

# פיזיקה ג מודרנית 141041



## תוכן העניינים

1	1. טרנספורמציות גליליים- חזרה
4	2. תורת היחסות הפרטית
23	3. תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים ומבנה האטום
47	4. תורת הקוונטים
64	5. ספין וניסוי שטרן גרלך- יש להתעלם מכל מה שקשור לאטום המימן בהרצאות
76	6. תרגילים ברמת מבחן

# פיזיקה ג מודרנית 141041

פרק 1 - טרנספורמציית גליליי - חזרה

תוכן העניינים

1. הסבר על טרנספורמציית גליליי.....1

## תנועה יחסית:

### רקע:

נוסחה למיקום היחסי:

$$x_{1,2} = x_1 - x_2$$

$x_1, x_2$  הם המיקומים של גוף 1 ו-2 ביחס למעבדה/קרקע.  $x_{1,2}$  הוא המיקום של גוף 1 ביחס לגוף 2 (כלומר המיקום של גוף 1 ביחס לראשית צירים הנמצאת על גוף 2)

כנייל לגבי המהירות היחסית והתאוצה היחסית:

$$v_{1,2} = v_1 - v_2$$

$$a_{1,2} = a_1 - a_2$$

### שאלות:

#### 1) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

- תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?
- האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם). האם הוא יכול להצליח בכך?  
אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

#### 2) כדור נזרק במעלית

מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

- מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?
- מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
- חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של  $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?
- מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?

ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

### (3) כדור נזרק במעלית מאיזה

מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של  $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

ברגע שמהירות המעלית היא  $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה

במהירות התחלתית לא ידועה.

הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?

ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

### (4) כדור נזרק במעלית מאיזה\*\*

מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של  $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

ברגע שמהירות המעלית היא  $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה

במהירות התחלתית לא ידועה.

הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?

ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $t = 30.8 \text{ sec}$     ב. לא.
- (2) א.  $t = 1.36 \text{ sec}$     ב.  $S = 2.62 \text{ m}$     ג.  $t = 1.36 \text{ sec}$     ד.  $S = 5.72 \text{ m}$
- ה.  $v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
- (3) א.  $t = 0.96 \text{ sec}$     ב.  $S = 2.76 \text{ m}$     ג.  $S = 4.46 \text{ m}$     ד.  $v_1 = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
- (4) א.  $t = 0.96 \text{ sec}$     ב.  $S = 1.76 \text{ m}$     ג.  $S = 4.46 \text{ m}$     ד.  $v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

# פיזיקה ג מודרנית 141041

פרק 2 - תורת היחסות הפרטית

תוכן העניינים

4	1. טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן
9	2. טרנספורמציות לורנץ למהירות
10	3. תרגילים לטרנספורמציות מיקום ומהירות
13	4. דינמיקה יחסותית
18	5. תרגילים לדינמיקה יחסותית
20	6. תרגילים נוספים

## טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן:

### רקע:

תורת היחסות הפרטית עוסקת בתיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות.

מערכות הייחוס תמיד יהיו מערכות אינרציאליות (צופים שזזים במהירות קבועה ביחס למערכת הכוכבים).

### הגדרת מאורע:

מאורע הוא אירוע פיזיקלי המוגדר בזמן ובמרחב. כל מאורע ניתן לתאר ע"י ארבע קואורדינטות  $(x, y, z, t)$ .

### עקרונות יסוד בתורת היחסות:

חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות. האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו. מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס. אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור בוואקום. כתוצאה מכך מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס. הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם  $x, y, z$ ) שעוברת טרנספורמציה.

**טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן:**

$$x' = \gamma_0(x - v_0 t)$$

$$t' = \gamma_0 \left( t - \frac{v_0 x}{c^2} \right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$\beta = \frac{v_0}{c}$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

**טרנספורמציה הפוכה:**

$$x = \gamma_0(x' + v_0 t')$$

$$t = \gamma_0 \left( t' + \frac{v_0 x'}{c^2} \right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

**תנאים לשימוש בטרנספורמציות לורנץ:**

הצירים של המערכות מקבילים.

בזמן:  $t = t' = 0$  הראשיות מתלכדות.

**המערכת העצמית:**

מערכת עצמית היא מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

**זמן עצמי  $\tau$**  - מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

**אורך עצמי** - האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

**התכווצות האורך:**

$$l = \frac{l_0}{\gamma_0}$$

$l_0$  - האורך העצמי

**התארכות הזמן:**

$$\Delta t = \gamma_0 \tau > \tau$$

**שינוי זווית במדידת אורך:**

$$\tan \theta = \gamma_0 \tan \theta'$$

$\theta'$  - זווית במערכת העצמית

**אפקט דופלר היחסותי:**

זמן המחזור של הגל:

$$T = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \tau$$

אורך הגל:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \lambda'$$

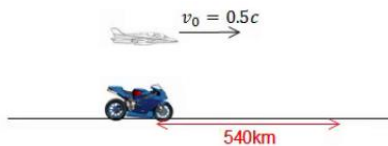
$\lambda'$  - אורך הגל במערכת העצמית

תדירות הגל :

$$f = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} f'$$

$f'$  - תדירות במערכת העצמית

### שאלות:

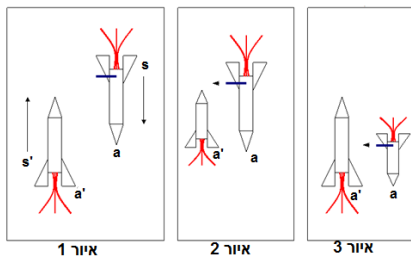


#### 1) מציאת מהירות ומיקום אופנוע

אופנוע נוסע במהירות קבועה בקו ישר. צופה על הקרקע מודד כי האופנוע נסע מרחק של 540km.

- צופה הנע במטוס ממש מהיר  $v = 0.5c$ , בכיוון נסיעת האופנוע, מודד כי משך זמן נסיעת האופנוע היה 0.01 שניה.
- א. מצא את מהירות האופנוע במערכת כדה"א.
- ב. מצא את המרחק שעבר האופנוע כפי שמדד הצופה במטוס.

#### 2) בדיקת ירי



שתי חלליות בעלות אורך מנוחה זהה, עוברות זו במקביל לזו במהירות גבוהה.

בזנב החללית S מצוי תותח המכוון בניצב לכיוון תנועת החללית ולעבר מסלול התנועה של החללית s' (איור 1).

בחללית S מתבצעת בדיקת ירי בתותח ברגע

שהנקודה a בראש החללית מתלכדת עם הנקודה a' (זנב s').

מכיוון שאורך החללית s' קצר מהאורך העצמי בחללית ב-s מניחים כי הטיל יפספס את החללית השנייה (איור 2).

אולם במערכת s' אורך החללית S קצר מהאורך העצמי ולכן כאשר a ו-a' מתלכדות האסטרונאוט S יפגע (איור 3). יש/י את הפרדוקס.

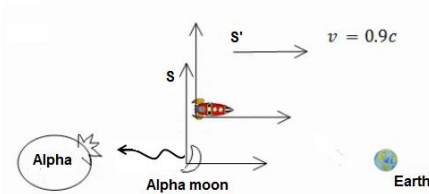
**(3) מוט פולט אור לסירוגין**

מוט בעל אורך  $l_0$  נע במהירות  $v$  נתונה ביחס לכדה"א.  
נתון כי ב- $t = 0$  הקצה השמאלי של המוט נמצא ב- $x = x' = 0$ .  
ברגע זה המוט פולט אור מקצהו הימני.  
לאחר זמן  $\tau$  המוט פולט אור מקצהו הימני.  
מצא את הפרש הזמנים כפי שרואה אותם צופה מכדה"א  
(הפרש הזמנים בין הגעת האור משני המאורעות לראשית).



**(4) פיצוץ בכוכב אלפה**

החללית אנטרייז יוצאת מכוכב אלפה חזרה לכדה"א.  
בדרך היא עוברת ליד הירח של כוכב אלפה ורואה  
פולס אלקטרו מגנטי חזק יוצא לכיוון הכוכב.  
ידוע שבירח ישנה קבוצת חייזרים תוקפניים בשם  
ה"קליגוניים". 1.3 שניות מאוחר יותר היא רואה  
פיצוץ בכוכב. המרחק בין הכוכב לירח שלו  
הוא 500 מיליון מטרים כפי שנמדד במערכת החללית.  
מהירות החללית ביחס לכוכב ולירח היא  $0.9c$ .



- א. מהו מרווח הזמן בין גילוי הגל לפיצוץ במערכת הכוכב והירח?
- ב. מה משמעות הסימן בהפרש הזמן?
- ג. האם הפולס גרם לפיצוץ או להיפך?

**תשובות סופיות:**

1) א.  $v = 5.65 \cdot 10^7 \frac{m}{sec}$  ב.  $x'_2 = -10.32 \cdot 10^5 m$

2) ראה סרטון.

3)  $\Delta t = \gamma_0 \left(1 + \beta\right) \left(\tau - \frac{l_0}{c}\right)$

4) א.  $t_3 = -3.525 sec$  ב. הפיצוץ היה לפני הגעת הגל לכוכב וגם לפני ירי הגל.

ג. לא יכול להיות שהפיצוץ גרם לירי של הפולס,  $x_2 = 11.47 \cdot 10^8 \cdot m > 10.575 \cdot 10^8 m$

## טרנספורמציות לורנץ למהירות:

רקע:

$$v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

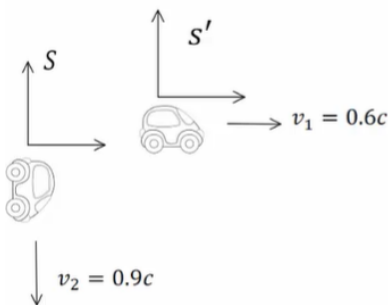
אברציה - שינוי זווית המהירות:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0 \left(\cos \theta - \frac{v_0}{c}\right)}$$

שאלות:

### (1) מהירות יחסית בין מכוניות

שתי מכוניות נוסעות האחת במאונך לשנייה כך שמהירות המכונית הראשונה היא  $0.6c$  ומהירות המכונית השנייה היא  $0.9c$ . מצא את המהירות היחסית.



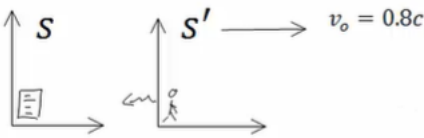
תשובות סופיות:

$$v'_{2x} = -0.6c, v'_{2y} = -0.72c \quad (1)$$

## תרגילים לטרנספרמציית מיקום ומהירות:

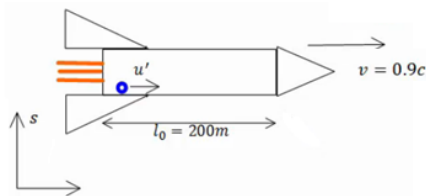
### שאלות:

#### 1) דודה יוצאת לטיול



המבחן בפיזיקה התחיל בשעה 9:00 והמשגיחה יצאה לטיול במהירות  $0.8c$  (דודה זריזה במיוחד). לאחר שעה לפי שעונה היא שולחת לסטודנטים אות רדיו לסיים את הבחינה. כמה זמן ארכה הבחינה עבור הסטודנטים?

