת בול העץ היא $M = 5\text{kg}$.

מצא את המהירות המשותפת של הגופים לאחר הפגיעה.



(2) קליע נורה מרובה

כדור נורה מרובה הנמצא במנוחה.

מהירות הכדור לאחר הירי היא $u_1 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומסת הכדור היא $m = 20\text{gr}$.

מהי מהירות הרובה, אם מסת הרובה היא $M = 3\text{kg}$?

(3) טיל מתפרק

טיל טס באוויר במהירות $v = 540 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בקו ישר, מסת הטיל היא $M = 50\text{kg}$.

ברגע מסוים הטיל מתפוצץ לשני חלקים. מסת החלק הראשון היא $m_1 = 20\text{kg}$. מצא את מהירות החלק השני במקרים הבאים:

א. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 72 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בכיוון הפוך לכיוון אליו נע

הטיל לפני הפיצוץ.

ב. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 360 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ בכיוון 30 מעלות

מתחת לכיוון אליו עף הטיל לפני הפיצוץ.

תשובות סופיות:

$$u = \frac{2}{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$u_2 = -\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

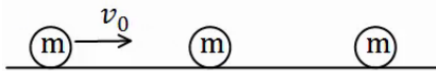
$$u_2 = 948 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \quad \text{א.} \quad u_2 = 33.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad u_{2x} \approx 192.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad (3)$$

מקרים מיוחדים:

שאלות:

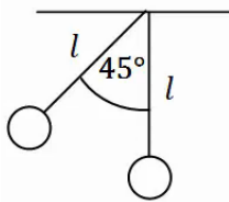
(1) פגיעה כפולה

- שלושה כדורים זהים נמצאים על מישור אופקי חלק. הכדור השמאלי נע במהירות v_0 כלפי הכדור האמצעי. מצא את מהירויות כל אחד מהגופים לאחר כל התנגשות, אם:
- כל ההתנגשויות הן אלסטיות מצחיות.
 - כל ההתנגשויות הן פלסטיות.



(2) מטוטלת פוגעת במטוטלת

- שני כדורים זהים תלויים באמצעות חוטים בעלי אורך זהה l . מסיתים את הכדור השמאלי בזווית של 45° מעלות ומשחררים אותו ממנוחה.



- מהי מהירותו רגע לפני הפגיעה בכדור הימני?
- מהי מהירות הכדור השמאלי לאחר הפגיעה אם ההתנגשות היא אלסטית?
- מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע הכדור לאחר הפגיעה?
- מה יקרה לאחר מכן?
- חזור על סעיפים ב', ג' אם ההתנגשות היא פלסטית.

(3) מקדם תקומה

- גוף בעל מסה m נע במהירות v על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8 . מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

- (1) א. הכדור הראשון והשני מהירותם 0 , והכדור השלישי מהירותו v_0 .

ב. $\tilde{u} = \frac{v_0}{3}$

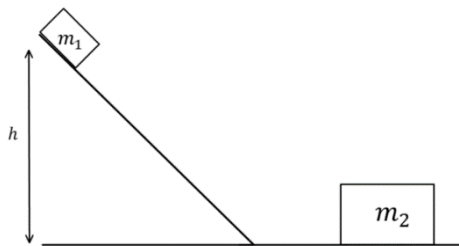
(2) א. $v = \sqrt{0.58gl}$ ב. $u_2 = v = \sqrt{0.58gl}$ ג. $\theta_{\max} = 45^\circ$

- ד. התהליך חוזר על עצמו לנצח.
ה. (ב) $u = \frac{1}{2}v$ (ג) $\theta \approx 21.95^\circ$

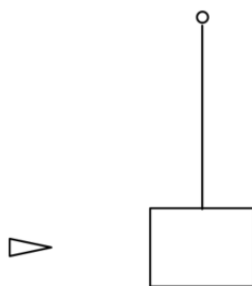
(3) $u_1 = -0.35v$, $u_2 = 0.45v$

תרגילים נוספים:

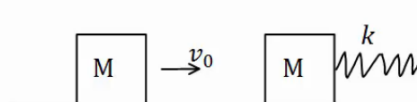
שאלות:



- (1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה
 גוף בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה על
 מדרון משופע בגובה $h = 1\text{m}$.
 בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5\text{kg}$.
 הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו
 למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות
 אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשון
 בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.



- (2) קליע חודר מטוטלת בליסטית
 בול עץ בעל מסה 2kg קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.
 קליע בעל מסה 5gr נע במהירות $v_1 = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ פוגע
 בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני
 במהירות $u_1 = 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
 לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?



- (3) שתי מסות וקפיץ
 מסה M נעה במהירות v_0 ומתנגשת במסה M נוספת הנמצאת במנוחה.
 המסה הנוספת מחוברת לקפיץ רפוי.
 קבוע הקפיץ, המהירות ההתחלתית והמסות נתונים.
 מצא את הכיוון המקסימלי, אם:
 א. ההתנגשות היא פלסטית.
 ב. ההתנגשות אלסטית.
 ג. חשב את המתקף שפעל על כל גוף בכל אחד מהמקרים.

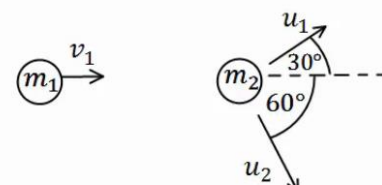
(4) שלושה כדורים


שלושה כדורים מונחים על משטח אופקי חלק כפי שמתואר באיור. הכדור השמאלי בעל מסה $3m$ נע במהירות v ומתנגש התנגשות אלסטית בכדור בעל מסה m הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתנגש הכדור בעל מסה m בכדור בעל מסה $5m$ הנמצא במנוחה התנגשות פלסטית.

א. מהי מהירות הכדורים m ו- $3m$ לאחר ההתנגשות הראשונה?

ב. מהי המהירות המשותפת של הכדורים m ו- $5m$ לאחר ההתנגשות השנייה?

ג. כמה זמן חלף מרגע ההתנגשות הראשונה עד לרגע ההתנגשות השלישית, זו של הכדור $3m$ בכדורים הדבוקים?

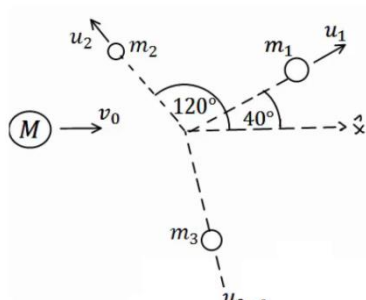
(5) איבוד אנרגיה


כדור בעל מסה $m_1 = 2\text{ kg}$ ומהירות $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3\text{ kg}$ הנמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות, הכדור הראשון נע בכיוון 30° מעלות מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית 60° מעלות מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית?

אם לא, כמה אנרגיה אבדה בהתנגשות?

(6) פצצה


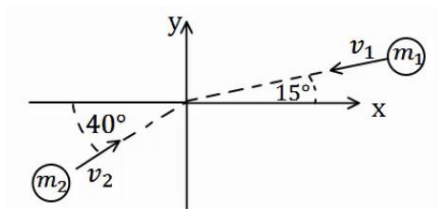
פצצה בעלת מסה $M = 13\text{ kg}$ נעה באוויר במהירות קבועה $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע מסוים הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר. מסת החלק הראשון היא $m_1 = 4\text{ kg}$ והוא נע במהירות $u_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 40° מעלות ביחס לכיוון המקורי.

מסת החלק השני היא $m_2 = 2\text{ kg}$ והוא נע במהירות $u_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 120° מעלות ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השלישי היא 7 kg . מצא את מהירות החלקיק השלישי.

(7) שני גופים שני מימדים

שני גופים, בעלי מסות: $m_1 = 2\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$, נעים לכיוון הראשית.

מהירויות הגופים הן: $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, בהתאמה, וכיוונם נתון באיור.



הגופים מתנגשים בראשית.

מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות, אם:

א. ההתנגשות היא פלסטית.

ב. ההתנגשות היא אלסטית, והגוף נע בכיוון

החיובי של ציר ה- y לאחר ההתנגשות.

(8) כדור גולף על כדורסל

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H = 1.5\text{m}$.

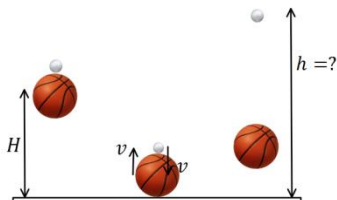
משחררים אותם ליפול ממנוחה.

מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף,

אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.

מסת כדור הגולף היא $m = 46\text{gr}$,

ומסת הכדורסל היא $M = 624\text{gr}$.

**(9) ארגז בתוך קרונית המתנגשת בקיר**

ארגז שמסתו m מונח בתוך קרונית סגורה

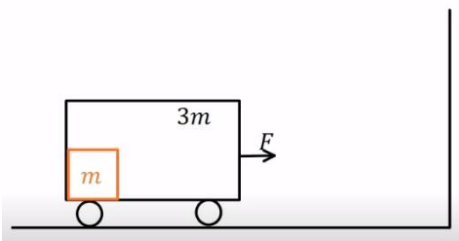
בצמוד לדופן השמאלי של הקרונית.

מסת הקרונית היא $3m$ והיא מתחילה ממנוחה.

מפעילים כוח F קבוע ימינה במשך T שניות.

אין חיכוך בין הקרונית לקרקע.

נתון: F , T , m .



א. מהי מהירות הקרונית בתום הזמן T ?

ב. מהו הכוח N שהארגז מפעיל על הדופן השמאלית של הקרונית?

ג. בתום פעולת הכוח הקרונית מתנגשת בקיר התנגשות אלסטית לחלוטין.

הארגז ממשיך את תנועתו מלפני ההתנגשות עד אשר הוא מתנגש בדופן

הימנית של הקרונית התנגשות פלסטית. מהי מהירות הקרונית לאחר

ההתנגשות השנייה בארגז?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות הפלסטית של הארגז בדופן הימנית?

10) מטוטלת פוגעת במסה שנע במדרון עם קפיץ

גוף בעל מסה $m_1 = 1\text{kg}$ קשור לתקרה באמצעות חוט שאורכו $L = 0.6\text{m}$.

מסיטים את החוט בזווית 50° מהאנך לתקרה ומשחררים ממנוחה.

בתחתית המסלול של תנועתו מתנגש הגוף

בגוף שני בעל מסה $m_2 = 2\text{kg}$ הנמצא

במנוחה על משטח אופקי חלק. גובה המשטח

מעל הקרקע הוא 0.4m . מיד לאחר ההתנגשות

גוף 1 מקבל מהירות של $0.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ אחורה

וגוף 2 נע קדימה. בנקודה A גוף 2 עובר למישור משופע לא חלק בעל מקדם

חיכוך $\mu_k = 0.1$ וזווית שיפוע 30° . בנקודה B גוף 2 חוזר למישור אופקי חלק

בגובה הקרקע ומתנגש בקפיץ בעל קבוע $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי המהירות של גוף 1 רגע לפני ההתנגשות?

ב. מהי המהירות של גוף 2 מיד לאחר ההתנגשות?

ג. מהי המהירות של גוף 2 בנקודה B?

ד. מהי ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ?

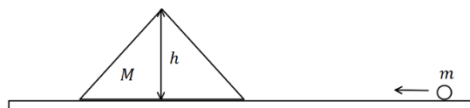
ה. מהי המהירות של גוף 2 כאשר הקפיץ מכווץ בחצי מהכיוון המקסימלי?

11) כדור עולה על מדרון משולש

מדרון משולש בעל גובה $h = 3\text{m}$ חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק

(ללא חיכוך). מסת המדרון היא: $M = 15\text{kg}$.

מגלגלים כדור בעל מסה $m = 5\text{kg}$



על המשטח לכיוון המדרון. התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.

א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור

(ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי המהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

12) קפיץ נמשך משתי קצותיו

על שולחן אופקי חלק מונחים שני גופים בעלי מסות $M = 5\text{kg}$ ו- $m = 3\text{kg}$

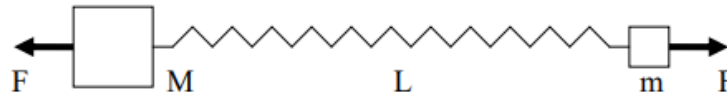
המחוברים לקצותיו של קפיץ בעל קבוע כוח $k = 150 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ואורך חופשי $l_0 = 0.4\text{m}$.

על הגופים פועלים שני כוחות, F , שווים בגודלם והפוכים בכיוונם.

המערכת נמצאת במנוחה כאשר הקפיץ מתוח ואורכו הוא L (ראה ציור).

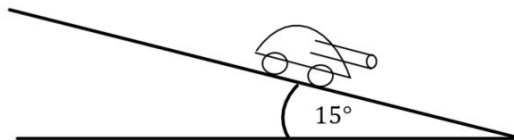
א. מה תהיה המתיחות וההתארכות בקפיץ כאשר $F = 15\text{N}$?

- ב. במקרה אחר, משחררים את המערכת ממצב של מנוחה כאשר $L = 0.6\text{m}$ ו- F לא ידוע. מה יהיה אורכו של הקפיץ כאשר מגיע להתכווצותו המקסימלית לאחר השחרור?
- ג. בסעיף ב', מה תהיה המהירות המקסימלית של M לאחר השחרור?



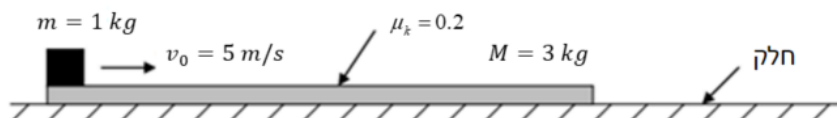
13) טנק יורה פגזים ועולה במדרון**

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני. מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?



14) קובייה נעה על לוח שזז***-כולל תנועה יחסית

- קובייה קטנה שמסתה $m = 1\text{kg}$ נמצאת על לוח ארוך שמסתו $M = 3\text{kg}$ כמוראה בצירור. הלוח נמצא על שולחן אופקי חלק (ללא חיכוך) ובזמן $t = 0$ מהירותו היא אפס יחסית לשולחן. באותו זמן ($t = 0$) הקובייה נעה על הלוח במהירות $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ יחסית ללוח ובכיוון ימינה. מקדם החיכוך הקינטי בין הקובייה ללוח הוא $\mu_k = 0.2$. כעבור זמן מסוים נעצרת הקובייה על הלוח (לפני שהיא מגיעה לקצהו), כך ששניהם נעים יחד באותה מהירות על השולחן.
- א. חשבו את המהירות המשותפת של הקובייה והלוח, לאחר עצירת הקובייה על הלוח ביחס למעבדה.
- ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הקובייה עד לעצירתה על הלוח (גודל וכיוון)?
- ג. מהו הכוח האופקי הפועל על הלוח עד לעצירת הקובייה על הלוח (גודל וכיוון)?
- ד. מהי תאוצת הקובייה ביחס למעבדה ומהי תאוצת הקובייה ביחס ללוח?
- ה. מהו המרחק שעברה הקובייה ביחס ללוח עד לעצירתה ביחס אליו?



תשובות סופיות:

$$0.18\text{m} \quad (1)$$

$$0.028\text{m} \quad (2)$$

$$\Delta x_{\max} = \sqrt{\frac{m}{k} v_0^2} \quad \text{ב.} \quad \Delta x_{\max} = \sqrt{\frac{m}{k} \cdot \frac{1}{2} v_0^2} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{J}_1 = -mv_0\hat{x}, \vec{J}_2 = mv_0\hat{x} \quad (\text{ב}), \vec{J}_1 = -\frac{1}{2}mv_0\hat{x}, \vec{J}_2 = \frac{1}{2}mv_0\hat{x} \quad (\text{א}). \quad \text{ג.}$$

$$t = 10\text{sec} \quad \text{ג.} \quad u = \frac{1}{4}v \quad \text{ב.} \quad u_2 = \frac{3}{2}v, u_1 = \frac{1}{2}v \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$Q = 8.27\text{J} \quad \text{ב. לא,} \quad u_1 = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 3.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$u_{3x} \approx 152 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_{3y} \approx -32 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (6)$$

$$u_x \approx -3.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_y \approx 1.79 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$u_{1x} \approx -7.83 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_{1y} \approx -15.20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 13.11 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$h \approx 12.3\text{m} \quad (8)$$

$$E = \frac{3F^2T^2}{32m} \quad \text{ד.} \quad \tilde{u} = \frac{FT}{8m} \quad \text{ג.} \quad N = \frac{F}{4} \quad \text{ב.} \quad v(T) = \frac{F}{4m}T \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$v_B = 2.853 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad u_2 \approx 1.235 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad v = 2.07 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$v = 2.47 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.} \quad \Delta l_{\max} \approx 0.285\text{m} \quad \text{ד.}$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2' = -2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad u = \sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad v_0 = 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$0.74 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 0.2\text{m} \quad \text{ב.} \quad 0.1\text{m}, 15\text{N} \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$60\text{m} \quad (13)$$

$$1.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad 2\text{N} \text{ שמאלה.} \quad \text{ב.} \quad 2\text{N} \text{ ימינה.} \quad \text{ג.} \quad (14)$$

$$4.7\text{m} \quad \text{ה.} \quad -\frac{8}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ד.}$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 12 - מרכז מסה

תוכן העניינים

1. הסבר בסיסי על מרכז מסה..... 93
2. דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור..... 95
3. תנועה לפי הכוחות החיצוניים (ללא ספר)..... 96
4. שני תרגילים..... 97
5. מערכת מרכז המסה..... 97
6. תרגילים מסכמים..... 101

הסבר בסיסי על מרכז מסה:

רקע

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x :

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

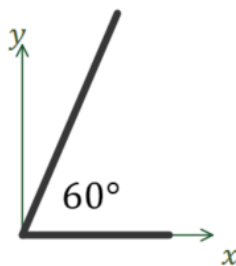
$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

שאלות:

(1) דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית

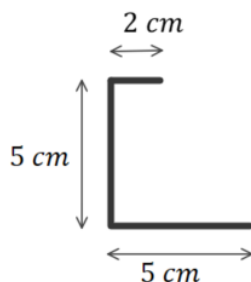
המערכת המתוארת באיור מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.

