פיזיקה חשמל מס קורס 4411010



תוכן העניינים

1. מבוא מתמטי 1
2. תנועה הרמונית - 10
3. מבוא לגלים 26
4. גלים רוחביים במיתר 27
5. גלים אורכיים-גלי קול 38
6. הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון 48
7. חוק גאוס 57
8. פוטנציאל 68
9. מציאת התפלגות מטען 81
10. אנרגיה הדרושה לבניית מערכת 84
11. חומרים דיאלקטריים 86
12. מעגלי זרם ישר 92
13. קבלים 99
14. נגדים זרם וצפיפות זרם 134
15. חוק לורנץ וכוח על תייל נושא זרם 139
16. חוק ביו סבר 150
17. חוק אמפר 156

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

1. אינטגרל כפול ומשולש 1
2. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים 3
3. צפיפות מטען 6
4. וקטורים 7
5. אופרטור הנאבלה 9

אינטגרל כפול ומשולש:

שאלות:

פתרו את האינטגרלים הבאים:

1) **דוגמה 1** $\int_0^3\int_0^2 3\cdot x^3y^2dxdy$

2) **דוגמה 2** $\int_1^2\int_0^3\left(x^2+2y\right)dxdy$

3) **דוגמה 3** $\int_0^2\int_1^3\left(x^2+y\right)dydx$

4) **דוגמה 4** $\int_0^1\int_0^2 x\cdot z^2dxdz$

5) **דוגמה 5** $\int_1^5\int_0^4 2\cdot y^3dydz$

6) **דוגמה 6** $\int_0^{2\pi}\int_0^3 r^2drd\theta$

7) **דוגמה 7** $\int_a^b\int_0^c 4\cdot x^2ydxdy$

8) **דוגמה 8** $\int_a^b\int_0^c\left(4z+r^2\right)drdz$

9) **דוגמה 9** $\int_0^{2\pi}\int_0^R 4\mathrm{a}\cdot r^2drd\theta$

10) **דוגמה 10** $\int_0^{2\pi}\int_0^R 4yr^2drd\theta$

11) **דוגמה 11** $\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} r^2\sin\varphi d\theta d\varphi$

12) **דוגמה – אינטגרל משולש** $\int_1^2\int_0^2\int_0^3\left(zx^2+3y\right)dydxdz$

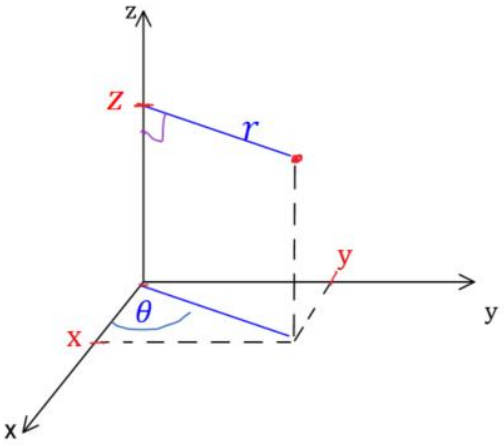
תשובות סופיות:

1) 108
2) 18
3) 13.33
4) $\frac{2}{3}$
5) 512
6) 56.55
7) $\frac{4c^3}{3}\left(\frac{b^2}{2}-\frac{a^2}{2}\right)$
8) $2cb^2+\frac{c^3}{3}b-2ca^2-\frac{a^3}{3}$
9) $\frac{4aR^3}{3}2\pi$
10) $\frac{8\pi yR^3}{3}$
11) $4\pi r^2$
12) 39

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים:

רקע:

קואורדינטות גליליות: (r,θ,z)



$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r\,d\theta/d\,r/d\,z$$

דיסקה

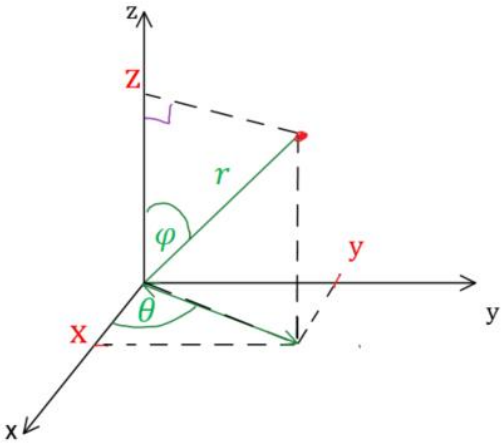
מעטפת גלילית

$$dS = rd\theta\,d\,r/r\,d\theta\,d\,z/d\,r\,dz$$

גליל מלא

$$dV = rd\theta\,dr\,dz$$

קואורדינטות כדוריות: (r,θ,φ)



$$z = r\cos\varphi$$

$$x = r\sin\varphi\cos\theta$$

$$y = r\sin\varphi\sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$dl = d\,r/r\sin\varphi d\theta/r\,\mathrm{d}\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2\sin\varphi d\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2\sin\varphi dr d\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

שאלות:

1) שטח מעגל

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח גליל

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

1) $S = \pi R^2$

2) $V = \pi R^2 h$

צפיפות מטען:

רקע:

צפיפות נפחית – כמות המטען ביחידת נפח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\rho = \frac{Q_T}{V}$.

צפיפות משטחית – כמות המטען ביחידת שטח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\sigma = \frac{Q}{S}$.

צפיפות אורכית – כמות המטען ביחידת אורך.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל- $\lambda = \frac{Q}{L}$.

אלמנט מטען אינפיטיסימלי:

$$\mathrm{d}q = \lambda d\,l / \sigma\,\mathrm{d}\,s / \rho\,dv$$

שאלות:

1) **תרגיל - דיסקה עם חור**

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

2) **תרגיל – מטען כולל בכדור**

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

תשובות:

1) $Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$

2) $\rho_0 \pi R^3$

וקטורים:

רקע:

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}||\vec{B}| \cdot \cos\alpha$$

מציאת זווית בין וקטורים:

$$\cos\alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z}{|\vec{A}||\vec{B}|}$$

מכפלה וקטורית:

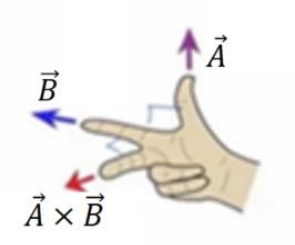
<u>דרך 1 – דטרמיננטה</u>:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

<u>דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד</u>:

גודל המכפלה - $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}||\sin\alpha|$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג -



מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ והתוצאה בכיוון האגודל.

בחירת מערכת צירים:

במערכת צירים צריך להתקיים: $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$.

זהויות:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times \left(\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})\right) = \vec{B}\left(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})\right) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

אופרטור נאבלה:

רקע:

$$\vec{\nabla}=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\equiv\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
grad $\vec{\nabla}f$	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial f}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{rsin\varphi}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{z}$
div $\vec{\nabla}\cdot\vec{F}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial (rF_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2F_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\,sin\,\varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}+\frac{1}{r\,sin\,\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(A_\varphi \sin\varphi)$
Rot/curl $\vec{\nabla}\times\vec{F}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x}-\left(\frac{\partial F_z}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial \theta}-\frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial F_r}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rF_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\hat{z}$	$\frac{1}{r\,sin\,\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(F_\theta\,sin\,\varphi)-\frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta}\right)\hat{r}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi)-\frac{\partial F_r}{\partial \varphi}\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{sin\,\theta}\frac{\partial F_r}{\partial \theta}-\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$

זהויות:

$$\vec{\nabla}(f+g)=\vec{\nabla}f+\vec{\nabla}g$$
$$\vec{\nabla}(\vec{A}+\vec{B})=(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})+(\vec{\nabla}\cdot\vec{B})$$
$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=(\vec{\nabla}\times\vec{A})+(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$
$$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B})=\vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B})+\vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})+(\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}+(\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A}$$
$$\vec{\nabla}(f\cdot g)=(\vec{\nabla}f)\cdot g+(\vec{\nabla}g)\cdot f$$
$$\vec{\nabla}(f\cdot\vec{A})=f(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})+\vec{A}\cdot(\vec{\nabla}f)$$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 2 - תנועה הרמונית -

תוכן העניינים

1. תנועה הרמונית פשוטה 10
2. תנועה הרמונית מרוסנת 14
3. תנועה הרמונית מאולצת 18
4. תרגילים מסכמים 21
5. תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות) 23
6. תרגילים למתקדמים 24

תנועה הרמונית פשוטה:

רקע:

משוואת התנועה:

$$-k(x-x_0)=m\ddot{x}$$

k ו$-m$- קבועים חיוביים כלשהם.

x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.

x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או כל משתנה אחר.

$\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.

חייב להיות מינוס לפני k.

פתרון המשוואה:

$$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)+x_0$$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה: $\Sigma\vec{F}=0$.

A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משוויי המשקל.

ω - תדירות זוויתית: $\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$.

φ - פאזה.

מציאת הקבועים בפתרון:

x_0 - אפשר למצא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

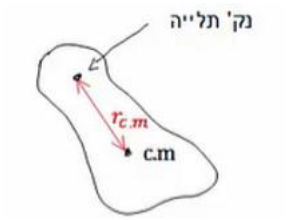
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{\text{של המקדם } x}{\text{של המקדם } \ddot{x}}}$$

A, φ מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$, $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית:

$$v_{max} = \omega A$$

מטוטלת פיזיקאלית:



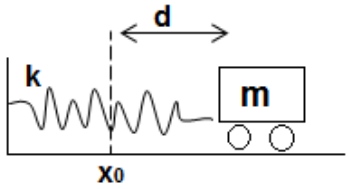
$$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

אנרגיה:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2 = \frac{1}{2}mA^2$$

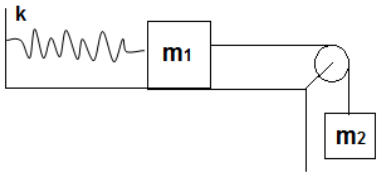
שאלות:

1) מסה מתנגשת במסה



מסה m מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחובר לקיר בעל קבוע קפיץ k.
מותחים את המסה מרחק d מהמיקום בו הקפיץ רפוי ומשחררים ממנוחה.
מצאו את $x(t)$ של המסה.

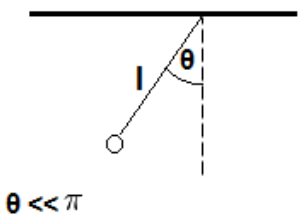
2) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה



מסה m_1 מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע k. מהמסה יוצא חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשור למסה נוספת התלויה באוויר M.

א. מצאו את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבעו את הראשית בנקודה שבה הקפיץ רפוי).
ב. מצאו את תדירות התנודה של המערכת.
ג. מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?

3) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם מומנטים)

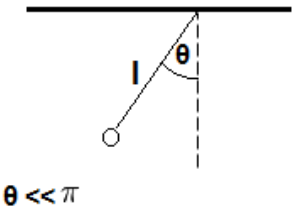


נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה.
אורך החוט של המטוטלת הוא l.
מצאו את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן.
הניחו כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה θ (דרך מומנטים).

4) דיסקה עם חור

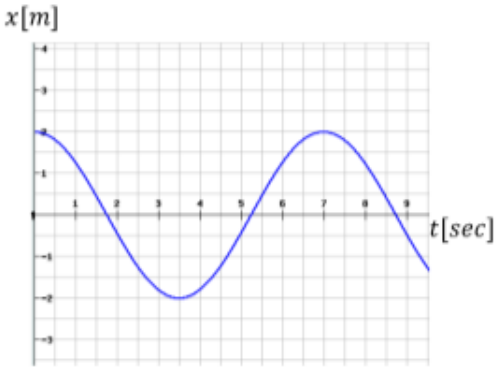
נתונה דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R. קודחים בדיסקה חור עגול ברדיוס $\frac{R}{4}$ שמרכזו $\frac{R}{2}$ ממרכז הדיסקה. מחברים את הדיסקה במרכזה אל קיר כך שהיא יכולה להתנדד סביב מרכזה. מצאו את תדירות התנודות הקטנות .

5) מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)



נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה
אורך החוט של המטוטלת הוא l.
מצאו את תדירות התנודות הקטנו
כפונקציה של הזמן.
הניחו כי המטוטלת מתחילה את תנ
בזווית ידועה θ (דרך אנרגיה).

6) גרף מיקום זמן

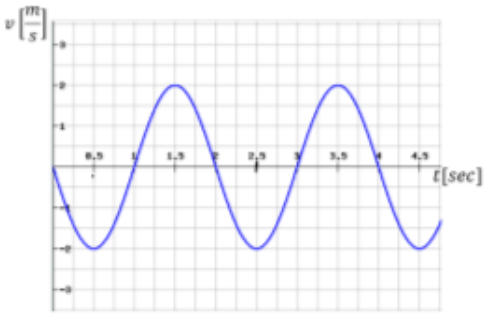


הגרף הבא מתאר את מיקומו כתלות בזמן של גוף הנע בתנועה הרמונית פשוטה.

א. מהי אמפליטודת התנועה?
ב. מהו זמן המחזור?
ג. מהי התדירות הזוויתית?
ד. מהי הפאזה?
ה. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן.

7) גרף מהירות זמן

מהירותו של גוף המתנדנד בתנועה הרמונית נתונה לפי הגרף הבא:



א. מתי מגיע הגוף לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

ב. האם תאוצת הגוף ב- $t = 1\text{sec}$ מקסימאלית?

ג. האם ב- $t = 1.5\text{sec}$ האנרגיה קינטית מרבית?

ד. מהו הכוח ב- $t = 2.5\text{sec}$?

ה. כמה מחזורי תנועה עשה הגוף ב-4 השניות הראשונות של התנועה?

תשובות סופיות:

1) $x(t) = -\frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{2m}{k}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0$

2) א. $x = \frac{m_2 g}{k}$ ב. $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$ ג. $A_{max} = \frac{g}{\omega^2}$

3) $\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t)\ ,\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

4) $\sqrt{\frac{16g}{247R}}$

5) $\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t)\ ,\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

6) א. $A = 2\text{m}$ ב. $T = 7\text{sec}$ ג. $\omega \approx 0.898\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ד. $\varphi = 0$

ה. $v(t) = -1.80\cdot\sin(0.898\cdot t + 0)$

7) א. $t = 0.5\text{sec}$ ב. כן. ג. כן. ד. 0

ה. 2

תנועה הרמונית מרוסנת:

רקע:

משוואת התנועה:

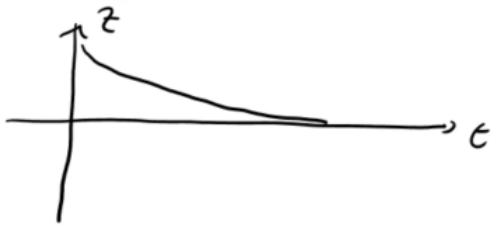
$$\ddot{z}+\Gamma\dot{z}+\omega_0^2 z=0$$

$$\Gamma=\frac{\lambda}{m}\ ,\ \omega_0^2=\frac{k}{m}$$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

(I). ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2}>\omega_0$

$$z(t)=e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left(Ae^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2-\omega_0^2}\cdot t}+Be^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2-\omega_0^2}\cdot t}\right)$$



אין תנודות.

(II). ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2}=\omega_0$

$$z(t)=(A+B\cdot t)\cdot e^{-\omega_0\cdot t}$$

דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

III). ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

$$z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{2}t}\cos(\tilde{\omega}t + \varphi)$$

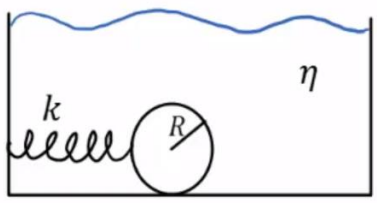
$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$



יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.

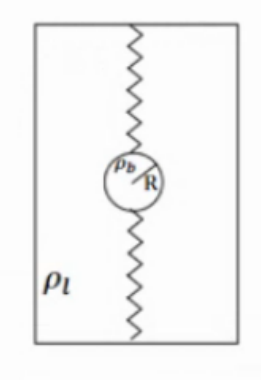
שאלות:

1) כדור במיכל מים



כדור בעל מסה m ורדיוס R נמצא בתוך מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל.
קבוע הקפיץ הוא k. בתנועת הגוף במים, מפעילים המים על הכדור כוח התנגדות המתכונתי והפוך למהירותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו הוא: $\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$. כאשר η היא צמיגות המים ו- R הוא רדיוס הכדור.
התייחס ל- m, k, η, R כנתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור בהנחה ש- $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$. הזנח את החיכוך בין הכדור לתחתית המיכל.

2) שני קפיצים בנוזל



כדור נמצא בתוך תיבה מלאה במים ומחובר עם קפיץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קפיץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התחתון של התיבה.
נתון: R - רדיוס הכדור, ρ_b - צפיפות המסה של הכדור,
ρ_l - צפיפות המסה של המים, K - קבוע שני הקפיצים ו- η - צמיגות המים.
(תזכורת: כאשר כדור נמצא בתוך נוזל פועלים עליו כוח ציפה: $F = \rho_l Vg$ וכוח סטוקס: $F = -6\pi\eta Rv$).

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.
ב. מה התנאי שיהיו תנודות הרמוניות?
מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקיימות.
ג. מצא את התנאי בו יחזור הכדור הכי מהר לנקודת שיווי המשקל.

3) איבוד אנרגיה במחזור

בתנועה הרמונית מרוסנת קיים ריסון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור.
בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

4) משקולת במיכל מים תלויה מהתקרה

משקולת שמסתה: $M = 1\text{kg}$ נמצאת במיכל מים ומחוברת לתקרה באמצעות קפיץ בעל קבוע: $k = 20\frac{\text{N}}{\text{m}}$. כוח ההתנגדות שמפעילים המים הוא מהצורה של: $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ כאשר: $\lambda = 4\frac{\text{kg}}{\text{sec}}$ ו- $\vec{v}$ היא מהירות המסה.
הניחו שהמשקולת אינה יוצאת מהמים ואינה פוגעת ברצפה.

א. תוך כמה זמן תרד האמפליטודה לחמישית מגודלה ההתחלתי?
(הניחו שהפאזה היא אפס)

ב. לאחר כמה מחזורים זה יקרה?

5) מסה באמבט מים ודבש

מסה: $m = 1\text{kg}$ נמצאת באמבט מלא מים, המסה מחוברת באמצעות שני קפיצים זהים בעלי קבוע: $k = 25\frac{\text{N}}{\text{m}}$ לשתי דפנות האמבט ונעה ללא חיכוך עם ריצפת האמבט. מזיזים את המסה 0.5m מנקודת שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה. התנגדות המים מפעילה כוח גרר: $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ כאשר: $\lambda = 10\frac{\text{kg}}{\text{sec}}$.

א. מהו העתק המסה כתלות בזמן?

ב. מחליפים את המים בדבש מה שמגדיל את λ פי $\sqrt{2}$. מזיזים שוב את המסה 0.5m ומשחררים, מהו העתק המסה כתלות בזמן?

תשובות סופיות:

1) $\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{\text{k}}{\text{m}} - \left(\frac{3\pi\text{R}\eta}{\text{m}}\right)^2}$

2) א. $y_{eq} = \frac{\text{F}_b}{2\text{K}}$ ב. $\omega^* = \sqrt{\frac{2\text{K}}{\text{m}} - \left(\frac{6\pi\eta\text{R}}{2\text{m}}\right)^2}$ ג. $\frac{2\text{K}}{\text{m}} = \frac{6\pi\eta\text{R}^2}{2\text{m}}$

3) 5%

4) א. 1.6sec ב. בערך מחזור אחד.

5) א. $x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-5t}\cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right)$ ב. $x(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}t\right)e^{-5\cdot\sqrt{2}t}$

תנועה הרמונית מאולצת:

רקע:

כוח מאלץ:

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$$

משוואת התנועה:

$$\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$$

פתרון משוואת התנועה:

$$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$$

$x_{\text{הומוגני}}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים במצב עמיד נזניח את הפתרון ההומוגני.

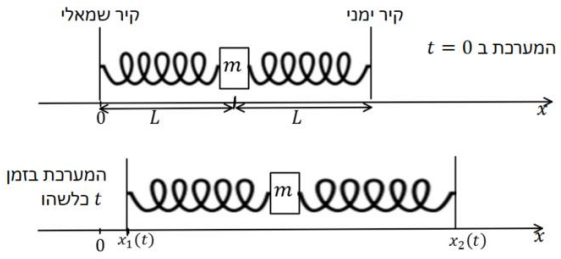
$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0{}^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma\, \Omega}{\sqrt{(\omega_0{}^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה - התדירות של הכוח המאלץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי.

שאלות:

1) מסה בין קירות זזים



מסה m מחוברת לשני קפיצים זהים בעלי קבוע k ואורך רפוי L משני צידיה. הקפיצים מחוברים לקירות הנמצאים במרחק L מהמסה משמאלה ומימינה והמערכת כולה מונחת על שולחן חלק (כוח הכובד לתוך הדף).

על המסה פועל כוח גרר: $F=-bv$. ב-$t=0$ הקירות מתחילים לזוז.

ראשית הצירים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכיוון החיובי ימינה.

מיקום הקירות כתלות בזמן הוא: $x_2(t)=2L+2d\sin(\omega t)$, $x_1(t)=d\sin(\omega t)$.

נתונים: m , b , k , ω , L , d ו- $d<<L$.

א. מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?

ב. מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

2) מציאת תדירות ברבע אמפליטודה

מסה m מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע k , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך.

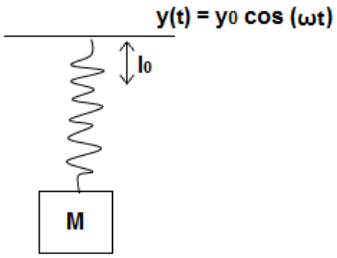
על המסה פועל כוח גרר: $f=-bv$ וכוח מאלץ: $F(t)=d\cdot\cos(\omega t)$.

מצא את תדירות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רבע מהאמפליטודה המקסימלית.

הנח כי: m , k , b , d נתונים וכי: $b<<\sqrt{mk}$.

3) מסה תלויה על קרש נע

מסה M מחוברת באמצעות קפיץ אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה- y לפי: $y(t)=y_0\cos(\omega t)$.



קבוע הקפיץ k ואורכו הרפוי l_0 נתונים.

מצא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.

תשובות סופיות:

1) א. $A(\omega)=\dfrac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m}-\omega^2\right)^2+\left(\frac{b}{m}\right)^2\omega^2}}$ ב. $\omega\sim\sqrt{\frac{2k}{m}}$

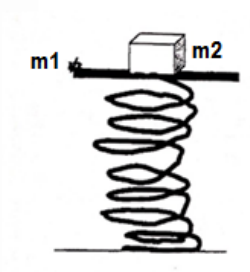
2) $\omega_{1,2}=\sqrt{\dfrac{B\pm\sqrt{B^2-4C}}{2}}$

3) $y(t)=\dfrac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m}-\omega^2}\cos\omega t+y'_0$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) מסה על משטח על קפיץ אנכי



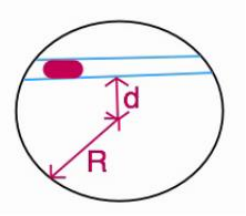
על קפיץ שקבועו k מונח משטח שמסתו m_1,
המשטח צמוד לקצהו של הקפיץ.
על המשטח מונח גוף שמסתו m_2.
מכווצים את הקפיץ בשיעור Δy ומשחררים.

א. מה צריך להיות Δy_{min} כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזה שהוא שלב?

ב. הניחו: $m_2 = 0.06kg$, $m_1 = 0.04kg$, $k = 10\frac{Nr}{m}$, $\Delta y = 2\Delta y_{min}$
ומצאו את רגע הניתוק.

ג. באמצעות הנתונים המספריים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?

2) תנודה בתעלה בכדו"א



בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשרטוט.
מסת כדור הארץ M.
מהי תדירות התנודות הקטנות של מסה החופשיה לנוע בתעלה?

3) שתי מסות מחוברות בקפיץ**

שתי מסות m_1 ו- m_2 מחוברות בקפיץ בעל קבוע k ואורך רפוי l.
המסות נמצאות במנוחה על מישור אופקי חלק.
נותנים דחיפה ימינה למסה m_1 המקנה לה מהירות התחלתית v_0.

א. מהי תדירות התנודות של התנועה (כתלות בנתוני הבעיה)?
רמז: על מנת לפתור את המשוואות יש להחליף משתנים ל-

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2};\ x_{rel} = x_1 - x_2$$

ב. מצאו את מיקום המסה m_2 כתלות בזמן.

תשובות סופיות:

1) א. $\Delta y_{\min}=\frac{\left(m_1+m_2\right)}{k}$ ב. $t_1=\frac{1}{\omega}\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

ג. $v(t)=\dot{\tilde{y}}(t)=-2\Delta y_{\min}\omega\sin(\omega t)$, $\Delta y_{\min}=\frac{\left(m_1+m_2\right)}{k}$

2) $\ddot{x}=-\left(\frac{M}{R^3}\right)(x-0)$

3) א. $\omega=\sqrt{\frac{k}{\mu}}$, $\mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$

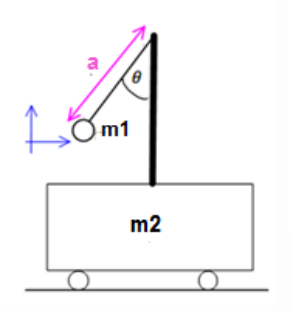
ב. $x_2(t)=\frac{m_1}{m_1+m}(l+v_0t)-\frac{m_1}{m_1+m_2}A\cos(\omega t+\varphi)$, $A=\frac{\sqrt{v_0^2+l^2\omega^2}}{\omega}$,

$$\tan\varphi=-\frac{v_0}{\omega l}$$

תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות):

שאלות:

1) מטוטלת על עגלה נעה



עגלה בעלת מסה m_2 חופשיה לנוע על משטח אופקי ללא חיכוך.
אל העגלה מחובר מוט אנכי עליו תלויה מטוטלת מתמטית עם מסה m_1 ואורך חוט a.
משחררים את המסה (של המטוטלת) בזווית נתונה כאשר כל המערכת נמצאת במנוחה.

א. רשמו את מהירות המטוטלת במערכת העגלה כפונקציה של θ ו-$\dot{\theta}$.

ב. רשמו את מהירות העגלה והמטוטלת כפונקציה של θ ו-$\dot{\theta}$.

ג. רשמו את משוואת שימור האנרגיה המכאנית של המערכת.

ד. רשמו את משוואת שימור האנרגיה בתנודות קטנות.

ה. מצאו את תדירות התנודה של המסה M.

תשובות סופיות:

2) א. $v_x = \dot{\theta} a \cos\theta \;,\; v_y = \dot{\theta} a \sin\theta$

ב. $v_{1_x} = \left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a\dot{\theta}\cos\theta \;,\; v_{1_y} = \dot{\theta} a \sin\theta$

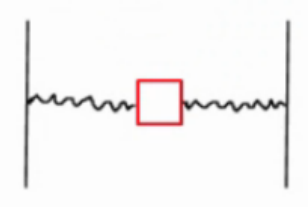
ג. $E = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)\right)^{-2} a^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta + \dot{\theta}^2 a^2 \sin^2\theta - m_1 g a \cos\theta$

ד. $E = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2\dot{\theta}^2 + \frac{ga}{2}\theta^2\right) - m_1 g a \frac{1}{2}$

ה. $\omega = \sqrt{\frac{\frac{ga^2}{2}}{\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2}}$

תרגילים למתקדמים:

שאלות:

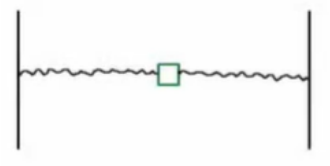


1) מסה בין שני קפיצים עם אורך זניח

בין שני קירות במרחק 2L נמצאת מסה m המחוברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם k ואורך רפוי זניח.

א. מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה-x.

ב. מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה-y.