#### 2) כדור מתגלגל בחללית



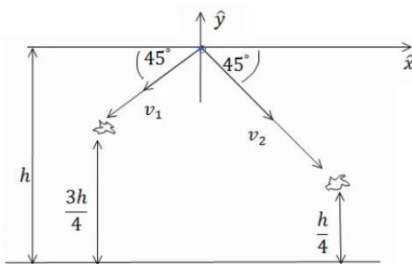
חללית בעלת אורך עצמי של 200 מטר נעה במהירות  $0.9c$  ביחס למערכת אינרציאלית  $S$ . כדור קטן מתגלגל לאורכה במהירות  $u' = 0.04c$  בכיוון ציר  $x$ , כפי שנמדד ע"י צופה בחללית.

א. מהי מהירות הכדור כפי שנמדדת ע"י צופה ב- $S$ ? (הבא את התשובה ביחידות של  $c$ ).

ב. מהו הזמן שייקח לכדור לעבור מקצה לקצה של החללית כפי שנמדד ב- $s$ ? (הבא את התשובה במיליוניות שנייה).

ג. איזה מרחק עבר הכדור לפי צופה במערכת  $s$ ? (ביחידות של ק"מ).

#### 3) חלקיקים נוצרים בגובה ומתפרקים



שני חלקיקים נוצרים בגובה  $h$  מעל הקרקע. אחד נפלט בזווית 225 מעלות עם ציר ה- $x$  והשני בזווית  $-45$  מעלות עם ציר ה- $x$ .

החלקיק הראשון מתפרק לאחר זמן  $T$  בגובה  $\frac{3h}{4}$

והחלקיק השני מתפרק לאחר זמן  $T_2$  בגובה  $\frac{h}{4}$ .

התעלם מהכבידה בבעיה.

א. הבע את מהירויות החלקיקים באמצעות  $h$  ו- $T$ .

ב. מצא את זמן החיים העצמי של כל חלקיק (זמן החיים במערכת המנוחה).

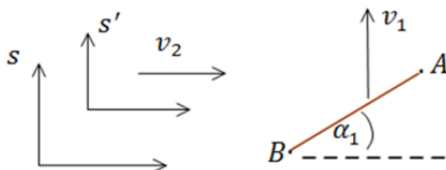
ג. מצא מערכת  $s'$  הנעה בכיוון החיובי של ציר ה- $x$  בה ההתפרקויות מתרחשות באותו הזמן.

ד. מה המרחק בין ההתפרקויות במערכת  $s'$ ?

**(4) מיואון מתפרק ליד אלקטרון**

- מיואון ( $\mu$ ) נוצר ברגע מסוים ונע במהירות  $0.7c$  ביחס לקרקע. המיואון מתפרק לאחר שנע  $3$  ק"מ ממקום היווצרו.
- כמה זמן חי המיואון במערכת העצמית שלו? אלקטרון נע במקביל למיואון ובמהירות  $0.5c$  ביחס למעבדה.
  - מהי מהירות המיואון ביחס לאלקטרון?
  - איזה מרחק נע המיואון ביחס לאלקטרון.

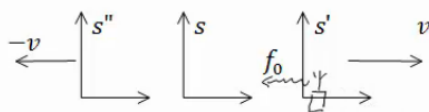
**(5) זווית של מוט נע**



מוט בעל אורך  $l$  (לא נתון) נע במהירות  $v_1$  בכיוון ציר ה- $y$  ביחס לצופה הנמצא במעבדה. הצופה במעבדה מודד זווית  $\alpha_1$  של המוט ביחס לציר ה- $x$ .

איזו זווית ימדוד צופה הנע במהירות  $v_2 \hat{x}$  ביחס למעבדה?

**(6) תדר יחסי**



במערכת  $s'$  הנעה במהירות  $v$  ביחס למערכת המעבדה  $S$ , נמצא משדר רדיו הפולט אותות בתדירות  $f_0$ ?

- מה תהיה התדירות שתיקלט במעבדה?
- מה תהיה התדירות שתיקלט במערכת  $s''$  הנעה במהירות  $\vec{v} = -v\hat{x}$  ביחס למעבדה?

## תשובות סופיות:

$$\Delta t = 1.08 \cdot 10^4 \text{ sec} \quad (1)$$

$$x_1 = 10.78 \text{ km} \quad \lambda \quad t_1 = 39.62 \mu\text{s} \quad \text{ב.} \quad v_x = 0.907c \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\tau_1 = T \sqrt{1 - \frac{h^2}{8T^2c^2}}, \quad \tau_2 = 2T \sqrt{1 - \frac{9h^2}{64T^2c^2}} \quad \text{ב.} \quad v_1 = \frac{h}{2\sqrt{2}T}, \quad v_2 = \frac{3h}{4\sqrt{2}T} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$d'^2 = \frac{5h^4 - 3c^2T^2h^2 + c^4T^4}{h^2 - c^2T^2} \quad \text{ד.} \quad v_0 = \frac{c^2T}{h} \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x_{12} = 0.98 \text{ km} \quad \lambda \quad V_{12} = 0.31c \quad \text{ב.} \quad \tau = 10^{-5} \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\tan \alpha' = \gamma_2 \left( \tan \alpha_1 + \frac{v_1 v_2}{c^2} \right) \quad (5)$$

$$f'' = \sqrt{\left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^2} f_0 \quad \text{ב.} \quad f_s = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} f_0 \quad \text{א.} \quad (6)$$

## דינמיקה יחסותית:

רקע:

תנע ואנרגיה יחסותיים:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

$$E = \gamma mc^2$$

הגודל  $\gamma$  קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ואינו קשור למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות.

נוסחאות נוספות:

$$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$|p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$$

אנרגיית מנוחה:

$$E_0 = mc^2$$

אנרגיה קינטית:

$$E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$$

עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרינו).

$$E = |p|c = h\nu$$

$\nu$  – תדירות

קבוע פלאנק:

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}$$

## טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$$E' = \gamma_0(E - v_0 p_x)$$

$$p'_x = \gamma_0(p_x - v_0 E/c^2)$$

$$p'_y = p_y$$

$$p'_z = p_z$$

## וקטור תנע אנרגיה:

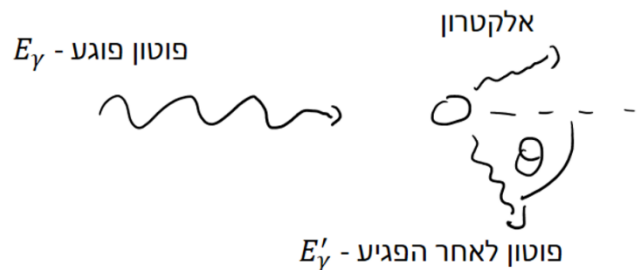
$$\left( p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c} \right)$$

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left( \frac{E}{c} \right)^2 = const$$

- הקבוע זהה בכל מערכות הייחוס.
- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.
- עבור גוף יחיד הקבוע הוא:  $m^2 c^2$ .

## פיזור קומפטון:

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$E_\gamma$  - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

$E'_\gamma$  - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

$m_e$  - מסת אלקטרון

$\theta$  - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

**יחידת האלקטרון וולט:**

$$1 \text{ eV} = 1.602 \, 176 \, 462 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Object	Mass (kg)	Energy Equivalent	
Electron	$\approx 9.11 \times 10^{-31}$	$\approx 8.19 \times 10^{-14} \text{ J}$	( $\approx 511 \text{ keV}$ )
Proton	$\approx 1.67 \times 10^{-27}$	$\approx 1.50 \times 10^{-10} \text{ J}$	( $\approx 938 \text{ MeV}$ )
Uranium atom	$\approx 3.95 \times 10^{-25}$	$\approx 3.55 \times 10^{-8} \text{ J}$	( $\approx 225 \text{ GeV}$ )

ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ-  $\frac{eV}{c}$ .

**שאלות:**

**(1) הגעת נויטרון ממרחקים**

מצא את האנרגיה הדרושה לנויטרון להגיע לכדור הארץ ממרחק של 5 שנות אור בהינתן שזמן החיים של נויטרון הוא 881 שניות והמסה שלו היא:  $M_n = 940 \text{ Me} \frac{V}{c^2}$ .

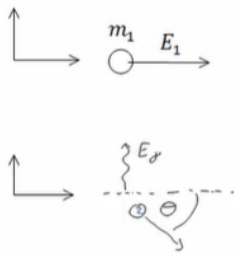
**(2) התנגשות בסיסית**

חלקיק בעל מסה  $m$  מתנגש בחלקיק בעל מסה  $3m$ . לחלקיק הראשון אנרגיה כוללת לפני ההתנגשות  $5mc^2$  ונתון כי התנע הכולל שלהם במערכת המעבדה הוא אפס. כתוצאה מההתנגשות שני החלקיקים מושמדים ונוצר חלקיק חדש הנמצא במנוחה.

א. מצאו את האנרגיה הקינטית של החלקיק הראשון.

ב. מצאו את פקטור לורנץ של החלקיקים לפני ההתנגשות ואת האנרגיה הקינטית של החלקיק השני.

ג. מצאו את מסת החלקיק הנוצר לאחר ההתנגשות.



**(3) חלקיק מתפרק לפוטון וחלקיק נוסף**

לפני חלקיק בעל אנרגיה כוללת  $E_1$  ומסת מנוחה  $m_1$  נע במעבדה בכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .  
ברגע מסוים מתפרק החלקיק לפוטון ולחלקיק נוסף.  
אנרגיית הפוטון נתונה  $E_y$  וידוע כי הפוטון נע בציר ה- $y$ , בכיוון החיובי.

א. מהו התנע של החלקיק הראשון לפני ההתפרקות?

ב. מהי הזווית של התנע של חלקיק 2 ביחס לציר ה- $x$ ?

ג. מצא מערכת ייחוס חדשה  $S'$  שבה הפוטון יפלט בכיוון נגדי לכיוון תנועתו של חלקיק מס' 2.

מה מהירותה של מערכת זו ביחס למערכת המעבדה?

**(4) פוטון פוגע בפרוטון ויוצר פיון**

פוטון פוגע בפרוטון הנמצא במנוחה במערכת המעבדה.

נתונות מסת הפרוטון והפיון  $M_p, M_\pi$ .

מהי האנרגיה המינימלית הדרושה לפוטון על מנת שלאחר ההתנגשות ייווצרו פרוטון ופיון ( $\pi$ )?