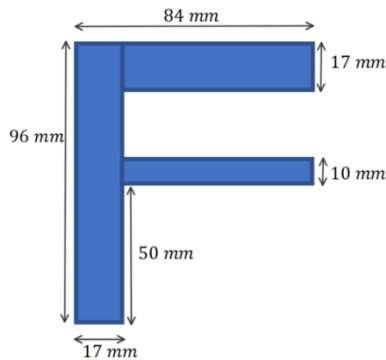
מוט ראשון באורך 3cm נמצא לאורך ציר ה-x ומסתו 2kg, מוט שני נמצא בזווית 60° עם ציר ה-x החיובי ואורכו 5cm ומסתו 3kg. מצאו את מרכז המסה של המערכת (ביחס לראשית).



(2) דוגמה - מרכז מסה של האות נ

המערכת המתוארת באיור מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונת מראה. מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.





(3) דוגמה - מרכז מסה של F

מרכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.

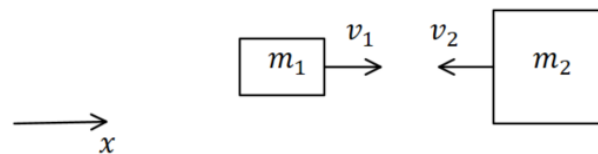
המימדים של כל הלוחות נתונים באיור.

א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.

ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

(4) דוגמה - מהירות מרכז מסה בהתנגשות

שני גופים בעלי מסות m_1 ו- m_2 נעים על קו ישר אחד כלפי השני במהירויות v_1 ו- v_2 . חשבו את מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות.



תשובות סופיות:

$$x_{c.m} = 1.35c.m, \quad y_{c.m} = 1.3c.m \quad (1)$$

$$x_{c.m} = 1.2c.m, \quad y_{c.m} = 1.875c.m \quad (2)$$

$$x_{c.m} = 14mm, \quad y_{c.m} = 62mm \quad \text{ב.} \quad x_{c.m} = 31mm, \quad y_{c.m} = 62mm \quad \text{א.} \quad (3)$$

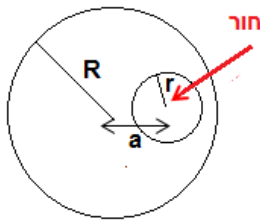
$$\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור:

שאלות:

(1) דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור

בדיסקה בעלת רדיוס R ומסה M קדחו חור עגול בעל רדיוס r במרחק a ממרכז הדיסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדיסקה. מצא את מרכז המסה של הדיסקה עם החור.

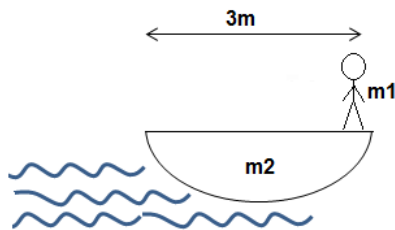


תשובות סופיות:

$$x_{c.m.} = \frac{-a(\rho\pi r^2)}{M - (\rho\pi r^2)} \quad (1)$$

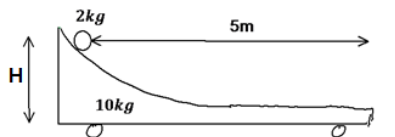
שני תרגילים:

שאלות:



(1) נער על סירה

אדם עומד בקצה סירה באורך 3 מטר.
 מסת האדם היא 70 קילוגרם ומסת
 הסירה 100 קילוגרם.
 האדם התקדם 2 מטרים לאורך הסירה.
 כמה זזה הסירה?
 (הזנח את החיכוך בין המים לסירה).
 נתון: $m_1 = 70\text{kg}$, $m_2 = 100\text{kg}$.



(2) כדור על קרונית

כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה.
 הכדור מונח בגובה $H = 1\text{m}$ ובמרחק של 5m מטר
 מקצה הקרונית.

מסת הקרונית: $m_1 = 10\text{kg}$, מסת הכדור: $m_2 = 2\text{kg}$.

א. מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצה.

ב. מצא את מהירות הגופים אם נתון שמהירות הכדור בקצה הקרונית

היא רק בכיוון ציר ה- x .

תשובות סופיות:

$$x = \frac{14}{17} \text{ m} \quad (1)$$

$$\Delta x_1 = -\frac{10}{12} \text{ m} \quad \text{א.} \quad (2) \quad \text{ב.} \quad u_2 \approx 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_1 \approx -0.82 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

מערכת מרכז המסה:

רקע:

התנע הכולל של מערכת :

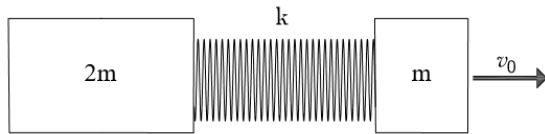
$$\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$$

ניתן להסתכל על מערכת כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה. בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גלילי.

במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד. ואם ההתנגשות אלסטית אז גודל המהירות של כל גוף נשמר.

שאלות:



(1) שני גופים מחוברים בקפיץ ונעים

שני גופים עם מסות $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ קשורים בקפיץ בעל קבוע k ומונחים על משטח חסר חיכוך.

ברגע מסוים מעניקים לגוף m_1 מהירות v_0 כך שהוא מתרחק מהמסה m_2 .

א. מה מהירות מרכז המסה $v_{c.m.}$?

ב. מה מהירויות שני הגופים במערכת מרכז המסה מיד עם תחילת התנועה?

ג. מה האנרגיה הקינטית הכוללת מיד עם תחילת התנועה במערכת המעבדה ובמערכת מרכז המסה?

ד. מהי ההתארגנות המקסימלית של הקפיץ? מה מהירויות שני הגופים במצב זה (גם במערכת מרכז המסה וגם במערכת המעבדה)?

ה. מה מהירויות שני הגופים (בשתי מערכות הייחוס) בפעם הראשונה בה הקפיץ חוזר לאורכו המקורי?

(2) התנגשות לא חזיתית

שתי דיסקות ברדיוס זהה R נמצאות על משטח ללא חיכוך.

הדיסקה $m_1 = m$ נמצאת במנוחה

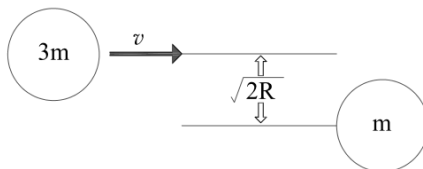
והדיסקה $m_2 = 3m$ נעה במהירות v כלפיה.

המרחק בין מרכז דיסקה 1, למסלול של מרכז

דיסקה 2 הוא $\sqrt{2}R$ כמתואר באיור.

אין חיכוך בין שפות הדיסקות במהלך

ההתנגשות וההתנגשות האלסטית.



א. תארו את תנועתן במערכת מרכז המסה לפני ההתנגשות.

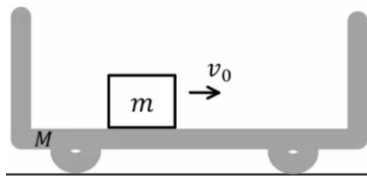
ב. באיזו נקודה על פני כל דיסקה תהיה ההתנגשות ביניהן?

מה כיוון הכוח ביניהן בעת ההתנגשות?

ג. מה היו וקטורי המהירות אחרי ההתנגשות במערכת מרכז המסה?

ד. מה יהיו המהירויות, גודלן וכיווןן אחרי ההתנגשות במערכת המעבדה?

ה. מה המתקף שהפעיל כדור 2 על כדור 1? חשבו בשתי המערכות.



(3) גוף מתנגש בדפנות עגלה

גוף שמסתו m מונח בתוך עגלה שמסתה M . העגלה נמצאת במנוחה על משטח אופקי ואין חיכוך בינה לבין המשטח. מקנים לגוף מהירות התחלתית v_0 והוא נע הלך ושוב בין דפנות העגלה ללא חיכוך. ההתנגשות של הגוף עם הדפנות היא התנגשות אי-אלסטית. מה תהיה מהירות הגוף ביחס לקרקע לאחר זמן רב?

(4) זווית פיזור אפשרית באיבוד אנרגיה**

- חלקיק בעל מסה M נע במהירות קבועה לאורך ציר ה- x . כאשר האנרגיה הקינטית שלו היא K . החלקיק פוגע בחלקיק אחר, בעל מסה זהה הנמצא במנוחה. האנרגיה של כל המערכת לאחר ההתנגשות היא αK כאשר α קבוע חיובי נתון, הקטן מ-1.
- מהי מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות?
 - האם ניתן לדעת את כיוון המהירות של החלקיק הפוגע, במערכת מרכז המסה, לפני ואחרי ההתנגשות?
 - אם $\alpha = 0.6$, מה תחום זוויות הפיזור האפשריות? מומלץ לצפות בסרטון ההוכחה שהזווית בין שני גופים בעלי מסות זהות המתנגשים התנגשות אלסטית היא 90 מעלות.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v_0}{3} \quad \text{ב. } v_{1.c.m.} = \frac{2v_0}{3}, v_{2.c.m.} = -\frac{v_0}{3}$$

$$\text{ג. מעבדה: } E_k = \frac{1}{2}mv_0^2, \text{ מרכז המסה: } E_k = \frac{1}{3}mv_0^2$$

$$\text{ד. מעבדה: } \Delta x_{\min}^{\max} = \sqrt{\frac{2mv_0^2}{3k}}, \frac{v_0}{3}, \text{ מרכז המסה: } \Delta u_{c.m.} = 0$$

$$\text{ה. מעבדה: } u_1 = -\frac{1}{3}v_0, u_2 = \frac{2v_0}{3}, \text{ מרכז המסה: } u_{1.c.m.} = -\frac{2v_0}{3}, u_{2.c.m.} = \frac{v_0}{3}$$

$$(2) \quad \text{א. } v_{1.c.m.} = -\frac{3}{4}v, v_{2.c.m.} = \frac{1}{4}v \quad \text{ב. } \alpha = 45^\circ \quad \text{ג. בכיוון ציר } y \text{ השלילי - } \left| \frac{r}{v_{1.c.m.}} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\text{בכיוון ציר } y \text{ החיובי - } \left| u_{2.c.m.} \right| = \frac{1}{4}v \quad \text{ד. } \alpha_1 = -45^\circ, u_1 = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 3v$$

$$\text{ה. במעבדה: } J_{2 \rightarrow 1}^r = \Delta P_1^r = mv \cdot \frac{3}{4}(1, -1) \quad u_2 = \frac{\sqrt{10}}{4}v, \alpha_2 = 18.4^\circ$$

$$\text{במרכז המסה: } J^r = \int N dt = m \frac{3}{4}v(1, -1)$$

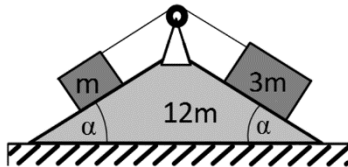
$$(3) \quad u = \frac{mv_0}{m+M}$$

$$(4) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v}{2} \quad \text{ב. לפני: באותו כיוון, אחרי: לא ניתן.} \quad \text{ג. } -48.2^\circ \leq \theta \leq 48.2^\circ$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) שני גופים על מדרון שני



שני גופים בעלי מסות m ו- $3m$ נמצאים על מדרון דו-צדדי בעל זווית נטייה α משני צדדיו. שני הגופים קשורים זה לזה בחוט אידיאלי דרך גלגלת אידיאלית המחוברת למדרון. למדרון מסה $12m$ והוא יכול לנוע על הרצפה. אין חיכוך בין הגופים למדרון ובין המדרון לרצפה. משחררים את המערכת ממנוחה.

- חשב את העתק המדרון, לאחר שהגוף הכבד עבר מרחק L במורד המדרון.
- מהי העבודה שביצע משקל הגוף הכבד ומשקל הגוף הקל במהלך התנועה?
- חשב את מהירות המדרון ביחס לרצפה ברגע זה.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } x_2 = -\frac{L \cos \alpha}{4} \quad \text{ב. הכבד: } W = 3mgL \sin \alpha, \text{ הקל: } W = mg(-L \sin \alpha) \quad (1)$$

$$\text{ג. } v_{2x} = \sqrt{\frac{gL \sin \alpha}{4(4 \tan^2 \alpha + 3)}}$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 13 - מומנט התמד

תוכן העניינים

1. הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב (ללא ספר)
2. מומנט התמד, הסבר בסיסי וחשוב עבור גוף נקודת (ללא ספר)
3. משפט שטיינר ואדטיביות 102
4. נוסחאות לגופים נוספים וסיכום 105
5. $I_z = I_x + I_y$ (ללא ספר)
6. סימטריה ל z (ללא ספר)
7. חישוב מומנט ההתמד של דיסקה סביב ציר Z וציר X 106
8. תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד 107
9. מומנט ההתמד כמטריצה 110

אדטיביות:

רקע

גוף קשיח :

הגדרה : המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית) מומנט התמד :

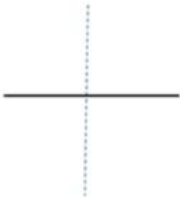
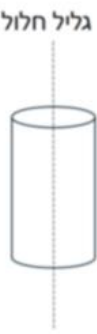
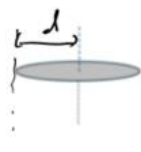
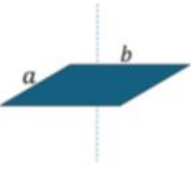
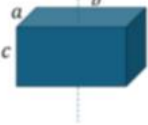
הגדרה - עבור מערכת של גופים נקודתיים $I = \sum m_i r_i^2$

משפט שטיינר - $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף

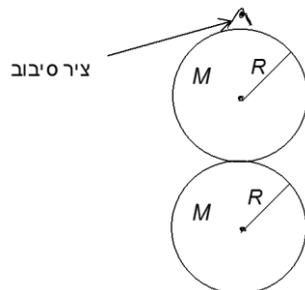
הערה : משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות - מומנט ההתמד הוא פונקציה אדטיבית, כלומר ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

נוסחאות מומנט התמד של גופים נפוצים:

	מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$	 גליל חלול  גוף נקודתי טבעת (חלולה) גוף, נקודתי סביב ציר כלשהו $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי $I_{c.m.} = mR^2$	
	מוט בקצה $I = \frac{1}{3} mL^2$	  דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$	
	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$	 דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$	
 	תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$		

שאלות:



- (1) **שעון כפול תלוי על קיר**
 לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה. מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

תשובות סופיות:

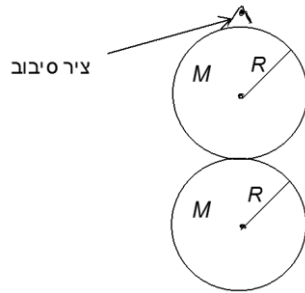
$$I = 11mR^2 \quad (1)$$

אדטיביות:

שאלות:

(1) דוגמה

לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה. מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).