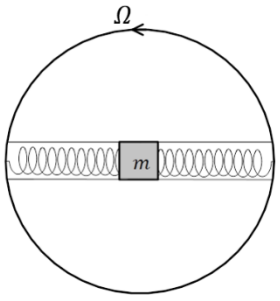
2) מסה בין שני קפיצים (אורך רפוי לא זניח)**

בין שני קירות במרחק 2L נמצאת מסה m המחוברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם k ואורך רפוי l_0.

מצא את תדירות התנודות הקטנות בציר ה-y.

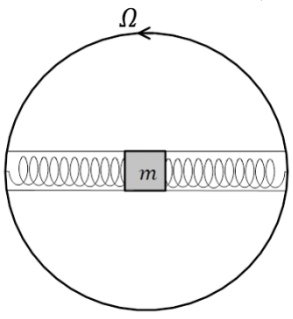
3) מסה בתוך חישוק מסתובב
(כולל קוריאוליס וקורדינטות פולריות)

גוף שמסתו m נמצא במרכז תעלה הנמצאת לאורך קוטרו של חישוק.
המערכת מונחת על השולחן כך שכוח הכובד לתוך הגוף.
הגוף מחובר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפוי כאשר הגוף במרכז החישוק. קבוע הקפיצים הוא k.
מסובבים את החישוק במהירות זוויתית Ω ומרחיקים את המסה מעט מהמרכז.
רשום משוואת כוחות במערכת החישוק, מה התנאי לתנועה הרמונית ומהי תדירות התנועה אם התנאי מתקיים?
(מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).



4) מסה בתוך חישוק מסתובב עם חיכוך
(כולל קואורדינטות פולריות, קוריאוליס, ותנועה מרוסנת)

גוף שמסתו m נמצא במרכז תעלה הנמצאת לאורך קוטרו של חישוק.
המערכת מונחת על השולחן כך שכוח הכובד לתוך הגוף.
הגוף מחובר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפוי כאשר הגוף במרכז החישוק. קבוע הקפיצים הוא k.
מסובבים את החישוק במהירות זוויתית Ω ומשחררים את המסה ממנוחה במרחק d מהמרכז.
בין המסה והדופן של התעלה קיים חיכוך (אין חיכוך עם הבסיס).
מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: μ_k , μ_s.



א. רשום משוואת כוחות במערכת החישוק, מהם התנאים לתנועה הרמונית?
האם צריך את מקדם החיכוך הסטטי?

ב. מצא את המיקום כתלות בזמן בהנחת התנאים של סעיף א',
מהו מקדם האיכות של המערכת?
(מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).

תשובות סופיות:

1) א. $\omega_x=\sqrt{\frac{2k}{m}}$ ב. $\omega_y=\sqrt{\frac{2k}{m}}$

2) $-\left(2k\frac{L\cdot l_0}{L}\right)y=\ddot{y}$

3) $\left(-2k-\Omega^2 m\right)x=m\ddot{x}$, $2k-\Omega^2 m>0$, $\omega=\sqrt{\frac{2k-m\Omega^2}{m}}$

4) א. $\Omega^2\left(1+\mu_k{}^2\right)<\frac{2k}{m}$, $-2kx+m\Omega^2 x-2\mu_k m\Omega\dot{x}=m\ddot{x}$, לא כי $N=0$ כשהגוף נעצר.

ב. $x(t)=e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left(d\cos\left(\tilde{\omega}t\right)-\frac{d\sqrt{1-\omega_0{}^2}}{\tilde{\omega}}\sin\left(\tilde{\omega}t\right)\right)$, $Q=\frac{\omega_0}{\Gamma}=\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}}{2\mu_k\Omega}$.

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 3 - מבוא לגלים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 26

הרצאות ותרגילים – מערכת של שתי מסות

שאלות

1) מסה מחוברת למסה שמחוברת לתקרה

מסה m מחוברת לתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע 2k . מסה m נוספת מחוברת למסה הראשונה באמצעות קפיץ אנכי נוסף בעל קבוע k . המסות זזות רק בציר האנכי.

א. הסבירו מדוע ניתן להתעלם מכוח הכובד בבעיה זאת, כאשר אנו באים למצוא את התדירויות העצמיות ואת אופני התנודה.

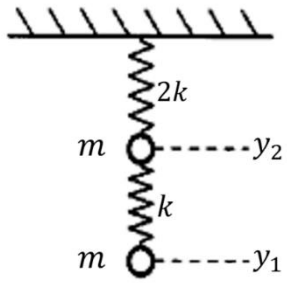
ב. כתבו את מערכת המשוואות בצורה מטריציונית ומצאו את התדירויות העצמיות.

ג. מצאו את אופני התנודה, ותארו אותם.

ד. בזמן $t=0$ נותנים מכה קטנה למסה התחתונה, כך שהיא מקבלת מהירות התחלתית v_0.

מצאו את תנועת המסות כתלות זמן.

רמז: במקרה זה יהיה יותר פשוט לפרוש את תנאֵי ההתחלה כאשר הפתרון רשום באמצעות סכום של סינוסים וקוסינוסים.



תשובות סופיות

1) א. כוח הכובד הוא כוח קבוע. כוחות קבועים מתבטלים על ידי תוספת קבועה של מתיחה לקפיץ. לכן, כוחות קבועים משנים רק את נקודת שיווי המשקל ואינם משפיעים על התדירויות או על אופני התנודה.

ב. $w_{1,2}=\pm\sqrt{2+\sqrt{2}}w_0,\quad w_{3,4}=\pm\sqrt{2-\sqrt{2}}w_0$

ג. $v_1=\begin{pmatrix}1\\-2.41\end{pmatrix},\ v_2=\begin{pmatrix}1\\0.41\end{pmatrix}$

ד.
$$\begin{pmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.63\\-1.52\end{pmatrix}\cdot\frac{v_0}{w_0}\sin\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}w_0t\right)+\begin{pmatrix}0.9\\0.37\end{pmatrix}\cdot\frac{v_0}{w_0}\sin\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}t\right)$$
$$w_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

bagrut.co.il לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר
כתב ופתר – מני גבאי ©

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 4 - גלים רוחביים במיתר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגולים 27

גלים רוחביים במיתר

משוואת הגלים במיתר

משוואת הגלים היא $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{\rho}{T}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$, כאשר

T – המתיחות במיתר

ρ – צפיפות המסה ליחידת אורך

ψ – פונקציית הגל, מתארת את התנועה הרוחבית של כל חתיכה במיתר.

מהירות הגל היא $v=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$.

פתרון המשוואה:

$$\Psi(x,t)=A\cos(kx-\omega t)+B\sin(kx-\omega t)+C\cos(kx+\omega t)+$$
$$+D\sin(kx+\omega t)$$

יחס הדיספרסיה: $\omega=v\cdot k$.

אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזהויות טריגונומטריות)

$$\Psi(x,t)=A_1\cos(kx-\omega t+\varphi_1)+A_2\cos(kx+\omega t+\varphi_2)=$$
$$=\mathrm{B_1}\cos\mathrm{kx}\cos\omega\mathrm{t}+\mathrm{B_2}\cos\mathrm{kx}\sin\omega\mathrm{t}+\mathrm{B_3}\sin\mathrm{kx}\cos\omega\mathrm{t}+\mathrm{B_4}\sin\mathrm{kx}\sin\omega\mathrm{t}=$$
$$=\mathrm{C_1}\cos\mathrm{kx}\cos(\omega\mathrm{t}+\varphi_1)+\mathrm{C_2}\sin\mathrm{kx}\cos(\omega\mathrm{t}+\varphi_2)$$

שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.

פתרון במספרים מרוכבים(לא בחומר, העשרה בלבד)

$$\psi(x,t)=A_1e^{i(kx+\omega t)}+A_2e^{i(kx-\omega t)}+A_3e^{-i(kx+\omega t)}+A_4e^{-i(kx-\omega t)}$$

אם הפונקציה ממשית, אז $A_3=A_1^*$ ו-$A_4=A_2^*$, והפתרון מתכנס לחלק הממשי של

$$\psi(x,t)=Ae^{i(kx-\omega t)}+Be^{-i(kx+\omega t)}$$

שאלות

1) תרגיל – סטודנטית מודדת את כוח הכובד

סטודנטית רוצה למדוד את תאוצת כוח הכבידה (g) המקומי, הסטודנטית תולה חוט אנכי ומחברת אליו משקולת בעלת מסה $M = 2\text{kg}$.
נתון שלחבל יש מסה של $m = 5\text{gr}$ (ניתן להניח התפלגות אחידה) ואורך של $l = 1.2m$. הסטודנטית שולחת מספר פולסים לאורך החבל ומודדת שהזמן הממוצע שלוקח לפולס להגיע מקצה לקצה הוא $t = 17.5\text{ms}$ (מילי שניות).
חשבו את g (ניתן להזניח את משקל החוט ולהשתמש רק במשקל המשקולת, כאשר מחשבים את המתיחות בו).

2) תרגיל - גל קוסינוס מעורר במיתר

צפיפות המסה הקווית במיתר היא $1.2 \times 10^{-4}\frac{\text{kg}}{m}$, במיתר מעורר גל מהצורה: $\psi(x,t) = 0.005\,cos(3x - 90t)$.
חשבו את מהירות הגלים במיתר, את המתיחות ואת המהירות המקסימלית בכיוון רוחבי של נקודה כלשהיא במיתר. הניחו יחידות סטנדרטיות.

3) תרגיל - גל סינוס מתקדם במיתר

נתון גל סינוס המתקדם במיתר.

א. כתבו פונקציה שתתאר גל סינוס הנע על מיתר בכיוון החיובי של ציר ה-x, בעל זמן מחזור של 5 שניות, מהירות של 20 מטר לשנייה ואמפליטודה של 6 מילימטר.

ב. רשמו ביטוי לתאוצה של כל אלמנט מסה במיתר.

ג. איפה נמצאים אלמנטי המסה במיתר בעלי התאוצה הגדולה ביותר (בערך מוחלט) בזמן $t = 3sec$?

ד. עבור אילו זמנים התאוצה של אלמנט המסה בנקודה $x = 2\text{cm}$ היא הנמוכה ביותר (בערך מוחלט)?

ה. מקטינים את התדירות f של הגל, תארו כיצד ישתנו מהירות אלמנט מסה במיתר, מהירות הגל ואורך הגל?

4) תרגיל – פונקציה ריבועית

נתונה פונקציה $y(x,t)=32x^2+128t^2$. הניחו יחידות סטנדרטיות.

א. הראו שפונקציה זו היא פתרון של משוואת הגלים במיתר.
הדרכה: נסו לרשום את הפונקציה כצירוף של פונקציות, אשר כל אחת מהן מתארת גל במיתר.

ב. מהי מהירות הגלים במיתר זה.

ג. נתון שצפיפות המסה ליחידת אורך של המיתר היא $0.03\frac{\text{kg}}{m}$ חשבו את מתיחותו.

ד. האם הפונקציה $\sqrt{32x^2+128t^2}$ היא גם פתרון של משוואת הגלים?

תשובות סופיות

1) $9.8\frac{m}{s}$

2) $30\frac{m}{s}; 0.102\text{N}; 0.45\frac{m}{s}$

3) א. $a(x,t)=0.00096\pi^2\,sin\left(\frac{\pi}{50}x-\frac{2\pi}{5}t\right)$ ב. $y(x,t)=0.006_m\,sin\left(\frac{\pi}{50}x-\frac{2\pi}{5}t\right)$
ג. $x=85_m+50n$, כאשר n מספר שלם בין מינוס אינסוף לאינסוף.
ד. $t=0.001_s-2.5_sn$
ה. מהירות אלמנט מסה במיתר קטנה, מהירות הגל לא משתנה ואורך הגל גדל.

4) א. $y(x,t)=(4x+8t)^2+(4x-8t)^2$ ב. $2\frac{m}{s}$ ג. $0.12N$ ד. לא.

החזרה והעברה

רקע

תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב-$x = 0$.

רציפות הפונקציה $1.\ \psi_L(0,t) = \psi_R(0,t)$

רציפות הכוח $2.\ F_L = F_R$

אם המתיחות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הנגזרת

$$\left.\frac{\partial \psi_L}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \psi_R}{\partial x}\right|_{x=0}$$

$$\psi_r(x,t) = r\psi: (-x,t)$$

$$\psi_t(x,t) = t\psi: \left(\frac{v_1}{v_2}x, t\right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_1}}\, v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$$

מקדם החזרה

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_2} - \sqrt{\rho_1}}$$

מקדם העברה

$$t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}$$

הערה: את הנוסחאות של מקדם ההעברה וההחזרה נרשום בנושא הבא בצורה יותר כללית עם שימוש בעכבות.

שאלות

1) תרגיל – ביטול של הגל העובר או החוזר

מיתר מורכב משני חלקים בעלי צפיפויות שונות ρ_1 ו-ρ_2 ומתיחות אחידה T .
גל מהצורה $\Psi_A(x,t) = |A|\,cos(k_1x - \omega t)$ מתקדם בכיוון החיובי ממיתר 1 לכיוון מיתר 2. נתונים: $\rho_2, \rho_1, k_1, T, A, \omega$

א. מצאו את הביטוי עבור הגל המועבר והגל המוחזר באמצעות נתוני השאלה.

ב. נניח עתה, כי בנוסף ל-Ψ_A שולחים גל נוסף ממיתר 2 לכיוון מיתר 1: $\Psi_D(x,t) = |D|\,cos(-k_2'x - \omega' t + \varphi)$. נתון כי $\rho_2 < \rho_1$.
מצאו את $\varphi, \omega', k_2', D$, כך שלאחר המעבר של הגלים בין המיתרים, במיתר 2 יהיה רק גל הנוסע שמאלה. מהם התנאים לכך שבמיתר 1 יהיה רק גל הנוסע ימינה?

ג. האם ניתן למצוא תנאי, עבורו בו-זמנית במיתר 1 יהיה רק גל הנוסע ימינה ובמיתר 2 רק גל הנוסע שמאלה? נמקו.

תשובות סופיות

1) א. $\psi_r(x,t) = \frac{\sqrt{\rho_1}-\sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1}+\sqrt{\rho_2}}|A|\,cos(k_1x + \omega t)$

$$\psi_t(x,t) = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1}+\sqrt{\rho_2}}|A|\,cos(k_2x + \omega t)\,,k_2 = k_1\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

ב. שמאלה: $k_2 = k_1', w = w', \phi = 0$

$$|D| = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1}+\sqrt{\rho_2}}|A|$$

ימינה: $k_2 = k_1', w = w', \phi = \pi$

$$|D| = \frac{\sqrt{\rho_1}-\sqrt{\rho_2}}{2\sqrt{\rho_2}}|A|$$

ג. לא, כי הפאזה בכל אחד צריכה להיות שונה.

עכבה

רקע

העכבה, נקראת גם אימפדנס (impedance), מסומנת באות Z, ונוסחתה

$$Z=\sqrt{\rho T}=\frac{T}{V}$$

T – מתיחות

V – מהירות הגל

$$|Z|=\frac{|F_y|}{|V_y(t)|}$$

F_y – הכוח על אלמנט מסה

$V_y(t)$ – מהירות אלמנט מסה (מהירות החומר)

מקדמי העברה והחזרה בפגיעה של גל מתווך 1 ל-2:

מקדם החזרה $r=\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2}$

מקדם העברה $t=\frac{2z_1}{z_1+z_2}$

תאום עכבות: $z_1=z_2\Leftarrow t=1$ ו- $r=0$

אנרגיה הספק ותנע

רקע

אנרגיה ליחידת אורך של גל נע במיתר

$$\varepsilon(x,t)=\rho\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)^2=\rho v^2\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)^2$$

אנרגיה ממוצעת בזמן

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}\rho\omega^2|A|^2$$

הספק רגעי בנקודה - כמה עבודה עושה החלק השמאלי על החלק הימני כל יחידת זמן

$$P^{\pm}=\pm Z\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)^2=\pm v\varepsilon(x,t)$$

$P^{\pm}$ הוא הספק רגעי של גל הנע בכיוון החיובי/שלילי

ההספק הממוצע בזמן

$$\bar{P}^{\pm}=\pm\frac{1}{2}z\omega^2|A|^2$$

מקדם ההחזרה של האנרגיה

$$R=\frac{P_1^-}{P_1^+}=r^2=\left(\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2}\right)^2$$

מקדם ההעברה של האנרגיה

$$\mathrm{T}=\frac{\mathrm{P}_2^+}{\mathrm{P}_1^+}=\frac{\mathrm{z}_2}{\mathrm{z}_1}\mathrm{t}^2=\frac{4\mathrm{z}_1\mathrm{z}_2}{(\mathrm{z}_1+\mathrm{z}_2)^2}$$

$$\mathrm{R}+\mathrm{T}=1$$

התנע הוא אפס

שאלות

1) תרגיל - חישובים בפגיעה בתווך

גל סינוס נע ימינה במיתר מסוים בו מהירות הגל היא v_1.
צורת הגל היא $\Psi_i(x,t) = 1.4mm \cdot sin(kx - 200t)$.
הגל מגיע לצומת בו צפיפות המיתר משתנה (המתיחות נשארת קבועה), כך שבחלק הימני מהירות הגל היא $v_2 = 5v_1$.
בהינתן שההספק הממוצע של הגל הפוגע הוא 60 W,

א. מהם האימפדנסים של שני חלקי המיתר?

ב. מהו ההספק הממוצע של הגל העובר והגל החוזר?

ג. מהי האמפליטודה של הגל העובר ושל הגל החוזר?

2) תרגיל - שינוי בהספק כתוצאה משינוי פרמטרים

נתון מיתר מתוח בעל צפיפות מסה $\rho = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{m}$ ומתיחות $T = 50N$.

א. מהו ההספק הממוצע שצריך לספק למיתר, על מנת לייצר גל סינוס בעל תדירות $f = 40\text{Hz}$ ואמפליטודה של $A = 4\text{mm}$?

ב. פי כמה ישתנה ההספק של הגל אם:

1. נכפיל את אורך החבל?
2. נכפיל את האמפליטודה ונקטין את התדירות פי 2?
3. נקפל את החבל לשניים ונשתמש בחבל הכפול כחבל החדש?

3) תרגיל - חישוב אמפליטודה בתיאום עכבות

מיתר בעל צפיפות מסה ρ_1 מחובר למיתר בעל צפיפות מסה ρ_2 באמצעות מיתר נוסף שצפיפות המסה שלו משתנה באופן רציף מ- ρ_1 ל- ρ_2 . במקרה כזה לא תתקיים החזרה אם אורך הגל קטן ביחס לקצב השינוי בצפיפות המסה.
חשבו תחת הנחה זו מה היחס בין האמפליטודה של הגל העובר לגל הפוגע?
הניחו מתיחות אחידה.

תשובות סופיות

1) א. $z_1 = 1531\frac{N \cdot s}{m}, z_2 = 506\frac{N \cdot s}{m}$ ב. $\overline{P}_R = 15.6\text{W}, \overline{P}_T = 44.4W$
ג. $B = 0.71\text{mm} C = 2.1\text{mm}$

2) א. $0.5W$ ב. 1. לא ישתנה. 2. לא ישתנה. 3. יגדל פי $\sqrt{2}$.

3) $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{4}}$

גלים עומדים

רקע

<u>מיתר חצי אינסופי</u>

<u>קצה קשור</u>

$$\Psi(x=0,t)=0 \;\Rightarrow$$
$$\Psi(x,t)=C\sin(kx)\sin(\omega t+\varphi)$$



<u>קצה חופשי</u>

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0}=0 \;\Rightarrow\; \Psi(x,t)=C\cos(kx)\cos(\omega t+\varphi)$$



<u>מיתר סופי</u>

<u>מיתר סופי עם 2 קצוות קשורים</u>

$$\Psi(x=0,t)=\Psi(x=\mathrm{L},t)=0$$

$$k_n=\frac{\pi n}{L} \qquad n=0,1,2,3\ldots \quad f_n=\frac{vn}{2L}$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}$$

$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\sin(\mathrm{k}_n x)\sin(\omega_n t+\varphi_n)$$

<u>מיתר סופי עם קצה קשור וקצה חופשי</u>

$$\Psi(x=0,t)=0\,,\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=\mathrm{L}}=0$$

$$k_n=\frac{\pi}{L}(\mathrm{n}+\frac{1}{2})\qquad n=0,1,2,3\ldots$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{(\mathrm{n}+\frac{1}{2})}$$

$$f_n=\frac{v}{2L}(\mathrm{n}+\frac{1}{2})$$

$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\sin(\mathrm{k}_n x)\sin(\omega_n t+\varphi_n)$$

<u>מיתר סופי עם 2 קצוות חופשיים</u>

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0}=0\,,\qquad\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=\mathrm{L}}=0$$

$$k_n=\frac{\pi n}{L}\qquad n=0,1,2,3\ldots$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}$$

$$f_n=\frac{vn}{2L}$$

$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\cos(\mathrm{k}_n x)\sin(\omega_n t+\varphi_n)$$

שאלות

1) תרגיל – גל פוגע וגל חוזר כביטוי של שני גלים עומדים

הראו כי הגל $\Psi(x,t) = A\,cos(\omega t - kx) + rA\,cos(\omega t + kx)$, כאשר r קבוע כלשהו, ניתן לביטוי כסופרפוזיציה של שני גלים עומדים: $\Psi(x,t) =$
$A(1+r)\,cos(\omega t)\,cos(kx) + A(1-r)\,sin(\omega t)\,sin(kx)$

2) תרגיל - מיתר פלדה בפסנתר

מיתר פסנתר מיוצר מפלדה בעלת צפיפות מסה ל**יחידת נפח** $\rho = 4800\frac{\text{kg}}{m^3}$ רדיוס המיתר הוא r, היצרן ממליץ להפעיל את המיתר תחת לחץ (כוח ליחידת שטח חתך) של $1.3 \cdot 10^9\,\frac{N}{m^2}$.

א. הראו שמהירות הגלים במיתר אינה תלויה ברדיוס שלו, וחשבו אותה.

ב. מה צריך להיות אורך המיתר כדי שישמיע את הצליל 'לה', שתדירותו 440Hz ? כמנגנים במיתר בד"כ שומעים את התדירות הבסיסית.

ג. מגדילים את המתיחות פי α ללא שינוי באורך המיתר, מה צריכה להיות α כדי להעלות את תדירות המיתר פי 1.2?

תשובות סופיות

1) הוכחה בסרטון.

2) א. $520\,\frac{m}{s}$ ב. 59cm ג. 1.44

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 5 - גלים אורכיים-גלי קול

תוכן העניינים

1. גלי קול בצינור 38
2. אפקט דופלר 45

גלי קול בצינור

רקע

גל אורכי - תנועת המולקולות היא בכיוון ההתקדמות של הגל

$\psi(x,t)$ -פונקציית ההעתק של מולקולות הגז משיווי משקל. x מציין את מיקום המולוקולות בשיווי מישקל ולא את המיקום שלהן כתלות בזמן.

$\psi_p(x,t)$ -פונקציית הלחץ העודף access pressure

$\Delta\rho(x,t)$ -פונקציית השינוי בצפיפות

נקודת צומת בפונקציית ההעתק היא נקודת טבור בפונקציות הצפיפות והלחץ ולהפך

נוסחה מתרמו לקשר בין לחץ ונפח עבור גז אידיאלי בתהליך אדיאבטי:

$$PV^{\gamma} = const$$

הקשר בין פונקציית ההעתק לפונקציית הלחץ:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma P_0}\psi_p$$

P_0 - הלחץ בשיווי משקל

γ - קבוע הקשור לסוג הגז מתוך משוואת הגז בתהליך אדיאבטי

מקדם האלסטיות של הגז

מקדם האלסטיות של הגז

$$B_a = \gamma P_0$$

משוואת הגלים:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

מהירות הגלים - מהירות הקול (לפעמים גם כתובה באות c):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

באוויר בתנאים סטנדרטיים: $v \approx 340\,{}^{m}/_{s}$

אותה המשוואה מתקיימת גם עבור ψ_p ו- $\Delta\rho$

הקשר בין הצפיפות לפונקציית ההעתק:

$$\Delta\rho = -\rho_0 \frac{\partial\psi}{\partial x}$$

עכבה של גל קול מישורי ליחידת שטח:

$$\frac{Z}{A} = \rho_0 v$$

ρ_0 - צפיפות המסה בשיווי משקל

A - שטח החתך של הצינור

v - מהירות הקול בחומר

האנרגיה הכוללת ליחידת אורך:

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2}A\rho_0\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 + v^2\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\right] = A\rho_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2$$

השוויון האחרון הוא עבור גלים נעים בלבד

אנרגיה פוטנציאלית וקינטית ממוצעת בזמן ליחידת אורך:

$$\bar{U}_{dx} = \bar{E}_{k_{dx}} = \frac{1}{4}\rho_0 A\omega^2\psi_{max}^2$$

אנרגיה כוללת ממוצעת בזמן ליחידת אורך:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho_0 A\omega^2\psi_{max}^2$$

ψ_{max} - האמפליטודה של פונקציית ההעתק - קבוע

ω - התדירות הזוויתית

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

הספק של גל קול נע (כמה אנרגיה עוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$$P(x,t) = \pm v\varepsilon(x,t)$$

כאשר הפלוס/מינוס הם עבור גל שנע בכיוון החיובי/שלילי בהתאמה

(לא לבלבל עם P של לחץ)

עוצמה של הגל (ההספק ליחידת שטח):

$$I(x,t) = \frac{|P(x,t)|}{A} = v\rho_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2}v\rho_0\omega^2\psi_{max}^2$$

מדידת עוצמה בסולם לוגריתמי:

$$I_a = I_0 \cdot 10^a$$

a - היא העוצמה ב B (בל)

$$I_0 = 10^{-12}\frac{w}{m^2}$$

$1B = 10\,dB$ (dB זה דציבל)

עוצמה בגל כדורי:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$$

תנאי שפה בצינור:

- קצה סגור $\psi = 0$ (כמו קצה קשור במיתר)
- קצה פתוח $\psi_P = 0 \Rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0$ (כמו קצה חופשי במיתר)

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

שאלות

1) **שעון מעורר בחלל**
אסטרונאוט הנמצא במעבורת חלל יצא מהמעברות לבצע תיקון חיצוני.
האסטרונאוט לקח איתו שעון מעורר וכיוון אותו לצלצל בשעה שבע בערב כך שיספיק לחזור לארוחת הערב בתוך המעבורת. האסטרונאוט הניח את השעון לידו בזמן שהוא מבצע את התיקון. האם האסטרונאוט ישמע את השעון מצלצל?
רמז: בחלל אין אוויר.

2) **מצאו פונקציית גל מנתונים על צפיפות**
גל קול הרמוני נע בכיוון החיובי. האמפליטודה של השינוי בצפיפות האוויר של הגל היא $A_{\Delta\rho} = 24 \cdot 10^{-3}\, {kg}/{m^3}$. התדירות של הגל היא $500Hz$. נתון גם כי $\Delta\rho(0,0) = 0$, $\rho_0 = 1.2\, {kg}/{m^3}$ ו- $v = 340\, {m}/{s}$. מצאו מהי ההסטה משיווי משקל של מולקולות האוויר הנמצאות ב $x = 15cm$ בזמן $t = 0$.

3) **כמה אנרגיה עברה בשעה**
העוצמה של גל קול מישורי היא $I = 1.4\mu\, W/c\, m^2$. חיישן בעל שטח חתך $A = 3.6cm^2$ קולט את הגל. כמה אנרגיה קיבל החיישן כל שעה?

4) **פי כמה גדלה העוצמה עבור שינוי של דציבל אחד**
ראינו כי גידול של העוצמה ב 1B הוא גידול של פי 10 ביחידות של ${W}/{m^2}$. חשבו פי כמה גדלה העוצמה ביחידות של ${W}/{m^2}$ עבור גידול של 1dB.

5) **חישוב הפרעה בלחץ מעוצמה ממוצעת**
נתון גל קול מישורי בתדירות $12kHz$. העוצמה הממוצעת בזמן של הגל היא $\bar{I} = 2.5 \cdot 10^{-4}\, W/m^2$. הגל מתקדם בתווך בעל:
$$P_0 = 0.7 \cdot 10^4\ \mathrm{N/m^2}\,,\ \gamma = 1.48\,,\ v = 340\mathrm{m/\,sec}$$
מצאו ביטוי לשינוי בלחץ כתלות במיקום ובזמן אם ידוע שהגל הוא גל סינוס.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

6) חישוב ירידה של העוצמה

מקור מייצר גל קול כדורי. חיישן בעל שטח חתך של $0.2m^2$ ממוקם במרחק $r_1 =$ $0.8m$ מהמקור ומודד הספק של $P = 3mW$.

