# פיזיקה למדעי החיים (1c)

# תוכן העניינים

1. הקדמה מתמטית לקורס ..... 1
2. מבוא ..... 7
3. קינמטיקה - תנועה בקו ישר ..... 15
4. וקטורים ..... 38
5. נפילה חופשית וזריקה אנכית ..... 57
6. קינמטיקה - תנועה במישור ..... 65
7. תנועה יחסית ..... 72
8. תרגילים לחזרה עד לחלק זה ..... 80
9. דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון) ..... 82
10. עבודה ואנרגיה ..... 116
11. תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל ..... 133
12. תנועה מעגלית ..... 140
13. מתקף ותנע ..... 152
14. מרכז מסה ..... 166
15. מומנט התמד ..... 179
16. מומנט כוח ..... 189
17. תנע זוויתי ..... 199
18. גוף קשיח ..... 207
19. תנועה הרמונית ..... 225

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

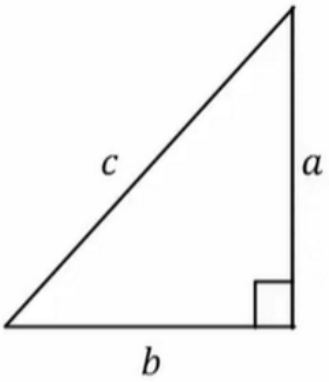
### תוכן העניינים

1. 0.פונקציות טריגונומטריות ..... 1
2. 1.משוואת הקו הישר ..... 5
3. 2.הפרבולה ..... 6

# פונקציות טריגונומטריות:

## רקע

**במשולש ישר זווית:**




$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

**משפט פיתגורס:**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**זהויות:**

| | |
|---|---|
| $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$<br>$\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$<br>$\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$<br>$\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$ | $90^\circ-\alpha$ |
| $\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$<br>$\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$<br>$\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$<br>$\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$ | $90^\circ+\alpha$ |
| $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$<br>$\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$<br>$\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$<br>$\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$ | $180^\circ-\alpha$ |
| $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$<br>$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$<br>$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$<br>$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$ | $-\alpha$ |
| $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$<br>$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ | $2\alpha$ |
| $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$<br>$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$ | $\alpha\pm\beta$ |

**ערכים ששווה לזכור:**

| הזווית \הפונקציה | $0^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

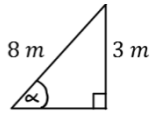
| $\tan\alpha$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | לא מוגדר |
|---|---|---|---|---|---|

## שאלות:

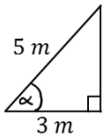
**1) חישוב אלפא**

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

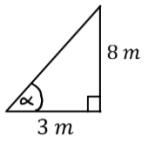
א.




ב.



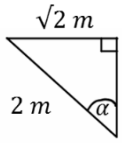

ג.



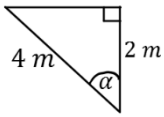

**2) משולשים שמסורטטים אחרת**

חשב את הזווית אלפה במקרים הבאים:

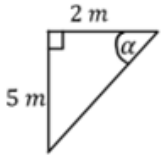
א.



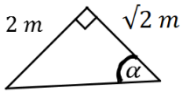

ב.




ג.



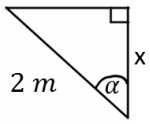

ד.




**3) מציאת ניצבים**

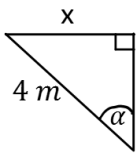
חשב את $x$ במקרים הבאים:

א.



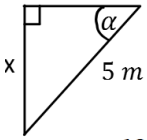

$\alpha = 30^0$

ב.



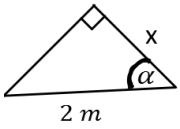

$\alpha = 45^0$

ג.




$\alpha = 60^0$

ד.




$\alpha = 40^0$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

**2)** א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

**3)** א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

# משוואת הקו הישר:

## רקע:

### משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

$m$ - שיפוע

$n$ - נקודת חיתוך עם ציר ה- $y$.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$ כאשר $\alpha$ היא הזווית של הישר עם ציר ה- $x$.

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-.

### מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

## שאלות:

**1) משוואת הישר משתי נקודות**

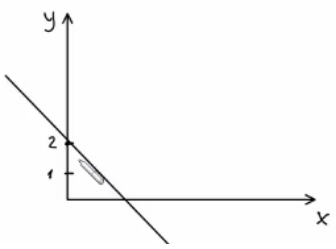
א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(-1,3),(4,-2)$.

ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $y = -x + 2$

ב.



# הפרבולה:

## רקע:

**משוואת הפרבולה:**

$$y = ax^2 + bx + c$$

**נוסחת השורשים:**

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## שאלות:

**1)** נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

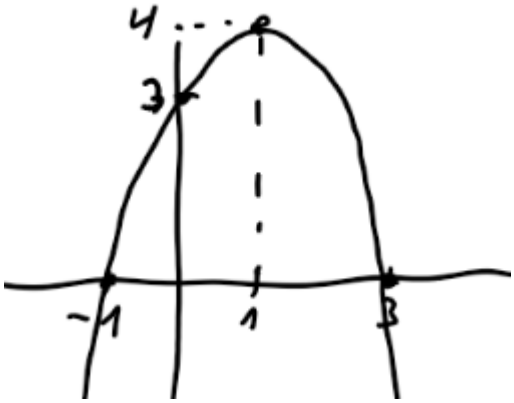
א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.

ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

## תשובות סופיות:

**1)** א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(3,0)$ $(-1,0)$, נקודת הקודקוד: $(1,4)$.

ב. עצובה.



# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 2 - מבוא

### תוכן העניינים


1. מעברים בין יחידות ..... 7
2. יחידות פיזיקאליות ..... 9
3. צפיפות ..... 10
4. צורת כתיבה ורמת דיוק ..... (ללא ספר)
5. הערכת סדרי גודל ..... 12
6. תרגילים ..... 13

# מעברים בין יחידות:

## נוסחאות:

קילו ($k$) זה 1000 : $1km=1000m\ ;\ \ 1kg=1000gr$

מילי ($m$) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: מילימטר $1mm=\frac{1}{1000}m$ , ומיליגרם $1mg=\frac{1}{1000}gr$

ליטר: $1liter=1000cm^3$

קוב: 1קוב $=1000liter=1000m^3$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה $1lightyear=9.4608\cdot10^{15}m$

## שאלות:

**1) דוגמה 1 - מעברים של יחידות לא בסיסיות**

נתון: $A=2km\ ,\ B=10gr$.

מצא את $C=A\cdot B$ ביחידות של m.k.s.

**2) דוגמה 2 - מעברים של יחידות לא בסיסיות**

נתון: $A=2m^2\ ,\ B=3gr\ ,\ C=5cm\cdot s$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D=2\cdot A$

ב. $E=\frac{5\cdot B\cdot C}{A}$

**3) מעבר יחידות בחזקות**

מצא את הגדלים הבאים, ביחידות של ס"מ:

א. $A=1m^2$

ב. $B=1m^3$

**4) סנטימטר בשלישית**

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של $c.m^3$.

א. $5\cdot 2m^3$

ב. $320mm^3$

ג. $0.0054km^3$

**5) ליטר - דוגמה**

הבע את הגדלים הבאים ב-liter.

א. $5m^3$

ב. $5mm^3$

## תשובות סופיות:

**1)** $20m\cdot kg$

**2)** א. $4m^2$ ב. $37.5\cdot 10^{-5}\frac{sec\cdot kg}{m}$

**3)** א. $10^4 cm^2$ ב. $10^6 cm^3$

**4)** א. $5.2\cdot 10^6 cm^3$ ב. $0.32cm^3$ ג. $5.4\cdot 10^{12} cm^3$

**5)** א. $5\cdot 10^3 liter$ ב. $5\cdot 10^{-6} liter$

# יחידות פיזיקאליות:

## רקע

חוקי חזקות:

$$(ab)^c = a^c b^c$$
$$a^b a^c = a^{b+c}$$
$$(a^b)^c = a^{bc}$$
$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

## שאלות:

**1) תרגיל**

נתון: $D = 2\frac{kg}{m}$ , $C = 1\frac{kg}{sec}$ , $B = 3m^2$ , $A = 2m \cdot sec$.

בדוק האם הפעולות הבאות חוקיות. במידה והן חוקיות, חשב את התוצאה שלהן:

א. $\frac{A}{B} + CA$

ב. $\frac{AC}{B} + D$

ג. $\frac{C}{D}A + B$

## תשובות סופיות:

**1)** א. פעולה לא חוקית. ב. $2.66\frac{kg}{m}$ ג. $4m^2$

# צפיפות:

## רקע

צפיפות נפחית : $\rho = \frac{M}{V}$

צפיפות משטחית : $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית : $\lambda = \frac{M}{l}$

$V, S, l$ הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

## שאלות:

**1) דיסקה עם חור**

א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M.

ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r.
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\frac{M}{\pi R^2}$ ב. $M\left(\frac{r}{R}\right)^2$

# הערכת סדרי גודל:

## שאלות:

**1) נשימות**

הערך את מספר הנשימות של אדם בחייו.

## תשובות סופיות:

**1)** $N = 10^9$

# תרגילים:

## שאלות:

**1) מסע של האור**

האור זז במהירות של כ- $v = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

א. חשב את המרחק שעובר האור בשנתיים.

ב. כמה זמן ייקח לאור לעבור בין שתי גלקסיות שהמרחק ביניהם הוא: $2 \cdot 10^{19} m$?

**2) צפיפות אטום המימן**

חשב פי כמה גדולה צפיפות הפרוטון מצפיפות אטום המימן המורכב מפרוטון ואלקטרון בלבד. מסת הפרוטון: $1.67 \cdot 10^{-27} kg$, מסת האלקטרון: $9.11 \cdot 10^{-31} kg$, קוטר הפרוטון: $3 \cdot 10^{-15} m$, קוטר אטום המימן: $10^{-10} m$.

**3) שלג על הירח**

הנח שעל הירח יורד שלג, השלג יורד בקצב שבו כל חצי שניה פוגע פתית שלג בפני הירח. הערך תוך כמה זמן יכוסה הירח כולו בשכבת שלג בגובה 2 מטר (הנח שהשלג לא נמס). רדיוס הירח: $1.74 \cdot 10^6 m$, רדיוס פתית שלג הוא: $2c.m$.

**4) אטומים בגרגיר חול**

רדיוס אטום הוא בערך: $10^{-7} c.m$. רדיוסו של גרגיר חול הוא: $10^{-2} c.m$.
הערך כמה אטומים יש בגרגיר חול.

הדרכה: השתמש בנוסחה של נפח כדור: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ עבור נפח האטום ועבור נפח הגרגיר. התעלם מ"רווחים" בין האטומים בתוך גרגיר החול.

**5) כדורי פינגפונג בחדר**

הערך כמה כדורי פינגפונג ניתן לדחוס בחדר ממוצע

## תשובות סופיות:

1) א. $2\cdot10^{16}\,\mathrm{m}$ ב. $t=2000$

2) $3.71\cdot10^{13}$

3) $t=1.14\cdot10^{18}\,\mathrm{sec}$

4) $\mathrm{N}=10^{15}$

5) 750,000

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

### תוכן העניינים


1. העתק ..... 15
2. תנועה במהירות קבועה ..... 17
3. מהירות ממוצעת ..... 22
4. תאוצה ..... 24
5. תרגול ..... 29
6. מהירות רגעית ותאוצה רגעית ..... 35
7. מהירות רגעית ותאוצה רגעית -אינטגרלים ..... 37

# העתק:

## רקע

<u>תנועה בקו ישר</u> - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:
1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

<u>העתק</u>- השינוי במיקום הגוף
סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$
העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

<u>דרך</u> - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

## שאלות:

**1) כדור**
חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$ , ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$ .
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

**2) דני ודנה**
הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$ , והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$ , ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שיבצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

**3) העתק ודרך**
מכונית נוסעת מת"א לחיפה, וחוזרת חזרה לת"א. המרחק בין הערים הוא 100 ק"מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

## תשובות סופיות:

**1)** $-3\text{m}$

**2)** בדרך הלוך: $30\text{m}$, הכיוון חיובי; בדרך חזור: $-30\text{m}$, הכיוון שלילי.

**3)** העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

# תנועה במהירות קבועה:

## רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:
גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח **החיובי** מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

## שאלות:

**1) יוסי מאחר לשיעור**
יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה.
המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים.
מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

**2) מיקומו של גוף**
מיקומו של גוף ב- $t = 2\text{sec}$ הוא $x = 3\text{m}$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2\text{m}$.
מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

**3) תנועה ביחס ל-A**
גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t=2\text{sec}$ ו- $t=8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?
ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

**4) גוף חולף דרך שתי נקודות**

גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t=2\text{sec}$ מיקומו הוא $x=2\text{m}$, וברגע $t=6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששיעורה $x=10\text{m}$.

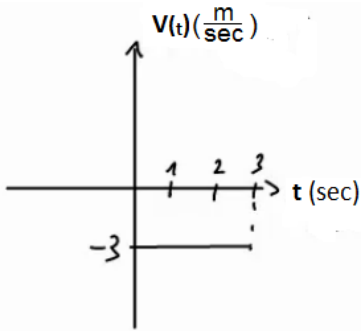
א. מהי מהירות הגוף?
ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t=0$?
ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.
ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?
ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t=0$ עד לרגע שבו $t=10\text{sec}$?

**5) גוף נע שמאלה**

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא: $x=50\text{m}$.
בחר את כיוון ציר ה- $x$ ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.

א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?
ב. היכן נמצא הגוף ב- $t=2\text{sec}$ וב- $t=3\text{sec}$?
ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x=20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x=-10\text{m}$?

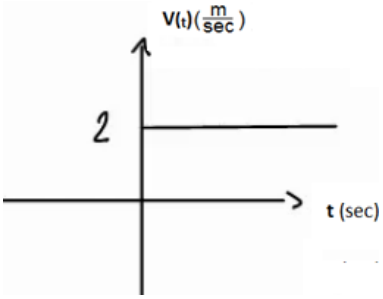
**6) מהירות שלילית**




נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=3\text{sec}$.
ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

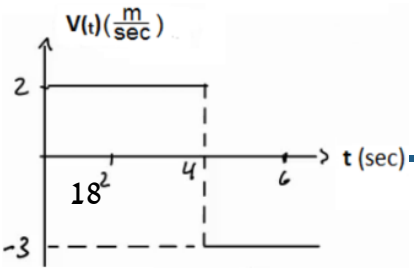
**7) מיקום שלילי**




נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=2\text{sec}$ מיקומו היה $x=-4\text{m}$.
ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

**8) מהירות מתחלפת**




נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=6\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב-$t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

**9) שתי מכוניות זו לקראת זו**

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$,

ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

**10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים**

מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.

א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

**11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת**

אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

## תשובות סופיות:

**1)** $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** $-\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

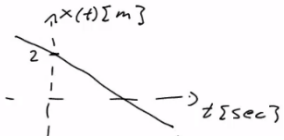
**3)** א. $x(t=8)=40\text{m}$ , $x(t=2)=10\text{m}$ ב. $t=40\,\text{sec}$

**4)** א. $2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x_3=-2\text{m}$ ג. $x(t)=2+2(t-2)$ ד. $t=1\,\text{sec}$ ה. $\Delta x=20\text{m}$

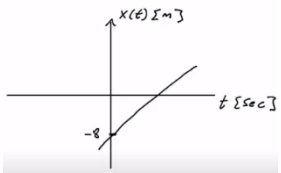
**5)** א. $x(t)=50-6t$ ב. $x(t=2)=38\text{m}\,,x(t=3)=32\text{m}$

ג. $t(x=20)=5\,\text{sec}$ , $t(x=-10)=10\,\text{sec}$

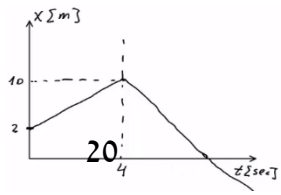
**6)** א. $S=-6\text{m}$ ב. $x(t)=2-3t$ ג.




**7)** א. $x(t)=-8+2t$ ב.




**8)** א. $\Delta x=0$ ב. $x(t)=\begin{cases}2+2t & 0\le t\le 4\\ 22-3t & t\ge 4\end{cases}$ ג.



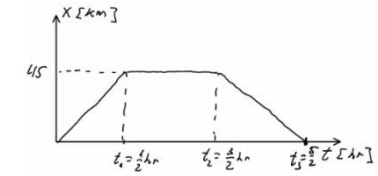
**9)** א. חולפות ב- $t=10\sec$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t=10)=60\text{m}$.

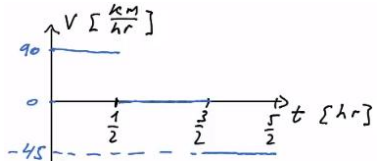
ב. $t_1\approx 7.78\sec$ או $t_2\approx 12.22$.

**10)** א. השיפועים מייצגים מהירות.

ב.
$$x(t)=\begin{cases}90t & 0\le t\le \frac{1}{2}\\ 45 & \frac{1}{2}\le t\le \frac{3}{2}\\ 45-45\left(t-\frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2}\le t\le \frac{5}{2}\end{cases}$$

ג.




**11)** א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x=0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

ב. $x(t)=80t$ ג. $x(t)=340+(-120)\left(t-\frac{1}{2}\right)$ ד. $x=160\text{km}$ ; $t=2\text{hr}$

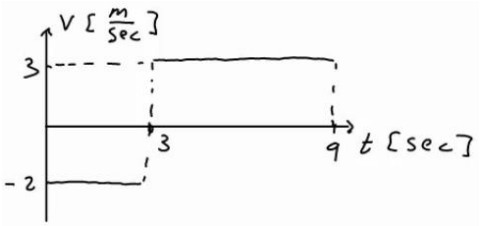
# מהירות ממוצעת:

## שאלות:

**1) דני נוסע מחיפה לטבריה**

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ״ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ״ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה.
מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?

**2) מהירות ממוצעת מתוך גרף**




מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא.
מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

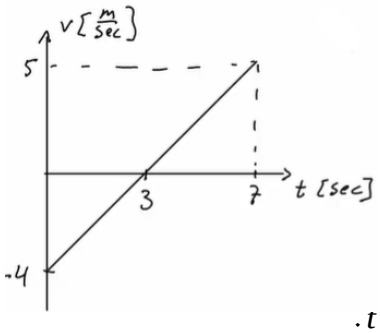
**3) מת״א לב״ש דרך חיפה**

אורי נסע מת״א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק״מ צפונה מת״א ובאר שבע נמצאת 100 ק״מ דרומה מת״א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק״מ לשעה. בדרכו מחיפה לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק״מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת״א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.
באיזו מהירות ממוצעת (velocity) צריכה שילה לנסוע על מנת שתגיע לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?
מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?

**4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי**




מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) ואת ממוצע גודל המהירות (avrage speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) בקטע שבין $t=3\text{sec}$ ל- $t=7\text{sec}$.

## תשובות סופיות:

1) $\bar{V}=56\frac{km}{hr}$

2) $\bar{V}=1.33\frac{m}{sec}$

3) א. $\bar{V}=-50\frac{km}{hr}$ , $\left|\bar{V}\right|=110\frac{km}{hr}$ ב. $\bar{V}=-66.67\frac{km}{hr}$ , $\left|\bar{V}\right|=66.67\frac{km}{hr}$

4) א. $\bar{V}=\frac{4}{7}\frac{m}{sec}$ , $\left|\bar{V}\right|=\frac{16}{7}\frac{m}{sec}$ ב. $2.5\frac{m}{sec}$

# תאוצה:

## שאלות:

**1) מטוס מאיץ בתאוצה קבועה**
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?

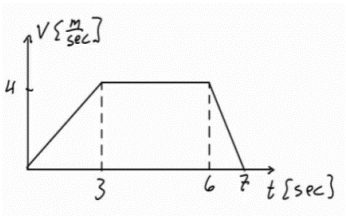
**2) משאית מאיצה**
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ״ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ״ש.
מהי תאוצת המשאית?

**3) אופנוע מאיץ ממנוחה**
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.
ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?
ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?

**4) אופנוע מאיץ אחרי מכונית**
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?

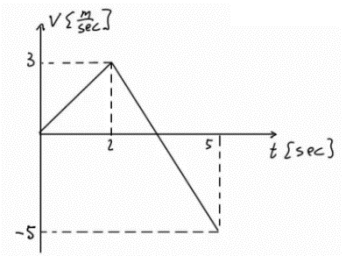
**5) תאוטה**
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוטה:
א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה,למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.
ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.
ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

**6) גרף מהירות**




בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

**7) גרף מהירות שלילית**




בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

**8) דנה רצה בתאוצה קבועה**

דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1 , 2 ו-3 שניות.

ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1 , 2 , 3 ו-4 שניות.

ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

**9) אופנוע משיג מכונית**

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה.
ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.
מתי ישיג האופנוע את המכונית?

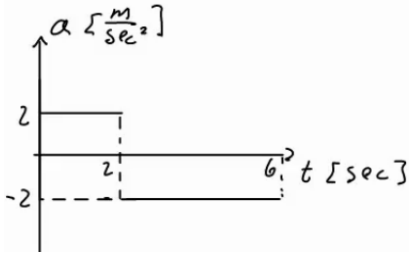
**10) דני ודנה רצים זה לקראת זו**

דני ודנה רצים זה לקראת זו. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

**11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום**




גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים.
תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא נוסחת מהירות–זמן עבור הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום–זמן עבור הגוף.

ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

**12) מסלול המראה של סטנה**

מטוס סטנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ״ש על מנת להמריא.
חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

**13) מרחק בלימה**

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ״ש.
לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ״ש.
מהו ״מרחק הבלימה״ (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ״ש), אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

**14) עומר עוצר לפני רמזור**

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ״ש.
לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.

א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?

ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

## תשובות סופיות:

**1)** $15\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**2)** $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

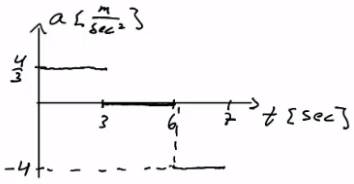
**3)** א. $V(t)=2\cdot t$ ב. $14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t=10\text{sec}$

**4)** $t=23\text{sec}$

**5)** א. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוטה. ב. $2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוטה. ג. $5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוצה.

ד. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; תאוצה. ה. $-3.75\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ; המהירות חיובית - בתאוטה $(V\geq 0)$,
המהירות שלילית - בתאוצה $(V<0)$.

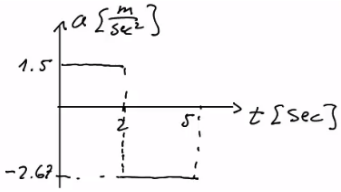
**6)** חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_1=\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:




חלק 2 - כאשר $3\leq t\leq 6$ אז $a_2=0$ - לא מאיץ ולא מאט;
המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_3=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוטה.

**7)** חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 2$ אז $a_1=1.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:

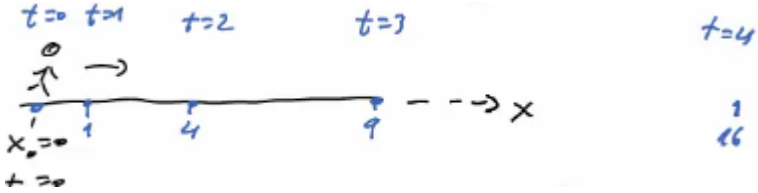



חלק 2 - כאשר $2\leq t\leq 5$ אז $a_2=\frac{-8}{3}\approx -2.67\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$:
כשהמהירות חיובית – בתאוטה $(V\geq 0)$,
וכשהמהירות שלילית – בתאוצה $(V<0)$.

**8)** א. $V(t=1)=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V(t=2)=4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V(t=3)=6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $X(t=1)=1^2\text{m}$ , $X(t=2)=4\text{m}$ , $X(t=3)=9\text{m}$ , $X(t=4)=16\text{m}$

ג.




**9)** $t_1=18.79$

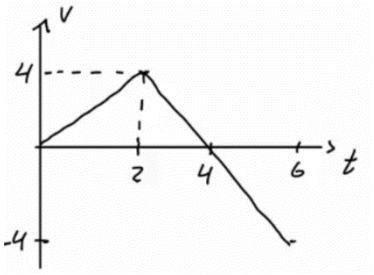
**10)** א. הזמן : $t=8.16\text{sec}$ , המיקום : $16.65\text{m}$.

ב. $V_{Dani}\left(t=8.16\right)=4.08\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V_{Dana}\left(t=8.16\right)=-8.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

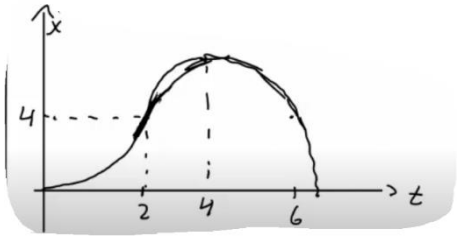
**11)** א. כאשר $0<t<2$ , הנוסחה היא : $V\left(t\right)=2t$ ; כאשר $2<t<6$ , הנוסחה היא : $V\left(t\right)=8-2t$.

ב. כאשר $0<t<2$ ; $X\left(t\right)=t^2$ כאשר $2<t<6$ ; $X\left(t\right)=4+4\left(t-2\right)+\frac{1}{2}\left(-2\right)\left(t-2\right)^2$.

ג. שרטוט עבור מהירות :




שרטוט עבור מקום :




**12)** $\Delta x=173.61\text{m}$

**13)** $\Delta x=61.73\text{m}$

**14)** א. $\bar{v}=25\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

# תרגול:

## שאלות:

**1) מאפס לארבעים בעשר שניות**

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר.
המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

א. מהי תאוצת המכונית?

ב. מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.

ג. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?

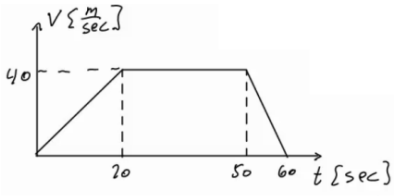
ד. האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?

ה. מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?

ו. מהי מהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

**2) גרף של מהירות אופנוע בזמן**

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.




א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.

ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים $t=15,\ 40,\ 55$?

ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

**3) דני שכח את הפלאפון**

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

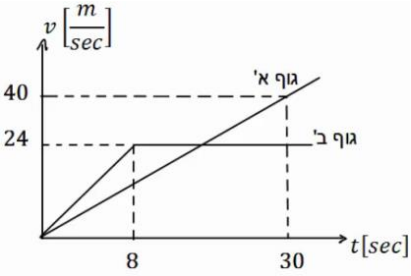
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

**4) גרף מהירויות של שני גופים**

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן.
הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

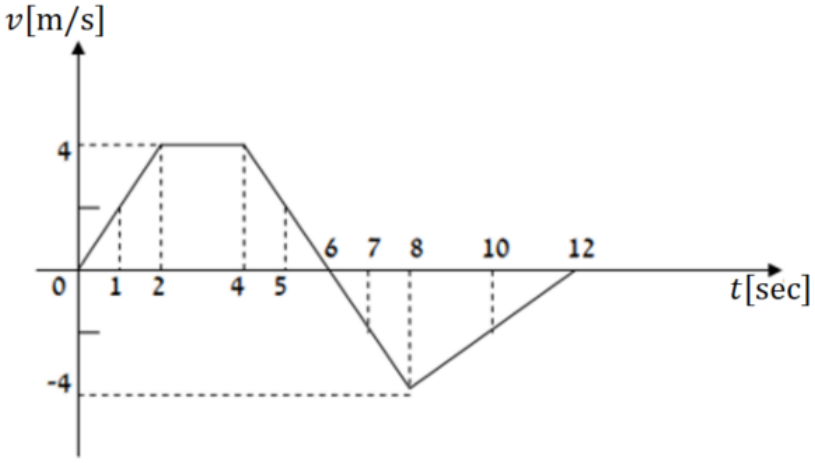



א. תאר את תנועתו של כל גוף.
ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
ג. מצא את המרחק בין הגופים
ברגעים: $t=3\sec,\ 24\sec$,
וציין מי מקדים את מי.
ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

**5) גרף מהירות זמן בקו ישר**

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

א. האם תאוצתו של הגוף בזמן $t=1\sec$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t=5\sec$ שניות?
ב. האם בזמן $t=10\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t=2\sec$?
ג. האם תאוצת הגוף בזמן $t=5\sec$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t=7\sec$?
ד. האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t=12\sec$?
ה. האם בזמן $t=8\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t=5\sec$?



**6) תרגיל עם הכל**

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.

ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?

ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?

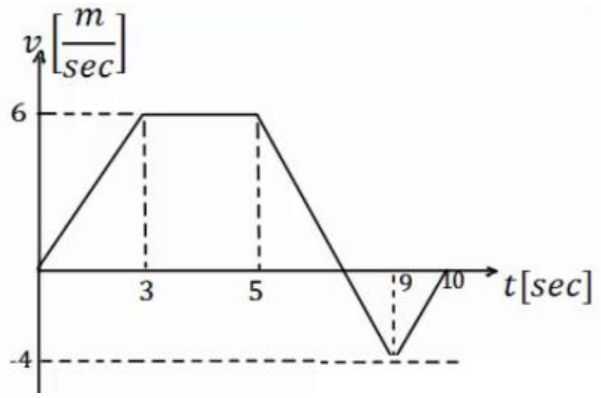
ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?

ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?

ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t=6\text{sec}$ ?

ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?

ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.




**7) שני נתונים בזמנים שונים**

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.
ב- $t=2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב- $t=4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

א. מצא את תאוצת הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.

ג. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$ , ומתי יהיה בראשית?

ד. מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.

ה. מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב- $t=0$ )?

**8) שוטר רודף אחרי מכונית**

שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ"ש.
זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע
ממנוחה בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ"ש.

א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?

ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

**9) זמן מינימלי לסיים מסלול****

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של $0.5g$.
מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

**10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה****

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה בישוב ב'.
זמן הנסיעה הכולל הוא $T$.
כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=200\text{m}$ ג. $20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. קטן.

ה. $t=4\text{sec}$ ו. $V_F\approx 21.91\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

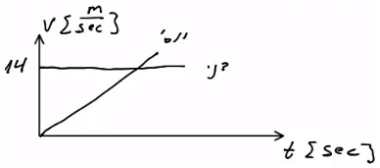
**2)** א. כאשר $0\le t\le 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20\le t\le 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50\le t\le 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

ב. $$a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<20\\ 0 & 20<t<50\\ -4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50<t<60\end{cases}$$

ג. $V(t=15)=30\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=40)=40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=55)=20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

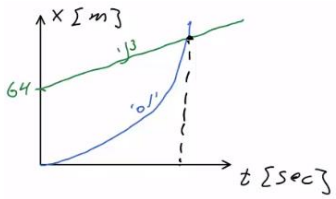
ד. $x(t=15)=225\text{m}$, $x(t=40)=1,200\text{m}$, $x(t=55)=1,750\text{m}$

**3)** א. דני - $V(t)=14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, יוסי - $V(t)=8t$ ; גרף:




ב. $t=1.75\text{sec}$ ; לא.

ג. דני - $x(t)=64+14t$, יוסי - $x(t)=4t^2$. גרף:




ד. ב-$t=6.12$, המרחק: $149.82\text{m}$.

**4)** א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0<t<8$, כמו גוף א'. כאשר $8\le t$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t)=\frac{2}{3}t^2$.
גוף ב': כאשר $0\le t\le 8$, $x(t)=\frac{3}{2}t^2$. כאשר $8\le t\le\infty$, $x(t)=96+24(t-8)$.

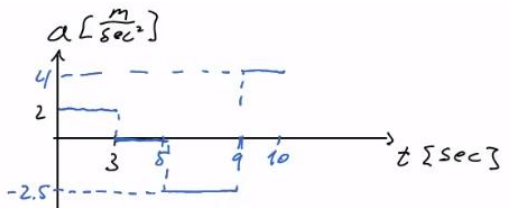
ג. כש-$\Delta x(t=3)=7.5\text{m}$, וכש-$\Delta x(t=24)=96\text{m}$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t=18\text{sec}$ ה. כש-$t=31.42\text{sec}$.

**5)** א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

**6)** א. כאשר $0\le t\le 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3\le t\le 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5\le t\le 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9\le t\le 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.

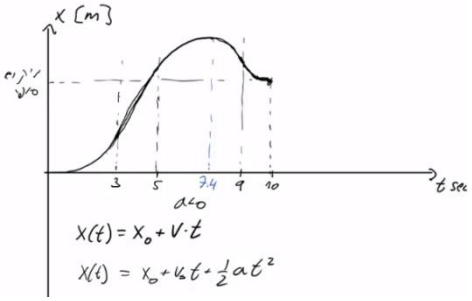
ב. $a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<3\\ 0 & 3<t<5\\ -2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5<t<9\\ 4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9<t<10\end{cases}$ גרף:




ג. בזמן: $7.4\text{sec}$ ; המרחק: $28.2\text{m}$.

ד. $S=33.4\text{m}$ ה. $\Delta x=23\text{m}$ ו. $\bar{V}=2.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ז. $\Delta x=x(t=6)25.75\text{m}$

ח. $t=3.5\text{sec}$ ט.

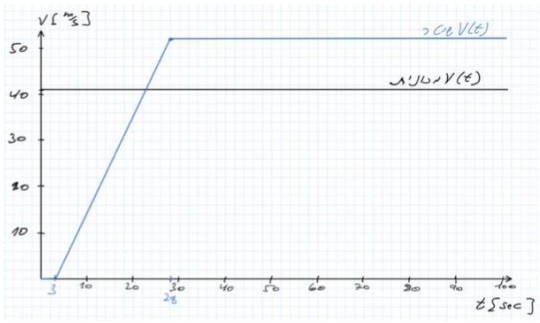



**7)** א. $a=3\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=5+15(t-2)+\frac{1}{2}3(t-2)^2$

ג. $x(t=0)=-19$ ; $x(t=1.65)=0$

ד. $V(t)=15+3(t-2)$ ה. $V(t=0)=9\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**8)** א. $3877\text{m}$ ב.




**9)** $T=58\text{sec}$

**10)** $t_2=\frac{T}{5}$

# מהירות רגעית ותאוצה רגעית:

## רקע

**המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות:**

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$
$$x(t) = \int v(t)dt$$

**התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:**

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$
$$v(t) = \int a(t)dt$$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

**נגזרות של סינוס וקוסינוס:**

$$(\boldsymbol{cosx})' = -\boldsymbol{sinx}$$
$$(\boldsymbol{sinx})' = \boldsymbol{cosx}$$

## שאלות:

**1) מהירות רגעית ותאוצה רגעית**

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי הנוסחה: $x(t) = 3 + t^2 + 2t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מה המהירות הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה?
ומה המהירות הממוצעת בעשר השניות הבאות?

ג. חשב את התאוצה הרגעית. מהי תאוצת הגוף ב- $t = 7\,\text{sec}$?

ד. חשב את התאוצה הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה ובעשר השניות הבאות.

**2) מיקום עם קוסינוס**

גוף נע לאורך קו ישר כאשר מיקומו נתון לפי: $x(t)=A\cos(\omega t)$,

( $A$ ו- $\omega$ קבועים נתונים).

א. חשב את המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ב. שרטט את המיקום, המהירות והתאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן עבור מרווח הזמן: $0\le t\le 2\pi$ ועבור המקרים: $\omega=1$, $\omega=2$ ו- $\omega=0.5$.

ג. מתי התאוצה מקסימלית ומתי היא מתאפסת?

ד. הראה שמתקיים: $a(t)=-\omega^2 x(t)$.

ה. אם מודדים את $t$ בשניות, מה היחידות של $\omega$?

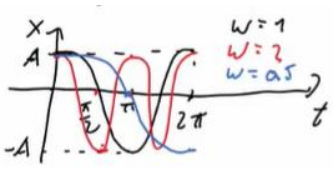
## תשובות סופיות:

**1)** א. $2t+6t^2$ ב. $1,430\frac{m}{sec}$, $210\frac{m}{sec}$ ג. $a(t)=2+12t$, $a(t=7)=86\frac{m}{sec^2}$

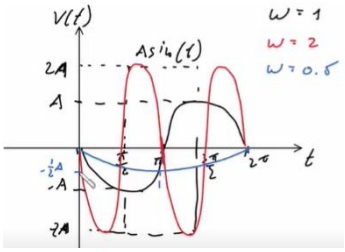
ד. $182\frac{m}{sec^2}$, $62\frac{m}{sec^2}$

**2)** א. $a(t)=-\omega^2 A\cos(\omega t)$, $v(t)=-\omega A\sin(\omega t)$

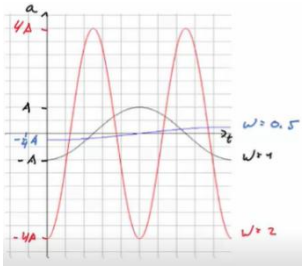
ב. מיקום:




מהירות:




תאוצה:




ג. מקסימלית: $t_{max}=\frac{\pi}{\omega}$, מתאפסת: $t=\frac{3\pi}{2\omega}$ או $t=\frac{\pi}{2\omega}$.

ד. הוכחה. ה. $[\omega]=\frac{1}{sec}$

# מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים:

## שאלות:

**1) מצא מהירות ומיקום**

גוף נע בתאוצה של: $a=4t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל לנוע ממנוחה.

ב. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל את תנועתו מ-$x_0=2$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $v(t)=t^4$ ב. $x(t)=\frac{t^5}{5}+2$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 4 - וקטורים

### תוכן העניינים

1. הגדרות סימונים והצגות ..... 38
2. פעולות בין וקטורים ..... 43
3. מכפלה סקלרית ..... 47
4. וקטור יחידה ..... 50
5. מכפלה וקטורית בדו-מימד ..... 51
6. וקטור בשלושה מימדים ..... 53
7. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים ..... 55
8. תרגילים נוספים ..... 56

# הגדרות סימונים והצגות:

## רקע:

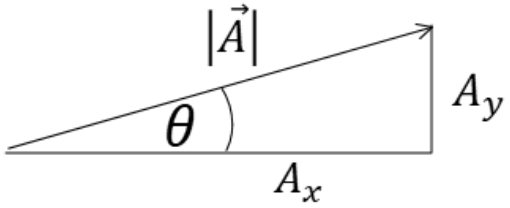
וקטור הוא כלי מתמטי המשמש לתיאור גודל פיזיקלי עם כיוון (לדוגמה מהירות או כוח).

וקטור מתארים באמצעות חץ. גודל החץ מתאר את הגודל של הערך הפיזיקאלי וכיוון החץ את כיוונו.

אין משמעות למיקום של הוקטור (בציור) מה שמגדיר את הוקטור זה רק הכיוון והגודל (ניתן להזיז את החץ בציור כל עוד שומרים על הגודל והכיוון וזה מאוד שימושי בחישובים)

הסימון של וקטור הוא בחץ מעל האות $\vec{A}$ (או לפעמים מסמנים באות מודגשת).

הצגה פולרית: הצגה לפי גודל $|\vec{A}|$ וכיוון (זווית $\theta$ עם ציר ה $x$ החיובי).
הצגה קרטזית (אלגברית): הצגה באמצעות רכיבים.




מעבר מפולרי לקרטזי (פירוק וקטור לרכיבים):

$$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$
$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$$

(ניתן גם להגדיר זווית שאינה עם ציר ה $x$ החיובי ואז $A_x$ יהיה הניצב שליד הזווית ו- $A_y$ הניצב שמול)

מעבר מקרטזי לפולרי (מציאת גודל וזווית)

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

## שאלות:

**1) הצגה פולרית**

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

| שם הוקטור | גודל הוקטור | זווית הוקטור עם ציר ה- $x$ |
|---|---|---|
| $\vec{A}$ | $\left\|\vec{A}\right\|=2$ | $\theta_A=30°$ |
| $\vec{B}$ | $\left\|\vec{B}\right\|=4$ | $\theta_B=30°$ |
| $\vec{C}$ | $\left\|\vec{C}\right\|=2$ | $\theta_C=90°$ |
| $\vec{D}$ | $\left\|\vec{D}\right\|=4$ | $\theta_D=120°$ |
| $\vec{E}$ | $\left\|\vec{E}\right\|=2$ | $\theta_E=300°$ |
| $\vec{F}$ | $\left\|\vec{F}\right\|=2$ | $\theta_F=-60°$ |

**2) הצגה קרטזית**

צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:

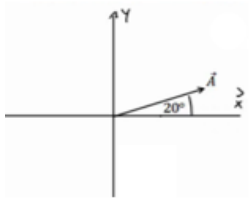
$\vec{A}=(1,2)$ , $\vec{B}=(-2,3)$ , $\vec{C}=(-3,-2)$ , $\vec{D}=(2,-1)$.

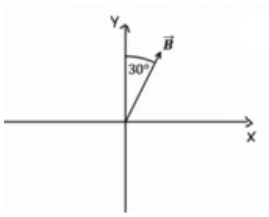
**3) מעבר מפולרי לקרטזי**

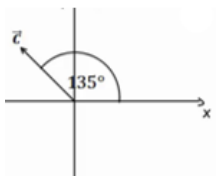
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2.

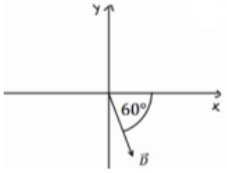
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. ב. ג. ד.



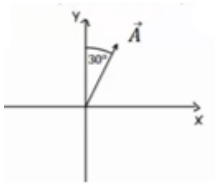



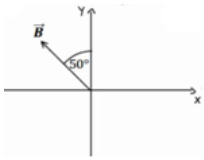



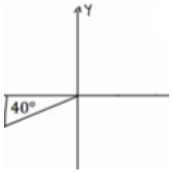
**4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים**

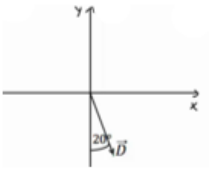
הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.

רשום כל אחד מהוקטורים הצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):

א. 


ב. 

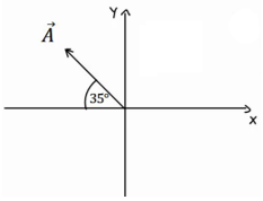

ג. 

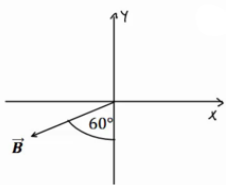

ד. 


**5) פירוק לרכיבים**

באיור הבא, גודלו של הוקטור $\vec{A}$ הוא 4, וגודלו של הוקטור $\vec{B}$ הוא 5.

מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:

א. 


ב. 


פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה-$x$.

**6) מקרטזי לפולרי**

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(2,-1)$

ב. $\vec{B}=(-0.5,-2)$

**7) מקרטזי לפולרי**

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים.

מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים.

את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה-$x$ החיובי.

א. $\vec{A}=(2,3)$

ב. $\vec{B}=(-1,2)$

ג. $\vec{C}=(0,-3)$

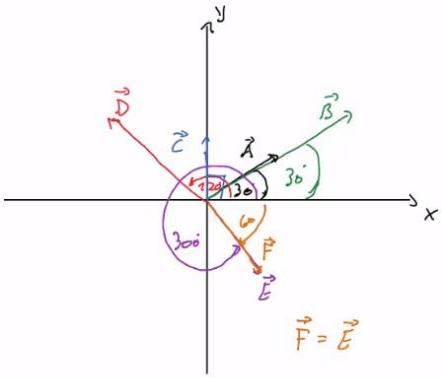
ד. $\vec{D}=(2,-2)$

ה. $|\vec{E}|=3$ , $E_x=2$ הוקטור ברביע הראשון.

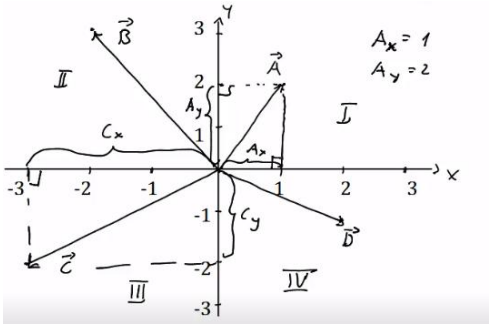
ו. $|\vec{E}|=3$ , $E_y=-1$ הוקטור ברביע השלישי.

## תשובות סופיות:

**1)** ראו שרטוט:




**2)** ראו שרטוט:




**3)** $\vec{A}=(1.88,\ 0.68)$ , $\vec{B}=\left(1,\ \sqrt{3}\right)$ , $\vec{C}=\left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$ , $\vec{D}=\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$

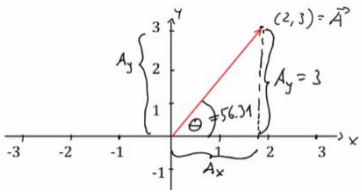
**4)** א. $\vec{A}=\left(\frac{3}{2},\ 2.60\right)$ ב. $\vec{B}=(-2.30,\ 1.93)$ ג. $\vec{C}=(-2.30,\ -1.93)$

ד. $\vec{D}=(-2.30,\ -1.93)$

**5)** א. $\vec{A}=(-3.28,\ 2.29)$ ב. $\vec{B}=(-4.33,\ -2.5)$

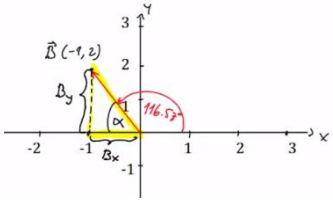
**6)** א. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{5}$ ; $\theta_A=-26.57=333.43°$ ב. $\left|\vec{B}\right|=2.06$ ; $\theta_B=255.96°$

**7)** א. שרטוט:



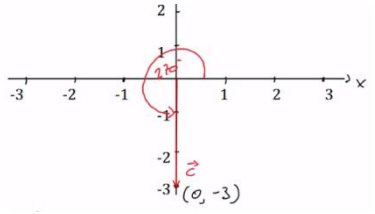

$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{13}$ ; $\theta_A=56.31°$

ב. שרטוט:



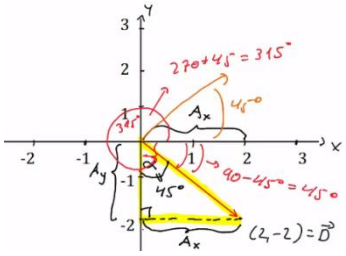

$\left|\vec{B}\right|=\sqrt{5}$ ; $\theta_B=116.57°$

ג. שרטוט:



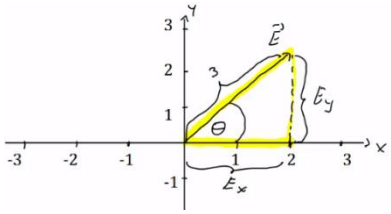

$\theta_C = 270° \ ; \ \left|\vec{C}\right| = 3$

ד. שרטוט:



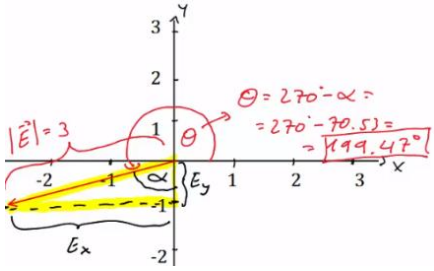

$\theta_D = 315° = -45° \ ; \ \left|\vec{D}\right| = \sqrt{8}$

ה. שרטוט:



$\theta_E = 48.19° \ ;$

ו. שרטוט:

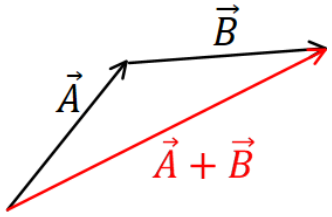



$\theta_E = 199.47° \ ;$

# פעולות בין וקטורים:

## רקע:

חיבור וקטורים:
בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
**-תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.**




בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x, A_y+B_y\right)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

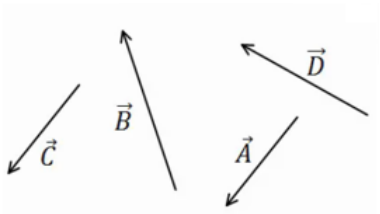
$$\vec{B}=\alpha\vec{A}=\left(\alpha A_x, \alpha A_y\right)$$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

## שאלות:

**1) חיבור וקטורים לפי סימונים**

מצא את: $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}$.