תשובות סופיות:

$$I = 11mR^2 \quad (1)$$

חישוב מומנט ההתמד באמצעות אינטגרלים:

רקע

עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית)

אם ציר הסיבוב הוא ציר z אז $r^2 = x^2 + y^2$

תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד:

שאלות:



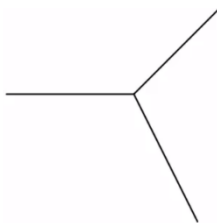
- (1) חישוב אינטגרל של מוט לא אחיד
חשב את מומנט ההתמד של מוט עם צפיפות ליחידת

$$\text{אורך } \lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L} \text{ סביב קצה המוט.}$$

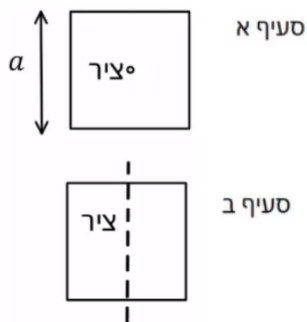
x הוא המרחק מהקצה, L הוא אורך המוט ו- λ_0 נתון.

$$m, l, \lambda = Ax^2$$

- (2) חישוב נוסף מוט בצפיפות לא אחידה
מצא את מומנט ההתמד של מוט סביב מרכזו לפי
הנתונים שבשרטוט.
הצפיפות הנתונה מתייחסת למרכז המוט כראשית הצירים.



- (3) שלושה מוטות מחוברים בקצה
שלושה מוטות זהים באורך l ומסה m כל אחד מחוברים
באופן המוצג באיור.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר הנמצא
בנקודת החיבור בין המוטות ובמאונך למישור.



- (4) מסגרת ריבועית
נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע a ומסה M .
מצא את מומנט ההתמד של מסגרת.
א. סביב ציר העובר במרכז ומאונך למישור המסגרת.
ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שתי
צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות.

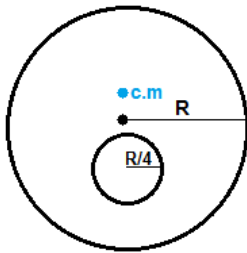


- (5) מומנט התמד של שער חשמלי
מצא את מומנט ההתמד של שער חשמלי בעל מסה m
ואורך l אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה M
ואורך L המסתובב סביב מרכז המסה שלו.



- (6) מומנט התמד של ריש
מצא את מומנט ההתמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה
שלו בשתי דרכים שונות. אורך כל מוט l ומסתו m .

7) דיסקה עם חור



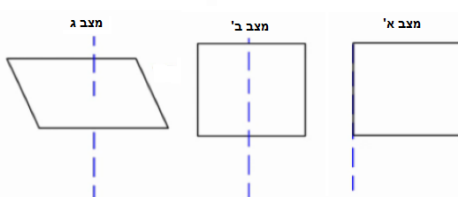
- א. מצא את מומנט ההתמד של דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R , אם ידוע כי במרחק R חצי ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע R . הדיסקה מסתובבת סביב ציר במרכזה (ולא במרכז המסה של המערכת).
- ב. מצא את מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו.

8) חצי חישוק ושתי מסות



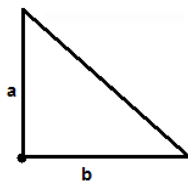
- מצא את מומנט ההתמד של חצי החישוק שבתמונה. רדיוסו R , מסתו M ובקצותיו חוברו שתי מסות m . החישוק סובב סביב מסמר בקודקודו.

9) חישוב אינטגרל של ריבוע



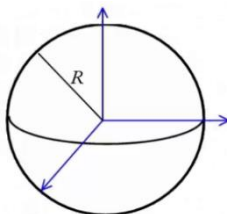
- חשב את מומנט ההתמד של לוח ריבוע בעל אורך צלע a , מסה M וצפיפות אחידה בכל אחד מהמצבים הבאים:
- א. ציר הסיבוב הוא אחת הפאות של הריבוע.
- ב. ציר הסיבוב מקביל לפאות ועובר במרכז.
- ג. ציר הסיבוב אנך למשטח הריבוע ועובר במרכזו.

10) מומנט התמד של משולש



- מצא את מומנט ההתמד של המשולש סביב קודקודו הישר.

11) מומנט התמד של כדור מלא



- חשב את מומנט ההתמד של כדור מלא בעל רדיוס R , מסה M וצפיפות אחידה, סביב ציר העובר במרכז הכדור.

12) מומנט התמד של קליפה כדורית

- מצאו את מומנט ההתמד של קליפה כדורית ברדיוס R ומסה m סביב ציר העובר דרך מרכז המסה של הקליפה.

תשובות סופיות:

$$I_0 = M \frac{L^2}{2} \quad (1)$$

$$I = \frac{12ml^2}{80} \quad (2)$$

$$I_{c.m.} = ml^2 \quad (3)$$

$$I = \frac{M}{8} \left(a^2 + \frac{l^2}{3} \right) \quad \text{ב.} \quad I_{c.m.} = \frac{M}{4} \left(\frac{l^2}{3} + a^2 \right) \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$I = \left(\frac{1}{12} ml^2 + m \left(\frac{m \cdot 0 + \frac{M(1+L)}{2}}{m+M} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{12} (L^2 + L^2) M + M \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{m \cdot 0 + \frac{M(1+L)}{2}}{m+M} \right) + \frac{L}{2} \right)^2 \right) \quad (5)$$

$$I = \frac{5}{12} ml^2 \quad (6)$$

$$I_0 = I_{c.m.} + \frac{15}{16} M \cdot \left(\frac{R}{30} \right)^2 \quad \text{ב.} \quad I_0 = \frac{247}{512} MR^2 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$I_1 = I_{c.m.} + m'b^2 \quad (8)$$

$$I = M \frac{1}{6} a^2 \quad \text{ג.} \quad I = \frac{1}{12} Ma^2 \quad \text{ב.} \quad I = \frac{1}{3} Ma^2 \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$I_0 = \frac{1}{6} m(a^2 + b^2) \quad (10)$$

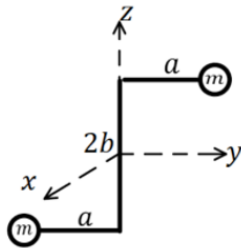
$$I = \frac{2}{5} MR^2 \quad (11)$$

$$\frac{2MR^2}{3} \quad (12)$$

מומנט ההתמד כמטריצה:

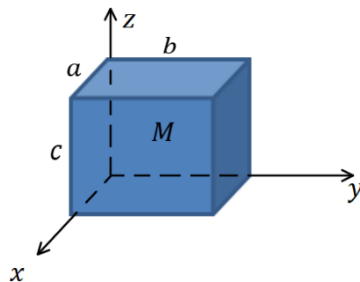
שאלות:

(1) דוגמה-מנואלה



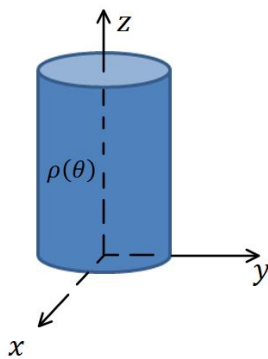
- שתי מסות נקודתיות זהות m מחוברות על ידי מוטות חסרי מסה כפי שנראה באיור. אורך המוט המרכזי הוא $2b$ ואורך כל מוט המחובר לכדור הוא a .
 א. מצא את כל מטריצת מומנט ההתמד של המערכת.
 ב. מצא את התנע הזוויתי של המערכת ברגע המתואר באיור אם המהירות הזוויתית היא $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$.

(2) דוגמה-מומנט התמד של קובייה



- חשב את המומנט התמד של קובייה בעלת מסה M המפולגת באופן אחיד. ראשית הצירים נמצאת בפינת הקובייה, צלעות הקובייה מקבילים לצירים ואורכייהם: a, b, c . ראה איור.

(3) גליל עם צפיפות התלויה בזווית



- לגליל בעל רדיוס R וגובה H יש צפיפות מסה התלויה בזווית $\rho(\theta) = \rho_0(1 + \sin \theta)$ כאשר θ היא הזווית ביחס לציר x בקואורדינטות גליליות.
 א. מהי המסה הכוללת של הגליל?
 ב. מצא את מיקום מרכז המסה של הגליל.
 ג. חשב את: I_{zz}, I_{xz}, I_{yz} .
 ד. חשב את התנע הזוויתי של הגליל כאשר הוא מסתובב במהירות זוויתית $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$.
 ה. מדוע יש הבדל בין התנע הזוויתי של הגליל בכיוונים x ו- y .

תשובות סופיות:

$$\vec{L} = -2mab\omega\hat{y} + 2ma^2\omega\hat{z} \quad \text{ב.} \quad I = 2m \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & -ab \\ 0 & -ab & a^2 \end{pmatrix} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$I = M \begin{pmatrix} \frac{b^2c^2}{3} & -\frac{ab}{4} & -\frac{ac}{4} \\ -\frac{ab}{4} & \frac{a^2+c^2}{3} & -\frac{bc}{4} \\ -\frac{ac}{4} & -\frac{bc}{4} & \frac{a^2+b^2}{3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$y_{c.m.} = \frac{R}{3}, \quad x_{c.m.} = 0, \quad z_{c.m.} = \frac{H}{2} \quad \text{ב.} \quad M = \rho_0 \pi R^2 H \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$I_{zz} = \frac{\pi R^4 H \rho_0}{2}, \quad I_{xz} = 0, \quad I_{yz} = -\frac{\pi R^3 H^2 \rho_0}{6} \quad \text{ג.}$$

$$L_x = 0, \quad L_y = -\frac{\pi R^3 H^2 \rho_0}{6} \omega, \quad L_z = \frac{\pi R^4 H \rho_0}{2} \omega \quad \text{ד.}$$

ה. מכיוון שאנו מחשבים את התנ"ז רק ברגע מסוים והתפלגות המסה אינה סימטרית בין x ל- y אז יש הבדל בין התנ"ז של כל ציר. בממוצע של זמן מחזור שלם התנ"ז יהיה זהה לכל ציר.

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 14 - מומנט כוח

תוכן העניינים

1. מומנט כוח - הסבר..... 112
2. מכפלה וקטורית..... (ללא ספר) 114
3. תרגיל - מומנטים על משולש..... 114
4. פיתוח, מדוע מתייחסים לכוח הכובד כאילו פועל במרכז המסה..... (ללא ספר) 115
5. משוואת מומנטים..... (ללא ספר) 115
6. תרגיל - שני פועלים מחזירים מנשא..... 116
7. תרגילים מסכמים..... 116

מומנט כוח - הסבר:

רקע

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

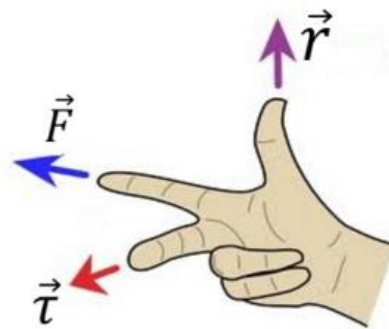
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח.

ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון גודל המומנט :

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג



משוואת מומנטים : אם גוף נמצא במנוחה אז סכום המומנטים הפועלים עליו שווה לאפס.

שאלות:

(1) מרחק אפקטיבי

אדם דוחף ארגז בגובה 0.5m ומפעיל כוח F (ראו תמונה).

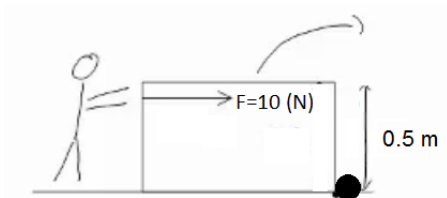
לארגז אין חיכוך עם המשטח.

האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד

שנתקע באבן והארגז מתהפך

(מיקום האבן הופך לציר הסיבוב).

חשבו את גודל מומנט הכוח.

**תשובות סופיות:**

$$|\vec{\tau}| = 5 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (1)$$

תרגיל - מומנטים על משולש:

שאלות:

(1) מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה a .

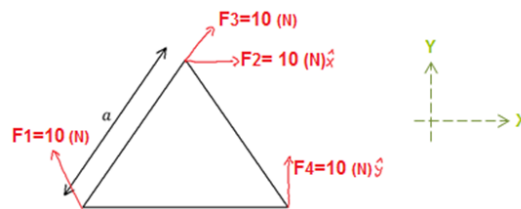
א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

ב. נתונה המסה של המשולש M ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש

$$\text{נמצא בנק': } \left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2\sqrt{3}}a \right)$$

חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.

ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין F_1 לדופן המשולש היא 60° מעלות.



תשובות סופיות:

$$\tau_g = -Mg \frac{1}{2}a \quad \text{ב.} \quad \tau_1 = 0!, \quad \vec{\tau}_2 = -5 \cdot \sqrt{3}a, \quad \vec{\tau}_3 = 0!, \quad \tau_4 = 10a \quad \text{א.} \quad (1)$$

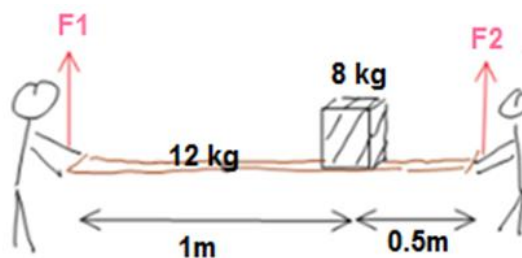
$$\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}}, \quad \tau_2 = -10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}a, \quad \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ, \quad \tau_4 = 10 \cdot \frac{1}{2}a, \quad \tau_g = 0 \quad \text{ג.}$$

תרגיל - שני פועלים מחזיקים מנשא:

שאלות:

(1) שני פועלים מחזיקים מנשא

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמסתו 12kg ואורכו 1.5m. על המנשא, במרחק של 0.5m מהפועל הימני, מונח ארגז בעל מסה של 8kg. בהנחה כי המערכת במנוחה, מצאו את הכוח שמפעיל כל פועל (ראה איור).



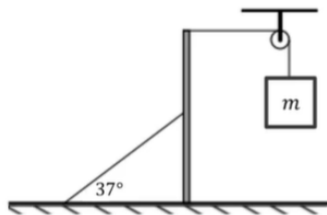
תשובות סופיות:

$$F_2 = 113.333\text{N}, F_1 = 86.666\text{N} \quad (1)$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

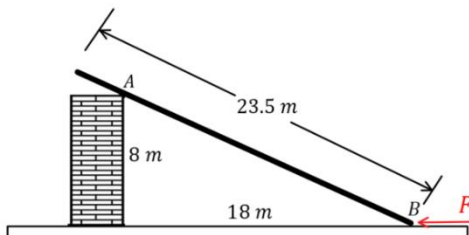
(1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקולת



מוט אחיד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמוראה בתרשים. המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו השני קשור למשטח ויוצר עימו זווית של 37° . הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט אופקי אידיאלי וגלגלת אל משקולת שמסתה $m = 7\text{ kg}$. המערכת נמצאת במנוחה.

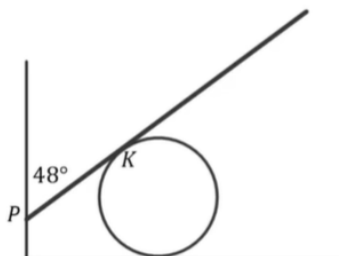
- מהי המתיחות בחוט המחבר אל המשטח?
- מהו כוח החיכוך שמפעיל המשטח האופקי על המוט?

(2) קורה על קיר אנכי



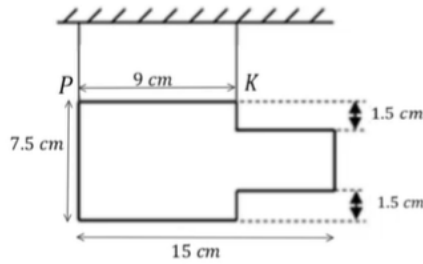
באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה שאורכה הכולל הוא 23.5 m. מסת הקורה היא 140 kg. הקורה נשענת בנקודה A על קיר אנכי חלק שגובהו 8 m. קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה B במרחק 18 m מהקיר ובקצה הזה פועל כוח אופקי F, כמתואר באיור. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא $\mu_s = 0.3$. מהו F המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

(3) מוט נשען על כדור



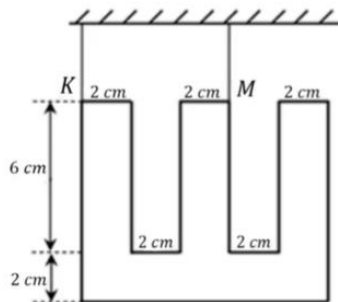
נתון מוט דק שאורכו $L = 3.5\text{ m}$ ומסתו $m = 7\text{ kg}$. הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט. נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K. בקצהו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך בנקודה P, הזווית שיוצר המוט יחסית לקיר היא 48° . מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט הוא $\mu_s = 0.15$.

- מהו הכוח שמפעיל הכדור על המוט אם נתון שקצהו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?
- מהו המרחק בין הנקודות P ו-K במצב זה?