**(5) דוגמה - חישוב תנע ואנרגיה קינטית של אלקטרון ופרוטון**

חשבו את התנע והאנרגיה הקינטית של פרוטון ואלקטרון בעלי אנרגיה של 1 GeV במערכת המעבדה.

**(6) דוגמה - גמה וביטה של אלקטרון**

מסת האלקטרון היא:  $9.10938188 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ומהירות האור היא:  $299792458 \text{ m/sec}$ .

מצאו בדיוק של 6 ספרות את  $\gamma$  ו- $\beta$  של אלקטרון שהאנרגיה הקינטית שלו היא:  $K = 100.000 \text{ MeV}$  במערכת המעבדה.

**(7) בטה של מיואונים מתפרקים**

מסת מיואון היא פי 207 ממסת האלקטרון.

זמן מחצית החיים הממוצע של מיואון הוא  $2.20 \mu\text{s}$ . מיואונים נעים ביחס למעבדה בניסוי כלשהו.

זמן החיים הנמדד של המיואונים ביחס למערכת המעבדה הוא:  $6.90 \mu\text{s}$ .

מהם  $\beta$ , התנע והאנרגיה הקינטית של המיואונים ביחידות  $\frac{\text{MeV}}{c}$ ?

## תשובות סופיות:

$$E_n = 1.69 \cdot 10^8 \text{ MeV} \quad (1)$$

$$m_3 = 6.91 \text{ m} \quad \text{ג} \quad \gamma_1 = 5, \gamma_2 = \sqrt{\frac{11}{3}}, E_{k_2} = 3mc \left( \sqrt{\frac{11}{3}} - 1 \right) \quad \text{ב} \quad E_{k_1 = 4mc^2} \quad \text{א} \quad (2)$$

$$\tan \theta = -\frac{E_\gamma}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 c^4}} \quad \text{ב} \quad \vec{p}_1 = \sqrt{\left(\frac{E_1}{c}\right)^2 - m_1^2 c^2} \cdot \hat{x} \quad \text{א} \quad (3)$$

$$v_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{m_1 c^2}{E_1}\right)^2} \cdot c \quad \text{ג}$$

$$E_\gamma = \frac{1}{2m_p} (m_\pi^2 + 2m_\pi m_p) c^2 \quad (4)$$

$$K = 0.999 \text{ GeV}, P = 1 \frac{\text{GeV}}{c} \quad \text{אלקטרון:} \quad (5)$$

$$K = 0.062 \text{ GeV}, P = 0.347 \frac{\text{GeV}}{c} \quad \text{פרוטון:}$$

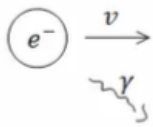
$$\gamma = 196.695, \beta = 0.999987 \quad (6)$$

$$\beta = 0.898, P = 314 \frac{\text{MeV}}{c}, K = 226 \text{ MeV} \quad (7)$$

## תרגילים לדינמיקה יחסותית:

### שאלות:

- (1) **חלקיק מתפרק לשני חלקיקים**  
 חלקיק בעל מסה  $m$  הנמצא במנוחה מתפרק לשני חלקיקים בעלי מסות מנוחה  $m_1, m_2$ .  
 מה יהיו האנרגיה והתנע של החלקיקים שנוצרו? (כל המסות נתונות).

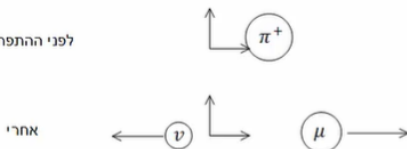


- (2) **אלקטרון חופשי פולט פוטון**  
 הראו כי אלקטרון חופשי הנע בואקום אינו יכול לפלוט פוטון בודד.

- (3) **התנגשות חלקיקים זהים ויצירת חלקיקים**  
 חלקיק בעל מסת מנוחה  $m$  פוגע בחלקיק זהה לו הנמצא במנוחה. כתוצאה מההתנגשות נוצרים שני חלקיקים בעלי מסות מנוחה  $m_1, m_2$ . מצא את אנרגיית הסף ליצירת ריאקציה זו. (הנחש:  $(m_1 + m_2) > 2m$ ).

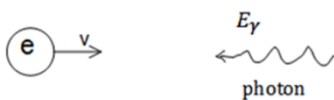
### (4) פיון מתפרק

לפני ההתפרקות



פיון ( $\pi^+$ ) מתפרק למיואון חיובי ( $M_\mu = 160Me \frac{v}{c^2}$ )

וניטרינו חסר מסה.  
 מצא את מסת המנוחה של הפיון אם למיואון אנרגיה קינטית של  $5MeV$ .



- (5) **פוטון מתנגש אלסטית באלקטרון**  
 אלקטרון נע במהירות  $v$  ומתנגש בפוטון בעל אנרגיה  $E_\gamma$  הנע לקראתו.  
 מצא את הערך של  $v$  אם ידוע כי הפוטון מוחזר באותה אנרגיה בה פגע.  
 הנח כי מסת האלקטרון ידועה.

## תשובות סופיות:

$$, E_1 = m_1 c^2 \gamma_1 = \frac{c^2}{2m} (m^2 + m_1^2 - m_2^2), p_1 = c \sqrt{\frac{1}{2m} (m^2 + m_1^2 - m_2^2)^2 - 1} \quad (1)$$

$$E_2 = m_2 c^2 \gamma_2 = \frac{c^2}{2m} (m^2 + m_2^2 - m_1^2), p_2 = m_2 c \sqrt{\gamma_2^2 - 1} = c \sqrt{\frac{1}{2m} (m^2 + m_2^2 - m_1^2)^2 - 1}$$

שאלת הוכחה. (2)

$$E_{\min} = \frac{1}{2m} c^2 ((m_1 + m_2)^2 - 2m^2) \quad (3)$$

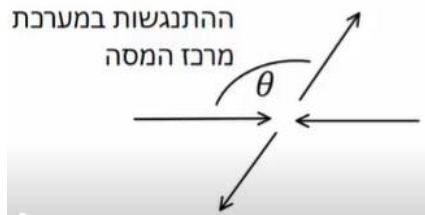
$$M_\pi = 144 \frac{\text{MeV}}{c^2} \quad (4)$$

$$v = c \left| 1 - \left( \left( \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \right)^2 + 1 \right)^{-1/2} \right| \quad (5)$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:

#### (1) פוטון מתנגש ומעבר למרכז מסה



פוטון עם אנרגיה  $E_0$  מתנגש אלסטית עם חלקיק בעל מסה  $m$  הנמצא במנוחה (במערכת המעבדה).

א. מצא את מהירות מערכת מרכז המסה של המערכת פוטון פלוס חלקיק.

ב. מצא את התנע והאנרגיה של החלקיק והפוטון לפני ההתנגשות במערכת מרכז המסה.

מצא את התנע והאנרגיה של הפוטון והחלקיק אחרי ההתנגשות אם ידוע שהפוטון מפוזר בזווית  $\theta$  ביחס לכיוון בפגיעה במערכת מרכז המסה (ראה איור).

ג. מהם האנרגיה והערך המוחלט של התנע של הפוטון והחלקיק לאחר ההתנגשות במערכת המעבדה?

ד. מצא את הזווית  $\theta$  עבורה האנרגיה של הפוטון במערכת המעבדה תהיה מינימלית.

#### (2) שאלה 1

נתונים שני גופים הנעים בניצב זה לזה. ידוע כי מסת הגופים זהה ושווה ל- $M$ ,

וכן כי התנעים של הגופים הם:  $p_1, p_2$ .

ברגע מסוים, הגופים מתנגשים ומופיעים ארבעה גופים חדשים.

מסות הגופים החדשים שנוצרו הן:  $m, 2m, 3m, 4m$ .

מהו  $m$  המקסימלי האפשרי?

נתון:  $p_1 = 6Mc, p_2 = 17Mc$ .

#### (3) שאלה 2

נתונים שני חלקיקים בעלי מסה  $m$ , וכן נתונות האנרגיות שלהם  $E_1, E_2$ .

החלקיקים נעים זה אל עבר זה, ומתנגשים.

חשבו את מסת החלקיק  $M$  הנוצר כתוצאה מהתנגשות החלקיקים.

נתון:  $E_1 = 4mc^2, E_2 = 7mc^2$ .

**(4) שאלה 3**

שתי חלליות יוצאות מאותה נקודה, בכיוון ניצב אחת לשנייה. חללית א' טסה במהירות  $v_1$ , וחללית ב' טסה במהירות  $v_2$ . חשבו את וקטור המהירות של חללית ב' ביחס לחללית א'. נתון:  $v_1 = 0.8c(+\hat{x})$ ,  $v_2 = 0.9c(-\hat{y})$

**(5) שאלה 4**

חלקיקים 1,2 נוצרים במעבדה ונמצאים במנוחה. ידוע לגבי זמני החיים שלהם כי:  $t_2 = 0.75t_1$  (במצב מנוחה חלקיק 2 נעלם לפני חלקיק 1). מהי המהירות אליה יש להאיץ את חלקיק 2, כדי שלא ידעך לפני חלקיק 1?

**(6) זריקה אופקית יחסותית**

מסלולו של חלקיק במערכת S נתון ע"י:  $x = vt$ ,  $y = \frac{1}{2}at^2$  כאשר  $v, a$  קבועים ידועים. מצא את תאוצת החלקיק במערכת S' הנעה במהירות  $v$  בכיוון ציר ה-x ביחס ל-S. תאר את צורת המסלול בשתי המערכות ( $v$  אינה זניחה ביחס למהירות האור).

## תשובות סופיות:

$$v_{c.m} = \frac{E_0 \cdot c}{mc^2 + E_0} \quad \text{א. (1)}$$

$$E'_{pH} = E_0 \sqrt{\frac{mc^2}{2E_0 + mc^2}}, \quad P'_{pH} = \frac{E_0}{c} \sqrt{\frac{mc^2}{2E_0 + mc^2}} \quad \text{ב. פוטון לפני ההתנגשות:}$$

$$E'_m = mc^2 \left( \frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{m^2 c^4 + 2E_0 mc^2}} \right), \quad P'_{m_x} = \frac{-mE_0 c}{\sqrt{m^2 c^4 + 2E_0 mc^2}} \quad \text{חלקיק לפני ההתנגשות:}$$

פוטון אחרי ההתנגשות: אותו דבר כמו לפני ההתנגשות.