**2) דוגמה 1**

נתונים הוקטורים הבאים:

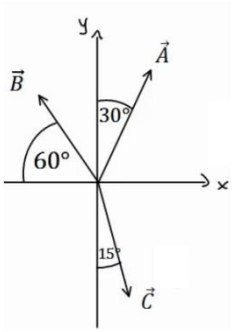
$$\left|\vec{A}\right|=3,\ \theta_A=30°$$
$$\left|\vec{B}\right|=2,\ \theta_B=-30°$$
$$\left|\vec{C}\right|=3,\ \theta_C=180°$$

א. שרטט את הווקטורים על גבי מערכת צירים.

ב. שרטט את גודלן וכיוונו של הווקטור: $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$.

שרטט את הווקטור $\vec{D}$ על אותה מערכת צירים.

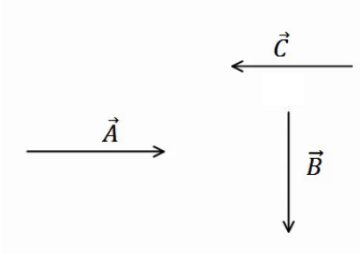
### 3) דוגמה 2




הגודל של הוקטורים באיור הבא הוא: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=5$.

מצא את הוקטור השקול (סכום הוקטורים): $\vec{D}=\vec{C}+\vec{A}+\vec{B}$.

### 4) חיסור לפי סימונים




בציור נתונים הוקטורים: $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$.

מצא את: $\vec{D}=\vec{B}-\vec{C}-\vec{A}$.

### 5) דוגמה 1

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(3,5),\vec{B}=(-1,4),\vec{C}=(0,2)$.

מצא את:

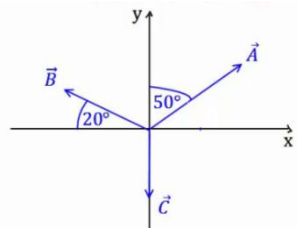
א. $\vec{D}=-2\vec{B}$

ב. $\vec{E}=3\vec{A}-2\vec{C}-\vec{B}$

ג. $\vec{F}=-2\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+3\vec{C}$

### 6) דוגמה 2

גודלם של הווקטורים באיור הבא הם: $\left|\vec{A}\right|=5,\ \left|\vec{B}\right|=4,\ \left|\vec{C}\right|=3$.




א. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{D}=-2\vec{B}$.
שרטט את $\vec{D}$ על מערכת צירים.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{E}=2\vec{A}-3\vec{B}-4\vec{C}$.
שרטט את $\vec{E}$ על מערכת הצירים.

**7) דוגמה 3**

גודלו של הווקטור $\vec{A}$ הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה-$x$ החיובי היא $30°$.

א. שרטט את הוקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$ ללא פירוק של $\vec{A}$ לרכיבים. שרטט את $\vec{B}$ על אותה מערכת.

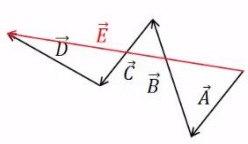
ג. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$.

ד. חשב שוב את $\vec{B}=3\cdot\vec{A}$. הפעם דרך הרכיבים של $\vec{A}$.

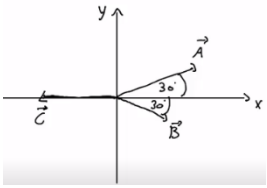
ה. מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{B}$ מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.
הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

## תשובות סופיות:

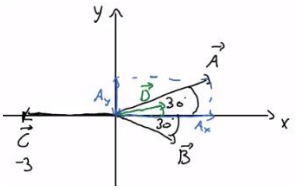
**1)**




**2)** א.

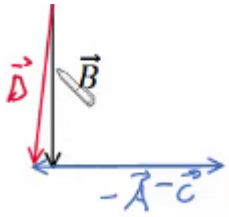



ב. $\left|\vec{D}\right| = 1.42 \;,\theta_D = 20.60°$



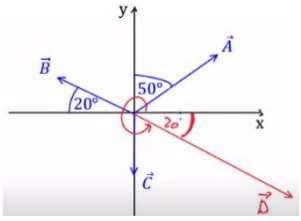

**3)** $\left|\vec{D}\right| = 3.46 \;,\theta_D = 58.84°$

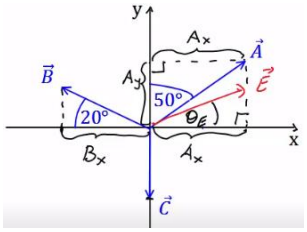
**4)**



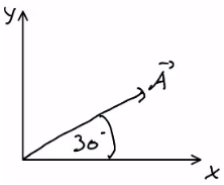

**5)** א. $\vec{D} = (2, -8)$ ב. $\vec{E} = (10, 7)$ ג. $\vec{F} = (-4, -12)$

**6)** א. $\left|\vec{D}\right| = 8 \;,\theta_D = -20°$ ב. $\left|\vec{E}\right| = 23.75 \;,\theta_E = 37.23°$

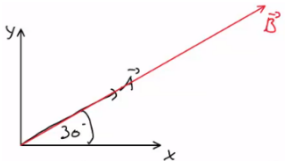



**7)** א.




ב. $\left|\vec{B}\right| = 6 \;,\theta_B = \theta_A = 30°$




ג. $\vec{A} = \left(\sqrt{3}, 1\right)$

ד. $\vec{B} = \left(3\sqrt{3}, 3\right)$

ה. ראה סרטון.

# מכפלה סקלרית:

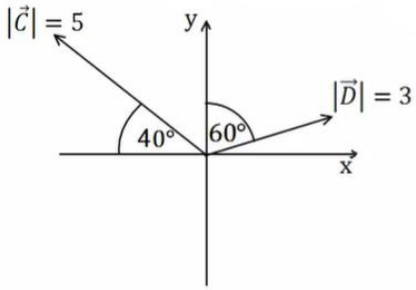
## שאלות:

**1) דוגמה 1**

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A}=(-1,2)\ ,\ \vec{B}=(2,2)$

ב.




**2) דוגמה 2**

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(-2,5)$

ב. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(8,-2)$

ג. $\vec{A}=(-1,-2)\ ,\ \vec{B}=(-2,1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.
חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

**3) דוגמה 3**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)\ ,\ \vec{B}=(2,-4)$.

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

**4) דוגמה 4**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$ , $\vec{B}=(2,-4)$.

א. הראה כי החישוב של $\vec{A}\cdot\vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B}\cdot\vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

**5) דוגמה 5**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(2,1)$ , $\vec{B}=(-3,2)$ , $\vec{C}=(1,-3)$.

חשב את:

א. $\vec{A}\cdot\vec{C}$

ב. $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ג. $\vec{A}\cdot\vec{C}+\vec{B}\cdot\vec{C}$

ד. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ה. $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

ו. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{B}$

ז. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

**6) דוגמה 6**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$ , $\vec{B}=(1,-3)$ , $\vec{C}=(1,5)$.

חשב את:

א. $\dfrac{\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|^2}$

ב. $\dfrac{\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\vec{C}}{\left|\vec{C}\right|^2}$

**7) דוגמה 7**

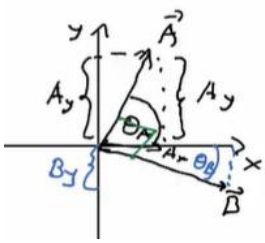
נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$ , $\vec{B}=(1,-3)$ , $\vec{C}=(1,5)$.

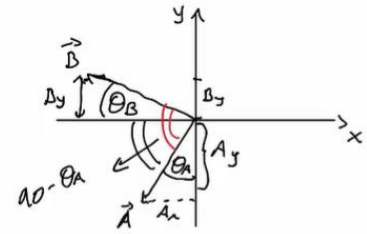
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

## תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. -5.13

2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.
ד. ב. $\theta_A = 75.96°$ , $\theta_B = 14.04°$. ד. ג. $\theta_A = 26.57°$ , $\theta_B = 26.57°$ .




3) א. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$ ב. $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{10}$ , $\tilde{\theta}_A = 161.57°$ , $\left|\vec{B}\right| = \sqrt{20}$ , $\tilde{\theta}_B = -63.43°$
ג. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. -1 ב. -10 ג. -10 ד. (-4,12) ה. (-18,-9)
ו. (12,-8) ז. 36

6) א. (-0.8,2.4) ב. (-0.54,-2.69)

7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43°$ , $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26°$

# וקטור יחידה:

## שאלות:

**1) דוגמה וקטור יחידה**

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(-2,-3)$

ב. $\vec{B}=(3,4)$

## תשובות סופיות:

**1)** א. (-0.55,-0.83) ב. (0.6,0.8)

# מכפלה וקטורית בדו-מימד:

## רקע:

**מכפלה וקטורית (בדו- מימד):**

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

**נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:**

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right||sin\,\alpha|$$

## שאלות:

**1) דוגמה – מכפלה וקטורית**

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-4,1)$ , $\vec{B}=(2,-3)$.

א. חשב את: $\vec{A}\times\vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

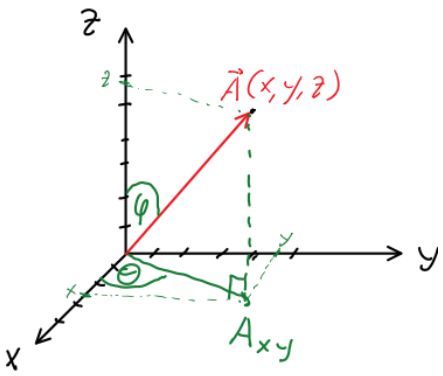
ג. חשב את: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

## תשובות סופיות:

**1)** א. 10 ב. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{17}\ ,\ \theta_A=165.96°\ ,\ \left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}\ ,\ \theta_B=-56.31°$ ג. 10

# וקטור בשלושה מימדים:

## רקע:




$$0 \le \varphi \le 180°$$
$$0 \le \theta \le 360°$$
$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$
$$A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

## שאלות:

**1) חישוב וקטור יחידה**

נתון הוקטור: $\vec{A}$ (2,3,4).

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

**2) כשהסכום מאונך להפרש**

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

**3) מציאת וקטור מאונך**

נתונים 2 וקטורים: $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$ , $\vec{A}(1,4,8)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\sqrt{29}$ ב. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}\right)$

**2)** הוכחה בסרטון

**3)** $\left(-4\frac{10}{\sqrt{17}},\frac{10}{\sqrt{17}},0\right)$

# מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

## שאלות:

**1) מכפלה וקטורית**

נתונים הוקטורים: $\vec{D}(2,0,1)$ , $\vec{C}(-1,2,-2)$ , $\vec{B}(1,-3)$ , $\vec{A}(1,2)$.

א. מצא את: $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A}\times\vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C}\times\vec{D}$.

## תשובות סופיות:

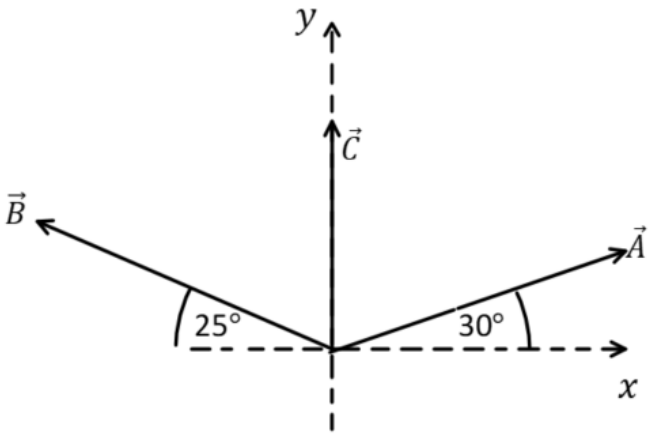
**1)** א. 5- ב. $(-5)\hat{z}$ ג. $\vec{C}\times\vec{D}=2\hat{x}-3\hat{y}-4\hat{z}$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1)** נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A} = 5{,}20° \, , \vec{B} = 2{,}150° \, , \vec{D} = 10{,}220°$.
מצאו את גודל וכיוון הוקטור $\vec{C}$ אם: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{D}$.

**2)** באיור הבא נתונים שלושה וקטורים.
מצאו את גודל הוקטור $\vec{A}$ ואת גודל הוקטור $\vec{B}$,
אם נתון שגודל הוקטור $\vec{C}$ הוא 50 ו- $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.




## תשובות סופיות:

**1)** $\vec{C} = 14{,}221°$.

**2)** $|\vec{A}| \approx 55 \, , \, |\vec{B}| \approx 53$.

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 5 - נפילה חופשית וזריקה אנכית

### תוכן העניינים

1. נפילה חופשית ..... 57
2. זריקה אנכית ..... 58
3. תרגילים ..... 60

# נפילה חופשית:

## שאלות:

**1) כדור ברזל קטן**

כדור ברזל קטן משוחרר ממנוחה ממעלי מגדל מאוד גבוה (הזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את מרחקו מנקודת השחרור לאחר 4 שניות.

ב. מצא את מהירותו באותו הרגע.

**2) תפוח עץ**

תפוח נופל מעץ מגובה של 15 מטרים (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניוטון, היושב מתחת לעץ. הנח שגובה הראש של ניוטון בישיבה הוא 1 מטר.

**3) חסידה מביאה חבילה**

חסידה מפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה האחרונה של תנועתה.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $80\text{m}$ ב. $40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** א. $17.32\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $V_F \approx 16.73$

**3)** א. $\Delta y = 35\text{m}$ ב. $\Delta y = 75\text{m}$

# זריקה אנכית:

## שאלות:

**1) דנה גרה מעל צחי**

דנה גרה בבניין קומות גבוה. חברה צחי גר שלוש קומות מתחתיה.

דנה זורקת מהחלון כדור במהירות של $5\frac{m}{sec}$ כלפי מטה לעבר החלון של צחי.

גובה כל קומה הוא 3 מטרים.

א. מתי יעבור הכדור את חלונו של צחי?

ב. מה תהיה מהירות הכדור באותו הרגע?

ג. מה תהיה מהירות הכדור שתי קומות מתחת לחלונו של צחי?

**2) דני זורק כדור מחלון גבוה**

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשניה.

סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.

א. רשום נוסחאות מקום–זמן ומהירות–זמן עבור הכדור.

ב. הכן טבלה ורשום בה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**3) רועי קופץ לבריכה**

רועי קופץ לבריכה ממקפצה בגובה 10 מטרים.

מהירותו מיד לאחר הניתוק מהמקפצה היא 2 מטר לשניה כלפי מעלה.

א. מתי מגיע רועי לשיא הגובה בקפיצה?

ב. מהו שיא הגובה?

ג. מהי המהירות שבה פוגע רועי במים?

ד. כמה זמן עבר מרגע הקפיצה עד לרגע בו פגע רועי במים?

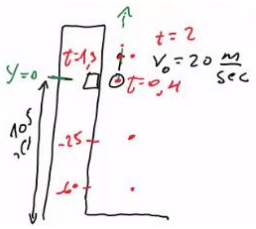
## תשובות סופיות:

**1)** א. $0.93\text{sec}$ ב. $V(t=0.93)=14.3\frac{m}{sec}$ ג. $V(y=15)\approx 18.03\frac{m}{sec}$

**2)** א. מקום-זמן: $y(t)=20t-5t^2$ , מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$

ב.

| זמן (בשניות) | מיקום (במטרים) | מהירות (מטרים לשנייה) |
|---|---|---|
| 1 | 15 | 10 |
| 2 | 20 | 0 |
| 3 | 15 | -10 |
| 4 | 0 | -20 |
| 5 | -25 | -30 |
| 6 | -60 | -40 |

ג. 


ד. $7\text{sec}$

ה. (א) מקום-זמן: $y(t)=105+20t-5t^2$.

מהירות-זמן: $V(t)=20-10t$.

(ד) $7\text{sec}$

**3)** א. $t=0.2\text{sec}$ ב. $0.2\text{m}$ ג. $-14.28\frac{m}{sec}$ ד. $t\approx 1.63\text{sec}$

# תרגילים:

## שאלות:

**1) אבן נזרקת מגג בניין**

מגג בניין שגובהו 120 מטר נזרקת אבן כלפי מעלה, במהירות התחלתית שגודלה 20 מטר לשניה.

א. כעבור כמה זמן תמצא האבן בשיא גובה התנועה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו מגיעה האבן?

ג. מהי מהירות האבן כאשר היא פוגעת בקרקע? (הקפד על הסימן).

**2) חלק ניתק מטיל**

טיל משוגר אנכית כלפי מעלה, ממנוחה, בתאוצה קבועה של 6 מטר לשניה בריבוע. כאשר הטיל בגובה של 300 מטר ניתק ממנו חלק.

א. מהי מהירות הטיל ברגע ניתוק החלק?

ב. מהו שיא הגובה, ביחס לקרקע, אליו מגיע החלק שניתק?

ג. לאחר כמה זמן מרגע השיגור יפגע החלק בקרקע?

ד. מהי מהירות החלק ברגע פגיעתו בקרקע?

**3) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה**

כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשניה.
באותו הרגע, נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.
מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשניה.

א. רשום נוסחת מקום–זמן עבור כל גוף.

ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?

ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?

ד. רשום נוסחת מהירות–זמן לכל גוף.

ה. מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?

ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?

ז. שרטט גרף מהירות–זמן וגרף מיקום–זמן לכל גוף.

**4) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.
מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשניה.
בחר ציר $y$, שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

א. רשום את הפונקציות: מקום–זמן, מהירות–זמן ותאוצה–זמן, של הגוף.

ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5\text{sec}$.

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**5) כדור מלמעלה וכדור מלמטה מתעכב**

כדור נופל מגובה של 70 מטרים בנפילה חופשית.
שלוש שניות לאחר מכן נזרק כדור נוסף מהקרקע במהירות התחלתית $v_0$.

א. רשום נוסחת מקום–זמן לכל גוף כפונקציה של $v_0$.

ב. מה צריך להיות $v_0$ על מנת שהכדורים לא יחלפו זה על פני זה?

ג. רשום נוסחת מקום – זמן לכל גוף, בהנחה שהערך של $v_0$ הוא הערך המקסימלי שמקיים את התנאי של סעיף ב'.

ד. מה תהיה מהירות כל גוף בפגיעה בקרקע?

ה. שרטט גרף מהירות – זמן לשתי האבנים על אותה מערכת צירים.

**6) כדור פורח**

כדור פורח עולה במהירות קבועה של 15 מטרים לשניה כלפי מעלה.
בגובה של 150 מטרים הכדור משחרר שק חול.
מצא כמה זמן ייקח לשק החול להגיע לקרקע.
(רמז: מהירות הכדור לא נתונה ללא סיבה)

**7) אבן אחרי אבן**

אבן משוחררת ממנוחה מגובה של 60 מטרים. שתי שניות לאחר מכן נזרקת אבן נוספת כלפי מטה מאותו הגובה.
באיזו מהירות יש לזרוק את האבן, על מנת ששתי האבנים יגיעו לקרקע באותו הזמן?

**8) אדם משחרר כדור מתוך מעלית****

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן $T_1$ אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית.
הכדור מגיע לקרקע כעבור $T_2$ שניות.
מצאו את גובה המעלית h בזמן $T_1$.
נתונים: $T_1$ ו- $T_2$.

**9) ילד זורק כדור בקפיצה****

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה.
המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לילד שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא $v_1$ ומהירות הזריקה של הכדור $v_2$ ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $2\text{sec}$ ב. $20\text{m}$ ג. $25.8\text{sec}$ ד. $7.29\text{sec}$

**2)** א. $60\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $480\text{m}$ ג. $25.8\text{sec}$ ד. $\approx -98\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

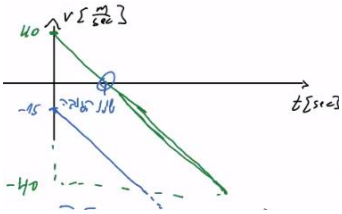
**3)** א. גוף 1: $y_1(t)=80+(-15)t-5t^2$ , גוף 2: $y_2(t)=40t-5t^2$ ב. $80\text{m}$

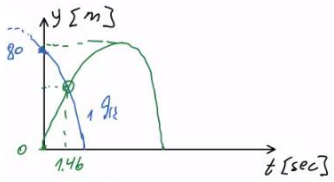
ג. $y_2(t=1.45)\approx 47.74\text{m}$

ד. גוף 1: $v_1(t)=-15-10t$ , גוף 2: $v_2(t)=40-10t$.

ה. גוף 1: $-29.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , גוף 2: $25.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ו. גוף 1: $-42.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , גוף 2: $-40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ז. מיקום-זמן (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק): מהירות-זמן:



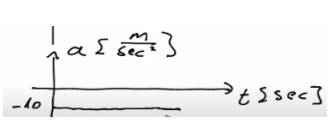

**4)** א. מקום-זמן: $y(t)=40+30t-5t^2$ , מהירות-זמן: $v(t)=30-10t$ ,

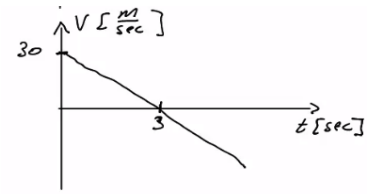
תאוצה-זמן: $a=-10$.

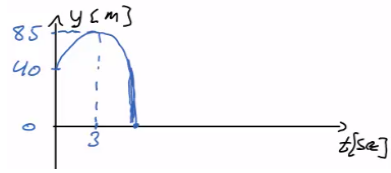
ב.

| זמן (בשניות) | מהירות (מטרים לשנייה) | מקום (במטרים) |
|---|---|---|
| 0 | 30 | 40 |
| 1 | 20 | 65 |
| 2 | 10 | 80 |
| 3 | 0 | 85 |
| 4 | -10 | 80 |
| 5 | -20 | 65 |

ג. מקום-זמן: מהירות-זמן: תאוצה-זמן:



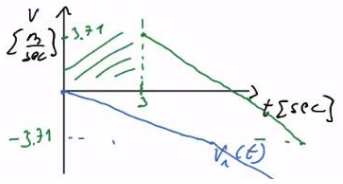




**5)** א. כדור 1: $y_1(t)=70-5t^2$ , כדור 2: $y_2(t)=0+v_0(t-3)-5(t-3)^2$.

ב. $v_0\le 3.71$ ג. כדור 1: $v_1(t)=-10t$ , כדור 2: $v_2(t)=3.71-10(t-3)$.

ד. כדור 1: $v_1(t=3.74)=-37.4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. כדור 2: $v_2(t=3.74)\approx -3.69\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

ה. שרטוט:




6) $t \approx 7.18\text{sec}$.

7) $v_0 \approx 33.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

8) $h = \frac{gT_2^{\,2}}{2\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right)}$.

9) א. המורה צודק, $y = \frac{(v_1+v_2)^2}{2g}$.  ב. ילד: $v_1 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$, כדור: $\frac{(v_1+v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$.

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 6 - קינמטיקה - תנועה במישור

### תוכן העניינים

1. תנועה במישור ..... 65

# תנועה במישור:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה- $x$ כתלות בזמן הוא: $x(t)=2t$,

ומיקומו בציר ה-$y$ כתלות בזמן הוא: $y(t)=3t^2$.

א. שרטט על גבי מערכת צירים דו מימדית את מיקום הגוף ב- $t=0,\ 1,\ 2,\ 3\text{sec}$.

ב. רשום את הערך של וקטור מיקום הגוף בכל אחד מן הרגעים, ושרטט את וקטור המיקום בכל רגע על מערכת הצירים.

ג. רשום נוסחה לוקטור המיקום כתלות בזמן.

**2) דוגמה 2**

גוף נע במישור, כך שמיקומו בציר ה-$x$ כתלות בזמן הוא: $x(t)=4+3t$,

ומיקומו בציר ה-$y$ כתלות בזמן הוא: $y(t)=2t^2$.

א. רשום את וקטור המיקום כתלות בזמן ומצא את מיקום הגוף ב- $t=1,\ 2\text{sec}$.

ב. רשום את ההעתק של הגוף בחמש השניות הראשונות של התנועה.

ג. מצא את ההעתק שביצע הגוף מ- $t=2\text{sec}$ עד $t=4\text{sec}$.

**3) דוגמה 3**

גוף נע במישור, כך שמיקומו כתלות הזמן בציר ה-$x$ הוא: $x(t)=2t-3$,

ומיקומו בציר ה-$y$ כתלות בזמן הוא: $y(t)=t^2$.

א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצא את ההעתק שביצע הגוף בין $t=3\text{sec}$ ל- $t=5\text{sec}$.

ג. מצא את המהירות הממוצעת במרווח הזמן של סעיף ב'.

**4) גוף נזרק אופקית מגובה רב**

גוף נזרק אופקית במהירות של 10 מטר לשניה מגובה רב.
מה יהיו מיקומו, ביחס לנקודת הזריקה, ומהירותו, לאחר 4 שניות?

**5) גוף נזרק אופקית מגג בניין**

גוף נזרק אופקית מגג בניין שגובהו 40 מטר.

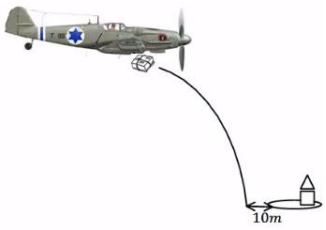
א. מתי יפגע הגוף בקרקע?

ב. היכן יפגע הגוף בקרקע אם מהירות הזריקה היא 15 מטר לשניה?

ג. מהו גודל מהירות הגוף בזמן הפגיעה בקרקע ומהי כיוונה?

**6) חבילת סיוע לכפר**

מטוס טס במהירות קבועה של 200 מטר לשניה בגובה של 3000 מטר.
המטוס רוצה לשחרר חבילת סיוע לכפר הנמצא מתחתיו.




א. מצא את המרחק האופקי מהכפר שבו צריך המטוס לשחרר את החבילה על מנת שתנחת בדיוק 10 מטר לפני הכפר.

ב. מהי הזווית בה רואה המטוס את הכפר באותו רגע?

**7) משוואת מסלול**

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול הבא: $x(t)=\sqrt{3+t^2}$ , $y(t)=\sqrt{7-t^2}$ .

הנח ש- $x$ ו- $y$ תמיד חיוביים.

**8) זריקה משופעת**

גוף נזרק במהירות של 40 מטר לשניה בזווית של 30 מעלות ביחס לציר האופקי.

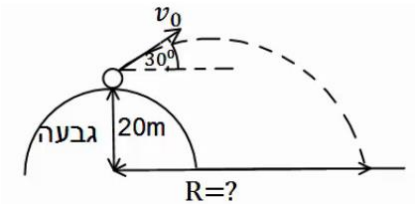
א. מצא את מיקום ומהירות הגוף ב- $t=2\sec$ .

ב. מתי פוגע הגוף בקרקע?

ג. מהו המרחק האופקי בו פוגע הגוף בקרקע?

ד. מהי מהירות הגוף ברגע הפגיעה?

**9) כדור נבעט מגבעה**




כדור נבעט מגבעה בגובה 20 מטר. הכדור נבעט במהירות של 28 מטר לשניה ובזווית של 30 מעלות.

א. מתי יפגע הכדור בקרקע?

ב. מהו המרחק האופקי של הכדור, מנקודת הבעיטה, ברגע הפגיעה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור ברגע הפגיעה?

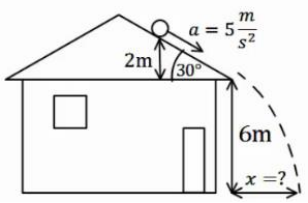
**10) דן יורה חץ על עץ**

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשניה.
מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ, אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות.

**11) דני מחליק במגלשה**

דני מחליק במגלשת מים. סוף המגלשה נמצא בגובה 2 מטרים מעל הבריכה ובזווית של 30 מעלות מתחת לאופק.
בהנחה שדני יוצא מהמגלשה במהירות של 10 מטרים לשניה, מהו המרחק האופקי אותו יעבור עד הפגיעה במים? מהי מהירותו בפגיעה במים?

**12) כדור מתגלגל מגג משופע**




כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג, ששיפועו הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשניה בריבוע.
מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

**13) תנועת כדור עם רוח נגדית**

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשניה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשניה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

א. מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2\text{sec}$.

ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

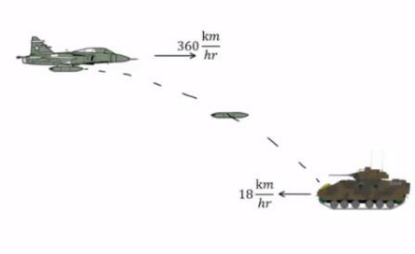
ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

**14) מסירה בפוטבול**

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזוית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשניה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשניה.
השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה.
מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה כזו?

**15) מטוס מטיל פצצה על טנק שנע**



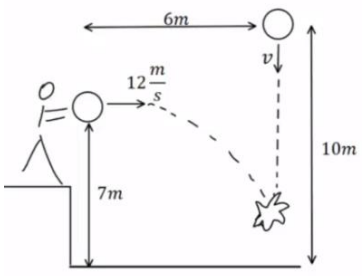

מטוס טס בכיוון אופקי במהירות של 360 קמ"ש. טנק אויב הנמצא במרחק אופקי של 3 ק"מ ממנו נע במהירות 18 קמ"ש כלפי המטוס. כעבור 10 שניות הטייס מבחין בטנק ומשחרר פצצה.

א. חשבו את הזמן מהרגע שבו שוחררה הפצצה ועד לרגע פגיעתה בטנק.

ב. מהו גובה המטוס מעל פני הקרקע?

ג. מהי מהירות הפצצה (גודל וכיוון) ברגע פגיעתה בטנק?

**16) כדור נזרק אופקית פוגע בכדור שנזרק אנכית**




כדור נזרק אנכית כלפי מטה מגובה של 10 מטרים ובמהירות $v$ לא ידועה. באותו הרגע ובמרחק אופקי של 6 מטרים נזרק כדור נוסף זריקה אופקית, מגובה 7 מטרים ובמהירות של 12 מטר לשניה.
הכדורים מתנגשים באוויר בגובה לא ידוע.

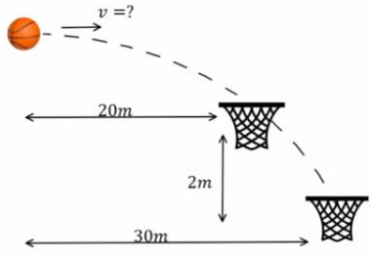
א. מהו הזמן בו הכדורים מתנגשים?

ב. מהי המהירות בה נזרק הכדור הראשון?

ג. מהו הגובה שבו נפגשים הכדורים?

ד. מהי מהירות הכדור השני ברגע פגיעתו בכדור הראשון (גודל וכיוון)?

**17) כדורסל עובר דרך שני סלים**




כדורסל נזרק אופקית במהירות התחלתית לא ידועה ובגובה לא ידוע. הכדור עובר דרך שני סלים (ניתן להניח שהסלים ללא רשת והכדור לא פוגע בטבעת כך שהמעבר דרך הסלים לא משנה את המסלול). הסל הראשון ממוקם 20 מטר מנקודת הזריקה של הכדור והסל השני 30 מטר מנקודת הזריקה של הכדור ו-2 מטר מתחת לסל הראשון.

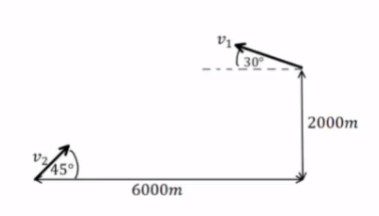
א. מהי המהירות ההתחלתית של הכדור?

ב. מאיזה גובה מעל לסל העליון נזרק הכדור?

ג. כמה זמן חלף מהרגע בו נזרק הכדור ועד לרגע בו הגיע לסל השני?

**18) כיפת ברזל מיירטת קאסם**

טיל קאסם נורה לעבר עמדה של כיפת ברזל. המכ"ם של הכיפה מזהה את הטיל כשהוא נמצא בגובה 2000 מטר ובמרחק אופקי של 6000 מטר ממיקום של עמדת הכיפה. ברגע הגילוי לטיל זווית של 30 מעלות עם האופק.
המחשב של כיפת ברזל מתריע כי לפי חישוב המסלול של הטיל הוא הולך לפגוע ישירות בעמדה. הנח שטיל הקאסם נע ללא מנוע (כלומר, כמו פגז בתנועה בליסטית).




א. מהי מהירות הטיל ברגע הגילוי?
ברגע הגילוי נורה טיל מיירט לעבר טיל הקאסם.
הטיל המיירט נורה בזווית של 45 מעלות.

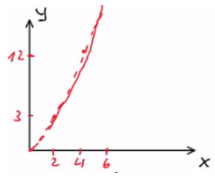
ב. מה צריכה להיות מהירותו ההתחלתית של הטיל המיירט בשביל שיפגע בטיל הקאסם
(הנח שתנועת הטיל המיירט היא גם ללא מנוע)?

ג. מתי מתרחשת הפגיעה?

ד. באיזה גובה מתרחשת הפגיעה?

## תשובות סופיות:

**1)** א.




ב. $\vec{r}_0(t=0)=(0,\ 0)$ , $\vec{r}_1(t=1)=(2,\ 3)$, $\vec{r}_2(t=2)=(4,\ 12)$, $\vec{r}_3(t=3)=(6,\ 27)$

ג. $\vec{r}=\left(2t,\ 3t^2\right)=2t\hat{x}+3t^2\hat{y}$

**2)** א. הנוסחה: $\vec{r}(t)=\left(4+3t,\ 2t^2\right)$, מיקום הגוף: $\vec{r}(t=2)=(10,\ 8)$ , $\vec{r}(t=1)=(7,\ 2)$

ב. $\Delta\vec{r}=(15,\ 50)$ ג. $\Delta\vec{r}=(6,\ 24)$

**3)** א. $\vec{r}=(2t-3)\hat{x}+t^2\hat{y}$ ב. $\Delta\vec{r}=(4,\ 16)$ ג. $\bar{\vec{v}}=(2,\ 8)$

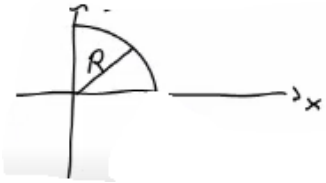
**4)** מיקום: $\vec{r}(t=4)=(40,\ 80)$, מהירות: $\vec{v}(t=4)=(10,\ 40)$.

**5)** א. $t=\sqrt{8}\approx 2.83\text{sec}$ ב. $x\left(t=\sqrt{8}\right)=15\cdot\sqrt{8}\approx 42.43\text{m}$

ג. גודל: $|\vec{v}|\approx 32.02\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta\approx 62.06°$.

**6)** א. $4,908.98\text{m}$ ב. $\theta=31.38°$

**7)** משוואה: $y(x)=\sqrt{10-x^2}$, שרטוט:




**8)** א. מיקום: $y(t=2)=20\text{m}$ , $x(t=2)=69.28\text{m}$, מהירות: $\vec{v}=(34.64,\ 0)$.

ב. $t=4\text{sec}$ ג. $x(t=4)=138.56\text{m}$ ד. $\vec{v}=(34.64,\ -20)$

**9)** א. $t\approx 3.84\text{sec}$ ב. $x(t=3.84)=93.12\text{m}$ ג. $\vec{v}=(24.25,\ -24.4)$

**10)** $y(t=0.28)\approx 3.78$

**11)** המרחק: $x(t)=2.68\text{m}$, המהירות: $\vec{v}=(8.66,\ 8.1)$.

**12)** $x(t=0.82)\approx 4.49\text{m}$

**13)** א. מיקום: $y(t=2)=8.28\text{m}$ , $x(t=2)=24.28\text{m}$,

מהירות: $v_y(t=2)=-5.86\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $v_x(t=2)=10.14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ב. $x(t=2.83)\approx 32.01\text{m}$

ג. $y(t=1.41)\approx 10\text{m}$ ד. $x_{\max}=32.01\text{m}$

**14)** התאוצה: $a \approx 5.99\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, כן, יכול להיות שלילי. המשמעות היא תאוטה, כלומר על השחקן להאט על מנת לתפוס את הכדור בדיוק בגובה הזריקה.

**15)** א. $t \approx 18.57\,\text{sec}$ ב. $\text{h} \approx 1724\text{m}$ ג. $211\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $-61.7°$

**16)** א. $t = 0.5\,\text{sec}$ ב. $v = 6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $5.75\text{m}$

ד. $13\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $-22.6°$

**17)** א. $v = \sqrt{1250}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $\text{h} = 1.6\text{m}$ ג. $t_2 \approx 0.849\,\text{sec}$

**18)** א. $v_1 \approx 210\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $v_2 \approx 353\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t_0 \approx 13.9\,\text{sec}$ ד. $2493\text{m}$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 7 - תנועה יחסית

### תוכן העניינים

1. הסבר על טרנספורמציית גלילי ..... 72
2. שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ..... 77
3. מהירות יחסית בכיוון הצופה (מד לייזר) ..... 79

# טרנספורמציית גלילי:

## רקע:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$
$$\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$
$$\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

## שאלות:

**1) כלב קופץ בתוך רכבת**

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל-$3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

**2) מדרגות נעות**

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם).
האם הוא יכול להצליח בכך?
אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

**3) כדור נזרק במעלית ***

מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

א. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?

ב. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?

ג. חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של $4\frac{m}{sec}$. הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?

ד. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?

ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**4) כדור נזרק במעלית מאיצה****

מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של $2\frac{m}{sec^2}$.

ברגע שמהירות המעלית היא $4\frac{m}{sec}$ נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?

ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס**

מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון 30 מעלות עם ציר ה-$x$.
אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה-$x$.

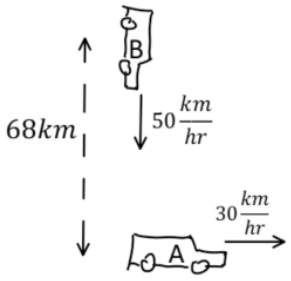
א. מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.

ב. מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

**6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשיה טכניון**

סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית במהירות קבועה $v_0 = 6\frac{m}{sec}$,
נסמן ב- $t = 0$ את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע.
ברגע $t_1 = 3sec$ הסטודנטית זורקת אבן במהירות $v_1 = 8\frac{m}{sec}$, אופקית ביחס אליה.
מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

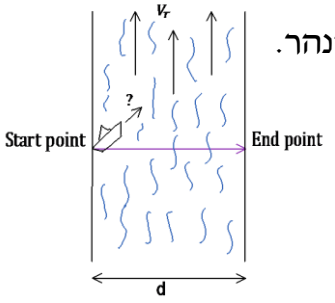
**7) מרחק מינימלי בין מכוניות**




צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסוימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור.

א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן.
ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי.
מצאו את גודלו של מרחק זה.
ג. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

**8) סירה בנהר**




נהר זורם צפונה במהירות $V_r$.
יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.
מהירות הסירה היא $V_{br}$ יחסית לנהר.
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו.
נתון כי רוחב הנהר d.

א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה?
ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה?
ג. כמה זמן תארך דרכו?

**9) אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת**

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון.
מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?

**10) זווית פגיעה של גשם במכונית**

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנך לכיוון הנסיעה.

נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.

מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**11) זווית בין מהירויות**

שני קליעים נורים ברגע $t=0$. מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:

$$\vec{r}_1(0)=0\ ,\ \vec{r}_2(0)=-\hat{i}\ ,\ \vec{v}_1(0)=2\hat{i}+5(\text{J})\ ,\ \vec{v}_2(0)=-1\hat{i}+4\hat{j}$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של $\vec{a}=-3\hat{i}+\hat{j}$.

היחידות הן MKS.

א. מצא את $\vec{r}_1(t)$ , $\vec{r}_2(t)$.

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין $\vec{v}_1$ ל- $\vec{v}_2$ ברגע $t=3$.

**12) מציאת מהירות בין מערכות**

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי:

$$\vec{r}_A(t)=\left(6t^2-4t\ ,-3t^3,3\right).$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה, $\vec{u}V_{AB}$.

צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:

$$\vec{r}_B(t)=\left(6t^2-3t,2t-3t^3,5\right).$$

א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A, $\vec{u}V_{AB}$.

ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

## תשובות סופיות:

1) $25.7\text{m}$

2) א. $t=30.8\text{sec}$ ב. לא.

3) א. $t=1.36\text{sec}$ ב. $S=2.62\text{m}$ ג. $t=1.36\text{sec}$ ד. $S=5.72\text{m}$ ה. $v_1=-2.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

4) א. $t=0.96\text{sec}$ ב. $S=1.76\text{m}$ ג. $S=4.46\text{m}$ ד. $v_1=0.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

5) א. $v_2'=\left(-24.01\frac{\text{m}}{\text{sec}},15\frac{\text{m}}{\text{sec}}\right)$ ב. $\theta_2'=148°$

6) $2.6\text{sec}$

7) א. $\left|\vec{r}_{B,A}\right|=\sqrt{(30t)^2+(68-50t)^2}$ ב. $t=1\text{hr}$ , $\left|\vec{r}_{B,A}\right|=35\text{km}$ ג. הוכחה.

8) א. $\sin\theta=-\frac{V_r}{V_{br}}$ ב. $V_{bx}=\sqrt{V_{br}^{\ 2}-V_r^{\ 2}}$ ג. $t=\frac{d}{\sqrt{V_{br}^{\ 2}-V_r^{\ 2}}}$

9) צפונה מהמערב $V_B\approx 37.3\ \text{km/hr}$ , $\alpha\approx 36.5°$

10) מהירות: $V_y=-70.79\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ , $V_x=29.21\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ , גודל וכיוון: ראה סרטון.

11) א. $\vec{r}_1(t)=\left(-\frac{3}{2}t^2+2t\right)\hat{i}+\left(\frac{t^2}{2}+5t\right)\hat{j}$ , $\vec{r}_2(t)=\left(-\frac{3}{2}t^2-t+1\right)\hat{i}+\left(\frac{t^2}{2}+4t\right)\hat{j}$

ב. $\left|\vec{r}_{1,2}\right|=\sqrt{10t^2-6t+1}$ ג. $\alpha=13.82°$

12) א. $(1,-2,0)$ ב. הוכחה.

# שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

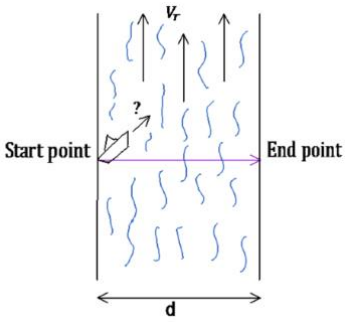
## שאלות:

**1) שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה**

צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ״ש רואה את אונייה B שטה במהירות 20 קמ״ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח.
מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

**2) סירה בנהר פתרון בשיטה השניה**

נהר זורם צפונה במהירות $V_r$.
יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.
מהירות הסירה היא $V_{br}$ יחסית לנהר.
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו.




א. סרטטו תרשים וקטורי ובו:
מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.
ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר.

**3) מטוס נראה משתי רכבות**

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ״ש רואה מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.
צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ״ש רואה את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשים וקטורים ובו:
מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים).
ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**4) רכב רואה רכב רואה רכב**

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות $v_{BA}$.
צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית $\alpha$ מהצפון ובמהירות $v_{CB}$.
רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית $\beta$ מן הצפון ובמהירות $v_A$.
מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

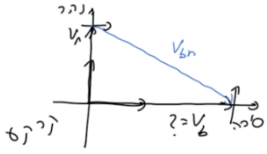
**5) שני דאונים**

שני דאונים טסים באותו הגובה.
באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון.
דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון.
דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.
בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.
מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

## תשובות סופיות:

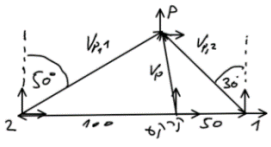
**1)** 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

**2)** א.



ב. $\theta = shift\sin\left(\frac{Vr}{Vbr}\right)$ דרומית למזרח.

**3)** א.



ב. 84.98 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.

**4)**
$$v_c = \sqrt{\left(v_A \sin\beta - v_{CB}\sin\alpha\right)^2 + \left(v_A\cos\beta + v_{BA} + v_{CB}\cos\alpha\right)^2}$$

$$\tan\theta_C = \frac{v_A\cos\beta + v_{BA} + v_{CB}\cos\alpha}{v_A\sin\beta - v_{CB}\sin\alpha}$$

**5)** דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.
דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

# מהירות יחסית בכיוון הצופה (מד לייזר):

## רקע:

$|\vec{r}| = \frac{d}{dt}$ שמודד לייזר $\vec{v} = \frac{\dot{x}\cdot\hat{x}+\dot{y}\cdot\hat{y}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

## שאלות:

**1) דוגמה ראשונה**

מהירותה של מכונית נתונה לפי: $\vec{v}(t) = 2t^2\hat{x} + (3t-1)\hat{y}$

ב-$t=0$ המכונית הייתה בראשית.

א. מצא את וקטור מיקום המכונית כתלות בזמן.

ב. מהי מהירות המכונית ב-$t=2$ כפי שימדוד אותה שוטר הנמצא בראשית, אם השוטר מודד באמצעות אקדח לייזר.

ג. חזור על סעיף ב' אם השוטר נוסע במהירות קבועה $\vec{v} = v_0\hat{x}$ ונמצא גם כן בראשית ב-$t=0$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\vec{r} = \frac{2}{3}t^3\hat{x} + \left(\frac{3}{2}t^2 - t\right)\hat{y}$ ב. $\mathrm{v}(t=2) = 9.4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$

ג. $\mathrm{v}(t=2) = \frac{(8-\mathrm{v}_0)\left(\frac{16}{3}-2\mathrm{v}_0\right)+20}{\sqrt{\left(\frac{16}{3}-2\mathrm{v}_0\right)^2+16}}$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 8 - תרגילים לחזרה עד לחלק זה

### תוכן העניינים

1. תרגילים ..... 80

# תרגילים לחזרה עד לחלק זה:

## שאלות:

**1) חללית ללא טייס**

חללית ללא טייס משוגרת מכדור הארץ בצורה אנכית כלפי מעלה ובתאוצה קבועה. בגובה 1940 מטרים כבה לפתע מנוע החללית. החללית ממשיכה עוד 18 שניות בתנועה כלפי מעלה ולאחר מכן מתחילה ליפול בנפילה חופשית חזרה לקרקע.

א. חשב את תאוצת הגוף עד לרגע בו כבה המנוע.

ב. מצא את הגובה המקסימלי אליו הגיעה החללית.

ג. מהו הזמן מרגע השיגור ועד לרגע בו פוגעת החללית בקרקע?

ד. מהי מהירות החללית ברגע פגיעתה בקרקע?

צופים שנמצאים במרחק 50 מטרים ממקום השיגור מתחילים לברוח מהרגע בו כבה המנוע.

ה. מהי המהירות הממוצעת בה צריכים הצופים לרוץ כך שיוכלו להיות במרחק של לפחות 120 מטרים ממקום השיגור?

**2) זריקה משופעת קלאסית**

כדור נזרק במהירות התחלתית של 20 מטרים לשניה ובזווית של 60 מעלות מעל האופק.

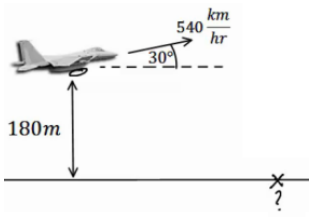
א. מתי יהיה הכדור בשיא הגובה? מהו שיא הגובה? מהי תאוצת הכדור ברגע זה?