(4) טבלה מעץ

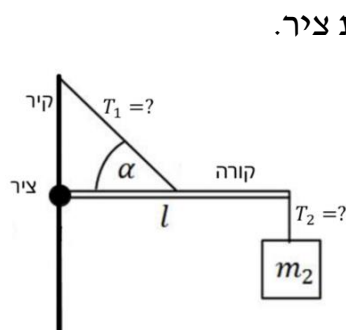
טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתה 400 גר' וצורתה כמתואר בתרשים, תלויה בשני חוטים בנקודות K ו-P.

- א. חשב את מרכז הכובד של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.
- ב. מצא את המתיחות בשני החוטים.

(5) שלט בצורת האות ש

שלט העשוי מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמשורטט), שמסתו 4 ק"ג, נתלה בשני חוטים בנקודות K ו-M.

- א. חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.
- ב. מצאו את המתיחות בשני החוטים.

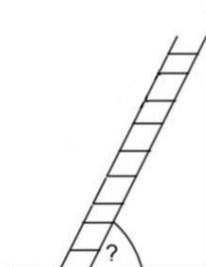
(6) מסה תלויה על קורה שמחוברת לקיר

קורה בעלת מסה m_1 ואורך l מחוברת לקיר באמצעות ציר.

בקצה הקורה קשורה מסה m_2 התלויה במנוחה.

מאמצע הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חזרה לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא α .

- א. מהי המתיחות בחוטים?
- ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל הציר?

(7) סולם נשען על קיר

סולם נשען על קיר.

קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר. מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ_s . אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

(8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר

אדם עומד על סולם שנשען על קיר.

אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת

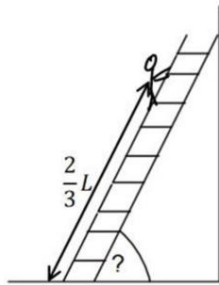
בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשמרחקו מהקצה התחתון של הסולם הוא שני שליש מאורך הסולם.

קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.

מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר

הוא μ_s . מסת האדם כפולה ממסת הסולם.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

**(9) מומנטים על שער**

שער שגובהו h ואורכו l מחובר לקיר בשני צירים a ו- b .

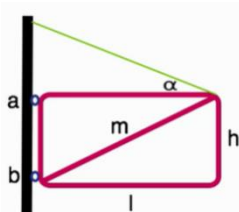
על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו

אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה a מתאפס.

א. מהי המתיחות בכבל?

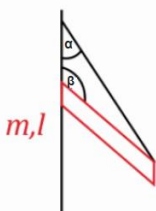
ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הציר b ?

ג. מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?

**(10) גגון מוחזק אל קיר**

גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט.

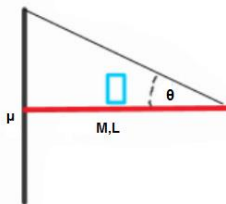
מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.

**(11) מסה על גגון מחליק**

גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט.

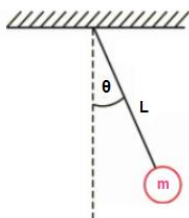
מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה m

מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?

**(12) מטוטלת מתמטית**

מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית

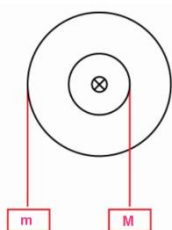
כפונקציה של הזווית מהאנך.

**(13) מנוף מדיסקה כפולה**

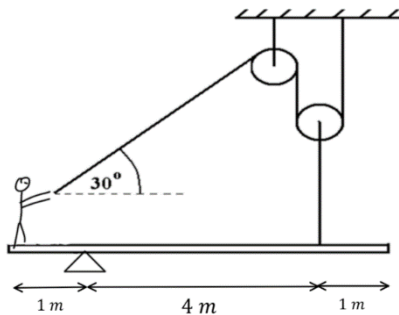
נתונה המערכת שבשרטוט.

רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה

ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.



14) אדם על קורה מחזיק בחוט ושתי גלגלות



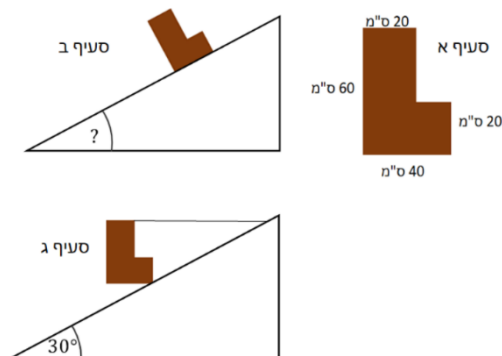
אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg. הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק 1m מהאדם. האורך הכולל של הקורה הוא 6m. האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור. הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק 1m מהקצה השני.

- מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
- מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
- מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?

15) L על מישור משופע*

באיור נתון גוף משטחי בצורת L.

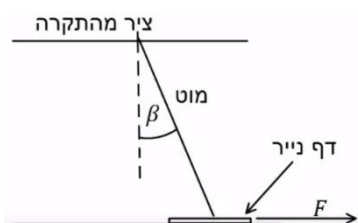
צפיפות המסה של הגוף היא: $\sigma = 5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$.



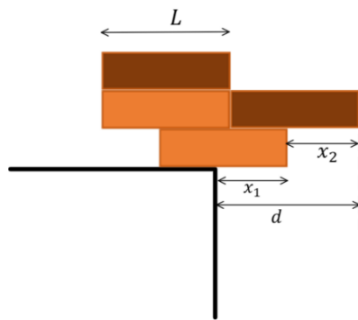
מהי המתיחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא 30° והגוף במנוחה.

16) מוט נשען על דף נייר*

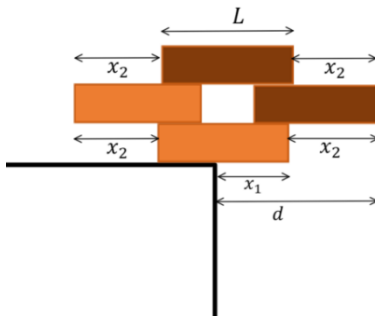
מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר. בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה. מסת דף הנייר זניחה. הזווית בין המוט לאנך היא β ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא μ_s .



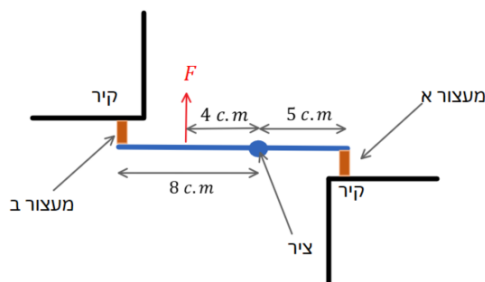
- מושכים את הנייר ימינה בכוח F. מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
- חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.

**17) ערימת קוביות 1**

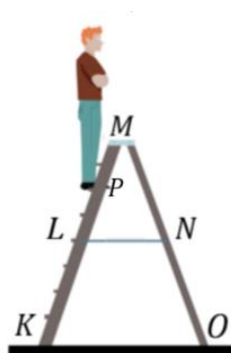
ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם x_1 ו- x_2 במצב זה?

**18) ערימת קוביות *2**

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם x_1 ו- x_2 במצב זה?

**19) מוט עם שני מעצורים מגומי****

באיור ישנו מוט באורך 13c.m. המחובר בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני. בשני הקצוות של המוט ישנם מעצורים זהים העשויים מגומי. מפעילים כוח $F = 200\text{N}$ במרחק 4c.m. שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים. המערכת אופקית, כלומר כוח הכובד פועל לתוך הדף וניתן להתעלם ממנו. מהו הכוח שפועל על כל מעצור? רמז: התייחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע k זהה.

**20) אדם על סולם עם שתי רגליים****

אדם עומד על סולם בעל שתי רגליים המחוברות באמצעות כבל במרכז הסולם. משקל האדם הוא 800 ניוטון וניתן להזניח את משקל הסולם ואת החיכוך עם הרצפה. נתונים אורכי הקטעים הבאים: $KM = OM = 2.34\text{m}$, $KP = 1.70\text{m}$, $LN = 0.746\text{m}$. א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו-K. ב. מצאו את המתוחות בכבל. רמז: יש לעשות משוואה רק על חלק מהסולם.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } T_2 \approx 180\text{N} \quad \text{ב. } f_s = T_1 = 70\text{N}, \text{ ימינה.} \quad (1)$$

$$F_{\max} \approx 521\text{N} \quad (2)$$

$$\text{א. } N_2 \approx 110\text{N} \quad \text{ב. } PK \approx 0.84\text{m} \quad (3)$$

$$\text{א. } x_{\text{c.m.}} = 6.6\text{c.m.}, y_{\text{c.m.}} = 3.75\text{c.m.} \quad \text{ב. } T_2 = 3\text{N}, T_1 = 1\text{N} \quad (4)$$

$$\text{א. } x_{\text{c.m.}} = 5\text{c.m.}, y_{\text{c.m.}} \approx 4.4\text{c.m.} \quad \text{ב. } T_K = 6.7\text{N}, T_M = 33.3\text{N} \quad (5)$$

$$\text{א. } T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin \alpha}, T_2 = m_2 g \quad (6)$$

$$\text{ב. } F = \sqrt{((m_1 + 2m_2)g \cot \alpha)^2 + (m_2 g)^2}, \tan \theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2} \tan \alpha$$

$$\tan \theta = \frac{1 - \mu_s^2}{2\mu_s} \quad (7)$$

$$\tan \theta = \frac{11 - 7\mu_s^2}{18\mu_s} \quad (8)$$

$$(9) \text{ ראה סרטון.}$$

$$(10) \text{ ראה סרטון.}$$

$$(11) \text{ ראה סרטון.}$$

$$\sum \tau = -mgl \sin \theta + Tl \sin \theta = -mgl \sin \theta \quad (12)$$

$$\sum \tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R} \quad (13)$$

$$\text{א. } T_1 = 20\text{N} \quad \text{ב. } F_x = 10\sqrt{3}\text{N}, F_y = 1000\text{N} \text{ שמאלה} \quad (14)$$

$$\mu_{s_{\min}} = 0.027 \quad \text{ג.}$$

$$\text{א. } x_{\text{c.m.}} = 0.15\text{m}, y_{\text{c.m.}} = 0.25\text{m} \quad \text{ב. } \alpha = 31^\circ \quad (15)$$

$$\text{ג. } T = 3.3\text{N}$$

$$\text{א. } F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} \quad \text{ב. } F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} \quad (16)$$

$$x_1 = \frac{5L}{8}, x_2 = \frac{L}{2}, d = \frac{9L}{8} \quad (17)$$

$$x_1 = \frac{L}{2}, x_2 = \frac{2L}{3}, d = \frac{7L}{6} \quad (18)$$

$$F_R \approx 45\text{N}, F_L \approx 72\text{N} \quad (19)$$

$$\text{א. } N_O \approx 291\text{N}, N_k = 509\text{N} \quad \text{ב. } T_L \approx 196\text{N} \quad (20)$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 15 - תנע זוויתי

תוכן העניינים

1. נוסחאות וחוקי שימור 122
2. תנע זוויתי ביחס למרכז מסה 126
3. פרסציה (ללא ספר) 128
4. תרגילים בפרסציה 128

נוסחאות וחוקי שימור:

רקע

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף
 $\vec{p}$ - התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי $L = mvd$ כאשר d זה המרחק האפקטיבי

הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

חוק שימור התנע הזוויתי:
 אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

סיכום חוקי שימור:

תנע - $\sum \vec{F}_{ext} = 0$
 אנרגיה - האם כל הכוחות משמרים?
 תנ"ז - $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$

שאלות:

(1) תנ"ז בזריקה משופעת

אבן נזרקת בזריקה משופעת במהירות v_0 ובזווית α ,

כוח הכובד שפועל על האבן $\vec{F} = -mg\hat{y}$.

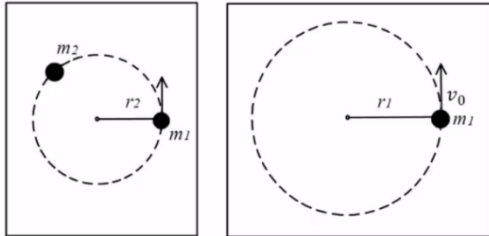
א. מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?

ב. מהו מומנט הכוח של כוח הכובד?

ג. הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכובד.

(2) גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז

מסה m_1 מחוברת לחוט המחובר למרכז שולחן.



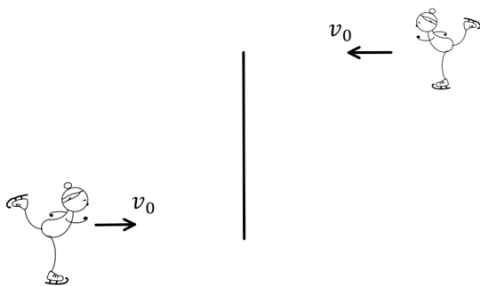
המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע r_1

ובמהירות קבועה v_0 .

ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המעגל (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים כאשר אורך החוט שווה r_2 והמסה מסתובבת שוב בתנועה מעגלית קבועה.

רגע לאחר מכן מניחים מסה נוספת m_2 במסלול של m_1 והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית. מצאו את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.

(3) שתי מחליקות על הקרח



שתי מחליקות תאומות בעלות מסה m מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות v_0 .

המחליקות נעות על קווים ישרים והמרחק בין הקווים הוא d . באמצע ביניהן שמים חבל. כאשר הן מגיעות לחבל, שתיהן תופסות את החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.

א. מה המהירות הזוויתית שהן מסתובבות?

ב. כעת המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק

ביניהן הוא $\frac{d}{2}$.

מצא את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.

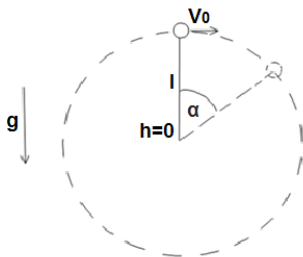
(4) כדור מסתובב אנכית

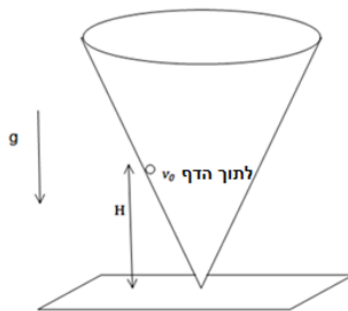
כדור בעל מסה m מחובר לחוט בעל אורך l ומסתובב במעגל אנכי.

נתון כי מהירות הכדור בשיא הגובה היא v_0 .

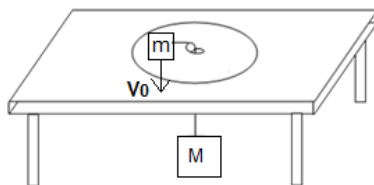
א. מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית α .

ב. מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית α .



(5) כדור בתוך חרוט

כדור קטן נע בתוך חרוט המחובר הפוך למשטח. נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא v_0 בכיוון אופקי ומשיק לדופן החרוט. גובהו ההתחלתי H . מצא את הגובה המקסימאלי אליו יגיע הכדור (החרוט אינו זז). הנחיות: מספיק להגיע למשוואה ממעלה שלישית על h אין צורך לפתור אותה.

(6) כדור מסתובב מחובר למסה תלויה

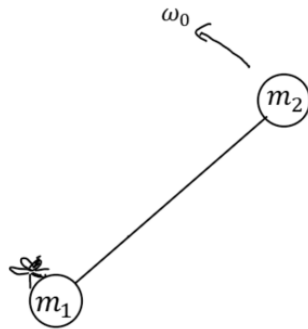
מסה m נעה על שולחן חסר חיכוך ומחובר באמצעות חוט העובר דרך מרכז השולחן למסה M התלויה באוויר. אורך החוט הוא L . נתון כי ב- $t=0$ המסה M נמצאת במנוחה והמסה m נמצאת במרחק R ממרכז הלוח, במהירות התחלתית v_0 , בכיוון מאונך לרדיוס. רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי ומצא משוואה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל r , מרחק המסה m ממרכז השולחן.

(7) מומנט הכוח לא תלוי בנקודת הייחוס

הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת הגופים אינו תלוי בנקודת הייחוס.

(8) תנע זוויתי לא תלוי בנקודת ייחוס

הוכיחו כי אם התנע הקווי של קבוצת גופים מתאפס אז התנע הזוויתי שלהם לא תלוי בנקודת הייחוס.



9) זבוב הולך על מוט*

שתי מסות נקודתיות m_1 ו- m_2 מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך d .
 על המסה m_1 נמצא זבוב בעל מסה m_3 .
 כל המערכת נמצאת על שולחן אופקי ומסתובבת סביב מרכז המסה שלה במהירות זוויתית קבועה ω_0 .
 ברגע מסוים הזבוב מתחיל ללכת על המוט במהירות v ביחס למוט ונעצר כאשר הוא מגיע למרכז המסה של שלושת הגופים (שימו לב שהמוט לא מחובר לשולחן).
 מהי המהירות הזוויתית של המערכת כאשר הזבוב נעצר?