חלקיק אחרי ההתנגשות: אותו דבר כמו לפני ההתנגשות.

$$\vec{P}_{pH} = (P(-\cos \theta), P \sin(\theta), 0), \quad \vec{P}_m = -\vec{P}_{pH} = (P \cos \theta, P \sin \theta, 0) \quad \text{כיוון התנע:}$$

$$E'_m = mc^2 \left( \frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{m^2 c^4 + 2E_0 mc^2}} \right), \quad |P'_m| = \sqrt{\left( \frac{E'_m}{c} \right)^2 - m^2 c^2} \quad \text{ג.}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{ד.}$$

$$m_{\max} \approx 1.45M \quad \text{(2)}$$

$$M \approx \sqrt{112}m \quad \text{(3)}$$

$$\vec{v}' = (-0.8c, -0.54c, 0) \quad \text{(4)}$$

$$v \approx 0.66c \quad \text{(5)}$$

$$x' = 0, \quad y' = \frac{1}{2} a \gamma_0^2 t'^2 \quad \text{(6)}$$

# פיזיקה ג מודרנית 141041

פרק 3 - תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים ומבנה האטום

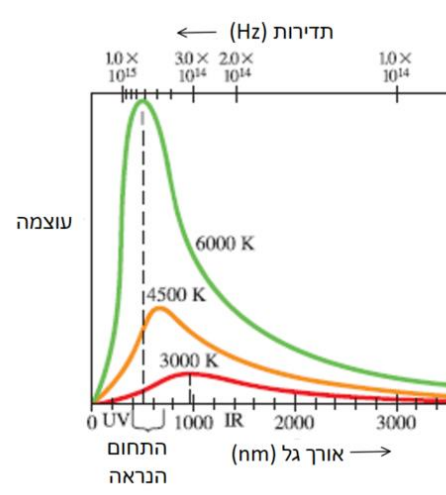
תוכן העניינים

1. תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים ומבנה האטום ..... 23
2. התיאוריה הפוטנית של האור והאפקט הפוטואלקטרי ..... 26
3. אנרגיה מסה ותנע של פוטון ..... 30
4. אפקט קומפטון ..... 31
5. אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות ..... 33
6. דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר ..... 35
7. סיכום ביניים התורה הפוטונית והשלכות (ללא ספר) ..... 31
8. מודלים מוקדמים של האטום ..... 37
9. מודל האטום של בוהר ..... 38
10. סיכום חלק שני מודלים מוקדמים ומודל בוהר (ללא ספר) ..... 38
11. שאלות ותרגילים נוספים ..... 42

## תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים ומבנה האטום:

### סיכום כללי:

ההנחה הקוונטית של פלאנק וקרינת גוף שחור.

		<p>גרף של קרינת גוף שחור כתלות באורך הגל ובטמפרטורות שונות</p>
$\lambda_p$ - אורך הגל בשיא $T$ - הטמפרטורה בקלווין	$\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$	<p>חוק וויין - Wien law</p>
קבוע בולצמן $k = 1.38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$ קבוע פלאנק $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$	$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$	<p>נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור</p>
<u>ההנחה הקוונטית של פלאנק</u>	$E_{min} = hf$	<p>אנרגיה מינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום</p>
<b>המספר הקוונטי</b> $n = 1, 2, 3, \dots$	$E = nhf$	<p>אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי</p>

## שאלות:

(1) **דוגמה - טמפרטורת השמש**  
 הראו באמצעות חוק וויין כי הטמפרטורה על פני השמש היא באמת 6,000K אם ידוע שאורך הגל של האור הנראה הוא בערך 500nm.

(2) **דוגמה - טמפרטורת כוכב**  
 טלסקופ גדול בחלל מזהה כוכב חדש. הקרינה שפולט הכוכב נקלטת בטלסקופ כאשר השיא של הקרינה הוא באורך גל של 90nm. מהי הטמפרטורה על פני הכוכב?

(3) **טמפרטורה של מתכת**  
 מה הטמפרטורה של מתכת בשלב הריתוך אם שיא פליטת האור שלה באורך גל של 460nm.

(4) **הפרש אנרגיות של מולקולה רוטטת**  
 מולקולת HCl רוטטת בתדירות של  $8.1 \cdot 10^{13}$  Hz. חשבו את ההפרש בין שני ערכים צמודים של האנרגיות האפשריות לפי ההנחה הקוונטית של פלאנק לערכי האנרגיה באוסילציות. תנו תשובה בג'אול ובאלקטרון וולט.

(5) **חוק וויין וקבוע פלאנק מנוסחת הקרינה**  

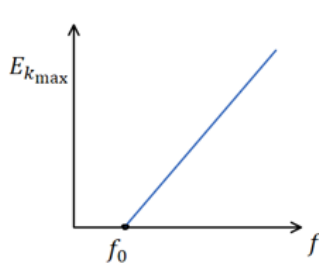
$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$
 נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור היא:  
 א. \* הראו, ללא שימוש בחוק וויין, כי קבוע  $\lambda_p T =$  לעזרתכם פתרון המשוואה:  $5e^{-x} = 5 - x$  :  $x = 4.966$ .  
 ב. השתמשו בחוק וויין וחשבו את קבוע פלאנק.  
 ג. \*\* הראו כי הקרינה הנפלטת מגוף שחור פרופורציונית לטמפרטורה ברביעית - חוק סטפן - בולצמן.  
 הדרכה: בשביל לחשב את הקרינה הכוללת הנפלטת יש לעשות אינטגרציה על כל אורכי הגל, אין צורך לפתור את האינטגרל עד הסוף.

**תשובות סופיות:**

- (1) הוכחה.
- (2) .32,000K
- (3) .6,300K
- (4)  $.5.4 \cdot 10^{-20} \text{ J}$  , 0.34eU
- (5) הוכחה.

## התיאוריה הפוטנטית של האור והאפקט הפוטואלקטרי:

סיכום כללי:

$f$ - תדירות האור	$E = hf$	אנרגיה של פוטון יחיד
		<u>הניסוי הפוטואלקטרי</u>
$W_0$ - פונקציית העבודה של המתכת	$hf_0 = W_0$	תדירות סף
	$E_k = hf - W_0$	אנרגיה קינטית מקסימאלית של האלקטרונים
	$eV_0 = E_k$	מתח עצירה
<p><u>לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית</u></p> <p>1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.</p> <p>2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.</p>	<p><u>לפי התורה הפוטונית</u></p> <p>1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא לאנרגיה של כל אחד מהם. הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלק' הנפלטים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.</p> <p>2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.</p> <p>3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.</p>	השוואה לתורה הגלית

## שאלות:

- (1) **דוגמה - חישוב אנרגיית פוטון באור כחול**  
 חשבו את האנרגיה של פוטון באור כחול:  $\lambda = 450\text{nm}$  באוויר (או וואקום).
- (2) **דוגמה - הערכה של מספר פוטונים מנורה**  
 נסו להעריך כמה פוטונים פולטת נורה בהספק 100W כל שניה. הניחו שהנצילות של הנורה היא בערך 3% (כלומר רק 3% מהאנרגיה המושקעת בנורה כל שניה מנוצלת להפקה של אור). האור שיוצא מנורה לבנה הוא בכל אורכי הגל, ניתן לקחת לצורך ההערכה את אורך הגל באמצע הספקטרום של האור הנראה:  $\lambda \approx 500\text{nm}$ .
- (3) **דוגמה - חישוב אנרגיה של אלקטרונים נפלטים**  
 מהי האנרגיה הקינטית המקסימאלית ומהי המהירות המקסימאלית של אלקטרונים הנפלטים מחומר שפונקציית העבודה שלו היא:  $W_0 = 2.8\text{eV}$  אם אורך הגל של האור הפוגע במשטח הוא:  
 א.  $\lambda = 400\text{nm}$   
 ב.  $\lambda = 600\text{nm}$
- (4) **עקיפה של קרינת גמא**  
 לפוטון בקרינת גמא יש אנרגיה של 380 keV.  
 א. מהו אורך הגל של הקרינה?  
 ב. האם לדעתך הקרינה עושה עקיפה דרך פתחים טיפוסיים שאנחנו נתקלים ביום יום כמו פתח של דלת?
- (5) **איזו מתכת לא תפלוט אלקטרונים**  
 פונקציות העבודה של סודיום, צסיום, נחושת וברזל הן: 2.1, 2.3, 4.7 ו-4.5 אלקטרון וולט בהתאמה. אלו מהמתכות לא תפלוט אלקטרונים כאשר פוגע בה אור מהתחום הנראה?
- (6) **פונקציית עבודה ומתח עצירה**  
 בניסוי של האפקט הפוטואלקטרי נצפה כי לא זורם זרם כאשר אורך גל של האור הוא מעל ל-540nm.  
 א. מהי פונקציית העבודה של המתכת?  
 ב. מהו מתח העצירה הדרושה אם מקרינים באור באורך גל של 450nm?

**7 ניסוי פוטואלקטרי**

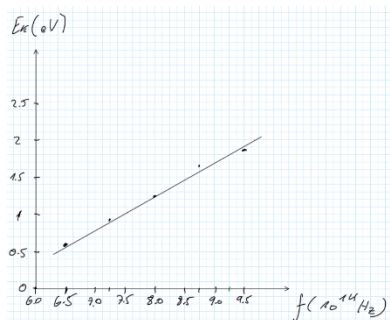
בניסוי פוטואלקטרי הקרינו אור בתדירויות שונות ומדדו את מתח העצירה. התוצאות של הניסוי מוצגות בטבלה הבאה:

$f(10^{14}\text{Hz})$	V(V)
6.50	0.6
7.25	0.91
8.00	1.23
8.75	1.54
9.50	1.85

- א. מצאו את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים בפליטה ושרטטו גרף של אנרגיה זו כתלות בתדירות. השתמשו בנייר משבצות ורשמו נתונים בצורה מדויקת.
- ב. חשבו מתוך הגרף את קבוע פלאנק.
- ג. חשבו את פונקציית העבודה ותדירות הסף של המתכת.

**תשובות סופיות:**

- (1)  $2.8\text{eV}$
- (2)  $8 \cdot 10^{18}$  פוטונים.
- (3) א.  $3.2 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ב. לא תהיה פליטה של אלקטרונים.
- (4) א.  $3.3 \cdot 10^{-3} \text{nm}$  ב. לא.
- (5) נחשת וברזל.
- (6) א.  $2.3\text{eV}$  ב.  $0.46\text{V}$
- (7) א. ב. הוכחה.



$E_k = \text{eV}$
0.6eV
0.91eV
1.23eV
1.54eV
1.85eV

ג.  $W_0 = 2.42\text{eV}$ ,  $f = 5.84 \cdot 10^{14} \text{Hz}$

## אנרגיה מסה ותנע של פוטון:

סיכום כללי:

אנרגיה של פוטון יחיד	$E = hf$	$f$ -תדירות האור
תנע של פוטון	$p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$	
מסת מנוחה של פוטון	$m = 0$	

שאלות:

- (1) דוגמה - כוח שמפעילה נורה על נייר שחור בדוגמה "הערכה של מספר הפוטונים מנורה" חישבנו את מספר הפוטונים שיוצאים מנורה של 100W כל שניה (בערך  $10^{19}$ ). נניח כי כל הפוטונים האלו פוגעים בנייר שחור (ולא מוחזרים) חשבו את:
- התנע של פוטון יחיד.
  - הכוח שמפועל על הנייר.