ב. מהו המרחק האופקי שבו יפגע הכדור חזרה בקרקע?

ג. מהי מהירות הכדור (גודל וכיוון) ב- $t = 2\sec$ ?

**3) מטוס בשיפוע משחרר פצצה**

מטוס טס במהירות של 540 ק״מ לשעה בזווית של 30 מעלות מעל האופק. בגובה של 180 מטרים המטוס משחרר פצצה.



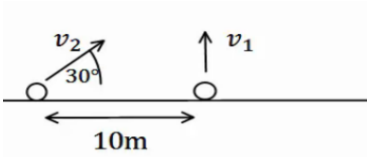

א. היכן תפגע הפצצה בקרקע?

ב. מהו גודל מהירות הפגיעה של הפצצה בקרקע?

ג. מהו כיוון תנועת הפצצה ברגע הפגיעה?

**4) שני כדורים – אולי נפגשים**

כדור א' נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
כדור ב' נזרק במרחק 10 מטרים משמאל לנקודת הזריקה של כדור א'.
גודל מהירותו של כדור ב' אינה ידועה, אך כיוונה הוא ימינה בזווית של $30^\circ$ מעלות עם הציר האופקי.




א. מצא מהי מהירות הכדורים, אם ידוע ששני הכדורים נחתו 4 שניות לאחר זריקתם

ב. האם הכדורים נפגשו באוויר?

ג. מה צריך להיות התנאי הכללי על מנת שהכדורים יפגשו באוויר?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $a \approx 8.35\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $h_{max} = 3560\text{m}$ ג. $t = 66.24\text{sec}$

ד. $v(t = 44.68) = -266.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\bar{v} \approx 1.57\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** א. בזמן: $t = \sqrt{3}\,\text{sec}$, שיא הגובה: $y\left(t = \sqrt{3}\right) = 15\text{m}$, תאוצה: $a = -10$.

ב. $x\left(t = 2\cdot\sqrt{3}\right) = 20\cdot\sqrt{3}\text{m}$ ג. גודל: $|\vec{v}| = 10.35\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta = 15^\circ$.

**3)** א. $x(t) = 2,221.36\text{m}$ ב. $|\vec{v}| = 161.52\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\theta = -36.5^\circ$

**4)** א. $v_{CadurB} = 40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $v_{CadurA} = 20\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. כן. ג. התנאי: $v_{2y} = v_{1y}$.

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 9 - דינמיקה - תנועה בהשפעת כוחות (חוקי ניוטון)

### תוכן העניינים


1. הקדמה, חוק ראשון ושלישי ..... 82
2. חוק שני של ניוטון ..... 91
3. הכוח האלסטי- קפיץ ..... 106
4. תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי ..... 111
5. תאוצות לא שוות ..... 115

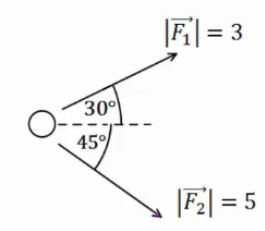
# הקדמה, חוק ראשון ושלישי:

## שאלות:

### דינמיקה והכוחות הבסיסיים:

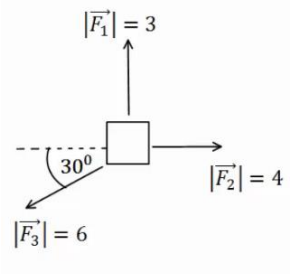
**1) דוגמה 1**

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:



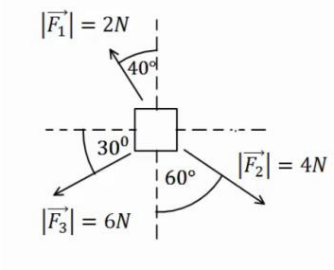

**2) דוגמה 2**

חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:




**3) דוגמה 3**

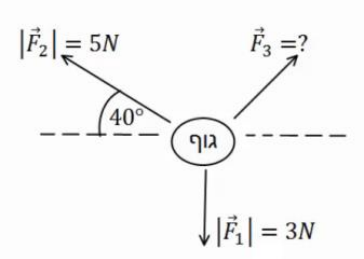
חשב את שקול הכוחות הפועל על גוף במקרה הבא:




**4) דוגמה 4**

באיור הבא נתונים הכוחות $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ וידוע כי הגוף נע במהירות קבועה בקו ישר.

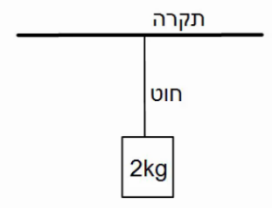
מצא את גודלו וכיוונו של $\vec{F}_3$.



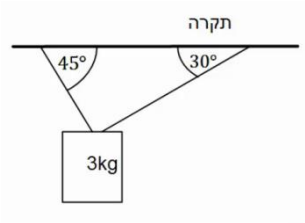

**5) דוגמה 5**

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

מהי המתיחות בחוט אם מסת הגוף היא 2 ק"ג?

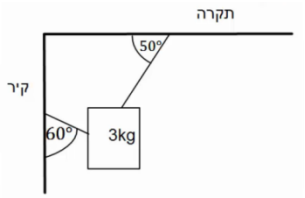


**6) דוגמה 6**



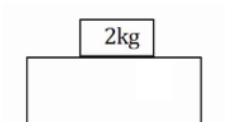

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים,
לפי האיור הבא.
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

**7) דוגמה 7**




גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר
המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

**8) דוגמה 8**



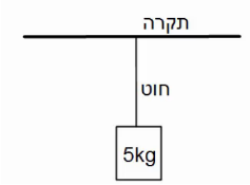

מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על שולחן.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מהשולחן על המסה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל על השולחן מהמסה?

**9) דוגמה 9**




מסה של 5 ק"ג תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות חוט יחיד.

א. מהי המתיחות בחוט?

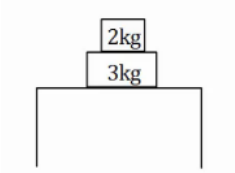
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעיל החוט על התקרה?

ג. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה התקרה על החוט?

**10) דוגמה 10**

דני ויוסי מושכים בחבל משני צידיו, כל אחד מהם מושך בכוח של 50 ניוטון.
מהי המתיחות בחבל?

**11) דוגמה 11**




במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.

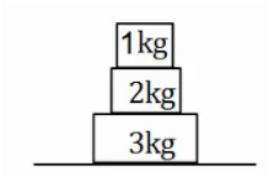
א. שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.

ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.

ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהשולחן.

ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

**12) דוגמה 12**



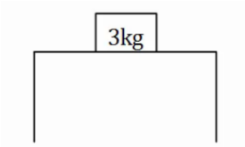

שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

**חיכוך:**

**13) גוף על שולחן**




גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

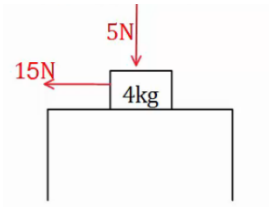
מקדם החיכוך הסטטי הוא $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

**14) כוח מלמעלה**




גוף בעל מסה של 4 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אנכי בגודל של 5 ניוטון לוחץ את הגוף כלפי השולחן.

מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 15 ניוטון פועל על הגוף שמאלה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

**15) כוח תלוי בזמן**

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

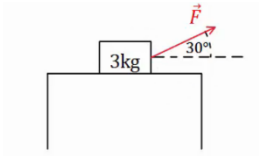
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

**16) כוח בזווית**

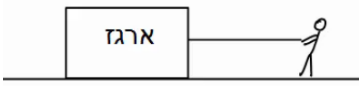



גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.
כוח קבוע פועל על הגוף בזווית של 30 מעלות עם הכיוון האופקי.
מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הגודל המקסימלי של הכוח בשאלה אותו ניתן להפעיל כך שהגוף ישאר במנוחה?

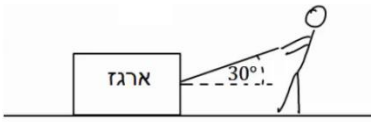
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי אם גודל הכוח הוא 5 ניוטון.

**17) דני מושך במקביל לקרקע**




דני מושך ארגז במקביל לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה.

**18) ירון מושך בזווית**

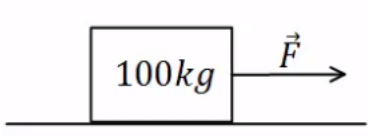



ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.
ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה.

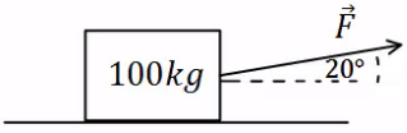
**19) כוח בכמה כיוונים**

מצא מה גודל הכוח הדרוש להזיז את הארגז במהירות קבועה בכל אחד מהמקרים הבאים.
מסת הארגז היא 100 ק"ג ומקדם החיכוך של הארגז עם הרצפה הוא: $\mu_k = 0.4$.

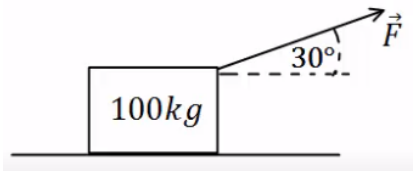
א. כוח מושך אופקי



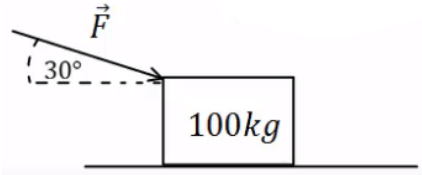

ב. כוח מושך בזווית של $20°$



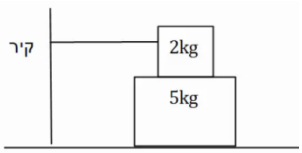

ג. כוח מושך בזווית של $30°$




ד. כוח דוחף בזווית של $30°$ מתחת לאופק



**20) מסה על מסה קשורה לקיר**



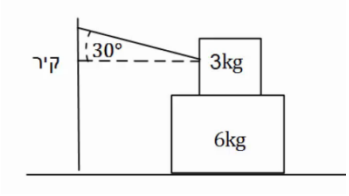

מסה של 2 ק"ג מונחת מעל מסה של 5 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט אופקי לקיר משמאל.
מקדמי החיכוך בין המסות ובין המסה התחתונה למשטח הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מה המתיחות בחוט, אם הכוח הוא אותו כוח שחישבת בסעיף א'?

ג. מה הכוח אותו יש להפעיל על מנת למשוך את המסה התחתונה במהירות קבועה? הנח שהמסה כבר בתנועה.

**21) מסה על מסה קשורה לקיר בזווית**



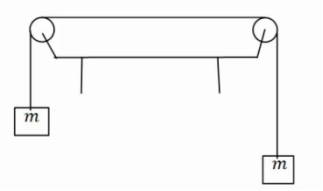

מסה של 3 ק"ג מונחת מעל מסה של 6 ק"ג.
המסה העליונה קשורה בחוט המתוח בזווית של 30 מעלות ומחובר לקיר משמאל.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסות וביו המסה התחתונה למשטח הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח האופקי המקסימלי שניתן להפעיל על המסה התחתונה בכיוון ימין, כך שהיא תישאר במנוחה?

ב. מהי המתיחות בחוט, אם גודל הכוח הינו זהה לערך אותו חישבת בסעיף א'?

**22) שתי משקולות תלויות על שולחן**

שתי משקולות זהות בעלות מסה של 4 ק"ג תלויות במנוחה משני צידיו של שולחן.
המשקולות מחוברות באמצעות חוט העובר דרך גלגלות אידיאליות, ראה איור.

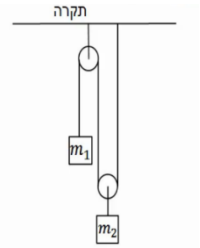



א. מהי המתיחות בחוט?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל המוט המחבר את הגלגלת לשולחן עבור כל גלגלת?

ג. האם היה שינוי בתשובתך לסעיפים הקודמים במידה והמסות היו נעות במהירות קבועה לאחד הכיוונים?

**23) יחס מסות**



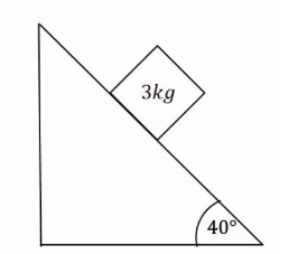

שתי מסות תלויות באמצעות חוטים וגלגלות אידיאלים לפי האיור הבא. המערכת נמצאת במנוחה.

א. מצא את היחס בין המסות: $\left(\frac{m_1}{m_2} = ?\right)$.

ב. מצא את המתיחות בכל חוט במערכת, אם ידוע ש: $m_2 = 40gr$.

**המישור המשופע:**

**24) מסה בשיפוע**

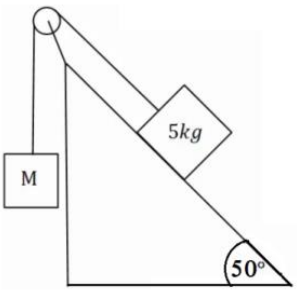



מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

**25) מסה בשיפוע ומסה באוויר**



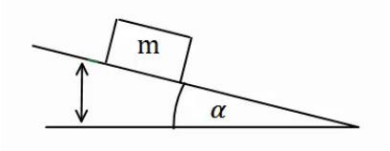

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.

כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

**26) זווית החלקה**




מסה m מונחת על מישור משופע ונמצאת במנוחה. מגדילים את זווית השיפוע של המישור בקצב איטי.

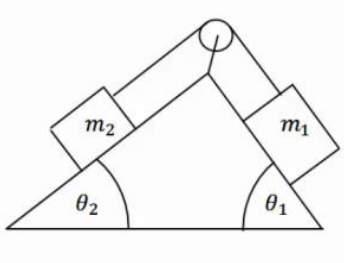
א. מצא את הזווית בה תתחיל המסה להחליק אם מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למישור הוא: $\mu_s = 0.2$.

תרגול בפרמטרים.

ב. פתור את סעיף א' שוב כאשר מקדם החיכוך נתון כפרמטר $\mu_s$ ללא ערך מספרי.

ג. חשוב על דרך כללית למדידת מקדם החיכוך הסטטי של גוף עם משטח כלשהו.

**27) שתי מסות שני שיפועים**



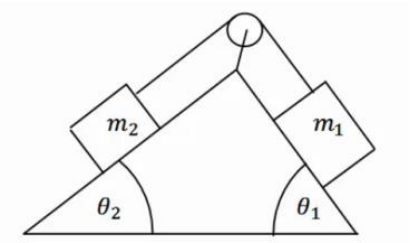

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן $\theta_1, \theta_2$. שתי מסות שונות $m_1, m_2$ מונחות בשני צידי המדרון. המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי, ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המדרון למסות.

נתון: $m_1, \theta_1, \theta_2$ וכי המערכת נמצאת במנוחה.

מצא את $m_2$.

**28) שתי מסות שני שיפועים וחיכוך**

במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו,
זוויות השיפוע הן: $\theta_1, \theta_2$.




שתי מסות שונות $m_1, m_2$ מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי,
ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון.
בין המסות למדרון קיים חיכוך.
המסות נעות במהירות קבועה עם כיוון השעון.

נתון: $m_1, \theta_1, \theta_2, \mu_k$.

מצא את $m_2$.

## תשובות סופיות:

**1)** $\sum\vec{F}=(6.14,\ -2.04)$

**2)** $\sum\vec{F}=(-1.20,\ 0)$

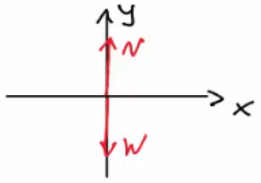
**3)** $\sum F_x=-3.03\text{N}$ , $\sum F_y=-3.47\text{N}$

**4)** גודל: $\left|\vec{F}\right|\approx 3.84\text{N}$ , כיוון: $\theta_{F3}=-3.14°$.

**5)** $T=20\text{N}$

**6)** $T_1=21.96\text{N}$ , $T_2\approx 26.90\text{N}$

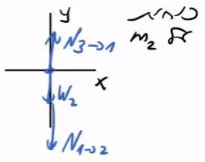
**7)** $T_1\approx 26.30\text{N}$ , $T_2\approx 19.48\text{N}$

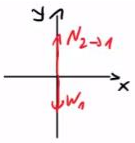
**8)** א. 

ב. גודל: $N=20$ , כיוון: כלפי מעלה.
ג. גודל: $N=20$ , כיוון: כלפי מטה.

**9)** א. $T=50\text{N}$ ב. גודל: $T=50\text{N}$ , כיוון: מטה.
ג. גודל: $\left|\vec{F}\right|=50$ , כיוון: מעלה.

**10)** $T=50\text{N}$

**11)** א. 

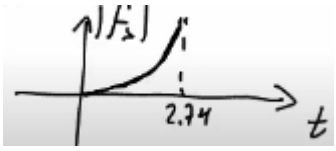


ב. $N_{21}=20$ ג. $N_{32}=50$
ד. $N_{23}=50\text{N}\hat{y}$

**12)** א. גודל: $N_{32}=30\text{N}$ , כיוון: כלפי מעלה. ב. גודל: $N_{43}=60\text{N}$ , כיוון: כלפי מעלה.

**13)** א. $f_{s_{max}}=12\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-10\hat{x}$

**14)** א. $f_{s_{max}}=18\text{N}$ ב. $\vec{f}_s=-15\hat{x}_N$

**15)** א. $f_{s_{max}}=15\text{N}$ ב. $t=2.74\text{sec}$ ג. 


**16)** א. $F_{max}=8.858\text{N}$ ב. $f_s=4.330\text{N}$

**17)** $F_{Dani}=T=40\text{N}$

**18)** $T\approx 41.41\text{N}$

**19)** א. $F=400\text{N}$ ב. $F\approx 371.57\text{N}$ ג. $F=375.23\text{N}$ ד. $F=600.58\text{N}$

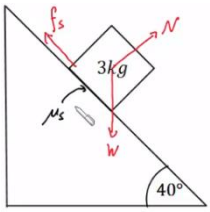
**20)** א. $F_{max}=27N$ ב. $T=6N$ ג. $F=18N$

**21)** א. $F_{max}=33.34N$ ב. $T=8.86N$

**22)** א. $T=40N$ ב. $\theta=45^\circ\ ,\ F=56.57N$ ג. לא.

**23)** א. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ ב. $T_2=0.4N\ ,\ T_1=0.2N$

**24)** א.




ב. $f_s=mg\cos 50^\circ\approx 19.28N\ ,\ N\approx 22.98N$

**25)** א. $M=3.83kg$ ב. $M_{max}=4.79kg\ ,\ M_{min}=2.87kg$

**26)** א. $\alpha=11.31^\circ$ ב. $\alpha=\text{shif tan}(\mu_s)$ ג. ראה סרטון.

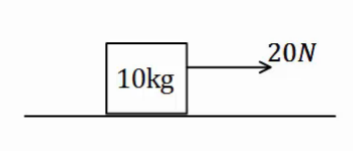
**27)** $m_2=m_1\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$

**28)** $m_2=m_1\left(\frac{-\mu_k\cos\theta_1+\sin\theta_1}{\sin\theta_2+\mu_k\cos\theta_2}\right)$

# חוק שני של ניוטון:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**



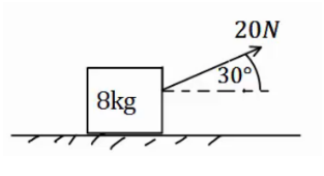

כוח של 20 ניוטון מופעל על ארגז בעל מסה של 10 ק"ג.
אין חיכוך בין הארגז לרצפה.

א. מצא את תאוצת הארגז.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה, אם נתון שהארגז התחיל תנועתו ממנוחה?

**2) דוגמה 2**

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק.
הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג.
הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך.




מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_s = 0.2, \mu_k = 0.1$.

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל לנוע.

ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?

ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

**3) מרחק עצירה**

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה.

מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$.

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

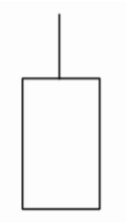
**4) כוח קבוע נפסק בפתאומיות**

מסה של 2 ק"ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול על המסה כוח אופקי של 10N.
המסה מתחילה לנוע בהשפעת הכוח במשך 4 שניות, ואז נפסק הכוח בפתאומיות.
מקדם החיכוך הקינטי בין המסה לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

א. מה המרחק אותו עבר הגוף עד ל- $t = 4\text{sec}$?

ב. מהו המרחק הכולל אותו עבר הגוף עד לעצירתו שוב?

**5) כוחות על מעלית**



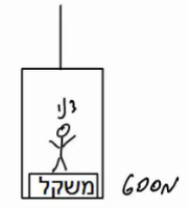
מעלית עולה בתאוצה של 0.5 מטרים לשניה בריבוע,
באמצעות כבל הקשור לתקרתה. מסת המעלית היא 600 ק"ג.

א. שרטט תרשים כוחות על המעלית.
הקפד על הגודל היחסי של כל וקטור בשרטוט.

ב. שרטט את שקול הכוחות ואת וקטור התאוצה.

ג. מהי המתיחות בכבל?

**6) משקל במעלית**




דני מודד את משקלו בתוך מעלית.
משקלו כאשר המעלית במנוחה הוא 600 ניוטון.

א. מהי מסתו של דני?

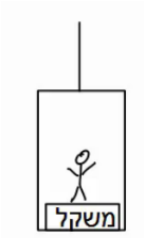
ב. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת במהירות קבועה של 3 מטרים לשנייה?

ג. מה יראה המשקל אם המעלית עולה בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

ד. מה יראה המשקל אם המעלית יורדת בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע?

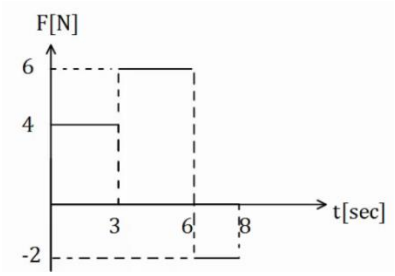
ה. מה יראה המשקל אם המעלית נופלת נפילה חופשית?

**7) עוד משקל במעלית**




יוסי נמצא במעלית ומודד את מסתו באמצעות משקל.
יוסי מודד פעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מעלה של 3 מטרים לשניה בריבוע, ופעם אחת כאשר המעלית נמצאת בתאוצה כלפי מטה של 1 מטר לשניה בריבוע.
ההפרש בין המדידות הוא 12 ק"ג.
מהי מסתו האמיתית של יוסי?

**8) גרפים 1**



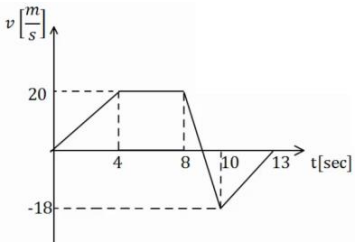

בגרף הבא נתון הכוח הפועל על גוף כתלות בזמן.

א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן אם מסת הגוף היא 5 ק"ג.

ב. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם מהירותו ההתחלתית היא: $v_0 = 0$.

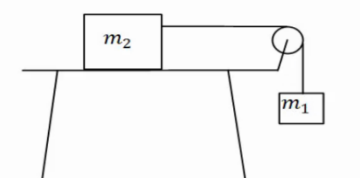
ג. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם המיקום ההתחלתי הוא: $x_0 = 0$.

**9) גרפים 2**




גוף בעל מסה של 3 ק״ג נע לאורך קו ישר.
מהירות הגוף כתלות בזמן נתונה לפי הגרף הבא.
מצא את שקול הכוחות הפועל על הגוף בכל רגע,
ושרטט גרף של השקול כתלות בזמן.

**10) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה**




במערכת הבאה המסה $m_2 = 5kg$ נמצאת על שולחן אופקי ומחוברת דרך חוט אידיאלי למסה התלויה באוויר $m_1$. בין השולחן ל-$m_2$ קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.3$.

המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה $m_1$ מעל הקרקע הוא: $3m$.

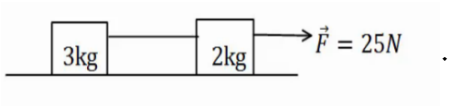
א. מצא את גודלה המינימלי של $m_1$, עבורה המערכת תהיה בתנועה.

ב. הנח שגודלה של $m_1$ כפול מזה שחישבת בסעיף הקודם.
מהן תאוצות המסות?

ג. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?

ד. מהן מהירויות המסות ברגע זה?

**11) כוח מושך מסה שמושכת מסה**

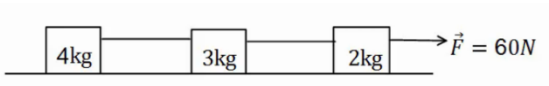



מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על משטח אופקי.
המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי למסה
נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
כוח אופקי של 25 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוט אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח, ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

**12) כוח מושך מסה שמושכת מסה שמושכת מסה**



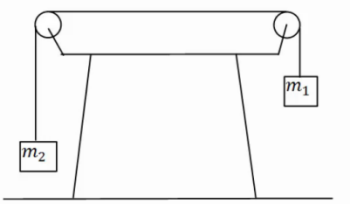

מסה של 2 ק״ג נמצאת במנוחה על
משטח אופקי. המסה מחוברת באמצעות
חוט אידיאלי למסה נוספת של 3 ק״ג הנמצאת במנוחה על המשטח גם כן.
המסה השנייה מחוברת למסה של 4 ק״ג בצורה דומה.
כוח אופקי של 60 ניוטון מושך את המסה הראשונה כלפי ימין.

א. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחות בחוטים אם המשטח חלק (חסר חיכוך).

ב. חזור על סעיף א׳ במידה וקיים חיכוך בין המסות למשטח הקודם ומקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k = 0.2$.

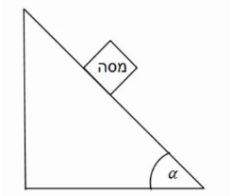
**13) שתי מסות תלויות**

במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$ , $m_2 = 1kg$.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלות אידיאליות.
המערכת מתחילה ממנוחה וגובה המסה $m_1$ מעל הקרקע הוא: $2m$.




א. שרטט תרשים כוחות עבור כל מסה.
ב. חשב את תאוצת הגופים.
ג. לאיזה כיוון תתחיל המערכת לנוע?
ד. כמה זמן ייקח למסה להגיע אל הקרקע?
ה. מהי מהירות המסות ברגע זה?

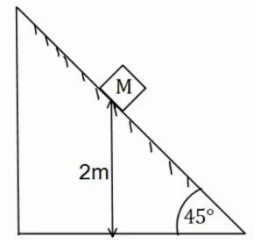
**14) מדרון משופע בסיסי**




מסה מונחת על מדרון משופע בעל זווית $\alpha$.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. שרטט תרשים כוחות על המסה.
ב. בטא את תאוצת המסה באמצעות הזווית.
ג. רשום משוואת מיקום-זמן ומהירות-זמן של המסה.

**15) מדרון משופע עם חיכוך**

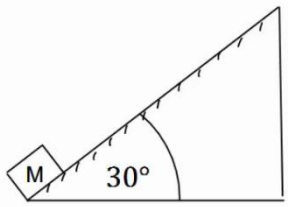



מסה M מונחת על מדרון משופע בגובה של 2 מטרים.
זווית השיפוע של המדרון היא 45 מעלות ומקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.1$ , $\mu_s = 0.2$.

א. האם המסה תתחיל להחליק או תישאר במנוחה?
ב. מצא תוך כמה זמן תגיע המסה לתחתית המדרון.
מהי מהירותה ברגע זה?

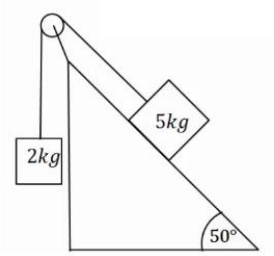
**16) מסה נזרקת במעלה המדרון**

מסה M נזרקת במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית של: $v_0 = 20\frac{m}{sec}$.
זווית המדרון היא 30 מעלות. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי בין המסה למדרון הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.




א. מצא את תאוצת המסה.
ב. רשום משוואת מיקום-זמן עבור תנועת המסה.
ג. מתי מגיעה המסה לשיא גובה תנועתה על המדרון?
ד. האם המסה תיעצר בשיא הגובה?
ה. כמה זמן ייקח למסה לחזור לתחתית המדרון
מהרגע שבו התחילה תנועתה?

**17) מסה בשיפוע ומסה תלויה**




מסה של 5 ק"ג מונחת על מדרון משופע בעל זווית שיפוע של 50 מעלות. המסה מחוברת דרך חוט אידיאלי למסה של 2 ק"ג התלויה באוויר.
אין חיכוך בין המסה למדרון.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

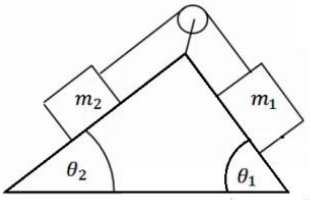
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? האם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

**18) שתי מסות שני שיפועים 2**




במערכת הבאה ישנו מדרון עם שיפוע שונה משני צידיו, זוויות השיפוע הן: $\theta_1$ , $\theta_2$.
שתי מסות שונות $m_1$ , $m_2$ מונחות בשני צידי המדרון.
המסות מחוברות באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית המקובעת למדרון. אין חיכוך בין המסות למדרון.

נתון: $\theta_1 = 45°$ , $\theta_2 = 30°$ , $m_1 = 2kg$ , $m_2 = 4kg$.

א. לאיזה כיוון תנוע המערכת?

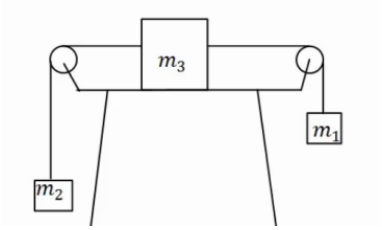
ב. מצא את תאוצת המערכת.

כעת הנח שקיים חיכוך ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.

ג. לאיזה כיוון יפעל החיכוך? והאם החיכוך סטטי או קינטי?

ד. מצא שוב את תאוצת המערכת.

**19) מסה על שולחן ושתי מסות תלויות**




מסה $m_3$ מונחת על שולחן במנוחה.
המסה קשורה משני צידיה לחוטים אידיאליים.
כל חוט עובר דרך גלגלת ומחובר למסה שונה התלויה באוויר (ראה איור).
הנח שהמסות לא פוגעות ברצפה.

נתון: $m_1 = 14kg$ , $m_2 = 2kg$ , $m_3 = 4kg$.

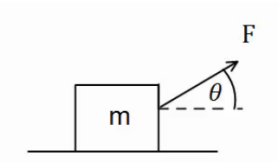
א. מצא את תאוצות המסות והמתיחות בחוטים אם אין חיכוך בין $m_3$ לשולחן.

כעת הנח שיש חיכוך בין $m_3$ לשולחן ומקדמי החיכוך הם: $\mu_k = 0.2$ , $\mu_s = 0.25$.

ב. האם המערכת תהיה במנוחה או בתנועה?

ג. מצא שוב את תאוצת הגופים והמתיחות בחוטים.

**20) זווית אופטימלית למשיכה**



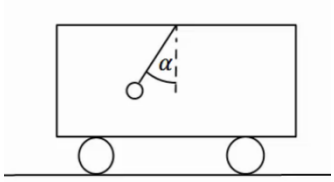

כוח F מושך ארגז בעל מסה m בזווית θ מעל האופק.
מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא $\mu_k$.

א. מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
(הנח כי יש תנועה והארגז לא מתרומם מעל הקרקע).

ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3.
בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר: $\theta = -10°,\ 0°,\ 10°,\ 20°,\ 30°,\ 45°$.

ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית.
השתמש בנגזרת.

**21) מטוטלת במכונית**

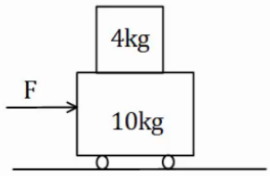



מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.
המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה $\alpha$, ביחס לאנך מתקרת המכונית.

א. מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).

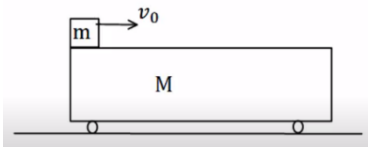
ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

**22) מסה של 4 על עגלה של 10**




מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג.
החיכוך בין העגלה למשטח זניח.
מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא: $\mu_s = 0.2$.
כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה.
מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

**23) מסה מחליקה על עגלה**




מסה m מונחת מעל עגלה בעלת מסה M הנמצאת במנוחה.
המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.
נותנים למסה העליונה בלבד מהירות התחלתית $v_0$.
בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

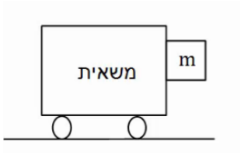
נתון: $\mu_k = 0.2\ ,\ v_0 = 20\frac{m}{sec}\ ,\ M = 12kg\ ,\ m = 3kg$.

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות של המסה כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום והמהירות של העגלה כתלות בזמן.

ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה?

**24) מסה צמודה למשאית**




מסה $m$ מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.
בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון: $m$ , $\mu_s$.
מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

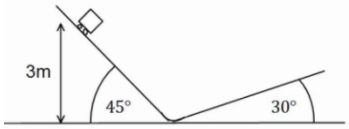
**25) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות**

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך.
מסות התיבות הן: $m_1 = 3kg$ ו- $m_2 = 5kg$. כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה אחת כפי שמתואר בתרשים.
גודל הכוח הוא: $F = 16N$. חשב את:

א. התאוצה של כל תיבה.
ב. הכוח הנורמלי $N_{1\to2}$ שבו התיבה הראשונה דוחפת את השניה.
ג. הכוח הנורמלי $N_{2\to1}$ שבו התיבה השניה דוחפת את הראשונה.

**26) קופסה בין מדרונות**

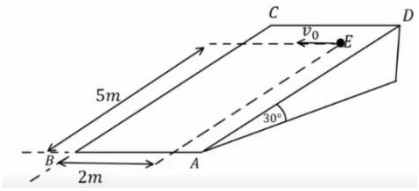
קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של 45 מעלות.
הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה. בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע אחר בעל זווית של 30 מעלות.
הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.




א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני? נחש מה יקרה לאחר מכן.
ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח. מקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

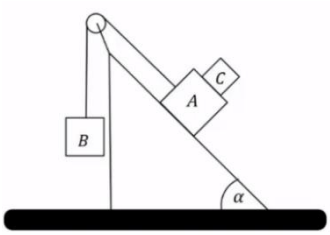
**27) זריקה אופקית על מישור משופע**

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.
הנקודה E נמצאת במרחק $5m$ מהצלע AB ובמרחק $2m$ מהצלע BC.
מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח במהירות התחלתית $v_0$ שכיוונה מקביל לצלע AB.




א. צייר מערכת צירים ורשום את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.
ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?
ג. מצא את $v_0$ עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.
ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- $v_0$ שמצאת בסעיף ג'.

**28) גוף על גוף במישור משופע**



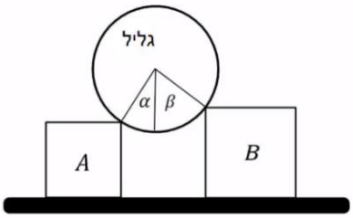

גוף A בעל מסה $m_A$ וגוף B בעל מסה $m_B$ מחוברים באמצעות חוט וגלגלת כמתואר באיור. גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית $\alpha$. גוף C בעל מסה $m_C$ מונח על גוף A. מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא $\mu_s$. הבא את התשובות באמצעות: $\mu_s$ , $\alpha$ , $m_C$ , $m_A$.

א. מהי המסה המרבית של גוף B כך שגוף C וגוף A ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט אם המסה של גוף B היא זאת שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k$?

**29) גליל על שני ארגזים**

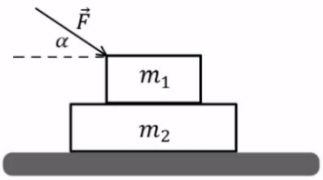



גליל אחיד שמסתו $m$ מונח על שני ארגזים שמסותיהם: $m_A = m$ ו- $m_B = 2m$. לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך. כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים רדיוסי הגליל הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של $\alpha = 30°$ ו- $\beta = 45°$ עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים: $g$ , $m$.

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח, מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

**30) כוח דוחף גוף על גוף**




שני גופים זהים שמסותיהם: $m_1 = m_2 = m$ מונחים זה על גבי זה על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור). בין הגופים קיים חיכוך ומקדמי החיכוך הקינטי והסטטי הם: $\mu_s$ , $\mu_k$.
כוח חיצוני $\vec{F}$ מופעל על הגוף העליון בזווית $\alpha$ מתחת לאופק.
הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים: $\mu_s$ , $\mu_k$ , $g$ , $m$ , $\alpha$ , $F$.

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

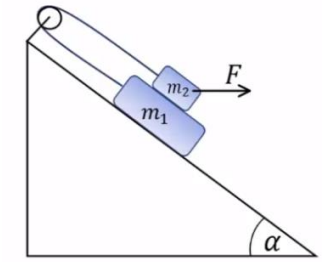
ג. מהו גודלו המקסימלי של $\vec{F}$ כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי: $\mu_s = 0.2$ , $\mu_k = 0.15$ , $\alpha = 30°$.

מצא את תאוצת כל גוף כאשר הכוח הדוחף הוא: $F = \frac{1}{2}mg$.

ה. חזור על סעיף ד' כאשר: $F = 3mg$.

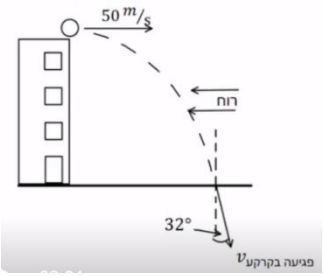
**31) מסה על מסה מחוברות בגלגלת**




נתונה מערכת הכוללת שני גופים: $m_1 = 4kg$ , $m_2 = 3kg$.
הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידאלית ומונחים על מישור משופע בעל זווית $\alpha = 30°$.
מקדמי החיכוך בין הגופים הם: $\mu_k = \mu_s = 0.4$.
מקדמי החיכוך עם המישור הם: $\mu_k = \mu_s = 0.3$.
כוח אופקי F פועל על $m_2$.

א. מהו F המקסימלי כך שהגופים יישארו במנוחה?
ב. אם $F = 40N$ מהי תאוצת הגופים?

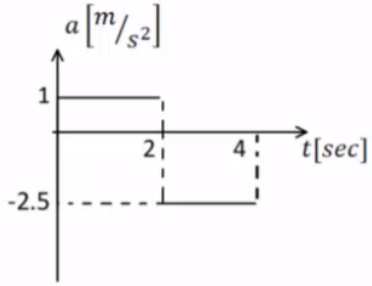
**32) זריקה אופקית בהשפעת רוח***



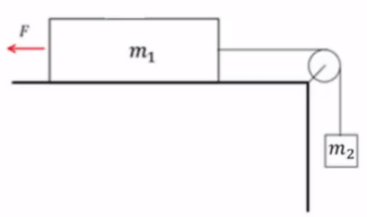

כדור נזרק מגג בניין גבוה מאוד שגובהו 80 מטרים.
הכדור נזרק אופקית במהירות של 50 מטר לשניה.
2 שניות לאחר הזריקה מתחילה לנשוב רוח שמפעילה כוח F קבוע ואופקי בכיוון המנוגד למהירות ההתחלתית.
מסת הכדור היא 500 גרם.

א. ענה:
i. האם הרוח משפיעה על הזמן שלוקח לכדור להגיע לקרקע?
ii. האם הרוח משפיעה על מהירות הפגיעה של הכדור בקרקע?
ב. נתון שהחבילה פוגעת בקרקע בזווית של 32 מעלות עם האנך לקרקע.
i. חשב את גודלו של הכוח F.
ii. שרטט גרפים של רכיבי המהירות כתלות בזמן עד לפגיעה בקרקע.
ג. מהי הסטייה של הכדור בפגיעתו בקרקע בעקבות הרוח?

**33) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה וכוח***




המערכת שמתוארת בתרשים משוחררת ממנוחה ונעה ימינה. הזניחו את מסת החוט ואת כל כוחות החיכוך. כעבור 2 שניות נקרע החוט והכוח F ממשיך לפעול. נתון: $m_1 = 6kg, F = 15N$.
הגרף באיור מתאר את התאוצה של $m_1$ כפונקציה של הזמן עבור 4 השניות הראשונות של התנועה.
הכיוון החיובי הוא ימינה.




א. עבור 2 השניות הראשונות של התנועה:
i. שרטטו את הכוחות הפועלים על כל גוף.
ii. רשמו את המיקום כתלות בזמן של $m_1$.
iii. חשבו את $m_2$ ואת המתיחות בחוט.

ב. האם $m_1$ שינתה את כיוון תנועתה במהלך 4 השניות הראשונות?
נמקו אם כן או לא. במידה וכן מצא את הזמן והמרחק בו התרחש השינוי.

ג. שרטטו את המהירות כתלות בזמן עבור $m_1$ ב-4 השניות של התנועה.

ד. אם המשטח לא היה חלק, מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי עבורו המערכת הייתה נשארת במנוחה?

**34) חבילת סיוע לצוות רפואי**

מסוק נשלח להטיל מהאוויר חבילה המכילה ציוד חיוני לצוות רפואי שנמצא על הקרקע.
מסת החבילה 15 ק"ג ובעת הטלתה המסוק טס אופקית במהירות: $v_0 = 198\frac{km}{hr}$
בגובה 90 מטר מעל הקרקע. 2 שניות אחרי תחילת נפילתה של החבילה החלה לנשוב רוח שהפעילה על החבילה כוח אופקי F קבוע בכיוון המנוגד ל-$v_0$.
התייחסו לחבילה כאל גוף נקודתי.
הניחו כי פרט לכוח F האוויר אינו מפעיל שום כוח נוסף.

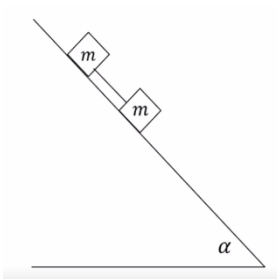
א. האם הרוח (המתבטאת כאן בכוח F קבוע שהחל לפעול 2 שניות לאחר תחילת התנועה) משפיעה על ערכם של:
   i. הזמן שלקח לחבילה להגיע לקרקע? נמק.
   ii. מהירות הפגיעה של החבילה בקרקע? נמק.

ב. חשבו את הכוח F אם נתון שהחבילה פגעה בקרקע בזווית 45 מעלות ממישור הקרקע האופקי.

ג. שרטטו במערכת צירים משותפת גרף מהירות-זמן של שני רכיבי מהירות החבילה $v_x$ ו-$v_y$ מרגע השחרור ועד הפגיעה בקרקע.

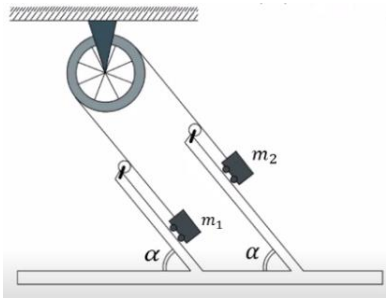
ד. בכמה מטרים הייתה מוסטת נקודת הפגיעה של החבילה בקרקע אילו לא נשבה רוח במהלך תנועתה?

**35) שתי מסות מחוברות בחוט על מישור משופע**




שני גופים בעלי מסה זהה m קשורים בחוט ונמצאים על מדרון משופע לא חלק בעל זווית $\alpha$.
משחררים את הגופים ממנוחה והם מתחילים להחליק במורד המדרון. מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגופים למשטח הוא $\mu_k$.
מצאו את המתיחות בחוט במהלך התנועה.

**36) מכונת אטווד משופעת**




תלמידים בנו מכונת אטווד "משופעת".
שתי העגלות נעות ללא חיכוך על לוחות משופעים כשהן קשורות בחוט שעובר דרך גלגלת שמסתה זניחה.
זווית השיפוע $\alpha$ ניתנת לשינוי.
מסות הגופים הן: $m_2 = 6kg$ , $m_1 = 3kg$.
בטאו תשובותיכם בסעיפים א', ב', ג' באמצעות $\alpha$.

א. תלמידה מחזיקה את העגלה $m_2$ כך שלא תזוז.
מהי המתיחות בחוט?

ב. התלמידה משחררת את המסה $m_2$.
מהי תאוצת הגופים ומהי המתיחות בחוט כעת?

ג. החוט יכול לשאת עומס מקסימאלי של $25N$.
מהו הערך המירבי של $\alpha$ עבורו החוט לא ייקרע?

ד. בהנחה כי כעת מחובר חוט היכול לעמוד במתיחויות גדולות מאוד,
מהי הזווית $\alpha$ עבורה תאוצת הגופים היא מקסימאלית?

ה. מדוע הגדלה נוספת של הזווית מעבר לזווית שמצאתם בסעיף ד', לא תמשיך ותגדיל את תאוצת הגופים ולא את המתיחות בחוט?
הניחו בסעיפים ד' ו-ה כי המרחק בין הלוחות גם הוא גדול מאוד ביחס לאורך החוט.

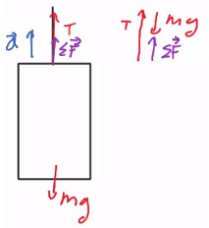
## תשובות סופיות:

**1)** א. $a_x = 2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $t = \sqrt{30}\,\text{sec}$

**2)** א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב. $t \approx 6.82\,\text{sec}$
ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

**3)** א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$. ב. לא, כי $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$.

**4)** א. $x(t=4) = 24\text{m}$ ב. $x_F = 60\text{m}$

**5)** א. ב.  ג. $T = 6300\text{N}$

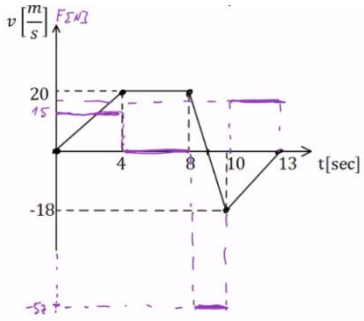
**6)** א. $m_{Dani} = 60\text{kg}$ ב. כמו סעיף א'. ג. $m_{Dani} = 78\text{kg}$
ד. $m_{Dani} = 42\text{kg}$ ה. 0

**7)** $m_{Yossi} = 30\text{kg}$

**8)** א. $a = \begin{cases} \frac{4}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ \frac{6}{5}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 3 < t < 6 \\ \frac{-2}{5} & 6 < t < 8 \end{cases}$ ב. $v(t) = \begin{cases} \frac{4}{5}t & 0 \le t \le 3 \\ \frac{12}{5} + \frac{6}{5}(t-3) & 3 \le t \le 6 \\ 6 - \frac{2}{5}(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

ג. $x(t) = \begin{cases} \frac{2}{5}t^2 & 0 \le t \le 3 \\ \frac{18}{5} + \frac{12}{5}(t-3) + \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}(t-3)^2 & 3 \le t \le 6 \\ \frac{81}{5} + 6(t-6) + \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)(t-6) & 6 \le t \le 8 \end{cases}$

**9)** שקול הכוחות: $\sum F = 18\text{N}$, גרף:



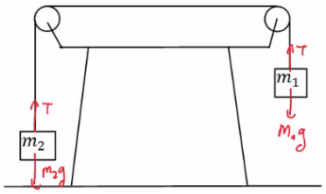
**10)** א. $m_{min}=1.5kg$ ב. $a=2.5\frac{m}{sec^2}$ ג. $t\approx 1.55sec$

ד. $v_2(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{x}$ , $v_1(t=1.55)\approx 3.87\frac{m}{sec}\hat{y}$

**11)** א. תאוצה: $a=5\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$. ב. תאוצה: $a=3\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=15N$.