תשובות סופיות:

$$\text{א. } -\frac{1}{2}gt^2v_0m\cos\alpha\hat{z} \quad \text{ב. } -mgv_0\cos\alpha\hat{z} \quad \text{ג. שאלת הוכחה.} \quad (1)$$

$$u = \frac{m_1 r_1 v_0}{r_2 (m_1 + m_2)} \quad (2)$$

$$\omega' = \frac{2v_0}{d} \quad \text{א.} \quad \omega'' = \frac{8v_0}{d} \quad \text{ב.} \quad (3)$$

$$\sum \vec{\tau} = -mgl \sin \alpha \quad \text{א.} \quad \vec{L} = lmv(-\hat{z}) \quad \text{ב.} \quad (4)$$

$$(2gH + v_0^2)h_{\max}^2 + 2gh_{\max}^3 + v_0^2 H^2 \quad (5)$$

$$a + br + \frac{c}{r^2} = \& \quad (6)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (7)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (8)$$

$$\omega' = \frac{(m_1 + m_3)(m_1 + m_2)}{m_1(m_1 + m_2 + m_3)} \omega_0 \quad (9)$$

תנע זוויתי ביחס למרכז מסה:

רקע

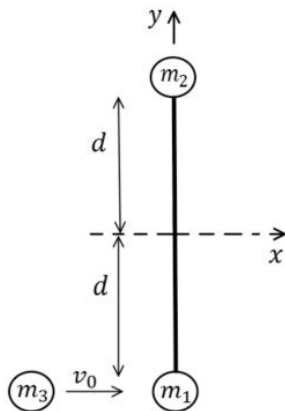
$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

$\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ - התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

$\vec{L}_{c.m.}$ - התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר מה התנ"ז של כל גוף במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

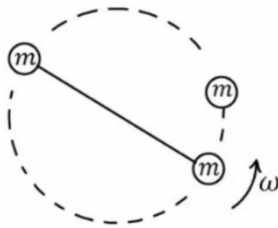
שאלות:

1) מסה מתנגשת במוט עם שתי מסות



שתי מסות נקודתיות m_1 ו- m_2 מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך $2d$. המערכת נמצאת במנוחה על שולחן אופקי חסר חיכוך (שתי המסות על השולחן, המוט אופקי). מסה שלישית m_3 נעה במהירות v_0 ומתנגשת התנגשות פלסטית במסה m_1 . נסמן את רגע ההתנגשות ב- $t = 0$.
 $d = 3\text{m}$, $v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $m_1 = m_2 = m_3 = 0.2\text{kg}$

- חשבו את מיקום מרכז המסה ברגע $t_1 = 0.5\text{sec}$ ביחס לראשית הנמצאת במרכז המוט בהתחלה ואינה נעה עם המוט.
- חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס לראשית הצירים ברגע t_1 .
- חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס למרכז המסה שלה ברגע t_1 .
- מצאו את המהירות הזוויתית של המוט ביחס למרכז המסה לאחר ההתנגשות.
- מהי המהירות הקווית של m_1 ומהי המהירות הקווית של m_2 מיד לאחר ההתנגשות?

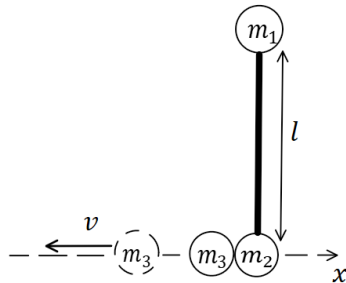


(2) שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית

שתי מסות זהות m מחוברות במוט חסר מסה באורך d ומסתובבות סביב מרכז המסה שלהן במהירות זוויתית קבועה ω . אחת המסות מתנגשת התנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה. מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת המהירות הזוויתית שלהן סביב מרכז המסה של שלושתן.

(3) מסה נפרדת ממוט עם שתי מסות

שלוש מסות m_1, m_2, m_3 נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך l .



המסות m_2, m_3 מחוברות בקצה התחתון באיור והמסה m_1 בקצה העליון. המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באיור המבט מלמעלה) ובמנוחה.

ברגע מסוים יש פיצוץ בין המסות m_2, m_3 והמסה m_3 מתנתקת מהמוט וממשיכה במהירות v נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט. המסה m_2 נשארת מחוברת למוט.

נתון כי: $m_1, m_2 = M, m_3 = 3M$.

- מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם המסות המחוברות).
- מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \vec{r}_{cm}(t_1) = (1_m - 1_m) \quad \text{ב. } L = 3.6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \quad \text{ג. } L_{c.m.} = 4.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$\text{ד. } \omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ה. } V_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}, V_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}$$

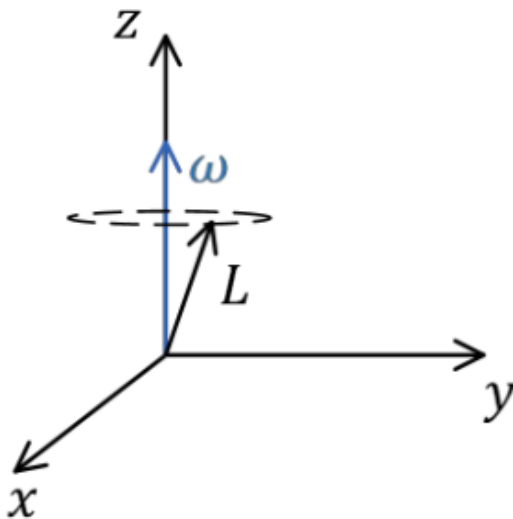
$$(2) \quad u_{1,2,3,cm} = 0, \omega' = \frac{3}{4} \omega$$

$$(3) \quad \text{א. } v_{1,2,cm} = \frac{3}{2} v \quad \text{ב. } \omega = \frac{3v}{l}$$

תרגילים בפרסציה:

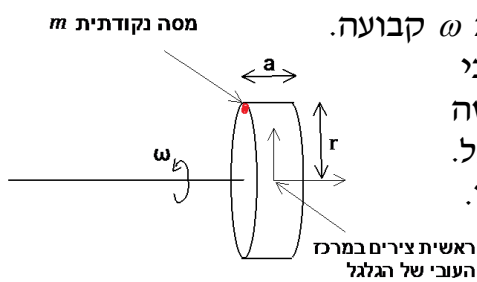
רקע:

בפרסציה לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.



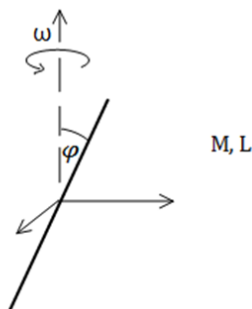
שאלות:

(1) נקודה על גלגל



נתון גלגל בעל רדיוס r המסתובב במהירות זוויתית ω קבועה. לגלגל עובי a וראשית הצירים נמצאת במרכז העובי של הגלגל. אל הקצה העליון של הגלגל מחוברת מסה נקודתית m (ראה ציור) המסתובבת ביחד עם הגלגל. א. הראה כי התנע הזוויתי של המסה תלוי בזמן. ב. הראה כי שינוי התנע הזוויתי ניתן ע"י מומנט הכוח של הכוח הצנטריפטלי.

(2) מוט מסתובב בזווית עם הציר האנכי



מוט בעל אורך l ומסה M מונח בזווית ϕ ביחס לציר ה- z . המוט מסתובב סביב ציר ה- z במהירות זוויתית קבועה ω . מצא את מומנט הכוח שפועל על המוט.

תשובות סופיות:**(1)** שאלת הוכחה.

$$\sum \tau^r = -\frac{\omega^2 M l^2 \sin \varphi}{3} \hat{\theta} \quad \mathbf{(2)}$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 16 - גוף קשיח

תוכן העניינים

1. הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי 130
2. תנע זוויתי של גוף קשיח 131
3. אנרגיה סיבובית של גוף קשיח 134
4. ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה 137
5. גלגול עם החלקה 140
6. תרגילים מסכמים 141

הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי:

רקע:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$$

תנע זוויתי של גוף קשיח:

רקע:

תנ"ז של גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$$

תנ"ז של גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

I - מומנט ההתמד ביחס לציר

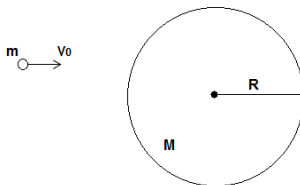
תנ"ז של תנועה משולבת (ציר שזז, כלומר הגוף גם זז וגם מסתובב):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל-

$$\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$$

שאלות:

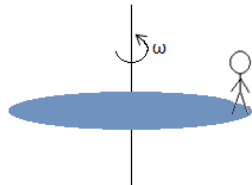


1) כדור מתנגש בדיסקה

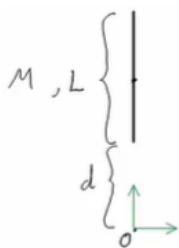
דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחוברת באמצעות ציר העובר במרכזו לשולחן אופקי חסר חיכוך.

כדור פלסטלינה בעל מסה m נע במהירות V_0 לעבר הדיסקה.

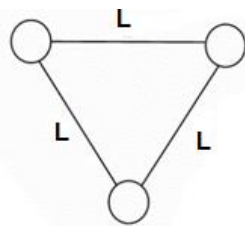
הכדור פוגע בדיסקה משמאלה, ובמרחק d ממרכזו. הכדור נדבק לדיסקה ושניהם מתחילים להסתובב יחדיו (סביב הציר במרכז הדיסקה). הדיסקה נמצאת במנוחה לפני הפגיעה וכוח הכובד אינו משפיע על הגופים (המערכת אופקית). מצא את המהירות הזוויתית בה יסתובבו הגופים לאחר הפגיעה.

**(2) אדם קופץ מדיסקה**

נתונה דיסקה בעלת רדיוס R המסתובבת סביב מרכז במהירות זוויתית קבועה ω . בקצה הדיסקה עומד איש נקודתי ומסתובב ביחד עם הדיסקה. ברגע מסוים האיש קופץ מהדיסקה ונתון כי מהירותו מיד לאחר הקפיצה היא V_0 בכיוון הרדיאלי, ביחס לקרקע. מצא את המהירות הזוויתית של הדיסקה לאחר הקפיצה אם נתונים מסת האיש m ומסת הדיסקה M .

**(3) דוגמה - תנע זוויתי של תנועה משולבת**

נתון מוט בעל אורך L ומסה M . המרחק בין הקצה התחתון של המוט עד ראשית הצירים הוא d . המוט מסתובב בכיוון השעון מסביב לראשית. חשב את התנע הזוויתי.

(4) שלושה כדורים

שלושה כדורים זהים בעלי מסה m נמצאים בפינותיו של משולש שווה צלעות. הכדורים מחוברים באמצעות שלושה מוטות חסרי מסה ואורך L (צלעות המשולש).
 א. חשבו את מיקום מרכז המסה של המערכת.
 כעת, נתון כי הגוף מסתובב במהירות זוויתית ω נתונה, סביב מרכז המסה שלו. ברגע מסוים, כאשר הגוף נמצא במצב המתואר בצור, הכדור התחתון ניתק מהגוף.
 ב. מצאו את מהירות הכדור שניתק לאחר הניתוק.
 ג. מצאו את מהירות מרכז המסה של החלק הנותר.
 ד. מצאו את המהירות הזוויתית של החלק הנותר סביב מרכז המסה שלו.

(5) מסמר נועץ דיסקה מסתובבת

דיסקה ברדיוס R ומסה m מונחת על שולחן אופקי במנוחה. מסובבים את הדיסקה במהירות זוויתית ω סביב מרכז המסה של (סביב ציר z). מסמר נופל מהשמים ופוגע בקצה של הדיסקה ונועץ אותה לשולחן.
 א. מהי המהירות הזוויתית של הדיסקה סביב המסמר לאחר הנעיצה?
 ב. ענו שוב על השאלה רק הפעם הניחו שבנוסף לסיבוב, מרכז המסה של הדיסקה נע במהירות v לפי הנעיצה.

תשובות סופיות:

$$\omega = \frac{mv_0 d}{I} \quad (1)$$

$$\omega' = \frac{\left(\frac{1}{2}M + m\right)\omega_0}{\frac{1}{2}M} \quad (2)$$

$$\left(\frac{L}{2} + d\right)^2 M \omega + I_{c.m.} \omega_{c.m.} = L \quad (3)$$

$$v_{1,2,c.m.} = \frac{1}{2} \omega R \hat{x} \quad \text{ג.} \quad v_3 = -\omega R \hat{x} \quad \text{ב.} \quad y_{c.m.} = \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad x_{c.m.} = \frac{L}{2} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$I_{1,2,3} \omega = m|v_3|R + 2mv_{1,2}y_{c.m.} + 2m\left(\frac{1}{2}L\right)^2 \omega \quad \text{ד.}$$

$$\frac{1}{3} \left(\omega + 2 \frac{v}{R} \right) \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{3} \omega \quad \text{א.} \quad (5)$$

אנרגיה סיבובית של גוף קשיח:

רקע:

אנרגיה קינטית סיבובית סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) העובר במרכז המסה:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) כלשהו*:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} I_o \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_o \times \vec{\omega})$$

I_o - מומנט ההתמד ביחס לציר

$\vec{v}_o$ - היא מהירות הציר

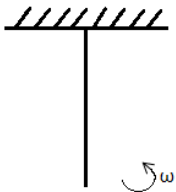
$\vec{r}_{c.m.,o}$ - מיקום מרכז המסה ביחס לציר

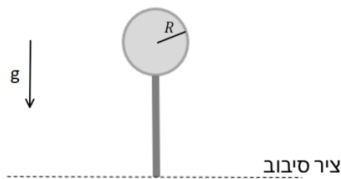
* השימוש בנוסחה מאוד נדיר

שאלות:

1) מוט מסתובב

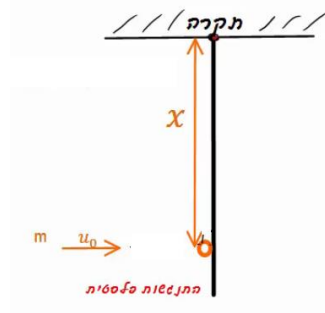
מוט באורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר ויכול להסתובב. למוט מהירות זוויתית התחלתית ω . מהי הזווית המקסימאלית אליה יגיע המוט?



**(2) דיסקה מחוברת למוט נופלת ממצב אנכי**

גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך L ומסה M המחובר בקצה אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה m המפולגת באופן אחיד ורדיוס R . בקצה השני, המוט מחובר לציר אופקי.

המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר). הגוף מתחיל מהמצב המתואר באיור (מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף. מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר יגיע לנקודה הנמוכה ביותר?

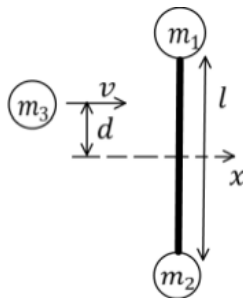
(3) כדור פוגע במוט שתלוי מהתקרה (כולל תנז)

כדור בעל מסה m פוגע במוט שתלוי מהתקרה במרחק x מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך L ובעל מסה M . מהירותו ההתחלתית של הכדור היא μ_0 והוא מתנגש פלסטית עם המוט.

א. מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?

ב. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט?

ג. מצא x כך שהכוח שמפעילה התקרה על המוט יתאפס.

(4) מסה מתנגשת בשתי מסות מחוברות במוט (כולל תנז)

שני גופים נקודתיים בעלי מסה M כל אחד מחוברים בשני קצותיו של מוט דק חסר מסה באורך l . המערכת נמצאת במנוחה על גבי משטח אופקי חלק לאורך ציר y .

כדור נוסף שמסתו m פוגע במוט במאונך למוט ובמרחק d ממרכז המוט. מהירות הכדור הנוסף היא v וההתנגשות עם המוט היא אלסטית.