- (2) דוגמה - יעילות של תהליך פוטוסינטזי בתהליך פוטוסינטזי פיגמנטים בצמח כמו כלורופיל סופגים אור שמש ובאמצעותו הופכים פחמן דו חמצני ( $CO_2$ ) לפחמימות (וחמצן שנפלט). בשביל להפוך מולקולה אחת של  $CO_2$  לפחממה הצמח משתמש ב-9 פוטונים. כלורופיל סופג אור בעיקר באורך גל של 670nm. אם ידוע שהאנרגיה המשתחררת בפירוק פחממה היא:  $4.9 \frac{eV}{molecule}$ , מה היעילות (או נצילות) של התהליך הפוטוסינטזי?

תשובות סופיות:

- (1) א.  $1.3 \cdot 10^{-27} \frac{kg \cdot m}{sec}$  ב.  $10^{-8} N$
- (2) 29%

## אפקט קומפטון:

### סיכום כללי:

$\lambda$ - אורך הגל של הקרן הפוגעת $\lambda'$ - אורך הגל של הקרן המפוזרת $\theta$ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת $\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי	$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$	הסחת קומפטון
--	--	--------------

### שאלות:

#### (1) דוגמה - פיזור בכמה זוויות

קרני X באורך גל 0.162nm מפוזרות מסרט פחמן דק. מה יהיו אורכי הגל של הקרניים המפוזרות בזוויות?

- א.  $0^\circ$   
 ב.  $90^\circ$   
 ג.  $180^\circ$

#### (2) הסחה יחסית מקסימאלית

בפיזור קומפטון, מצאו את זווית הפיזור עבורה ההסחה (שינוי באורך הגל) היא מקסימאלית. מהי ההסחה היחסית המקסימאלית  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  עבור פוטון באורך גל:  $\lambda = 500\text{nm}$  מהתחום הנראה ועבור פוטון באורך גל:  $\lambda = 0.1\text{nm}$  מתחום קרינת X.

#### (3) פיזור רב פעמי

קרני גמא שנוצרות קרוב למרכז השמש עוברות הרבה פיזורים בזוויות קטנות עד שהן מאבדות מספיק אנרגיה והופכות לקרניים בתחום הנראה. הניחו שלפוטון בקרן גמא יש אנרגיה של 1.0MeV והפוטון עובר סדרה של התנגשויות בזוויות של  $0.5^\circ$  בכל התנגשות. כמה התנגשויות צריך הפוטון לעבור בשביל שאורך הגל שלו ישתנה ל-555nm.

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $0.162\text{nm}$  . ב.  $0.164\text{nm}$  . ג.  $0.167$  .
- (2) א.  $\theta = \pi$  . ב.  $0.00097\%$  . ג.  $4.9\%$  .
- (3)  $6 \cdot 10^9$  התנגשויות.

## אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:

### סיכום כללי:

תנאים ביצירת זוגות:

1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען
2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק  $mc^2$ .
3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.
4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

### שאלות:

- (1) דוגמה - אנרגיה מינימלית ליצירת זוגות  
מצאו מהי האנרגיה המינימלית (ב-eV) ליצירת זוג אלקטרון פוזיטרון?  
מה אורך הגל של הפוטון במקרה זה?
- (2) חישוב אנרגיה קינטית ביצירת זוג  
חשבו כמה אנרגיה קינטית כוללת תהיה ביצירת זוג של אלקטרון פוזיטרון מתוך פוטון בעל אנרגיה של:  $2.8\text{MeV}$ .
- (3) אורך גל מקסימאלי ליצירת זוג  
מהו אורך הגל המקסימאלי של פוטון היכול לייצר זוג של פרוטון ואנטי פרוטון (כל אחד במסה של:  $1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ).
- (4) אלקטרון ופוזיטרון מייצרים שני פוטונים  
אלקטרון ופוזיטרון נעים אחד כלפי השני במהירות:  $10^5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  כל אחד. הם מתנגשים, נעלמים ויוצרים שני פוטונים שנעים בכיוונים מנוגדים. מהן האנרגיה והתנע של כל פוטון?

**תשובות סופיות:**

**(1)**  $1.02\text{MeV}$  ו-  $1.2\text{pm}$ .

**(2)**  $1.78\text{MeV}$ .

**(3)**  $6.63 \cdot 10^{-16}\text{m}$ .

**(4)**  $E = 0.51\text{MeV}$  ,  $p = 0.51 \frac{\text{MeV}}{c}$ .

## דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

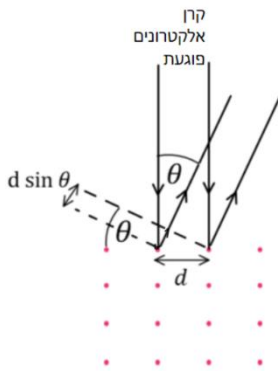
### סיכום כללי:

$p = mv$	או	לא יחסותי	$\lambda = \frac{h}{p}$	אורך גל דה ברולי של חלקיק
$p = mv\gamma$		יחסותי		

### שאלות:

**(1) דוגמה - אורך גל של כדורסל**  
חשבו את אורך גל דה ברולי של כדורסל השוקל חצי קילוגרם ונזרק במהירות של 10 מטר לשנייה.

**(2) דוגמה - אורך גל של אלקטרון ב-100 וולט**  
חשבו את אורך הגל של אלקטרון המואץ תחת הפרש פוטנציאלים של 100V.



**(3) דוגמה - עקיפה של אלקטרונים**  
מקרינים קרן אלקטרונים בניצב למשטח של חומר מוצק. האטומים בחומר מסודרים בצורת סריג ריבועי כאשר המרווח בין האטומים לא ידוע ומסומן ב- $d$ , ראו איור. מצאו את המרחק  $d$  אם האנרגיה הקינטית של האלקטרונים היא:  $E_k = 80\text{eV}$  והזווית בה מתרחשת התאבכות בונה בפעם הראשונה היא  $22^\circ$ .  
הניחו שהאנרגיה של האלקטרונים נמוכה וכי האלקטרונים עושים אינטראקציה רק עם השכבה החיצונית של החומר.

**(4) כמה מתח לאורך גל**  
באיזה מתח צריך להאיץ אלקטרון כך שהוא יגיע לאורך גל של 0.6nm.

**(5) אנרגיה ותנע מאורך גל**  
לאלקטרון אורך גל דה ברולי של:  $\lambda = 3.2 \cdot 10^{-10}\text{m}$ .  
א. מהו התנע שלו?  
ב. מהי מהירותו? האם היא יחסותית? רמת דיוק של 1% בגאמה.  
ג. איזה מתח נדרש כדי להאיץ אותו למהירות כזו?

**(6) רזולוציה של מיקרוסקופ אלקטרוני**

מהו הגבול התיאורטי של הרזולוציה של מיקרוסקופ אלקטרוני שבו האלקטרונים מואצים במתח של  $80\text{kV}$ . יש להשתמש בנוסחאות יחסיות.

**(7) אנרגיה יחסית**

אלקטרון בשפופרת טלויזיה (של פעם) מואץ במתח של  $33\text{keV}$ .

א. האם האנרגיה של האלקטרון יחסית? לפי רמת דיוק של אחוז אחד בגמא.

ב. חשבו את אורך הגל של האלקטרון. האם צריך לדאוג מתופעות עקיפה?

גודל פתח השפופרת הוא  $5\text{cm}$ .

**תשובות סופיות:**

**(1)**  $1.3 \cdot 10^{-34}\text{ m}$

**(2)**  $1.2 \cdot 10^{-10}\text{ m}$

**(3)**  $3\text{ A}$

**(4)**  $4.17\text{ V}$

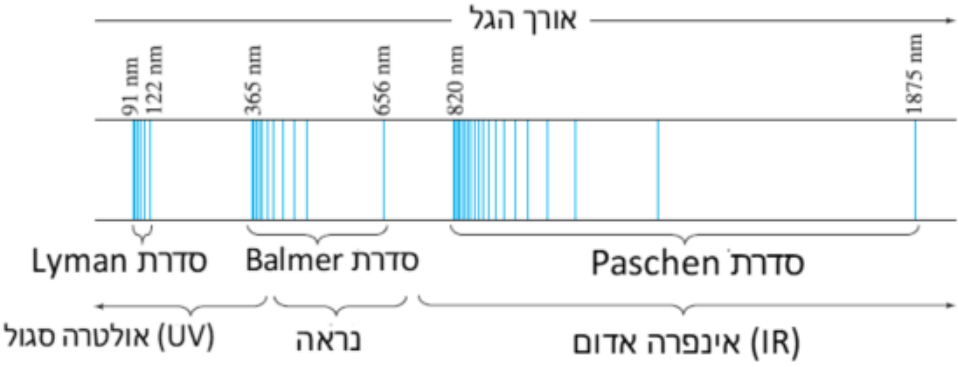
**(5)** א.  $2.1 \cdot 10^{-24}\text{ kg} \cdot \text{sec}$ . ב.  $2.3 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , לא יחסית. ג.  $15\text{ V}$ .

**(6)**  $4.2 \cdot 10^{-12}\text{ m}$

**(7)** א. כן. ב.  $6.6 \cdot 10^{-12}\text{ m}$ , אין צורך.

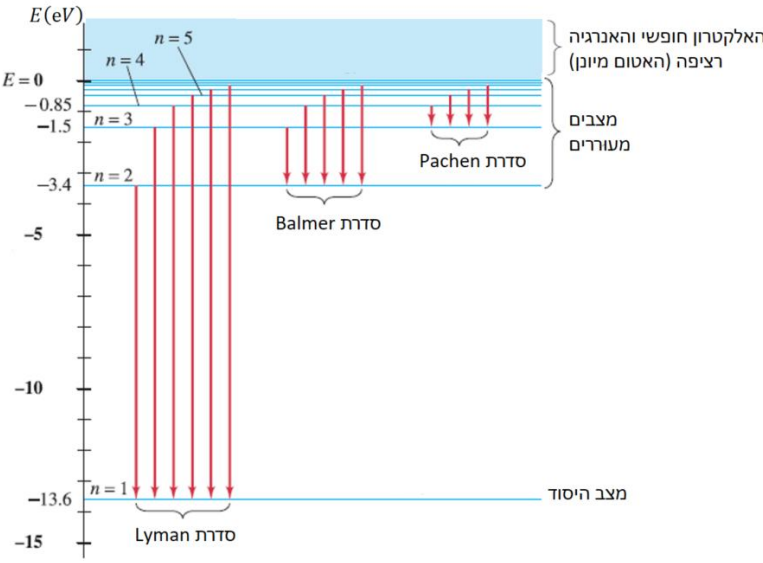
## מודלים מוקדמים של האטום:

### סיכום כללי:

קבוע Rydberg $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	נוסחה לאורכי הגל הנפלטים מאטום המימן
 <p>The diagram illustrates the hydrogen emission spectrum. It shows three series of spectral lines: Lyman (91 nm, 122 nm), Balmer (365 nm, 656 nm), and Paschen (820 nm, 1875 nm). The Lyman series is labeled as 'סדרת Lyman' and is in the 'אולטרה סגול (UV)' region. The Balmer series is labeled as 'סדרת Balmer' and is in the 'נראה' (visible) region. The Paschen series is labeled as 'סדרת Paschen' and is in the 'אינפרא אדום (IR)' region. A horizontal axis at the top is labeled 'אורך הגל' (wavelength).</p>		
1. מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד. 2. אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.		בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד

## מודל האטום של בוהר:

### סיכום כללי:

<p>1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים / רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים <b>אורביטלים</b>.</p> <p>2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים <b>stationary states</b> אלו הם נקראים <b>מצבים יציבים</b></p>		הנחות המודל
	$hf = E_U - E_L$	אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים
$n=1,2,3\dots$	$L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$	הנחה על התנע הזוויתי
<p><math>Z</math> - מספר הפוטונים</p> $r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$	$r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$	הרדיוסים האפשריים
	$E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6eV}{n^2}$	האנרגיה של האלקטרון הנמצא במסלול ה- $n$
 <p>The diagram shows energy levels <math>E</math> (eV) for <math>n=1</math> to <math>n=5</math>. The ground state is at <math>-13.6</math> eV. Transitions from <math>n=1</math> are labeled Lyman series, from <math>n=2</math> as Balmer series, and from <math>n=3</math> as Paschen series. The region above <math>n=5</math> is labeled as the continuum (ionization).</p>		טבלה של רמות האנרגיה באטום המימן

## שאלות:

- (1) **דוגמה - אורך הגל של הקו הראשון של Paschen**  
 השתמשו בטבלה שהוצגה בסרטון "קווי הספקטרום ממודל בוהר" ומצאו את אורך הגל של קו הספקטרום הראשון בסדרת Paschen. באיזה תחום של אורכי גל נמצא קו זה? (IR, UV או אור נראה).
- (2) **דוגמה - אורך גל מקסימלי בבליעה**  
 גז מימן נמצא בשפופרת בלחץ נמוך ובטמפרטורת החדר (האלקטרוניס במצב היסוד). מקרינים את הגז בקרינה עם ספקטרום רציף של אורכי גל. מהו אורך הגל הכי גבוה בספקטרום הבליעה ומהו אורך הגל אחריו? השתמשו בטבלה של רמות האנרגיה באטום המימן.
- (3) **דוגמה - אנרגיית ינון של יון הליום**  
 $He^+$  הוא יון של הליום המכיל שני פרוטונים ואלקטרון אחד. השתמשו במודל בוהר וחשבו את אנרגיית היינון של  $He^+$ , כלומר, כמה אנרגיה דרושה בשביל לנתק גם את האלקטרון היחיד שנשאר. מהו אורך הגל המקסימאלי של פוטון הגורם ליינון? הניחו שהאלקטרון במצב היסוד.
- (4) **דוגמה - אנרגיה של אטומים בטמפרטורת חדר**  
 לפי התיאוריה הקינטית (תיאוריה בתרמודינמיקה), האנרגיה הקינטית הממוצעת של אטום בגז (אידיאלי) היא:  $\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$  כאשר  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ . הוא קבוע בולצמן ו-T היא הטמפרטורה בקלווין. הסבירו מדוע בטמפרטורת החדר כמעט כל האטומים צריכים להיות במצב היסוד. (טמפרטורת החדר היא בערך 20 מעלות צלזיוס והטמפרטורה בקלווין שווה לטמפרטורה בצלזיוס פלוס 273).
- (5) **השוואה בין מעברים**  
 נתונים שלושה מעברים בין רמות אנרגיה של אטום המימן לפי מודל בוהר כאשר n הוא המצב ההתחלתי ו-n' הוא המצב הסופי.  
 I.  $n = 1 \quad n' = 3$   
 II.  $n = 6 \quad n' = 2$   
 III.  $n = 4 \quad n' = 5$   
 א. קבעו אילו מן המעברים הם בליעה ואילו פליטה.  
 ב. באיזה מעבר מעורב הפוטון הכי אנרגטי?

- (6) **יינון אטום מעורר**  
 כמה אנרגיה דרושה על מנת ליינן אטום מימן מעורר הנמצא במצב אנרגיה החמישי?  
 החמישי?
- (7) **אורך גל של הקו השני**  
 מצאו את אורך הגל של הקו השני בסדרת בלמר.
- (8) **מימן בולע פוטון של הליום מיונן**  
 בשמש ישנם יונים של הליום -  $He^+$ . יון של ההליום פולט פוטון במעבר מרמה 5 לרמה 2. האם אטום מימן הנמצא בשמש יוכל לבלוע את הפוטון בלי לבצע יינון? אם כן בין איזה רמות אנרגיה תתבצע הבליעה?
- (9) **אנרגיית יינון של ליתיום פלוס שתיים**  
 חשבו את אנרגיית היינון (ממצב הייסוד) של אטום ליתיום החסר שני אלקטרונים  $Li^{2+}$  בעל  $Z = 3$  לפי מודל בוהר.
- (10) **אנרגיה קינטית של אלקטרון במצב יסוד**  
 מהי האנרגיה הפוטנציאלית והקינטית של אלקטרון במצב היסוד של אטום המימן?
- (11) **האם אטום המימן יחסותי**  
 השתמשו בתוצאה של התרגיל הקודם "אנרגיה קינטית של אלקטרון במצב ייסוד" ובדקו האם יש צורך להשתמש בנוסחאות יחסותיות במודל בוהר.
- (12) **רדיוס אטום מעורר**  
 אטום מימן מעורר יכול להיות תיאורטי בקוטר של 0.10mm. באיזה רמת אנרגיה נמצא אטום זה? ומהי האנרגיה של מצב זה?
- (13) **אנרגיה ותנז**  
 מצאו את התנע הזוויתי של אלקטרון באטום המימן אם האנרגיה שלו היא  $-1.5eV$ .
- (14) **אלקטרונים פוגעים בגז מימן**  
 קרן אלקטרונים בעלי אנרגיה של  $12.1eV$  פוגעת בגז מימן הנמצא בטמפרטורת החדר (רוב האטומים במצב היסוד). מהו ספקטרום הפליטה שנצפה לראות מן הגז בעקבות פגיעת הקרן?

### תשובות סופיות:

- (1) 300nm בתחום העל סגול (UV).
- (2)  $\lambda_{\max} = 122\text{nm}$ ,  $\lambda_2 = 103\text{nm}$ .
- (3) 22.8nm.
- (4) ראה סרטון.
- (5) א. בליעה: I, פליטה: II, בליעה: III. ב. מעבר I.
- (6) 0.544eV.
- (7) 490nm.
- (8) לא יוכל לקלוט.
- (9) 122.4eV.
- (10)  $K = 13.6\text{eV}$ ,  $U = -27.2\text{eV}$ .
- (11) אין צורך.
- (12) ברמה ה-972, האנרגיה היא:  $-1.4 \cdot 10^{-1}\text{eV}$ .
- (13)  $3.17 \cdot 10^{-34}\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$ .
- (14) אורכי הגל הנצפים הם: 103nm, 656nm, 122nm.

## שאלות ותרגילים נוספים:

### שאלות:

- (1) **טמפרטורה של כוכב**  
איזה כוכב נמצא בטמפרטורה גבוהה יותר, כוכב הנראה כחול, אדום או צהוב?
- (2) **גופים שחורים בחושך**  
אם קרינה נפלטת מכל גוף, למה אנחנו לא רואים אותם בחושך?
- (3) **צבע אור של נורה**  
האם האור של נורה בטמפרטורה של 3000K יראה לבן כמו האור של השמש הנמצאת ב-6000K?
- (4) **חדר חושך**  
למה בחדרי חושך מאירים בנורה אדומה כשמפתחים תמונה של שחור לבן? האם ניתן להשתמש באור אדום גם בפיתוח של תמונה בצבע?
- (5) **תדירות סף מעדיפה תיאוריה פוטונית**  
הסבירו למה העובדה שיש תדירות סף באפקט הפוטואלקטרי מסתדרת עם התורה הפוטונית ולא עם התורה הגלית של האור?
- (6) **אנרגיה של אינפרה אדום לעומת על סגול**  
א. האם לפוטון יחיד של קרן בתחום העל סגול יש תמיד יותר אנרגיה מפוטון יחיד של קרן בתחום האינפרה אדום?  
ב. האם לקרן בתחום העל סגול יש תמיד יותר אנרגיה מקרן בתחום האינפרה אדום?
- (7) **האם נפלטים יותר אלקטרונים באורך גל נמוך**  
מקרינים מתכת באמצעות אור באורך גל מסוים ומודדים את האנרגיה של האלקטרונים הנפלטים. מחליפים את הקרן האור לקרן אחרת, באותה העוצמה אך עם אורך גל גדול יותר. בהנחה שבשני המקרים נפלטים אלקטרונים מן המתכת:  
א. האם מספר האלקטרונים הנפלט גדל / קטן או נשאר ללא שינוי?  
ב. האם האנרגיה של האלקטרונים גדלה / קטנה או נשאר ללא שינוי?

- (8) **אורך גל של פוטון בפיזור**  
 האם אורך הגל של פוטון בקרינת X המפוזר מאלקטרון גדל / קטן או לא משתנה?
- (9) **הבדל בין הפוטואלקטרי לקומפטון**  
 באפקט קומפטון הפגיעה של הפוטון יכולה לגרום ליציאה של אלקטרון מהמתכת, במקרה כזה מה ההבדל בינו לאפקט הפוטואלקטרי?
- (10) **איך העוצמה יורדת עם המרחק לפי כל מודל**  
 נניח כי ישנו מקור אור נקודתי, כיצד צריכה לרדת העוצמה של האור כתלות במרחק מהמקור לפי המודל הפוטוני וכיצד לפי המודל הגלי.  
 האם ניתן להבחין בין המודלים בדרך זו?
- (11) **מהם ההבדלים בין פוטון לאלקטרון**  
 ציינו את כל ההבדלים בין פוטון לאלקטרון.
- (12) **האם יש חמצן על כוכב**  
 כיצד ניתן לדעת האם יש חמצן על פני השמש או על כוכבים בכלל?
- (13) **נכונות הנוסחה של אנרגיית הפוטון**  
 השתמשו בשימור תנע והראו כי לפוטון הנפלט מאטום המימן יש קצת פחות אנרגיה מאשר החישוב שבנוסחה:  $hf = E_U - E_L$ .
- (14) **ספקטרום בליעה ופליטה בטמפרטורות שונות**  
 נניח שניקח את ספקטרום הפליטה של גז מימן הנמצא בטמפרטורה מאוד גבוהה כך שחלק מהאטומים נמצאים במצב מעורר ונעביר אותו דרך גז מימן הנמצא בטמפרטורה החדר (האטומים לא מעוררים) כך שתתבצע בליעה.  
 האם קווי הבליעה יהיו זהים לקווי הפליטה?
- (15) **אנרגיה מקסימלית להתנגשות אלסטית**  
 מהי האנרגיה המקסימלית עבורה יתנגשו שני אטומי מימן הנמצאים במצב היסוד להתנגשות אלסטית?