א. מהי העוצמה של הגל במרחק r_1 ?

ב. מהו ההספק של המקור?

ג. מה העוצמה של הגל במרחק $r_2 = 1.2m$?

ד. מה ההספק שימדוד החיישון במרחק r_2 ?

7) חליל בצליל לה

מה צריך להיות אורכו של חליל על מנת שהתנודה הבסיסית שלו תהיה הצליל לה -תדר 440Hz ? הניחו שמהירות הקול היא $340\,m/s$ ושניתן להתייחס לחליל כצינור הפתוח בשני קצוותיו.

8) כמה תדירויות נמצאות בתחום השמיעה

צינור באורך של $1m$ מרעיש כאשר הרוח נושבת . מהירות הקול היא $340\,m/s$

א. אם הצינור פתוח בשני קצוותיו , כמה מתוך ההרמוניות שלו נמצאות בתחום השמיעה ? $(20Hz - 20kHz)$

ב. ציירו את החלק המרחבי של ψ_p עבור שלושת ההרמוניות הראשונות במקרה שבו הצינור פתוח רק בצד אחד.

9) רזולוציית מדידה של עטלף

עטלפים משתמשים בגלי קול בשביל למפות את המרחב (בדומה ל"סונר"). נניח כי עטלף שולח גלי קול אל חפץ מסוים ומודד את מיקומו ביחס אליו על ידי מדידת הזמן שלוקח לגלי הקול לחזור אליו מהחפץ.

א. בהנחה שהעטלף והחפץ עומדים במקומם, מה צריכה להיות רזולוציית המדידה של העטלף, כלומר מהו הזמן הכי קצר שהוא צריך למדוד, על מנת לזהות חפץ הנמצא במרחק 40cm ממנו?



ב. בהנחה שגודל החפץ הכי קטן שהעטלף מסוגל לזהות הוא בסדר גודל של אורך הגל שהעטלף מייצר, מה יהיה התדר אותו צריך העטלף לייצר על מנת לזהות חפץ בגודל של 1cm ? הניחו כי מהירות הקול היא $340\,m/s$



לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

10) ערכי RMS

ערך RMS של פונקציה מחזורית בזמן בעלת זמן מחזור T מוגדר כ -

$$f_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} = \sqrt{\langle f^2 \rangle}$$

ההפרעה בלחץ בגל קול מישורי נתונה ביחידות פסקל לפי :

$$\psi_P(x,t) = 6 \cdot 10^{-6}\cos(kx - \omega t)$$

נתון גם ש :

$$P_0 = 0.8 \cdot 10^4\ N/m^2\ ,\gamma = 1.4\ ,v = 340m/\sec\ \ ,\omega = 7000rad/\sec$$

א. מהו אורך הגל?

ב. מהו ערך ה RMS של התנודות בלחץ?

ג. מהו ערך ה RMS של המהירות החומרית בגל?

ד. מהו הערך הממוצע בזמן של צפיפות האנרגיה הנפחית $u = \frac{E}{V} = \frac{\varepsilon}{A}$?

ה. מהו ההספק הממוצע בזמן הנקלט בגלאי בעל שטח של $0.15m^2$ המאונך לכיוון התקדמות הגל?

11) גל קול כדורי וערכי RMS

מקור מייצר גל קול כדורי הרמוני בתדר $500Hz$. ערך ה RMS של הלחץ במרחק $r_1 = 30cm$ הוא $4\ N/m^2$. נתון גם ש : $P_0 = 10^5\ N/m^2\ ,\gamma = 1.5\ ,v = 330m/\sec$

א. מהו ערך ה RMS של הלחץ במרחק $r_2 = 15m$?

ב. מהו ערך ה RMS של פונקציית ההעתק באותו המיקום ?

ג. מהו הערך הממוצע בזמן של צפיפות האנרגיה הנפחית $u = \frac{E}{V} = \frac{\varepsilon}{A}$ באותו מיקום?

12) מוט ברזל מוחזק באמצע

נתון מוט ברזל באורך $L = 80cm$ ס"מ. מהירות הקול בברזל היא בערך $4910\ m/s$. מחזיקים את המוט במרכזו ונותנים לו מכה בנקודה הנמצאת באמצע בין נקודת האחיזה לקצה.

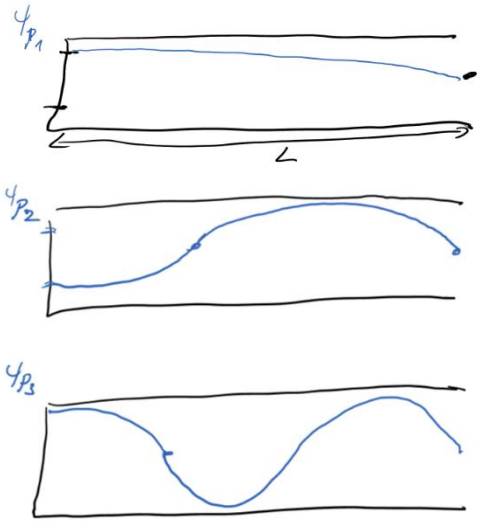
א. ציירו את הגל של תדירות הייסוד ושל ההרמוניה הראשונה וחשבו את התדירויות האלו.

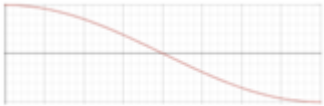
ב. חזרו על סעיף א אם נקודת האחיזה הייתה במרחק $\frac{1}{4}L$ מהקצה.

ג. היכן יש להחזיק את המוט בשביל להשמיע את שני הרזוננסים הבאים?

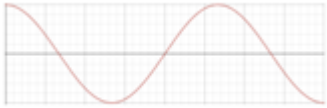
לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

תשובות סופיות

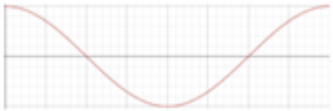
1) לא
2) 0.3mm
3) 18,144J
4) פי 1.26
5) $\psi_p(x,t) = 0.123\ sin(222x - 75.4 \times 10^3\ t)$
6) א. 15×10^{-3} W/m²t ב. 0.121 W ג. 6.67×10^{-3} W/m² ד. 1.33 mW
7) 0.39m
8) א. 117 ב.

9) א. 2.35mm ב. 34KHz
10) א. 0.31 m
ב. 4.24×10^{-6} Pa
ג. 1.29×10^{-7} m/s
ד. 1.6×10^{-15} J/m²
ה. 8.18×10^{-14} W
11) א. 0.08 N/m²
ב. 5.6×10^{-8} m
ג. 4.3×10^{-8} J/m
12) א. $f_1 = 3069Hz$



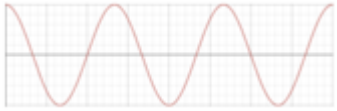
$f_2 = 9206Hz$



ב. $f_1 = 6138Hz$



$f_2 = 18{,}413Hz$



ג. עבור x=10cm ,n=4 ועבור x=8cm , n=5

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

אפקט דופלר

רקע

עבור מקור נע וצופה נייח:

$$f' = f_s \frac{1}{1-\frac{v_s}{v}}$$

f' - התדר המוסט.

v_s - מהירות המקור, חיובית עם כיוון התקדמות הגל.

f_s - תדירות המקור (התדירות שהצופה היה קולט אם המקור לא היה זז).

v - מהירות הגל.

עבור מקור וצופה נעים:

$$f_0 = f_s \frac{v+v_0}{v-v_s}$$

f_0 - התדר המוסט (התדר שקולט צופה שנע).

v_0 - מהירות הצופה, חיובית נגד כיוון התקדמות הגל.

גלי הלם:

$$\sin\theta = \frac{v}{v_s}$$

θ - חצי מזווית הראש של קונוס גל ההלם.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

שאלות

1) מציאת המהירות של גוף בתנועה הרמונית

גוף קטן בעל מסה m נע בתנועה הרמונית. הגוף משדר גל קול באופן רציף.
מודדים את התדירות המינימלית והמקסימלית של גלי הקול הנקלטים מהגוף.
חשבו את האנרגיה הקינטית של הגוף באמצעות התדירויות.
הניחו שהבעיה חד מימדית.

2) מקור נע בתאוצה*

מקור נע במהירות v_s לכיוון צופה נייח הנמצא במרחק L ופולט גלי קול בתדירות f_s (תדירות המקור). המקור מתחיל להאיץ בתאוצה קבועה a.
מהי התדירות אותה ימדוד הצופה כתלות בזמן? ניתן להניח כי: $aT << v_s$ וכי הצופה תמיד רחוק מהמקור. שימו לב כי לגל לוקח זמן להגיע לצופה.

3) נמלה מטיילת על מיתר

במיתר אינסופי קיימת הפרעה מהצורה: $\psi(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$
כאשר אורך הגל ומהירות הגל הן: $\lambda=0.4\mathrm{m}$, $v=\frac{7\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$.

נמלה מטיילת על המיתר במהירות $0.2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ בכיוון הפוך לכיוון התקדמות הגל.
כמה פעמים עולה ויורדת הנמלה כל שניה?

4) מדידת מהירות של צוללת

צוללת נעה במהירות: $v_1=\frac{19\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ מזהה צוללת נוספת הנעה לכיוונה.
בצוללת יש סונר המייצר גלי קול בתדר קבוע: $f=1000\mathrm{Hz}$.
גלי הקול פוגעים בצוללת השנייה וחוזרים לסונר. התדר של הגל המוחזר שמודד הסונר הוא: $f'=1060\mathrm{Hz}$.

ידוע שמהירות הגלים במי ים היא: $v=1519\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$.
חשבו את מהירות הצוללת השנייה (ביחס לקרקע).



לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

5) פעימות של גל המוחזר מפגיעה בקיר

אדם העומד הרחק מקיר מחזיק מקור שפולט צלילים בתדירות 280Hz.

האדם מתחיל לנוע לכיוון הקיר, עם המקור בידיו, במהירות $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

הניחו שמהירות הקול היא: $330\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מה תדירות הצליל אותה היה שומע מאזין הנמצא ליד הקיר במנוחה?

ב. אילו האדם שנע היה יכול להאזין רק לגל המוחזר מהקיר,
מה תדירות הצליל שהוא היה שומע?

ג. נניח שעוצמת הגל המוחזר מהקיר זהה לזו של הגל הפוגע.
מה התדר ששומע האדם שנע ומהי תדירות הפעימות של גל זה?

תשובות סופיות

1) $E_k=\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{f_{\max}-f_{\min}}{f_{\max}+f_{\min}}\right)^2$

2) $f_s=\frac{1}{1-\frac{v_s+a\left(t-\frac{L}{v}\right)}{v}}$

3) 18

4) $34.8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

5) א. 283Hz ב. 285Hz

ג. תדירות הגל היא: 283Hz ותדירות הפעימות היא: 2.6Hz.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 6 - הכוח והשדה החשמלי - חוק קולון

תוכן העניינים

1. חוק קולון וסופרפוזיציה..... 48
2. התפלגות מטען רציפה..... 52

חוק קולון וסופרפוזיציה:

רקע:

חוק קולון :

הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו

$$\vec{F} = \frac{kq_1 \cdot q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{kq_1q_2}{r^3}\vec{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2

$r = |\vec{r}|$ ו- $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב :

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r} = \frac{kq}{r^3}\vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

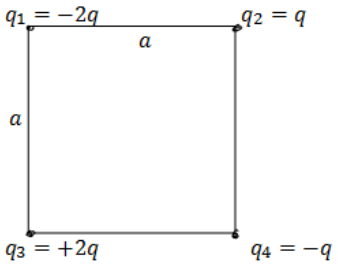
הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא עצמו יוצר)

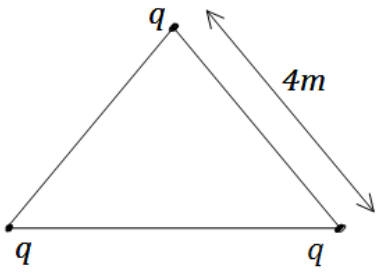
שאלות:

1) מטען בפינת ריבוע



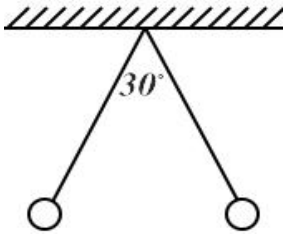
חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט.
q ו- a נתונים.

2) מטענים בקודקודי משולש



שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות.
גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.
מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

3) שני כדורים תלויים



שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L.
הזווית בין החוטים היא 30 מעלות.
מצא את מטען הכדורים.

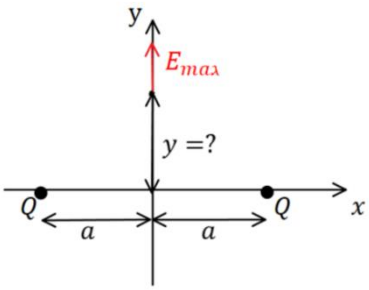
4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a,0)$ ו- $(-a,0)$.

א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0,y)$ שבה השדה החשמלי מקסימאלי.

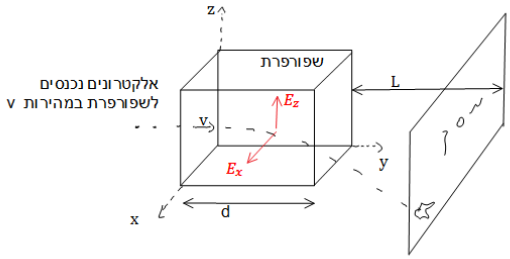
ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימאלי בציר ה- z?

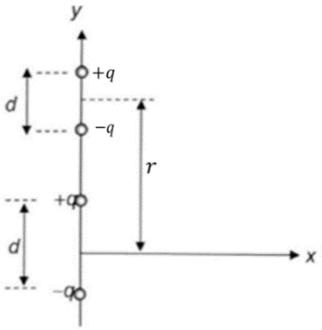


5) שפורפרת טלוויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
אורך השפופרת הוא d.
חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפורפרת.
הנח כי d<<L וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



6) דיפול מפעיל כוח על דיפול



דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$
הנמצאים בנקודות $\left(0,\pm\frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).

א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול בנקודה $(y,0)$ שעל ציר ה- y.

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש- $r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r >> d$? *
הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית החזקה: $(1+x)^n \approx 1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2 \ldots +$.

תשובות סופיות:

1) $\frac{kq^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2) $3.897\cdot10^{-3}\ \mathrm{N}$

3) $\sqrt{\frac{mg}{k}}\tan(15°)L^2\left(2-\sqrt{3}\right)$

4) א. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$ ב. $\frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2}$ ג. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$

5) $z\approx\frac{|e|E_z d\cdot L}{mv^2}\ ,\ \frac{|e|E_x d\cdot L}{mv^2}$

6) א. $\vec{E}(y)=kq\left[\frac{1}{\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(y+\frac{d}{2}\right)^2}\right]\hat{y}$

ב. $\vec{F}=kq^2\left[\frac{2}{r^2}-\frac{1}{(r+d)^2}-\frac{1}{(r-d)^2}\right]\hat{y}$

ג. $\vec{F}=-\frac{6d^2kq^2}{r^4}\hat{y}$

התפלגות מטען רציפה:

רקע:

במקרים של חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות , נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$\mathrm{d}q = \lambda d\,l / \sigma\, d\,s / \rho\, dv$$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמט אורך, שטח ונפח בהתאמה. יש לרשום את הביטוי של האלמנטים לפי הקואורדינטות שאיתם עובדים בבעיה (ראו נושא קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים במבוא המתמטי)

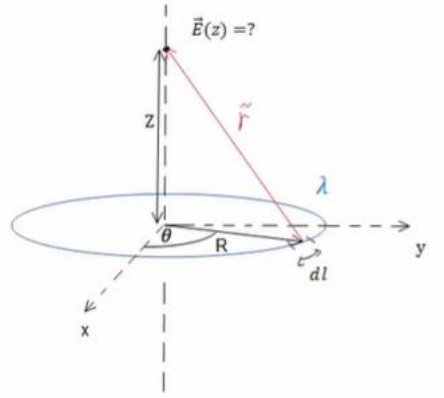
שאלות:

1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף



תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R.
מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

2) שדה של טבעת ודסקה



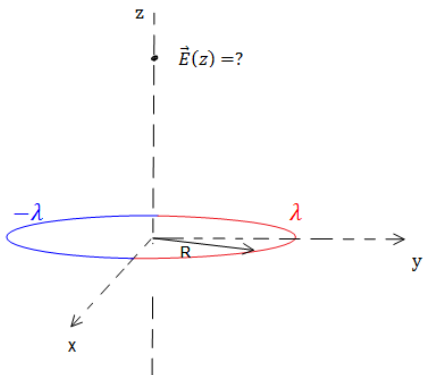
נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ.

א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.

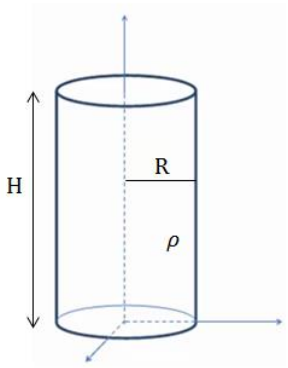
3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R.
חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.



4) שדה של גליל מלא

גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).



5) טבעת עם צפיפות לא אחידה

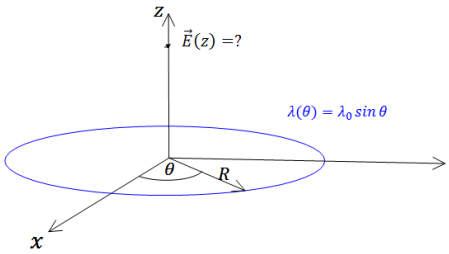
טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה- x .
$\lambda(\theta)=\lambda_0 \sin\theta$.

R , λ_0 קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

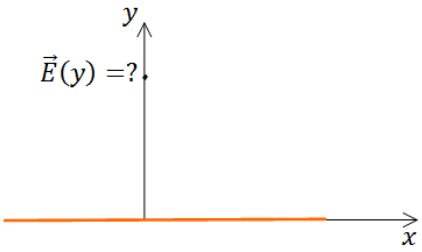
ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z >> R$.
איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

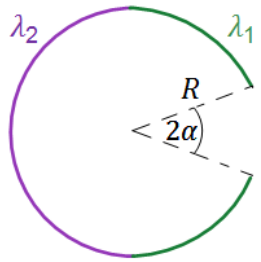


6) שדה של תיל סופי

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

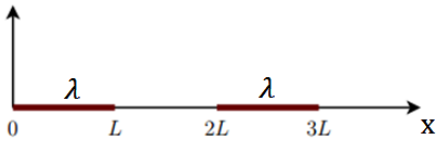


7) שדה של טבעת עם חלק חסר



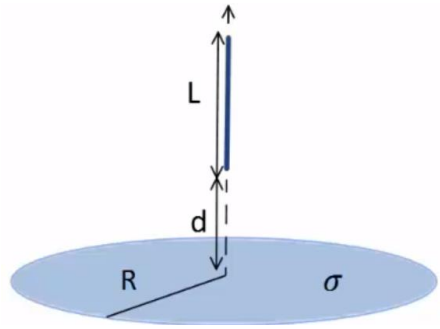
במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון בצפיפות מטען λ_2.
לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α.
מצא את השדה במרכז הטבעת.

8) כוח של מוט על מוט



שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
שני המוטות מונחים על ציר ה-x כפי שנראה בציור.
מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

9) כוח של מוט על דסקה



במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ. מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).
המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).

החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידית שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.
(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin\theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

1) 0

2) א. $\frac{k\lambda R\pi z}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\begin{cases}\hat{z} & z>0\\ -\hat{z} & z<0\end{cases}$ ב. $2\pi k\sigma z\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

3) $2\cdot\frac{-k\lambda R^2 2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $2\pi\sigma k$

5) א. 0 ב. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ ג. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$

6) $\frac{kQ}{y\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

7) $\frac{k}{R}\left[\lambda_1\left(2\sin\alpha-2\right)+\lambda_2\cdot 2\right]$

8) $kx^2\ln\left|\frac{4}{3}\right|$

9) $2\pi k\sigma\lambda\left[L-\left(\sqrt{R^2+\left(L+d\right)^2}\right)-\sqrt{R^2+d^2}\right]$

10) א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב כוח כאשר המרחק הוא אפס. ב. $\vec{F}=q\pi\sigma k\sin\left(2\theta\right)\ln 2\cdot\hat{z}$.
ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 7 - חוק גאוס

תוכן העניינים

1. הסברים בסיסיים 57
2. תרגול נוסף 62

הסברים בסיסיים:

רקע:

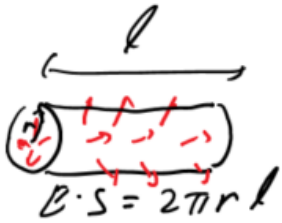
חוק גאוס:

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{in}$$

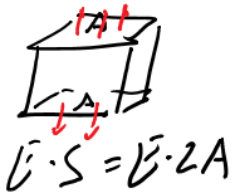
$$Q_{in} = \int \rho \, \mathrm{d}V$$

$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ נקרא השטף של השדה החשמלי ומסומן ב ϕ_E

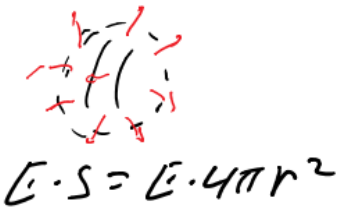
המקרים של חוק גאוס:



1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
במקרים האלו נבנה מעטפת גלילית והשטף
יהיה $E2\pi rl$, כאשר l ו- r הם אורך ורדיוס המעטפת.



2. מישור אינסופי.
במקרים האלו נבנה מעטפת בצורת קובייה והשטף
יהיה $E2A$, כאשר A זה שטח הפאות המקבילות למשטח.



3. כדור / קליפה כדורית.
במקרים האלו נבנה מעטפת כדורית והשטף
יהיה $E4\pi r^2$, כאשר r זה רדיוס המעטפת.

שדה של תיל אינסופי:

$$\vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

λ צפיפות מטען ליחידת אורך של התיל.

שדה של מישור אינסופי (דק):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ צפיפות מטען ליחידת שטח של הלוח.

שדה מחוץ לכדור / קליפה כדורית:

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

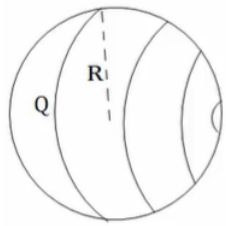
כמו מטען נקודתי.

חוק דאוס הדיפרנציאלי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

שאלות:

1) שדה של קליפה כדורית

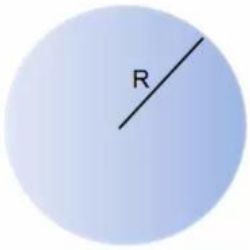


נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R.
מצאו את השדה בכל המרחב.

2) שדה של כדור

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען פחית אחידה ρ.
מצאו את השדה בכל המרחב.

3) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

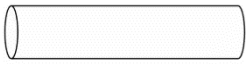


נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.
מצאו את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

4) שדה של תיל אינסופי

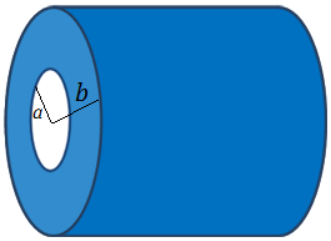
נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ.
מצאו את השדה במרחב.

5) שדה של גליל אינסופי



נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס ב-R.
מצאו את השדה במרחב.

6) קליפה גלילית עבה



קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H>>a\ ,\ b$.

7) שדה של לוח אינסופי



נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצאו את השדה במרחב.

8) לוח עם עובי



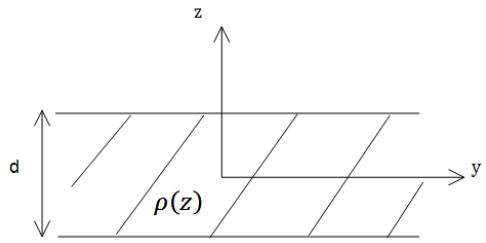
נתון מישור בעל שטח A ועובי d.
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה ליחידת נפח ρ.

א. מצאו את השדה רחוק מאוד מהמישור.

ב. מצאו את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).

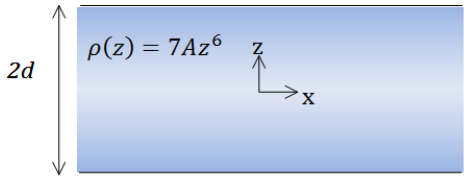
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצאו את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

9) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$,
A קבוע נתון.
מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב שיוצר המטען במישור.

10) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה-z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור (המישור אינסופי ב-y , x, ראה ציור).

א. מצאו את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראו שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצאו את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \frac{KQ}{r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

2) $E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

3) $E=\begin{cases}\frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 R} & r<R\\ \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$

4) $\vec{E}=\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$

5) $\vec{E}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$

6) $\vec{E}=\frac{C(b-a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

7) $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>0\\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<0\end{cases}$

8) א. $\vec{E}=\frac{kpdA}{r^2}\hat{r}$ ב. $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>\frac{d}{2}\\ -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$ ג. $z(t)=A\cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\varepsilon_0 m}}t\right)$

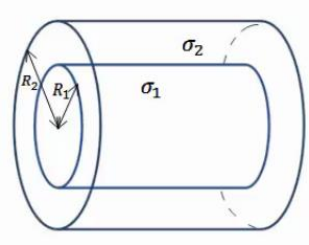
9) $\vec{E}=-\frac{A}{\varepsilon_0 z}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right]\hat{z}$

10) א. $\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}A\cdot z^7\hat{z}$ ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

תרגול נוסף:

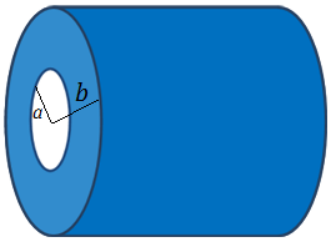
שאלות:

1) שתי קליפות גליליות חלולות



נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1.
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

2) קליפה גלילית עבה

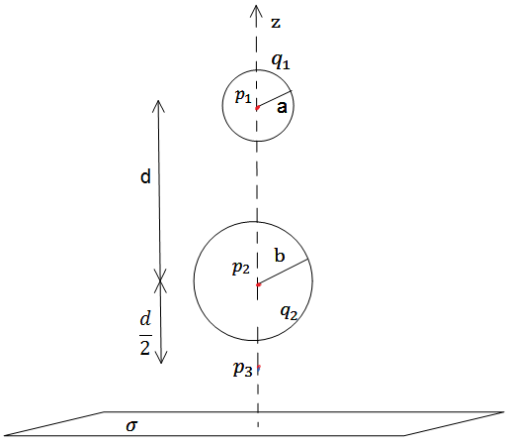


קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H >> a\ ,\ b$.

3) משטח ושתי קליפות כדוריות



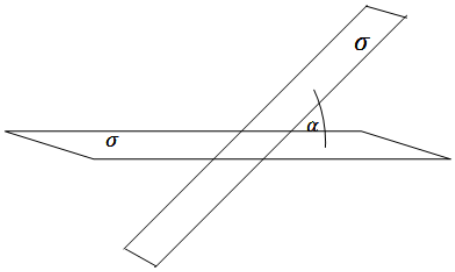
שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים
שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$
אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים q_1 , q_2 בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת
לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור
אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה בנקודות הבאות.

א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a.

ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b.

ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

4) שני מישורים בזווית

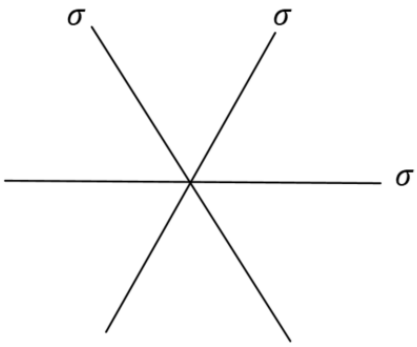


שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ. המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

5) שלושה לוחות בזווית



באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ .

א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.

ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.

ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.

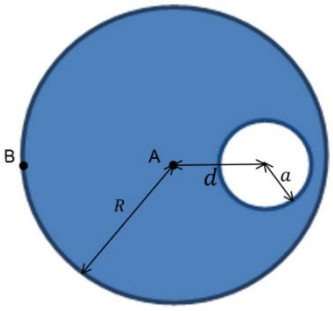
למה תצטמצם תשובתכם עבור $N \gg 1$?

השתמשו ב- $\sin\theta \approx \theta$, כאשר $\theta \ll 1$.

ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודת (או קו) החיתוך.

מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודת (או קו) החיתוך $\rho(r)$?

6) כדור עם חור



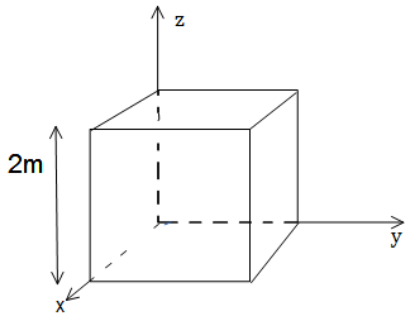
בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a. המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R

א. מצאו את השדה בנקודה A .

ב. מצאו את השדה בנקודה B .

ג*. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

7) שטף דרך קובייה

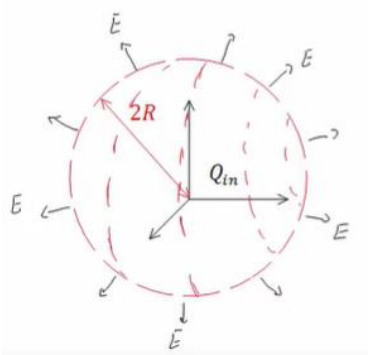


נתון שדה במרחב: $\vec{E} = -6\hat{x} + (2-3y)\hat{y}$.

א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה 2m.

ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

8) מטען כלוא

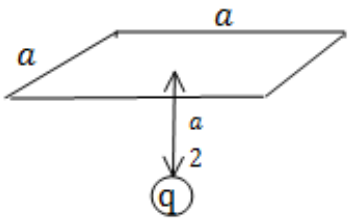


נתונה פונקציית השדה החשמלי

במרחב: $\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\varepsilon_0(r^2+R^2)}\hat{r}$.

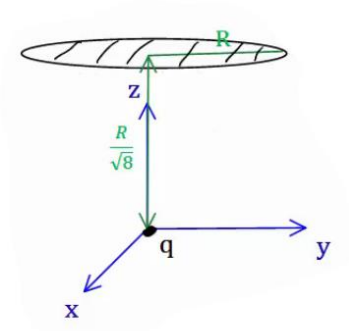
כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו-r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות,
מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס 2R.

9) שטף דרך משטח ריבועי



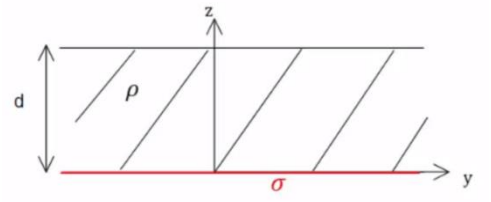
מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q.

10) שטף דרך מעגל



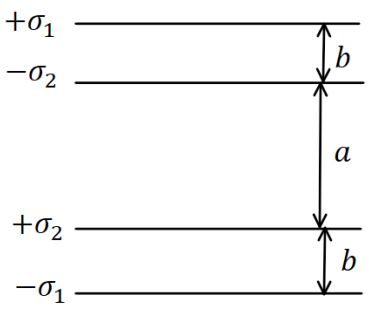
מטען q נמצא בראשית הצירים.
מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור x-y ומרכזו נמצא בנקודה $\left(0,0,\frac{R}{\sqrt{8}}\right)$?

11) מישור עבה צמוד למישור דק



מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור x-y.
מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור x-y).
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

12) ארבעה לוחות



במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05\ \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02\ \frac{c}{m^2}$.
המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3\ c.m$, $b = 1\ c.m$
כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

א. מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).

ב. משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).

ג. מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

13) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה.
המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6\cdot10^{-6}c$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $\left(q_e = -1.6\cdot10^{-19}c\ ,\ m_e = 9.1\cdot10^{-31}kg\right)$.

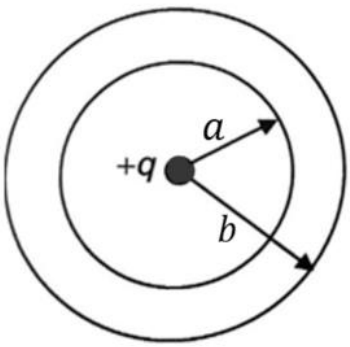
א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?

ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי.
במרכזו של החלל הכדורי $(r = 0)$ מצוי מטען נקודתי $+q$.
מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\left(\sigma_1 R_1+\sigma_2 R_2\right)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) $\vec{E}=\frac{C\left(b-a\right)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

3) א. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+\frac{kq_2\hat{z}}{d^2}+0$ ב. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+0+\left(-\frac{kq_1}{d^2}\hat{z}\right)$

ג. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}-\frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}}\hat{z}-\frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}}\hat{z}$

4) בין המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\cos\alpha\right)+\sin\alpha\hat{y}\right)$

מעל המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\cos\alpha\right)-\sin\alpha\hat{y}\right)$

5) א. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ב. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך של השדה על המעטפת אחיד. ג. $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}\approx\frac{\sigma N}{2\pi\varepsilon_0}$

ד. $\rho(r)=\frac{\sigma N}{2\pi r}$.

6) א. $\frac{4\pi k\rho a^3}{3d^2}\hat{x}$ ב. $\frac{4\pi k\rho}{3}\left(\frac{a^3}{(d+R)^2}-R\right)\hat{x}$ ג. $\frac{4\pi k\rho d}{3}\hat{x}$

7) א. -24 ב. $\frac{Qin}{\varepsilon_0}$

8) $\frac{16}{5}\pi\rho_0 R^3$

9) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$

10) $\phi=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\frac{kqa}{2\left(x^2+y^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}dxdy$

11) $\frac{q}{3\varepsilon_0}$

12) א. $\vec{E}=-5.65\cdot10^{q}\frac{N}{C}\hat{y}$ ב. $2.53\cdot10^{-11}\,J$ ג. $v=1.04\cdot10^{8}\frac{m}{sec}$

13) א. $t\approx1.1\cdot10^{-12}\,sec$ ב. $V(t)=3.65\cdot10^{9}\frac{m}{sec}$ ג. $E_k=6.06\cdot10^{-12}\,J$

14) $\alpha=\frac{q}{2\pi a^2}$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 8 - פוטנציאל

תוכן העניינים

1. מהו פוטנציאל 68
2. שיטה 1, סופרפוזיציה 70
3. שיטה 2, שאלות חוק גאוס 71
4. שיטה 3, חישוב מפורש 73
5. סיכום ותרגילים נוספים 74

מהו פוטנציאל:

רקע:

פוטנציאל:

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

עבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- מטענים חופשיים לזוז.
- השדה (או ליתר דיוק הכוח) יהיה אפס בתוך המוליך.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- המטען הכולל בתוך המוליך הוא אפס (במצב סטטי) למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע , מאפסת את הפוטנציאל.

שאלות:

1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} c$

מהאינסוף למרחק $r = 50 c.m$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} c$

המקובע במקום?

תשובות סופיות:

1) $W = 108 \cdot 10^{-3} J$

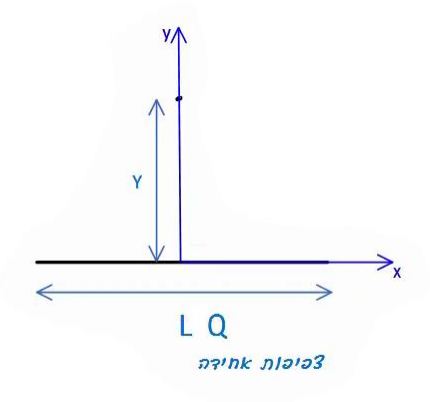
שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:

1) שיטה ראשונה, סופרפוזיציה

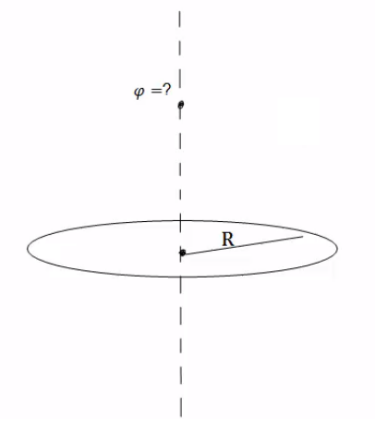
תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה-x.

מצא את הפוטנציאל על ציר ה-y העובר במרכז התיל.



2) פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה

מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.



תשובות סופיות:

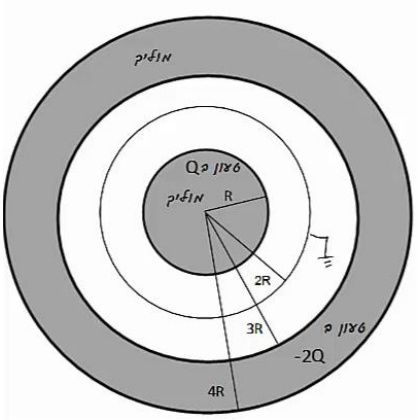
1) $$\varphi = k\lambda \ln \left| \frac{\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right|$$

2) $$\varphi = \frac{2\pi k \lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:

1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס



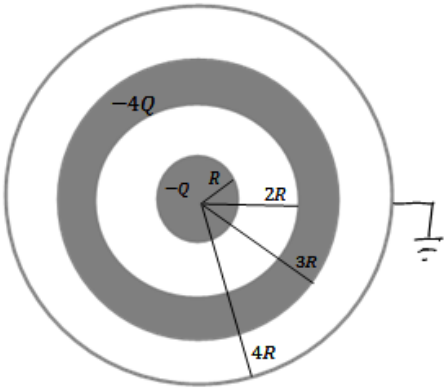
כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q.
מסביב לכדור ברדיוס 2R, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי 3R ורדיוס חיצוני 4R.
המעטפת החיצונית טעונה במטען 2Q- (ראה ציור).
לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.

א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q. הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען Q-.
סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה מוליכה, בעלת רדיוס פנימי 2R ורדיוס חיצוני 3R.
אורך הקליפה הוא L גם כן.
הקליפה טעונה במטען כולל של 4Q-.
מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס 4R ואורך זהה.
הנח כי $L >> R$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען |e| משוחרר ממנוחה במרחק r=2R.
מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R?

4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה ρ.

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל במרחב.

תשובות סופיות:

1) א. פוטנציאל: התפלגות: ראה סרטון

$$\varphi=\begin{cases}C_1 & r<R\\ \frac{kQ}{r}+C_2 & R<r<2R\\ \frac{k(Q+q)}{r}+C_3 & 2R<r<3R\\ C_4 & 3R<r<4R\\ \frac{k(q-Q)}{r}+C_5 & 4R<r\end{cases}$$

2)

$$\varphi=\begin{cases}\frac{KQ}{R} & r<R\\ \frac{KQ}{r} & R>r\end{cases}$$

3) א. ראה סרטון

ב.

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\begin{cases}\ln\frac{1}{2}+5\ln\frac{3}{4} & r<R\\ \ln\frac{r}{2R}+5\ln\frac{3}{4} & R<r<2R\\ 5\ln\frac{3}{4} & 2R<r<3R\\ 5\ln\frac{r}{4R} & 3R<r<4R\\ 0 & 4R<r\end{cases}$$

ג.

$$v=\sqrt{\frac{|e|Q\ln 2}{\pi L\varepsilon_0 m_p}}$$

4) א.

$$E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_o}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$$

ב.

$$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_o}+C_1 & r<R\\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right)+C_2 & R<r\end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

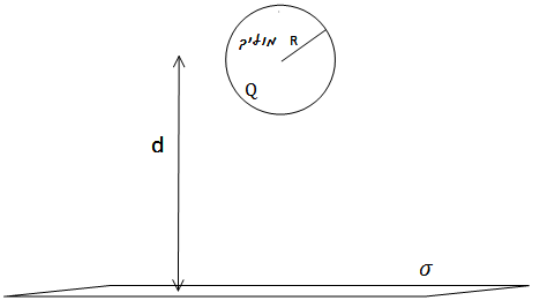
שאלות:

1) דרך שלישית, חישוב מפורש

נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ.

במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q.

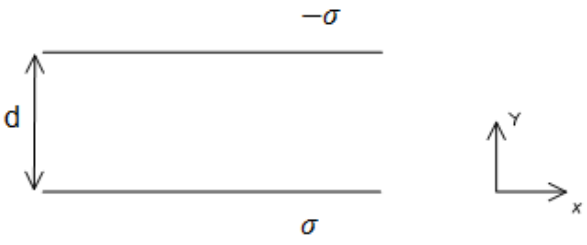
מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



2) מתח בין לוחות

מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.

נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.



תשובות סופיות:

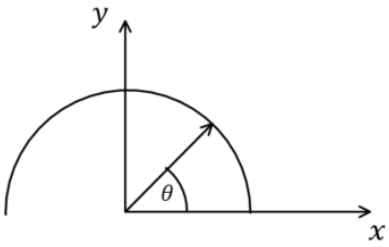
1) $\Delta\varphi_{B\to A}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d-R)+\frac{kQ}{R}-\left[Q+\frac{KQ}{\lambda}\right]$

2) $V=|E|d$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) חישוב פוטנציאל במרכז חצי טבעת עם צפיפות משתנה



תיל מכופף לחצי טבעת ברדיוס R. מרכז הטבעת (או מרכז המעגל השלם) הוא בראשית הצירים וחצי הטבעת נמצאת בחלק החיובי של ציר ה-y (ראו איור).
חצי הטבעת טעונה בצפיפות מטען לא אחידה ליחידת אורך: $\lambda(\theta)=\lambda_0\sin\theta$ כאשר θ והיא הזווית עם ציר ה-x החיובי ו- $\lambda_0=2\cdot10^{-12}\frac{C}{m}$.
מצאו את הפוטנציאל בראשית.

2) יצירת היסוד קיריום

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף ג'יימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו "קיריום" על שם מארי קירי. לשם כך הם "הפציצו" גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94 , כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נויטרונים), והמסה שלו היא: $M=6.6\times10^{-27}\,\text{kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור ברדיוס: $R=7\times10^{-15}\,\text{m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.
אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?
תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J .

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין ("באינסוף")?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג'?

3) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים:

$q_1=-q$ בנקודה $\vec{r}_1=-a\hat{y}=(-a,0,0)$

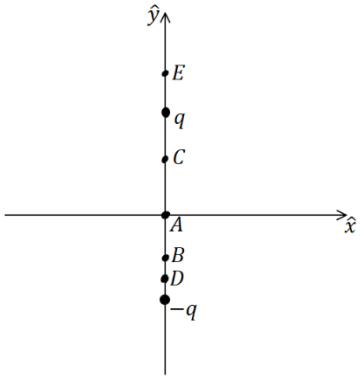
$q_2=-q$ בנקודה $\vec{r}_2=a\hat{y}=(a,0,0)$

א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות הבאות: $\vec{r}_A=0$, $\vec{r}_B=-\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_C=\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_D=-\frac{3}{4}a\hat{y}$, $\vec{r}_E=\frac{3}{2}a\hat{y}$?

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס?
תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי הפוטנציאל.



4) מטען q ומטען 3q

במרחב נמצאים שני מטענים.

מטען 3q בנקודה $(a,0,0)$ ומטען $-q$ בנקודה $(-a,0,0)$.

א. מה הפוטנציאל φ (יחסית לאינסוף) ומה השדה החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.
מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x.
ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

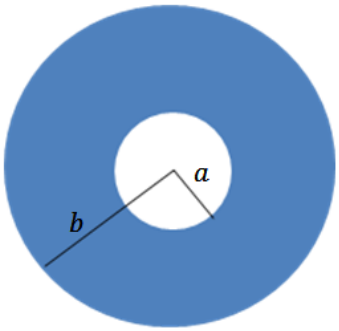
5) מטען על השפה בצורה לא אחידה

מטען Q מפוזר בצורה לא אחידה על שפה של קליפה כדורית ברדיוס R.

א. מה הפוטנציאל במרכז הקליפה?

ב. האם ניתן לחשב את הפוטנציאל על השפה?

6) דסקה עם חור



בדסקה בעלת רדיוס b קדחו חור במרכזה ברדיוס a.
הדסקה טעונה בצפיפות מטען ליחידת שטח: $\sigma(r)=\frac{D}{r^2}$, D קבוע לא נתון.

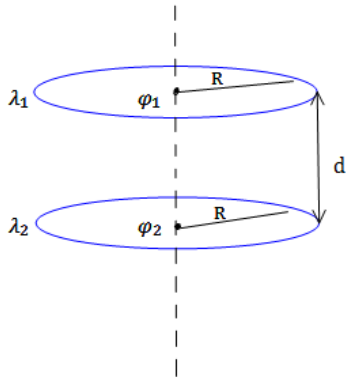
א. מצא את היחידות של D.

ב. מצא את D אם נתון גם המטען הכולל בדסקה Q.

ג. מצא את הפוטנציאל במרכז הדסקה.

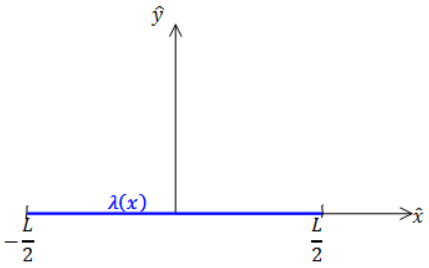
ד. בדוק מה קורה בגבול של $a \to b$.

7) טבעת מעל טבעת



שתי טבעות זהות בעלות רדיוס R מונחות האחת מעל ובמקביל לשנייה כך שהמרחק בניהן הוא d.
הטבעת העליונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_1 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_1 .
הטבעת התחתונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_2 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_2 .
מצא את צפיפויות המטען של הטבעות אם נתון כי הפוטנציאל באינסוף מתאפס.

8) תיל עם צפיפות משתנה



תיל דק מונח על ציר ה-x כך שמרכזו בראשית הצירים. אורך התיל הוא L והוא טעון בצפיפות מטען ליחידת אורך: $\lambda(x)=\lambda_0\frac{x}{L}$.

א. מצא את המטען הכולל בתיל.

ב. מצא את הפוטנציאל על ציר ה-x למעט בתחום בו נמצא התיל.

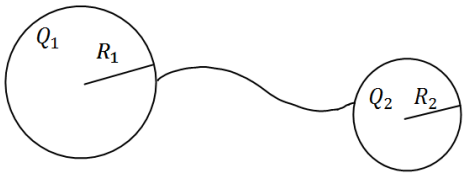
9) כדור זז מחבר בין שני כדורים



הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה. הנח שהכדורים מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F. הכדור השלישי גם הוא זהה אך אינו טעון. מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת תתייצב. לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב. לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי.
מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

10) שני כדורים מוליכים מחוברים בחוט

שני כדורים מוליכים טעונים ונמצאים במרחק גדול מאוד זה מזה.
רדיוסי הכדורים והמטענים שלהם הם: R_1, R_2, Q_1, Q_2.
מחברים בין הכדורים באמצעות חוט מוליך.

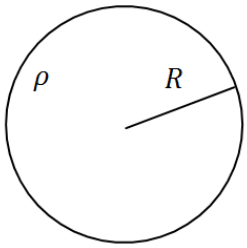


א. מה יהיה המטען על כל כדור לאחר זמן רב?

ב. כמה מטען זרם דרך החוט ולאיזה כיוון?

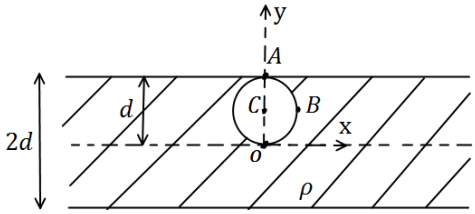
11) פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ.



12) חור במישור

לוח אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען אחידה וחיובית ליחידת נפח ρ.
בתוך הלוח ישנו חלל כדורי בקוטר d.



א. חשב את השדה החשמלי בנקודות: $O(0,0), A(0,d), B(0.5d,0.5d), C(0,0.5d)$.

ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות A ו-B.

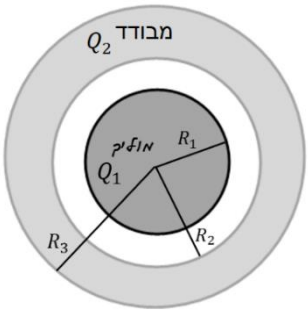
ג. משחררים מטען $q>0$ בעל מסה m מהנקודה C.

i. לאיזה כיוון יתחיל לנוע המטען אם מתעלמים מהשפעת כוח הכובד?

ii. מהי מהירות המטען רגע לפני שהוא מגיע לדופן החלל?

13) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת

כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1.
הכדור נמצא במרכזה של קליפה כדורית מבודדת בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3.
הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2.



א. חשב השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.

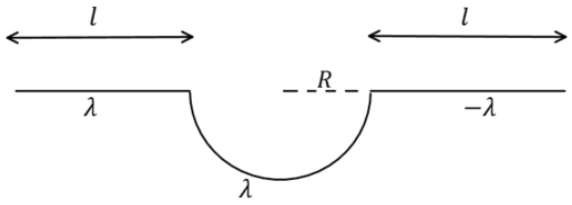
14) שדה ופוטנציאל במרכז של תיל עם חצי עיגול

תיל טעון מורכב משלושה חלקים, שני קווים ישרים בעלי אורך l וחצי עיגול ברדיוס R שמחבר ביניהם, ראו איור. החלק הישר השמאלי וחצי העיגול טעונים בצפיפות מטען אחידה λ שאינה נתונה. החלק הישר הימני טעון ב $-\lambda$.

א. מצאו את λ אם ידוע שסך כל המטען במערכת הוא Q.

ב. חשבו את השדה החשמלי במרכז חצי העיגול.

ג. חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרכז חצי העיגול.



תשובות סופיות:

1) $3.6\cdot10^{-2}$

2) א. $1.93\cdot10^{7}\,\mathrm{V}$ ב. $6.17\cdot10^{-12}\,\mathrm{J}$

ג. $v=4.32\cdot10^{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ ד. $r=1.95\cdot10^{-14}\,\mathrm{m}$

3) א. ראה סרטון ב. $y=0$

ג. ראה סרטון ד. ראה סרטון

4) א. פוטנציאל: $\frac{2kq}{\alpha}$, שדה חשמלי: $-\frac{k4q}{d^2}\hat{x}$ ב. $x_1=-\frac{1}{2}a\ ,\ x_2=-2a$

ג. $x_1=-\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{16}{3}\hat{x}\ ,\ x_2=\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{2}{3}\hat{x}$ ד. רדיוס: $R=\frac{3}{4}a$, מרכז: $\left(-\frac{5}{4}a,0,0\right)$

ה. איפוס השדה: $x_2=-3.73a$, הפוטנציאל בנקודה זו: $0.27\frac{kq}{a}$

ו. ראו סרטון.

5) א. $\frac{kQ}{R}$ ב. לא

6) א. $[D]=[c]$ ב. $D=\frac{Q}{2\pi\ln\frac{b}{a}}$ ג. $\varphi=\frac{kQ}{\ln\frac{b}{a}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

ד. $\frac{kQ}{a}$

7) $\varphi_1=2\pi k\lambda_1+\frac{2\pi k\lambda_2 R}{\sqrt{R^2+d^2}}\ ,\ \varphi_2=2\pi k\lambda_2+\frac{2\pi k\lambda_1 R}{\sqrt{R^2+\left(-d^2\right)}}$

8) א. 0 ב. $\varphi=\frac{k\lambda_0}{L}\left(-L+x\ln\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{x-\frac{L}{2}}\right)\right)$

9) $\frac{3}{8}F$

10) א. $q_2'=\frac{R_2\left(Q_1+Q_2\right)}{R_1+R_2}$ ב. אם $\frac{Q_1}{Q_2}>\frac{R_1}{R_2}$ אז המטען עבר משמאל לימין,

אם $\frac{Q_1}{Q_2}<\frac{R_1}{R_2}$ אז עבר מימין לשמאל.

11) $\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(r^2-R^2\right) & r\le R\\ -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} & r\ge R\end{cases}$

12 א. $\vec{E}_O=\frac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}$, $\vec{E}_A=\frac{5\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}$, $\vec{E}_B=\frac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{x}$, $\vec{E}_C=\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

ב. $\frac{3\rho d}{8\varepsilon_0}$ ג. i. למעלה. ii. $V=\sqrt{\frac{2q\rho d^2}{3\varepsilon_0 m}}$

13 א.
$$\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \frac{kQ_1}{r^2}\hat{r} & R_1<r<R_2\\ \frac{k}{r^2}\left(Q_1+Q_2\left(\frac{r^3-R_2^3}{R_3^3-R_2^3}\right)\right)\hat{r} & R_2<r<R_3\\ \frac{k(Q_1+Q_2)}{r^2}\hat{r} & R_3<r\end{cases}$$

ב.
$$\varphi(r)=\begin{cases}C_1 & r<R_1\\ \frac{kQ_1}{r}+C_2 & R_1<r<R_2\\ \frac{kQ_1}{r}-\frac{kQ_2r^2}{2(R_3^3-R_2^3)}-\frac{kQ_2R_2^3}{(R_3^3-R_2^3)r}+C_3 & R_2<r<R_3\\ \frac{k(Q_1+Q_2)}{r}+C_4 & R_3<r\end{cases}$$

14 א. $\lambda=\frac{Q}{\pi R}$ ב. $\vec{E}=\frac{2K\lambda}{R}\hat{y}+2K\lambda\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{l+R}\right)\hat{x}$

ג. $\varphi=K\lambda\pi$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 9 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

1. מציאת התפלגות מטען 81

מציאת התפלגות מטען:

רקע:

<u>צפיפות נפחית</u>:

$$\rho = \varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של חוק גאוס)

<u>צפיפות משטחית</u>:

$$\sigma = \varepsilon_0 \Delta E_\perp$$

<u>מטען נקודתי</u>: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2}\hat{r}$ (בקורדינטות **כדוריות**) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{\mathrm{k}}$.

<u>צפיפות מטען אורכית</u>: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r}\hat{r}$ (בקורדינטות **גליליות**) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\varepsilon_0\alpha$.

<u>מציאת שדה מהפוטנציאל</u>:

$$\vec{\mathrm{E}} = -\vec{\nabla}\varphi$$

(הנוסחה הופיעה גם בפרק של פוטנציאל)

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
grad $\vec{\nabla} f$	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{rsin\varphi}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{z}$
div $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial (rF_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\,sin\,\varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r\,sin\,\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(A_\varphi \sin\varphi)$
Rot/curl $\vec{\nabla} \times \vec{F}$	$\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\hat{z}$	$\frac{1}{r\,sin\,\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(F_\theta\, sin\,\varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta}\right)\hat{r} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{sin\,\theta}\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$

(הטבלה הופיע גם בפרק המבוא המתמטי)

שאלות:

1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r)=\begin{cases}Ar^2, & r<a\\ B\,ln(r)+C, & a<r<b\\ D\,ln(r), & b<r\end{cases}$$

A , B , C , D נתונים.

א. מצאו קשר בין הקבועים.

ב. מצאו את התפלגות המטען במרחב.

ג. כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c>b$. מצאו את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע"י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E}=\frac{C}{r}\left(\hat{r}+\cos\theta\,\hat{\theta}+\sin\theta\cos\varphi\hat{\varphi}\right)$$

א. מצאו את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצאו את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצאו שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

3) התפלגות בכדוריות

השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$:\vec{E}(r)=\begin{cases}-\frac{72\pi\cdot10^5\left(N\cdot\frac{m}{C}\right)}{r}\hat{r}, & r<1\\ -\frac{144\pi\cdot10^5\left(N\cdot\frac{m^2}{C}\right)}{r^2}\hat{r}, & r>1\end{cases}$$

הקואורדינטות כדוריות.

מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) א. $\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\varepsilon_0 c}{r^2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}+\frac{\sin\theta\cos 2\varphi}{\sin\varphi}\right)$ ב. $4\pi\varepsilon_0 cR$ ג. $4\pi\varepsilon_0 cR$.

3) $\rho(r)=\begin{cases}-\dfrac{2\cdot 10^{-4}\left(\frac{c}{m}\right)}{r^2} & r<1\\ 0 & 1<r\end{cases}$, $\sigma(r=1)=-2\cdot 10^{-4}\frac{c}{m^2}$.

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 10 - אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

תוכן העניינים

1. הרצאה 84
2. תרגילים 85

הרצאה:

רקע:

$$U = \Sigma \frac{1}{2}\varphi_i q_i = \int \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \, dv$$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.
- בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית.

$\mu_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית .

שאלות:

1) הסבר נוסחאות ודוגמה

מצא את האנרגיה הדרושה לבניית קליפה כדורית בעלת רדיוס R וצפיפות מטען משטחית σ.

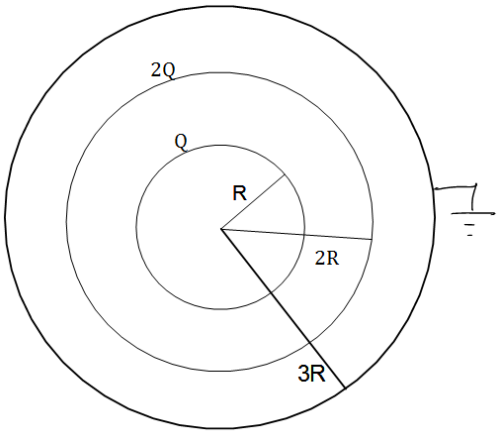
תשובות סופיות:

1) $U = \frac{1}{2}\frac{KQ^2}{R}$

תרגילים:

שאלות:

1) אנרגיה של מערכת שלוש קליפות



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפלג בצורה אחידה. הקליפה מוקפת קליפה נוספת ברדיוס 2R הטעונה במטען 2Q.
שתי הקליפות מוקפות בקליפה שלישית מוליכה ומוארקת ברדיוס 3R.
מצא את האנרגיה הדרושה לבניית המערכת.

2) שתי טיפות מים כדוריות וזהות בעלות רדיוס R טעונות כל אחת במטען Q המפולג באופן אחיד על פניהן. מחברים את הטיפות ויוצרים טיפה אחת חדשה וגדולה שגם בה המטען מפולג באופן אחיד על השפה.

א. מהי האנרגיה העצמית של הטיפות לפני שהתחברו?

ב. מהי האנרגיה העצמית של הטיפה החדשה?

ג. מהי האנרגיה העצמית של מערכת שתי הטיפות בדיוק לפני ההתחברות (כלומר, הטיפות כמעט נוגעות אחת בשניה)?
הנח שהתפלגות המטען על כל טיפה עדיין אחידה.

ד. מהו היחס בין האנרגיה שחישבת בסעיף ב' לסעיף ג'?

תשובות סופיות:

1) $\frac{KQ^2}{R}$

2) א. $\frac{KQ^2}{R}$ ב. $\frac{2KQ^2}{\sqrt[3]{2}R}$ ג. $\frac{3}{2}\frac{KQ^2}{R}$ ד. ≈ 1.058

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 11 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 86
2. תרגול נוסף 89

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.

כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$ או $\vec{E}_{free}$ - השדה החיצוני

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ε_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.

$$\varepsilon_r > 1$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

σ_i - צפיפות מטען מושרית /קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \varepsilon_0 \Delta E_{0_\perp}$$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \varepsilon_0 \Delta E_\perp$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$$\vec{p} = \int \vec{P}\,\mathrm{d}V$$

על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר:

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים:

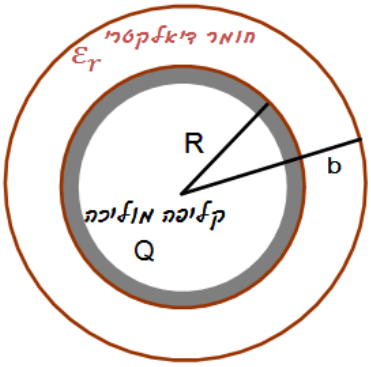
$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}_0$$

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה



קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

תשובות סופיות:

1) השדה במרחב:

$$\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}r^2}\hat{r} & \mathrm{R}<r<\mathrm{b}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{r^2} & \mathrm{b}<r\end{cases}$$

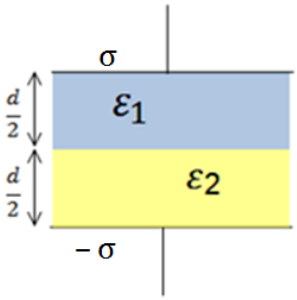
התפלגות המטען המושרית:

$$\sigma_i(\mathrm{b})=\varepsilon_0\left(\frac{\mathrm{kQ}}{\mathrm{b}^2}-\frac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mathrm{b}^2}\right),\ \sigma_i(\mathrm{R})=\frac{\varepsilon_0\mathrm{kQ}}{\mathrm{R}^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}-1\right)$$

תרגול נוסף:

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



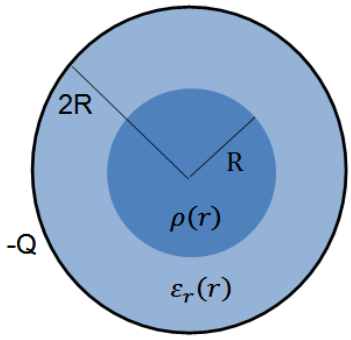
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם,
הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון σ − .
בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור.
נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ε_1 ו- ε_2 .

א. מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
ב. מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין לוחות .
ג. מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
ד. מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
ה. מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
ו. מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ε_r .
בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ.
מצאו את השדה בכל המרחק. (רמז: מצאו קודם כל את D).

3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה
השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R.
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\varepsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס 2R הטעונה במטען כולל $-\vec{E}Q$.

א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?

ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים R, 3R ובאורך $L >> 3R$. ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטרים.

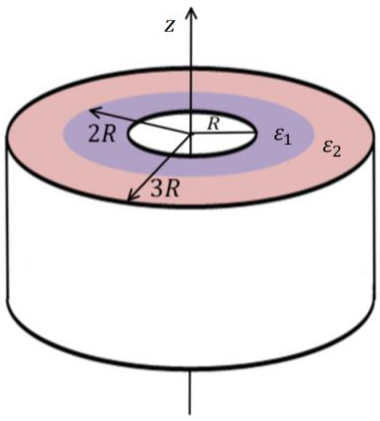
חומר בעל מקדם ε_1 ממלא את התווך בין R ל- 2R וחומר בעל מקדם ε_2 את התווך בין 2R ל- 3R . טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.

א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?

ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?

ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.

ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל?
חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{D}=\sigma\hat{z}$

ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_1} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_2} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$

ג. $\vec{p}=\begin{cases}\left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_1}\right)\hat{z} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_2}\right)\hat{z} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$

ד. $V=-\dfrac{d}{2}\sigma\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\right)$

ה. $\sigma_b(z=0)=\sigma\left(\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)$, $\sigma_b\left(z=\dfrac{d}{2}\right)=\varepsilon_0\sigma\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2}-\dfrac{1}{\varepsilon_1}\right)$, $\sigma_b(z=d)=\sigma\left(1-\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}\right)$

ו. $E_T=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_1}\hat{z}$

2) $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r>R\end{cases}$

3) א. $\vec{D}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4r}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2}\hat{r} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2}\hat{r} & 2R<r<\infty\end{cases}$

ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 R^3\hat{r}}{4r^2\varepsilon_0\left(\dfrac{r}{R}\right)} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} & 2R<r\end{cases}$

ג. $\rho_b=\dfrac{-\rho_0 R^2}{4r^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2}$, $\sigma_b(r=R)=\dfrac{-\rho_0 R}{8}$, $\sigma_b(r=2R)=\dfrac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}$

ד. 0

4) א. $u=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{(2\pi rL)^2}\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon_1} & R<r<2R\\ \dfrac{1}{\varepsilon_2} & 2R<r<3R\end{cases}$

ב. $U=\dfrac{Q^2}{4\pi L}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}\right)$

ג. $C=\dfrac{2\pi L}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}}$

ד. $c_1=\dfrac{2\pi L\varepsilon_1}{\ln 2}$, $c_2=\dfrac{2\pi L\varepsilon_2}{\ln\dfrac{3}{2}}$.

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 12 - מעגלי זרם ישר

תוכן העניינים

1. מעגלי זרם ישר בסיסיים 92
2. שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים 97

מעגלי זרם ישר בסיסיים:

רקע:

המעגל החשמלי מורכב מרכיבים חשמליים ומחוטים מוליכים.

הסוללה (או מקור המתח) מספקים רק את המתח או הכוח להניע את המטענים ולא את המטענים עצמם. אלו כבר נמצאים בחוטים המוליכים וברכיבים.

חוט אידיאלי - אינו מפריע לתנועת המטענים , ללא התנגדות.
הפוטנציאל לאורך החוט אחיד.

תנועת המטענים במעגל נקראת זרם. בשביל שיזרום זרם קבוע חייבים מעגל סגור.

זרם:

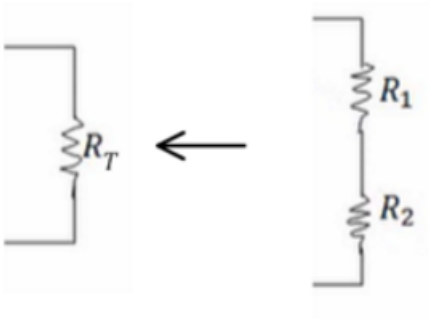
כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$V = IR$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:



$$R_T = R_1 + R_2$$

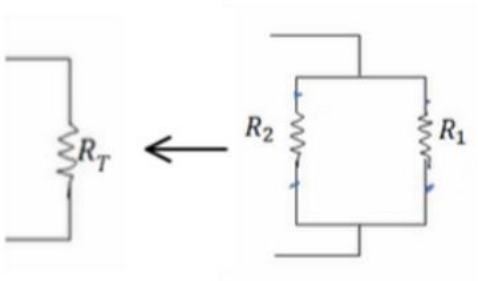
כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הן המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
$$I_T = I_1 + I_2$$
$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

בטור: $R_T = \Sigma R_i \ , \ V_T = \Sigma V_i \ , \ I_T = I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \Sigma \frac{1}{R_i} \ , \ I_T = \Sigma I_i \ , \ V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

ההספק בנגד:

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

($P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי , שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד).

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$$V = \varepsilon - Ir$$

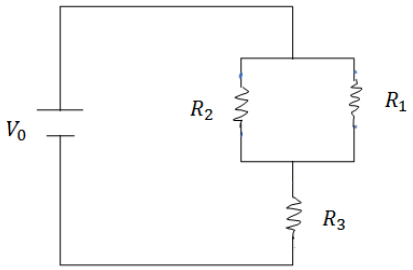
V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ε - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

שאלות:

1) שנים במקביל אחד בטור



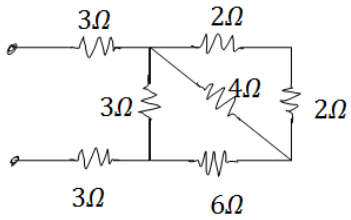
במעגל הבא נתונים ההתנגדות של כל נגד ומתח המקור: $R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 5\Omega, V_0 = 31V$.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל.

ב. מצא את הזרם העובר בסוללה.

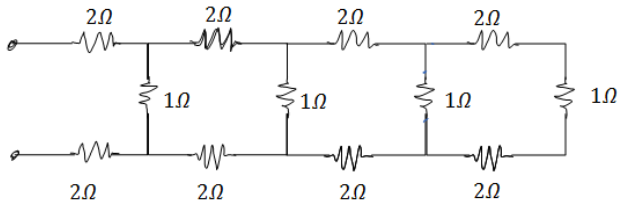
חשב את הזרם והמתח על כל אחד מהנגדים.

2) מרובע עם אלכסון



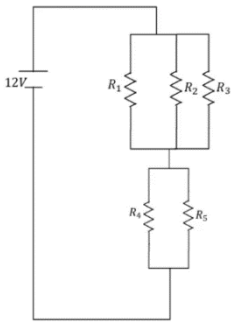
חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל הבא בין שני ההדקים.

3) 4 חוליות



מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל בין שני ההדקים.

4) חישוב הספק מעגל



נתון המעגל הבא: $R_3 = R_2 = R_1 = 6\Omega, \quad R_5 = R_4 = 8\Omega$.

א. מצאו את הזרם במעגל והזרם בכל נגד.

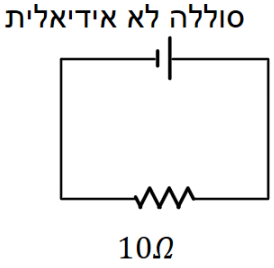
ב. חשבו את הספק המעגל והראו כי הוא שווה להספק הסוללה.

ג. מוסיפים נגד כלשהו המחובר בטור לסוללה.
האם ההספק של המעגל יקטן, יגדל או לא ישתנה?

5) התנגדות של נורה

מצאו את ההתנגדות של נורה בעלת הספק של 60w במתח של 220V

6) סוללה לא אידיאלית דוגמה 1



המעגל הבא מורכב מסוללה לא אידיאלית המחוברת לנגד של 10 אוהם. ההתנגדות הפנימית של הסוללה היא 1 אוהם. במעגל זורם זרם של 2 אמפר.

א. מהו הכא"מ של הסוללה?

ב. מהו מתח ההדקים שמספקת הסוללה במעגל?

7) סוללה לא אידיאלית דוגמה 2

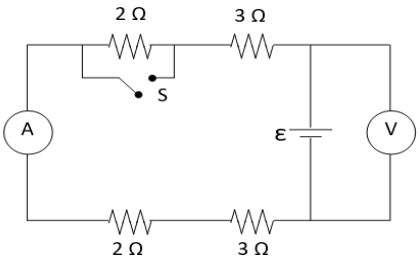
מחברים סוללה לא אידיאלית לנגד של 10 אוהם ומודדים את הזרם במעגל.
המדידה מראה כי הזרם הוא 2 אמפר. לאחר מכן מנתקים את הסוללה מהנגד ומחברים אותה לנגד של 6 אוהם.
מודדים שוב את הזרם במעגל ורואים כי הזרם השתנה ל-3 אמפר.

א. מצא את הכא"מ וההתנגדות הפנימית של הסוללה.

ב. מצא את מתח ההדקים של הסוללה בכל אחד מהחיבורים.

8) מעגל עם סוללה לא אידיאלית

המעגל שבתרשים מכיל ארבעה נגדים, מד מתח ומד זרם אידיאלים, סוללה (לא אידיאלית) ומפסק.
קריאת האמפרמטר נרשמה פעמיים, כאשר המפסק פתוח וכאשר המפסק סגור.
אחת הקריאות הייתה 1.5A והאחרת הייתה 1.8A.



א. האם הזרם הגבוה יותר נמדד כאשר המפסק היה פתוח או כאשר הוא היה סגור? נמק/י!

ב. מה הוראת מד המתח בשני מצבי המפסק? פרט/י חישוביך!

ג. חשב/י את הכא"מ ואת ההתנגדות הפנימית של הסוללה

ד. מה היו מראים אותם שני מכשירי מדידה אילו היו מחברים את מד המתח במקום מד הזרם ולהפך? נמק!

9) שלושה נגדים

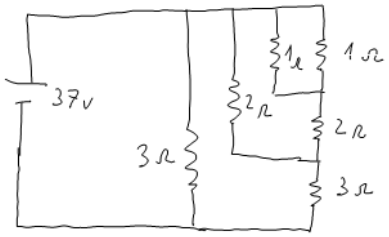
נתונים שלושה נגדים זהים עם התנגדות ידועה R.

א. מצא את כל האפשרויות השונות לחבר את הנגדים.

ב. מצא את ההתנגדות השקולה של כל אפשרות.

10) שניים של 1 שניים של 2 ושניים של 3

חשב את הזרם והמתח בכל נגד במעגל הבא:



תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{31}{5}\Omega$ ב. $I_1=3A\ ,\ I_2=2A\ ,\ V_{1,2}=3A\ ,\ I_2=2A$

2) $\frac{90}{11}$

3) $R_T=\frac{985}{204}$

4) א. $I_T=2A,\ I_1=I_2=I_3=\frac{2}{3}A,\ I_4=I_5=1A$ ב. 24w ג. יקטן.

5) 807Ω

6) א. $\varepsilon=22V$ ב. $V=20V$

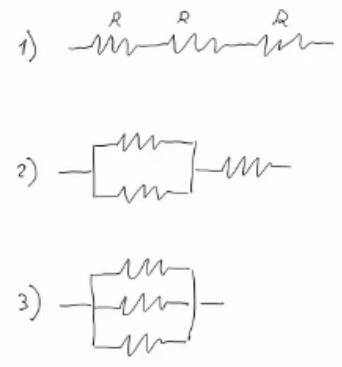
7) א. $r=21\Omega\ ,\ \varepsilon=24V$ ב. $V_1=20V\ ,\ V_2=18V$

8) א. ככל שההתנגדות השקולה נמוכה יותר, הזרם יהיה גבוה יותר.
לכן, הזרם הגבוה יהיה כאשר המפסק סגור.

ב. סגור: $V_{AB}=14.4V$, פתוח: $V_{AB}=15V$. ג. $r=2\Omega\ ,\ \varepsilon=18V$

ד. האמפרמטר: $I=9A$, הוולטמטר: $V=0$.

9) א.



ב. i. $3R$ ii. $\frac{3}{2}R$ iii. $\frac{R}{3}$

10) נגד 1- מתח: 2V זרם: 2A, נגד 2- מתח: 8V זרם: 4A,
נגד 3- מתח: 27V זרם: 9A.

שיטות מתקדמות לפתרון מעגלים:

רקע:

חוקי קירכהוף:

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל
- נרשום משוואות מתחים - סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל)
- נרשום משוואות זרמים - בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא
- נפתור את מערכת המשוואות

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות)
לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{aligned} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 &= 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 &= 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 &= 3 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה i בעמודת התשובות.
לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

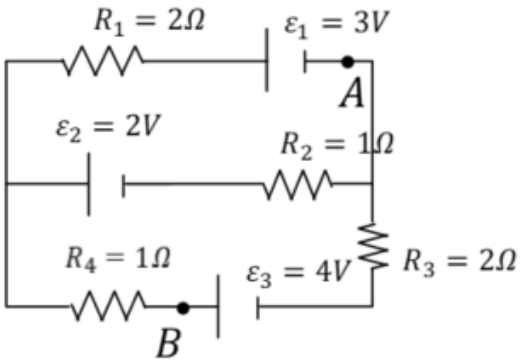
- נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל.
- נעשה משוואת מתחים לכל מעגל.
- נפתור את מערכת המשוואות

שאלות:

1) חוקי קירכהוף

א. חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.

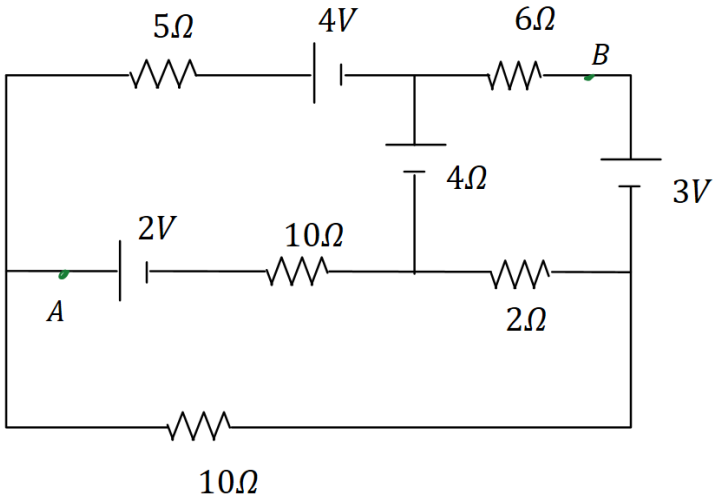
ב. מצאו את המתח V_{AB}.



2) תרגיל חוגים

א. חשבו את הזרם בכל נגד במעגל הבא.

ב. מצאו את המתח V_{AB}.



תשובות סופיות:

1) א. $I_1 = \frac{2}{11}A\ ,\ I_2 = \frac{7}{11}A\ ,\ I_3 = \frac{5}{11}A$ ב. $V_{AB} = \frac{34}{11}V$

2) א. $I_1 = -0.658\ A\ ,\ I_2 = 0.628\ A\ ,\ I_3 = -0.103\ A$

ב. $V_{AB} = -0.877\ V$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 13 - קבלים

תוכן העניינים

1. הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי 99
2. פריקה וטעינה של קבל (מעגלי RC) 109
3. תרגילים נוספים בקבלים 115
4. טור אינסופי של קבלים 124

הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי:

רקע:

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ε_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T=Q_1=Q_2$ ו- $V_T=V_1+V_2$

חיבור קבלים במקביל (<u>מתח זהה</u>):

$$C_T=C_1+C_2$$

כאשר $Q_T=Q_1+Q_2$ ו- $V_T=V_1=V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדר"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$$U_c=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s=\Delta qV_s=-2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

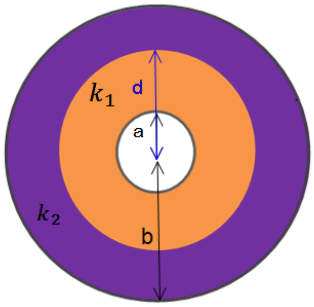
$$F = \left|\frac{dU_c}{dx}\right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

שאלות:

1) קבל גלילי

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות מוליכות באורך L ורדיוסים a , b .

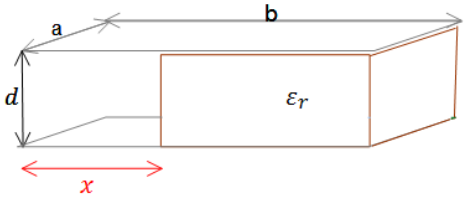


א. מצא את הקיבול של הקבל $L >> a , b$.

ב. כעת ממלאים את הקבל בחומר דיאלקטרי בעל קבוע משתנה.
k_1 כאשר $a < r < d$ ו-k_2 כאשר $d < r < b$.
מצא את הקיבול החדש.

ג. טוענים את הקבל במטען Q, מצא את התפלגות המטען במרחב (חופשי ומושרה).

2) דרך שניה לחשב קיבול וחיבור קבלים



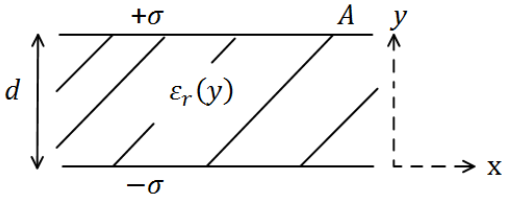
$d \ll a, b$

קבל לוחות מורכב משני לוחות מלבנים בעלי אורך b ורוחב a. המרחק בין הלוחות הוא d. לתוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי הממלא את כל החלל בין הלוחות עד למרחק x מקצה הלוחות. הקבוע הדיאלקטרי של החומר נתון ε_r.

א. מצא את הקיבול של הקבל כתלות ב-x.

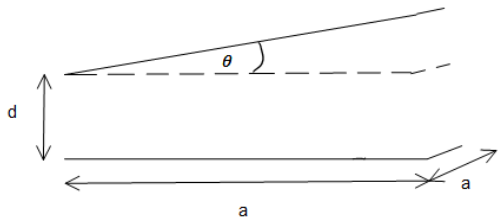
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מה תהיה התפלגות המטען החופשי על הלוחות? ומהי צפיפות המטען המושרה בחומר?

3) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי התלוי בגובה



קבל לוחות טעון בצפיפות מטען $\pm\sigma$.
שטח הלוחות הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d. בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק בין הלוחות: $\varepsilon_r(y) = 1 + \left(\frac{y}{d}\right)^2$,
כאשר הלוח התחתון נמצא ב-$y = 0$.
מצא את הקיבול של הקבל.

4) קבל לוחות בזווית

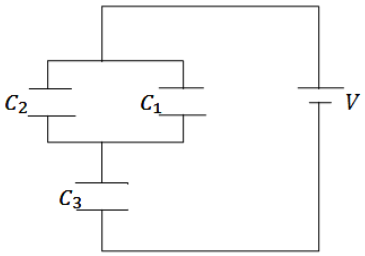


נתון קבל לוחות בעל שטח A ומטען Q.
אורך כל צלע בלוחות הקבל הינה a.
עקב טעות בייצור נוצרה זווית θ קטנה מאוד בין הלוחות.

א. חשב את קיבולו של הקבל כפונקציה של θ.

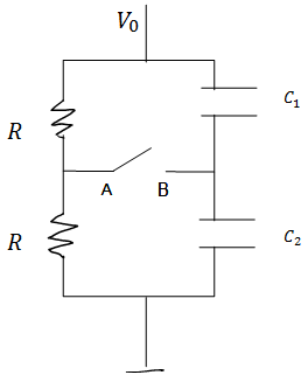
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מצא את התפלגות המטען המשטחית על לוחות הקבל.

5) שלושה קבלים



במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.

6) קבלים עם מפסק

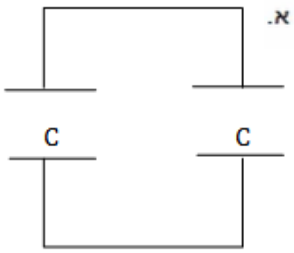


במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

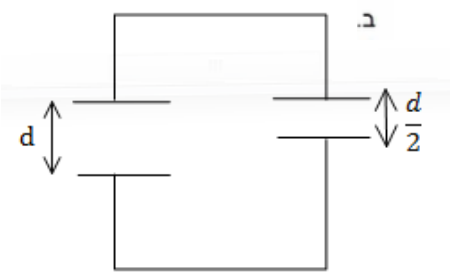
ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

7) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני



טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

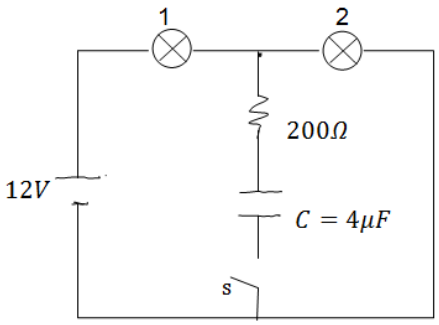


כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

8) שתי נורות

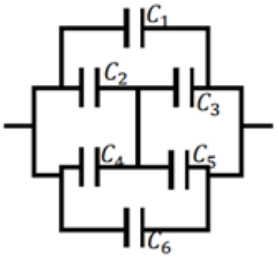


במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

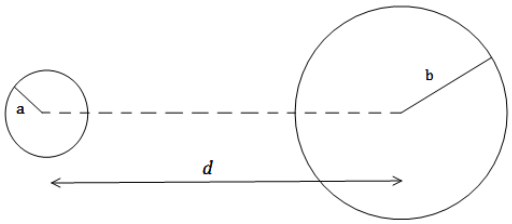
ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

9) חיבור קונפיגורציית קבלים



נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

10) שני כדורים מרוחקים



שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים ונתונים a , b טעונים במטענים שווים ומנוגדים q+ , q-.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

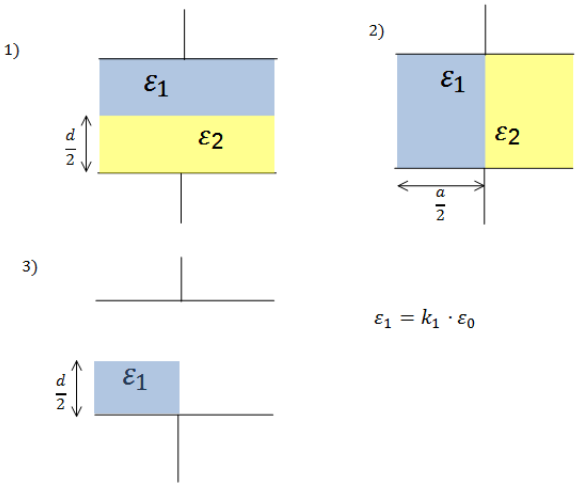
א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?

ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.

ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

11) חומרים דיאלקטרים בתוך קבל

נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס רק חומר אחד, החומרים ממלאים את כל הצלע שנכנסת ללוח).



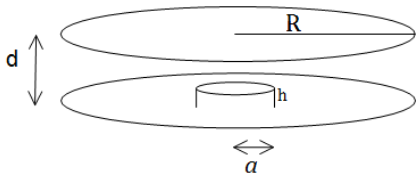
א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?

ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

12) קבל לוחות עם בליטה

במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל ברדיוס a ($a \gg d$) ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.



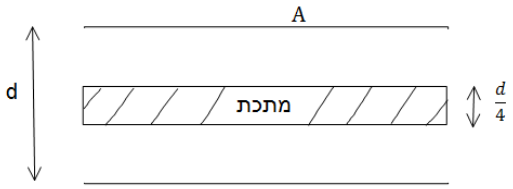
א. מצא את הקיבול של הקבל.

ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.

ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

13) קבל עם פיסת מתכת

קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, ($d \ll \sqrt{A}$).



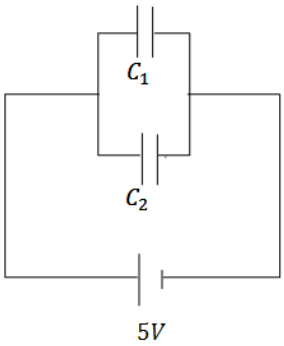
א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.
חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.
חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

14) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי

במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא 5V.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור
ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש
לאחר שהמערכת מתייצבת.



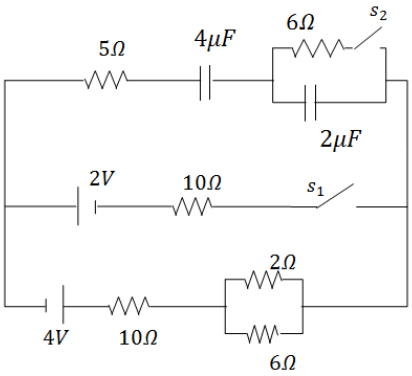
15) מעגל עם קבלים

חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל
קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:

א. s_1 פתוח ו-s_2 סגור.

ב. s_2 פתוח ו-s_1 סגור.

ג. שני המפסקים סגורים.



תשובות סופיות:

1) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $C=\frac{Q}{V}$ ג. $\sigma_i=\frac{Q}{2\pi bc}\left(1-\frac{1}{k_2}\right)$

2) א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a}{d}\left(x+\varepsilon_r\left(b-x\right)\right)$

ב. $q_1=\frac{\varepsilon_0 axV_0}{d}$, $q_2=\frac{\varepsilon_0 a\left(b-x\right)V_0\varepsilon_r}{d}E$, $\sigma_1=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_2=\frac{\varepsilon_0 V_0\varepsilon_r}{d}$

3) $\frac{\pi d}{4\varepsilon_0 A}$

4) א. $\frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\ln\left(1+\frac{a}{b}\theta\right)$ ב. $\sigma_{(x)}=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d+xty\theta}$

5) $q_1=3\mu C$, $q_2=4.5\mu C$, $q_3=7.5\mu C$

6) א. $V_{AB}=\frac{V_0}{2}-\frac{V_0 C_2}{C_1+C_2}$ ב. $\Delta q=\frac{V_0}{2}\left(C_2-C_1\right)$

7) א. $U_T=2U_1=CV_0^2$ ב. $V'=\frac{2}{3}V_0$, $U'_T=\frac{2}{3}CV_0^2$

8) א. נורה 1: $R_1=200\Omega$, $V_1=5.34V$, $P_1=0.143W$

נורה 2: $R_2=250\Omega$, $V_2=6.68V$, $P_2=0.178W$

ב. $V_0=V_2=6.68V$

9) $C_T=C_1+C_6+C_{2345}$

10) א. $\vec{E}=\left(\frac{kq}{x^2}+\frac{kq}{\left(d-x\right)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi\approx kq\left(\frac{2}{d}-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה.

11) מצב 1:

א. $C_T=\frac{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)a^2}{2d}$ ב. $E_1=E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{free_1}=\frac{\varepsilon_1}{d}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{V}{d}$, $\sigma_{free_2}=\frac{\varepsilon_2}{d}V$, $\sigma_{i_2}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{V}{d}$

מצב 2:

א. $C_T=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2\cdot 2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $E_2=\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1}=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2}=\frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $\sigma_{i_2}=-\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3}=0\ ,\ \sigma_{i_3}=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)2\varepsilon_0}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$

מצב 3 :

א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a^2}{a}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_0}+\frac{1}{2}\right)$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,E_2=\frac{2\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,E_3=\frac{V}{d}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}}=-\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i=\frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_T=\frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)\ ,\ \sigma_{free}=0$

12) א. $C_T=\varepsilon_0\pi\left(\frac{a^2}{d-h}+\frac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_1=\frac{V}{d-h}\ ,E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_1=\varepsilon_0\frac{V}{d-h}\ ,\ \sigma_2=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

13) א. $U=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}V^2\ ,\ E=\frac{V}{d}\ ,\ q=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

ב. $U=\frac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2\ ,\ E_1=E_2=\frac{4V}{3d}\ ,\ q_T=\frac{4\varepsilon_0 AV}{3d}$

ג. $U=\frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}\ ,\ E_1=E_2=\frac{V}{d}\ ,\ q_T=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

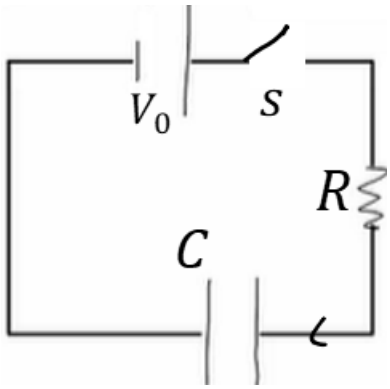
14) $q'_3=12.5\mu C\ ,\ V'_3=2.5V\ ,\ U=15.625J$

15) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{129}\mu C$ ג. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{43}\mu C$

פריקה וטעינה של קבל - מעגלי RC :

רקע:

מעגל טעינה :



- משוואת המתחים :

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

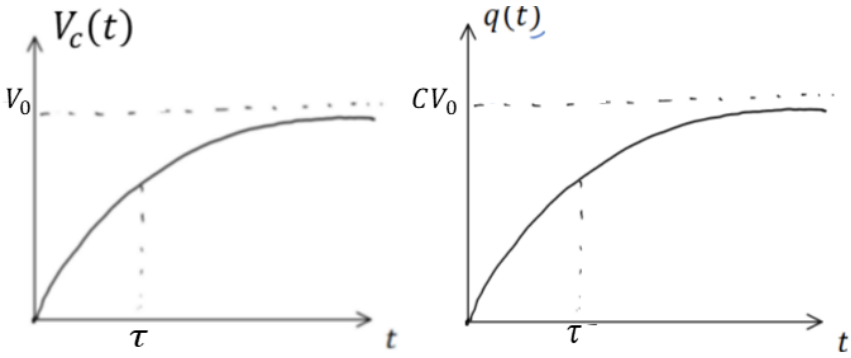
$$I = \frac{dq}{dt}$$

- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן :

$$q(t) = CV_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

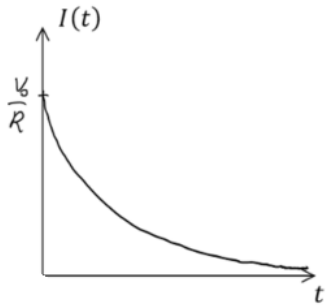
$$V_c(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



- הזרם כתלות בזמן:

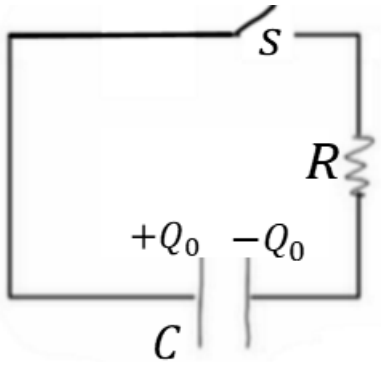
$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



בהתחלה $(t = 0)$ הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב $(t > 5\tau)$ הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:



- משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

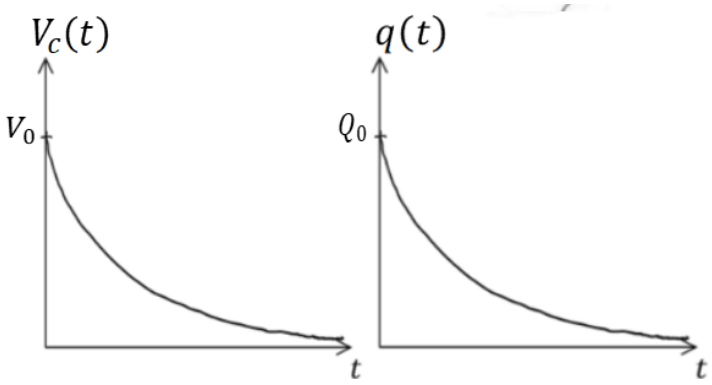
$$I = -\frac{dq}{dt}$$

- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן:

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

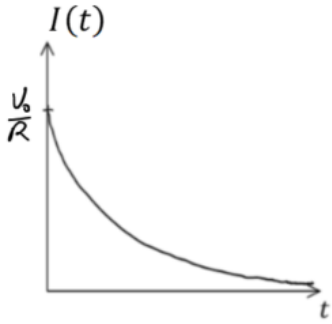
$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Q_0 = CV_0$$



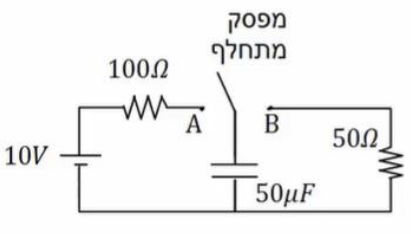
- הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



שאלות:

1) מתג מתחלף



במעגל הבא מחברים ב- $t=0$ את המפסק המתחלף לנקודה A. ב- $t=0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.

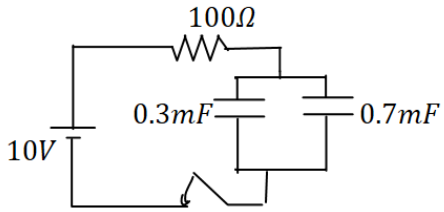
א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.

ב. מה המטען על הקבל ב- $t=0.02$.

ג. רשום שוב את הזרם כתלות בזמן.

ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

2) טעינה של שני קבלים

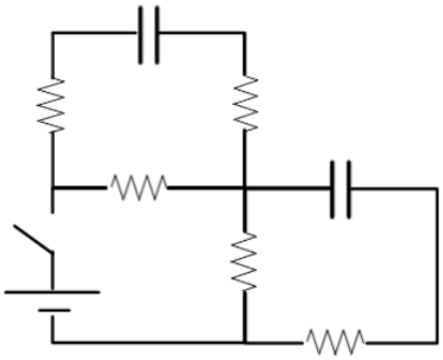


במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t=0$.

א. מהו הזמן האופייני במעגל?

ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל בזמנים: $t=0.2\sec$, $0.8\sec$.

3) קבלים בהתחלה ובסוף



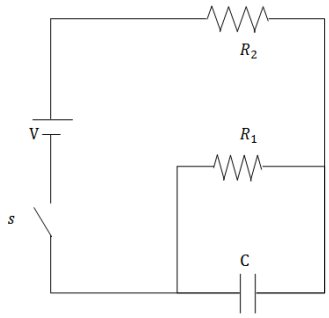
במעגל הבא הקיבול של הקבלים זהה ושווה ל-C התנגדות הנגדים זהה ושווה ל-R ומתח הסוללה הוא V.
הקבלים אינם טעונים כאשר המפסק פתוח.

א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג.

ב. מצאו את הזרם בסוללה והמתח על כל קבל לאחר זמן רב.

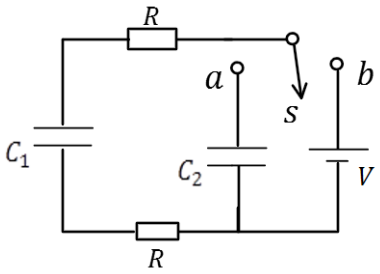
ג. מהו המטען על כל קבל לאחר זמן רב?

4) מטען על קבל במקביל לפי הזמן



במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t=0$
כאשר הקבל אינו טעון.
מצא את המטען על הקבל והזרם בכל נגד כפונקציה של הזמן.
נתון: V, R_1, R_2, C.

5) פריקה בין שני קבלים



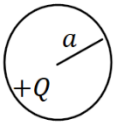
במעגל הבא הקבל C_1 טעון במטען Q_0 לפני סגירת המתג s לנקודה a.

א. רשום את המשוואה ממנה ניתן לקבל את המטען על הקבל C_1 כתלות בזמן.

ב. פתור את המשוואה ומצא את המטען על כל קבל כתלות בזמן.

ג. מהם הזרמים בשני הנגדים כתלות בזמן?

6) קבל של שני כדורים



שני כדורים בעלי רדיוסים a ו- b מרוחקים מאוד זה מזה.
טוענים את הכדורים במטענים $+Q$ ו- $-Q$ בהתאמה.



א. חשב את האנרגיה האלקטרוסטטית הכוללת של המערכת.

ב. חשב את הקיבול של המערכת דרך התוצאה שקיבלת עבור האנרגיה.

ג. אם מחברים את הכדורים בחוט ארוך מאוד עם התנגדות כוללת R, מה זמן הפריקה האופייני של המערכת?

תשובות סופיות:

1) א. $V_C(t)=\begin{cases}10\left(1-e^{-\frac{t}{0.05}}\right) & 0<t<0.01\\ 8.65\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$

ב. $q_0(t=0.02)\approx 7.92\cdot 10^{-6}\text{C}$

ג. $I(t)=\begin{cases}\frac{10}{100}\cdot e^{\frac{-t}{0.005}} & 0<t<0.01\\ \frac{8.65}{50}\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$ ד. ראה סרטון

2) א. 0.1sec ב. 0.8sec : $V_1=V_2=10\text{V}$, $q_1=3\cdot 10^{-3}\text{C}$, $q_2=7\cdot 10^{-3}\text{C}$

0.2sec : $V_1=V_2\approx 8.65\text{V}$, $q_1=2.6\cdot 10^{-3}\text{C}$, $q_2=6.01\cdot 10^{-3}\text{C}$

3) א. $\frac{6\text{V}}{7\text{R}}$ ב. זרם סוללה : $\frac{\text{V}}{2\text{R}}$, מתח קבלים : $\frac{\text{V}}{2}$.

ג. מטען קבלים : $\frac{\text{CV}}{2}$

4) $q(t)=\frac{VR_1\cdot C}{R_2+R_1}\left(1-e^{\frac{R_2+R_1}{R_1C\cdot R_2}t}\right)$

5) א. $\frac{C_1+C_2}{2RC_1C_2}\cdot q_1+q_1-\frac{Q_0}{2RC_2}=0$ ב. $q_1(t)=(\tau\cdot A-Q_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$,

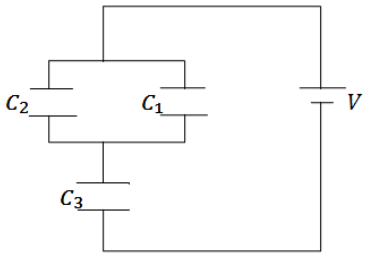
$q_2(t)=(-\tau\cdot A+Q_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ג. $I=\left(\frac{Q_0}{\tau}-A\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$

6) א. $U=\frac{KQ^2}{2}\left(\frac{b+a}{a\cdot b}\right)$ ב. $C=\frac{a\cdot b}{K(a+b)}$ ג. $\tau=RC=\frac{Rab}{K(a+b)}$

תרגילים נוספים בקבלים:

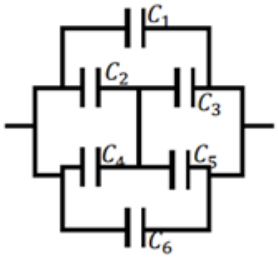
שאלות:

1) שלושה קבלים



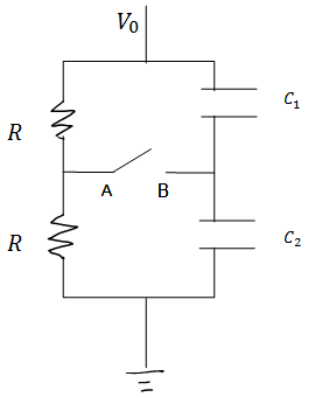
במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V=3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1=2\mu F, C_2=3\mu F, C_3=5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.

2) חיבור קונפיגורציית קבלים



נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

3) קבלים עם מפסק

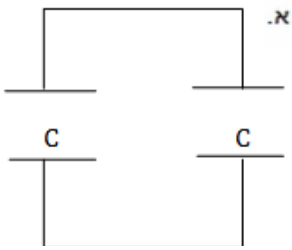


במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

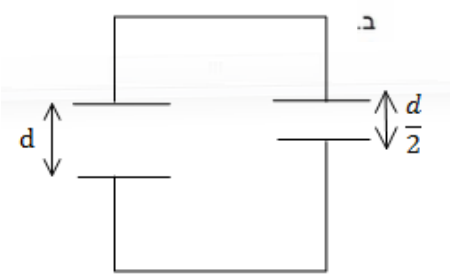
ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

4) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני



טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

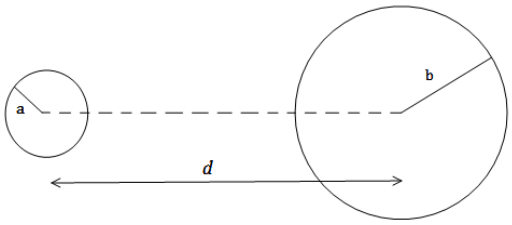


כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

5) שני כדורים מרוחקים



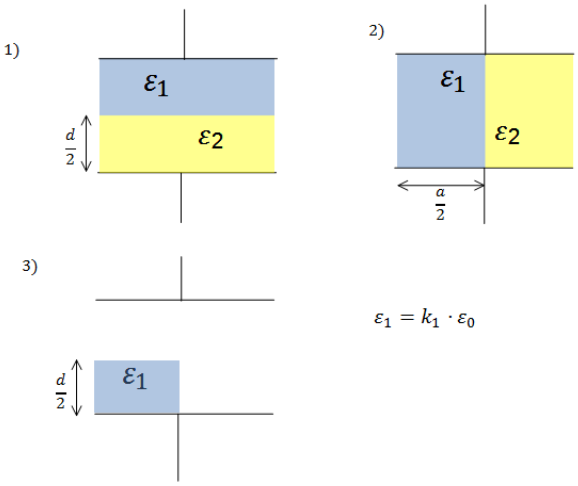
שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים ונתונים a , b טעונים במטענים שווים ומנוגדים q- , q+.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?

ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.

ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

6) חומרים דיאלקטרים בתוך קבל



נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס רק חומר אחד, החומרים ממלאים את כל הצלע שנכנסת ללוח).

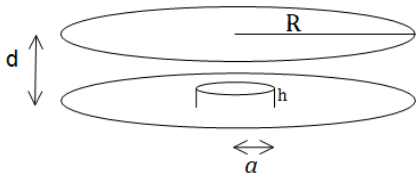
א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?

ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

7) קבל לוחות עם בליטה

במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל ברדיוס a ($a \ll d$) ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.

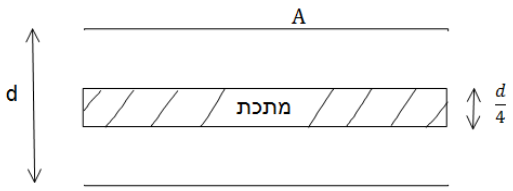


א. מצא את הקיבול של הקבל.

ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.

ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

8) קבל עם פיסת מתכת



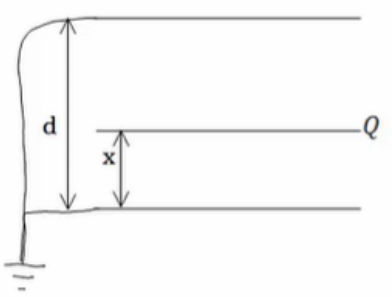
קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, ($d \ll \sqrt{A}$).

א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.
חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.
חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

9) שלושה לוחות



נתונה מערכת המורכבת משני לוחות מוארקים במרחק d. בין הלוחות, במרחק x מהלוח התחתון, מכניסים לוח נוסף זהה עם מטען Q.
שטח הלוחות הוא $A \gg d^2$.

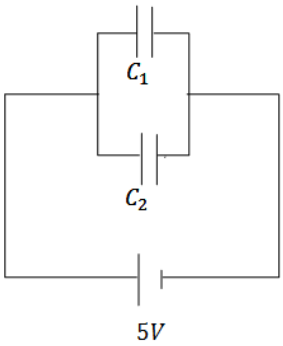
א. מצא את הקיבול של המערכת.

ב. מצא את המטען על כל לוח.

ג. מצא את האנרגיה של המערכת כפונקציה של x.

ד. מהו הכוח הפועל על הלוח?

10) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי



במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא 5V.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש לאחר שהמערכת מתייצבת.

11) קבל כדורי עם חומר דיאלקטרי מפוצל

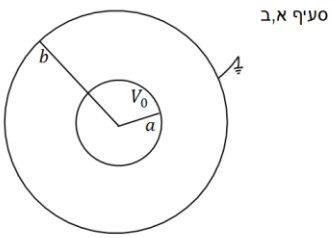
קבל כדורי מורכב משתי קליפות כדוריות מוליכות דקות ברדיוסים a , b.
הקליפה הפנימית מוחזקת במתח V_0 והקליפה החיצונית מוארקת.

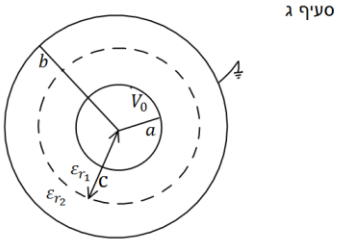
א. חשב את המטען על כל קליפה.

ב. חשב את הקיבול של הקבל.

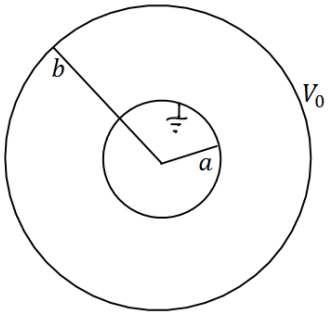
ממלאים את הקבל בשני חומרים דיאלקטריים.
חומר אחד בעל מקדם ε_{r_1} הממלא את החלל בין הרדיוסים a ל-c
וחומר שני בעל מקדם ε_{r_2} הממלא את החלל בין הרדיוסים c ל-b.

ג. חשב את הקיבול החדש.





12) קבל לא אידיאלי



קבל כדורי מורכב משתי קליפות כדוריות מוליכות
דקות ברדיוסים a , b.
הקליפה החיצונית מוחזקת במתח V_0 והקליפה הפנימית מוארקת.

א. חשב את המטען על כל קליפה, שים לב שיש שדה מחוץ לקבל!

ב. חשב את הקיבול של הקבל.

מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_r הממלא את החלל בין הרדיוסים a ל-b.

ג. חשב את הקיבול החדש וחשב את המטען החופשי על הקליפה המוארקת.

13) מרחיקים לוחות בקבל לוחות

קבל לוחות בעל אורך צלע $a = 2\ \text{c.m.}$ ומרחק בין הלוחות $d = 1\ \text{mm}$ נטען ע"י סוללה במתח 3V. לאחר שהקבל נטען במלואו מנתקים את הסוללה ומרחיקים את הלוחות למרחק $3d$.

א. מצא את הפרש הפוטנציאל החדש על הקבל .

ב. מצא את האנרגיה ההתחלתית והסופית האגורה בקבל.

ג. מצא את העבודה הנדרשת ע״מ להרחיק את הלוחות ע״י הגדרת העבודה.

14) מושכים לוח מקבל גלילי

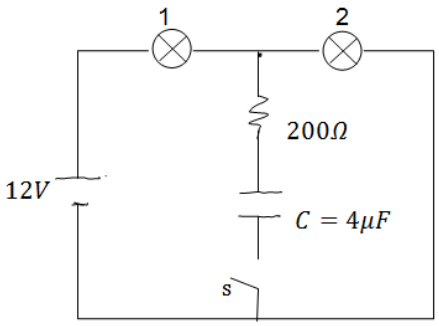
קבל גלילי עשוי משני קליפות גליליות באורך L ורדיוסים $a < b \ll L$.
נתון כי הגליל הפנימי טעון במטען Q והחיצוני ב- $-Q$.

א. מצא את הקיבול של הקבל.

ב. מושכים את הגליל הפנימי כלפי מעלה לאורך הציר המשותף כך שהוא בולט בשיעור $\Delta L \ll L$ בחלקו העליון.
מהו הכוח החשמלי הפועל על הגליל הפנימי? (ניתן להניח כי השדה החשמלי מתאפס באזורים בהם אין חפיפה בין הגלילים).

15) שתי נורות

במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

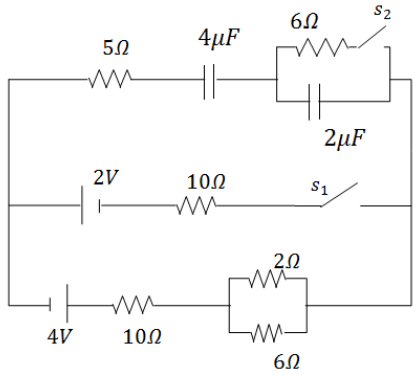


א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

16) מעגל עם קבלים

חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:



א. s_1 פתוח ו- s_2 סגור.

ב. s_2 פתוח ו- s_1 סגור.

ג. שני המפסקים סגורים.

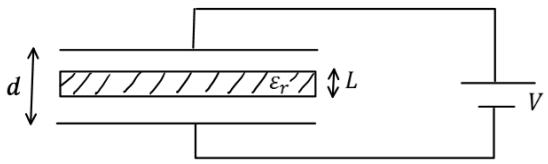
17) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי הממלא רק חלק מהקבל

קבל לוחות בנוי משני לוחות ריבועיים בעלי צלעות a המרוחקים מרחק d זה מזה.
בין לוחות הקבל הוכנס חומר דיאלקטרי בעובי $L < d$ ומקדם דיאלקטרי ε_r.
מחברים את הקבל למקור מתח V.

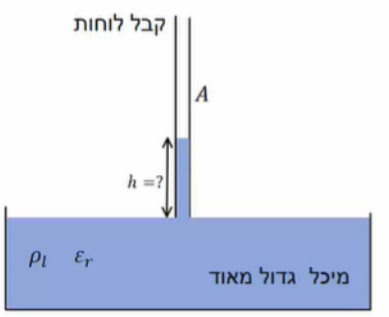
א. מהו השדה החשמלי באזור ללא החומר הדיאלקטרי?

ב. מהו השדה החשמלי בתוך החומר הדיאלקטרי?

ג. מהו המטען המושרה על השפה של החומר הדיאלקטרי?



18) גובה נוזל בתוך קבל



קבל לוחות ריבועיים מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d.
מחזיקים את הקבל כך שקצהו טבול במיכל גדול מאוד המכיל נוזל בעל מקדם דיאלקטרי ε_r וצפיפות מסה ליחידת נפח ρ_l.
המטרה היא למצא עד איזה גובה עולה הנוזל בקבל.

א. הנח שהגובה ידוע ומצא את האנרגיה כובדית של המים והאנרגיה הפוטנציאלית של הקבל.

ב. מצא מה השינוי באנרגיה של הסוללה ע"י חישוב העבודה שביצעה הסוללה (התייחס לגובה כנתון עדיין).

ג. מצא באיזה גובה המערכת תתייצב? השתמש בשיקול שמערכת שואפת להתייצב במינימום של האנרגיה שלה.