מה צריכה להיות מהירותו של הכדור הנוסף, כך שישאר במנוחה לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

$$\cos \theta = 1 - \frac{L\omega_0^2}{3g} \quad (1)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg(L+R)}{\frac{ML}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m(L+R)^2}} \quad (2)$$

$$\omega = \frac{mv_0 x}{mx^2 + \frac{ML^2}{3}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\text{ב.} \quad \cos \theta = 1 - \frac{I\omega^2}{(M+m)gx_{c.m.}} \quad \text{כאשר:} \quad I = \frac{ML^2}{3} + mx^2, \quad x_{c.m.} = \frac{M\frac{L}{2} + mx}{M+m}$$

ו- ω מצאנו בסעיף א'.

$$\mu u_0 = M\frac{L}{r} + mx \quad \text{ג.} \quad (4)$$

$$m = \frac{2M}{1 + \frac{4d^2}{l^2}} \quad (5)$$

ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה:

רקע:

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה בקו ישר	תנועה סיבובית
x	θ
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\theta}$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$
m	I
p	L
F	τ

כל הנוסחאות זהות בהחלפת אותיות

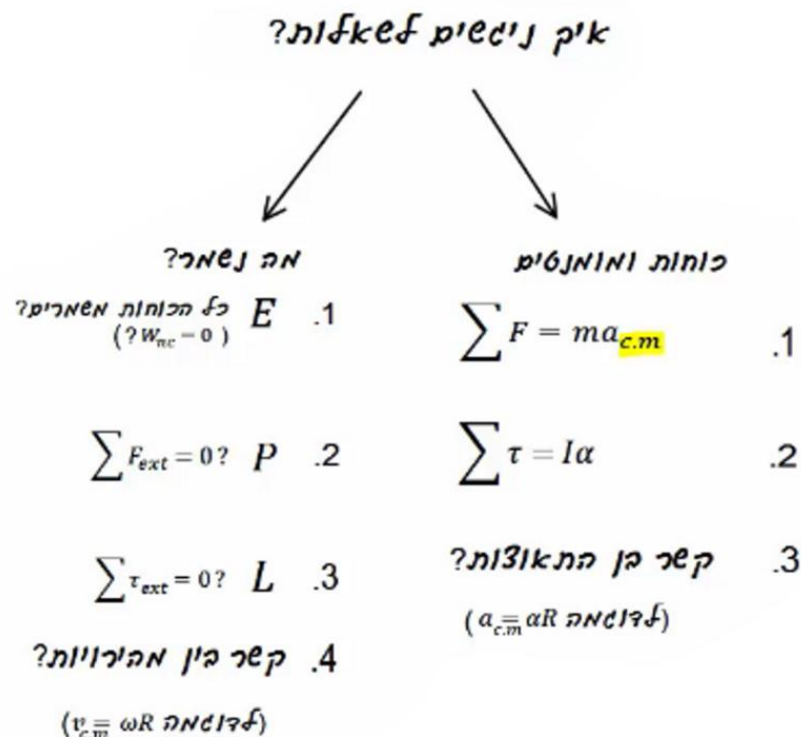
גלגול ללא החלקה:

מהירות הנקודה שנוגעת במשטח שווה לאפס

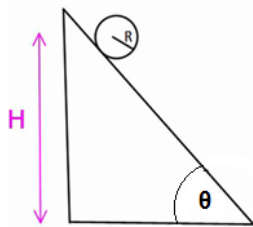
$$v_{c.m.} = \omega R$$

$$a_{c.m.} = \alpha R$$

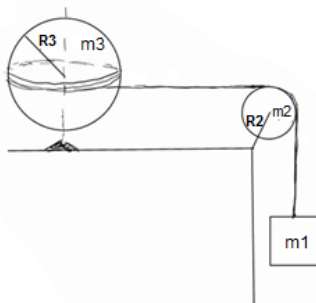
בגלגול ללא החלקה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.



שאלות:

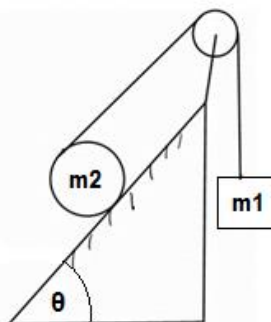
**(1) דוגמה - כדור על מדרון משופע**

- כדור בעל רדיוס R מונח בגובה H על מדרון משופע בעל זווית α . הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה.
- א. מצאו את מהירות הכדור בתחתית המדרון.
- ב. מצאו את תאוצת הכדור.

**(2) גלובוס**

- גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן.
- מלפפים חוט סביב מרכז הגלובוס (סביב קו המשווה) והחוט ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לא אידיאלית למסה תלויה m_1 .

- נתונים גם: m_2 ו- R_2 מסה ורדיוס הגלגלת, m_3 ו- R_3 מסה ורדיוס הגלובוס.
- המערכת מתחילה ממנוחה.
- מצא את תאוצת כל הגופים, קווית וזוויתית ואת המתיחות בחוט.

**(3) יויו במישור מחובר למסה**

- יויו (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה m_2 ורדיוס R מונח על מישור משופע בעל זווית θ .
- החוט של היויו מחובר דרך גלגלת אידיאלית למסה m_1 .
- נתון כי היויו מתגלגל ללא החלקה על המישור וכי קיים חיכוך בין היויו למישור.
- א. מצא לאן תנוע המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.
- ב. מצא את תאוצות הגופים וגודל כוח החיכוך.

(4) מוט אופקי נופל

מוט בעל מסה M (צפיפות אחידה) ואורך L תלוי בקצהו לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה.

משחררים את המוט ממצב אופקי.



א. מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכז

המסה של המוט ברגע השחרור.

כעת המוט נופל עד להגיעו למצב מאונך לקרקע.

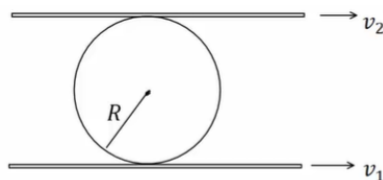
ב. מצא את הכוח שמפעיל הציר שמחבר את המוט

לקיר על המוט, ברגע השחרור.

ג. מצא את המהירות הזוויתית של המוט ברגע זה

(כשהוא מאונך לקרקע).

ד. חזור על סעיפים א' ו-ב' עבור רגע זה.

(5) משטח מלמעלה ומשטח מלמטה

כדור בעל רדיוס R לחוץ בין שני משטחים נעים.

המשטח מתחת לכדור נע במהירות v_1 והמשטח

מעליו נע במהירות v_2 .

א. מהי מהירות מרכז המסה של הכדור אם

ידוע שהוא מתגלגל ללא החלקה ביחס לשני המשטחים?

ב. חזור על סעיף א' אם המשטח העליון נע בכיוון ההפוך.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } mgH = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v_{c.m.}}{R}\right)^2 \quad \text{ב. } a = \frac{5}{7}g \sin \theta$$

(2) ראה סרטון.

(3) ראה סרטון.

$$(4) \quad \text{א. } a_{c.m.} = \frac{3}{4}g = a_y, a_x = a_r = 0, \alpha = \frac{3}{2}\frac{g}{L} \quad \text{ב. } \sum F_y = ma_{y_{c.m.}}, \sum F_x = ma_{x_{c.m.}}$$

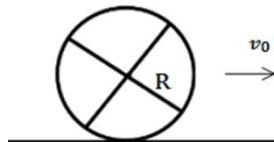
$$\text{ג. } mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\text{ד. } \sum F_y = ma_{y_{c.m.}}, \sum F_x = ma_{x_{c.m.}}, a_\theta = 0 = a_{x_{c.m.}}, a_y = a_r = -\omega^2\frac{L}{2}, \alpha = 0$$

$$(5) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{ב. } v_{c.m.} = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

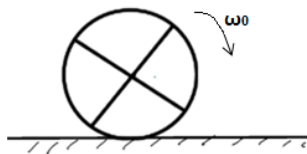
גלגול עם החלקה:

שאלות:



(1) כדור מחליק ללא סיבוב

כדור הומוגני בעל מסה M מתחיל תנועתו עם מהירות V_0 ללא סיבוב (מהירות זוויתית). מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי.



(2) כדור מסתובב מונח על רצפה

כדור הומוגני בעל מסה M מוחזק באוויר ומסתובב סביב מרכז המסה שלו במהירות זוויתית ω_0 . הכדור מונח על הרצפה בעודו מסתובב. מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי μ_k .

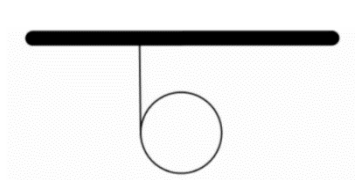
תשובות סופיות:

$$V_{\text{final}} = \frac{5}{7} V_0 \quad (1)$$

$$V_{\text{final}} = \frac{2}{7} \omega_0 R \quad (2)$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

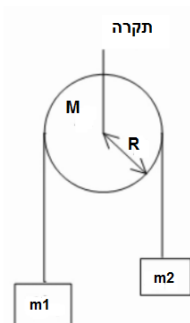


(1) חישוק מתגלגל מחבל

חבל מלופף סביב חישוק בעל רדיוס R ומסה m .
(החבל מחובר לתקרה).

א. מהי תאוצת מרכז המסה של החישוק?

ב. לאחר כמה זמן ירד החישוק גובה של h אם התחיל תנועתו ממנוחה?

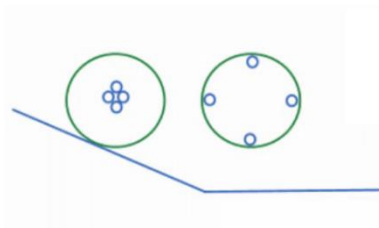


(2) מסות וגלגלת

שתי מסות שונות m_1 , m_2 תלויות משני הצדדים של גלגלת לא אידיאלית המקובעת במרכזה.
המסות משוחררות ממנוחה.

מצא את תאוצת המסות אם נתון:

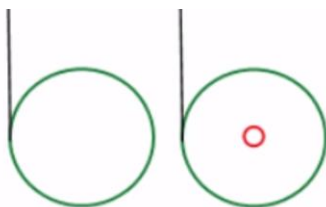
M מסת הגלגלת, R רדיוס הגלגלת וכי החוט אינו מחליק על הגלגלת.



(3) שתי דיסקות שונות במדרון

בגן המדע שבמכון ויצמן יש שתי דיסקות קלות אליהן מודבקות 4 מסות כבדות כמתואר בשרטוט. את הדיסקות מניחים על שני מדרונים ובודקים מי תנוע בהגיעה למישור מהר יותר.

הסבר כיצד ניתן לחשב מהירות זו על פי נתוני המערכת.



(4) שני חישוקים מתגלגלים מחבל

חישוק בעל מסה m ורדיוס R תלוי מחבל המלופף סביבו.

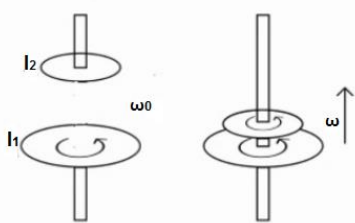
א. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h ?

מה תהיה תאוצתו? כמה זמן תארך הנפילה?

חישוק אחר חסר מסה בעל רדיוס R מכיל מסה נקודתית במרכזו בעלת מסה m .

ב. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h ?

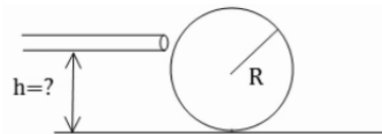
ג. מה תהיה מהירותו אם החבל יהיה ללא חיכוך?

(5) מצמד

בכלי עבודה רבים קיים מנגנון הקרוי מצמד (קלאץ'). תפקיד המצמד הוא להעביר את הכוח המניע אל החלק המונע בצורה הדרגתית (למשל להעביר את כוח המנוע ברכב אל הגלגלים מבלי לגרום לתנועה פתאומית בגלגלים). המצמד מופעל ע"י הצמדת דסקה מסתובבת אל דסקה נייחת והעברת אנרגיה מזו לזו בעזרת כוח החיכוך. לפניך מצמד הבנוי משתי דסקות בעלות מומנט התמד שונה. הדסקה התחתונה מסתובבת במהירות התחלתית נתונה. בשלב מסוים הדסקה העליונה מונחת על הדסקה התחתונה ובעזרת כוח המשיכה וכוח החיכוך מתחילה לנוע בעצמה עד ששתי הדיסקות ינועו ביחד.

א. מצא את המהירות הסופית של הדיסקות.

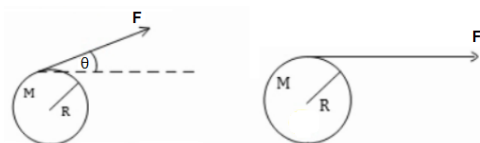
ב. כמה אנרגיה אבדה בתהליך זה?

(6) מכה בכדור ללא החלקה

כדור סנוקר ברדיוס R נמצא במנוח על שולחן ללא חיכוך (חיכוך נמוך מאוד). מצא באיזה גובה מעל תחתית הכדור יש לתת מכה אופקית עם המקל כך שהכדור יתגלגל ללא החלקה.

$$I_{c.m} = \frac{2}{5} mR^2$$

הדרכה: ערוך תרשים כוחות ונתח את הבעיה בשלב המכה עצמה.

(7) חוט מושך דיסקה ללא החלקה - תרגיל פשוט

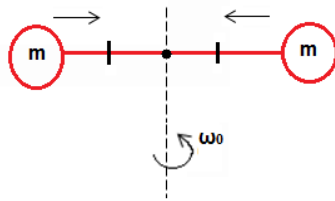
חוט מלופף מסביב לגליל המונח על מישור שאינו חלק. רדיוס הגליל הוא R ומסתו M . כוח F נתון מושך את הגליל.

מצא את תאוצת הגליל במקרים הבאים אם ידוע שהגליל מתגלגל ללא החלקה:

א. הכוח פועל בכיוון אופקי.

ב. הכוח פועל בזווית θ ביחס לאופק וידוע שהגליל אינו מתרומם.

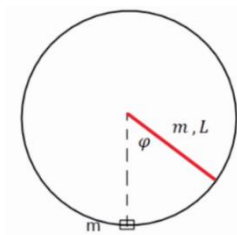
ג. מה כיוון החיכוך בכל מקרה?

**(8) מחליקה על קרח סוגרת ידיים**

- מחליקה על הקרח מסתובבת במהירות w_0 . המחליקה בעלת מסה זניחה אך היא מחזיקה מסה m בכל יד. הידיים פרוסות לצדדים ואורך כל יד l . לפתע המחליקה סוגרת את ידיה לחצי מאורכן המקורי. א. מה תהיה מהירות הסיבוב החדשה? ב. כמה אנרגיה הושקעה בתהליך?

**(9) גלגול עם החלקה**

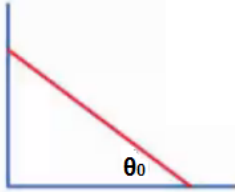
- אל עבר דסקה בעלת מסה M ורדיוס R נורה קליע בעל מסה m במהירות v . הדסקה מונחת על מישור בעל מקדם חיכוך נתון. מצא כמה זמן תימשך ההחלקה.

**(10) מוט משוחרר בזווית פוגע במסה**

- מוט המחובר לציר משוחרר ממנוחה מזווית נתונה. כשהמוט מגיע לנקודה הנמוכה ביותר הוא פוגע במסה ודוחף אותה במהירות לא ידועה לעבר מסילה מעגלית. נתון כי הקצה התחתון של המוט נע מיד לאחר ההתנגשות במהירות משיקית u . א. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט לאחר הפגיעה? ב. מהי מהירות המסה מיד לאחר הפגיעה? ג. מהו הכוח אותו מפעילה המסילה על המסה מיד לאחר ההתנגשות?

(11) צמד לוליינים בטרפז

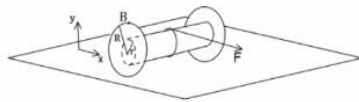
- בקרס ישנו מכשיר הקרוי טרפז. על הטרפז נתלה לולייני המחזיק בידיו לולייני אחר. נתון כי צמד הלוליינים התחילו את תנועתם ממנוחה במצב מאוזן וניתקו ידיהם במצב מאונך. הניחו כי אורך כל לולייני l ומסתו m . לאחר הניתוק הלולייני המנותק סוגר את גופו לחצי מאורכו. א. מהי המהירות הזוויתית ברגע הניתוק? ב. מהי המהירות הזוויתית של הלולייני המנותק מיד לאחר הניתוק ולפני שסגר את גופו? ג. מהי המהירות הזוויתית לאחר שסגר את גופו?

(12) מוט מתגלש - מציאת מהירות

מוט בעל מסה m ואורך l מונח על רצפה וקיר חלקים בזווית נתונה θ_0 . מיד לאחר שהניחו את המוט, המוט מתחיל להחליק עד הפגיעה ברצפה. אין חיכוך בין המוט לקיר או לרצפה. מצאו את מהירות מרכז המסה של המוט בזמן פגיעתו ברצפה.

(13) יויו מתגלגל (חוט מלמעלה)

יויו מורכב מגליל ברדיוס r ומסה m . משתי צידי הגליל מחוברות דסקות ברדיוס $R > r$ ומסה M כל אחת. סביב הגליל ובמרכזו מלופף חוט. היויו מונח על משטח לא חלק ומושכים את החוט בכוח F קבוע בכיוון ציר ה- x .



נתון כי היויו מתחיל את תנועתו ממנוחה וכי הוא מתגלגל ללא החלקה (היויו זז בציר ה- x). כמו כן כל אות בגוף השאלה נתונה.