**(16) כמה פוטונים נכנסים לעין מנורה**

נורה של 40W פולטת בערך 3% מהאנרגיה המושקעת בה כאור נראה באורך גל ממוצע של 550nm. האור נפלט בצורה אחידה לכל הכיוונים. העריכו כמה פוטונים פוגעים בעין של אדם הנמצא במרחק 10m מהנורה בכל שניה. קוטר האישון הוא 4.0mm.

**(17) כמה פוטונים מגיעים מהשמש**

עוצמת האור המגיע מן השמש היא:  $I = 1350 \frac{W}{m^2}$ . חשבו כמה פוטונים למטר מרובע לשנייה יש פוגעים בפני כדור הארץ מן השמש? קחו אורך גל ממוצע של 550nm.

**(18) כוח של קרן לייזר**

קרן לייזר באורך גל של:  $\lambda = 633nm$  פוגעת בחיישן כוח. החיישן מודד כוח של:  $F = 3.0nN$ . כמה פוטונים פוגעים בחיישן כל שניה אם נניח שהפוטונים אינם מוחזרים?

**(19) חלקיקי אלפא מתקרבים לגרעין**

בחלק מהניסויים של רתפורד הוא השתמש בחלקיקי אלפא בעלי מטען  $+2e$  עם אנרגיה של 3.6MeV. כמה קרוב יכלו החלקיקים להגיע למרכז גרעין של כסף המכיל מטען של  $+47e$ . התעלמו מהרתע של הגרעין.

**(20) פוטנציאל עצירה בניסוי פוטואלקטרי**

בניסוי פוטואלקטרי מקרינים מתכת באור באורך גל 440nm ומודדים כי פוטנציאל העצירה הוא 1.2V. מה יהיה פוטנציאל העצירה אם יחליפו את האור לאורך גל של 550nm.

**(21) שינוי תדירות בפוטואלקטרי**

בניסוי פוטואלקטרי פוטונים באנרגיה של 9.0eV פוגעים במתכת ומתח העצירה הנמדד הוא 5.0V.  
 א. מה תהיה האנרגיה המקסימאלית של האלקטרונים הנפלטים אם תדירות הפוטונים תקטן לחצי מהתדירות המקורית?  
 ב. חזרו על סעיף א אם התדירות תקטן לשליש מהתדירות המקורית.

**(22) מודל בוהר לשמש וכדור הארץ**

נסו ליישם את המודל של בוהר לכדור הארץ והשמש.

א. מהם הרדיוסים ורמות האנרגיה? יש להשתמש ב:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{sec}^2 \text{kg}}, M_E = 5.97 \cdot 10^{24} \text{kg}, M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{kg}$$

ב. חשבו את רמת האנרגיה שבה נמצא כדור הארץ אם המרחק מהשמש

$$\text{הוא: } r = 1.50 \cdot 10^{11} \text{m}$$

ג. \* הראו כי ההבדל בין רמות האנרגיה זניח עבור מודל זה וניתן להתייחס לאנרגיה כרציפה.

**(23) כוח על פנס**

פנס קטן עובד בהספק של 5W כאשר כ-3% מנוצל לאור נראה. העריכו את הכוח המופעל על הפנס אם האור יוצא בכיוון אחד.

**(24) זמן ואורך פלאנק**

נסתכל על שלושה קבועים בסיסיים בטבע קבוע הגרביטציה:

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}}, G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{sec}^2}$$

$$\text{ומהירות האור: } c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- א. מצאו קומבינציה מתמטית של הקבועים האלו שתהיה ביחידות של זמן. זמן זה נקרא זמן פלאנק  $t_p$  והוא נחשב לזמן המוקדם ביותר מרגע תחילת הייקום שבו ניתן להפעיל את חוקי הפיזיקה כפי שאנחנו מבינים כיום. חשבו את זמן זה.
- ב. מצאו קומבינציה מתמטית של הקבועים האלו שתהיה ביחידות של אורך. אורך זה נקרא אורך פלאנק  $\lambda_p$  והוא נחשב לאורך הקטן ביותר שבו ניתן להפעיל את חוקי הפיזיקה כפי שאנחנו מבינים כיום. חשבו את אורך זה.

### תשובות סופיות:

- (1) כחול.
- (2) כי הקרינה הנפלטת היא לא בתחום הנראה.
- (3) לא, הוא יראה יותר צהוב אדום.
- (4) כי סרט שחור לבן לא מגיב לאור אדום, לא ניתן להשתמש באור אדום לפיתוח תמונה צבעונית.
- (5) לפי התורה הגלית האנרגיה של האור קשורה לעוצמת האור ולפי התורה הפוטונית לתדירות.
- (6) א. כן. ב. לא.
- (7) א. ללא שינוי. ב. קטנה.
- (8) גדל.
- (9) באפקט קומפטון הפוטון מפוזר באנרגיה יותר נמוכה לעומת הפוטואלקטרי שם תמיד כל הפוטון נבלע וכל האנרגיה שלו הולכת לאלקטרון.
- (10) לפי אחד חלקי המרחק בריבוע בשניהם ואי אפשר להבחין ביניהם.
- (11) משותף: תנע - לשניהם יש, דואליות גל חלקיק לשניהם (לשניהם יש אורך גל). שונה: פוטון נע רק במהירות האור, לפוטון אין מסת מנוחה, לפוטון אין מטען חשמלי.
- (12) לפי ספקטרום הפליטה.
- (13) ראה סרטון.
- (14) לא.
- (15) 10.2eV
- (16)  $10^{10}$
- (17)  $3.7 \cdot 10^{21}$  פוטונים.
- (18)  $2.9 \cdot 10^8$  פוטונים לשנייה.
- (19)  $3.76 \cdot 10^{-14}$  m
- (20) 0.64V
- (21) א. 0.5eV. ב. לא תהיה פליטת אלקטרונים.
- (22) א.  $r_n = 2.34 \cdot 10^{-138} \cdot n^2$ ,  $E_n = -1.68 \cdot 10^{182} \cdot \frac{1}{n^2}$ . ב.  $n = 2.53 \cdot 10^{74}$ .
- ג. ראה סרטון.
- (23)  $5 \cdot 10^{-10}$  N
- (24) א.  $t_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}} = 1.35 \cdot 10^{-43}$  sec. ב.  $\lambda_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = 4.05 \cdot 10^{-35}$  m

# פיזיקה ג מודרנית 141041

פרק 4 - תורת הקוונטים

תוכן העניינים

47 ..... 1. הרצאות ותרגולים

## פונקציית הגל של החומר:

### סיכום כללי:

- $|\psi(x)|$  היא פונקציית הגל של החומר.
- $|\psi(x)|^2$  היא צפיפות ההסתברות למצא חלקיק בנקודה מסוימת.
- ההסתברות שחלקיק נמצא בין  $x_1$  ל- $x_2$  היא:  $\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$ .
- נרמול:  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$ .
- כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.
- מיקום ממוצע:  $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$
- המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות  $|\psi(x)|^2$  (ניתן למצא אותו על ידי נגזרת).
- שונות:  $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$  כאשר  $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$

### שאלות:

- (1) דוגמה – חישוב ההסתברות לדעיכה אקספוננציאלית  
 פונקציית הגל של חלקיק היא  $4e^{-8x}$  עבור  $x > 0$  ואפס עבור  $x < 0$ .  
 מה הסיכוי למצא את החלקיק ב- $x > 0.03$ .

(2) דוגמה – מצאו את המקדם

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ A \sin(20\pi x) & 0 \leq x \leq 0.05 \\ 0 & x > 0.05 \end{cases}$$

נתונה פונקציית הגל הבאה של חלקיק:  $0 \leq x \leq 0.05$

מצאו את הקבוע A.

**3) דוגמה – מצאו משתנים**

נתונה פונקציית גל מנורמלת לחלקיק בעל מסה  $M$ :  $\psi(x) = Ae^{-\alpha(x-x_0)^2}$ . מצאו את:

א.  $A$ .ב.  $\langle x \rangle$ .

ג. המיקום המסתבר ביותר.

ד.  $\langle x^2 \rangle$ .ה.  $\Delta x$ .

לעזרתכם:  $\int_0^\infty e^{-bx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{4b}}$ ;  $\int_0^\infty x^2 e^{-bx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{16b^3}}$

**תשובות סופיות:**

(1) 38%

(2)  $A = 2\sqrt{10}$

(3) א.  $A = \left(\frac{2\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}$

ב.  $x_0$

ג.  $x_0$

ה.  $\left(\frac{\pi}{8192\alpha^3}\right)^{\frac{1}{8}}$

ד.  $\left(\frac{\pi}{8192\alpha^3}\right)^{\frac{1}{4}} + x_0^2$

## עקרון אי הוודאות של הייזנברג:

### סיכום כללי:

הערות		
1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית. 2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד. 3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.	$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} J \cdot S$	אי ודאות מיקום תנע
1. ככל שמוודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן. 2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הוודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.	$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$	אי ודאות זמן אנרגיה
	$\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$	אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי

### שאלות:

(1) דוגמה – מדידת מיקום  
 אלקטרון נע במהירות:  $2.10 \cdot 10^6 \frac{m}{sec}$  שנמדדה בדיוק של 0.12%.  
 מה הדיוק המקסימאלי שניתן להשיג במדידה סימולטנית של המיקום?

(2) דוגמה – אי וודאות של טניס  
 מה היא אי הוודאות במדידת המיקום של כדור טניס בעל מסה של 150 גרם הנזרק במהירות:  $35 \pm 2 \frac{m}{sec}$ ?

(3) אי ודאות במיקום נויטרון שנע  
 נויטרון נע במהירות:  $(6.650 \pm 0.023) \cdot 10^5 \frac{m}{sec}$ .  
 באיזו רמת דיוק ניתן לדעת את המיקום שלו?  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$

(4) אנרגיה במצב מעורר  
 אלקטרון נשאר במצב מעורר באטום בערך  $10^{-8} sec$ .  
 מה אי הוודאות באנרגיה של המצב באלקטרון וולט?