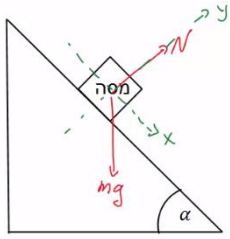
**12)** א. תאוצה: $a\approx 6.67\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T=46.68N$.

ב. תאוצה: $a\approx 4.67\frac{m}{sec^2}$.

**13)** א. 

ב. $a=5\frac{m}{sec^2}$ ג. $m_1$ תרד כלפי מטה.

ד. $t=\sqrt{\frac{4}{5}}sec$ ה. $v(t=0.89)\approx 4.47\frac{m}{sec}$

**14)** א. 

ב. $a_x=g\sin\alpha$ ג. מיקום-זמן: $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$

מהירות-זמן: $v(t)=g\sin\alpha\cdot t$

**15)** א. תתחיל להחליק. ב. הזמן: $t\approx 0.94sec$, המהירות: $v(t=0.94)\approx 6\frac{m}{sec}$.

**16)** א. $a=-g(\mu_k\cos 30°+\sin 30°)\approx -6.73\frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t)=0+20\cdot t-\frac{6.73}{2}\cdot t^2$

ג. $t\approx 2.97sec$ ד. לא. ה. $t=6.24sec$

**17)** א. לכיוון המסה הגדולה יותר. ב. $a\approx 2.61\frac{m}{sec^2}$

ג. סטטי, המערכת בתנועה. ד. $a\approx 1.7\frac{m}{sec^2}$

**18)** א. בכיוון $m_2$. ב. $a\approx 0.98\frac{m}{sec^2}$ ג. בכיוון $m_1$, סטטי. ד. אין.

**19)** א. תאוצה: $a=6\frac{m}{sec^2}$, מתיחות: $T_{m2}=32N$, $T_{m1}=56N$. ב. בתנועה.

ג. $a=5.6\frac{m}{sec^2}$

**20** א. $a=\frac{F}{m}\left(\cos\theta+\mu_k\sin\theta\right)-\theta_k g$ ב. $\theta=20°$ ג. $\theta_0\approx 16.6992°$

**21** א. גודל: $a_x=g\tan\alpha$ , כיוון: חיובי. ב. לא.

**22** $F=\mu_s\left(m_1+m_2\right)g=28N$

**23** א. $x(t)=20\cdot t-\frac{2}{2}t^2$ , $v(t)=20-2\cdot t$ ב. $x(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot t^2$ , $v(t)=\frac{1}{2}\cdot t$

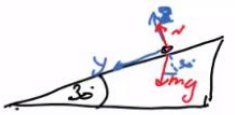
ג. $v(t=8)=4\frac{m}{sec}$

**24** $a_{min}=\frac{g}{\mu_s}$

**25** א. $a=2\frac{m}{sec^2}$ ב. $N_{1\to 2}=6N$ ג. $\vec{N}_{2\to 1}=6N\hat{x}$

**26** א. $h_{max}=3m$ ב. $h_{max}=1.78m$

**27** א. $\sum F_x=0$ , $\sum F_y=mg\sin 30°$ , $\sum F_z=N-mg\cos 30°$




ב. פרבולה. ג. $v_0=\sqrt{2}\frac{m}{sec}$ ד. $v_y\left(t_B\right)\approx 7.07\frac{m}{sec}$

**28** א. $m_{Bmax}=\frac{\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha}{1+\sin\alpha-\mu_s\cos\alpha}$

ב. $a=g\left(\mu_s\cos\alpha-\sin\alpha\right)$ , $T=g\left(m_A+m_C\right)\mu_s\cos\alpha$

ג. $a_C=\left(\mu_k\cos\alpha-\sin\alpha\right)g$ , $a_B=g\frac{\left(m_B-\mu_k m_C\cos\alpha-m_A\sin\alpha\right)}{m_A+m_B}$

**29** א. $N_A=0.732mg$ , $N_B=0.518mg$ ב. $\mu_s\geq 0.224$

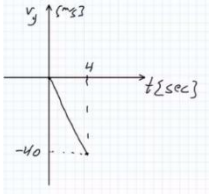
**30** א. $a=\frac{F\cos\alpha}{2m}$ ב. $f_s=\frac{F\cos\alpha}{2}$ ג. $F_{max}=\frac{2\mu_s mg}{\cos\alpha-2\mu_s\sin\alpha}$

ד. $a\approx 2.17\frac{m}{sec^2}$ ה. $a_1=22.2\frac{m}{sec^2}$ , $a_2=3.75\frac{m}{sec^2}$

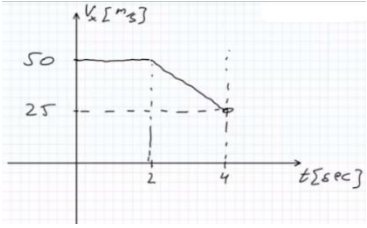
**31** א. $F_{max}=31.05N$ ב. $a=1.81\frac{m}{sec^2}$

**32** א.i. אינה משפיעה. ii. משפיעה. ב.i. $F=6.25N$

ii. $v_y(t)=-10\cdot t$

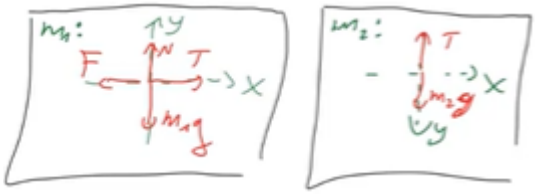



$v_x(t)=\begin{cases}50 & 0<t<2\\ 50-12.5(t-2) & 2<t<4\end{cases}$




ג. $\sigma_x=25m$

**33)** א.i.

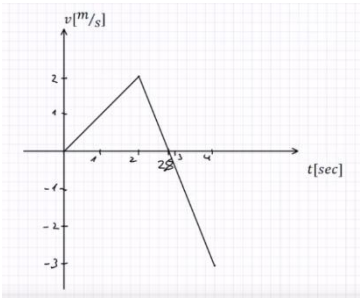



ii. $x(t)=\frac{1}{2}t^2$

iii. $T=21N\ ,\ m_2=2.33kg$

ב. כן, מכיוון שהשטח השלילי מתחת לגרף גדול מהשטח החיובי המהיר תשנה כיוון.
שינוי הכיוון: $x=2.8m\ ,\ t=2.8sec$.

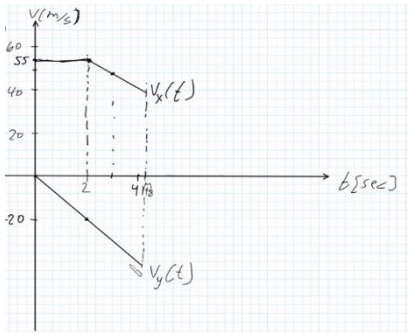
ג.




ד. $\mu_{s\min}=0.25$

**34)** א.i. לא משפיעה. ii. משפיעה. ב. $F\approx 84.1N$

ג.




ד. $\Delta x=14m$

**35)** $T=0$

**36)** א. $T=30\sin\alpha$ ב. $a=3.35\sin\alpha$ ג. $\alpha_{max}=38.7°$ ד. $\alpha_{max}=90°$

ה. המסות יתנתקו מהמשטח ויהיו תלויות אנכית, התאוצה תישאר אותו דבר כמו בזווית של $90°$.

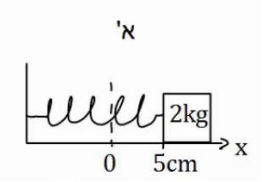
# הכוח האלסטי - קפיץ:

## שאלות:

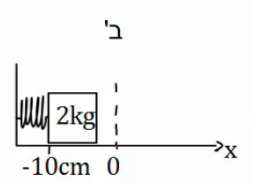
**1) דוגמה 1**

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.

בין הגוף למשטח אין חיכוך.




א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?



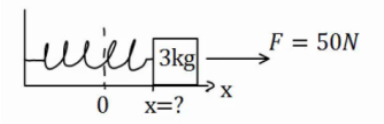

ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?
כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.2$.

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

**2) דוגמה 2**

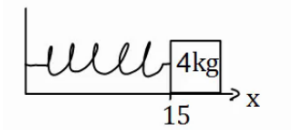
גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 100\frac{N}{m}$.

בין הגוף למשטח אין חיכוך.
על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל?
(הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס).




**3) דוגמה 3**

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.




בין הגוף למשטח אין חיכוך.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

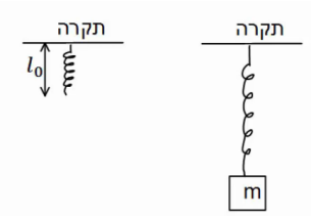
א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

**4) שיטה למדידת קבוע קפיץ**

מסה $m$ תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ שאורכו הרפוי הוא $l_0$.

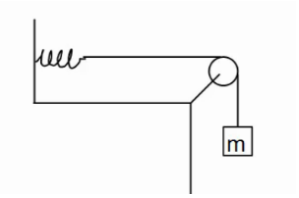



משחררים את המסה לאט לאט עד אשר היא מגיעה לנקודה בה היא תלויה לבד במנוחה.

א. מה מיוחד בנקודה זו?

ב. מודדים את מרחק המסה מהתקרה בנקודה זו. מצא באמצעות מרחק זה והפרמטרים בשאלה את קבוע הקפיץ.

**5) מסה קשורה לחוט שמחובר לקפיץ אופקי**



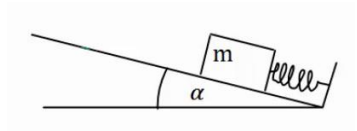

מסה $m=5gr$ תלויה באמצעות חוט, העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר בצידו השני לקפיץ.
הקפיץ מחובר לקיר בצורה אופקית.
קבוע הקפיץ הוא: $k=10\frac{N}{m}$.

א. משחררים את המסה בנקודה בה היא נשארת במנוחה. מצא את התארכות הקפיץ.

ב. מושכים את המסה 5 ס"מ נוספים ומשחררים. מהי תאוצת המסה ברגע השחרור?

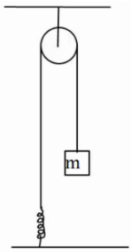
**6) קפיץ בשיפוע**

מסה $m$ נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית $\alpha$.



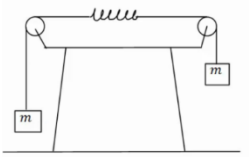

מצד המסה מחובר קפיץ בעל קבוע קפיץ $k$.
אין חיכוך בין המסה למשטח.
בכמה מכווץ הקפיץ ממצבו הרפוי?
התייחס לפרמטרים בשאלה כנתונים.

**7) מסה מחוברת לקפיץ דרך גלגלת בתקרה**



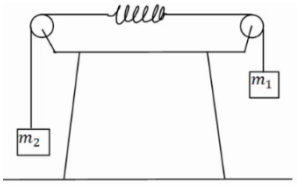

מסה $m$ מחוברת לקפיץ אידיאלי (חסר מסה) דרך גלגלת אידיאלית המחוברת לתקרה.
הקפיץ מחובר לקרקע וקבוע הקפיץ הוא $k$.
מצא את התארכות הקפיץ אם נתון שהמסה בשיווי משקל.

**8) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע**




במערכת הבאה שתי מסות זהות $m$ תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.
באמצע החוט ישנו קפיץ בעל קבוע קפיץ $k$.
מצא את התארכות הקפיץ.

**9) שתי מסות משני צידי השולחן וקפיץ באמצע בתאוצה**




במערכת הבאה שתי מסות שונות: $m_1 = 3kg$ , $m_2 = 1kg$,
תלויות משני צידיו של השולחן באמצעות חוטים וגלגלות אידיאליים.

באמצע החוט ישנו קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 20\frac{N}{m}$.

הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מצא את תאוצת המערכת.

ב. מצא את התארכות הקפיץ.

**10) מסה תלויה ומתיחה**

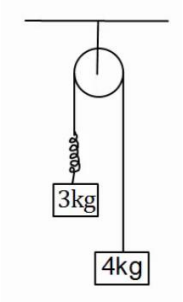
מסה תלויה במנוחה מהתקרה באמצעות קפיץ אידיאלי.

נתון: $k = 20\frac{N}{m}$ , $m = 2kg$.

א. מהי תאוצת המסה אם מושכים את המסה 5 ס"מ כלפי מטה?

ב. מהי תאוצת המסה אם מרימים את המסה 2 ס"מ כלפי מעלה?

**11) מסות תלויות מהתקרה עם קפיץ בתאוצה**




במערכת הבאה שתי מסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידאלית.

בין המסות יש קפיץ חסר מסה בעל קבוע קפיץ: $k = 50\frac{N}{m}$.

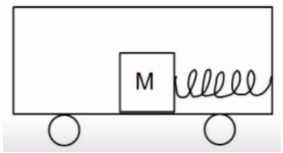
הנח כי אורך הקפיץ קבוע במהלך התנועה.

א. מהי תאוצת המסות?

ב. מהי ההתארכות של הקפיץ?

**12) קפיץ במכונית נוסעת**

מסה $m = 5kg$ נמצאת על רצפת מכונית.
המסה מחוברת באמצעות קפיץ חסר מסה לצד המכונית, ויכולה לנוע על הרצפה ללא חיכוך.




קבוע הקפיץ הוא: $k = 30\frac{N}{m}$.

הנח שאורך הקפיץ קבוע.

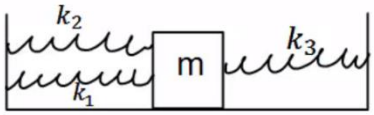
א. מהי התארכות הקפיץ אם המכונית נוסעת במהירות קבועה?

ב. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע ימינה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

ג. מהי ההתארכות בקפיץ אם המכונית נעה בתאוצה קבועה של 3 מטר לשנייה בריבוע שמאלה? ציין האם הקפיץ נמתח או מתכווץ.

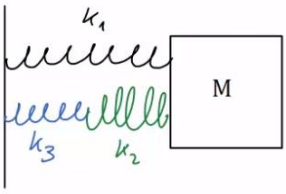
**13) מסה עם שלושה קפיצים**

שלושה קפיצים מחוברים למסה $m=2kg$ , כפי שנראה באיור.
אין חיכוך בין המסה לרצפה.




נתון כי: $k_1=3\frac{N}{m}$ , $k_2=5\frac{N}{m}$ , $k_3=12\frac{N}{m}$ .
הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.
מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

**14) שלושה קפיצים שוב**




באיור הבא המסה $m=4kg$ מחוברת לשלושה קפיצים בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת ב- $x=0$ .
מהי תאוצת המסה כאשר מיקומה הוא: $x=0.2m$
אם קבועי הקפיצים הם: $k_1=3\frac{N}{m}$ , $k_2=5\frac{N}{m}$ , $k_3=12\frac{N}{m}$ .

## תשובות סופיות:

1) א. גודל: $-1.25\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי. ב. גודל: $a=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכיוון חיובי.
ג. $x=8\text{cm}$

2) $x=\frac{1}{2}\text{m}$

3) א. $F=-2.5\text{N}$ ב. $F=2\text{N}$ ג. סעיף א': $a=-3.13\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, סעיף ב': $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

4) א. נקודת שיווי משקל. ב. $k=\frac{mg}{d-l_0}$

5) א. $\Delta x=5\text{cm}$ ב. $a=-10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

6) $|\Delta x|=\frac{mg\sin\alpha}{k}$

7) $\Delta x=\frac{mg}{k}$

8) $|\Delta x|=\frac{mg}{k}$

9) א. $a=5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x=\frac{3}{4}\text{m}$

10) א. $a=-0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $a=0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

11) א. $a=\frac{10}{7}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $\Delta x\approx 0.69\text{m}$

12) א. $\Delta x=0$ ב. $|\Delta x|=\frac{1}{3}\text{m}$, מתארך. ג. $|\Delta x|=\frac{1}{2}\text{m}$, מתכווץ.

13) $a=-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

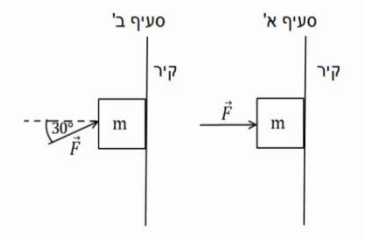
14) $a\approx 0.326\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

# תרגילים נוספים לחוק ראשון ושלישי:

## שאלות:

**1) מסה מוצמדת לקיר**

ארגז בעל מסה של 2 ק״ג מוצמד לקיר באמצעות כוח אופקי.
מקדם החיכוך הסטטי בין הארגז לקיר הוא: $0.3$.

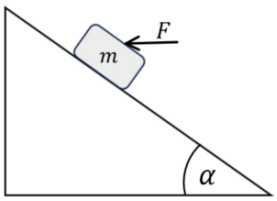



א. מה הגודל המינימלי של הכוח המאפשר לשמור על הארגז במנוחה?

ב. חזור על סעיף א' עבור המקרה בו הכוח פועל בזווית של $30°$ כלפי מעלה ביחס לאופק.

**2) כוח אופקי מינ ומקס על מסה בשיפוע**

מסה: $m=2kg$ מונחת על מדרון משופע בעל זווית: $\alpha=37°$.

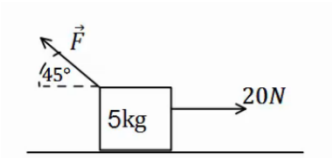



מקדם החיכוך הסטטי בין המסה למדרון הוא: $\mu_s=0.15$.

כוח אופקי $F$ פועל על המסה ומחזיק אותה במנוחה.
מהו $F$ המינימלי והמקסימאלי כך שהמסה תשאר במנוחה?

**3) קופסה עם כוח לא ידוע**

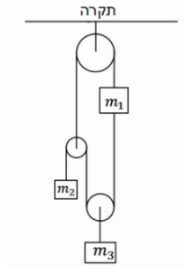
קופסה בעלת מסה של 5 ק״ג מונחת על משטח אופקי.
כוח של 20 ניוטון מושך את הקופסה ימינה במקביל לציר ה-$x$. בין המשטח לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הקינטי הוא: $\mu_k=0.2$.



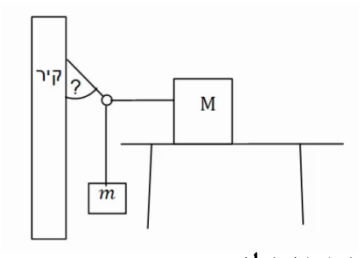

כוח נוסף מופעל על הקופסה אחורנית בזווית של $45°$.
מצא את גודלו של הכוח אם ידוע שהמסה נעה ימינה במהירות קבועה.

**4) מערכת גלגלות**

במערכת הבאה כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המסות $m_1, m_2$ נתונות.
מצא את $m_3$ ואת המתיחויות בכל חוט, אם ידוע כי כל המערכת נמצאת במנוחה.

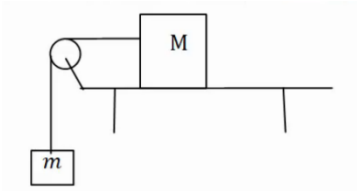


**5) מסה על שולחן, מסה תלויה, טבעת וקיר**




קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי לטבעת חסרת מסה.
מסה m תלויה גם כן באמצעות חוט אידיאלי מהטבעת ונמצאת באוויר. חוט נוסף מחבר את הטבעת לקיר.
ידוע כי מקדם החיכוך הסטטי בין המסה M לשולחן הוא: $\mu_s$, וכי כוח החיכוך הפועל על המסה במצב הנ"ל מקסימלי.
מצא את המתיחות בכל חוט ואת הזווית בה מחובר החוט לקיר,
אם: $M, m, \mu_s$ נתונים.

**6) מקדם חיכוך מינימלי וכוחות על השולחן**




קופסה בעלת מסה M מונחת על שולחן.
הקופסה קשורה בחוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית לקופסה נוספת בעלת מסה m התלויה באוויר.
בין השולחן לקופסה קיים חיכוך, מקדם החיכוך הסטטי אינו ידוע.

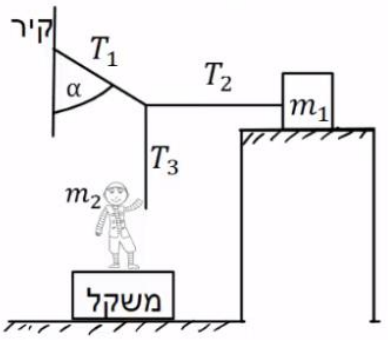
א. מצא מהו ערכו המינימלי האפשרי של מקדם החיכוך הסטטי, אם ידוע שהמערכת נמצאת במנוחה. הנח שהמסות נתונות.

ב. מהו הכוח שמפעיל המוט המחזיק את הגלגלת על הגלגלת?

ג. מהו הכוח הכולל הפועל על השולחן מהמערכת (מסות והמוט שמחזיק את הגלגלת)?

ד. מהו הכוח הנורמלי ומהו כוח החיכוך הפועלים על השולחן מהרצפה? (התייחס למסת השולחן כנתונה).

**7) נער מושך בחוטים**

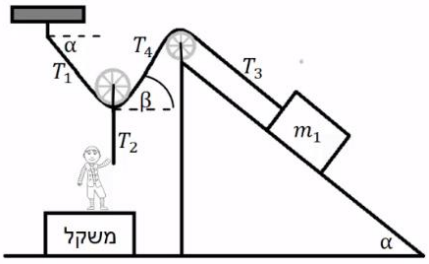



מסה $m_1$ מונחת על משטח אופקי לא חלק.
נער שמסתו $m_2$ מושך את קצה החוט $T_3$, כך שהמסה $m_1$ על סף תנועה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$ , $\alpha = 30°, m_2 = 50kg$.
החוט $T_2$ אופקי ו-$T_3$ אנכי.
הוראת המשקל היא: 450N.

א. חשב את המתיחות בחוטים: $T_1, T_2$ ו-$T_3$.

ב. חשב את ערכה של מסה $m_1$.

**8) נער מושך בחוטים שוב**

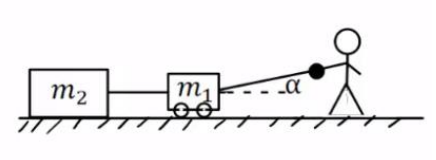



מסה $m_1$ מונחת על משטח משופע לא חלק.
נער שמסתו $m_2$ מושך את קצה החוט $T_2$.
החוט $T_2$ מחובר למרכז הגלגלת חסרת חיכוך ומסה. הנער עומד על משקל.
נתון: $\mu_s = 0.2$ , $\alpha = 40°, m_1 = 80kg, m_2 = 60kg$.
החוט $T_2$ מאונך ו-$T_3$ מקביל למדרון.
הוראת המשקל היא: 120N.

א. חשב את הזווית $\beta$ (הזווית בין החוט לאופק).
ב. חשב את המתיחות בחוטים: $T_1, T_2, T_4$.
ג. מצא את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך בין $m_1$ למדרון.

**9) נער מושך בעגלה הקשורה למשקולת**

בתרשים שלפניך מוצגת מערכת.

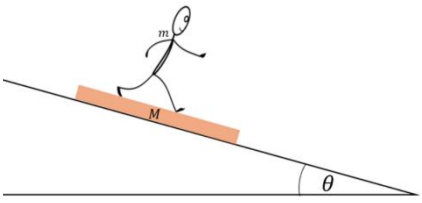



אדם מושך עגלה שמסתה $m_1 = 15kg$ באמצעות חוט.
החוט בזווית $\alpha = 30°$ עם הציר האופקי, ראה תרשים.
החיכוך בין העגלה למשטח ניתן להזנחה.
לעגלה מחוברת משקולת $m_2 = 25kg$.
מקדם החיכוך בין המשקולת למשטח שווה $\mu_k = 0.2$.
מערכת הגופים נעים במהירות קבועה.

א. מהי המתיחות בחוט בין העגלה למשקולת?
ב. מהו הכוח שהאדם מושך את מסה $m_1$?

**10) אדם הולך על קרש על מישור משופע ****

קרש שמסתו M מונח על מישור משופע חלק הנטוי בזווית $\theta$.
אדם שמסתו: $m = 0.4M$ הולך על גבי הקרש.
בין האדם לקרש קיים חיכוך. הניחו שהכוח שמפעיל האדם על הקרש קבוע ושהמישור מקובע.




א. באיזה כיוון צריך האדם ללכת כך שהקרש יישאר במנוחה?
ב. מה צריכה להיות תאוצת האדם בסעיף א?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר את המצב בסעיף א? (בהליכה החיכוך עם המשטח הוא סטטי למרות שיש תנועה)
ד. האדם משנה את הליכתו כך שעכשיו הוא נשאר במקום ביחס לקרקע והקרש נע ביחס לקרקע. מה כיוון הליכתו של האדם ומהי תאוצת המשטח במקרה זה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $F_{min}=66.67N$ ב. $F\geq 26.32N$

**2)** $F_{min}=10.8N$ , $F_{max}=20.4N$

**3)** $F\approx 17.68N$

**4)** $T_1=(m_1+m_2)g$ , $T_2=m_2g$ , $T_3=2m_2g$ , $T_4=2(m_1+m_2)$ , $m_3=2m_2$

**5)** $\cot\alpha=\dfrac{m}{\mu_s M}$

**6)** א. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{m}{M}$ ב. $F=\sqrt{2}mg$ ג. $\sum F_y=(-M+m)g$

ד. $N=-\sum F_y=(M+m)g+\tilde{M}g$

**7)** א. $T_1=57.7N$ , $T_2=28.9N$ , $T_3=50N$ ב. $m_1=14.5kg$

**8)** א. $\beta=40°$ ב. $T_2=480N$ , $T_1=T_4\approx 373N$

ג. $f_s=141N$ , כיוון: במעלה המדרון.

**9)** $T_2=50N$ ב. $T_1=57.7N$

**10)** א. במורד המישור. ב. $\dfrac{7}{2}g\sin\theta$ ג. $\mu_{s_{min}}=\dfrac{\tan\theta}{0.4}$

ד. במעלה המישור. $a=1.4g\sin\theta$

# תאוצות לא שוות:

## שאלות:

**1) מסה במדרון ומסה אופקית**

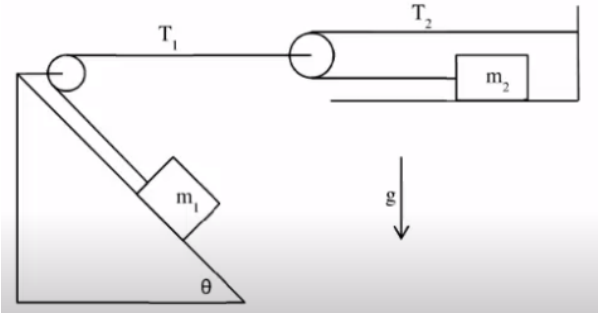
המסות $m_1$ ו-$m_2$ מחוברות על ידי חוטים וגלגלות אידאלים, ראה איור.
המישור המשופע עליו מונחת המסה $m_1$ חסר חיכוך בעוד שהמישור האופקי עליו מונחת $m_2$ הוא משטח בעל חיכוך עם מקדם חיכוך סטטי/קינטי $\mu$.

א. קבל ביטוי פרמטרי עבור הערך של $m_2$ מעליו המערכת תמצא בשיווי משקל.

ב. מהו ערך זה עבור הנתונים: $m_1 = 5kg$ , $\theta = 30°$ , $\mu = 0.2$.

ג. אם $m_2$ קטן מהערך שחישבת בסעיפים הקודמים, מה תהיה תאוצת כל גוף במערכת (קבל ביטוי פרמטרי)?

ד. חשב את התאוצה עבור $m_2 = 1kg$.




## תשובות סופיות:

**1)** א. $m_2 = \frac{m_1 \sin\theta}{2\mu}$

ב. $m_2 = 6.25kg$

ג. $a_2 = \frac{2m_1 g\sin\theta - 4\mu m_2 g}{4m_2 + m_1}$ , $a_1 = \frac{m_1 g\sin\theta - 2\mu m_2 g}{4m_2 + m_1}$

ד. $a_2 = 4.67\frac{m}{sec^2}$ , $a_1 = 2.33\frac{m}{sec^2}$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 10 - עבודה ואנרגיה

### תוכן העניינים

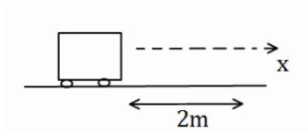

1. העבודה שמבצע כוח ..... 116
2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה ..... 118
3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית ..... 119
4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה ..... 120
5. עבודת החיכוך וחום ..... 123
6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ ..... 125
7. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
8. חוק שימור האנרגיה- הרחבה ..... (ללא ספר)
9. תרגילים ..... 126
10. הספק ..... 131

# העבודה שמבצע כוח:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

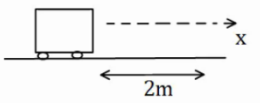
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-$x$.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:




א. בכיוון ציר ה-$x$.
ב. בכיוון $30°$ עם ציר ה-$x$.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-$x$.

**2) דוגמה 2**

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-$x$.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



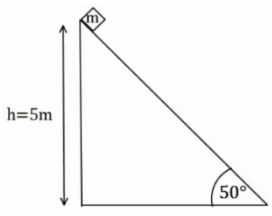

א. בכיוון ציר ה-$y$.
ב. בכיוון $30°$ מעל ציר ה-$x$ השלילי.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-$x$ השלילי.

**3) דוגמה 3**

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא $3kg$.

א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: $m$ , $h$.

**4) דוגמה 4**




גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.

א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k=0.2$.

**5) דוגמה 5**

גוף נע מהנקודה $(1,2)$ לנקודה $(3,5)$.

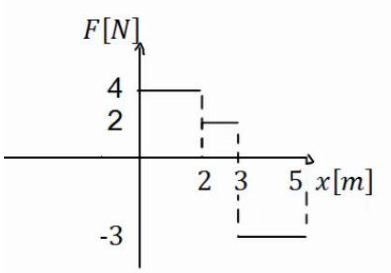
חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F}=(2,1)$

ב. $\vec{F}=(-3,2)$

**6) כוח כתלות במיקום**

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.




א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים האחרונים של התנועה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $W=10$ ב. $W=5\cdot\sqrt{3}$ ג. $W=5\cdot\sqrt{3}$

**2)** א. $W=0$ ב. $W\approx -8.66$ ג. $W\approx -8.66J$

**3)** א. $W_g=240J$ ב. $W_g=mgh$

**4)** א. $W_N=0$ ב. $W_g=100J$ ג. $W_{fk}=-16.79J$

**5)** א. $W=7J$ ב. $W=0$

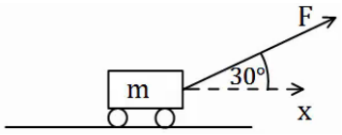
**6)** א. $W=4J$ ב. $W=-6J$

# אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

## שאלות:

**1) כוח מושך קרונית בזווית**

כוח $F=50N$ מושך קרונית בזווית של $30°$ מעל ציר ה- $x$.
מסת הקרונית היא 3 ק"ג.

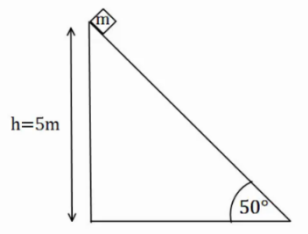



א. שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.

ב. מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- $x$.

ג. מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים, אם התחילה לנוע ממנוחה?

**2) המשך לדוגמה 4**

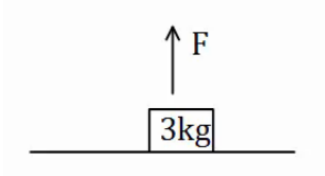



גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.
מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.2$.

א. מצא את עבודת הכוחות.

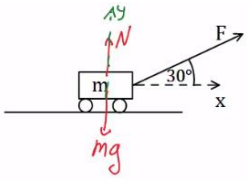
ב. מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

**3) כוח מושך גוף ישר למעלה**




כוח $F=50N$ מושך גוף כלפי מעלה.
מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע.
מסת הגוף היא 3 ק"ג.

## תשובות סופיות:

**1)** א. 


ב. $W_N=0=W_g\ ,\ W_F\approx 216.51J$

ג. $v_F\approx 12.01\frac{m}{sec}$

**2)** א. $W_N=0\ ,\ W_g=100J\ ,\ W_{fk}=-16.79$

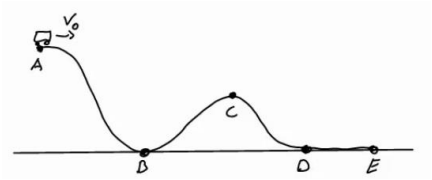
ב. $v_F\approx 9.12\frac{m}{sec}$

**3)** $v_p\approx 10.33\frac{m}{sec}$

# אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

## שאלות:

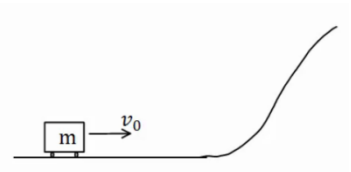
**1) רכבת הרים**




רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים.
מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה.
מצא את מהירותה בנקודות B , D , E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

**2) עגלה עולה על גבעה**

עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה.
אין חיכוך בין העגלה לאדמה.




א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה?
לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.

ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

## תשובות סופיות:

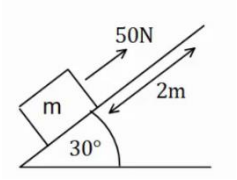
**1)** $v_B \approx 20.62\frac{m}{sec} = v_E = v_D$ , $v_C \approx 15\frac{m}{sec}$

**2)** א. $h_{max} = 20m$ ב. $v_F = \pm v_0$

# אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

## שאלות:

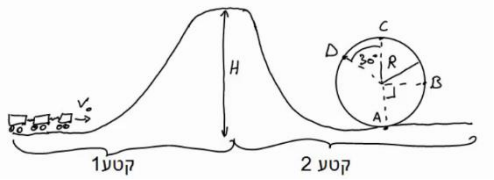
**1) כוח מעלה במדרון משופע**




כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של $30°$.
מסת הגוף היא $m=4kg$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה.
חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

**2) עוד רכבת הרים**

רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור.
לרכבת מהירות התחלתית נמוכה $v_0$.

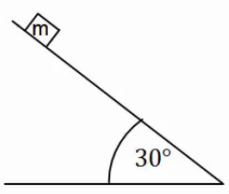



בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H.
בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.
בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ".
התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

**3) מסה מחליקה במדרון**



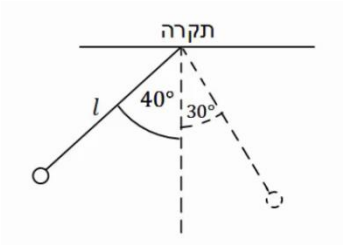

מסה $m=4kg$ מונחת במנוחה בגובה $h=5m$ על מדרון משופע.
שיפוע המדרון הוא $30°$.

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F=60N$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

**4) מטוטלת**




מטוטלת בעלת אורך חוט $l=50cm$ תלויה מהתקרה.
מרימים את המטוטלת לזווית של $40°$ ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

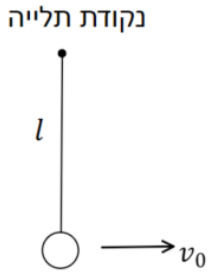
א. מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?

ב. מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?

ג. מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של $30°$?

ד. מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

**5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל**




כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l=30cm$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי של $v_0=2\frac{m}{sec}$.

i. מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?

ii. מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה המקסימלי שהחוט מאפשר לו (l מעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32}\frac{m}{sec}$.
הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

## תשובות סופיות:

1) $V_F \approx 5.48\frac{m}{sec}$

2) א. $W_F = mgH$ ב. $v_C = \sqrt{2g(H-2R)}$ , $v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)}$

3) א. $v_F = 10\frac{m}{sec}$ ב. $v_F \approx 8.08\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 19.11\frac{m}{sec}$

4) א. $W_T = 0$ ב. $v_F \approx 1.55\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 1.03\frac{m}{sec}$

ד. $\theta_{max} = 40°$

5) א. i. $20cm$ ii. $\theta_{max} \approx 71°$ ב. $v_0 = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

ג. $v_f = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

# עבודת החיכוך וחום:

## רקע:

**חום** ($Q$) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

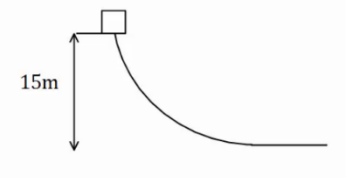
## שאלות:

**1) חישוב עבודה**

גוף שמסתו $5\text{kg}$ מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת $15\text{m}$ נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

**2) גוף נופל ממסלול עקום**




גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר.
בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה.
כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.

## תשובות סופיות:

**1)** $-132.5J$

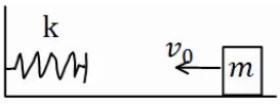
**2)** $Q = 275J$

# אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

## שאלות:

**1) מסה וקפיץ במישור אופקי**

מסה $m=50gr$ נעה במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ על משטח אופקי חלק.




המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.

א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס״מ?

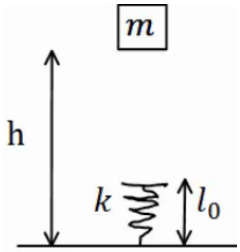
ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א׳ ו-ב׳ אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

מקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא $0.5m$.

**2) מסה נופלת על קפיץ אנכי**

מסה $m=5gr$ משוחררת ממנוחה מגובה $h=1m$ מעל הרצפה.




קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0=10cm$, וקבוע הקפיץ הוא $k=100\frac{N}{m}$.

א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

## תשובות סופיות:

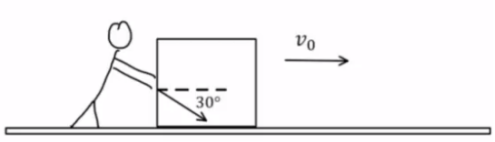
**1)** א. $v_F\approx 4.95\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x\approx 35.4cm$ ג. $v\approx 4.72\frac{m}{sec}$ , $\Delta x\approx 33cm$

**2)** א. $v_F=4.24\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x_{max}=3cm$ ג. $h_F=h_i$

# תרגילים:

## שאלות:

**1) אדם דוחף ארגז בזווית**




אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי.
מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2\frac{m}{sec}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

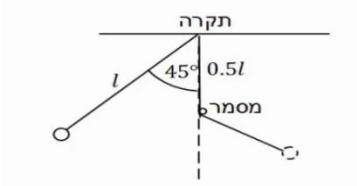
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

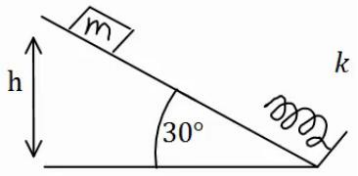
ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

**2) מטוטלת עם מסמר**




מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80cm$.
המטוטלת מוסטת לזווית של $45°$ ומשוחררת ממנוחה.
בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.
מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

**3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ**



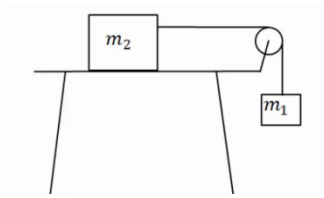

מסה $m = 20gr$ מחליקה מגובה $h = 1m$, וממנוחה, על מדרון משופע בזווית של $30°$.
בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי בעל קבוע קפיץ $k = 100\frac{N}{m}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך הקינטי $\mu_k = 0.1$.

הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

**4) מסה על שולחן ומסה תלויה**




מסה $m_2 = 4kg$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2kg$ התלויה באוויר.
גובה המסה $m_1$ מעל הקרקע הוא $h = 2m$.
המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

א. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של $m_1$ אם השולחן חלק.

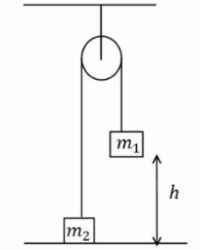
ב. מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה $m_1$.

ג. חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחום במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

**5) שתי מסות תלויות מהתקרה**

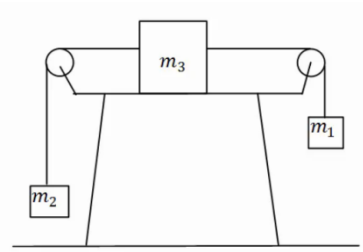
במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.




נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של $m_1$ הוא $h$.
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של $m_1$, אם המערכת מתחילה ממנוחה.

**6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר**

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$.
כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המערכת מתחילה ממנוחה.

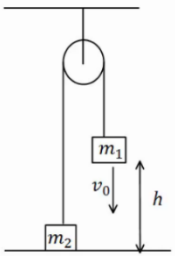



א. מצא את המהירות כתלות בהעתק של $m_1$.
הנח שהשולחן חלק.

ב. חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

**7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה**

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



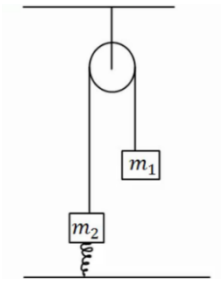

נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של $m_1$ הוא $h$.
נותנים ל-$m_1$ מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה $v_0$.

א. מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע $m_1$.
(הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).

ב. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של $m_2$.

**8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ**

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.




המסה $m_2$ מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.

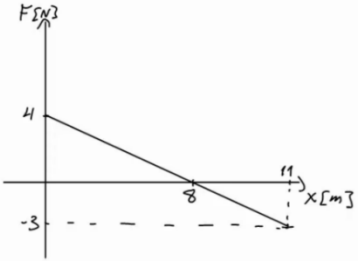
נתון: $m_1 = 4kg \ , m_2 = 2kg, \ k = 10\frac{N}{m}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

**9) גרף של כוח**




נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2kg$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18m$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6m$.

**10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה**

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה $3m$.

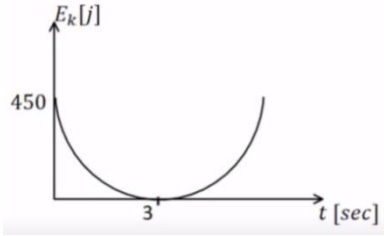
בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן מ-80 ס"מ?

**11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית**




כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן.

א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.
ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

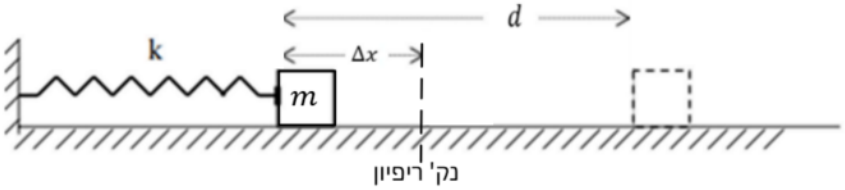
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

**12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך**

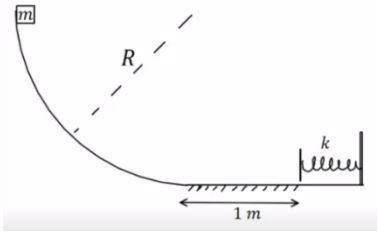
גוף שמסתו $m=0.3kg$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x=0.2m$ כמוראה בציור. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d=0.6m$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k=14\frac{N}{m}$.




א. מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?

ב. מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

**13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ**



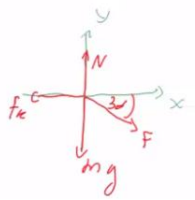

גוף בעל מסה $m=2kg$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R=2m$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר.
מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3.
בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר.
החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

א. מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

## תשובות סופיות:

**1)** א. 


ב. $W_F \approx 690J\ ,\ W_{Fk} = -200J$

ג. $\sum F \approx 250N\ ,\ W_{\sum F} \approx 490J$

ד. $v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

ה. $a \approx 3\frac{m}{sec^2}\ ,\ v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

**2)** $\theta_{max} = 65.53°$

**3)** א. הכיווץ: $x = 6.18cm$, הגובה: $h_F = 1m$.

ב. הכיווץ: $\Delta x = 5.6cm$, הגובה: $h_F = 0.999m$.

**4)** א. $v_{m_1} \approx 3.65\frac{m}{sec}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8}\frac{m}{sec}$ ד. $Q = 16J$

**5)** $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

**6)** א. $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

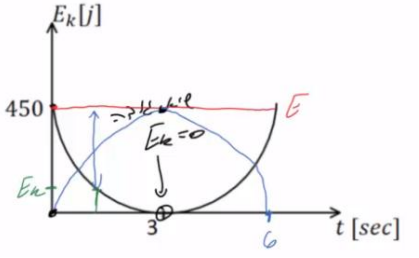
**7)** א. $h_{min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

**8)** א. $x_0 = 2m$ ב. $v \approx 2.58\frac{m}{sec}$ ג. $\Delta x_{max} = 4m$

**9)** א. $v(x=18) = 3\frac{m}{sec}$ ב. $v(x=6) = 4.12\frac{m}{sec}$

**10)** א. $h_1 = 2.76m$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

**11)** א. $v_0 = 30\frac{m}{sec}\ ,\ t = 3sec$ ב. $h = 45m$ ג.




ד. i. $W_g = -450J$ ii. $W_g = -300J$

**12)** א. 0.156 ב. $1.12\frac{m}{sec}$

**13)** א. $v_B = \sqrt{34}\frac{m}{sec}$ ב. $k = 6800\frac{N}{m}$ ג. $h_D = 1.4m$

# הספק:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ״ש ב-10 שניות.
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

**2) דוגמה 2**

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ״ש.
כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.
מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

**3) הספק ממוצע לשנות מהירות**

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון כדי לשנות את
מהירותה מ- $9\frac{km}{hr}$ ל- $27\frac{km}{hr}$ בתוך $4sec$ ?
מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

**4) רכבת צעצוע חשמלית**

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק״ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק״ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של $0.2KW$.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה, אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א׳?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות,
מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים),
על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?

**5) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן**

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו $4kg$ , הכוח הפועל בכיוון התנועה והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא: $x(t)=2+3t+t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב- $t=2\sec$ ?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\Delta E_k \approx 385,800J = W_{\sum \vec{F}}$ ב. $p=51.7HP$

**2)** $p=11.18HP$

**3)** $F=2500N$ , $\bar{p}\approx 16.76HP$

**4)** א. $\Delta t=3.5\sec$ ב. $E_{k_1=100J}=E_{k_2}$ ג. $W_{1\to 2}=600J$

ד. $W_{3\to 2}=1200J$ ה. $p=97.7W$

**5)** א. $W=144J$ ב. $p(t=2)56W$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 11 - תרגילים לחזרה עד עבודה ואנרגיה כולל

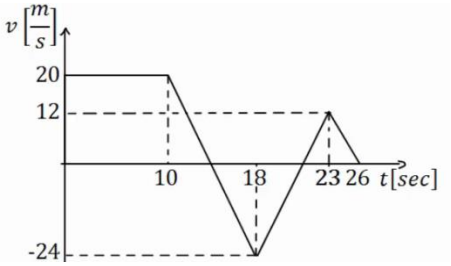
### תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר -שאלה עם גרף ..... 133
2. תנועה במישור- רקטה ממסתור ..... 135
3. אנרגיות וזריקה משופעת- בוכנה עם קפיץ ..... 136
4. כוח מושך במורד מדרון ..... 137
5. תרגילים נוספים ..... 138

# תנועה בקו ישר – שאלה עם גרף:

## שאלות:

**1)** גוף נע לאורך ציר ה-$x$ כך שמהירותו לפי הזמן נתונה בגרף הבא.
הנח שהגוף מתחיל תנועתו מ-$x=0$.




א. מצא את תאוצת הגוף בזמנים: $t=2\ ,\ 12\ ,\ 17\ ,\ 20\ ,\ 24$.

ב. שרטט גרף של תאוצת הגוף כתלות בזמן.

ג. מתי העתק הגוף מקסימלי? ומהו גודלו?