א. מהו מומנט ההתמד של היויו?

ב. מהי תאוצת מרכז המסה של היויו?

ג. מהו מיקום היויו כפונקציה של הזמן?

ד. הנקודה B נמצאת על קצה הגלגל ובדיוק מעל מרכזו ב- $t = 0$.

מצא את מיקום הנקודה כתלות בזמן.

**(14) עיפרון נופל***

עיפרון באורך L ניצב אנכית על משטח.

ברגע מסוים הוא מתחיל ליפול ימינה.

כאשר הזווית בינו לבין האנך למשטח מגיעה ל- θ_1 העיפרון מתחיל להחליק.

א. עבור זוויות θ שבהן עדיין אין החלקה $\theta < \theta_1$.

i. מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון ω .

ii. מצאו את התאוצה הזוויתית של העיפרון α .

iii. מצאו את התאוצה הקווית של מרכז המסה של העיפרון.

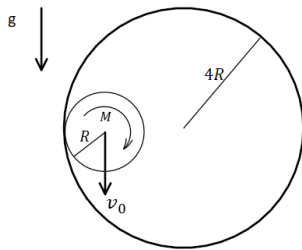
iv. מצאו את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך.

v. מצאו את הכוח הנורמלי.

ב. מצאו את מקדם החיכוך הסטטי μ_s .



15 גליל בתוך גליל*

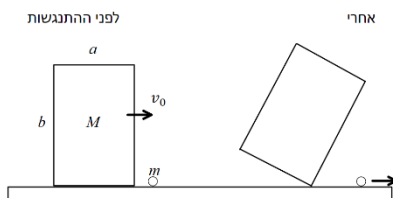


גליל מלא ברדיוס R ומסה M המפולגת אחידה מתגלגל ללא החלקה בתוך גליל גדול ודק שרדיוסו $4R$. הגליל הגדול מקובע במקומו.

א. נתון שמהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בגובה מרכז הגליל הגדול ובדרכו מטה היא v_0 . מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך הפועל על הגליל בנקודה זו? ומהו התנאי על v_0 כך שיתאפשר גלגול ללא החלקה אם מקדם החיכוך μ_s נתון?

ב. מהי מהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בתחתית הגליל הגדול?
ג. כאשר הגליל הקטן נמצא בתחתית הגדול, פוגע בו קליע נקודתי, גם הוא בעל מסה M הנע ישר כלפי מטה. הקליע נדבק לשפת הגליל בדיוק מעל מרכזו ונע עמו (זמן ההתנגשות קצר מאוד וניתן להזניח את השפעת החיכוך עם הגליל הגדול בהתנגשות).
שים לב שלאחר הפגיעה הגלגול כבר לא חייב להיות ללא החלקה. מצא את מהירות מרכז הגליל (לא מרכז המסה) לאחר הפגיעה.

16 תיבה מתנגשת באבן*



תיבה דו מימדית בגודל $a \times b$ ומסה M נעה על משטח אופקי חלק במהירות v_0 .

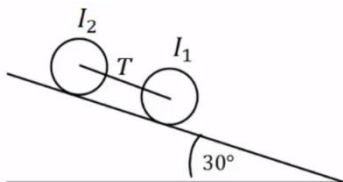
ברגע מסוים התיבה מתנגשת התנגשות אלסטית באבן עם מסה m הנמצאת במנוחה על המשטח. כתוצאה מההתנגשות התיבה ממשיכה בתנועה ימינה אך גם מתחילה להסתובב.

ניתן להניח שהפינה הימנית תחתונה של התיבה כל הזמן נוגעת בקרקע.

א. מה התנאי על v_0 כך שהתיבה לא תתהפך?

ב. מה קורה לתנאי של סעיף א' אם $a \ll b$?

17 שני גלילים מחוברים בחוט על מדורן משופע*



שני גלילים בעלי מסה $m = 3\text{kg}$ ורדיוס $R = 20\text{cm}$

כל אחד, מחוברים בחוט אידיאלי ומתגלגלים יחד ללא החלקה במורד מדורן. זווית המדרון היא 30° . התפלגות המסה של הגלילים אינה אחידה ומומנטי

ההתמד שלהם סביב מרכז המסה נתונים: $I_1 = 50\text{kg} \cdot \text{cm}^2$, $I_2 = 90\text{kg} \cdot \text{cm}^2$.

מהי המתיחות בחוט המחבר בין הגלילים?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad a = \frac{g}{2} \quad \text{א.} \quad t = \sqrt{\frac{4h}{g}} \quad \text{ב.}$$

$$(2) \quad a = \frac{(m_1 - m_2)g}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2}$$

(3) ראה סרטון.

$$(4) \quad \text{א.} \quad t = \frac{1}{2} \left(\frac{g}{2} \right) t^2, \quad a = \frac{g}{2}, \quad mgh = mv^2, \quad \text{ב.} \quad mgh = \frac{1}{2}mv'^2 \quad \text{ג.} \quad \text{נפילה חופשית.}$$

$$(5) \quad \omega_1 = \omega_0 \frac{I_1}{I_1 + I_2} \quad \text{א.} \quad \Delta E = \frac{1}{2}I_1\omega_0^2 - \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_1^2 \quad \text{ב.}$$

$$(6) \quad h = \frac{2}{5}R$$

$$(7) \quad a = \frac{4}{3} \frac{F}{m} \quad \text{א.} \quad a = \frac{4}{3} \frac{F}{m} \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{3}F(1 + \cos \varphi), \quad \frac{1}{3}F \quad \text{ג.}$$

$$(8) \quad \omega_1 = \omega_0 \cdot 4 \quad \text{א.} \quad \Delta E = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 - \frac{1}{2}I_0\omega_0^2 \quad \text{ב.}$$

(9) ראה סרטון.

(10) ראה סרטון.

$$(11) \quad \sqrt{\frac{g}{6l}} \quad \text{א.} \quad \sqrt{\frac{8g}{3l}} \quad \text{ב.} \quad \text{אין שינוי.} \quad \text{ג.}$$

$$(12) \quad \sqrt{\frac{3}{4}gl \sin \theta_0}$$

$$\text{ב.} \quad F + \frac{Fr - I \frac{a}{R}}{R} = (m + 2M)(a)$$

$$(13) \quad \text{א.} \quad I = 2 \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2$$

$$\text{ג.} \quad x_{(t)} = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ד.} \quad B_x = \frac{1}{2}at^2 + R \sin \left(\frac{1}{2}at^2 \right), \quad B_y = R \cos \left(\frac{1}{2}at^2 \right)$$

$$(14) \quad \text{א.} \quad \omega = \sqrt{3 \frac{g}{L}(1 - \cos \theta)} \quad \text{i.} \quad \alpha = \frac{3g}{2L} \sin \theta \quad \text{ii.} \quad \ddot{a} = -\omega^2 r \hat{r} + \alpha r \hat{\theta} \quad \text{iii.}$$

$$\text{iv.} \quad \sum F_x = m(-a_r \sin \theta + a_\theta \cos \theta) \quad \text{v.} \quad \sum F_y = m(-a_r \cos \theta - a_\theta \sin \theta)$$

$$\text{ב.} \quad f_{s \max}(\theta_1) = \mu_s N(\theta_1)$$

$$(15) \quad \text{א.} \quad f_s = \frac{mg}{3}, \quad v_0 \geq \sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}} \quad \text{ב.} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 4gR} \quad \text{ג.} \quad v_0 = \frac{1}{2}v_1$$

$$v_0 = \frac{\left[\left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \frac{I}{M} \right) \left(1 + \frac{m}{M} \right) + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right] \sqrt{g(2R-b)}}{b \sqrt{\left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 + \frac{I}{M} \right)}} \quad \text{א. (16)}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} \quad I = \frac{M}{12} (a^2 + b^2): \text{כאשר}$$

$$v_0 = 0 \quad \text{ב.}$$

$$T \approx 0.22N \quad \text{(17)}$$

פיזיקה למעבדה רפואית (1c)

פרק 17 - תנועה הרמונית

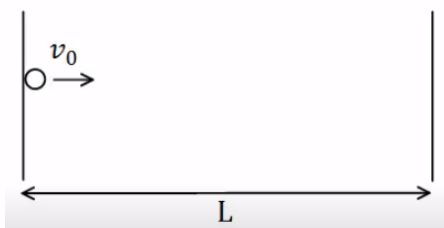
תוכן העניינים

148	1. תנועה מחזורית
149	2. תנועה הרמונית
153	3. קפיץ אנכי
154	4. תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע
155	5. אנרגיה בתנועה הרמונית
156	6. מטוטלת מתמטית
(ללא ספר)	7. סיכום הפרק
157	8. תרגילים נוספים
(ללא ספר)	9. הוכחה לנוסחאות דרך תנועה מעגלית

תנועה מחזורית:

שאלות:

1) כדור נע בין שני קירות



כדור נע בין שני קירות במהירות $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

התנגשות הכדור עם הקירות היא אלסטית.

המרחק בין הקירות הוא $L = 6\text{m}$.

א. חשב את זמן המחזור של התנועה.

ב. דני ראה כי מיקום הגוף

ב- $t = 1\text{sec}$ הוא 2m מהקיר השמאלי.

דני חישב כמה זמן ייקח לכדור לפגוע בקיר הימני ולחזור לאותה הנקודה.

דני סימן את הזמן הזה ב- $\tilde{T}$, חשב מהו $\tilde{T}$.

ג. הסבר מדוע $\tilde{T}$ הוא אינו זמן המחזור של התנועה, והסבר כיצד היה צריך

דני לבצע את החישוב על מנת לקבל את זמן המחזור הנכון.

תשובות סופיות:

1) א. $T = 6\text{sec}$ ב. $\tilde{T} = 4\text{sec}$ ג. ראה סרטון.

תנועה הרמונית:

שאלות:

(1) דוגמה לחישוב המיקום

גוף מחובר לקפיץ אופקי המחובר בצידו השני לקיר. הגוף נע הלך וחזור על שולחן אופקי חסר חיכוך. דפנה מסתכלת על הגוף המתנדנד ומוודדת את המרחק בין שתי הקצוות של התנועה.

א. מהי אמפליטודת התנועה אם המרחק שמדדה דפנה הוא: 0.4m ?
ברגע מסוים, שהגוף מגיע למרחק המקסימאלי מהקיר, מפעילה דפנה סטופר המתחיל למדוד את הזמן מאפס. דפנה סופרת כל פעם שהגוף חוזר לנקודה שבה התחילה למדוד. דפנה ראתה כי לאחר 5 שניות הגוף הגיע בפעם העשירית בדיוק לנקודת ההתחלה.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

ג. מהי התדירות והתדירות הזוויתית של התנועה?

ד. קבע את ראשית הצירים במרכז התנועה של הגוף, ורשום משוואה המתארת את מיקום הגוף ביחס לראשית, כתלות בזמן שמראה הסטופר של דפנה.

(2) מציאת המיקום מהזמן

מסה $m = 3\text{kg}$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מסיטים את

המסה מרחק $d = 0.3\text{m}$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מהם התדירות וזמן המחזור של התנועה?

ב. מהי האמפליטודה של התנועה?

ג. רשום נוסחה המתארת את מיקום המסה כתלות בזמן.

ד. מהו מיקום המסה ב- $t_1 = 0.4\text{sec}$?

(3) מציאת הזמן מהמיקום

מסה $m = 2\text{kg}$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מסיטים את

המסה מרחק $d = 15\text{cm}$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מצא את מיקום המסה כתלות בזמן.

ב. מהו מיקום המסה ב- $t_1 = 0.3\text{sec}$ וב- $t_2 = 1.2\text{sec}$?

ג. מהו הזמן בו המסה מגיעה אל נקודת שיווי המשקל, ומהו הזמן בו היא מגיעה לקצה השני?

ד. מהם הזמנים בהם המסה מגיעה אל $x = 7.5\text{cm}$? מדוע קיימים שניים?

(4) חישוב המהירות

גוף בעל מסה $m = 0.5\text{kg}$ מתנדנד בתנועה הרמונית, כך שמיקומו כתלות בזמן הוא: $x(t) = 0.4 \cos(2t)$, במטרים.

- מהי התדירות הזוויתית והאמפליטודה של התנועה?
- מהי המהירות המקסימאלית של הגוף?
- רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן של הגוף.
- מהי מהירות הגוף ב- $t = 2\text{sec}$, ומהי האנרגיה הקינטית שלו באותו הרגע?

(5) חישובי פאזה

דני רואה גוף מתנדנד בתנועה הרמונית בתדירות זוויתית $\omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

ובמשרעת $A = 0.2\text{m}$.

דני התחיל למדוד את הזמן מהרגע בו הגוף נמצא בקצה השלילי.

- רשום ביטוי למיקום כפונקציה של הזמן שמודד דני.
- צייר גרף של המיקום כתלות בזמן שמודד דני.
- מתי היה צריך דני להתחיל למדוד את הזמן אם הוא רוצה שהפונקציה של המיקום תהפוך להיות פונקציית סינוס?

(6) חישוב הפאזה מתנאי התחלה

גוף בעל מסה $m = 2\text{kg}$ מחובר לקפיץ בעל קבוע $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, ומתנדנד בתנועה

הרמונית על מישור חלק ואופקי.

- מהי התדירות הזוויתית של התנועה?
- מהם הפאזה והאמפליטודה של הגוף, אם ברגע תחילת הזמן הגוף היה

ב- $x(t=0) = 0.2\text{m}$, ובמהירות $v = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון השלילי?

- רשום את נוסחאות המיקום והמהירות כתלות בזמן.
- חזור על סעיף ב' אם המיקום ההתחלתי הוא בנקודת שיווי המשקל.

(7) מסה מתנגשת במסה המחוברת לקפיץ

מסה $m = 3\text{kg}$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 9 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, ונמצאת על שולחן אופקי חלק. המסה נמצאת במנוחה (הקפיץ רפוי).

מסה זהה נוספת נעה במהירות $v = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ כלפי המסה הנייחת ומתנגשת בה

התנגשות פלסטית. הנח כי זמן ההתנגשות קצר מאוד.

לאחר ההתנגשות שתי המסות נעות בתנועה הרמונית.

א. מהי תדירות התנועה?

ב. מה תנאי ההתחלה של התנועה ההרמונית $(x(t=0), v(t=0))$?

ג. מצא את המיקום כתלות בזמן של המסות מהרגע לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

(1) א. $A = 0.2\text{m}$ ב. $T = 0.5\text{sec}$ ג. תדירות: $f = 2 \cdot \frac{1}{\text{sec}}$

תדירות זוויתית: $\omega \approx 12.57 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $x(t) = 0.2 \cos(12.57 \cdot t)$

(2) א. תדירות: $f \approx 0.29 \frac{1}{\text{sec}}$, זמן מחזור: $T \approx 3.44\text{sec}$ ב. $d = 0.3\text{m}$

ג. $x(t) = 0.3 \cos(1.83 \cdot t)$ ד. $x(t_1) \approx 0.22\text{m}$

(3) א. $x(t) = 0.15 \cos(3.87 \cdot t)$ ב. $x(t_1) \approx 0.06$, $x(t_2) = -0.01\text{m}$

ג. שיווי משקל: $t_3 \approx 0.41\text{sec}$, הקצה השני: $t_4 \approx 0.82\text{sec}$

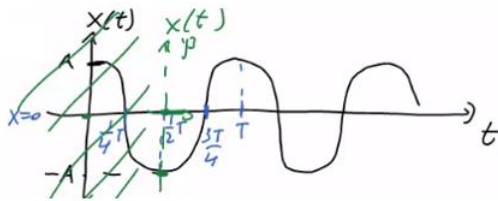
ד. $\tilde{t}_1 \approx 0.27\text{sec}$, $\tilde{t}_2 \approx 1.35\text{sec}$

(4) א. $A = 0.4\text{m}$, $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $|v_{\max}| = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ג. $v(t) = -0.8 \cdot \sin(2 \cdot t) \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $v(t=2) \approx 0.61 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $E_k \approx 0.09\text{J}$

(5) א. $x(t) = 0.2 \cos(3 \cdot t + \pi)$ ב. שרטוט:

ג. $t_0 = 1.57\text{sec}$



(6) א. $\omega = \sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $\varphi \approx 1.52\text{rad}$, $A \approx 3.94\text{m}$

ג. $x(t) = 3.94 \cos(\sqrt{2} \cdot t + 1.52)$, $v(t) = -5.57 \sin(\sqrt{2} \cdot t + 1.52)$

ד. $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $A \approx 4.24\text{m}$

(7) א. $\omega = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $x(t=0) = 0$, $v(t=0) = -6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ג. $x(t) = 4.90 \cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$

קפיץ אנכי:

שאלות:

(1) קפיץ אנכי ותוספת מסה

גוף בעל מסה $m = 1\text{kg}$ תלוי מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל

$$k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} \text{ ואורך רפוי } l_0 = 30\text{cm}.$$

- א. מצא את המרחק של נקודת שיווי המשקל מהתקרה.
- ב. מעמיסים על הקפיץ מסה נוספת $m = 2\text{kg}$ המחוברת למסה הראשונה, מה תהיה נקודת שיווי המשקל החדשה?
- כעת נניח כי מושכים את המסה הכוללת מנקודת שיווי המשקל כלפי מטה מרחק של $d = 8\text{cm}$ ומשחררים אותה ממנוחה.
- ג. מה תדירות התנועה של המסה?
- ד. מצא את המיקום כתלות בזמן אם הכיוון החיובי של הציר האנכי הוא כלפי מטה.
- ה. חזור על סעיף ד', אם הכיוון החיובי של הציר הוא כלפי מעלה.