19) קבל לוחות עם חומר לא אחיד

בקבל לוחות שטח הלוחות הוא A והמרחק ביניהם הוא d.
בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק בין הלוחות $\varepsilon_r(y) = \frac{2d}{y+d}$ כאשר הלוח התחתון נמצא ב- $y = 0$.
הקבל מחובר למקור מתח V.

א. מצאו את הקיבול של הקבל.

ב. חשבו את צפיפות המטען על לוחות הקבל.

ג. חשבו את השדה החשמלי בין לוחות הקבל, גודל וכיוון.

ד. מהי האנרגיה האגורה בקבל.

תשובות סופיות:

1) $q_1=3\mu C\ ,\ q_2=4.5\mu C\ ,\ q_3=7.5\mu C$

2) $C_T=C_1+C_6+C_{2345}$

3) א. $V_{AB}=\frac{V_0}{2}-\frac{V_0C_2}{C_1+C_2}$ ב. $\Delta q=\frac{V_0}{2}\left(C_2-C_1\right)$

4) א. $U_T=2U_1=CV_0^2$ ב. $U'_T=\frac{2}{3}CV_0^2\ ,\ V'=\frac{2}{3}V_0$

ג. $\Delta U=\frac{1}{3}CV_0^2$, האנרגיה ירדה ועברה לכוח שהזיז את הלוחות.

5) א. $\vec{E}=\left(\frac{kq}{x^2}+\frac{kq}{\left(d-x\right)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi\approx kq\left(\frac{2}{d}-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה

6) מצב 1:

א. $C_T=\frac{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)a^2}{2d}$ ב. $E_1=E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{free_1}=\frac{\varepsilon_1}{d}V\ ,\ \sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{V}{d}\ ,\ \sigma_{free_2}=\frac{\varepsilon_2}{d}V\ ,\ \sigma_{i_2}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{V}{d}$

מצב 2:

א. $C_T=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2a^2\cdot2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V\ ,\ E_2=\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1}=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V\ ,\ \sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2}=\frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V\ ,\ \sigma_{i_2}=-\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3}=0\ ,\ \sigma_{i_3}=\frac{\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1\right)2\varepsilon_0}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}$

מצב 3:

א. $C_T=\frac{\varepsilon_0a^2}{a}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_0}+\frac{1}{2}\right)$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_0V}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_0\right)}\ ,\ E_2=\frac{2\varepsilon_1V}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_0\right)}\ ,\ E_3=\frac{V}{d}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1V}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_0\right)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}}=-\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_T = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)$, $\sigma_{free}=0$

7) א. $C_T = \varepsilon_0\pi\left(\frac{a^2}{d-h}+\frac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_1=\frac{V}{d-h}$, $E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_1=\varepsilon_0\frac{V}{d-h}$, $\sigma_2=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

8) א. $U=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}V^2$, $E=\frac{V}{d}$, $q=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

ב. $U=\frac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2$, $E_1=E_2=\frac{4V}{3d}$, $q_T=\frac{4\varepsilon_0 AV}{3d}$

ג. $U=\frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}$, $E_1=E_2=\frac{V}{d}$, $q_T=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

9) א. $C_T=\varepsilon_0 A\left(\frac{d}{x(d-x)}\right)$ ב. $q_1=Q\frac{d-x}{d}$, $q_2=Q\left(\frac{x}{d}\right)$

ג. $U(x)=\frac{Q^2\cdot x(d-x)}{2\varepsilon_0 Ad}$ ד. $\vec{F}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 Ad}(d-2x)$

10) $q'_3=12.5\mu C$, $V'_3=2.5V$, $U=15.625J$

11) א. $q_1=\frac{V_0}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$, $q_2=-q_1$ ב. $C=\frac{1}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

ג. $C=\frac{q}{\left|kq\left(\frac{1}{\varepsilon_{r_1}}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{r_2}}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\right)\right|}$

12) א. $q_1=\frac{V_0}{k\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$, $q_2=\frac{bV_0}{ak\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$ ב. $C_T=\frac{1}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}+\frac{b}{k}$

ג. $q_1=\frac{-\varepsilon_r}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}V_0$, $C_T=\frac{\varepsilon_r}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}+\frac{b}{k}$

13) א. $V'=9V$ ב. $U_{C_i}=15.93\cdot10^{-12}J$, $U_{C_p}=47.79\cdot10^{-12}J$

ג. $W=31.86\cdot10^{-12}J$

14) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $|F|=\frac{q^2\ln\frac{b}{a}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(L-x)^2}$

15) א. נורה 1: $R_1=200\Omega\ ,\ V_1=5.34V\ ,\ P_1=0.143W$

נורה 2: $R_2=250\Omega\ ,\ V_2=6.68V\ ,\ P_2=0.178W$

ב. $V_0=V_2=6.68V$

16) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{129}\mu C$ ג. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{43}\mu C$

17) א. $E_0=\frac{q}{\varepsilon_0 a^2}=\frac{V}{d-L\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)}$ ב. $E=\frac{V}{d\cdot\varepsilon_r-L(\varepsilon_r-1)}$

ג. $\sigma_T=\varepsilon_0\left(\frac{V}{\varepsilon_r d-L(\varepsilon_r-1)}-\frac{V}{d-L\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)}\right)$

18) א. $U_C=\frac{1}{2}C_{(h)}U^2$, $U_g=\rho_l adg\frac{1}{2}h^2$ ב. $\Delta U=-\Delta C_{(h)}V^2$

ג. $h=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)V^2}{2d^2\rho_l g}$

19) א. $\frac{4\varepsilon_0 A}{3d}$ ב. $\frac{4\varepsilon_0 V}{3d}$, חיובי ב- $y=d$ ושלילי ב- $y=0$.

ג. $\frac{2V(y+d)}{3d^2}$ ד. $\frac{2\varepsilon_0 AV^2}{3d}$

הגדרות, חישובי קיבול, אנרגיה והתנהגות במעגל חשמלי:

רקע:

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ε_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T=Q_1=Q_2$ ו- $V_T=V_1+V_2$

חיבור קבלים במקביל (<u>מתח זהה</u>):

$$C_T=C_1+C_2$$

כאשר $Q_T=Q_1+Q_2$ ו- $V_T=V_1=V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדר"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$$U_c=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s=\Delta qV_s=-2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

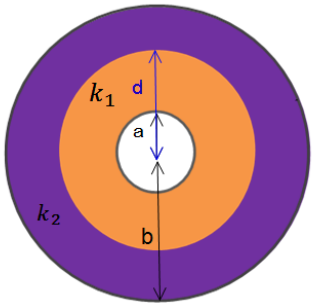
$$F = \left|\frac{dU_c}{dx}\right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

שאלות:

1) קבל גלילי

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות מוליכות באורך L ורדיוסים a , b .

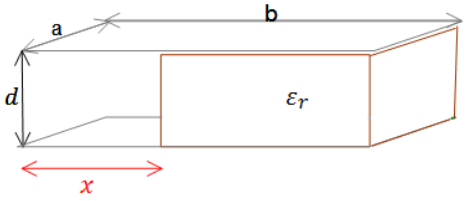


א. מצא את הקיבול של הקבל $L >> a , b$.

ב. כעת ממלאים את הקבל בחומר דיאלקטרי בעל קבוע משתנה.
k_1 כאשר $a < r < d$ ו-k_2 כאשר $d < r < b$.
מצא את הקיבול החדש.

ג. טוענים את הקבל במטען Q, מצא את התפלגות המטען במרחב (חופשי ומושרה).

2) דרך שניה לחשב קיבול וחיבור קבלים



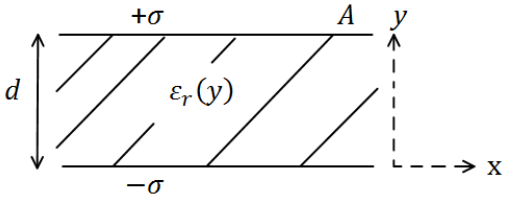
$d \ll a, b$

קבל לוחות מורכב משני לוחות מלבנים בעלי אורך b ורוחב a. המרחק בין הלוחות הוא d. לתוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי הממלא את כל החלל בין הלוחות עד למרחק x מקצה הלוחות. הקבוע הדיאלקטרי של החומר נתון ε_r.

א. מצא את הקיבול של הקבל כתלות ב-x.

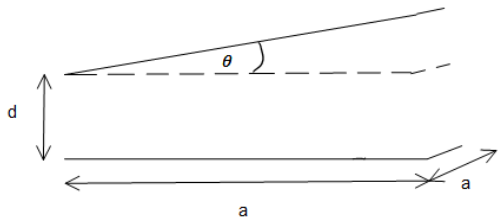
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מה תהיה התפלגות המטען החופשי על הלוחות? ומהי צפיפות המטען המושרה בחומר?

3) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי התלוי בגובה



קבל לוחות טעון בצפיפות מטען $\pm\sigma$.
שטח הלוחות הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d. בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק בין הלוחות: $\varepsilon_r(y) = 1 + \left(\frac{y}{d}\right)^2$,
כאשר הלוח התחתון נמצא ב-$y = 0$.
מצא את הקיבול של הקבל.

4) קבל לוחות בזווית

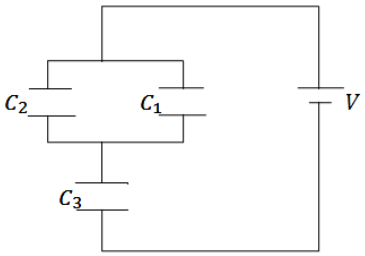


נתון קבל לוחות בעל שטח A ומטען Q.
אורך כל צלע בלוחות הקבל הינה a.
עקב טעות בייצור נוצרה זווית θ קטנה מאוד בין הלוחות.

א. חשב את קיבולו של הקבל כפונקציה של θ.

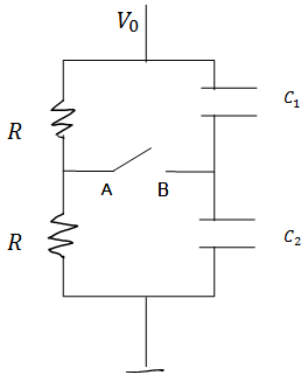
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מצא את התפלגות המטען המשטחית על לוחות הקבל.

5) שלושה קבלים



במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.

6) קבלים עם מפסק

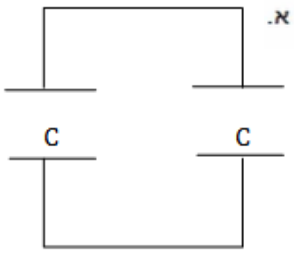


במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

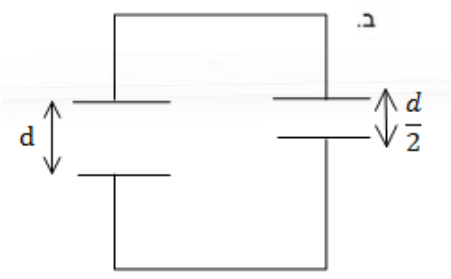
ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

7) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני



טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

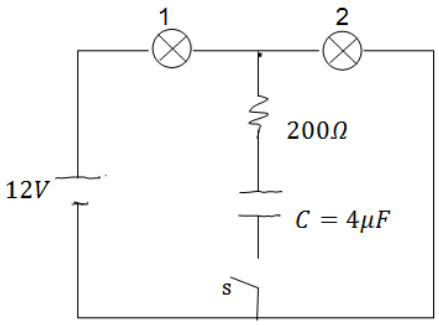


כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

8) שתי נורות

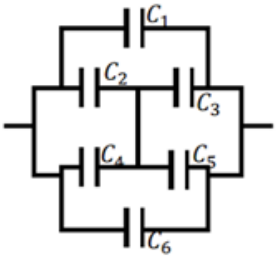


במעגל הבא הספק נורה מס׳ 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס׳ 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

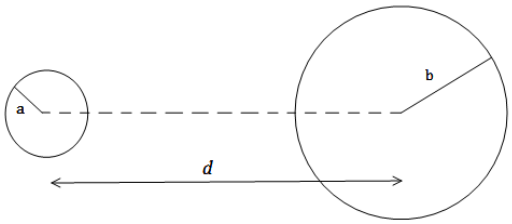
ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

9) חיבור קונפיגורציית קבלים



נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

10) שני כדורים מרוחקים



שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים ונתונים a , b טעונים במטענים שווים ומנוגדים q+ , q-.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

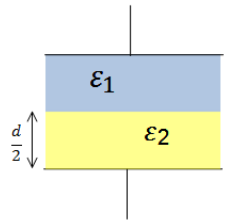
א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?

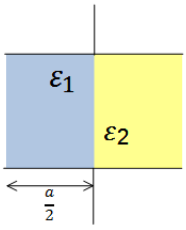
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.

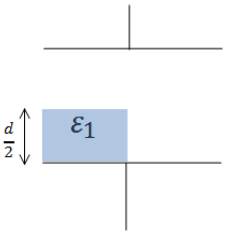
ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

11) חומרים דיאלקטריים בתוך קבל

נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס רק חומר אחד, החומרים ממלאים את כל הצלע שנכנסת ללוח).

1)


2)


3)


$\varepsilon_1 = k_1 \cdot \varepsilon_0$

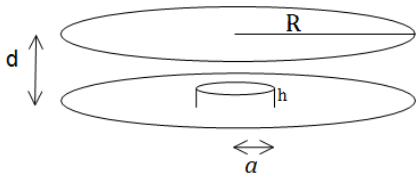
א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?

ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

12) קבל לוחות עם בליטה

במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל ברדיוס a ($a \gg d$) ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.



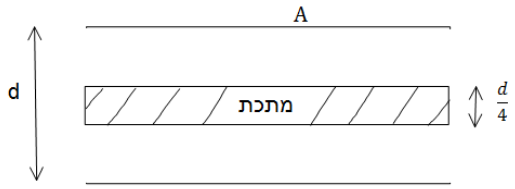
א. מצא את הקיבול של הקבל.

ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.

ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

13) קבל עם פיסת מתכת

קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, ($d \ll \sqrt{A}$).



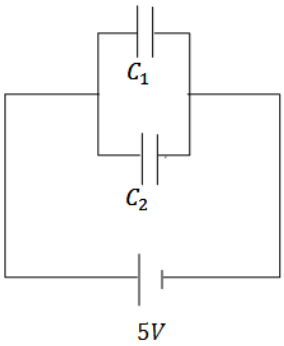
א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל.
חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה.
חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

14) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי

במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא 5V.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור
ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש
לאחר שהמערכת מתייצבת.



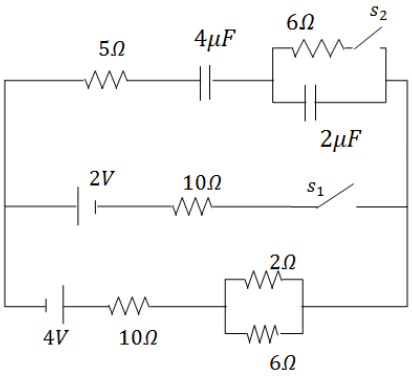
15) מעגל עם קבלים

חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל
קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא:

א. s_1 פתוח ו-s_2 סגור.

ב. s_2 פתוח ו-s_1 סגור.

ג. שני המפסקים סגורים.



תשובות סופיות:

1) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $C=\frac{Q}{V}$ ג. $\sigma_i=\frac{Q}{2\pi bc}\left(1-\frac{1}{k_2}\right)$

2) א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a}{d}\left(x+\varepsilon_r\left(b-x\right)\right)$

ב. $q_1=\frac{\varepsilon_0 axV_0}{d}$, $q_2=\frac{\varepsilon_0 a\left(b-x\right)V_0\varepsilon_r}{d}E$, $\sigma_1=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_2=\frac{\varepsilon_0 V_0\varepsilon_r}{d}$

3) $\frac{\pi d}{4\varepsilon_0 A}$

4) א. $\frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\ln\left(1+\frac{a}{b}\theta\right)$ ב. $\sigma_{(x)}=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d+xty\theta}$

5) $q_1=3\mu C$, $q_2=4.5\mu C$, $q_3=7.5\mu C$

6) א. $V_{AB}=\frac{V_0}{2}-\frac{V_0 C_2}{C_1+C_2}$ ב. $\Delta q=\frac{V_0}{2}\left(C_2-C_1\right)$

7) א. $U_T=2U_1=CV_0^2$ ב. $V'=\frac{2}{3}V_0$, $U'_T=\frac{2}{3}CV_0^2$

8) א. נורה 1: $R_1=200\Omega$, $V_1=5.34V$, $P_1=0.143W$

נורה 2: $R_2=250\Omega$, $V_2=6.68V$, $P_2=0.178W$

ב. $V_0=V_2=6.68V$

9) $C_T=C_1+C_6+C_{2345}$

10) א. $\vec{E}=\left(\frac{kq}{x^2}+\frac{kq}{\left(d-x\right)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi\approx kq\left(\frac{2}{d}-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה.

11) מצב 1:

א. $C_T=\frac{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)a^2}{2d}$ ב. $E_1=E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{free_1}=\frac{\varepsilon_1}{d}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{V}{d}$, $\sigma_{free_2}=\frac{\varepsilon_2}{d}V$, $\sigma_{i_2}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{V}{d}$

מצב 2:

א. $C_T=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2\cdot 2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $E_2=\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1}=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $\sigma_{i_1}=\left(\varepsilon_0-\varepsilon_1\right)\frac{2\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2}=\frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$, $\sigma_{i_2}=-\left(\varepsilon_0-\varepsilon_2\right)\frac{2\varepsilon_1}{d\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3}=0\ ,\ \sigma_{i_3}=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)2\varepsilon_0}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$

מצב 3 :

א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a^2}{a}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_0}+\frac{1}{2}\right)$ ב. $E_1=\frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,E_2=\frac{2\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}\ ,E_3=\frac{V}{d}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T=\sigma_{free}=\varepsilon_0\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}}=-\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i=\frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_T=\frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)\ ,\ \sigma_{free}=0$

12) א. $C_T=\varepsilon_0\pi\left(\frac{a^2}{d-h}+\frac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_1=\frac{V}{d-h}\ ,E_2=\frac{V}{d}$

ג. $\sigma_1=\varepsilon_0\frac{V}{d-h}\ ,\ \sigma_2=\varepsilon_0\frac{V}{d}$

13) א. $U=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}V^2\ ,\ E=\frac{V}{d}\ ,\ q=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

ב. $U=\frac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2\ ,\ E_1=E_2=\frac{4V}{3d}\ ,\ q_T=\frac{4\varepsilon_0 AV}{3d}$

ג. $U=\frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}\ ,\ E_1=E_2=\frac{V}{d}\ ,\ q_T=\frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

14) $q'_3=12.5\mu C\ ,\ V'_3=2.5V\ ,\ U=15.625J$

15) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{129}\mu C$ ג. $I=\frac{12}{43}A\ ,\ q_1=\frac{136}{43}\mu C$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 14 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 134

הרצאות ותרגילים:

רקע:

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: <u>שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד</u>. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(לא להתבלבל עם צפיפות מטען משטחית).

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח (צפיפות זרם משטחית לפעמים גם נקראת נפחית):

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל - $\vec{J}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

$\vec{k}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך (צפיפות זרם אורכית לפעמים גם נקראת משטחית):

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל - $\vec{k}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = kl$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית σ בתנועה:

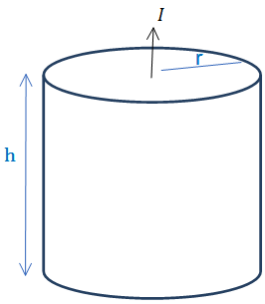
$$\vec{k} = \sigma\vec{v}$$

עבור תנועה של צפיפות מטען ליחידת אורך λ נקבל:

$$I = \lambda v$$

שאלות:

1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



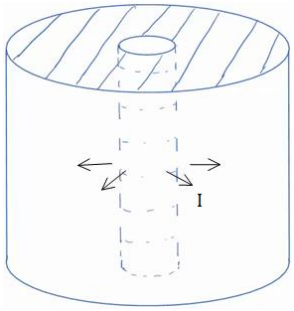
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



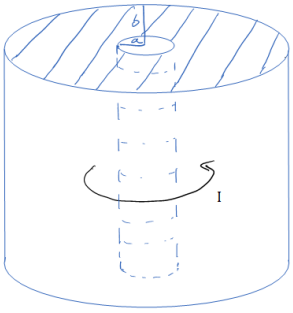
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) זרם מעגלי בגליל



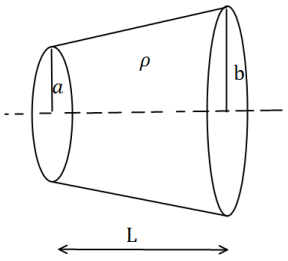
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).

ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.

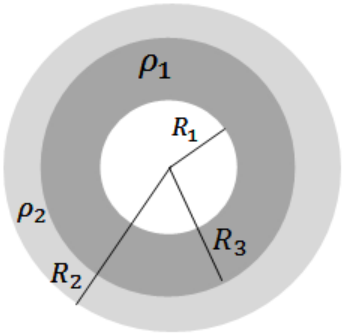
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ $(R_3 < R_2)$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).

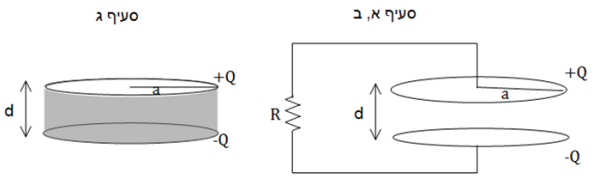
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V.

ג. מהו השדה החשמלי בנגד?

ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$, התנגדות הנגד היא R.



א. מצא את הזרם במעגל.

ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.

חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל-a.

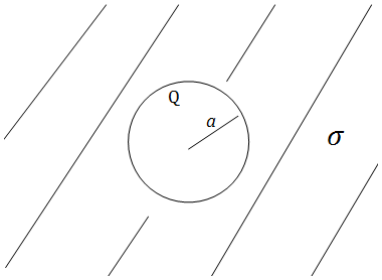
חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.

מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.

7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ. נתון כי המטען על הקליפה ב- t=0 הוא Q.

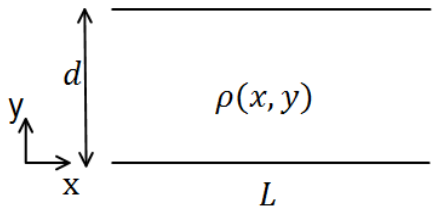


א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה מרחק d, אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים $(L \gg d)$.



בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל התנגדות סגולית $\rho(x,y)$.

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א. $\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$

ב. $\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$ ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$ ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$, $E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$ ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$ ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$

3) א. $R_T=\frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho}\ln\frac{b}{a}}$ ב. $\vec{J}=\frac{V_T}{\rho 2\pi r}\hat{\theta}$ ג. $\dot{E}=\rho\cdot\dot{J}$

4) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$

5) א. $R_T=\frac{\rho_1}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_3}\right)+\frac{\rho_2}{4\pi}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}\right)$ ב. $\vec{J}_{(r)}=\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r}$

ג.
$$\vec{E}=\begin{cases}\rho_1\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_3\\ \rho_2\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_3<r<R_2\end{cases}$$

ד. $\not{V}=0$, $\not{V}_{(R_1)}=\varepsilon_0\rho_1\frac{I}{4\pi R_1^2}-0$, $\not{V}_{(R_3)}=\frac{I\varepsilon_0}{4\pi R_3^2}(\rho_2-\rho_1)$, $\not{V}_{(R_2)}=-\varepsilon_0\frac{I}{4\pi R_2^2}\rho_2$

6) א. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $k=\frac{a^2-r^2}{2\pi ra^2}\frac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$

ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi a^2}\hat{z}$, $k=0!$, $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

7) א. $q(t)=Qe^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$ ב. $\vec{J}=\frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r}$, $\vec{E}=\frac{kq(t)}{r^2}\hat{r}$

8) א. $R=\frac{2\rho_0 d}{\pi L^2}$ ב. $R_T=\frac{\rho_0 d}{L^2}$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 15 - חוק לורנץ וכוח על תייל נושא זרם

תוכן העניינים

1. חוק לורנץ 139
2. כוח על תיל נושא זרם 146

חוק לורנץ:

רקע:

כאשר שני מטענים נעים פועל ביניהם כוח נוסף הנקרא הכוח המגנטי.

ניתן לחלק את האינטראקציה לשני חלקים, מטען 1 יוצר שדה מגנטי. מטען 2 שנע בשדה המגנטי מרגיש כוח כתוצאה מהשדה המגנטי.

חוק לורנץ - הכוח המגנטי הפועל על מטען הנע בשדה מגנטי:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים:

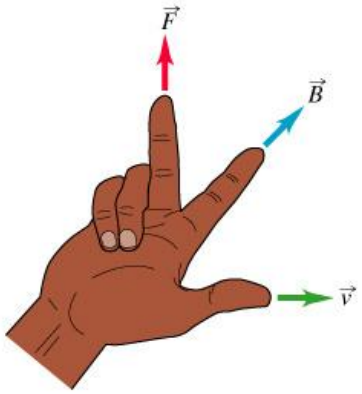
דרך דטרמיננטה:

$$\vec{F}_B = q\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

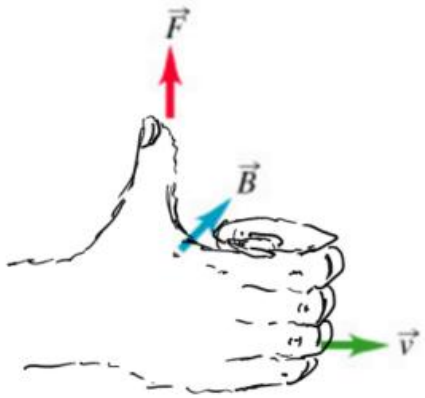
דרך גודל וכיוון בנפרד:

הגודל הוא $F_B = qvB\sin\alpha$ כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה

הכיוון לפי כלל יד ימין:



אופציה נוספת לכלל יד ימין:



שימו לב:

לעשות רק עם יד ימין!

כיוון הכוח הוא עבור **מטען חיובי** (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).

לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה בצורה הראשונה (עדיף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד:

מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

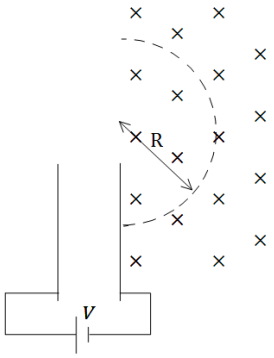
$$R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$$

ו- $v\cos\alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.

עבודת הכוח המגנטי תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

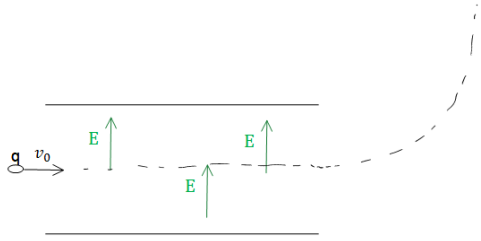
שאלות:

1) ספקטוגרף המסות של דמפסטר



המערכת הבאה מתארת את ספקטוגרף המסות של דמפסטר.
מטרתה היא להפריד בין חלקיקים בעלי מסות שונות.
חלקיקים עם מטען חיובי משוחררים ממנוחה ליד לוח הקבל החיובי. החלקיקים מואצים ע"י מקור מתח V המחבר בין הלוחות. החלקיקים עוברים דרך הלוח השלילי ונכנסים לשדה מגנטי אחיד הפועל לתוך הדף.
מצא את רדיוס הסיבוב כתלות במסת החלקיק.
נתונים: V, q, B.

2) מטען עובר קבל

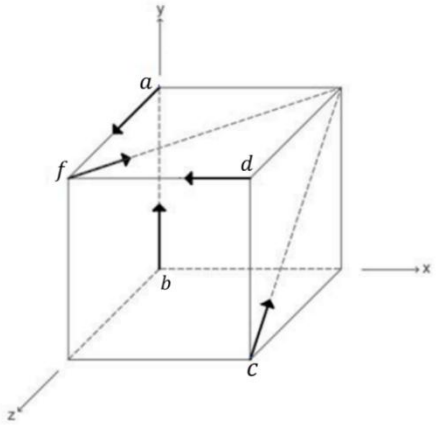


מטען נע בתוך קבל לוחות עם מהירות קבועה V_0 בקו ישר ובמקביל ללוחות הקבל.
בתוך הקבל (ורק בתוכו) ישנו שדה חשמלי אחיד ונתון E. כאשר המטען יוצא מהקבל הוא מבצע תנועה מעגלית כלפי מעלה.
ידוע כי בכל המרחב (בתוך ומחוץ לקבל) יש שדה מגנטי אחיד אך לא ידוע מה גודלו וכיוונו.
הזנח את כוח הכובד הפועל על המטען.