ד. באיזה מהירות קבועה צריך גוף אחר לנוע על מנת שיעשה את אותו ההעתק הכולל באותו זמן (26 שניות) כמו הגוף הנ"ל?

ה. רשום משוואת מהירות-זמן עבור הגוף.

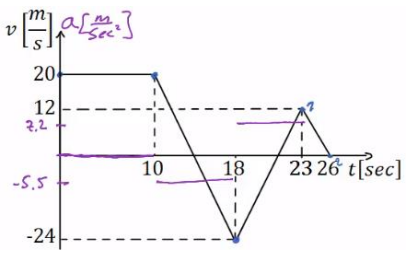
ו. רשום משוואת מיקום-זמן עבור הגוף.

ז. שרטט גרף מקום-זמן עבור הגוף.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $a(t=2)=0$ , $a(t=12)=a(t=17)=-5.5$ , $a(t=20)=7.2$ , $a(t=24)=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ב.



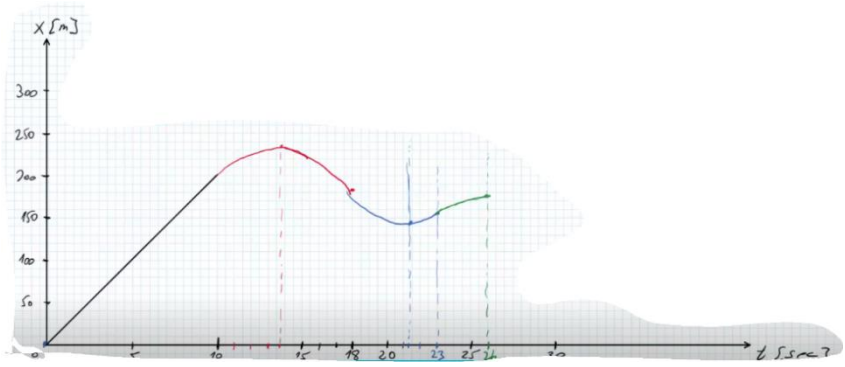

ג. בזמן : $t\approx 13.64$ , הגודל : $\Delta x_{\max}=236.4\text{m}$ .

ד. $\bar{v}\approx 6.62\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה.
$$v(t)=\begin{cases}20 & 0<t<10\\ 20-5.5(t-10) & 10<t<18\\ -24+7.2(t-18) & 18<t<23\\ 12-4(t-23) & 23<t<26\end{cases}$$

ו.
$$x(t)=\begin{cases}20t & 0<t<10\\ 200+20(t-10)+\frac{1}{2}(-5.5)(t-10)^2 & 10<t<18\\ 184+(-24)(t-18)+\frac{1}{2}7.2(t-18)^2 & 18<t<23\\ 154+12(t-23)+\frac{1}{2}(-4)(t-23)^2 & 23<t<26\end{cases}$$

ז.



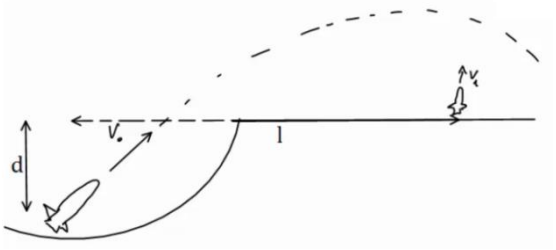
# תנועה במישור – רקטה ממסתור:

## שאלות:

**1)** רקטה יוצאת מנקודת מסתור במהירות $v_0$ ובזווית $\theta$ ביחס לאופק.
גובה המסתור הוא d מטרים מתחת לקרקע.
במרחק אופקי I מנקודת הירי של הרקטה,יוצאת רקטה נוספת במהירות $v_1$ כלפי מעלה.
התייחס לפרמטרים בגוף השאלה כנתונים.

א. מהו גובה הרקטה הראשונה כאשר היא חולפת מעל הרקטה השניה.

ב. מתי יש לירות את הרקטה השניה על מנת שתפגע ברקטה הראשונה
(מספיק להגיע למשוואה ריבועית עם המשתנה והפרמטרים הנתונים).




## תשובות סופיות:

**1)** א. $$h = -d + v_0 \sin\theta \cdot \frac{l}{v_0 \cos\theta} - \frac{9}{2} - \left(\frac{l}{v_0 \cos\theta}\right)^2$$

ב. $$h = v_1(t_1 - t_0) - \frac{9}{2}(t_1 - t_0)^2$$

# אנרגיות וזריקה משופעת – בוכנה עם קפיץ:

## שאלות:

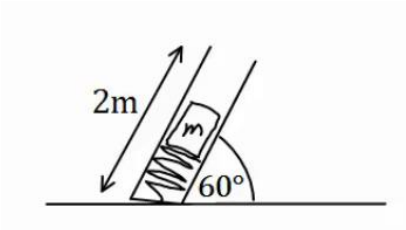
**1)** מכניסים מסה $4\text{kg}$ לתוך בוכנה המכילה קפיץ רפוי.
אורכו הרפוי של הקפיץ הוא כאורך הבוכנה $2\text{m}$.
הבוכנה נמצאת בזווית 60 מעלות ביחס לקרקע.
לוחצים את המסה לתוך הבוכנה כך שהקפיץ מתכווץ 1 מטר ומשחררים.
קבוע הקפיץ הוא: $k = 200\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

א. מהי מהירות המסה ביציאה מהבוכנה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ג. מהו המרחק מתחתית הבוכנה בו תפגע המסה בקרקע?

ד. מהי מהירות המסה בפגיעה, גודל וכיוון?




## תשובות סופיות:

**1)** א. $v \approx 5.72\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $y \approx 2.96\text{m}$ ג. $x(t=1.26) \approx 4.6\text{m}$

ד. מהירות: $v_y(t=1.26) = -7.65\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גודל: $|\bar{v}| \approx 8.17\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, כיוון: $\theta = 69.5°$.

# כוח מושך במורד מדרון:

## שאלות:

**1)** כוח אופקי $F=30N$ מושך מסה $M=4kg$ במורד מדרון משופע.
זווית השיפוע היא $20°$.
בין המדרון למסה קיים חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$.

א. האם המסה מתנתקת מהמדרון?

ב. מהי עבודת הכוח $F$ אם הגוף נע 3 מטרים במורד המדרון?

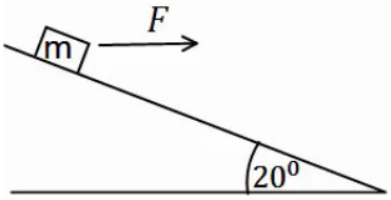
ג. מהי עבודת כוח הכובד באותה הדרך?

ד. מהי עבודת החיכוך?

ה. מהי עבודת הנורמל?

ו. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף?

ז. מהי מהירות הגוף בסוף הקטע אם התחיל תנועתו ממהירות של 2 מטרים לשניה?




## תשובות סופיות:

**1)** א. לא.
ב. $W_F=84.57J$
ג. $W_g=41.04$
ד. $W_{fk}\approx -16.4J$
ה. $W_N=0$
ו. $\Delta E_k=109.21J$
ז. $v\approx 7.66\frac{m}{sec}$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

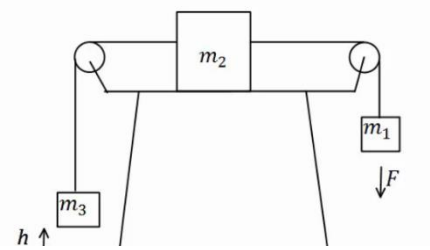
**1)** במערכת הבאה גדלי המסות הן : $m_1 = 1kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$ ברגע $t = 0$.
המערכת נמצאת במנוחה והגובה של $m_3$ מעל הקרקע הוא $h = 50cm$.
באותו הרגע פועל כוח $F = 32N$ על $m_1$ במשך 2 שניות.
הנח ש- $m_2$ לא פוגעת באף גלגלת במהלך התנועה ו- $m_1$ לא פוגעת בקרקע.
בין $m_2$ למשטח יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

א. מהי תאוצת המערכת?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו מגיעה $m_3$ ?

ג. מתי תפגע $m_3$ ברצפה?

ד. כמה חום נוצר במהלך כל התנועה?



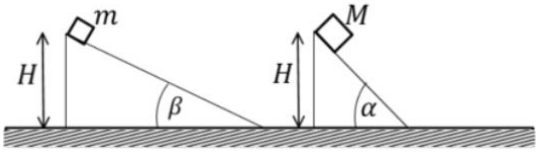

**2) השוואה בין שני מישורים**

נתונים שני מישורים משופעים חלקים בעלי גבהים שווים.
גובה המישורים הוא H ושיפועיהם $\alpha$ ו- $\beta$. שתי מסות M ו-m מחליקות ממנוחה מהקצוות העליונים של המישורים כמוראה בציור. נתון $M > m$ וכן.
נסמן ב- $v_m$ ו- $v_M$ את מהירויות המסות בהגיען לקצוות התחתונים של המישורים. כמו כן נסמן ב- $t_m$ ו- $t_M$ את משך זמני ההחלקה של המסות על המישורים.

א. האם $v_m$ גדול שווה או קטן מ- $v_M$ ?

ב. האם $t_m$ גדול שווה או קטן מ- $t_M$ ?

ג. חזרו על סעיפים א' ו-ב' עבור מצב שיש חיכוך בין המסות למישורים ומקדם החיכוך זהה.



## תשובות סופיות:

**1)** א. $a=\frac{4}{3}\frac{m}{sec^2}$ ב. $h_{max}\approx 4.06m$ ג. $t=4.41sec$ ד. $Q=30.44J$

**2)** א. שווה. ב. גדול. ג. $v_M > v_m \ , \ t_M < t_m$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 12 - תנועה מעגלית

### תוכן העניינים

1. תיאוריה ודוגמאות ..... 140
2. תאוצה זוויתית ..... 144
3. תרגילים נוספים ..... 146

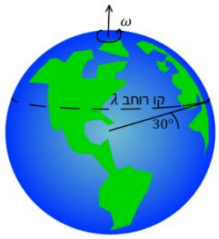
# תיאוריה ודוגמאות:

## שאלות:

**1) חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון**

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

**2) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ**




א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה, אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6,400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב $\lambda = 30°$ ?

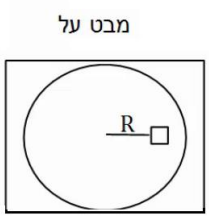
**3) אבן קשורה לחוט**

אבן קשורה לחוט באורך $l = 1.5m$ ומסתובבת במעגל אופקי עם מהירות זוויתית של $\omega = 3\frac{rad}{sec}$. התעלם מכוח הכובד. $m = 2kg$.

א. מהי המהירות הקווית של האבן?

ב. מהי המתיחות בחוט?

**4) מסה על דיסק**




מסה M מונחת על דיסק החופשי להסתובב מעל שולחן אופקי. המסה נמצאת במרחק R ממרכז הדיסק, ובין המסה למשטח יש חיכוך. מסובבים את הדיסק במהירות זוויתית $\omega$ ונתון כי המסה אינה זזה ביחס לדיסק.

א. האם החיכוך בין הדיסק למסה קינטי או סטטי?

ב. מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך?

ג. מהי המהירות הזוויתית המקסימלית שבה ניתן לסובב את הדיסק ככה שהמסה לא תחליק?

נתון $\mu_s$.

**5) גוף מסתובב במהירות קבועה**

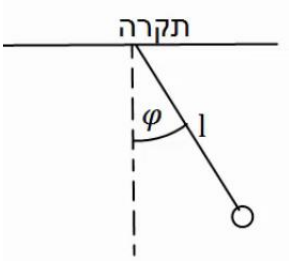
גוף מסתובב במעגל בעל רדיוס $R = 3m$ במהירות קבועה $v = 6\frac{m}{sec}$.

א. מהי המהירות הזוויתית של הגוף?

ב. מהי התדירות וזמן המחזור של הגוף?

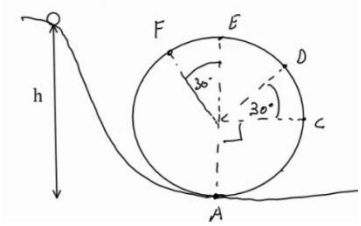
ג. כמה זמן לקח לגוף לעשות שניים וחצי סיבובים?

**6) מטוטלת אופקית**




מטוטלת באורך $l = 2m$ תלויה מהתקרה ומסתובבת במעגל אופקי. זווית החוט עם האנך לתקרה היא $\varphi = 30°$ והיא קבועה במהלך התנועה.
מצא את זמן המחזור ותדירות הסיבוב של המטוטלת, אם ידוע שהתנועה קצובה.

**7) כדור בלופ**




כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6m$ ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה.
רדיוס המעגל הוא $R = 2m$.

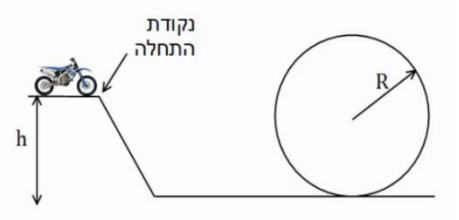
א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

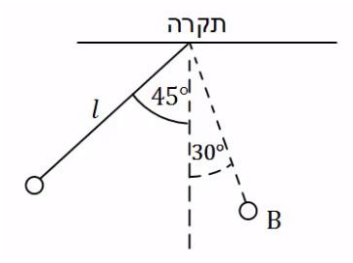
ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

**8) רוכב אופנוע במעגל אנכי**




רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור.
מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב, כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי?
הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.
נתון: $R$ , $h$.

**9) כוחות במטוטלת**




מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45 מעלות.
אורך החוט הוא l והמסה היא m.

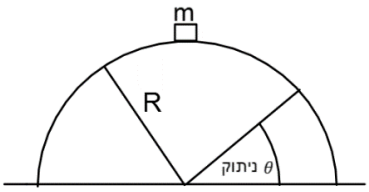
א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת בזווית 30 מעלות?
ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

**10) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית**




קופסה במסה m מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס R.
הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.
מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.

## תשובות סופיות:

**1)** מחוג שניות: $0.105\frac{rad}{sec}$, מחוג דקות: $1.75\cdot10^{-3}\frac{rad}{sec}$, מחוג שעות: $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$.

**2)** א. $7.27\cdot10^{-5}\frac{rad}{sec}$ ב. $465\frac{m}{sec}$ ג. $400\frac{m}{sec}$

**3)** א. $|\vec{v}|=\omega R=4.5\frac{m}{sec}$ ב. $T\approx27N$

**4)** א. סטטי. ב. $f_s=M\omega^2R$ ג. $\omega_{max}=\sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}$

**5)** א. $\omega=2\cdot\frac{1}{sec}$ ב. תדירות: $f\approx0.32\cdot\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=\pi\,sec$. ג. $t\approx7.85sec$

**6)** תדירות: $f\approx0.382\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T=2.61sec$.

**7)** א. $v_F\approx6.73\frac{m}{sec}$, $v_E\approx6.32\frac{m}{sec}$, $v_D\approx7.975\frac{m}{sec}$, $v_C\approx8.94\frac{m}{sec}$, $v_A\approx10.95\frac{m}{sec}$

ב. $a_{r_B}=40\frac{m}{sec^2}$, $a_{r_A}=60\frac{m}{sec^2}$ וכו', לפי הנוסחה $a_r=\frac{v^2}{R}$.

ג. $a_{\theta_F}=5\frac{m}{sec^2}$, $a_{\theta_E}=0$, $a_{\theta_D}=-10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{sec^2}$, $a_{\theta_C}=-g$, $a_{\theta_A}=0$

ד. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{a_r^2+a_\theta^2}$

**8)** $v_{min}=\sqrt{gR}$

**9)** א. $v=\sqrt{0.58gl}$ ב. $T=1.58mg$ ג. $v_B=\sqrt{0.32gl}$, $T_B=1.19mg$

ד. $T=\frac{1}{\sqrt{2}}mg$

**10)** $\theta=41.8°$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1) גוף נע במעגל**

גוף נע במעגל בעל רדיוס $R = 2\text{m}$ בתאוצה זוויתית קבועה: $\alpha = 0.1\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.
הגוף מתחיל תנועתו ממנוחה .

א. מצאו ביטוי למהירות הזוויתית כתלות בזמן.

ב. מהי המהירות הזוויתית ב-$t = 3\text{ sec}$?
מהן המהירות הקווית והתאוצה הרדיאלית באותו הרגע?

ג. מצאו ביטוי לזווית כתלות בזמן.

ד. כמה זמן לקח לגוף לעשות סיבוב אחד?
כמה זמן לקח לגוף לעשות שני סיבובים?

ה. מצאו את הדרך שעשה הגוף כתלות בזמן.

**2) פטיפון מסובב תקליט בתאוצה זוויתית**

פטיפון מתחיל לסובב תקליט ממנוחה בתאוצה זוויתית קבועה של: $\alpha = 0.2\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$.

א. כמה זמן ייקח לתקליט להגיע למהירות זוויתית של: $0.8\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$?

ב. כמה "הסתובב" התקליט ב-2 השניות הראשונות?
(כלומר מה השינוי בזווית של כל נקודה בתקליט)

ג. כמה זמן לקח לתקליט להשלים סיבוב?

ד. כמה זמן לקח לתקליט להשלים 3 סיבובים?

ה. 5 שניות לאחר תחילת הסיבוב מניחים את המחט במרחק של 20cm ממרכז התקליט.
מה מהירות החלק של התקליט שנוגע במחט באותו הרגע?

**3) אצן מאיץ במסלול מעגלי**

אצן מתחיל לרוץ ממנוחה במסלול מרוץ מעגלי בעל רדיוס של: $R = 20\text{m}$.
האצן רץ בתאוצה קבועה ומגיע למהירות של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ תוך עשר שניות.

א. מהי התאוצה המשיקית של האצן?
ב. מהי התאוצה הזוויתית של האצן?
ג. כמה השתנתה הזווית של האצן במשך עשר השניות?
ד. מהי התאוצה הרדיאלית של האצן כתלות בזמן?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\omega(t) = 0.1t$. ב. $\omega = 0.3\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ , $v = 0.6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $a_r = 0.18\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.
ג. $\theta(t) = 0.05t^2$. ד. $t_1 \approx 11.2\text{sec}$ , $t_2 \approx 15.9\text{sec}$. ה. $S = 0.1t^2$.

**2)** א. $4\text{sec}$. ב. $0.4\text{rad}$. ג. $7.9\text{sec}$. ד. $13.7\text{sec}$.

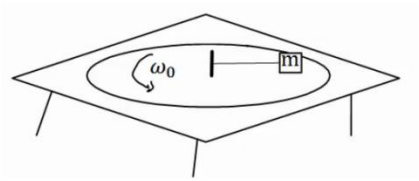
ה. $0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

**3)** א. $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. ב. $0.025\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$. ג. $12.5\text{rad}$. ד. $0.0125t^2$.

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1) מסה על דיסק קשורה בחוט**

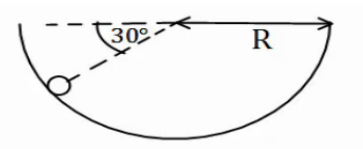



מסה m נמצאת על דיסק המסתובב על גבי שולחן.
המסה קשורה בחוט למוט במרכז השולחן.
המוט מסתובב ביחד עם כל הדיסק.
נתון כי המסה מסתובבת עם הדיסק במהירות זוויתית $\omega_0$.
מהי המתיחות בחוט אם אורכו L?

**2) קרוסלה בלונה פארק**

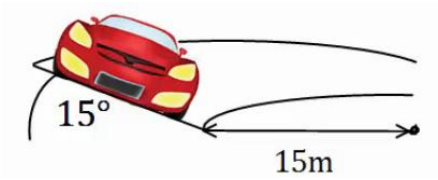
במתקן בלונה פארק ישנה קרוסלה מסתובבת אליה קשורים כבלים עם כסאות, ראה תמונה.
רדיוס "הכתר" הוא $R = 5m$ אורך כל כבל הוא $l = 4m$.
הזווית ביחס לאנך לרצפה בה נטוי כל כבל היא 40 מעלות.
כמה זמן לוקח לקרוסלה להשלים סיבוב?
שים לב שרדיוס הכתר הוא לא רדיוס הסיבוב.

**3) כדור בקערה כדורית**



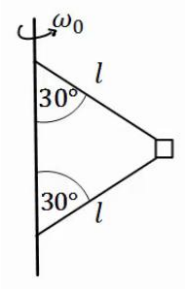

כדור קטן מונח בתוך קערה חצי כדורית בעלת רדיוס R.
מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף.
מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש, כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

**4) מכונית במחלף**




מכונית נוסעת על מחלף משופע.
זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות.
רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים.
אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?

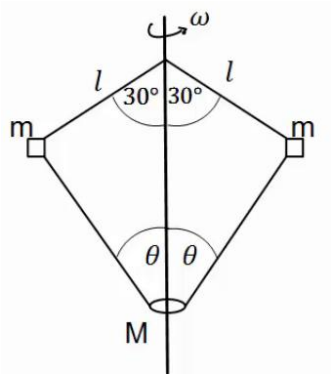
**5) מסה קשורה לעמוד מסתובב**




בציור הבא מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט, המסתובב במהירות זוויתית נתונה $\omega_0$. אורך החוטים זהה ונתון l.
הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.
מהי המתיחות בכל חוט?

**6) שתי מסות קשורות למוט מסתובב וחרוז**

בציור הבא 2 מסות זהות $m = 200g$ קשורות למוט מסתובב, באמצעות חוטים באורך $l = 20\text{cm}$.

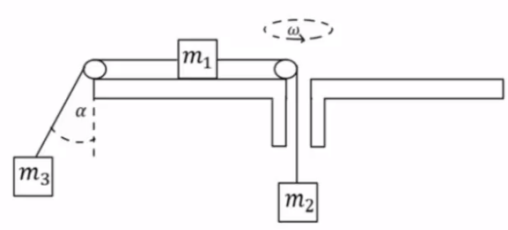



המסות קשורות גם לחרוז בעל מסה $M = 0.5\text{kg}$, באמצעות שני חוטים נוספים באורך לא ידוע.
החרוז חופשי לנוע לאורך המוט.
המוט מסתובב במהירות זוויתית $\omega = 20\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ וכל המערכת איתו.
הזוויות של החוטים עם המוט נתונות באיור.
מהי המתיחות בכל חוט ומהי הזווית $\theta$?

**7) מסה על שולחן מסתובב קשורה לשתי מסות**

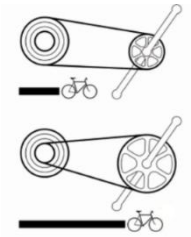
גוף שמסתו $m_1 = 5\text{kg}$ מונח על דיסק חלק המסתובב במהירות זוויתית $\omega = 2\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.
הגוף קשור מצד אחד למסה $m_2 = 3\text{kg}$ באמצעות חוט העובר דרך חור במרכז הדיסק. מצד שני הגוף קשור למסה $m_3 = 1\text{kg}$ באמצעות חוט היוצא מקצה הדיסק בזווית $\alpha$, לא ידועה, ביחס לאנך מהדיסק. רדיוס הסיבוב של כל אחד מהגופים קבוע.
נתון כי הרדיוס של $m_1$ הוא $R_1 = 0.3m$.

א. ציירו את הכוחות הפועלים על כל גוף בנפרד.



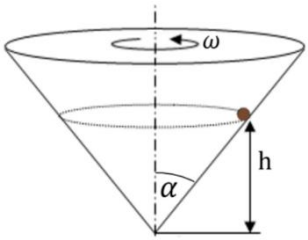

ב. מהי המתיחות בכל חוט?
ג. מהי הזווית $\alpha$?
ד. מהו $R_3$?

**8) הילוכי אופניים**



הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

**9) כדור בחרוט מסתובב**

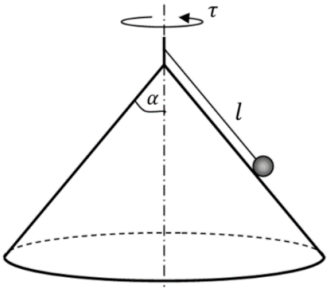



מסובבים חרוט בעל חצי זווית ראש $\alpha$ במהירות זוויתית $\omega$ .
כדור קטן מסתובב ביחד עם החרוט בגובה קבוע.

א. הניחו כי אין חיכוך ומצאו מהו הגובה h כתלות ב- $\alpha$ וב- $\omega$?

ב. מהו הכוח השקול הפועל על הכדור?

**10) כדור על חרוט הפוך**



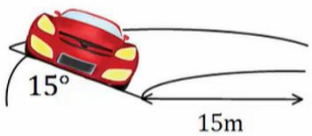

באיור הבא הכדור מחובר באמצעות חוט לציר המחובר לראש החרוט.
מסובבים את החרוט והכדור מסתובב איתו.
נתונים: אורך החוט $l$, חצי זווית הראש של החרוט $\alpha$ וזמן המחזור של הסיבוב $\tau$.

א. מהי המהירות הקווית של הכדור?

ב. מהי המתיחות בחוט ומהו הנורמל?

ג. באיזו מהירות זוויתית יש לסובב את החרוט על מנת שהכדור יתנתק מן המשטח?

**11) מכונית במחלף עם חיכוך***




מכונית נוסעת על מחלף משופע, זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות ורדיוס הסיבוב הוא 15 מטרים.
מקדם החיכוך הסטטי בין הכביש למכונית הוא 0.3.
מצאו את המהירות המקסימאלית האפשרית עבור המכונית כך שלא תחליק.

הערה: בנסיעה רגילה החיכוך הוא **סטטי** למרות שהמכונית בתנועה, זה קשור לאפקט שנקרא גלגול ללא החלקה שבו נקודת המגע של הגלגל עם הכביש נמצאת במנוחה רגעית בגלל הסיבוב של הגלגל.

**12) אופנועים בכדור המוות**

בכדור המוות בקרקס. אופנועים נוסעים במעגל כמעט אופקי.
מהי המהירות המינימלית שהאופנועים צריכים לנסוע בשביל להישאר במעגל האופקי אם רדיוס המעגל הוא 12 מטר ומקדם החיכוך הסטטי בין האופנוע למשטח הוא 0.4?

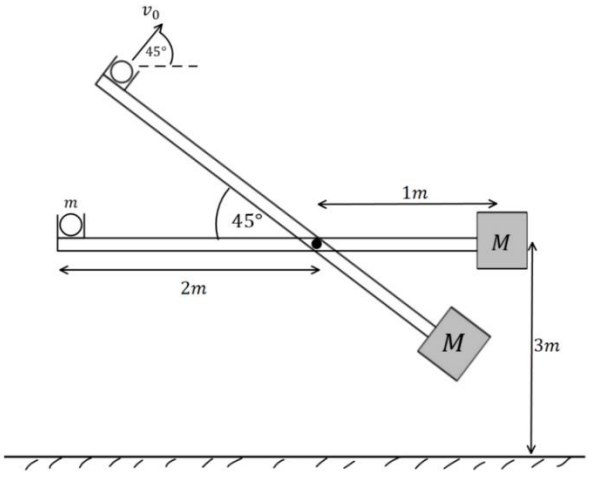
**13) מתקן לשיגור כדור**

הציור מראה מתקן לשיגור כדור, המורכב ממוט שאורכו 3 מטר שיכול להסתובב סביב ציר אופקי קבוע הנמצא במרחק מטר אחד מקצהו הימני ו-2 מטרים מקצהו השמאלי, כמוראה בציור. הציר קבוע בגובה $h = 3m$ מהרצפה. הכדור שמסתו $m = 2\text{kg}$ מונח במיכל פתוח הקבוע בקצהו השמאלי של המוט. משקולת שמסתה M (לא נתונה) קשורה לקצהו הימני של המוט. משחררים את המערכת ממנוחה במצב אופקי והמוט מתחיל להסתובב.
קיים מנגנון (אינו מוראה בציור) שעוצר את המוט כשהוא מגיע לזווית של $45°$ ביחס לרצפה, וזה גורם לקליע לעזוב את המיכל בזווית זו של $45°$ מעל לרצפה במהירות $v_0 = 4\frac{m}{sec}$. מסת המוט והחיכוך זניחים.

א. מהי מהירות M זמן קצר ביותר לפני שהמוט נעצר בזווית של $45°$?

ב. מהי מסת המשקולת, M, הדרושה כדי שהכדור יעזוב את המוט במהירות הנתונה $v_0$ בזווית הנ"ל?

ג. באיזו מהירות יפגע הכדור ברצפה, אם הוא עוזב את המוט במהירות הנתונה בסעיף א'? (זכרו שהציר נמצא 3 מטר מעל הרצפה).



**14) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה***

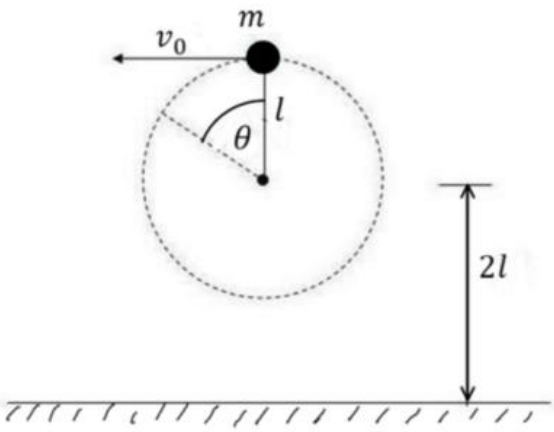
כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l.
הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l מעל הרצפה.
כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב
מעניקים לו מהירות אופקית $v_0$.

א. מה המהירות המינימלית $v_0$ הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?

ב. מענקים לכדור מהירות התחלתית: $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$.
אם החוט נקרע ברגע שמתיחותו עולה על $5.25mg$ מצאו את הזווית $\theta$ שבה יקרע החוט.

ג. מה מהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש: $l = 2m$?

ד. תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?



## תשובות סופיות:

1) $T = m\omega_0^2 L$

2) $t \approx 5.98sec$

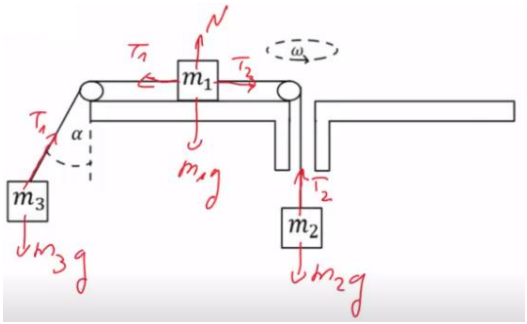
3) $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{Rg}}$

4) $v \approx 6.34\frac{m}{sec}$

5) $T_1 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 l + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\,, T_2 = \frac{1}{2}\left(m\omega_0^2 l - \frac{2}{\sqrt{3}}\mathrm{mg}\right)$

6) $T_1 \approx 5.2\mathrm{N}\,, T_2 \approx 5.95\mathrm{N}\,, \theta \approx 65.16°$

7) א.




ב. $T_1 = 24\mathrm{N}\,, \mathrm{T}_2 = 30N$

ג. $\alpha \approx 65°$ ד. $R_3 \approx 5.5m$

8) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$

9) א. $h = \frac{g}{\omega^2 \tan^2\alpha}$ ב. $\sum F = \frac{g}{\tan\alpha}$ למרכז המעגל

10) א. $V = \frac{2\pi}{\tau} l \sin\alpha$ ב. $N = mg\sin\alpha - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l \sin\alpha\cos\alpha$,

$T = mg\cos\alpha + m\omega^2 a\sin\alpha$ ג. $\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$

11) $9.6\frac{m}{sec}$

12) $17.3\frac{m}{sec}$

13) א. $2\frac{m}{sec}$ ב. $8.73\mathrm{kg}$ ג. $10.2\frac{m}{sec}$

14) א. $\sqrt{\mathrm{gl}}$ ב. $110°$ ג. $10\frac{m}{sec}$ ד. $0.3sec$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 13 - מתקף ותנע

### תוכן העניינים

1. מתקף ..... 152
2. תנע ושימור תנע ..... 153
3. התנגשות אלסטית ..... 157
4. התנגשות פלסטית ורתע ..... 158
5. מקרים מיוחדים ..... 159
6. תרגילים נוספים ..... 160

# מתקף:

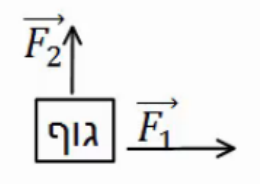
## שאלות:

**1) שחקן בועט בכדור**

שחקן כדורגל בועט בכדור, הכוח הממוצע שמפעיל השחקן הוא 100 ניוטון בכיוון ציר ה- $x$.
זמן המגע של השחקן עם הכדור הוא 0.2 שניות.
חשב את המתקף שהפעיל השחקן על הכדור.

**2) חישוב מתקף כולל**

בציור הבא נתון גוף שפועלים עליו שני כוחות: $\vec{F}_1 = 2\hat{x}$ , $\vec{F}_2 = 3\hat{y}$.




זמן הפעולה של שני הכוחות הוא: $\Delta t = 0.5\text{sec}$.

א. חשב את המתקף של כל כוח בנפרד.

ב. מצא את וקטור המתקף הכולל. מהו גודלו וכיוונו?

ג. חשב את שקול הכוחות הפועל על הגוף ומצא באמצעות שקול הכוחות את גודל המתקף הכולל.

## תשובות סופיות:

**1)** $\vec{J}=20\text{N}\hat{x}$

**2)** א. $\vec{J}_1 = 1\cdot\hat{x}$ , $\vec{J}_2 = 1.5\cdot\hat{y}$

ב. $(1,1.5)$, גודל: $\left|\vec{J}_T\right| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$ , כיוון: $\theta \approx 56.31°$.

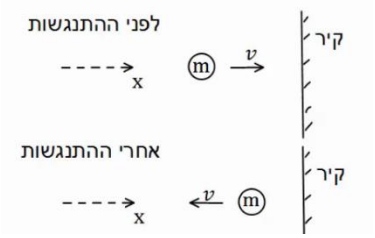
ג. $\sum\vec{F} = 2\hat{x}+3\hat{y}$, גודל: $\left|\vec{J}_T\right| \approx 1.8\text{N}\cdot\text{sec}$.

# תנע ושימור תנע:

## שאלות:

### 1) כדור מתנגש בקיר

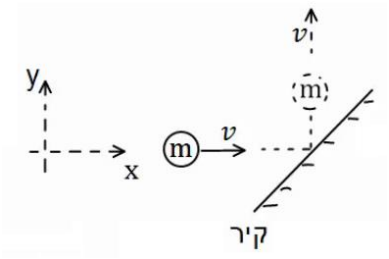
כדור בעל מסה $m=0.5kg$ נע במהירות $v=5\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה- $x$.
ברגע מסויים הכדור מתנגש בקיר וחוזר חזרה באותה מהירות.
התעלם מכוח הכובד.




א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?
ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?
ג. מהו השינוי בתנע?
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?
ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.2 שניה.

### 2) כדור מתנגש בקיר משופע

כדור בעל מסה $m=0.2kg$ נע במהירות $v=3\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה- $x$.
ברגע מסוים הכדור מתנגש בקיר משופע.
לאחר ההתנגשות הכדור נע בכיוון החיובי של ציר ה- $y$ באותו גודל של מהירות.
התעלם מכוח הכובד.




א. מהו התנע של הכדור לפני ההתנגשות?
ב. מהו התנע של הכדור לאחר ההתנגשות?
ג. מהו השינוי בתנע?
ד. מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?
ה. מהו הכוח הנורמלי הממוצע שהפעיל הקיר על הכדור, אם משך זמן ההתנגשות היה 0.1 שנייה?

### 3) כדור מתנגש בכדור במנוחה

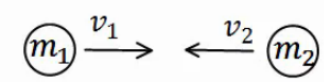
כדור 1 בעל מסה $m_1 = 2kg$ נע במהירות $v_1 = 20\frac{m}{sec}$ בכיוון ציר ה-$x$.
ברגע מסוים הכדור פוגע בכדור 2 הנמצא במנוחה.
מסת הכדור השני היא $m_2 = 3kg$.

לאחר הפגיעה, כדור 1 ממשיך במהירות $u_1 = 5\frac{m}{sec}$ בכיוון החיובי של ציר ה-$x$.

א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?
ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות.
ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?
ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?
ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

### 4) שני כדורים נעים אחד כלפי השני

שני כדורים נעים אחד כלפי השני ומתנגשים ברגע מסוים.
מסות הכדורים והמהירות שלהם לפני ההתנגשות הן: $m_1 = 4kg$ , $m_2 = 3kg$ , $v_1 = 10\frac{m}{sec}$ , $v_2 = 15\frac{m}{sec}$.

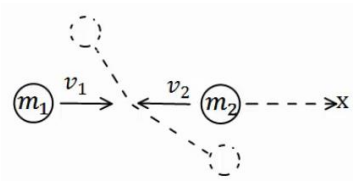



מהירותו של כדור 2 לאחר ההתנגשות היא: $u_2 = 12\frac{m}{sec}$, בכיוון הפוך למהירותו לפני ההתנגשות. הנח שההתנגשות היא מצחית (כלומר, שהכדורים נשארים על אותו ציר לאחר ההתנגשות).

א. מהו התנע הכולל לפני ההתנגשות?
ב. השתמש בחוק שימור התנע ומצא את מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות.
ג. מהו המתקף שפעל על כדור 1?
ד. מהו המתקף שפעל על כדור 2?
ה. מהו המתקף שפעל על כל המערכת?

### 5) התנגשות דו-מימדית

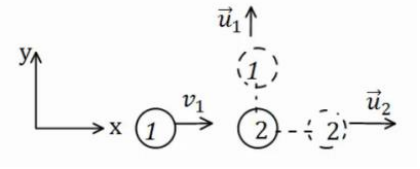
שני כדורים נעים אחד כלפי השני על ציר ה-$x$.
מהירויות הכדורים ומסותיהן הן: $m_1 = 3kg, m_2 = 4kg$, $v_1 = 10\frac{m}{sec}\hat{x}, v_2 = -5\frac{m}{sec}\hat{x}$.
הכדורים מתנגשים ולאחר ההתנגשות כדור אחד נע בזווית של 30 מעלות מתחת לציר ה-$x$ וכדור 2 נע בזווית של 120 מעלות עם ציר ה-$x$ החיובי.



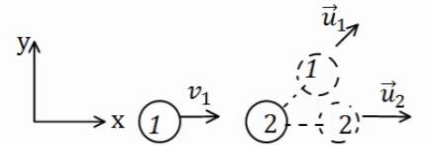

א. מצא את גודל מהירויות הכדורים לאחר ההתנגשות.
ב. מה המתקף שפעל על כל כדור?

### 6) איזה התנגשות אפשרית

כדור מספר 1 נע במהירות חיובית על ציר ה- $x$ .
ברגע מסוים הוא מתנגש בכדור מספר 2 הנמצא במנוחה.
נתון כי לאחר ההתנגשות מהירותו של כדור 2 היא בכיוון ציר ה- $x$ .




א. האם יתכן כי מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא רק בכיוון ציר ה- $y$ ?




ב. האם יתכן כי מהירותו לאחר ההתנגשות היא בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- $x$ ?

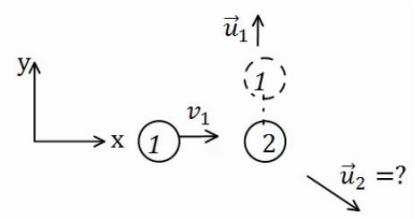
ג. האם יתכן שכדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה- $x$ לאחר ההתנגשות?

ד. האם יתכן כדור מספר 1 נע בכיוון השלילי של ציר ה- $x$ לאחר ההתנגשות?

ה. האם יתכן ששני הכדורים נעים בכיוון השלילי של ציר ה- $x$ לאחר ההתנגשות?

### 7) מציאת המהירות של כדור 2

כדור מספר 1 נע בכיוון החיובי של ציר ה-$x$.
מסתו היא $m_1 = 3\text{kg}$ ומהירותו היא $v_1 = 12\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ .
הכדור פוגע בכדור מספר 2 שמסתו היא $m_2 = 4\text{kg}$
הנמצא במנוחה.



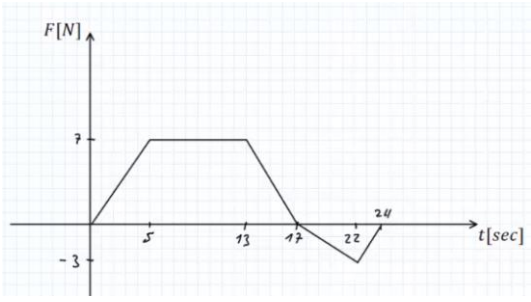

מהירותו של כדור 1 לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (בכיוון ציר ה- $y$ החיובי בלבד).

א. מצא את וקטור המהירות של כדור 2 לאחר ההתנגשות.

ב. מהו גודלה של המהירות ומהו כיוונה?

### 8) גרף של כוח כתלות בזמן

גוף בעל מסה של $2\text{kg}$ נע לאורך קו ישר בהשפעת כוח המשתנה בזמן.
גודלו של הכוח כתלות בזמן נתון בגרף.
הגוף התחיל תנועתו ממנוחה.




א. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד ל- $t = 17\,\text{sec}$ , מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ב. מצא את המתקף שפעל על הגוף עד לרגע $t = 24\,\text{sec}$ , מהי מהירות הגוף באותו הרגע?

ג. מהו המתקף שפעל על הגוף במשך הזמן $17\,\text{sec} < t < 24\,\text{sec}$ ?
מה משמעות הסימן של המתקף?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\vec{p}=2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ב. $\vec{p}=-2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ג. $\Delta\vec{p}=-5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$

ד. $\vec{J}_T=\vec{J}_N=\Delta\vec{p}=-2.5\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ה. $\vec{N}=-25\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\hat{x}=-25\text{N}\hat{x}$

**2)** א. $\vec{p}=0.6\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ב. $\vec{p}=0.6\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{y}$ ג. $(-0.6,\ 0.6)$

ד. $\vec{J}_N=(-0.6,0.6)\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ה. $\vec{N}=(-6,\ 6)\text{N}$

**3)** א. $\vec{p}_T=40\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $\vec{u}_2=10\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ג. $\vec{J}_{T1}=-30\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$

ד. $\vec{J}_{T2}=30\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ה. 0

**4)** א. $\vec{p}_T=-5\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $u_1=-10.25\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $\vec{J}_1=-81\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$

ד. $\vec{J}_2=81\hat{x}\text{N}\cdot\text{sec}$ ה. 0

**5)** א. $u_2=2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $u_1=5.78\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $\vec{J}_1=(-14.97,\ -8.67)$

**6)** א. לא. ב. לא. ג. כן. ד. כן. ה. לא.

**7)** א. $\vec{u}_2=(9,\ -6)\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. גודל: $|\vec{u}_2|\approx 10.82\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , כיוון: $\theta=33.69°$.

**8)** א. $v_F(t=17\text{sec})=43.75\frac{m}{\text{sec}}$ , $J=87.5\text{N}\cdot\text{sec}$

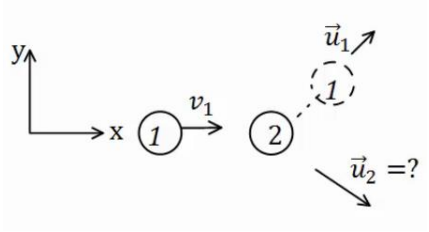
ב. $v(t=24\text{sec})=38.5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $J=77N\cdot\text{sec}$

ג. $J_{17<t<24}=-10.5$ , המשמעות של הסימן שהכוח שמפעיל את המתקף פועל בכיוון השלילי.

# התנגשות אלסטית:

## שאלות:

**1) התנגשות אלסטית**




כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ פוגע בכדור שני הנמצא במנוחה. מהירותו של הכדור הראשון לפני ההתנגשות היא $v_1 = 20\frac{m}{sec}$.
נתון כי מהירותו של הכדור הראשון לאחר ההתנגשות היא $u_1 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של 45 מעלות ביחס לכיוון פגיעתו.
מצא את מהירות הכדור השני ומסתו, אם ידוע שההתנגשות היא אלסטית.

**2) התנגשות אלסטית מצחית**

גוף בעל מסה $m_1 = 5kg$ נע על ציר ה- $x$ ומתנגש בגוף אחר בעל מסה $m_2 = 8kg$, הנע על ציר ה- $x$ גם כן.

מהירויות הגופים לפני ההתנגשות הן: $v_2 = 5\frac{m}{sec}\hat{x}$ , $v_1 = 20\frac{m}{sec}\hat{x}$, בהתאמה.
ידוע שההתנגשות היא פלסטית ומצחית.
מצא את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

## תשובות סופיות:

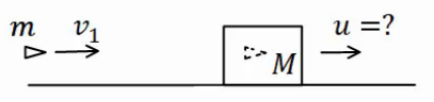
**1)** מסה: $m_2 \approx 1.45kg$, מהירות: $u_{2_y} = -9.75\frac{m}{sec}$ , $u_{2_x} = 17.86\frac{m}{sec}$.

**2)** $u_1 = 1.54\frac{m}{sec}$ , $u_2 \approx 16.54\frac{m}{sec}$

# התנגשות פלסטית ורתע:

## שאלות:

**1) קליע נתקע בבול עץ**




קליע נע במהירות $v_1 = 100\frac{m}{sec}$ לעבר בול עץ הנמצא במנוחה. הקליע חודר לבול העץ ונתקע בתוכו.
מסת הקליע היא $m = 20gr$ ומסת בול העץ היא $M = 5kg$.
מצא את המהירות המשותפת של הגופים לאחר הפגיעה.

**2) קליע נורה מרובה**

כדור נורה מרובה הנמצא במנוחה.
מהירות הכדור לאחר הירי היא $u_1 = 100\frac{m}{sec}$, ומסת הכדור היא $m = 20gr$.
מהי מהירות הרובה, אם מסת הרובה היא $M = 3kg$?

**3) טיל מתפרק**

טיל טס באוויר במהירות $v = 540\frac{km}{hr}$ בקו ישר, מסת הטיל היא $M = 50kg$.
ברגע מסוים הטיל מתפוצץ לשני חלקים. מסת החלק הראשון היא $m_1 = 20kg$.
מצא את מהירות החלק השני במקרים הבאים:

א. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 72\frac{km}{hr}$ בכיוון הפוך לכיוון אליו נע הטיל לפני הפיצוץ.

ב. מהירות החלק הראשון היא $u_1 = 360\frac{km}{hr}$ בכיוון 30 מעלות מתחת לכיוון אליו עף הטיל לפני הפיצוץ.

## תשובות סופיות:

**1)** $u = \frac{2}{5}\frac{m}{sec}$

**2)** $u_2 = -\frac{2}{3}\frac{m}{sec}$

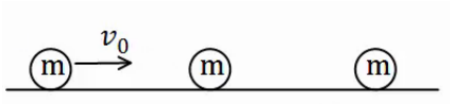
**3)** א. $u_2 = 948\frac{km}{hr}$ ב. $u_{2_y} = 33.34\frac{m}{sec}$, $u_{2_x} \approx 192.3\frac{m}{sec}$

# מקרים מיוחדים:

## שאלות:

**1) פגיעה כפולה**

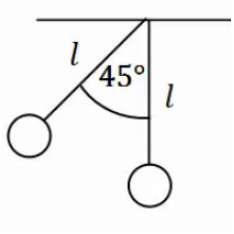
שלושה כדורים זהים נמצאים על מישור אופקי חלק.
הכדור השמאלי נע במהירות $v_0$ כלפי הכדור האמצעי.
מצא את מהירויות כל אחד מהגופים לאחר כל התנגשות, אם:




א. כל ההתנגשויות הן אלסטיות מצחיות.
ב. כל ההתנגשויות הן פלסטיות.