(2) מסה משוחררת מנקודת רפיון

מסה $m = 30\text{gr}$ תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k = 1.5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

המסה מוחזקת באוויר בנקודה שבה הקפיץ רפוי ומשוחררת ממנוחה.

- א. מצא את נקודת שיווי המשקל.
- ב. מצא את המיקום כתלות בזמן, אם הכיוון החיובי כלפי מטה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 0.5\text{m} \quad \text{ב. } 0.9\text{m} \quad \text{ג. } \omega \approx 4.08 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ד. } y(t) = 0.08 \cos(4.08 \cdot t)$$

$$\text{ה. } y(t) = 0.08 \cos(4.08 \cdot t + \pi)$$

$$(2) \quad \text{א. } y_0 = \frac{mg}{k} \quad \text{ב. } y(t) = 0.2 \cos(7.07 \cdot t + \pi)$$

תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע:

שאלות:

(1) תוספת של כוח קבוע

גוף בעל מסה $m = 0.2\text{kg}$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הגוף נמצא במנוחה בנקודה שבה הקפיץ רפוי.

ב- $t = 0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח קבוע בכיוון

החיובי $F = 0.1\text{N}$.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל החדשה.

ב. מהי תדירות התנועה?

ג. מהם תנאי ההתחלה של הבעיה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן.

(2) כוח מפסיק בפתאומיות

גוף מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הגוף נצפה מתנדנד בתנועה הרמונית באמפליטודה $A = 0.3\text{m}$.

ידוע שעל הגוף פועל כוח קבוע $F = 2\text{N}$ בכיוון החיובי.

א. מצא היכן תהיה נקודת שיווי המשקל,

במידה והכוח יפסיק לפעול בפתאומיות.

ב. מצא מה תהיה אמפליטודת התנועה במידה

והכוח יפסיק לפעול, ברגע שהגוף נמצא בקצה החיובי של התנועה.

ג. חזור על סעיף ב' עבור הקצה השלילי.

ד. חזור על סעיף ב' אם הכוח הפסיק כאשר הגוף במרכז התנועה,

ומהירותו ברגע זה היא $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 0.025\text{m} \quad \text{ב. } \omega = 4.47 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ג. } x(t=0) = -x_0, v(t=0) = 0$$

$$\text{ד. } x(t) = 0.025(4.47 \cdot t + \pi)$$

$$(2) \quad \text{א. } x_0 = -0.4\text{m} \quad \text{ב. } \tilde{A} = 0.7\text{m} \quad \text{ג. } \tilde{A} = 0.1$$

אנרגיה בתנועה הרמונית:

שאלות:

1) חישובי אנרגיה

מסה $m = 2\text{kg}$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

מושכים את המסה מרחק $d = 0.2\text{m}$ מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים אותה ממנוחה.

- רשום את מיקום המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.
- רשום את מהירות המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.
- חשב את מיקום ומהירות המסה ברגעים $t = 0, 1, 2\text{sec}$.
- חשב את האנרגיה הקינטית, האנרגיה הפוטנציאלית והאנרגיה הכללית של המסה, בכל אחד מן הרגעים. הראה כי האנרגיה הכללית נשמרת.

תשובות סופיות:

$$1) \quad \text{א. } x(t) = 0.2 \cos(5 \cdot t) \quad \text{ב. } v(t) = 1 \cdot \sin(5 \cdot t)$$

$$\text{ג. } x(t=1) \approx 0.057\text{m}, v(t=1) \approx 0.960 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$x(t=2) \approx -0.168\text{m}, v(t=2) \approx 0.544 \frac{\text{m}}{\text{sec}}; x(t=0) \approx 0.2\text{m}, v(t=0) \approx 0$$

$$\text{ד. } t=0: E_k = 0, U = 1; t=1: E_k = 0.922\text{J}, U = 0.081\text{J}; t=2: E_k = 0.296\text{J}, U = 0.706\text{J}$$

מטוטלת מתמטית:

שאלות:

(1) חישוב אורך חוט

מצא מה צריך להיות האורך החוט של מטוטלת, על מנת שהזמן שייקח למסה לעבור מקצה אחד לקצה השני יהיה חצי שנייה.

תשובות סופיות:

(1) $l \approx 0.25\text{m}$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) תרגיל 1

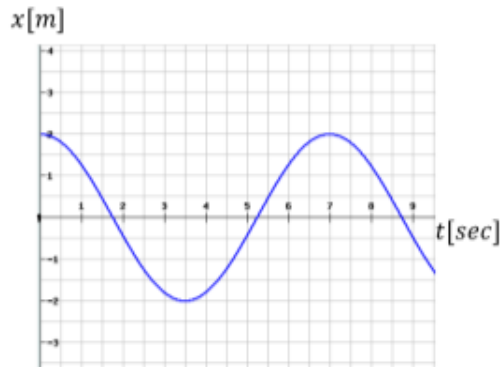
גוף בעל מסה $m = 20\text{gr}$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. הגוף מתנדנד בתנועה הרמונית כך שהמרחק בין הקצוות של התנועה הוא: $d = 10\text{cm}$.

- מהי האפליטודה של התנועה?
- מהי התדירות הזוויתית?
- מהו זמן המחזור?
- רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן, אם הזמן נמדד מהרגע בו הגוף היה בקצה החיובי.
- רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

(2) תרגיל 2

גוף בעל מסה $m = 2\text{kg}$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. מושכים את הגוף מנקודת שיווי המשקל למרחק של $d = 0.2\text{m}$ ומשחררים ממנוחה.

- מהי התדירות הזוויתית?
- מהו זמן המחזור?
- מהי האפליטודה של התנועה?
- מהו מיקום הגוף כתלות בזמן מרגע השחרור?
- רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.
- חזור על כל הסעיפים עבור המקרה בו ברגע השחרור הגוף מקבל דחיפה קטנה המקנה לו מהירות התחלתית $v_0 = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

**תרגיל 3 (3)**

הגרף הבא מתאר את מיקומו כתלות בזמן של גוף הנע בתנועה הרמונית פשוטה.

- מהי אמפליטודת התנועה?
- מהו זמן המחזור?
- מהי התדירות הזוויתית?
- מהי הפאזה?
- רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן.

תרגיל 4 (4)

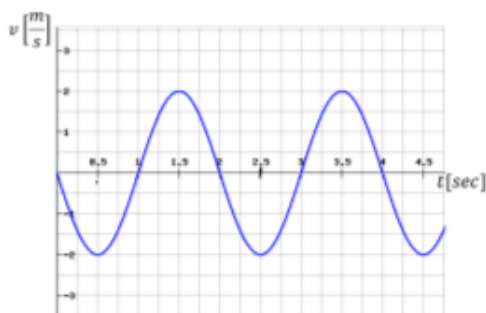
גוף בעל מסה $m = 1\text{kg}$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

הגוף משוחרר ממנוחה במרחק $d = 0.3\text{m}$ מנקודת שיווי המשקל.

- רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.
- מצא את מיקום הגוף ב- $t = 3\text{sec}$.
- מהי מהירות הגוף ב- $t = 3\text{sec}$.
- מהי תאוצת הגוף ב- $t = 3\text{sec}$.

תרגיל 5 (5)

מהירותו של גוף המתנדנד בתנועה הרמונית נתונה לפי הגרף הבא:



א. מתי מגיע הגוף לנקודת שיווי המשקל

בפעם הראשונה?

ב. האם תאוצת הגוף ב- $t = 1\text{sec}$

מקסימאלית?

ג. האם ב- $t = 1.5\text{sec}$ האנרגיה

קינטית מרבית?

ד. מהו הכוח ב- $t = 2.5\text{sec}$?

ה. כמה מחזורי תנועה עשה הגוף

ב-4 השניות הראשונות של התנועה?

תרגיל 6 (6)

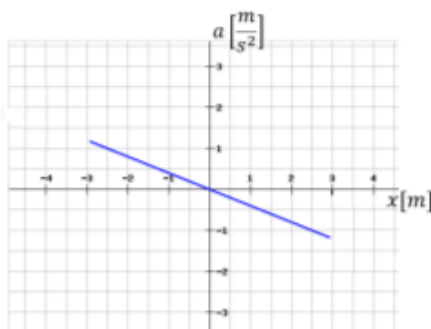
בגרף הבא נתונה התאוצה של גוף כתלות

במיקום של הגוף. מסת הגוף היא $m = 20\text{g}$.

א. האם התנועה היא תנועה הרמונית? נמק.

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהי אמפליטודת התנועה?



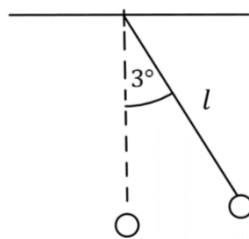
7 תרגיל (7)

גוף בעל מסה $m = 2\text{kg}$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 40 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

ב- $t = 0$ מיקום ומהירות הגוף הם: $x = 20\text{cm}$, $v = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

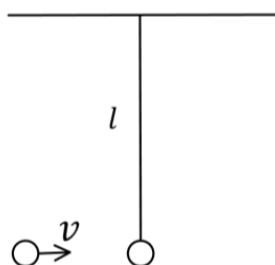
- רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.
- מתי מיקומו של הגוף הוא 5cm משמאל לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?
- מתי מהירות הגוף היא $0.1 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בכיוון החיובי?
- מהי התאוצה המקסימאלית של הגוף?

8 תרגיל (8)

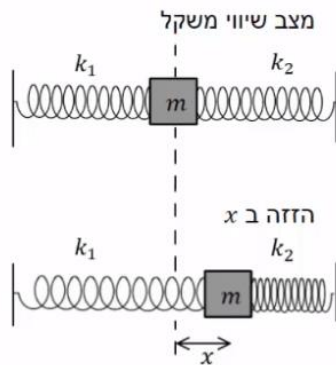


- מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l = 1\text{m}$, ומסה $m = 100\text{gr}$ בקצה, משוחררת ממנוחה מזווית של 3° .
- מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה?
 - כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לנקודת שיווי המשקל?
 - מהי מהירות המסה בנקודת שיווי המשקל?
 - בנקודת שיווי המשקל מונחת מסה נוספת $m = 25\text{gr}$, הנמצאת במנוחה. מסת המטוטלת מתנגשת במסה הנוספת התנגשות פלסטית.
 - מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?
 - מהי התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות?
 - מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת לאחר ההתנגשות?

9 תרגיל (9)



- מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l = 0.5\text{m}$, ומסה $m = 50\text{gr}$ בקצה, תלויה במנוחה.
- מסה $m = 25\text{gr}$ נעה אופקית במהירות $v = 0.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומתנגשת במסת המטוטלת התנגשות פלסטית.
- מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות, בהנחה שהתנודות קטנות.
 - כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לשיא הגובה?
 - מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?
 - מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת?



10) מסה עם קפיצים משני הצדדים

לשני צדדיה של מסה m מחוברים שני קפיצים

שקבועי הכוח שלהם הם: k_1 ו- k_2 .

הגוף נמצא על משטח חלק. מזיזים את הגוף ימינה

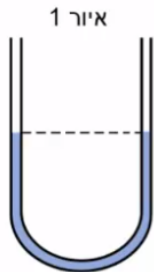
מרחק x .

א. הראה כי כאשר מרפים ממנו הוא ינוע בתנועה

הרמונית פשוטה שקבועה הוא: $k_1 + k_2$.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

11) צינור בצורת U



בתוך צינור גלילי בצורת האות U מצוי נוזל בשיווי משקל (איור 1).

אורך החלק המלא בנוזל הוא L ושטח החתך לאורך כל הצינור

הוא A . צפיפות הנוזל (מסה ליחידת נפח) היא ρ .

נושפים בזרוע השמאלית של הצינור כך שפני הנוזל יורדים

בשיעור d , ומרפים (איור 2).

א. תאר במילים את תנועת הנוזל בהנחה שלא פועלים עליו

כוחות חיכוך.

ב. הראה כי כאשר פני הנוזל נמצאים במרחק x ממצב שיווי

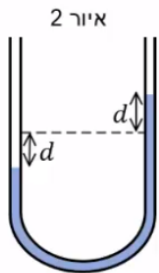
המשקל פועל על הנוזל כוח מחזיר: $F = -2\rho Agx$.

(הדרכה: חשב את מסת הנוזל העודפת בצד הגבוה ומשם

את כוח הכובד שהיא מפעילה על שאר הנוזל).

ג. בהנחה כי $x \ll L$ הראה כי זמן המחזור של התנועה

$$\text{הוא: } T = \pi \sqrt{\frac{2L}{g}}$$



12) מסה נופלת על קפיץ אנכי

קפיץ אנכי מחובר לקרקע מצידו האחד וללוח אופקי

בצידו השני.

קבוע הקפיץ הוא: $400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. מסה של $m = 2\text{ kg}$

משוחררת ממנוחה מגובה של מטר אחד מעל הלוח,

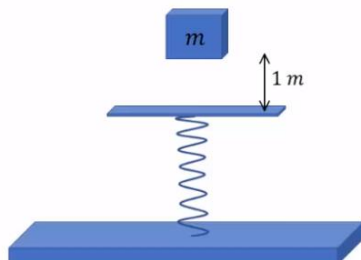
המסה נופלת נפילה חופשית ונדבקת ללוח.

מסת הלוח והקפיץ ניתנות להזנחה.

א. מהי ההתכווצות המרבית של הקפיץ?

ב. מהי תדירות תנודות המשקולת?

ג. מהי משרעת התנודות?



תשובות סופיות:

- (1) א. $A = 0.05\text{m}$ ב. $\omega \approx 14.14 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ג. $T \approx 0.444\text{sec}$
 ד. $x(t) = 0.05 \cdot \cos(14.14 \cdot t)$ ה. $v(t) = -0.707 \cdot \sin(14.14 \cdot t)$
- (2) א. $\omega = 1.41 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $T \approx 4.44\text{sec}$ ג. $A = 0.2\text{m}$
 ד. $x(t) = 0.2 \cdot \cos(1.41 \cdot t)$ ה. $v(t) = -0.282 \cdot \sin(1.41 \cdot t)$
 ו. $x(t) = 0.212 \cdot \cos(1.41 \cdot t + 0.341)$, $T = 4.44\text{sec}$, $A = 0.212\text{m}$, $\omega = 1.41 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$
 ז. $v(t) = -0.299 \sin(1.41 \cdot t + 0.341)$
- (3) א. $A = 2\text{m}$ ב. $T = 7\text{sec}$ ג. $\omega \approx 0.898 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $\varphi = 0$
 ה. $v(t) = -1.80 \cdot \sin(0.898 \cdot t + 0)$
- (4) א. $x(t) = 0.3 \cos(\sqrt{3} \cdot t)$ ב. $x(t=3) \approx 0.14\text{m}$
 ג. $v(t=3) \approx -0.46 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $a(t=3) = -0.42 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$
- (5) א. $t = 0.5\text{sec}$ ב. כן. ג. כן. ד. 0
 ה. 2
- (6) א. כן. ב. $k = 0.008 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ג. $A \approx 3\text{m}$
- (7) א. $x(t) = 0.22 \cos(\sqrt{20} \cdot t - 0.42)$ ב. $t_1 = 0.5\text{sec}$ ג. $t_1 \approx 0.07\text{sec}$
- ד. $a_{\max} = 4.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$
- (8) א. $\omega = \sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $t \approx 0.5\text{sec}$ ג. $v_{\max} = 0.165$ ד. $u = 0.131 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
 ה. $\omega = \sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו. $\theta \approx 2.35^\circ$
- (9) א. $\omega = \sqrt{20} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $t \approx 0.35\text{sec}$ ג. $u = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $\theta = 5.12^\circ$
- (10) א. הוכחה. ב. $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{m}}{k_1 + k_2}}$
- (11) א. ראה סרטון. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (12) א. $\Delta x_{\max} = 0.37\text{m}$ ב. $f = 2.25 \frac{1}{\text{sec}}$ ג. $A \approx 0.32\text{m}$