א. מה הסימן של המטען?

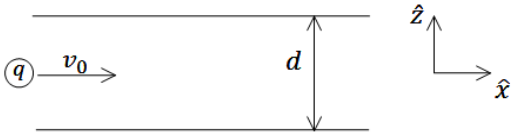
ב. מצא את כיוון וגודל השדה המגנטי.

3) מצאו את הכוח על כל חלקיק



החיצים בציור מציינים מהירויות של חלקיקים חיוביים שונים.
החלקיקים נמצאים בשדה מגנטי אחיד שכיוונו הוא $\hat{x}$.
עבור כל חלקיק מצא:
מהו כיוון הכוח ברגע הנתון באיור?
מהי צורת המסלול?

4) מטען פוגע בלוחות קבל



חלקיק בעל מסה m ומטען $q > 0$ נכנס במרכז של קבל לוחות עם מהירות $\vec{v} = v_0\hat{x}$. לוחות הקבל מקבילים למישור xy והמרחק ביניהם הוא d.

הקבל מחובר למקור מתח V, כאשר הלוח העליון נמצא בפוטנציאל הגבוה.

א. מצא את המרחק מקצה הלוח של הקבל בו יפגע המטען.

ב. כעת הנח שהקבל אינו מחובר למקור ואינו טעון אך במרחב קיים שדה מגנטי אחיד $\vec{B} = B_0\hat{y}$.
מצא את המרחק מקצה הלוח בו יפגע המטען.

ג. לאיזה כיוון יסטה המטען אם הקבל מחובר למקור מתח ובמרחב קיים שדה מגנטי.

5) חלקיק זז בשדה מגנטי

חלקיק הטעון במטען q נע במהירות $\vec{v}$ באזור בו שורר שדה מגנטי $\vec{B} = -2\hat{x} + 3\hat{y}$ טסלה.

חשב את הכוח המגנטי שיפעל על החלקיק אם נתון:

א. $\vec{v} = 2\hat{x} + 3\hat{y}$ מטר לשניה ו-$q = 2C$

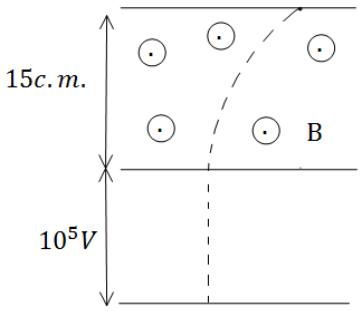
ב. $\vec{v} = -\hat{x} + 2\hat{z}$ מטר לשניה ו-$q = -1\mu C$

6) פרוטון בזווית

פרוטון נכנס בזווית של 30 מעלות לשדה מגנטי אחיד בעוצמה של $0.15T$.

מצא את רדיוס הסיבוב של הפרוטון אם ידוע שגודל מהירותו $V = 10^6 \frac{m}{sec}$.

7) פרוטון פוגע במסך



פרוטון מואץ בקבל הנמצא במתח של 10^5V.
לאחר מכן הפרוטון עובר בשדה מגנטי אחיד עד לפגיעתו במסך הנמצא במרחק $15c.m.$ מהקבל.
עוצמת השדה המגנטי היא $0.2T$.

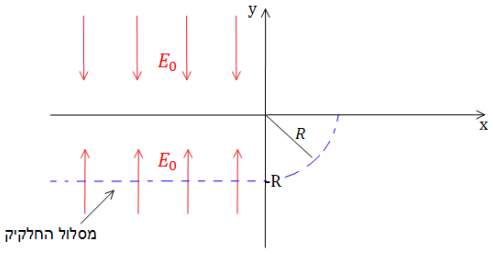
א. מצא את המרחק האופקי שעבר הפרוטון עד לפגיעתו במסך.

ב. מצא את הזמן עד לפגיעה במסך.

ג. מהו המתח המינימלי הדרוש על מנת שהפרוטון יפגע במסך?

8) מטען בשדה מגנטי וחשמלי

שדה חשמלי קיים בתחום $x<0$ כך שמעל ציר ה-x ($y>0$)
השדה הוא: $\vec{E}=-E_0\hat{y}$ ומתחת לציר ה-x ($y<0$)
השדה הוא: $\vec{E}=E_0\hat{y}$, ראה שרטוט.



בכל המרחב קיים גם שדה מגנטי אחיד, שכיוונו וגודלו אינם ידועים.
חלקיק בעל מסה m ומטען $|q|$ מגיע מ- $x=-\infty$ ונע בקו ישר ובמהירות קבועה.
גובה המסלול של החלקיק הוא $y=-R$.
כאשר החלקיק חוצה את ציר ה-y הוא מבצע רבע מעגל ברדיוס R (ראה ציור).
נתון: $R, m, |q|, E_0$.

א. שרטט את המשך מסלול המטען.

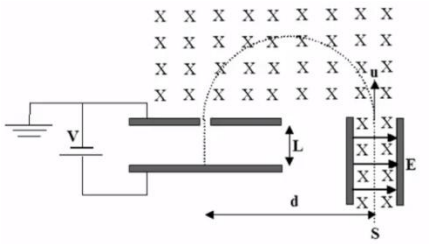
ב. מה סימן המטען?

ג. מצא את המהירות של המטען, והשדה המגנטי.

ד. מצא את המסה הדרושה על מנת לבצע אותו מסלול בשדה מגנטי הגדול פי 3 מהשדה הקיים, כאשר שאר התנאים אינם משתנים.

9) בורר מהירויות ומתח עצירה

חלקיקים בעלי מטען $+q$ ומסה m נפלטים ממקור S במהירויות שונות ונכנסים אל בין לוחות קבל.



בין לוחות הקבל פועלים שדה חשמלי אחיד $\vec{E}$ וכיוונו ימינה ושדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ והמכוון אל תוך הדף, כמוראה בתרשים.
השדה המגנטי פועל על החלקיקים גם לאחר יציאתם מהקבל.
במרחק d מנקודת היציאה של החלקיקים מהקבל, נמצא נקב קטן דרכו נכנסים החלקיקים אל תוך הקבל השני אשר בין לוחותיו לא פועל שדה מגנטי.
על הקבל השני מופעל מתח עצירה V. ידוע כי המרחק בין לוחות הקבל השני הינו L.
ניתן להזניח את כוח הכובד הפועל על החלקיקים.
נתונים: $L, q, m, \vec{E}, \vec{B}$.

א. באיזו מהירות v יוצאים החלקיקים מהקבל הראשון?

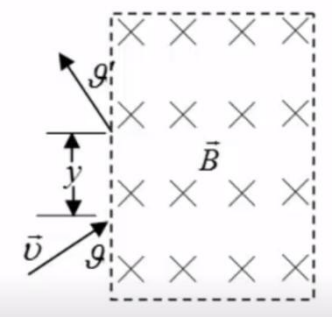
ב. מהו המרחק d (ראה ציור)?

ג. תוך כמה זמן משלים החלקיק את חצי הסיבוב?

ד. מה צריך להיות ערכו המינימלי של מתח העוצר V המופעל על הקבל השני כדי שהחלקיקים הנכנסים לתוכו יעצרו לחלוטין?

ה. מחברים את הקבל השני לסוללה שמתחה גדול פי שתיים ממה שחישבת בסעיף ד'. תוך כמה זמן יעצור החלקיק מרגע כניסתו אל בין לוחות הקבל השני כעת?

10) מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית

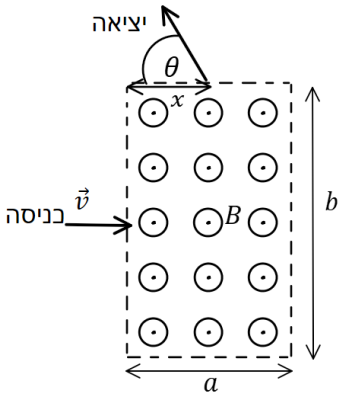


אלומות חלקיקים בעלי מסה m ומטען q נקלעות לאזור בו שורר שדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ המאונך למישור הדף במגמה פנימה. לחלקיקים אנרגיה קינטית E_k והם נכנסים לאזור המגנטי בזווית ϑ, כמתואר בציור.

א. חשבו את המרחק האנכי y אותו יעברו החלקיקים מנקודת כניסתם לאזור המגנטי ועד ליציאתם ממנו.

ב. חשבו את זווית היציאה ϑ' (ראו איור).

11) עוד מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית



שדה מגנטי אחיד B נמצא בתחום מלבני בגודל $a \times b$. מחוץ לתחום השדה הוא אפס. כיוון השדה החוצה מהדף. מטען |q| נכנס לתחום המלבני בדיוק במרכז המלבן, במהירות שגודלה v וכיוונה מאונך לשפת המלבן (ראה איור).
ידוע שהמטען יוצא מהצלע העליונה של המלבן.

א. מהו סימן המטען? ומהו גודל מהירותו ביציאה?

ב. מהו המרחק x מקצה המלבן בו יוצא המטען?

ג. מהי הזווית θ של וקטור המהירות ביציאה ביחס לצלע המלבן?

תשובות סופיות:

1) $R=\sqrt{\frac{2V}{qB^2}}\cdot\sqrt{m}$

2) א. שלילי ב. $B=\frac{E}{V}$, Be

3) $\vec{F}_a=qvB\hat{y}$, $\vec{F}_b=qvB(-\hat{z})$, $\vec{F}_c=\frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y}-\hat{z})$, $\vec{F}_d=0$, $\vec{F}_f=\frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y})$

$\vec{F}_a$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_b$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_c$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_d$: תנועה בקו ישר , $\vec{F}_f$: ספירלה במישור yz שמתקדמת סביב ציר x.

4) א. $x=V_0\sqrt{\frac{md^2}{qV}}$ ב. $x^2=R^2-\left(R-\frac{d}{2}\right)^2$

ג. המטען יסטה למעלה אם: $\varepsilon F_z=q\left(V_0B_0-\frac{V}{d}\right)>0$

המטען יסטה למטה אם: $\varepsilon F_z=q\left(V_0B_0-\frac{V}{d}\right)<0$

5) א. $\vec{F}=24N\hat{z}$ ב. $\vec{F}=(6\hat{x}+4\hat{y}+3\hat{z})\mu N$

6) $R\approx 3.48\cdot10^{-2}m$

7) א. $\Delta x=0.0315$ ב. $t=3.371\sec$ ג. $V=4.312\cdot10^4V$

8) א. ראה סרטון ב. $\text{sign}(q)=-1$ ג. $V=\sqrt{\frac{qRE_0}{m}}$, $\vec{B}=\sqrt{\frac{mE_0}{qR}}\hat{z}$

ד. $m_2=qm_1$

9) א. $\frac{E}{B}$ ב. $\frac{2mE}{qB^2}$ ג. $\frac{\pi m}{qB}$ ד. $\frac{mE^2}{2qB^2}$ ה. $\frac{2BL}{E}$

10) א. $y=\frac{\sqrt{8mE_k}\sin\vartheta}{Bq}$ ב. $\vartheta'=\vartheta$

11) א. אם כיוון הכוח הפוך לכיוון המכפלה $\vec{V}\times\vec{B}$ אז המטען שלילי.

$\vec{F}$ תמיד מאונך ל- $\vec{V}$ ול- $\vec{B}$ לכן ה- $\vec{F}_B$ אף פעם לא ישנה את גודל המהירות, רק את הכיוון (V כניסה= V יציאה).

ב. $x=\sqrt{b\left(\frac{b}{4}-\frac{mV}{qB}\right)}$ ג. $\cos\theta=\frac{b}{2R}-1$

כוח על תיל נושא זרם:

רקע:

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

גודל הכוח הפועל על **<u>תיל ישר</u>** **<u>בשדה אחיד</u>** הוא:

$$F = BIL\sin\alpha$$

את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.

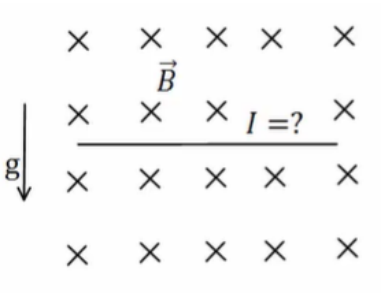
הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

שאלות:

1) דוגמה-תיל מרחף

תיל ישר נמצא במאונך לשדה מגנטי אחיד $B = 10^{-2}\,T$ לתוך הדף.
צפיפות המסה של התיל ליחידת אורך היא: $\lambda = 20\frac{gr}{c.m}$.
מצא מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל כך שהתיל ירחף באוויר?



2) דוגמה-מסגרת מלבנית בשדה לא אחיד

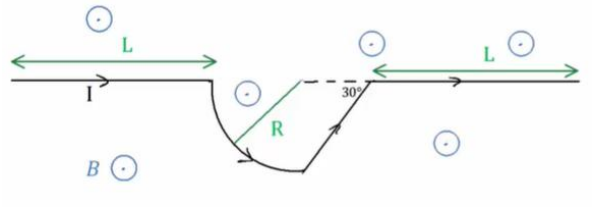
מסגרת מלבנית בעלת צלעות a , b נמצאת במישור של הדף ובתוך שדה מגנטי שכיוונו לתוך הדף. גודלו של השדה המגנטי אינו אחיד.
המסגרת מונחת כך שחלק מהמסגרת נמצא בשדה $B_1 = 4T$

והחלק השני נמצא בשדה $B_2 = 3T$.

במסגרת זורם זרם $I = 2A$ עם כיוון השעון. נתון: $a = 0.5m$.
מצא את הכוח השקול הפועל על המסגרת?

3) כוח על תיל מכופף

תיל הנושא זרם I מכופף כפי שנראה באיור.
החלק העגול הוא רבע מעגל
בעל רדיוס R.
בכל המרחב יש שדה מגנטי
אחיד B החוצה מהדף.
מצא את הכוח השקול על התיל
אם L, I, B, R נתונים.



4) כוח על תיל מכופף עם חלוקה לחתיכות

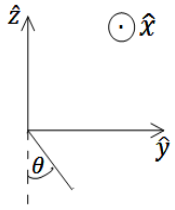
הנח נתונים זהים לשאלה קודמת.
מצא את הכוח השקול על התיל ע"י חלוקה לחתיכות,
חישוב הכוח ע"י כל חתיכה בנפרד וסכימה.

5) לולאה תלויה

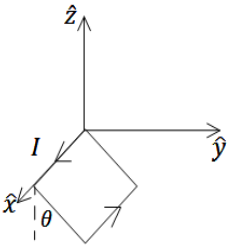
לולאה ריבועית בעלת צלע a ומסה m תלויה על ציר ה-x
(הצלע שנמצאת על הציר מקובעת לציר) ויכולה להסתובב סביבו.
בלולאה זורם זרם I כך שהזרם בצלע שנמצאת על ציר ה-x
חיובי (זורם בכיוון ציר ה-x).

א. מצא את גודל השדה המגנטי שדרוש להפעיל בכיוון ציר ה-z על מנת שהלולאה תתייצב במנוחה בזווית θ ביחס לציר ה-z.

ב. מצא את גודל השדה המגנטי שדרוש להפעיל בכיוון ציר ה-y על מנת שהלולאה תתייצב במנוחה בזווית θ ביחס לציר ה-z.



מבט דו-מימדי



מבט תלת מימדי

6) כוח על לולאה סגורה

הראו כי:

א. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד הניצב למישור הלולאה מתאפס.

ב. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד המקביל למישור הלולאה מתאפס.

ג. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד מתאפס.

ד. הכוח המגנטי על לולאת זרם סגורה בעלת כל צורה שהיא בשדה אחיד מתאפס.

7) לולאה בצורת חצי גליל ותיל אינסופי - סמי שמעון

לולאה מורכבת משני חצאי עיגול מקבילים ושני קווים ישרים מקבילים כך שנוצרת השפה של חצי גליל, ראו איור. תיל אינסופי עובר לאורך ציר הסימטריה של גליל.

רדיוס חצאי העיגול הוא R ואורך הקווים הישרים הוא h.

בלולאה ובתיל זורמים הזרמים I_1 ו-I_2 וכיוונם מתואר באיור.

א. חשבו את הכוח שמפעיל התיל על כל חצי מעגל של הלולאה.

ב. חשבו את הכוח שמפעיל התיל על כל אחד מהקווים הישרים (גודל וכיוון).

ג. מה הכוח השקול שמפעיל התיל על הלולאה?

תשובות סופיות:

1) $I = 2\cdot 10^3 \text{A}$, ימינה.

2) $F = 1\text{N}$, ימינה.

3) $F = BI\left(2L + \left(1+\sqrt{3}\right)R\right)$

4) $F_x = 0\ ,\ F_y = IB\left(2L + \left(1+\sqrt{3}\right)R\right)(-1)\hat{y}$

5) א. $B = \frac{mg}{2aI}\tan\theta\hat{z}$ ב. $\vec{B} = -\frac{mg}{2aI}\hat{y}$

6) שאלת הוכחה.

7) א. 0. ב. עבור שניהם, שמאלה, $\frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{2\pi R}$ ג. שמאלה, $\frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi R}$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 16 - חוק ביו סבר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 150

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק ביו-סבר :

השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם

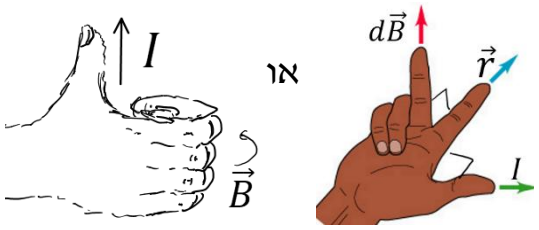
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{|r|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{|r|^2}$$

$\vec{r}$ - הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ - אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

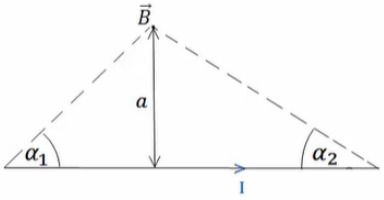
$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,{}^{N}/_{A^2}$ - מקדם הפרמביליות של הריק

- חישוב הכיוון :



השדה של תיל סופי :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$$



במרכז התיל:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{L}{2})^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}$$

כאשר L הוא אורך התיל.

השדה של תיל אינסופי:

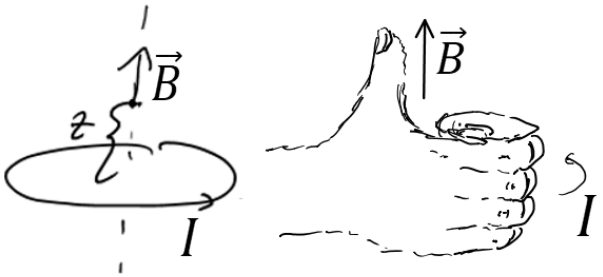
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:



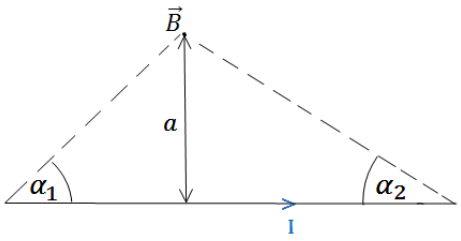
כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

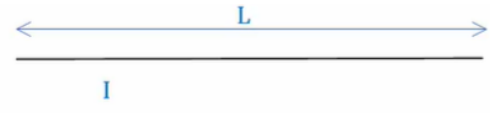
שאלות:

1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות



הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.
כאשר I הוא הזרם בתיל.

2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים



נתון תיל סופי באורך L וזרם I.
השדה נמצא במרחק y מהראשית.
חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.

3) חישוב שדה של טבעת



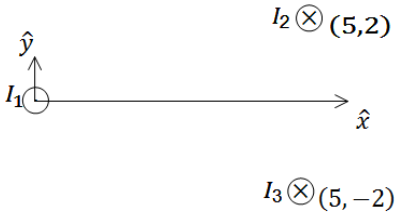
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זורם זרם I.

4) חישוב שדה של דיסקה



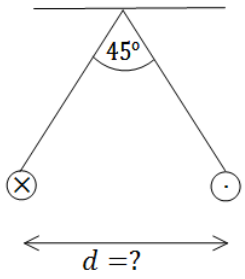
דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ.
הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר הסימטריה שלה.
מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.

5) שדה של שלושה תילים אינסופיים



שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z מונחים במיקומים הבאים:
$\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$.
הזרמים בתילים הם:
$I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.
מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?

6) שני תילים תלויים



שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2\frac{gr}{m}$.
מצא את המרחק בין התילים.

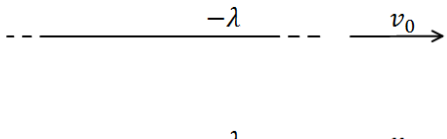
7) מצולע עם אן צלעות

במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I .
נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R.

א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?

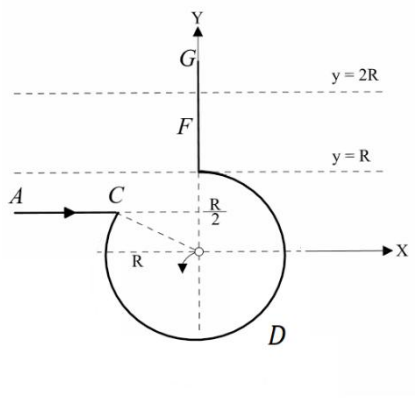
ב. בדוק עבור $n \to \infty$.

8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי



שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו-$-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

9) חישוב שדה של תיל מיוחד



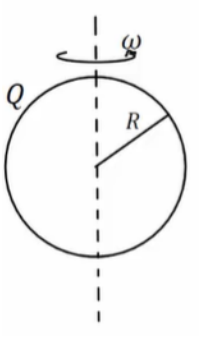
תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.
המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).
בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.

א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?

ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט.
מהו סימן מטענו של החלקיק?

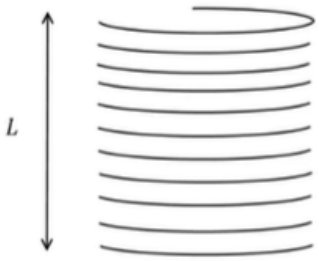
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.
חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.
מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

11) שדה של סליל סופי



בסליל סופי באורך L, רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I.
חשבו את השדה המגנטי ב:

א. מרכז הסליל.

ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi y}\frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

3) $Bx=By=0\ ,\ Bz=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $\vec{B}_T=\frac{\mu_0\sigma w}{2}\left(\left(R^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}+z^2\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}}-2z\right)$

5) $x_1=-2.76\ ,\ x_2=5.26$

6) $d=0.241m$

7) א. $B=\frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$ ב. $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

8) $V=3\cdot10^8\frac{m}{sec}$

9) א. $Bz=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2-\sqrt{3}\right)$ ב. שלילי ג. $\vec{F}=\frac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

10) $B_z=\frac{\mu_0 Qw}{6\pi R}$

11) א. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+(L)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 17 - חוק אמפר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 156

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר :

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ מקדם המגנטיות של הריק

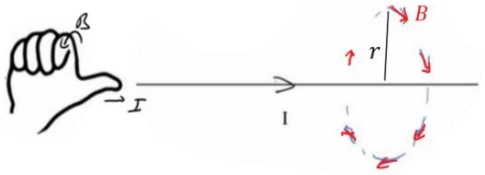
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכ, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר :

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טוראויד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



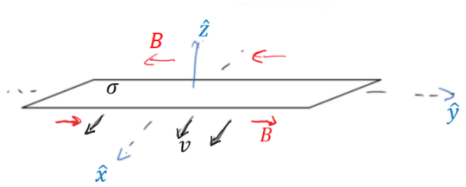
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות , ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי:

עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$

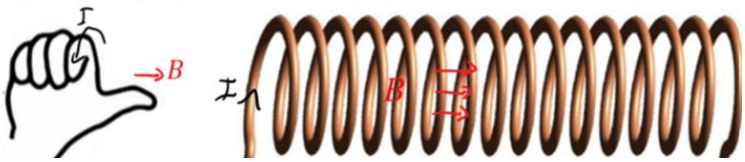


שדה של סליל אינסופי:

$$B = \mu_0 I n$$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

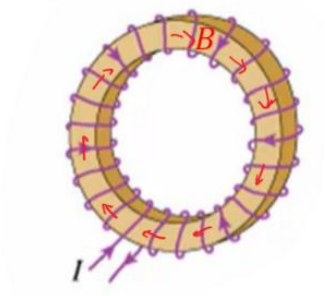


טורואיד:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

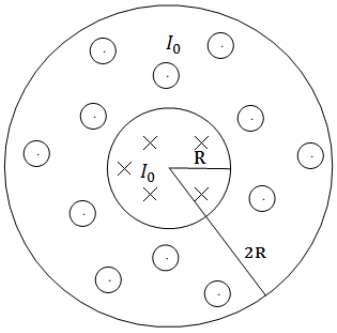
N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:

1) כבל קו-אקסיאלי

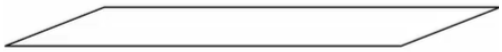


כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).
בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.
במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

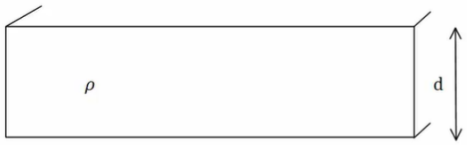
ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי



נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.
נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.
חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה

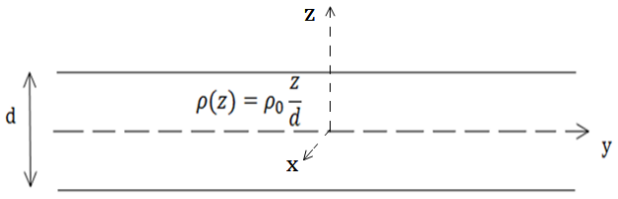


מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

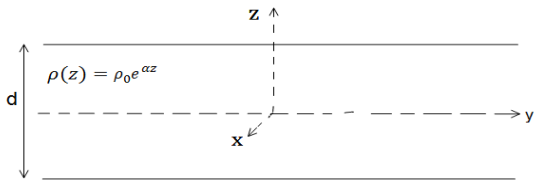
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.
צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.
קיימת סימטריה בציר ה-z.
חשב את השדה המגנטי.

5) מישור עם צפיפות מטען משתנה



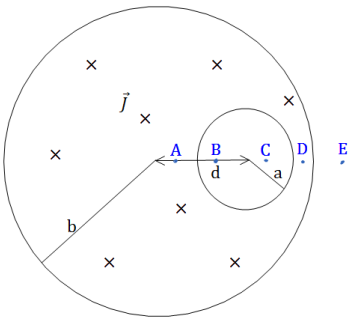
מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0\frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0e^{\alpha z}$ כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

7) חור בגליל

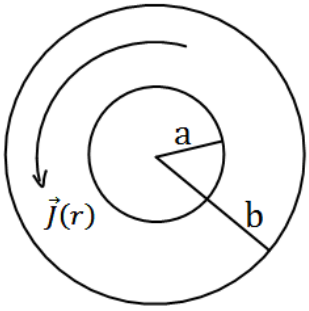


בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז: $\hat{\theta}=\hat{z}\times\hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

8) שדה מגנטי של זרם היקפי



בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r)=Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

1 א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z}\quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta\quad r<R$, $B=0\quad R<r<2R$

2 $\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$

3 $\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})$, $\vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

4 $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5 $\vec{B}=0\quad z>\frac{d}{2}$, $\vec{B}=0\quad z<-\frac{d}{2}$, $\vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

6 $\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$,

$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

7 א. $\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}$, $\vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}$, $\vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}$, $\vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$ $\qquad \vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

8 $\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad a<r<b$, $\vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad 0<r<a$