**2) מטוטלת פוגעת במטוטלת**

שני כדורים זהים תלויים באמצעות חוטים בעלי אורך זהה $l$.
מסיתים את הכדור השמאלי בזווית של 45 מעלות ומשחררים אותו ממנוחה.




א. מהי מהירותו רגע לפני הפגיעה בכדור הימני?
ב. מהי מהירות הכדור השמאלי לאחר הפגיעה אם ההתנגשות היא אלסטית?
ג. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע הכדור לאחר הפגיעה?
ד. מה יקרה לאחר מכן?
ה. חזור על סעיפים ב' , ג' אם ההתנגשות היא פלסטית.

**3) מקדם תקומה**

גוף בעל מסה $m$ נע במהירות $v$ על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8.
מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

## תשובות סופיות:

**1)** א. הכדור הראשון והשני מהירותם 0, והכדור השלישי מהירותו $v_0$.

ב. $\tilde{u} = \frac{v_0}{3}$.

**2)** א. $v = \sqrt{0.58gl}$ ב. $u_2 = v = \sqrt{0.58gl}$ ג. $\theta_{max} = 45°$

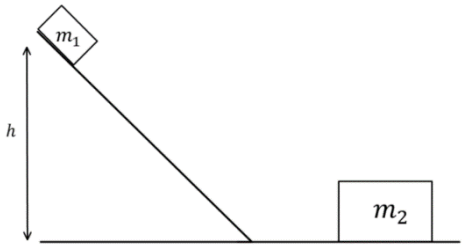
ד. התהליך חוזר על עצמו לנצח. ה. (ב) $u = \frac{1}{2}v$ , (ג) $\theta \approx 21.95°$

**3)** $u_1 = -0.35v$ , $u_2 = 0.45v$

# תרגילים נוספים:

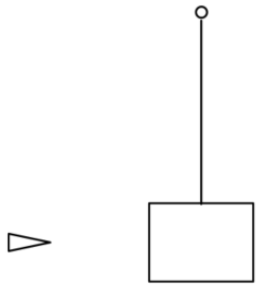
## שאלות:

**1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה**




גוף בעל מסה $m_1 = 2kg$ משוחרר ממנוחה על
מדרון משופע בגובה $h = 1m$.
בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5kg$.
הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו
למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות
אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשן
בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.

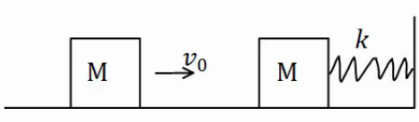
**2) קליע חודר מטוטלת בליסטית**



בול עץ בעל מסה $2kg$ קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.
קליע בעל מסה $5gr$ נע במהירות $v_1 = 450\frac{m}{sec}$ פוגע
בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני
במהירות $u_1 = 150\frac{m}{sec}$.
לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?

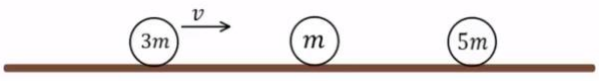
**3) שתי מסות וקפיץ**

מסה M נעה במהירות $v_0$ ומתנגשת במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה.
המסה הנוספת מחוברת לקפיץ רפוי.
קבוע הקפיץ, המהירות ההתחלתית והמסות נתונים.
מצא את הכיווץ המקסימלי, אם:




א. ההתנגשות היא פלסטית.
ב. ההתנגשות אלסטית.
ג. חשב את המתקף שפעל על כל גוף בכל אחד מהמקרים.

**4) שלושה כדורים**



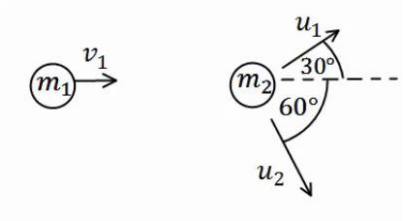

שלושה כדורים מונחים על משטח אופקי חלק כפי שמתואר באיור.
הכדור השמאלי בעל מסה 3m נע במהירות v ומתנגש התנגשות אלסטית בכדור בעל מסה m הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתנגש הכדור בעל מסה m בכדור בעל מסה 5m הנמצא במנוחה התנגשות פלסטית.

א. מהי מהירות הכדורים m ו-3m לאחר ההתנגשות הראשונה?

ב. מהי המהירות המשותפת של הכדורים m ו-5m לאחר ההתנגשות השנייה?

ג. כמה זמן חלף מרגע ההתנגשות הראשונה עד לרגע ההתנגשות השלישית, זו של הכדור 3m בכדורים הדבוקים?

**5) איבוד אנרגיה**

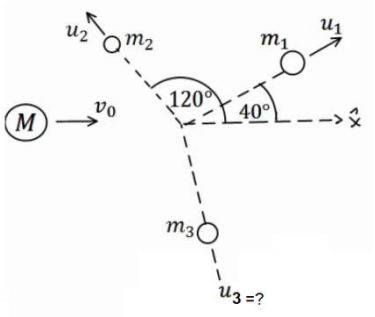



כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ ומהירות $v_1 = 10\frac{m}{sec}$,
מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3kg$ הנמצא במנוחה.
לאחר ההתנגשות, הכדור הראשון נע בכיוון 30 מעלות מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית 60 מעלות מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית?
אם לא, כמה אנרגיה אבדה בהתנגשות?

**6) פצצה**




פצצה בעלת מסה $M = 13kg$ נעה באוויר במהירות קבועה $v_0 = 100\frac{m}{sec}$. ברגע מסוים הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר.
מסת החלק הראשון היא $m_1 = 4kg$ והוא נע במהירות $u_1 = 80\frac{m}{sec}$ בזווית של 40 מעלות ביחס לכיוון המקורי.

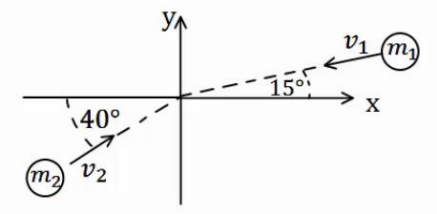
מסת החלק השני היא $m_2 = 2kg$ והוא נע במהירות $u_2 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של 120 מעלות ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השלישי היא $7kg$.
מצא את מהירות החלקיק השלישי.

**7) שני גופים שני מימדים**

שני גופים, בעלי מסות: $m_1 = 2kg$ , $m_2 = 3kg$, נעים לכיוון הראשית.

מהירויות הגופים הן: $v_1 = 20\frac{m}{sec}$ , $v_2 = 10\frac{m}{sec}$, בהתאמה, וכיוונם נתון באיור.

הגופים מתנגשים בראשית.




מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות, אם:

א. ההתנגשות היא פלסטית.

ב. ההתנגשות היא אלסטית, והגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה- $y$ לאחר ההתנגשות.

**8) כדור גולף על כדורסל**

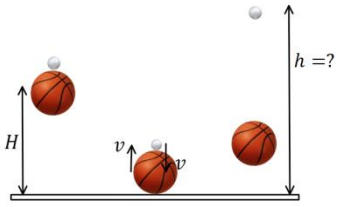
כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H = 1.5m$.

משחררים אותם ליפול ממנוחה.

מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף, אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.

מסת כדור הגולף היא $m = 46gr$,

ומסת הכדורסל היא $M = 624gr$.




**9) ארגז בתוך קרונית המתנגשת בקיר**

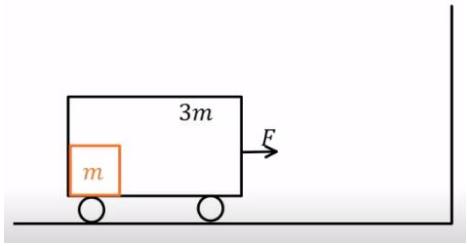
ארגז שמסתו m מונח בתוך קרונית סגורה בצמוד לדופן השמאלי של הקרונית.

מסת הקרונית היא 3m והיא מתחילה ממנוחה.

מפעילים כוח F קבוע ימינה במשך T שניות.

אין חיכוך בין הקרונית לקרקע.

נתון: $m , T , F$.




א. מהי מהירות הקרונית בתום הזמן T?

ב. מהו הכוח N שהארגז מפעיל על הדופן השמאלית של הקרונית?

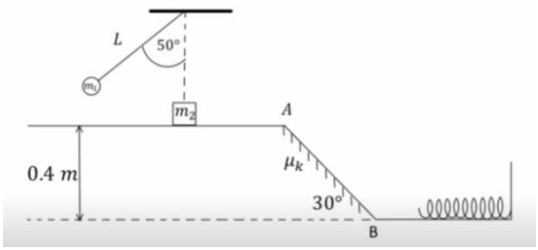
ג. בתום פעולת הכוח הקרונית מתנגשת בקיר התנגשות אלסטית לחלוטין. הארגז ממשיך את תנועתו מלפני ההתנגשות עד אשר הוא מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות פלסטית. מהי מהירות הקרונית לאחר ההתנגשות השנייה בארגז?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות הפלסטית של הארגז בדופן הימנית?

**10) מטוטלת פוגעת במסה שנע במדרון עם קפיץ**

גוף בעל מסה $m_1 = 1kg$ קשור לתקרה באמצעות חוט שאורכו $L = 0.6m$.

מסיטים את החוט בזווית $50°$ מהאנך לתקרה ומשחררים ממנוחה.




בתחתית המסלול של תנועתו מתנגש הגוף בגוף שני בעל מסה $m_2 = 2kg$ הנמצא במנוחה על משטח אופקי חלק. גובה המשטח מעל הקרקע הוא $0.4m$. מיד לאחר ההתנגשות גוף 1 מקבל מהירות של $0.4\frac{m}{sec}$ אחורה וגוף 2 נע קדימה. בנקודה A גוף 2 עובר למישור משופע לא חלק בעל מקדם חיכוך $\mu_k = 0.1$ וזווית שיפוע $30°$. בנקודה B גוף 2 חוזר למישור אופקי חלק בגובה הקרקע ומתנגש בקפיץ בעל קבוע $k = 200\frac{N}{m}$.

א. מהי המהירות של גוף 1 רגע לפני ההתנגשות?

ב. מהי המהירות של גוף 2 מיד לאחר ההתנגשות?

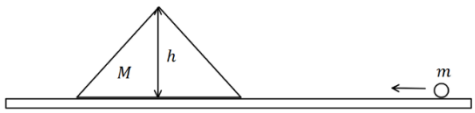
ג. מהי המהירות של גוף 2 בנקודה B?

ד. מהי ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ?

ה. מהי המהירות של גוף 2 כאשר הקפיץ מכווץ בחצי מהכיווץ המקסימלי?

**11) כדור עולה על מדרון משולש**

מדרון משולש בעל גובה $h = 3m$ חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך). מסת המדרון היא: $M = 15kg$.




מגלגלים כדור בעל מסה $m = 5kg$ על המשטח לכיוון המדרון. התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.

א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור (ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

**12) קפיץ נמשך משתי קצותיו**

על שולחן אופקי חלק מונחים שני גופים בעלי מסות $M = 5kg$ ו- $m = 3kg$ המחוברים לקצותיו של קפיץ בעל קבוע כוח $k = 150\frac{N}{m}$ ואורך חופשי $l_0 = 0.4m$.

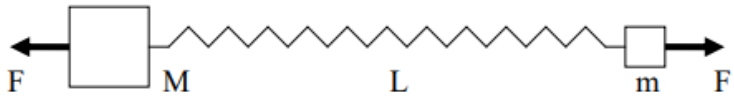
על הגופים פועלים שני כוחות, $F$, שווים בגודלם והפוכים בכיוונם.

המערכת נמצאת במנוחה כאשר הקפיץ מתוח ואורכו הוא L (ראה ציור).

א. מה תהיה המתיחות וההתארכות בקפיץ כאשר $F = 15N$?

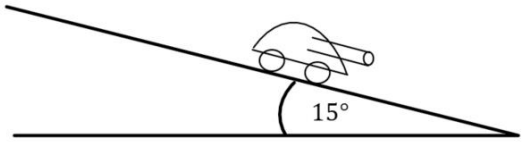
ב. במקרה אחר, משחררים את המערכת ממצב של מנוחה כאשר $L=0.6m$ ו- F לא ידוע. מה יהיה אורכו של הקפיץ כאשר הוא מגיע להתכווצותו המקסימלית לאחר השחרור?

ג. בסעיף ב', מה תהיה המהירות המקסימלית של M לאחר השחרור?




**13) טנק יורה פגזים ועולה במדרון****

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני. מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?




**14) קובייה נעה על לוח שזז**-כולל תנועה יחסית**

קובייה קטנה שמסתה $m=1kg$ נמצאת על לוח ארוך שמסתו $M=3kg$ כמוראה בציור. הלוח נמצא על שולחן אופקי חלק (ללא חיכוך) ובזמן $t=0$ מהירותו היא אפס יחסית לשולחן. באותו זמן ($t=0$) הקובייה נעה על הלוח במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ יחסית ללוח ובכיוון ימינה. מקדם החיכוך הקינטי בין הקובייה ללוח הוא $\mu_k=0.2$. כעבור זמן מסוים נעצרת הקובייה על הלוח (לפני שהיא מגיעה לקצהו), כך ששניהם נעים יחד באותה מהירות על השולחן.

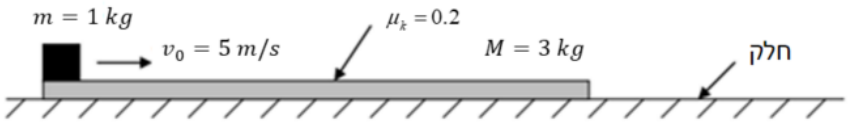
א. חשבו את המהירות המשותפת של הקובייה והלוח, לאחר עצירת הקובייה על הלוח ביחס למעבדה.

ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הקובייה עד לעצירתה על הלוח (גודל וכיוון)?

ג. מהו הכוח האופקי הפועל על הלוח עד לעצירת הקובייה על הלוח (גודל וכיוון)?

ד. מהי תאוצת הקובייה ביחס למעבדה ומהי תאוצת הקובייה ביחס ללוח?

ה. מהו המרחק שעברה הקובייה ביחס ללוח עד לעצירתה ביחס אליו?



## תשובות סופיות:

**1)** $0.18\text{m}$

**2)** $0.028\text{m}$

**3)** א. $\Delta x_{\max}=\sqrt{\frac{m}{k}\cdot\frac{1}{2}v_0^2}$ ב. $\Delta x_{\max}=\sqrt{\frac{m}{k}v_0^2}$

ג. (א) $\vec{J}_2=\frac{1}{2}mv_0\hat{x}$ , $\vec{J}_1=-\frac{1}{2}mv_0\hat{x}$ (ב) $\vec{J}_2=mv_0\hat{x}$ , $\vec{J}_1=-mv_0\hat{x}$.

**4)** א. $u_1=\frac{1}{2}v$ , $u_2=\frac{3}{2}v$ ב. $u=\frac{1}{4}v$ ג. $t=10\,\text{sec}$

**5)** א. $u_2=3.34\frac{m}{sec}$ , $u_1=8.66\frac{m}{sec}$ ב. לא, $Q=8.27\text{J}$.

**6)** $u_{3_y}\approx-32\frac{m}{sec}$ , $u_{3_x}\approx152\frac{m}{sec}$

**7)** א. $u_y\approx1.79\frac{m}{sec}$ , $u_x\approx-3.13\frac{m}{sec}$

ב. $u_2=13.11\frac{m}{sec}$ , $u_{1_y}\approx-15.20\frac{m}{sec}$ , $u_{1_x}\approx-7.83\frac{m}{sec}$

**8)** $h\approx12.3\text{m}$

**9)** א. $v(T)=\frac{F}{4m}T$ ב. $N=\frac{F}{4}$ ג. $\tilde{u}=\frac{FT}{8m}$ ד. $E=\frac{3F^2T^2}{32m}$

**10)** א. $v=2.07\frac{m}{sec}$ ב. $u_2\approx1.235\frac{m}{sec}$ ג. $v_B=2.853\frac{m}{sec}$

ד. $\Delta l_{\max}\approx0.285\text{m}$ ה. $v=2.47\frac{m}{sec}$

**11)** א. $v_0=8.94\frac{m}{sec}$ ב. $u=\sqrt{5}\frac{m}{sec}$ ג. $u_1'=2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$ , $u_2'=-2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$

**12)** א. $0.1\text{m}$ , $15\text{N}$ ב. $0.2\text{m}$ ג. $0.74\frac{m}{sec}$

**13)** $60\text{m}$

**14)** א. $1.25\frac{m}{sec}$ ב. $2\text{N}$ שמאלה. ג. $2\text{N}$ ימינה.

ד. $-\frac{8}{3}\frac{m}{sec^2}$ ה. $4.7\text{m}$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 14 - מרכז מסה

### תוכן העניינים

1. הסבר בסיסי על מרכז מסה ..... 166
2. דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור ..... 168
3. תנועה לפי הכוחות החיצוניים ..... (ללא ספר)
4. שני תרגילים ..... 169
5. חישוב מרכז מסה של גופים גדולים בעזרת אינטגרל ..... (ללא ספר)
6. דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים ..... 170
7. מערכת מרכז המסה ..... 172
8. תרגילים מסכמים ..... 176

# הסבר בסיסי על מרכז מסה:

## רקע

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד , לדוגמה לרכיב x :

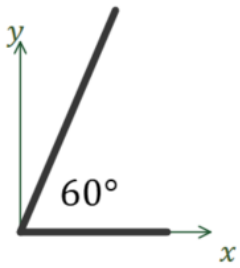
$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

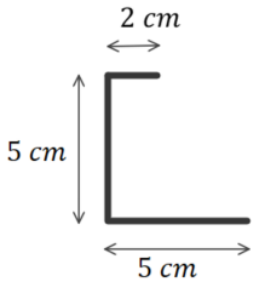
## שאלות:

**1) דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית**



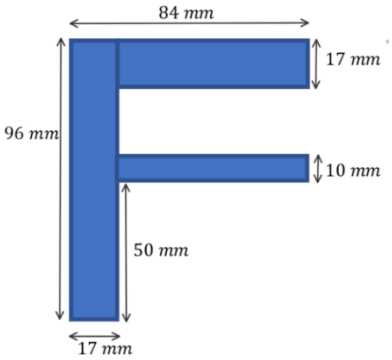

המערכת המתוארת באיור מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.
מוט ראשון באורך 3c.m נמצא לאורך ציר ה- $x$
ומסתו 2kg , מוט שני נמצא בזווית $60°$ עם ציר ה- $x$
החיובי אורכו 5c.m ומסתו 3kg .
מצאו את מרכז המסה של המערכת (ביחס לראשית).

**2) דוגמה - מרכז מסה של האות נ**




המערכת המתוארת באיור מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונת מראה.
מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.

**3) דוגמה - מרכז מסה של F**



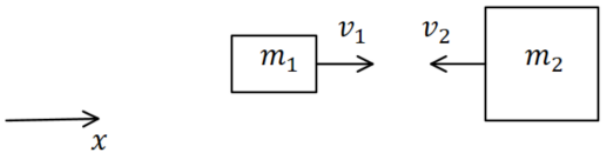

מרכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.
המימדים של כל הלוחות נתונים באיור.

א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.

ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

**4) דוגמה - מהירות מרכז מסה בהתנגשות**

שני גופים בעלי מסות $m_1$ ו-$m_2$ נעים על קו ישר אחד כלפי השני במהירויות $v_1$ ו- $v_2$. חשבו את מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות.




## תשובות סופיות:

**1)** $x_{c.m}=1.35c.m$ , $y_{c.m}=1.3c.m$

**2)** $x_{c.m}=1.2c.m$ , $y_{c.m}=1.875c.m$

**3)** א. $x_{c.m}=31mm$ , $y_{c.m}=62mm$ ב. $x_{c.m}=14mm$ , $y_{c.m}=62mm$

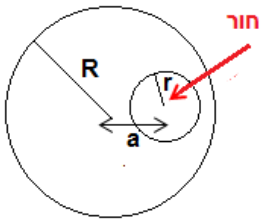
**4)** $\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$

# דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור:

## שאלות:

**1) דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור**

בדסקה בעלת רדיוס R ומסה M קדחו חור עגול בעל רדיוס r במרחק $a$ ממרכז הדסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדסקה.
מצא את מרכז המסה של הדסקה עם החור.



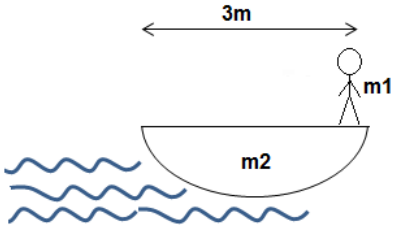

## תשובות סופיות:

**1)** $$x_{\text{c.m.}}=\frac{-a\left(\rho\pi r^2\right)}{\mathrm{M}-\left(\rho\pi r^2\right)}$$

# שני תרגילים:

## שאלות:

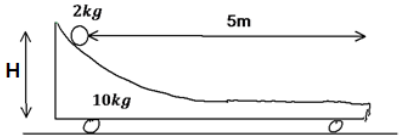
**1) נער על סירה**




אדם עומד בקצה סירה באורך 3 מטר.
מסת האדם היא 70 קילוגרם ומסת הסירה 100 קילוגרם.
האדם התקדם 2 מטרים לאורך הסירה.
כמה זזה הסירה?
(הזנח את החיכוך בין המים לסירה).

נתון: $m_1 = 70kg$ , $m_2 = 100kg$.

**2) כדור על קרונית**




כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה.
הכדור מונח בגובה $H = 1m$ ובמרחק של $5m$ מטר מקצה הקרונית.

מסת הקרונית: $m_1 = 10kg$ , מסת הכדור: $m_2 = 2kg$.

א. מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצה.

ב. מצא את מהירות הגופים אם נתון שמהירות הכדור בקצה הקרונית היא רק בכיוון ציר ה-$x$.

## תשובות סופיות:

**1)** $x = \frac{14}{17}m$

**2)** א. $\Delta x_1 = -\frac{10}{12}m$ ב. $u_2 \approx 4.08\frac{m}{sec}$ , $u_1 \approx -0.82\frac{m}{sec}$

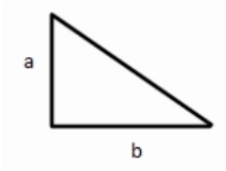
# דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים:

## שאלות:

**1) מרכז מסה של מוט עם צפיפות לא משתנה**

חשב את מרכז המסה של מוט בעל אורך $L$ וצפיפות מסה $\lambda(x)=\lambda_0\frac{x}{L}$.

**2) מרכז מסה של משולש**



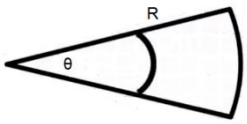

מצא את מרכז המסה של המשולש שבתמונה.

**3) מרכז מסה של שער**

שער חשמלי בעל מסה $m$ ואורך $l$ מונח על ציר שמרחקו $d$ מסופו.

הסבר מדוע מחוברים לקצה השער משקולת כבדה
ומצא את מסתה אם נתון כי אורכה $L$.

**4) מרכז מסה של גיזרה וחצי דיסקה**

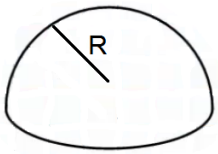



חשב את מרכז המסה של גיזרה עם צפיפות אחידה וזווית $\theta$.

**5) חישוב שטח גיזרה**

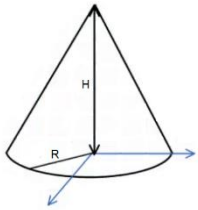
נתון מעגל שרדיוסו R.
חשב שטח של גיזרה עם זווית $\theta$.

**6) מרכז מסה של חצי כדור מלא**



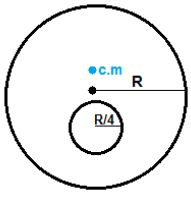

חשב את מרכז המסה של חצי כדור מלא בעל צפיפות אחידה.

**7) מרכז מסה של חרוט מלא**




חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.

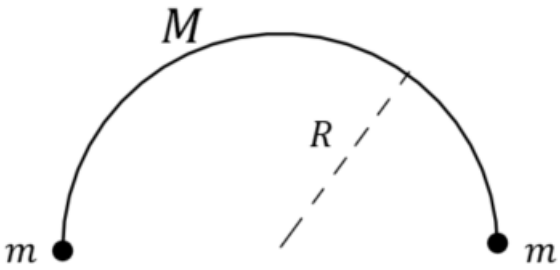
**8) דיסקה עם חור**




חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.

**9) חצי חישוק ושתי מסות**

מצאו את מרכז המסה של חצי החישוק בעל מסה M ורדיוס R אשר בקצותיו חוברו שני כדורים קטנים בעלי מסה m.




## תשובות סופיות:

**1)** $x_{c.m.}=\frac{2}{3}L$

**2)** $r_{c.m}=\left(\frac{1}{3}b,\frac{1}{3}a\right)$

**3)** $\frac{\left(\frac{L}{2}-d\right)m+\left(d+\frac{l}{2}\right)M}{m+M}=0$

**4)** $x_{c.m.}=\frac{4R\sin\frac{\theta_0}{2}}{3\theta_0}$

**5)** $S=\frac{\theta R^2}{2}$

**6)** $z_{c.m.}=\frac{3R}{8}$

**7)** $z_{c.m.}=\frac{H}{4}$

**8)** $z_{c.m.}=-\frac{1}{30}R$

**9)** $y_{c.m.}=\frac{2RM}{\pi(M+2m)}$

# מערכת מרכז המסה:

## רקע:

התנע הכולל של מערכת:

$$\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$$

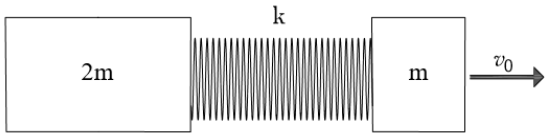
ניתן להסתכל על מערכת כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה. בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמציית גלילי.

במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס
ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.
ואם ההתנגשות אלסטית אז גודל המהירות של כל גוף נשמר.

## שאלות:

**1) שני גופים מחוברים בקפיץ ונעים**




שני גופים עם מסות $m_1 = m$ , $m_2 = 2m$ קשורים בקפיץ בעל קבוע $k$ ומונחים על משטח חסר חיכוך.

ברגע מסוים מעניקים לגוף $m_1$ מהירות $v_0$ כך שהוא מתרחק מהמסה $m_2$.

א. מה מהירות מרכז המסה $v_{c.m.}$?

ב. מה מהירויות שני הגופים במערכת מרכז המסה מיד עם תחילת התנועה?

ג. מה האנרגיה הקינטית הכוללת מיד עם תחילת התנועה במערכת המעבדה ובמערכת מרכז המסה?

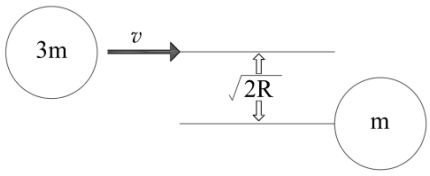
ד. מהי ההתארגות המקסימלית של הקפיץ? מה מהירויות שני הגופים במצב זה (גם במערכת מרכז המסה וגם במערכת המעבדה)?

ה. מה מהירויות שני הגופים (בשתי מערכות הייחוס) בפעם הראשונה בה הקפיץ חוזר לאורכו המקורי?

**2) התנגשות לא חזיתית**

שתי דיסקות ברדיוס זהה $R$ נמצאות על משטח ללא חיכוך.

הדיסקה $m_1 = m$ נמצאת במנוחה




והדיסקה $m_2 = 3m$ נעה במהירות $v$ כלפיה.

המרחק בין מרכז דיסקה 1, למסלול של מרכז דיסקה 2 הוא $\sqrt{2}R$ כמתואר באיור.

אין חיכוך בין שפות הדיסקות במהלך ההתנגשות וההתנגשות האלסטית.

א. תארו את תנועתן במערכת מרכז המסה לפני ההתנגשות.

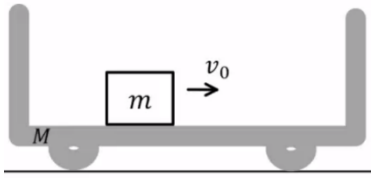
ב. באיזו נקודה על פני כל דיסקה תהיה ההתנגשות ביניהן? מה כיוון הכוח ביניהן בעת ההתנגשות?

ג. מה היו וקטורי המהירות אחרי ההתנגשות במערכת מרכז המסה?

ד. מה יהיו המהירויות, גודלן וכיוונן אחרי ההתנגשות במערכת המעבדה?

ה. מה המתקף שהפעיל כדור 2 על כדור 1? חשבו בשתי המערכות.

**3) גוף מתנגש בדפנות עגלה**




גוף שמסתו $m$ מונח בתוך עגלה שמסתה $M$.
העגלה נמצאת במנוחה על משטח אופקי ואין חיכוך בינה לבין המשטח.
מקנים לגוף מהירות התחלתית $v_0$ והוא נע הלוך ושוב בין דפנות העגלה ללא חיכוך.
ההתנגשות של הגוף עם הדפנות היא התנגשות אי-אלסטית.
מה תהיה מהירות הגוף ביחס לקרקע לאחר זמן רב?

**4) זווית פיזור אפשרית באיבוד אנרגיה****

חלקיק בעל מסה $M$ נע במהירות קבועה לאורך ציר ה-$x$.
כאשר האנרגיה הקינטית שלו היא $K$.
החלקיק פוגע בחלקיק אחר, בעל מסה זהה הנמצא במנוחה.
האנרגיה של כל המערכת לאחר ההתנגשות היא $\alpha K$ כאשר $\alpha$ קבוע חיובי נתון, הקטן מ-1.

א. מהי מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות?

ב. האם ניתן לדעת את כיוון המהירות של החלקיק הפוגע, במערכת מרכז המסה, לפני ואחרי ההתנגשות?

ג. אם $\alpha = 0.6$, מה תחום זוויות הפיזור האפשריות?
מומלץ לצפות בסרטון ההוכחה שהזווית בין שני גופים בעלי מסות זהות המתנגשים התנגשות אלסטית היא 90 מעלות.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $v_{c.m.}=\frac{v_0}{3}$ ב. $v_{1_{c.m.}}=\frac{2v_0}{3}$ , $v_{2_{c.m.}}=-\frac{v_0}{3}$

ג. מעבדה: $E_k=\frac{1}{2}mv_0^2$ , מרכז המסה: $E_k=\frac{1}{3}mv_0^2$

ד. מעבדה: $\Delta x_{\substack{max\\min}}=\sqrt{\frac{2mv_0^2}{3k}}$ , מרכז המסה: $\frac{v_0}{3}$ , $\Delta u_{c.m.}=0$ , 0

ה. מעבדה: $u_1=-\frac{1}{3}v_0$ , $u_2=\frac{2v_0}{3}$ , מרכז המסה: $u_{1_{c.m.}}=-\frac{2v_0}{3}$ , $u_{2_{c.m.}}=\frac{v_0}{3}$

**2)** א. $v_{1_{c.m.}}=-\frac{3}{4}v$ , $v_{2_{c.m.}}=\frac{1}{4}v$ ב. $\alpha=45°$ ג. בכיוון ציר y השלילי - $\left|\vec{v}_{1_{c.m.}}\right|=\frac{3}{4}v$ ,

בכיוון ציר y החיובי - $\left|u_{2_{c.m.}}\right|=\frac{1}{4}v$ ד. $\alpha_1=-45°$ , $u_1=\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot 3v$ ,

ה. במעבדה: $\vec{J}_{2\to 1}=\Delta\vec{P}_1=mv\cdot\frac{3}{4}(1,-1)$ , $\alpha_2=18.4°$ , $u_2=\frac{\sqrt{10}}{4}v$

במרכז המסה: $\vec{J}=\int N dt=m\frac{3}{4}v(1,-1)$

**3)** $u=\frac{mv_0}{m+M}$

**4)** א. $v_{c.m.}=\frac{v}{2}$ ב. לפני: באותו כיוון, אחרי: לא ניתן. ג. $-48.2°\le\theta\le 48.2°$

# תרגילים מסכמים:

## שאלות:

**1) שני גופים מחוברים בקפיץ נלחצים לקיר**

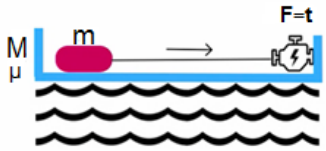
שני גופים מחוברים בקפיץ בעל קבוע $k$ ונמצאים על משטח אופקי חסר חיכוך.
מסת הגוף הימני היא $m_1$, מסת הגוף השמאלי היא $m_2$ והוא צמוד לקיר.
האורך הרפוי של הקפיץ הוא $l_0$.

לוחצים את הגוף הימני עד שהקפיץ מתכווץ לאורך $\frac{l_0}{3}$ ומשחררים ממנוחה.

א. מתי תתנתק המסה השמאלית מהקיר?

ב. מהו מיקום מרכז המסה כתלות בזמן?

**2) מנוע מושך מסה בסירה**




על סירה (ללא חיכוך עם המים) מונחת מסה.
המסה מחוברת בחוט למנוע המחובר לסירה.
כוח המשיכה של המנוע משתנה בזמן,
מקדם החיכוך הסטטי ומקדם החיכוך הקינטי נתונים.

א. מתי תתחיל לנוע המסה?

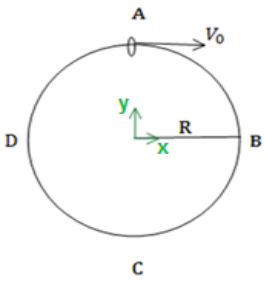
ב. מה תהיה תאוצת מרכז המסה? תאוצת הסירה? תאוצת המסה?

ג. לאחר שהמסה נעה החוט ניתק. ענה שוב על סעיף ב'.

ד. האם המסה והסירה ייעצרו בו זמנית?

**3) חרוז מסתובב על חישוק שחופשי לנוע**

חישוק בעל רדיוס $R$ ומסה $m$ מונח על שולחן אופקי חלק.
על החישוק ישנו חרוז המתחיל לנוע מהנקודה A ומסתו $m$ גם כן.
ב-$t=0$ החישוק נמצא במנוחה ומהירותו ההתחלתית של החרוז היא $v_0$ ימינה.

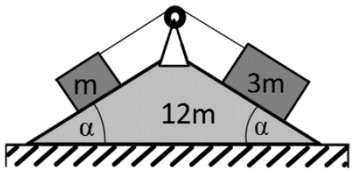



א. מצא את מיקום מרכז המסה של המערכת בתחילת התנועה.

ב. מצא את מהירות מרכז המסה כפונקציה של הזמן ואת מסלולה.

ג. מהן מהירויות החרוז והצינור כאשר החרוז נמצא בנקודות $B, C, D$ ושוב ב-A ביחס לחישוק?

**4) שני גופים על מדרון שנע**

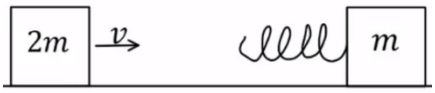



שני גופים בעלי מסות $m$ ו-$3m$ נמצאים על מדרון דו-צדדי בעל זווית נטייה $\alpha$ משני צדדיו.
שני הגופים קשורים זה לזה בחוט אידיאלי דרך גלגלת אידיאלית המחוברת למדרון.
למדרון מסה $12m$ והוא יכול לנוע על הרצפה.
אין חיכוך בין הגופים למדרון ובין המדרון לרצפה.
משחררים את המערכת ממנוחה.

א. חשב את העתק המדרון, לאחר שהגוף הכבד עבר מרחק $L$ במורד המדרון.
ב. מהי העבודה שביצע משקל הגוף הכבד ומשקל הגוף הקל במהלך התנועה?
ג. חשב את מהירות המדרון ביחס לרצפה ברגע זה.

**5) מסה מתנגשת במסה עם קפיץ**

גוף שמסתו $2m$ נע במהירות $v$ על משטח חסר חיכוך לעבר גוף נוסף שמסתו $m$ הנמצא במנוחה. בצידו השמאלי של הגוף במנוחה ישנו קפיץ רפוי בעל קבוע $k$. הבעיה חד מימדית.




א. מהי מהירות מרכז המסה של הגופים?
ב. מהי ההתכווצות המקסימאלית של הקפיץ?

## תשובות סופיות:

**1)** א. כאשר הקפיץ מגיע לנקודת רפיון או ב- $t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}}$.

ב. $x_{c.m.}(d)=\frac{m_1 l_0}{m_1+m_2}\left(1+\frac{2}{3}\sqrt{m_1 k}t\right)$

**2)** א. $\mu\cdot mg=t$ ב. $a=\frac{t}{m}\ ,\ -a=\frac{t}{M}$ ג. $a=\mu\cdot g\frac{m}{M}\ ,\ -a=\mu\cdot g$

ד. כן.

**3)** א. $y_{c.m.}(t=0)=\frac{R}{2}$ ב. $\vec{v}_{c.m.}(t)=\frac{1}{2}v_0\hat{x}$

ג. בנקודה B: $u_{1_x}=\frac{1}{2}v_0=u_{2_x}\ ,\ u_{1_y}=\frac{-v_0}{2}=-u_{2_y}$,

בנקודה C: $u_{1_x}=0\ ,\ u_{2_x}=v_0\ ,\ u_{1_y}=0=u_{2_y}$,

בנקודה D: $u_{1_x}=u_{2_x}=\frac{1}{2}v_0\ ,\ u_{1_y}=\frac{v_0}{2}=-u_{2_y}$

**4)** א. $x_2=-\frac{L\cos\alpha}{4}$ ב. הכבד: $W=3mgL\sin\alpha$ , הקל: $W=mg(-L\sin\alpha)$

ג. $v_{2_x}=\sqrt{\frac{gL\sin\alpha}{4(4\tan^2\alpha+3)}}$

**5)** א. $v_{c.m.}=\frac{2}{3}v$ ב. $\Delta x_{max}=\sqrt{\frac{10m}{3k}}\cdot v$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 15 - מומנט התמד

### תוכן העניינים

1. הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב ..... (ללא ספר)
2. מומנט התמד, הסבר בסיסי וחישוב עבור גוף נקודת ..... (ללא ספר)
3. משפט שטיינר ואדטיביות ..... 179
4. נוסחאות לגופים נוספים וסיכום ..... 182
5. $I_z=I_x+I_y$ ..... (ללא ספר)
6. סימטריה לz ..... (ללא ספר)
7. חישוב מומנט ההתמד של דיסקה סביב ציר Z וציר X ..... 183
8. תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד ..... 184
9. מומנט ההתמד כמטריצה ..... 187

# אדטיביות:

## רקע

גוף קשיח:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד:

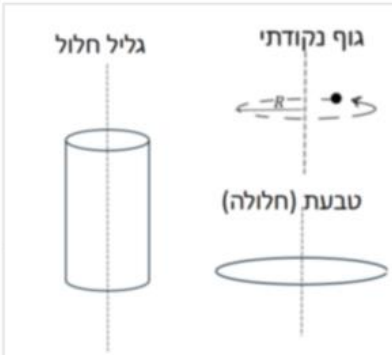
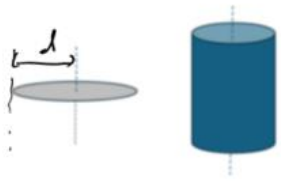
הגדרה - עבור מערכת של גופים נקודתיים $I = \Sigma m_i r_i^2$

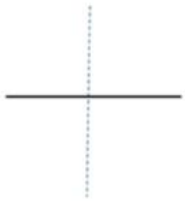
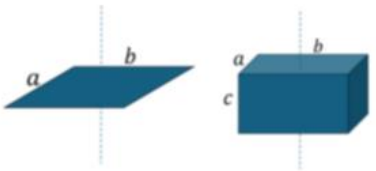
משפט שטיינר - $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר $d$ הוא המרחק בין הצירים ו $m$ היא המסה הכוללת של הגוף

הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות - מומנט ההתמד הוא פונקציה אדטיבית, כלומר ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

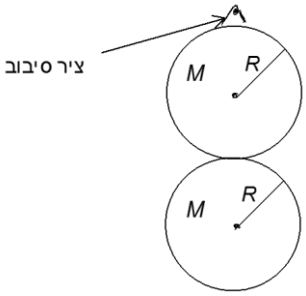
## נוסחאות מומנט התמד של גופים נפוצים:

| | |
|---|---|
| גוף נקודתי סביב ציר כלשהו<br>$I = mR^2$<br>טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי<br>$I_{c.m.} = mR^2$ |  |
| דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר $z$ -אנך לדיסקה<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$ |  |
| דיסקה במרכז מסה סביב ציר x -במישור הדיסקה<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$ | |

| | |
|---|---|
| מוט במרכז המסה<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$ |  |
| מוט בקצה<br>$I = \frac{1}{3}mL^2$ | |
| כדור מלא במרכז מסה<br>$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$ | |
| תיבה או לוח במרכז מסה<br>$I_{c.m.} = \frac{m(a^2+b^2)}{12}$ |  |

## שאלות:

**1) שעון כפול תלוי על קיר**




לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

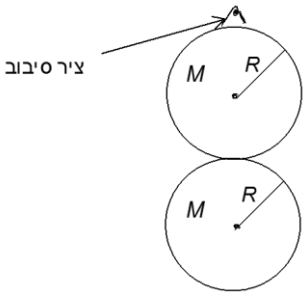
## תשובות סופיות:

**1)** $I = 11mR^2$

# אדטיביות:

## שאלות:

**1) דוגמה**




לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

## תשובות סופיות:

**1)** $I = 11mR^2$

# חישוב מומנט ההתמד באמצעות אינטגרלים:

## רקע

עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 \, \mathrm{d}m$

כאשר $r$ הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית)

אם ציר הסיבוב הוא ציר $z$ אז $r^2 = x^2 + y^2$

# תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד:

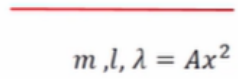
## שאלות:

**1) חישוב אינטגרל של מוט לא אחיד**

חשב את מומנט ההתמד של מוט עם צפיפות ליחידת אורך $\lambda(x)=\lambda_0\frac{x}{L}$ סביב קצה המוט.

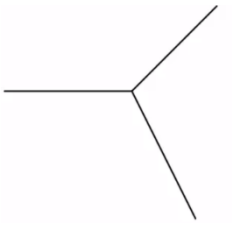
$x$ הוא המרחק מהקצה, $L$ הוא אורך המוט ו- $\lambda_0$ נתון.

**2) חישוב נוסף מוט בצפיפות לא אחידה**



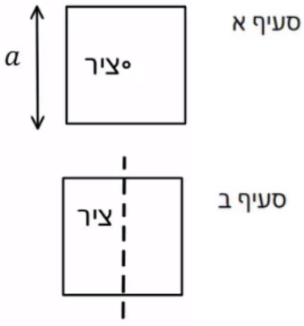

מצא את מומנט ההתמד של מוט סביב מרכזו לפי הנתונים שבשרטוט.
הצפיפות הנתונה מתייחסת למרכז המוט כראשית הצירים.

**3) שלושה מוטות מחוברים בקצה**



שלושה מוטות זהים באורך $l$ ומסה $m$ כל אחד מחוברים באופן המוצג באיור.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר הנמצא בנקודת החיבור בין המוטות ובמאונך למישור.

**4) מסגרת ריבועית**




נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע $a$ ומסה $M$.
מצא את מומנט ההתמד של מסגרת.

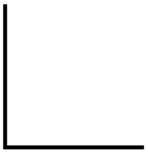
א. סביב ציר העובר במרכזה ומאונך למישור המסגרת.

ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שתי צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות.

**5) מומנט התמד של שער חשמלי**

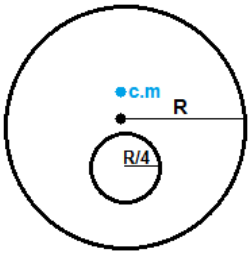
מצא את מומנט ההתמד של שער חשמלי בעל מסה $m$ ואורך $l$ אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה $M$ ואורך $L$ המסתובב סביב מרכז המסה שלו.

**6) מומנט התמד של רייש**



מצא את מומנט ההתמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה שלו בשתי דרכים שונות. אורך כל מוט $l$ ומסתו $m$.

**7) דיסקה עם חור**



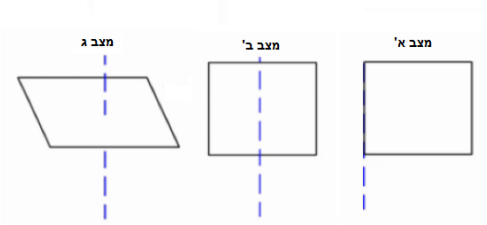

א. מצא את מומנט ההתמד של דיסקה בעלת מסה $M$ ורדיוס $R$, אם ידוע כי במרחק $R$ ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע $R$. הדיסקה מסתובבת סביב ציר במרכזה (ולא במרכז המסה של המערכת).

ב. מצא את מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו.

**8) חצי חישוק ושתי מסות**

מצא את מומנט ההתמד של חצי החישוק שבתמונה. רדיוסו $R$, מסתו $M$ ובקצותיו חוברו שתי מסות $m$. החישוק סובב סביב מסמר בקודקודו.

**9) חישוב אינטגרל של ריבוע**



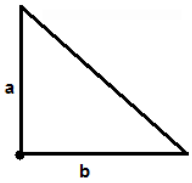

חשב את מומנט ההתמד של לוח ריבוע בעל אורך צלע $a$, מסה $M$ וצפיפות אחידה בכל אחד מהמצבים הבאים:

א. ציר הסיבוב הוא אחת הפאות של הריבוע.

ב. ציר הסיבוב מקביל לפאות ועובר במרכז.

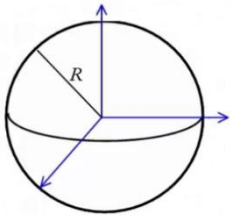
ג. ציר הסיבוב אנך למשטח הריבוע ועובר במרכזו.

**10) מומנט התמד של משולש**




מצא את מומנט ההתמד של המשולש סביב קודקודו הישר.

**11) מומנט התמד של כדור מלא**




חשב את מומנט ההתמד של כדור מלא בעל רדיוס $R$, מסה $M$ וצפיפות אחידה, סביב ציר העובר במרכז הכדור.

**12) מומנט התמד של קליפה כדורית**

מצאו את מומנט ההתמד של קליפה כדורית ברדיוס $R$ ומסה $m$ סביב ציר העובר דרך מרכז המסה של הקליפה.

## תשובות סופיות:

1) $I_0 = M\frac{L^2}{2}$

2) $I = \frac{12ml^2}{80}$

3) $I_{c.m.} = ml^2$

4) א. $I_{c.m.} = \frac{M}{4}\left(\frac{l^2}{3}+a^2\right)$ ב. $I = \frac{M}{8}\left(a^2+\frac{l^2}{3}\right)$

5) $I=\left(\frac{1}{12}ml^2+m\left(\frac{m\cdot 0+\frac{M(l+L)}{2}}{m+M}\right)^2\right)+\left(\frac{1}{12}\left(L^2+L^2\right)M+M\left(\frac{l}{2}-\left(\frac{m\cdot 0+\frac{M(l+L)}{2}}{m+M}\right)+\frac{L}{2}\right)^2\right)$

6) $I = \frac{5}{12}ml^2$

7) א. $I_0 = \frac{247}{512}MR^2$ ב. $I_0 = I_{c.m.}+\frac{15}{16}M\cdot\left(\frac{R}{30}\right)^2$

8) $I_1 = I_{c.m.}+m'b^2$

9) א. $I = \frac{1}{3}Ma^2$ ב. $I = \frac{1}{12}Ma^2$ ג. $I = M\frac{1}{6}a^2$

10) $I_0 = \frac{1}{6}m\left(a^2+b^2\right)$

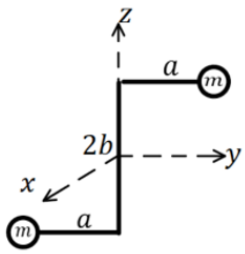
11) $I = \frac{2}{5}MR^2$

12) $\frac{2MR^2}{3}$

# מומנט ההתמד כמטריצה:

## שאלות:

**1) דוגמה-מנואלה**

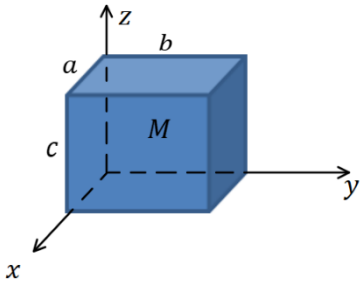



שתי מסות נקודתיות זהות m מחוברות על ידי מוטות חסרי מסה כפי שנראה באיור.
אורך המוט המרכזי הוא $2b$ ואורך כל מוט המחובר לכדור הוא $a$.

א. מצא את כל מטריצת מומנט ההתמד של המערכת.

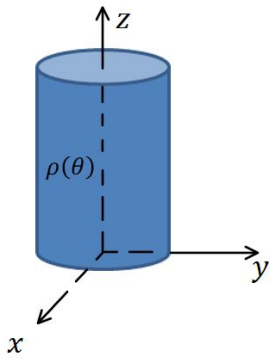
ב. מצא את התנע הזוויתי של המערכת ברגע המתואר באיור אם המהירות הזוויתית היא $\vec{\omega}=\omega\hat{z}$.

**2) דוגמה-מומנט התמד של קובייה**




חשב את המומנט התמד של קובייה בעלת מסה M המפולגת באופן אחיד.
ראשית הצירים נמצאת בפינת הקובייה, צלעות הקובייה מקבילים לצירים ואורכיהם: $a$ , $b$ , $c$. ראה איור.

**3) גליל עם צפיפות התלויה בזווית**




לגליל בעל רדיוס R וגובה H יש צפיפות מסה התלויה בזווית $\rho(\theta)=\rho_0(1+\sin\theta)$ כאשר $\theta$ היא הזווית ביחס לציר $x$ בקואורדינטות גליליות.

א. מהי המסה הכוללת של הגליל?

ב. מצא את מיקום מרכז המסה של הגליל.

ג. חשב את: $I_{yz}$ , $I_{xz}$ , $I_{zz}$.

ד. חשב את התנע הזוויתי של הגליל כאשר הוא מסתובב במהירות זוויתית $\vec{\omega}=\omega\hat{z}$.

ה. מדוע יש הבדל בין התנע הזוויתי של הגליל בכיוונים $x$ ו- $y$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $I = 2m\begin{pmatrix} a^2+b^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & -ab \\ 0 & -ab & a^2 \end{pmatrix}$ ב. $\vec{L} = -2mab\omega\hat{y} + 2ma^2\omega\hat{z}$

**2)** $I = M\begin{pmatrix} \frac{b^2c^2}{3} & -\frac{ab}{4} & -\frac{ac}{4} \\ -\frac{ab}{4} & \frac{a^2+c^2}{3} & -\frac{bc}{4} \\ -\frac{ac}{4} & -\frac{bc}{4} & \frac{a^2+b^2}{3} \end{pmatrix}$

**3)** א. $M = \rho_0\pi R^2 H$ ב. $y_{c.m.} = \frac{R}{3}\ ,\ x_{c.m.} = 0\ ,\ z_{c.m.} = \frac{H}{2}$

ג. $I_{zz} = \frac{\pi R^4 H\rho_0}{2}\ ,\ I_{xz} = 0\ ,\ I_{yz} = -\frac{\pi R^3 H^2\rho_0}{6}$

ד. $L_x = 0\ ,\ L_y = -\frac{\pi R^3 H^2\rho_0}{6}\omega\ ,\ L_z = \frac{\pi R^4 H\rho_0}{2}\omega$

ה. מכיוון שאנו מחשבים את התנ"ז רק ברגע מסוים והתפלגות המסה אינה סימטרית בין $x$ ל- $y$ אז יש הבדל בין התנ"ז של כל ציר.
בממוצע של זמן מחזור שלם התנ"ז יהיה זהה לכל ציר.

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 16 - מומנט כוח

### תוכן העניינים

1. מומנט כוח - הסבר ..... 189
2. מכפלה וקטורית ..... (ללא ספר)
3. תרגיל - מומנטים על משולש ..... 191
4. פיתוח, מדוע מתייחסים לכוח הכובד כאילו פועל במרכז המסה ..... (ללא ספר)
5. משוואת מומנטים ..... (ללא ספר)
6. תרגיל - שני פועלים מחזירים מנשא ..... 192
7. תרגילים מסכמים ..... 193

# מומנט כוח - הסבר:

## רקע

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

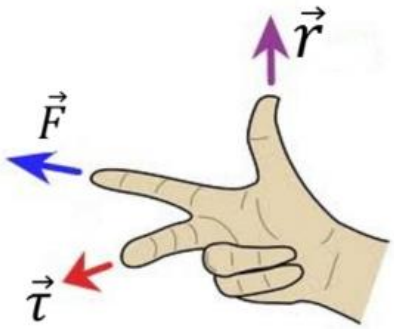
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח.

ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון
גודל המומנט :

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

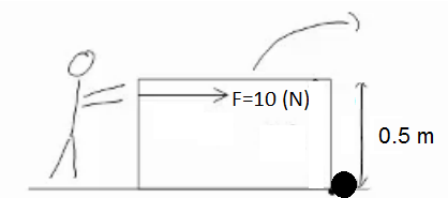
כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג




משוואת מומנטים : אם גוף נמצא במנוחה אז סכום המומנטים הפועלים עליו שווה
לאפס.

## שאלות:

**1) מרחק אפקטיבי**




אדם דוחף ארגז בגובה 0.5m ומפעיל כוח F (ראו תמונה).
לארגז אין חיכוך עם המשטח.
האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד שנתקע באבן והארגז מתהפך (מיקום האבן הופך לציר הסיבוב).
חשבו את גודל מומנט הכוח.

## תשובות סופיות:

**1)** $|\vec{\tau}| = 5N \cdot m$

# תרגיל - מומנטים על משולש:

## שאלות:

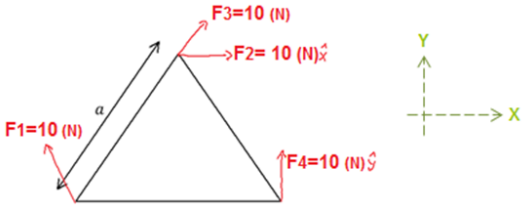
**1) מומנטים על משולש**

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה $a$.

א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

ב. נתונה המסה של המשולש $M$ ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש נמצא בנק': $\left(\frac{1}{2}a\ ,\ \frac{1}{2\sqrt{3}}a\right)$.
חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.

ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין $F_1$ לדופן המשולש היא 60 מעלות.




## תשובות סופיות:

**1)** א. $\tau_1 = 0!\ ,\ \vec{\tau}_2 = -5\cdot\sqrt{3}a\ ,\ \vec{\tau}_3 = 0!\ ,\ \tau_4 = 10a$ ב. $\tau_g = -Mg\frac{1}{2}a$

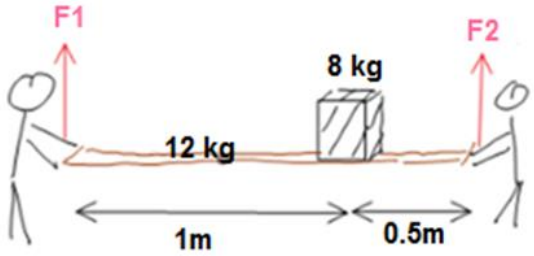
ג. $\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}}\ ,\ \tau_2 = -10\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}a\ ,\ \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a\cdot 10\cdot\sin 30°\ ,\ \tau_4 = 10\cdot\frac{1}{2}a\ ,\ \tau_g = 0$

# תרגיל - שני פועלים מחזיקים מנשא:

## שאלות:

**1) שני פועלים מחזיקים מנשא**

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמסתו $12kg$ ואורכו $1.5m$.
על המנשא, במרחק של $0.5m$ מהפועל הימני, מונח ארגז בעל מסה של $8kg$.
בהנחה כי המערכת במנוחה, מצאו את הכוח שמפעיל כל פועל (ראה איור).




## תשובות סופיות:

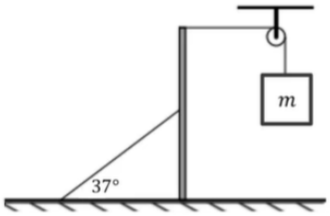
**1)** $F_2 = 113.333N$ , $F_1 = 86.666N$

# תרגילים מסכמים:

## שאלות:

**1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקולת**

מוט אחיד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמוראה בתרשים.
המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו
השני קשור למשטח ויוצר עימו זווית של $37°$.
הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט
אופקי אידיאלי וגלגלת אל משקולת שמסתה $m=7kg$.
המערכת נמצאת במנוחה.

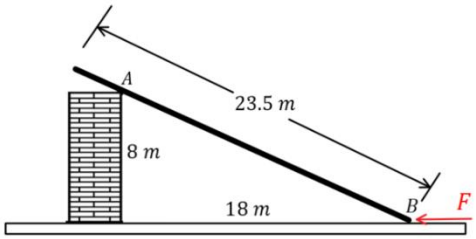



א. מהי המתיחות בחוט המחובר אל המשטח?

ב. מהו כוח החיכוך שמפעיל המשטח האופקי על המוט?

**2) קורה על קיר אנכי**

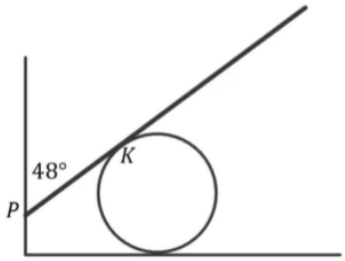
באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה
שאורכה הכולל הוא $23.5m$.
מסת הקורה היא $140kg$.
הקורה נשענת בנקודה A על קיר אנכי חלק
שגובהו $8m$.




קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה B במרחק $18m$ מהקיר
ובקצה הזה פועל כוח אופקי F, כמתואר באיור.
מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא $\mu_s=0.3$.
מהו F המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

**3) מוט נשען על כדור**

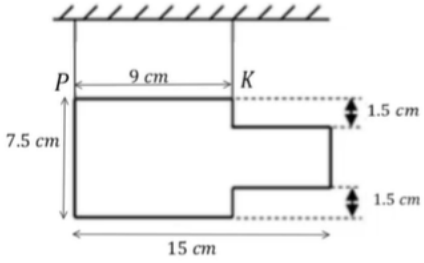
נתון מוט דק שאורכו $L=3.5m$ ומסתו $m=7kg$
הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט.
נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K.
בקצהו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך
בנקודה P, הזווית שיוצר המוט יחסית לקיר
היא $48°$. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט
הוא $\mu_s=0.15$.




א. מהו הכוח שמפעיל הכדור על המוט אם
נתון שקצהו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?

ב. מהו המרחק בין הנקודות P ו- K במצב זה?

**4) טבלה מעץ**

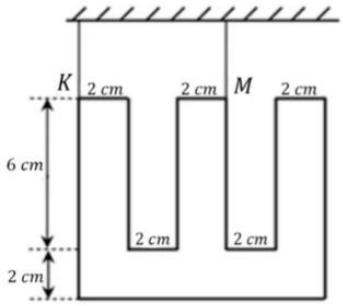



טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתה 400 גר' וצורתה כמתואר בתרשים, תלויה בשני חוטים בנקודות K ו-P.

א. חשב את מרכז הכובד של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.

ב. מצא את המתיחות בשני החוטים.

**5) שלט בצורת האות ש**




שלט העשוי מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמשורטט), שמסתו 4 ק"ג, נתלה בשני חוטים בנקודות K ו- M.

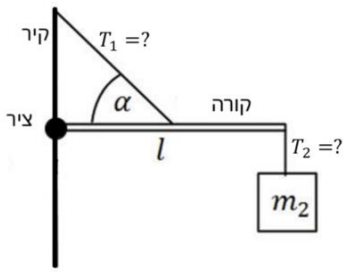
א. חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.

ב. מצאו את המתיחות בשני החוטים.

**6) מסה תלויה על קורה שמחוברת לקיר**

קורה בעלת מסה $m_1$ ואורך $l$ מחוברת לקיר באמצעות ציר.

בקצה הקורה קשורה מסה $m_2$ התלויה במנוחה.

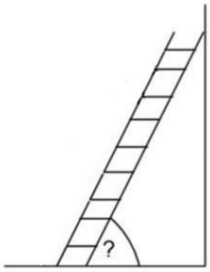



מאמצע הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חזרה לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא $\alpha$.

א. מהי המתיחות בחוטים?

ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל הציר?

**7) סולם נשען על קיר**




סולם נשען על קיר.

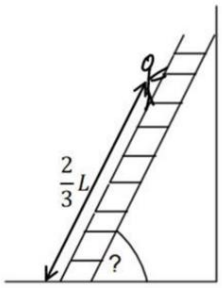
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.

מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא $\mu_s$. אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

**8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר**

אדם עומד על סולם שנשען על קיר.
אורך הסולם הוא $L$ וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשמרחקו מהקצה התחתון של הסולם הוא שני שליש מאורך הסולם.
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר.
מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא $\mu_s$. מסת האדם כפולה ממסת הסולם.
מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?



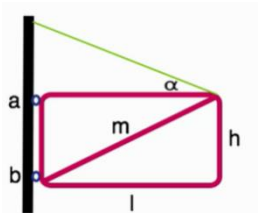

**9) מומנטים על שער**

שער שגובהו h ואורכו l מחובר לקיר בשני צירים $a$ ו-$b$.
על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה $a$ מתאפס.

א. מהי המתיחות בכבל?

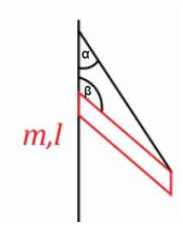
ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הציר $b$?

ג. מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?



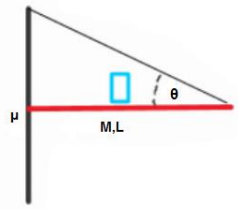

**10) גגון מוחזק אל קיר**

גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט.
מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.



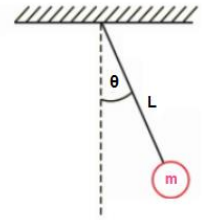

**11) מסה על גגון מחליק**

גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט.
מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה m מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?



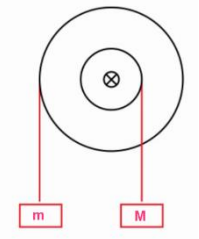

**12) מטוטלת מתמטית**

מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית כפונקציה של הזווית מהאנך.

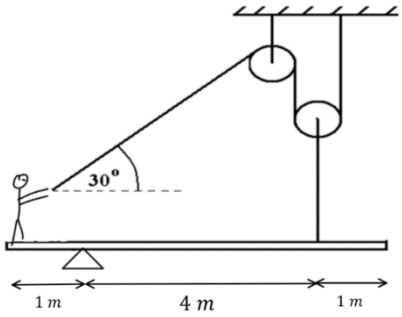



**13) מנוף מדיסקה כפולה**

נתונה המערכת שבשרטוט.
רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.



**14) אדם על קורה מחזיק בחוט ושתי גלגלות**

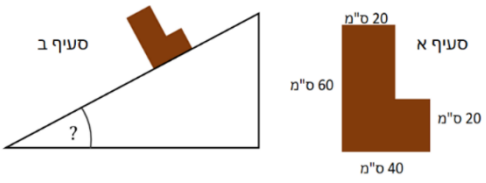


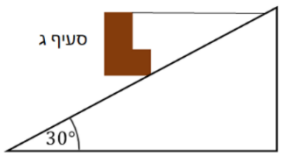

אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg.
הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק 1m מהאדם.
האורך הכולל של הקורה הוא 6m.
האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור.
הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק 1m מהקצה השני.

א. מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
ב. מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
ג. מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?

**15) L על מישור משופע***

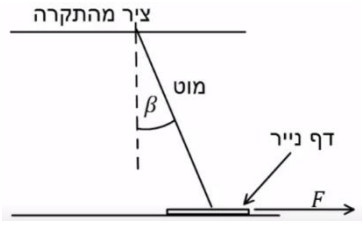
באיור נתון גוף משטחי בצורת L.
צפיפות המסה של הגוף היא: $\sigma = 5\frac{kg}{m^2}$.




א. מהו מרכז המסה של הגוף ביחס לפינה התחתונה השמאלית?
ב. מניחים את הגוף על מישור משופע. מהי הזווית המקסימאלית של המישור עבורה הגוף לא יתהפך?
ג. קושרים את הגוף למישור באמצעות חוט אופקי מהפינה הימנית העליונה ומותחים את החוט עד שהגוף מתיישר במקביל לקרקע.
מהי המתיחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא $30^\circ$ והגוף במנוחה.

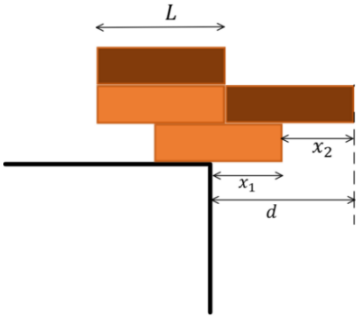
**16) מוט נשען על דף נייר***




מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר.
בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה.
מסת דף הנייר זניחה.
הזווית בין המוט לאנך היא $\beta$ ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא $\mu_s$.

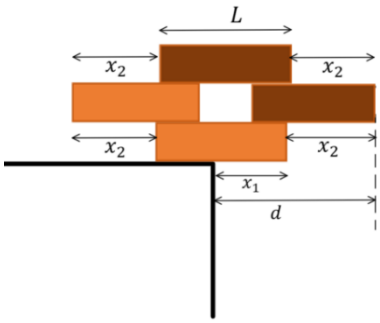
א. מושכים את הנייר ימינה בכוח F.
מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
ב. חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.

**17) ערימת קוביות 1**



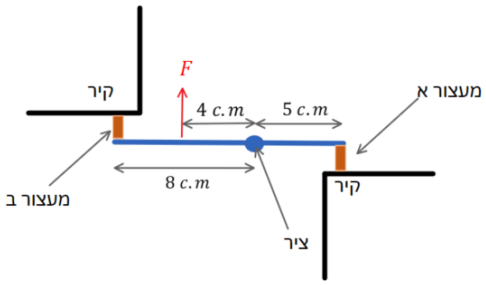

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L.
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור.
מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן.
מהם $x_1$ ו-$x_2$ במצב זה?

**18) ערימת קוביות 2***



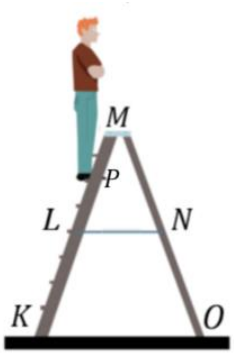

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L.
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור.
מהו המרחק d המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן.
מהם $x_1$ ו-$x_2$ במצב זה?

**19) מוט עם שני מעצורים מגומי****




באיור ישנו מוט באורך 13c.m. המחובר בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני.
בשני הקצוות של המוט ישנם מעצורים זהים העשויים מגומי.
מפעילים כוח $F=200N$ במרחק 4c.m. שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים.
המערכת אופקית, כלומר כוח הכובד פועל לתוך הדף וניתן להתעלם ממנו.
מהו הכוח שפועל על כל מעצור?
רמז: התייחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע k זהה.

**20) אדם על סולם עם שתי רגליים****




אדם עומד על סולם בעל שתי רגליים המחוברות באמצעות כבל במרכז הסולם. משקל האדם הוא 800 ניוטון וניתן להזניח את משקל הסולם ואת החיכוך עם הרצפה.
נתונים אורכי הקטעים הבאים:
$KM=OM=2.34m$ , $KP=1.70m$ , $LN=0.746m$.

א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו-K.

ב. מצאו את המתיחות בכבל.

רמז: יש לעשות משוואה רק על חלק מהסולם.

## תשובות סופיות:

1) א. $T_2 \approx 180N$ ב. $f_s = T_1 = 70N$ , ימינה.

2) $F_{max} \approx 521N$

3) א. $N_2 \approx 110N$ ב. $PK \approx 0.84m$

4) א. $x_{c.m.} = 6.6c.m.$ , $y_{c.m.} = 3.75c.m$ ב. $T_2 = 3N$ , $T_1 = 1N$

5) א. $x_{c.m.} = 5c.m.$ , $y_{c.m.} \approx 4.4c.m$ ב. $T_K = 6.7N$ , $T_M = 33.3N$

6) א. $T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin\alpha}$ , $T_2 = m_2 g$

ב. $\tan\theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2}\tan\alpha$ , $F = \sqrt{\left((m_1 + 2m_2)g\cot\alpha\right)^2 + (m_2 g)^2}$

7) $\tan\theta = \frac{1-\mu_s^2}{2\mu_s}$

8) $\tan\theta = \frac{11-7\mu_s^2}{18\mu_s}$

9) ראה סרטון.

10) ראה סרטון.

11) ראה סרטון.

12) $\sum\tau = -mgl\sin\theta + Tl\sin\theta = -mgl\sin\theta$

13) $\sum\tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R}$

14) א. $T_1 = 20N$ ב. $F_y = 1000N$ , $F_x = 10\sqrt{3}N$ שמאלה

ג. $\mu_{s_{min}} = 0.027$

15) א. $x_{c.m.} = 0.15m$ , $y_{c.m.} = 0.25m$ ב. $\alpha = 31^\circ$

ג. $T = 3.3N$

16) א. $F_{min} = \frac{\mu_s mg\sin\beta}{\sin\beta + \mu_s\cos\beta}$ ב. $F_{min} = \frac{\mu_s mg\sin\beta}{\sin\beta + \mu_s\cos\beta}$

17) $x_1 = \frac{5L}{8}$ , $x_2 = \frac{L}{2}$ , $d = \frac{9L}{8}$

18) $x_1 = \frac{L}{2}$ , $x_2 = \frac{2L}{3}$, $d = \frac{7L}{6}$

19) $F_R \approx 45N$ , $F_L \approx 72N$

20) א. $N_O \approx 291N$ , $N_k = 509N$ ב. $T_L \approx 196N$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 17 - תנע זוויתי

### תוכן העניינים


1. נוסחאות וחוקי שימור ..... 199
2. תנע זוויתי ביחס למרכז מסה ..... 203
3. פרסציה ..... (ללא ספר)
4. תרגילים בפרסציה ..... 205

# נוסחאות וחוקי שימור:

## רקע

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף
$\vec{p}$ - התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי L=mvd כאשר d זה המרחק האפקטיבי

הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

$$\sum \vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$$

חוק שימור התנע הזוויתי:
אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

סיכום חוקי שימור:
תנע - $\sum \vec{F}_{ext} = 0$
אנרגיה - האם כל הכוחות משמרים?
תנ"ז - $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$

## שאלות:

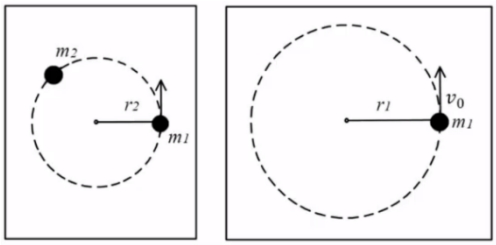
**1) תנ"ז בזריקה משופעת**

אבן נזרקת בזריקה משופעת במהירות $v_0$ ובזווית $\alpha$,
כוח הכובד שפועל על האבן $\vec{F} = -mg\hat{y}$.

א. מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?
ב. מהו מומנט הכוח של כוח הכובד?
ג. הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכובד.

**2) גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז**

מסה $m_1$ מחוברת לחוט המחובר למרכז שולחן.



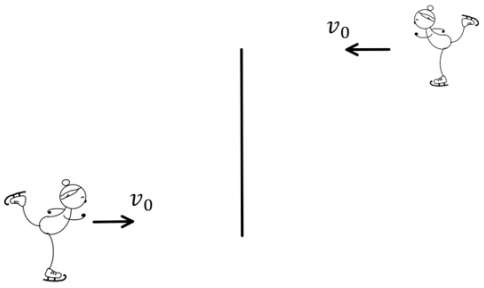

המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע $r_1$ ובמהירות קבועה $v_0$ .

ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המעגל (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים כאשר אורך החוט שווה $r_2$ והמסה מסתובבת שוב בתנועה מעגלית קבועה.

רגע לאחר מכן מניחים מסה נוספת $m_2$ במסלול של $m_1$ והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית.

מצאו את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.

**3) שתי מחליקות על הקרח**




שתי מחליקות תאומות בעלות מסה זהה $m$ מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות $v_0$ .

המחליקות נעות על קווים ישרים והמרחק בין הקווים הוא $d$ . באמצע ביניהן שמים חבל.

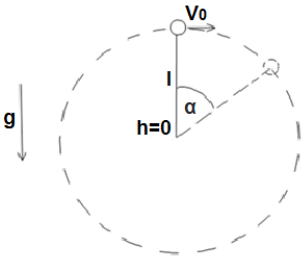
כאשר הן מגיעות לחבל, שתיהן תופסות את החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.

א. מה המהירות הזוויתית שהן מסתובבות?

ב. כעת המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק ביניהן הוא $\frac{d}{2}$ .

מצא את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.

**4) כדור מסתובב אנכית**



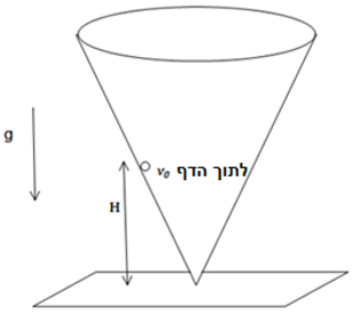

כדור בעל מסה $m$ מחובר לחוט בעל אורך $l$ ומסתובב במעגל אנכי.

נתון כי מהירת הכדור בשיא הגובה היא $v_0$ .

א. מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית $\alpha$ .

ב. מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית $\alpha$ .

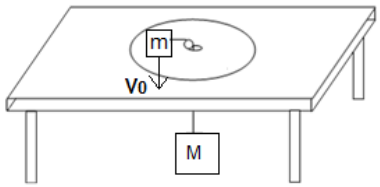
**5) כדור בתוך חרוט**




כדור קטן נע בתוך חרוט המחובר הפוך למשטח.
נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא $v_0$
בכיוון אופקי ומשיק לדופן החרוט.
גובהו ההתחלתי $H$.
מצא את הגובה המקסימאלי אליו יגיע הכדור
(החרוט אינו זז).
הנחיות: מספיק להגיע למשוואה ממעלה שלישית
על $h$ אין צורך לפתור אותה.

**6) כדור מסתובב מחובר למסה תלויה**

מסה $m$ נעה על שולחן חסר חיכוך ומחובר באמצעות
חוט העובר דרך מרכז השולחן למסה $M$ התלויה באוויר.
אורך החוט הוא $L$. נתון כי ב- $t=0$ המסה $M$
נמצאת במנוחה והמסה $m$ נמצאת במרחק $R$
ממרכז הלוח, במהירות התחלתית $v_0$,
בכיוון מאונך לרדיוס.
רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי
ומצא משוואה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל $r$,
מרחק המסה $m$ ממרכז השולחן.



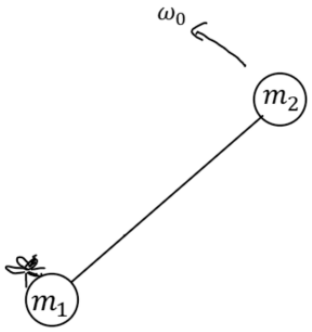

**7) מומנט הכוח לא תלוי בנקודת הייחוס**

הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת
הגופים אינו תלוי בנקודת הייחוס.

**8) תנע זוויתי לא תלוי בנקודת ייחוס**

הוכיחו כי אם התנע הקווי של קבוצת גופים מתאפס אז התנע הזוויתי שלהם לא
תלוי בנקודת הייחוס.

**9) זבוב הולך על מוט***




שתי מסות נקודתיות $m_1$ ו-$m_2$ מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך $d$.
על המסה $m_1$ נמצא זבוב בעל מסה $m_3$.
כל המערכת נמצאת על שולחן אופקי ומסתובבת סביב מרכז המסה שלה במהירות זוויתית קבועה $\omega_0$.
ברגע מסוים הזבוב מתחיל ללכת על המוט במהירות $v$ ביחס למוט ונעצר כאשר הוא מגיע למרכז המסה של שלושת הגופים (שימו לב שהמוט לא מחובר לשולחן).
מהי המהירות הזוויתית של המערכת כאשר הזבוב נעצר?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $-\frac{1}{2}gt^2v_0m\cos\alpha\hat{z}$ ב. $-mgv_0\cos\alpha t\hat{z}$ ג. שאלת הוכחה.

**2)** $u=\frac{m_1r_1v_0}{r_2\left(m_1+m_2\right)}$

**3)** א. $\omega'=\frac{2v_0}{d}$ ב. $\omega''=\frac{8v_0}{d}$

**4)** א. $\sum\vec{\tau}=-mgl\sin\alpha$ ב. $\dot{L}=lmv\left(-\hat{z}\right)$

**5)** $\left(2gH+v_0^2\right)h_{max}^2+2gh_{max}^3+v_0^2H^2$

**6)** $a+br+\frac{c}{r^2}=$ אקסטרמום

**7)** שאלת הוכחה.

**8)** שאלת הוכחה.

**9)** $\omega'=\frac{\left(m_1+m_3\right)\left(m_1+m_2\right)}{m_1\left(m_1+m_2+m_3\right)}\omega_0$

# תנע זוויתי ביחס למרכז מסה:

## רקע

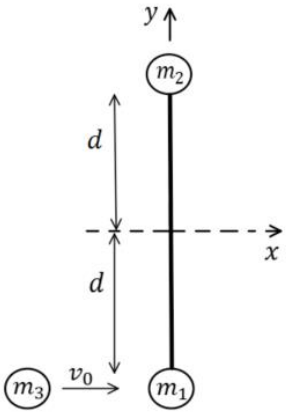
$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

$\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ - התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

$\vec{L}_{c.m.}$ - התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר מה התנ"ז של כל גוף במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

## שאלות:

**1) מסה מתנגשת במוט עם שתי מסות**




שתי מסות נקודתיות $m_1$ ו-$m_2$ מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך $2d$. המערכת נמצאת במנוחה על שולחן אופקי חסר חיכוך (שתי המסות על השולחן, המוט אופקי). מסה שלישית $m_3$ נעה במהירות $v_0$ ומתנגשת התנגשות פלסטית במסה $m_1$ .

נסמן את רגע ההתנגשות ב-$t = 0$.

$d = 3m\,, v_0 = 6\frac{m}{sec}\,,\ m_1 = m_2 = m_3 = 0.2kg$.

א. חשבו את מיקום מרכז המסה ברגע $t_1 = 0.5sec$ ביחס לראשית הנמצאת במרכז המוט בהתחלה ואינה נעה עם המוט.

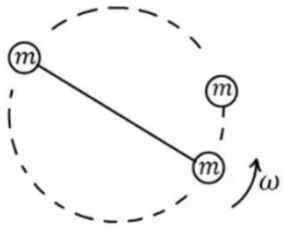
ב. חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס לראשית הצירים ברגע $t_1$.

ג. חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס למרכז המסה שלה ברגע $t_1$.

ד. מצאו את המהירות הזוויתית של המוט ביחס למרכז המסה לאחר ההתנגשות.

ה. מהי המהירות הקווית של $m_1$ ומהי המהירות הקווית של $m_2$ מיד לאחר ההתנגשות?

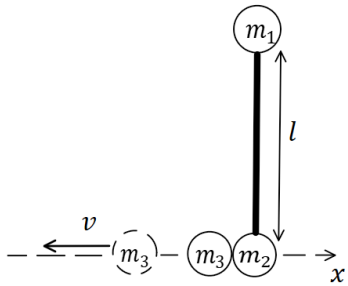
**2) שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית**




שתי מסות זהות m מחוברות במוט חסר מסה באורך d ומסתובבות סביב מרכז המסה שלהן במהירות זוויתית קבועה $\omega$. אחת המסות מתנגשת התנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה.
מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת המהירות הזוויתית שלהן סביב מרכז המסה של שלושתן.

**3) מסה נפרדת ממוט עם שתי מסות**

שלוש מסות $m_1$ ,$m_2$ , $m_3$ נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך l.




המסות $m_2$ , $m_3$ מחוברות בקצה התחתון באויר והמסה $m_1$ בקצה העליון.
המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באויר המבט מלמעלה) ובמנוחה.
ברגע מסוים יש פיצוץ בין המסות $m_2$ , $m_3$ והמסה $m_3$ מתנתקת מהמוט וממשיכה במהירות v נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט.
המסה $m_2$ נשארת מחוברת למוט.
נתון כי: $m_3 = 3M$ , $m_2 = M$ , $m_1$.

א. מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם המסות המחוברות).
ב. מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\vec{r}_{cm}(t_1) = (1_m - 1_m)$. ב. $L = 3.6kg \cdot \frac{m^2}{sec}$. ג. $L_{c.m.} = 4.8kg \cdot \frac{m^2}{sec}$.
ד. $\omega = 1\frac{rad}{sec}$. ה. $V_1 = 4\frac{m}{sec}\hat{x}$ , $V_2 = -2\frac{m}{sec}\hat{x}$.

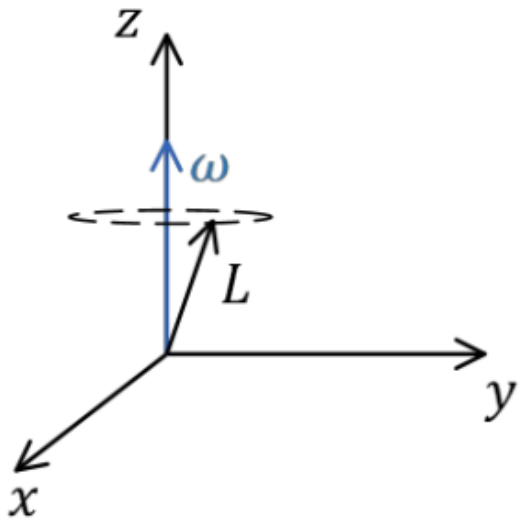
**2)** $\omega' = \frac{3}{4}\omega$ , $u_{1,2,3_{c.m}} = 0$.

**3)** א. $v_{1,2_{c.m.}} = \frac{3}{2}v$ ב. $\omega = \frac{3v}{l}$

# תרגילים בפרסציה:

## רקע:

בפרסציה לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.



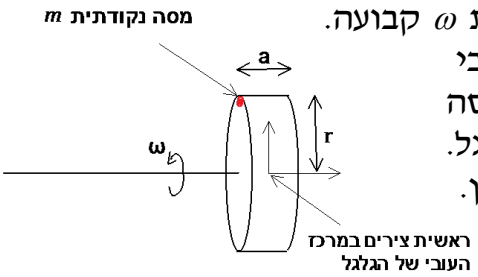

## שאלות:

**1) נקודה על גלגל**

נתון גלגל בעל רדיוס $r$ המסתובב במהירות זוויתית $\omega$ קבועה. לגלגל עובי $a$ וראשית הצירים נמצאת במרכז העובי של הגלגל. אל הקצה העליון של הגלגל מחוברת מסה נקודתית m (ראה ציור) המסתובבת ביחד עם הגלגל.

א. הראה כי התנע הזוויתי של המסה תלוי בזמן.

ב. הראה כי שינוי התנע הזוויתי ניתן ע"י מומנט הכוח של הכוח הצנטריפטלי.

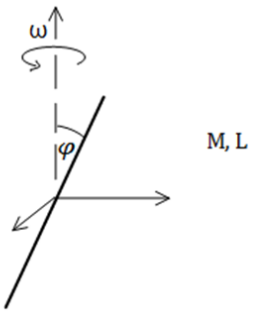



**2) מוט מסתובב בזווית עם הציר האנכי**

מוט בעל אורך l ומסה M מונח בזווית $\varphi$ ביחס לציר ה- z .

המוט מסתובב סביב ציר ה- z במהירות זוויתית קבועה $\omega$ .

מצא את מומנט הכוח שפועל על המוט.



## תשובות סופיות:

**1)** שאלת הוכחה.

**2)** $\sum \vec{\tau} = -\frac{\omega^2 Ml^2 \sin\varphi}{3}\hat{\theta}$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 18 - גוף קשיח

### תוכן העניינים

1. הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי ..... 207
2. תנע זוויתי של גוף קשיח ..... 208
3. אנרגיה סיבובית של גוף קשיח ..... 211
4. ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה ..... 214
5. גלגול עם החלקה ..... 217
6. תרגילים מסכמים ..... 218

## הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי:

### רקע:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$$

# תנע זוויתי של גוף קשיח:

## רקע:

תנ"ז של גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי , כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$$

תנ"ז של גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$I$ - מומנט ההתמד ביחס לציר

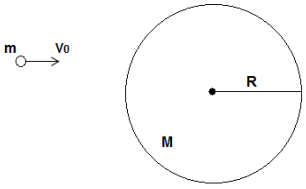
תנ"ז של תנועה משולבת (ציר שזז, כלומר הגוף גם זז וגם מסתובב):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל-

$$\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$$

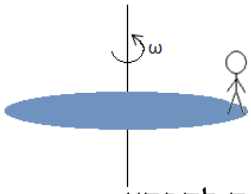
## שאלות:




**1) כדור מתנגש בדיסקה**

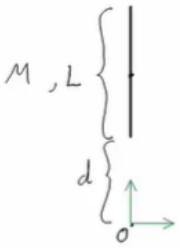
דסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחוברת באמצעות ציר העובר במרכזה לשולחן אופקי חסר חיכוך.
כדור פלסטלינה בעל מסה m נע במהירות $V_0$ לעבר הדסקה.
הכדור פוגע בדסקה משמאלה, ובמרחק d ממרכזה. הכדור נדבק לדסקה ושניהם מתחילים להסתובב יחדיו (סביב הציר במרכז הדסקה). הדסקה נמצאת במנוחה לפני הפגיעה וכוח הכובד אינו משפיע על הגופים (המערכת אופקית).
מצא את המהירות הזוויתית בה יסתובבו הגופים לאחר הפגיעה.

**2) אדם קופץ מדיסקה**



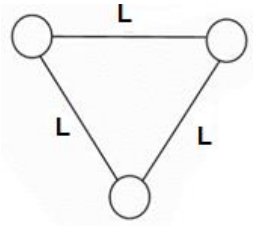

נתונה דסקה בעלת רדיוס R המסתובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית קבועה $\omega$. בקצה הדסקה עומד איש נקודתי ומסתובב ביחד עם הדסקה. ברגע מסוים האיש קופץ מהדסקה ונתון כי מהירותו מיד לאחר הקפיצה היא $V_0$ בכיוון הרדיאלי, ביחס לקרקע.
מצא את המהירות הזוויתית של הדסקה לאחר הקפיצה אם נתונים מסת האיש m ומסת הדסקה M.

**3) דוגמה - תנע זוויתי של תנועה משולבת**




נתון מוט בעל אורך L ומסה M.
המרחק בין הקצה התחתון של המוט עד ראשית הצירים הוא d.
המוט מסתובב בכיוון השעון מסביב לראשית.
חשב את התנע הזוויתי.

**4) שלושה כדורים**




שלושה כדורים זהים בעלי מסה m נמצאים בפינותיו של משולש שווה צלעות. הכדורים מחוברים באמצעות שלושה מוטות חסרי מסה ואורך L (צלעות המשולש).

א. חשבו את מיקום מרכז המסה של המערכת.

כעת, נתון כי הגוף מסתובב במהירות זוויתית $\omega$ נתונה, סביב מרכז המסה שלו. ברגע מסוים ,כאשר הגוף נמצא במצב המתואר בציור, הכדור התחתון ניתק מהגוף.

ב. מצאו את מהירות הכדור שניתק לאחר הניתוק.

ג. מצאו את מהירות מרכז המסה של החלק הנותר.

ד. מצאו את המהירות הזוויתית של החלק הנותר סביב מרכז המסה שלו.

**5) מסמר נועץ דיסקה מסתובבת**

דיסקה ברדיוס $R$ ומסה $m$ מונחת על שולחן אופקי במנוחה. מסובבים את הדיסקה במהירות זוויתית $\omega$ סביב מרכז המסה של (סביב ציר $z$).
מסמר נופל מהשמים ופוגע בקצה של הדיסקה ונועץ אותה לשולחן.

א. מהי המהירות הזוויתית של הדיסקה סביב המסמר לאחר הנעיצה?

ב. ענו שוב על השאלה רק הפעם הניחו שבנוסף לסיבוב, מרכז המסה של הדיסקה נע במהירות $v$ לפי הנעיצה.

## תשובות סופיות:

**1)** $\omega = \dfrac{mv_0 d}{I}$

**2)** $\omega' = \dfrac{\left(\frac{1}{2}M + m\right)\omega_0}{\frac{1}{2}M}$

**3)** $\left(\dfrac{L}{2} + d\right)^2 M\omega + I_{c.m.}\omega_{c.m.} = L$

**4)** א. $x_{c.m.} = \dfrac{L}{2}$ , $y_{c.m.} = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ ב. $v_3 = -\omega R\hat{x}$ ג. $v_{1,2\,c.m.} = \dfrac{1}{2}\omega R\hat{x}$

ד. $I_{1,2,3}\omega = m|v_3|R + 2mv_{1,2}y_{c.m.} + 2m\left(\dfrac{1}{2}L\right)^2$

**5)** א. $\dfrac{1}{3}\omega$ ב. $\dfrac{1}{3}\left(\omega + 2\dfrac{v}{R}\right)$

# אנרגיה סיבובית של גוף קשיח:

## רקע:

אנרגיה קינטית סיבובית סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) העובר במרכז המסה:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$$

אנרגיה קינטית עבור ציר לא קבוע (תנועה משולבת) כלשהו:*

$$E_k = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} I_o \omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$$

$I_o$ - מומנט ההתמד ביחס לציר

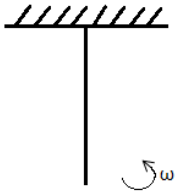
$\vec{v}_0$ - היא מהירות הציר

$\vec{r}_{c.m.,o}$ - מיקום מרכז המסה ביחס לציר

*השימוש בנוסחה מאוד נדיר

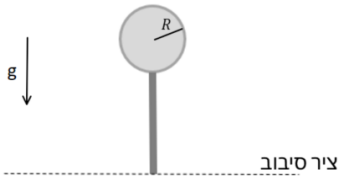
## שאלות:

**1) מוט מסתובב**




מוט באורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר ויכול להסתובב.
למוט מהירות זוויתית התחלתית $\omega$.
מהי הזווית המקסימאלית אליה יגיע המוט?

**2) דיסקה מחוברת למוט נופלת ממצב אנכי**




גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך L ומסה M המחובר בקצה אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה m המפולגת באופן אחיד ורדיוס R.

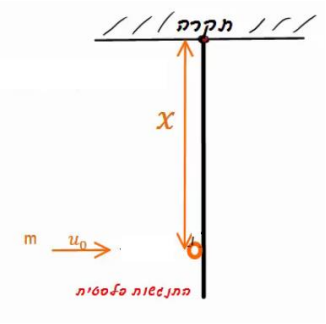
בקצה השני, המוט מחובר לציר אופקי.

המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר).

הגוף מתחיל מהמצב המתואר באיור (מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף.

מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר יגיע לנקודה הנמוכה ביותר?

**3) כדור פוגע במוט שתלוי מהתקרה (כולל תנז)**



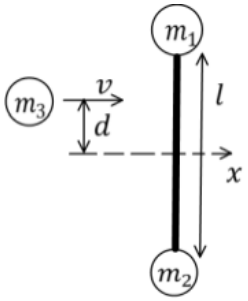

כדור בעל מסה m פוגע במוט שתלוי מהתקרה במרחק $x$ מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך L ובעל מסה M. מהירותו ההתחלתית של הכדור היא $\mu_0$ והוא מתנגש פלסטית עם המוט.

א. מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?

ב. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט?

ג. מצא $x$ כך שהכוח שמפעילה התקרה על המוט יתאפס.

**4) מסה מתנגשת בשתי מסות המחוברות במוט (כולל תנז)**




שני גופים נקודתיים בעלי מסה M כל אחד מחוברים בשני קצותיו של מוט דק חסר מסה באורך l. המערכת נמצאת במנוחה על גבי משטח אופקי חלק לאורך ציר $y$.

כדור נוסף שמסתו m פוגע במוט במאונך למוט ובמרחק d ממרכז המוט. מהירות הכדור הנוסף היא v וההתנגשות עם המוט היא אלסטית.

מה צריכה להיות מהירותו של הכדור הנוסף, כך שיישאר במנוחה לאחר ההתנגשות.

## תשובות סופיות:

1) $\cos\theta = 1 - \frac{L\omega_0^2}{3g}$

2) $\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg(L+R)}{\frac{ML}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m(L+R)^2}}$

3) א. $\omega = \frac{mv_0 x}{mx^2 + \frac{ML^2}{3}}$

ב. $\cos\theta = 1 - \frac{I\omega^2}{(M+m)gx_{c.m}}$ כאשר: $I = \frac{Ml^2}{3} + mx^2$ , $x_{c.m} = \frac{M\frac{L}{2} + mx}{M+m}$

ו-$\omega$ מצאנו בסעיף א'.

4) ג. $mu_0 = M\frac{L}{r} + mx$

5) $m = \frac{2M}{1 + \frac{4d^2}{l^2}}$

# ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה:

## רקע:

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

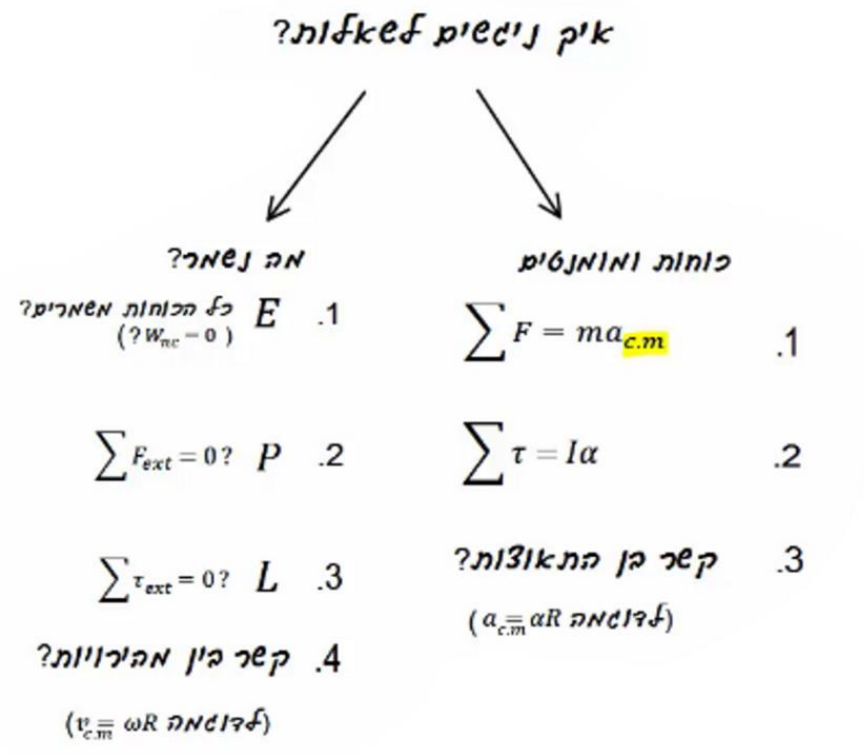
| תנועה סיבובית | תנועה בקו ישר |
|---|---|
| $\theta$ | $x$ |
| $\omega = \dot{\theta}$ | $v = \dot{x}$ |
| $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$ | $a = \dot{v} = \ddot{x}$ |
| I | $m$ |
| $L$ | $p$ |
| τ | $F$ |

כל הנוסחאות זהות בהחלפת אותיות

גלגול ללא החלקה:
מהירות הנקודה שנוגעת במשטח שווה לאפס

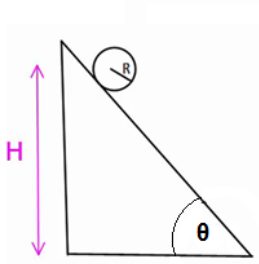
$$v_{c.m.} = \omega R$$
$$a_{c.m.} = \alpha R$$

בגלגול ללא החלקה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.



## שאלות:

**1) דוגמה - כדור על מדרון משופע**

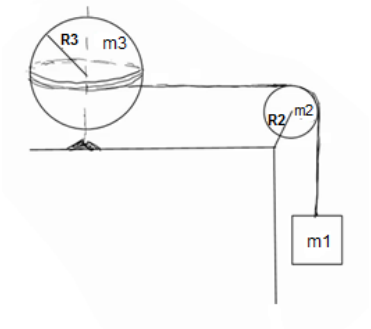



כדור בעל רדיוס R מונח בגובה H על מדרון משופע בעל זווית $\alpha$. הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה.

א. מצאו את מהירות הכדור בתחתית המדרון.

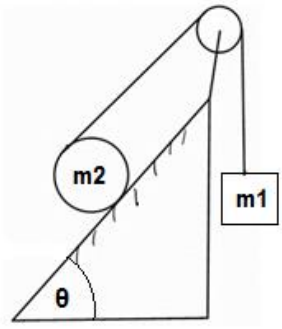
ב. מצאו את תאוצת הכדור.

**2) גלובוס**




גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן.
מלפפים חוט סביב מרכז הגלובוס (סביב קו המשווה) והחוט ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לא אידיאלית למסה תלויה $m_1$.
נתונים גם: $m_2$ ו- $R_2$ מסה ורדיוס הגלגלת, $m_3$ ו- $R_3$ מסה ורדיוס הגלובוס.
המערכת מתחילה ממנוחה.
מצא את תאוצת כל הגופים, קווית וזוויתית ואת המתיחות בחוט.

**3) יויו במישור מחובר למסה**




יויו (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה $m_2$ ורדיוס $R$ מונח על מישור משופע בעל זווית $\theta$.
החוט של היויו מחובר דרך גלגלת אידיאלית למסה $m_1$.
נתון כי היויו מתגלגל ללא החלקה על המישור וכי קיים חיכוך בין היויו למישור.

א. מצא לאן תנוע המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.

ב. מצא את תאוצות הגופים וגודל כוח החיכוך.

**4) מוט אופקי נופל**

מוט בעל מסה M (צפיפות אחידה) ואורך L תלוי בקצהו לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה.

משחררים את המוט ממצב אופקי.

א. מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכז המסה של המוט ברגע השחרור.

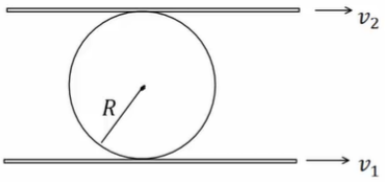
כעת המוט נופל עד להגיעו למצב מאונך לקרקע.

ב. מצא את הכוח שמפעיל הציר שמחבר את המוט לקיר על המוט, ברגע השחרור.

ג. מצא את המהירות הזוויתית של המוט ברגע זה (כשהוא מאונך לקרקע).

ד. חזור על סעיפים א' ו-ב' עבור רגע זה.

**5) משטח מלמעלה ומשטח מלמטה**




כדור בעל רדיוס R לחוץ בין שני משטחים נעים.

המשטח מתחת לכדור נע במהירות $v_1$ והמשטח מעליו נע במהירות $v_2$.

א. מהי מהירות מרכז המסה של הכדור אם ידוע שהוא מתגלגל ללא החלקה ביחס לשני המשטחים?

ב. חזור על סעיף א' אם המשטח העליון נע בכיוון ההפוך.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $mgH=\frac{1}{2}mv_{c.m.}^2+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v_{c.m.}}{R}\right)^2$ ב. $a=\frac{5}{7}g\sin\theta$

**2)** ראה סרטון.

**3)** ראה סרטון.

**4)** א. $\alpha=\frac{3}{2}\frac{g}{L}$ , $a_x=a_r=0$ , $a_{c.m.}=\frac{3}{4}g=a_y$ ב. $\sum F_x=ma_{x_{c.m.}}$ , $\sum F_y=ma_{y_{c.m.}}$

ג. $mg\frac{L}{2}=\frac{1}{2}I\omega^2$

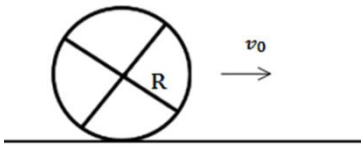
ד. $\alpha=0$ , $a_y=a_r=-\omega^2\frac{L}{2}$ , $a_\theta=0=a_{x_{c.m.}}$ , $\sum F_x=ma_{x_{c.m.}}$ , $\sum F_y=ma_{y_{c.m.}}$

**5)** א. $v_{c.m.}=\frac{v_1+v_2}{2}$ ב. $v_{c.m.}=\frac{v_1-v_2}{2}$

# גלגול עם החלקה:

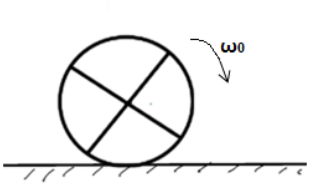
## שאלות:

**1) כדור מחליק ללא סיבוב**




כדור הומוגני בעל מסה M מתחיל תנועתו עם מהירות $V_0$ ללא סיבוב (מהירות זוויתית).
מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי.

**2) כדור מסתובב מונח על רצפה**




כדור הומוגני בעל מסה M מוחזק באוויר ומסתובב סביב מרכז המסה שלו במהירות זוויתית $\omega_0$.
הכדור מונח על הרצפה בעודו מסתובב.
מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי $\mu_k$.

## תשובות סופיות:

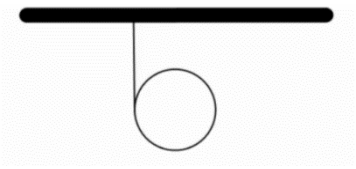
**1)** $V_{final} = \frac{5}{7}V_0$

**2)** $V_{final} = \frac{2}{7}\omega_0 R$

# תרגילים מסכמים:

## שאלות:

**1) חישוק מתגלגל מחבל**

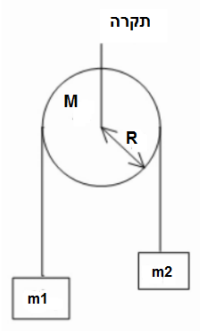


חבל מלופף סביב חישוק בעל רדיוס R ומסה m.
(החבל מחובר לתקרה).

א. מהי תאוצת מרכז המסה של החישוק?

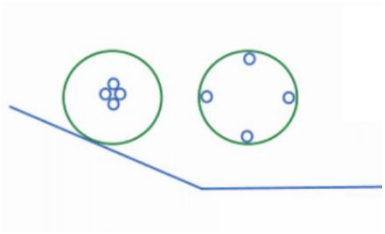
ב. לאחר כמה זמן ירד החישוק גובה של h אם התחיל תנועתו ממנוחה?

**2) מסות וגלגלת**




שתי מסות שונות $m_1$ , $m_2$ תלויות משני הצדדים
של גלגלת לא אידיאלית המקובעת במרכזה.
המסות משוחררות ממנוחה.
מצא את תאוצת המסות אם נתון:
M מסת הגלגלת, R רדיוס הגלגלת
וכי החוט אינו מחליק על הגלגלת.

**3) שתי דיסקות שונות במדרון**



בגן המדע שבמכון ויצמן יש שתי דסקות קלות
אליהן מודבקות 4 מסות כבדות כמתואר בשרטוט.
את הדסקות מניחים על שני מדרונים ובודקים מי
תנוע בהגיעה למישור מהר יותר.
הסבר כיצד ניתן לחשב מהירות זו על פי נתוני המערכת.

**4) שני חישוקים מתגלגלים מחבל**

חישוק בעל מסה m ורדיוס R תלוי מחבל המלופף סביבו.

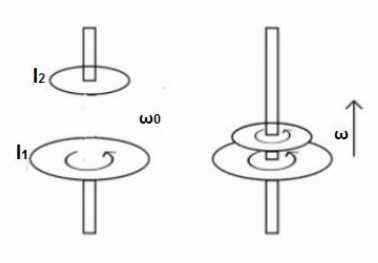
א. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h?
מה תהיה תאוצתו? כמה זמן תארך הנפילה?

חישוק אחר חסר מסה בעל רדיוס R מכיל מסה נקודתית
במרכזו בעלת מסה m.

ב. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h?

ג. מה תהיה מהירותו אם החבל יהיה ללא חיכוך?

**5) מצמד**

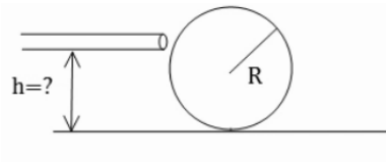



בכלי עבודה רבים קיים מנגנון הקרוי מצמד (קלאצ'). תפקיד המצמד הוא להעביר את הכוח המניע אל החלק המונע בצורה הדרגתית (למשל להעביר את כוח המנוע ברכב אל הגלגלים מבלי לגרום לתנועה פתאומית בגלגלים). המצמד מופעל ע"י הצמדת דסקה מסתובבת אל דסקה נייחת והעברת אנרגיה מזו לזו בעזרת כוח החיכוך.
לפניך מצמד הבנוי משתי דסקות בעלות מומנט התמד שונה. הדסקה התחתונה מסתובבת במהירות התחלתית נתונה. בשלב מסוים הדסקה העליונה מונחת על הדסקה התחתונה ובעזרת כוח המשיכה וכוח החיכוך מתחילה לנוע בעצמה עד ששתי הדיסקות ינועו ביחד.

א. מצא את המהירות הסופית של הדיסקות.

ב. כמה אנרגיה אבדה בתהליך זה?

**6) מכה בכדור ללא החלקה**




כדור סנוקר ברדיוס R נמצא במנוח על שולחן ללא חיכוך (חיכוך נמוך מאוד).
מצא באיזה גובה מעל תחתית הכדור יש לתת מכה אופקית עם המקל כך שהכדור יתגלגל ללא החלקה.

מומנט ההתמד של הכדור הוא: $I_{c.m}=\frac{2}{5}mR^2$

הדרכה: ערוך תרשים כוחות ונתח את הבעיה בשלב המכה עצמה.

**7) חוט מושך דיסקה ללא החלקה - תרגיל פשוט**

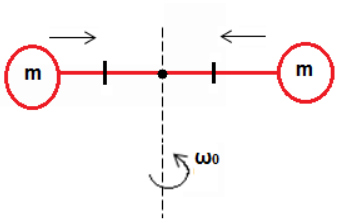
חוט מלופף מסביב לגליל המונח על מישור שאינו חלק. רדיוס הגליל הוא R ומסתו M.
כוח F נתון מושך את הגליל.
מצא את תאוצת הגליל במקרים הבאים אם ידוע שהגליל מתגלגל ללא החלקה:

א. הכוח פועל בכיוון אופקי.

ב. הכוח פועל בזווית $\theta$ ביחס לאופק וידוע שהגליל אינו מתרומם.

ג. מה כיוון החיכוך בכל מקרה?

**8) מחליקה על קרח סוגרת ידיים**




מחליקה על הקרח מסתובבת במהירות $w_0$ .
המחליקה בעלת מסה זניחה אך היא מחזיקה מסה $m$ בכל יד.
הידיים פרוסות לצדדים ואורך כל יד $l$.
לפתע המחליקה סוגרת את ידיה לחצי מאורכן המקורי.

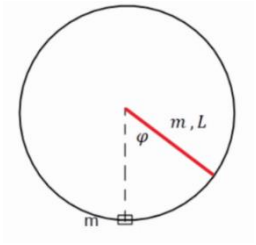
א. מה תהיה מהירות הסיבוב החדשה?

ב. כמה אנרגיה הושקעה בתהליך?

**9) גלגול עם החלקה**

אל עבר דסקה בעלת מסה $M$ ורדיוס $R$ נורה קליע בעל מסה $m$ במהירות $v$ .
הדסקה מונחת על מישור בעל מקדם חיכוך נתון.
מצא כמה זמן תימשך ההחלקה.

**10) מוט משוחרר בזווית פוגע במסה**




מוט המחובר לציר משוחרר ממנוחה מזווית נתונה.
כשהמוט מגיע לנקודה הנמוכה ביותר הוא פוגע במסה ודוחף אותה במהירות לא ידועה לעבר מסילה מעגלית.
נתון כי הקצה התחתון של המוט נע מיד לאחר ההתנגשות במהירות משיקית $u$ .

א. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט לאחר הפגיעה?

ב. מהי מהירות המסה מיד לאחר הפגיעה?

ג. מהו הכוח אותו מפעילה המסילה על המסה מיד לאחר ההתנגשות?

**11) צמד לולייניים בטרפז**

בקרקס ישנו מכשיר הקרוי טרפז. על הטרפז נתלה לוליין המחזיק בידיו לוליין אחר. נתון כי צמד הלולייניים התחילו את תנועתם ממנוחה במצב מאוזן וניתקו ידיהם במצב מאונך.
הניחו כי אורך כל לוליין $l$ ומסתו $m$ .
לאחר הניתוק הלוליין המנותק סוגר את גופו לחצי מאורכו.

א. מהי המהירות הזוויתית ברגע הניתוק?

ב. מהי המהירות הזוויתית של הלוליין המנותק מיד לאחר הניתוק ולפני שסגר את גופו?

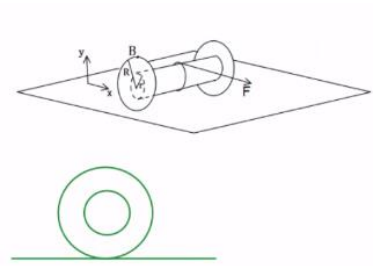
ג. מהי המהירות הזוויתית לאחר שסגר את גופו?

**12) מוט מתגלש - מציאת מהירות**

מוט בעל מסה $m$ ואורך $l$ מונח על רצפה וקיר חלקים בזווית נתונה $\theta_0$. מיד לאחר שהניחו את המוט, המוט מתחיל להחליק עד הפגיעה ברצפה. אין חיכוך בין המוט לקיר או לרצפה. מצאו את מהירות מרכז המסה של המוט בזמן פגיעתו ברצפה.

**13) יויו מתגלגל (חוט מלמעלה)**

יויו מורכב מגליל ברדיוס $r$ ומסה $m$. משתי צידי הגליל מחוברות דסקות ברדיוס $R > r$ ומסה $M$ כל אחת. סביב הגליל ובמרכזו מלופף חוט. היויו מונח על משטח לא חלק ומושכים את החוט בכוח $F$ קבוע בכיוון ציר ה-$x$.



נתון כי היויו מתחיל את תנועתו ממנוחה וכי הוא מתגלגל ללא החלקה (היויו זז בציר ה-$x$).
כמו כן כל אות בגוף השאלה נתונה.

א. מהו מומנט ההתמד של היויו?

ב. מהי תאוצת מרכז המסה של היויו?

ג. מהו מיקום היויו כפונקציה של הזמן?

ד. הנקודה $B$ נמצאת על קצה הגלגל ובדיוק מעל מרכזו ב-$t = 0$. מצא את מיקום הנקודה כתלות בזמן.

**14) עיפרון נופל***

עיפרון באורך $L$ ניצב אנכית על משטח.
ברגע מסוים הוא מתחיל ליפול ימינה.
כאשר הזווית בינו לבין האנך למשטח מגיעה ל-$\theta_1$ העיפרון מתחיל להחליק.

א. עבור זוויות $\theta$ שבהן עדיין אין החלקה $\theta < \theta_1$.

i. מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון $\omega$.

ii. מצאו את התאוצה הזוויתית של העיפרון $\alpha$.

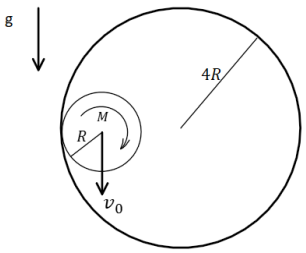
iii. מצאו את התאוצה הקווית של מרכז המסה של העיפרו

iv. מצאו את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך.

v. מצאו את הכוח הנורמלי.

ב. מצאו את מקדם החיכוך הסטטי $\mu_s$.

**15) גליל בתוך גליל***



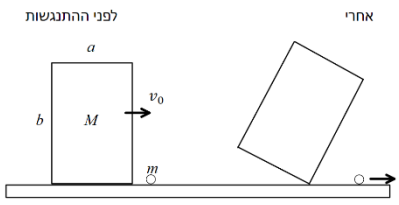

גליל מלא ברדיוס $R$ ומסה $M$ המפולגת אחידה מתגלגל ללא החלקה בתוך גליל גדול ודק שרדיוסו $4R$.
הגליל הגדול מקובע במקומו.

א. נתון שמהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בגובה מרכז הגליל הגדול ובדרכו מטה היא $v_0$.
מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך הפועל על הגליל בנקודה זו? ומהו התנאי על $v_0$ כך שיתאפשר גלגול ללא החלקה אם מקדם החיכוך $\mu_s$ נתון?

ב. מהי מהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בתחתית הגליל הגדול?

ג. כאשר הגליל הקטן נמצא בתחתית הגדול, פוגע בו קליע נקודתי, גם הוא בעל מסה $M$ הנע ישר כלפי מטה. הקליע נדבק לשפת הגליל בדיוק מעל מרכזו ונע עמו (זמן ההתנגשות קצר מאוד וניתן להזניח את השפעת החיכוך עם הגליל הגדול בהתנגשות).
שים לב שלאחר הפגיעה הגלגול כבר לא חייב להיות ללא החלקה.
מצא את מהירות מרכז הגליל (לא מרכז המסה) לאחר הפגיעה.

**16) תיבה מתנגשת באבן***

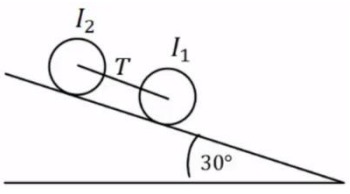



תיבה דו מימדית בגודל $a\times b$ ומסה $M$ נעה על משטח אופקי חלק במהירות $v_0$.
ברגע מסוים התיבה מתנגשת התנגשות אלסטית באבן עם מסה $m$ הנמצאת במנוחה על המשטח.
כתוצאה מההתנגשות התיבה ממשיכה בתנועה ימינה אך גם מתחילה להסתובב.
ניתן להניח שהפינה הימנית תחתונה של התיבה כל הזמן נוגעת בקרקע.

א. מה התנאי על $v_0$ כך שהתיבה לא תתהפך?

ב. מה קורה לתנאי של סעיף א' אם $a << b$ ?

**17) שני גלילים מחוברים בחוט על מדרון משופע***




שני גלילים בעלי מסה $m=3kg$ ורדיוס $R=20c.m$ כל אחד, מחוברים בחוט אידיאלי ומתגלגלים יחד ללא החלקה במורד מדרון. זווית המדרון היא $30°$.
התפלגות המסה של הגלילים אינה אחידה ומומנטי ההתמד שלהם סביב מרכז המסה נתונים: $I_2=90kg\cdot cm^2$ , $I_1=50kg\cdot cm^2$.
מהי המתיחות בחוט המחבר בין הגלילים?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $a=\frac{g}{2}$ ב. $t=\sqrt{\frac{4h}{g}}$

**2)** $a=\frac{(m_1-m_2)g}{\frac{1}{2}M+m_1+m_2}$

**3)** ראה סרטון.

**4)** א. $t=\frac{1}{2}\left(\frac{g}{2}\right)t^2$ , $a=\frac{g}{2}$ , $mgh=mv^2$ ב. $mgh=\frac{1}{2}mv'^2$ ג. נפילה חופשית.

**5)** א. $\omega_1=\omega_0\frac{I_1}{I_1+I_2}$ ב. $\Delta E=\frac{1}{2}I_1\omega_0^2-\frac{1}{2}(I_1+I_2)\omega_1^2$

**6)** $h=\frac{2}{5}R$

**7)** א. $a=\frac{4}{3}\frac{F}{m}$ ב. $a=\frac{4}{3}\frac{F}{m}$ ג. $\frac{1}{3}F$ , $F\frac{1}{3}(1+\cos\varphi)$

**8)** א. $\omega_1=\omega_0\cdot 4$ ב. $\Delta E=\frac{1}{2}I_1\omega_1^2-\frac{1}{2}I_0\omega_0^2$

**9)** ראה סרטון.

**10)** ראה סרטון.

**11)** א. $\sqrt{\frac{g}{6l}}$ ב. אין שינוי. ג. $\sqrt{\frac{8g}{3l}}$

**12)** $\sqrt{\frac{3}{4}gls\sin\theta_0}$

**13)** א. $I=2\frac{1}{2}MR^2+\frac{1}{2}mr^2$ ב. $F+\frac{Fr-I\frac{a}{R}}{R}=(m+2M)(a)$

ג. $x_{(t)}=\frac{1}{2}at^2$ ד. $B_x=\frac{1}{2}at^2+R\sin\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)$ , $B_y=R\cos\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)$

**14)** א.i. $\omega=\sqrt{3\frac{g}{L}(1-\cos\theta)}$ ii. $\alpha=\frac{3g}{2L}\sin\theta$ iii. $\vec{a}=-\omega^2r\hat{r}+\alpha r\hat{\theta}$

iv. $\sum F_x=m(-a_r\sin\theta+a_\theta\cos\theta)$ v. $\sum F_y=m(-a_r\cos\theta-a_\theta\sin\theta)$

ב. $f_{s_{max}}(\theta_1)=\mu_sN(\theta_1)$

**15)** א. $f_s=\frac{mg}{3}$ , $v_0\geq\sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}}$ ב. $v_1=\sqrt{v_0^2+4gR}$ ג. $v_0=\frac{1}{2}v_1$

**16)** א. $v_0 = \frac{\left[\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{I}{M}\right)\left(1+\frac{m}{M}\right)+\left(\frac{b}{2}\right)^2\right]\sqrt{g(2R-b)}}{b\sqrt{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{I}{M}\right)}}$

כאשר: $I = \frac{M}{12}(a^2+b^2)$ $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$

ב. $v_0 = 0$

**17)** $T \approx 0.22N$

# פיזיקה למדעי החיים (1c)

## פרק 19 - תנועה הרמונית

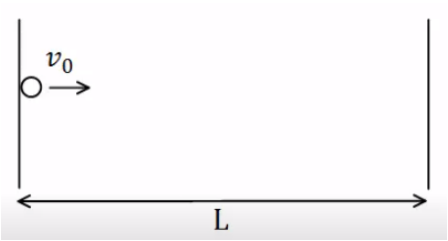
### תוכן העניינים

1. תנועה מחזורית ..... 225
2. תנועה הרמונית ..... 226
3. קפיץ אנכי ..... 230
4. תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע ..... 231
5. אנרגיה בתנועה הרמונית ..... 232
6. מטוטלת מתמטית ..... 233
7. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
8. תרגילים נוספים ..... 234
9. הוכחה לנוסחאות דרך תנועה מעגלית ..... (ללא ספר)

# תנועה מחזורית:

## שאלות:

**1) כדור נע בין שני קירות**




כדור נע בין שני קירות במהירות $v_0 = 2\frac{m}{sec}$.
התנגשות הכדור עם הקירות היא אלסטית.
המרחק בין הקירות הוא $L = 6m$.

א. חשב את זמן המחזור של התנועה.

ב. דני ראה כי מיקום הגוף
ב- $t = 1sec$ הוא $2m$ מהקיר השמאלי.
דני חישב כמה זמן ייקח לכדור לפגוע בקיר הימני ולחזור לאותה הנקודה.
דני סימן את הזמן הזה ב- $\tilde{T}$ , חשב מהו $\tilde{T}$.

ג. הסבר מדוע $\tilde{T}$ הוא אינו זמן המחזור של התנועה, והסבר כיצד היה צריך
דני לבצע את החישוב על מנת לקבל את זמן המחזור הנכון.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $T = 6sec$ ב. $\tilde{T} = 4sec$ ג. ראה סרטון.

# תנועה הרמונית:

## שאלות:

**1) דוגמה לחישוב המיקום**

גוף מחובר לקפיץ אופקי המחובר בצידו השני לקיר. הגוף נע הלוך וחזור על שולחן אופקי חסר חיכוך. דפנה מסתכלת על הגוף המתנדנד ומודדת את המרחק בין שתי הקצוות של התנועה.

א. מהי אמפליטודת התנועה אם המרחק שמדדה דפנה הוא : $0.4m$ ?

ברגע מסוים, שהגוף מגיע למרחק המקסימאלי מהקיר, מפעילה דפנה סטופר המתחיל למדוד את הזמן מאפס. דפנה סופרת כל פעם שהגוף חוזר לנקודה שבה התחילה למדוד. דפנה ראתה כי לאחר 5 שניות הגוף הגיע בפעם העשירית בדיוק לנקודת ההתחלה.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

ג. מהי התדירות והתדירות הזוויתית של התנועה?

ד. קבע את ראשית הצירים במרכז התנועה של הגוף, ורשום משוואה המתארת את מיקום הגוף ביחס לראשית, כתלות בזמן שמראה הסטופר של דפנה.

**2) מציאת המיקום מהזמן**

מסה $m=3kg$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. מסיטים את המסה מרחק $d=0.3m$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מהם התדירות וזמן המחזור של התנועה?

ב. מהי האמפליטודה של התנועה?

ג. רשום נוסחה המתארת את מיקום המסה כתלות בזמן.

ד. מהו מיקום המסה ב- $t_1=0.4sec$ ?

**3) מציאת הזמן מהמיקום**

מסה $m=2kg$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=30\frac{N}{m}$. מסיטים את המסה מרחק $d=15c.m$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מצא את מיקום המסה כתלות בזמן.

ב. מהו מיקום המסה ב- $t_1=0.3sec$ וב- $t_2=1.2sec$ ?

ג. מהו הזמן בו המסה מגיעה אל נקודת שיווי המשקל, ומהו הזמן בו היא מגיעה לקצה השני?

ד. מהם הזמנים בהם המסה מגיעה אל $x=7.5cm$ ? מדוע קיימים שניים?

**4) חישוב המהירות**

גוף בעל מסה $m=0.5kg$ מתנדנד בתנועה הרמונית, כך שמיקומו כתלות בזמן הוא: $x(t)=0.4\cos(2t)$, במטרים.

א. מהי התדירות הזוויתית והאמפליטודה של התנועה?

ב. מהי המהירות המקסימאלית של הגוף?

ג. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן של הגוף.

ד. מהי מהירות הגוף ב- $t=2sec$, ומהי האנרגיה הקינטית שלו באותו הרגע?

**5) חישובי פאזה**

דני רואה גוף מתנדנד בתנועה הרמונית בתדירות זוויתית $\omega=3\frac{rad}{sec}$ ובמשרעת $A=0.2m$.

דני התחיל למדוד את הזמן מהרגע בו הגוף נמצא בקצה השלילי.

א. רשום ביטוי למיקום כפונקציה של הזמן שמודד דני.

ב. צייר גרף של המיקום כתלות בזמן שמודד דני.

ג. מתי היה צריך דני להתחיל למדוד את הזמן אם הוא רוצה שהפונקציה של המיקום תהפוך להיות פונקציית סינוס?

**6) חישוב הפאזה מתנאי התחלה**

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, ומתנדנד בתנועה הרמונית על מישור חלק ואופקי.

א. מהי התדירות הזוויתית של התנועה?

ב. מהם הפאזה והאמפליטודה של הגוף, אם ברגע תחילת הזמן הגוף היה ב- $x(t=0)=0.2m$, ובמהירות $v=6\frac{m}{sec}$ בכיוון השלילי?

ג. רשום את נוסחאות המיקום והמהירות כתלות בזמן.

ד. חזור על סעיף ב' אם המיקום ההתחלתי הוא בנקודת שיווי המשקל.

**7) מסה מתנגשת במסה המחוברת לקפיץ**

מסה $m=3kg$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=9\frac{N}{m}$, ונמצאת על שולחן אופקי חלק. המסה נמצאת במנוחה (הקפיץ רפוי).

מסה זהה נוספת נעה במהירות $v=12\frac{m}{sec}$ כלפי המסה הנייחת ומתנגשת בה התנגשות פלסטית. הנח כי זמן ההתנגשות קצר מאוד.
לאחר ההתנגשות שתי המסות נעות בתנועה הרמונית.

א. מהי תדירות התנועה?

ב. מה תנאי ההתחלה של התנועה ההרמונית $\left(x(t=0),v(t=0)\right)$?

ג. מצא את המיקום כתלות בזמן של המסות מהרגע לאחר ההתנגשות.

## תשובות סופיות:

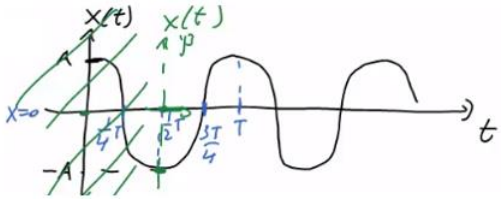
**1)** א. $A=0.2\text{m}$ ב. $T=0.5\text{sec}$ ג. תדירות: $f=2\cdot\frac{1}{\text{sec}}$,
תדירות זוויתית: $\omega\approx 12.57\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $x(t)=0.2\cos(12.57\cdot t)$

**2)** א. תדירות: $f\approx 0.29\frac{1}{\text{sec}}$, זמן מחזור: $T\approx 3.44\text{sec}$. ב. $d=0.3\text{m}$
ג. $x(t)=0.3\cos(1.83\cdot t)$ ד. $x(t_1)\approx 0.22\text{m}$

**3)** א. $x(t)=0.15\cos(3.87\cdot t)$ ב. $x(t_2)=-0.01\text{m}$, $x(t_1)\approx 0.06$
ג. שיווי משקל: $t_3\approx 0.41\text{sec}$, הקצה השני: $t_4\approx 0.82\text{sec}$.
ד. $\tilde{t}_1\approx 0.27\text{sec}$, $\tilde{t}_2\approx 1.35\text{sec}$

**4)** א. $A=0.4\text{m}$, $\omega=2\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $|v_{max}|=0.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
ג. $v(t)=-0.8\cdot\sin(2\cdot t)\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $E_k\approx 0.09\text{J}$, $v(t=2)\approx 0.61\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**5)** א. $x(t)=0.2\cos(3\cdot t+\pi)$ ב. שרטוט:
ג. $t_0=1.57\text{sec}$




**6)** א. $\omega=\sqrt{2}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $\varphi\approx 1.52\text{rad}$, $A\approx 3.94\text{m}$
ג. $x(t)=3.94\cos(\sqrt{2}\cdot t+1.52)$, $v(t)=-5.57\sin(\sqrt{2}\cdot t+1.52)$
ד. $\varphi=\frac{\pi}{2}$, $A\approx 4.24\text{m}$

**7)** א. $\omega=\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $x(t=0)=0$, $v(t=0)=-6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
ג. $x(t)=4.90\cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)$

# קפיץ אנכי:

## שאלות:

**1) קפיץ אנכי ותוספת מסה**

גוף בעל מסה $m=1kg$ תלוי מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k=50\frac{N}{m}$ ואורך רפוי $l_0=30cm$.

א. מצא את המרחק של נקודת שיווי המשקל מהתקרה.

ב. מעמיסים על הקפיץ מסה נוספת $m=2kg$ המחוברת למסה הראשונה, מה תהיה נקודת שיווי המשקל החדשה?

כעת נניח כי מושכים את המסה הכוללת מנקודת שיווי המשקל כלפי מטה מרחק של $d=8cm$ ומשחררים אותה ממנוחה.

ג. מה תדירות התנועה של המסה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן אם הכיוון החיובי של הציר האנכי הוא כלפי מטה.

ה. חזור על סעיף ד', אם הכיוון החיובי של הציר הוא כלפי מעלה.

**2) מסה משוחררת מנקודת רפיון**

מסה $m=30gr$ תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k=1.5\frac{N}{m}$.

המסה מוחזקת באוויר בנקודה שבה הקפיץ רפוי ומשוחררת ממנוחה.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל.

ב. מצא את המיקום כתלות בזמן, אם הכיוון החיובי כלפי מטה.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $0.5m$ ב. $0.9m$ ג. $\omega\approx 4.08\frac{rad}{sec}$ ד. $y(t)=0.08\cos(4.08\cdot t)$

ה. $y(t)=0.08\cos(4.08\cdot t+\pi)$

**2)** א. $y_0=\frac{mg}{k}$ ב. $y(t)=0.2\cos(7.07\cdot t+\pi)$

# תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע:

## שאלות:

**1) תוספת של כוח קבוע**

גוף בעל מסה $m=0.2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$.

הגוף נמצא במנוחה בנקודה שבה הקפיץ רפוי.

ב-$t=0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח קבוע בכיוון החיובי $F=0.1N$.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל החדשה.

ב. מהי תדירות התנועה?

ג. מהם תנאי ההתחלה של הבעיה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן.

**2) כוח מפסיק בפתאומיות**

גוף מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=5\frac{N}{m}$.

הגוף נצפה מתנדנד בתנועה הרמונית באמפליטודה $A=0.3m$.

ידוע שעל הגוף פועל כוח קבוע $F=2N$ בכיוון החיובי.

א. מצא היכן תהיה נקודת שיווי המשקל, במידה והכוח יפסיק לפעול בפתאומיות.

ב. מצא מה תהיה אמפליטודת התנועה במידה והכוח יפסיק לפעול, ברגע שהגוף נמצא בקצה החיובי של התנועה.

ג. חזור על סעיף ב' עבור הקצה השלילי.

ד. חזור על סעיף ב' אם הכוח הפסיק כאשר הגוף במרכז התנועה, ומהירותו ברגע זה היא $2\frac{m}{sec}$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $0.025m$ ב. $\omega=4.47\frac{rad}{sec}$ ג. $x(t=0)=-x_0$ , $v(t=0)=0$

ד. $x(t)=0.025(4.47\cdot t+\pi)$

**2)** א. $x_0=-0.4m$ ב. $\tilde{A}=0.7m$ ג. $\tilde{A}=0.1$

# אנרגיה בתנועה הרמונית:

## שאלות:

**1) חישובי אנרגיה**

מסה $m=2kg$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=50\frac{N}{m}$.

מושכים את המסה מרחק $d=0.2m$ מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים אותה ממנוחה.

א. רשום את מיקום המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.

ב. רשום את מהירות המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.

ג. חשב את מיקום ומהירות המסה ברגעים $t=0\ ,\ 1\ ,\ 2\sec$.

ד. חשב את האנרגיה הקינטית, האנרגיה הפוטנציאלית והאנרגיה הכללית של המסה, בכל אחד מן הרגעים. הראה כי האנרגיה הכללית נשמרת.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x(t)=0.2\cos(5\cdot t)$ ב. $v(t)=1\cdot\sin(5\cdot t)$

ג. $x(t=1)\approx 0.057m\ ,\ v(t=1)\approx 0.960\frac{m}{sec}$

$x(t=2)\approx -0.168m\ ,\ v(t=2)\approx 0.544\frac{m}{sec}\ ;\ x(t=0)\approx 0.2m\ ,\ v(t=0)\approx 0$

ד. $t=0:E_k=0\ ,\ U=1\ ;\ t=1:E_k=0.922J,\ U=0.081J\ ;\ \ t=2:E_k=0.296J\ ,\ U=0.706J$

# מטוטלת מתמטית:

## שאלות:

**1) חישוב אורך חוט**

מצא מה צריך להיות אורך החוט של מטוטלת, על מנת שהזמן שייקח למסה לעבור מקצה אחד לקצה השני יהיה חצי שנייה.

## תשובות סופיות:

**1)** $l \approx 0.25m$

# תרגילים נוספים:

## שאלות:

**1) תרגיל 1**

גוף בעל מסה $m=20gr$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. הגוף מתנדנד בתנועה הרמונית כך שהמרחק בין הקצוות של התנועה הוא: $d=10cm$.

א. מהי האפליטודה של התנועה?

ב. מהי התדירות הזוויתית?

ג. מהו זמן המחזור?

ד. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן, אם הזמן נמדד מהרגע בו הגוף היה בקצה החיובי.

ה. רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

**2) תרגיל 2**

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. מושכים את הגוף מנקודת שיווי המשקל למרחק של $d=0.2m$ ומשחררים ממנוחה.

א. מהי התדירות הזוויתית?

ב. מהו זמן המחזור?

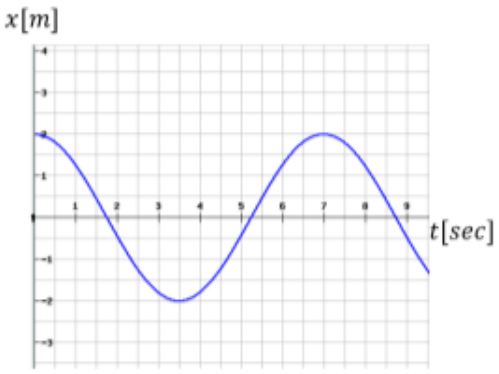
ג. מהי האפליטודה של התנועה?

ד. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן מרגע השחרור?

ה. רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

ו. חזור על כל הסעיפים עבור המקרה בו ברגע השחרור הגוף מקבל דחיפה קטנה המקנה לו מהירות התחלתית $v_0=0.1\frac{m}{sec}$.

**3) תרגיל 3**




הגרף הבא מתאר את מיקומו כתלות בזמן של גוף הנע בתנועה הרמונית פשוטה.

א. מהי אמפליטודת התנועה?

ב. מהו זמן המחזור?

ג. מהי התדירות הזוויתית?

ד. מהי הפאזה?

ה. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן.

**4) תרגיל 4**

גוף בעל מסה $m=1kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=3\frac{N}{m}$.

הגוף משוחרר ממנוחה במרחק $d=0.3m$ מנקודת שיווי המשקל.

א. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.

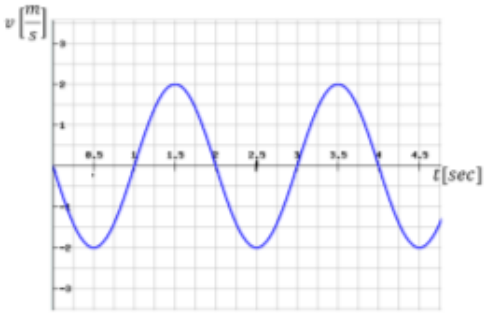
ב. מצא את מיקום הגוף ב- $t=3sec$.

ג. מהי מהירות הגוף ב- $t=3sec$.

ד. מהי תאוצת הגוף ב- $t=3sec$.

**5) תרגיל 5**

מהירותו של גוף המתנדנד בתנועה הרמונית נתונה לפי הגרף הבא:




א. מתי מגיע הגוף לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

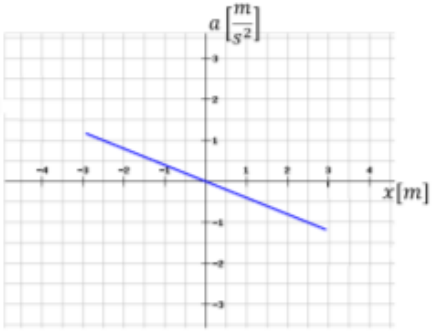
ב. האם תאוצת הגוף ב- $t=1sec$ מקסימאלית?

ג. האם ב- $t=1.5sec$ האנרגיה קינטית מרבית?

ד. מהו הכוח ב- $t=2.5sec$?

ה. כמה מחזורי תנועה עשה הגוף ב-4 השניות הראשונות של התנועה?

**6) תרגיל 6**




בגרף הבא נתונה התאוצה של גוף כתלות במיקום של הגוף. מסת הגוף היא $m=20g$.

א. האם התנועה היא תנועה הרמונית? נמק.

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהי אמפליטודת התנועה?

**7) תרגיל 7**

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=40\frac{N}{m}$.

ב-$t=0$ מיקום ומהירות הגוף הם: $x=20cm$ , $v=0.4\frac{m}{sec}$.

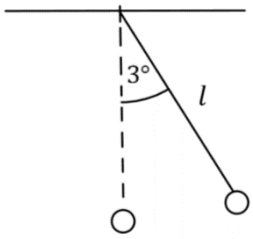
א. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.

ב. מתי מיקומו של הגוף הוא 5 ס"מ משמאל לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

ג. מתי מהירות הגוף היא $0.1\frac{m}{sec}$ בכיוון החיובי?

ד. מהי התאוצה המקסימאלית של הגוף?

**8) תרגיל 8**




מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l=1m$,
ומסה $m=100gr$ בקצה, משוחררת ממנוחה מזווית של $3°$.

א. מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה?

ב. כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לנקודת שיווי המשקל?

ג. מהי מהירות המסה בנקודת שיווי המשקל?

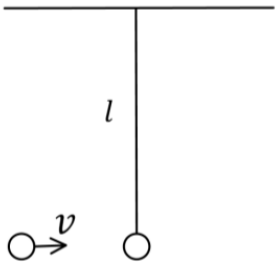
בנקודת שיווי המשקל מונחת מסה נוספת $m=25gr$, הנמצאת במנוחה.
מסת המטוטלת מתנגשת במסה הנוספת התנגשות פלסטית.

ד. מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?

ה. מהי התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות?

ו. מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת לאחר ההתנגשות?

**9) תרגיל 9**




מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l=0.5m$,
ומסה $m=50gr$ בקצה, תלויה במנוחה.

מסה $m=25gr$ נעה אופקית במהירות $v=0.6\frac{m}{sec}$,
ומתנגשת במסת המטוטלת התנגשות פלסטית.

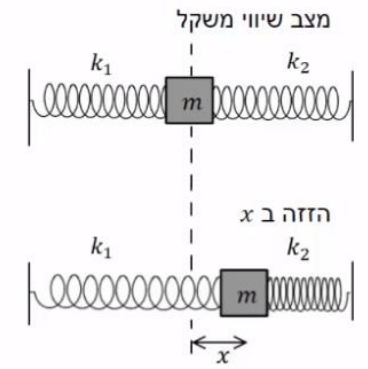
א. מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות, בהנחה שהתנודות קטנות.

ב. כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לשיא הגובה?

ג. מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?

ד. מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת?

**10) מסה עם קפיצים משני הצדדים**

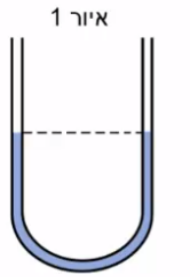



לשני צדדיה של מסה m מחוברים שני קפיצים שקבועי הכוח שלהם הם: $k_1$ ו-$k_2$.
הגוף נמצא על משטח חלק. מזיזים את הגוף ימינה מרחק $x$.

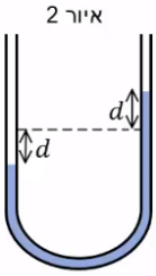
א. הראה כי כאשר מרפים ממנו הוא ינוע בתנועה הרמונית פשוטה שקבועה הוא: $k_1+k_2$.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

**11) צינור בצורת U**




בתוך צינור גלילי בצורת האות U מצוי נוזל בשיווי משקל (איור 1).
אורך החלק המלא בנוזל הוא L ושטח החתך לאורך כל הצינור הוא A. צפיפות הנוזל (מסה ליחידת נפח) היא $\rho$.
נושפים בזרוע השמאלית של הצינור כך שפני הנוזל יורדים בשיעור d, ומרפים (איור 2).

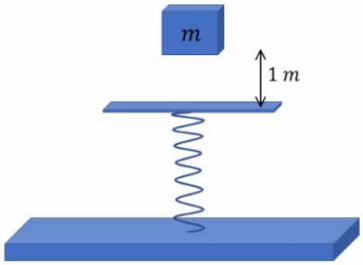



א. תאר במילים את תנועת הנוזל בהנחה שלא פועלים עליו כוחות חיכוך.

ב. הראה כי כאשר פני הנוזל נמצאים במרחק $x$ ממצב שיווי המשקל פועל על הנוזל כוח מחזיר: $F=-2\rho Agx$.
(הדרכה: חשב את מסת הנוזל העודפת בצד הגבוה ומשם את כוח הכובד שהיא מפעילה על שאר הנוזל).

ג. בהנחה כי $x \ll L$ הראה כי זמן המחזור של התנודה הוא: $T=\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$.

**12) מסה נופלת על קפיץ אנכי**




קפיץ אנכי מחובר לקרקע מצידו האחד וללוח אופקי בצידו השני.
קבוע הקפיץ הוא: $400\frac{N}{m}$. מסה של $m=2kg$ משוחררת ממנוחה מגובה של מטר אחד מעל הלוח, המסה נופלת נפילה חופשית ונדבקת ללוח.
מסת הלוח והקפיץ ניתנות להזנחה.

א. מהי ההתכווצות המרבית של הקפיץ?

ב. מהי תדירות תנודות המשקולת?

ג. מהי משרעת התנודות?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $A=0.05\text{m}$ ב. $\omega\approx 14.14\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ג. $T\approx 0.444\text{sec}$

ד. $x(t)=0.05\cdot\cos(14.14\cdot t)$ ה. $v(t)=-0.707\cdot\sin(14.14\cdot t)$

**2)** א. $\omega=1.41\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $T\approx 4.44\text{sec}$ ג. $A=0.2\text{m}$

ד. $x(t)=0.2\cdot\cos(1.41\cdot t)$ ה. $v(t)=-0.282\cdot\sin(1.41\cdot t)$

ו. $x(t)=0.212\cdot\cos(1.41\cdot t+0.341)$ , $A=0.212\text{m}$ , $T=4.44\text{sec}$ , $\omega=1.41\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

$v(t)=-0.299\sin(1.41\cdot t+0.341)$

**3)** א. $A=2\text{m}$ ב. $T=7\text{sec}$ ג. $\omega\approx 0.898\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $\varphi=0$

ה. $v(t)=-1.80\cdot\sin(0.898\cdot t+0)$

**4)** א. $x(t)=0.3\cos\left(\sqrt{3}\cdot t\right)$ ב. $x(t=3)\approx 0.14\text{m}$

ג. $v(t=3)\approx -0.46\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $a(t=3)=-0.42\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**5)** א. $t=0.5\text{sec}$ ב. כן. ג. כן. ד. 0

ה. 2

**6)** א. כן. ב. $k=0.008\frac{\text{N}}{\text{m}}$ ג. $A\approx 3\text{m}$

**7)** א. $x(t)=0.22\cos\left(\sqrt{20}\cdot t-0.42\right)$ ב. $t_1=0.5\text{sec}$ ג. $t_1\approx 0.07\text{sec}$

ד. $a_{max}=4.4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

**8)** א. $\omega=\sqrt{10}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $t\approx 0.5\text{sec}$ ג. $v_{max}=0.165$ ד. $u=0.131\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה. $\omega=\sqrt{10}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו. $\theta\approx 2.35°$

**9)** א. $\omega=\sqrt{20}\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $t\approx 0.35\text{sec}$ ג. $u=0.2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $\theta=5.12°$

**10)** א. הוכחה. ב. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

**11)** א. ראה סרטון. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

**12)** א. $\Delta x_{max}=0.37\text{m}$ ב. $f=2.25\frac{1}{\text{sec}}$ ג. $A\approx 0.32\text{m}$