- (5) אי ודאות יחסית בפליטת פוטון  
 זמן החיים של אטום במצב מעורר הוא בערך  $10^{-9}$  sec. האטום יורד מהמצב המעורר ופולט פוטון באורך גל של 400nm, מצאו את אי הודאות היחסית באנרגיית הפוטון  $\frac{\Delta E}{E}$  ובאורך הגל  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ .

- (6) אי ודאות בשל קליע באקדח  
 קליע בעל מסה של 5gr נורה מאקדח במהירות אופקית של  $180 \frac{m}{sec}$ .  
 א. מהו אורך הגל של הקליע?  
 ב. מהי אי הודאות המינימלית במדידת המיקום של הקליע?  
 ג. מהי אי הודאות המינימלית בתנע בכיוון האנכי של הקליע אם רדיוס הקנה הוא 0.60cm?

- (7) אי ודאות במסת נויטרון  
 לנויטרון חופשי:  $m = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$  יש זמן חיים של 886sec.  
 מה אי הודאות במדידת המסה של הנויטרון (בק"ג)?

- (8) אלקטרון יורד מצב באטום המימן  
 אלקטרון נמצא במצב המעורר הראשון ( $=2n$ ) של אטום המימן בממוצע  $10^{-8} sec$  לפני שהוא יורד למצב הייסוד ( $=1n$ ).  
 א. העריכו את אי הודאות באנרגיית האלקטרון במצב  $=2n$ .  
 ב. מהי אי הודאות היחסית באנרגיית הפוטון הנפלט?  
 ג. מהו אורך הגל ורוחב הפס של קו הספקטרום הנצפה מתהליך זה?

### תשובות סופיות:

- (1)  $\Delta X_{min} = 2.3 \cdot 10^{-6} m$   
 (2)  $1.8 \cdot 10^{-34} m$   
 (3)  $1.37 \cdot 10^{-11} m$   
 (4)  $3 \cdot 10^{-8} eV$   
 (5)  $\frac{\Delta E}{E} = 4 \cdot 10^{-5} \%$ ,  $\left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right| = 4 \cdot 10^{-5} \%$   
 (6) א.  $7.4 \cdot 10^{-34} m$  ב.  $10^{-32} m$  ג.  $10^{-32} kg \cdot \frac{m}{sec}$   
 (7)  $10^{-51} kg$   
 (8) א.  $3 \cdot 10^{-8} eV$  ב.  $3 \cdot 10^{-9}$  ג.  $\lambda = 122nm$ ,  $|\Delta \lambda| \approx 4 \cdot 10^{-7} nm$

## משוואת שרדינגר:

### סיכום כללי:

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x, t)\Psi(x, t)$$

תנאים נוספים:

1. פסי מנורמלת.
2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת.
3. פסי רציפה.
4. הגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, y, z, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x, y, z, t) + U(x, t)\Psi(x, y, z, t)$$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi$$

כאשר:  $\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$

- התרגילים של נושא זה מופעים בנושאים הבאים.

## חלקיק חופשי ובור פוטנציאל:

### סיכום כללי:

חלקיק חופשי – חלקיק שנע ללא השפעת כוחות:  $U(x) = 0$ .  
 פונקציית הגל של חלקיק חופשי:  $\psi(x) = A \sin(kx)$ .  
 חבילת גלים:  $\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$ .

בור פוטנציאל אינסופי:

פונקציית הגל של המצב ה- $n$ :  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right)$

האנרגיה של המצב ה- $n$ :  $E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$

- לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה הפוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית.

עקרונות לציור פונקציית גל:

- ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
- עבור המצב ה- $n$  ציירו גל עם  $n-1$  נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
- ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולהיפך).
- פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
- פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מיקום ממוצע:  $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$

המיקום בעל ההסתברות הגבוהה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות  $|\psi(x)|^2$  (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

## שאלות:

- (1) דוגמה – אלקטרון חופשי עם אנרגיה ידועה  
 אלקטרון עם אנרגיה  $E = 3.7\text{eV}$  נע באופן חופשי במרחב.  
 א. מהו אורך הגל של האלקטרון?  
 ב. רשמו את פונקציית הגל של האלקטרון.  
 אין צורך לנרמל את הפונקציה והניחו כי הפאזה היא אפס.
- (2) דוגמה – אלקטרון באמצע הקופסה (2)  
 אלקטרון נמצא במצב היסוד בתוך קופסה קשיחה באורך  $l$ .  
 מצאו את ההסתברות שהאלקטרון נמצא במרחק  $\frac{l}{8}$  ממרכז הקופסה  
 (מימין או משמאל למרכז).
- (3) דוגמה – מיקום ממוצע ומסתבר במצב המעורער הראשון  
 מצאו את המיקום הממוצע והמיקום המסתבר ביותר עבור חלקיק הנמצא  
 במצב המעורער הראשון בתוך קופסה קשיחה באורך:  $2.00 \cdot 10^{-10}\text{m}$ .
- (4) דוגמה – חיידק בקופסה (4)  
 חיידק קטן בעל מסה של  $10^{-13}\text{kg}$  מוגבל לזוז בין שני קירות קשיחים  
 במרחק  $0.1\text{mm}$  אחד מן השני.  
 א. האריכו את המהירות המינימאלית של החיידק.  
 ב. אם מהירות החיידק היא בערך  $10^{-6}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , מהו המספר הקוונטי של המצב  
 בו נמצא החיידק?
- (5) דוגמה – חלקיק בבור סופי  
 חלקיק בעל מסה  $M$  נמצא בבור פוטנציאל הנתון לפי הפונקציה הבאה:

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq L \\ U_0 & L < x \end{cases}$$

אנרגיית החלקיק  $E$  נתונה וקטנה מ- $U_0$ .

- א. מצאו את פונקציית הגל בכל המרחב ללא מציאת המקדמים הקבועים של הפונקציה בכל תחום.  
 ב. השתמשו בתנאי השפה (פונקציית הגל רציפה והנגזרת רציפה) בשביל למצא משוואה ממנה ניתן לחשב את הערכים האפשריים של האנרגיה. הראו כי מתקיים הקשר:

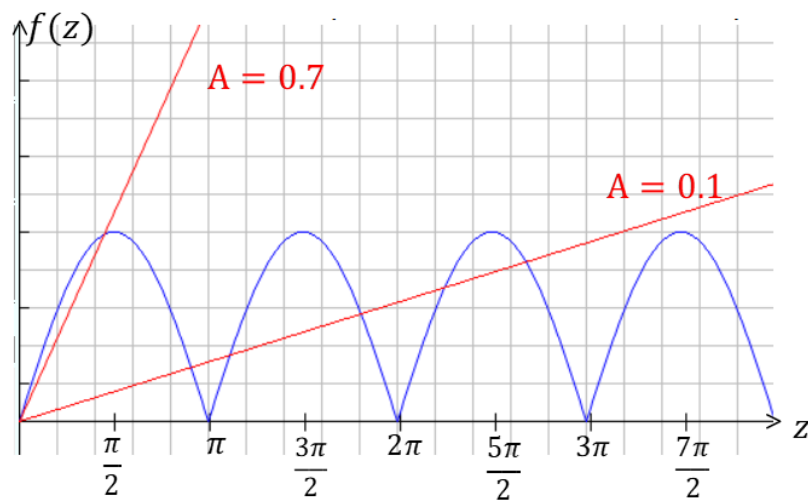
$$\alpha = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}} \quad \text{ו-} \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad \text{כאשר} \quad \tan(kL) = -\frac{k}{\alpha}$$

ג. מצאו מהו תחום הערכים האפשריים של  $kL$  והראו כי :

$$|\sin(kL)| = \frac{\hbar k}{\sqrt{2mU_0}}$$

ד. כתבו את המשוואה של סעיף ג' באמצעות המשתנים :  $z = kL$

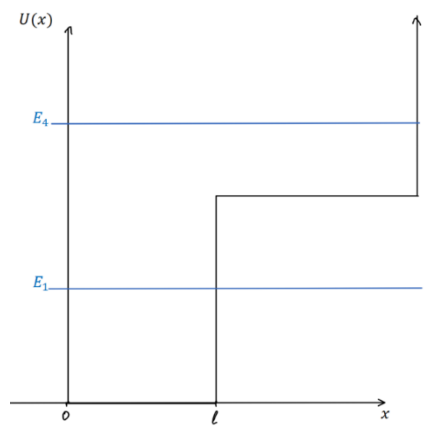
ו-  $A = \frac{\hbar}{L\sqrt{2mU_0}}$  כעת ניתן לפתור את הבעיה באמצעות פתרון גרפי. הפתרונות הן נקודות החיתוך של הפונקציות משני צידי המשוואה. סמנו את נקודות הפתרון בגרף הבא עבור :  $A = 0.1$  ו-  $A = 0.7$ . הקפידו על תחום ההגדרה של סעיף ג'.



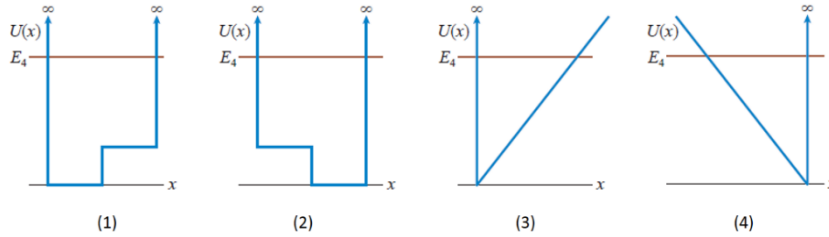
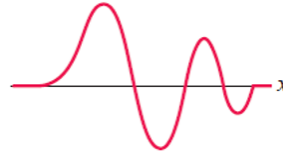
ה. מהו התנאי על  $A$  עבורו אין פתרון למשוואה?  
מה המשמעות הפיזיקאלית של מצב זה?

**6) דוגמה – בור אינסופי עם מדרגה**

באיור נתונה פונקציית פוטנציאל של בור פוטנציאל אינסופי עם מדרגת פוטנציאל. ציירו את פונקציית הגל עבור האנרגיות  $E_1$  ו-  $E_4$  באיור.



**(7) דוגמה – התאימו פוטנציאל לפונקציית הגל**  
איזה מהגרפים הבאים מתאר את הפוטנציאל של פונקציית הגל הבאה:



**תשובות סופיות:**

א.  $6.38 \cdot 10^{-10} \text{ m}$       ב.  $\psi(x) = A \sin(9.84 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \cdot x)$       (1)

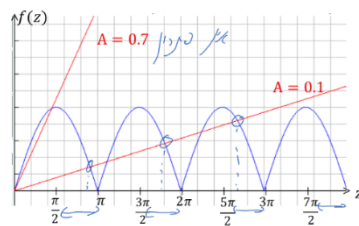
47.5%      (2)

ממוצע:  $\langle x \rangle = \frac{l}{2}$ , מסתבר:  $\frac{l}{4}$ ,  $\frac{3l}{4}$       (3)

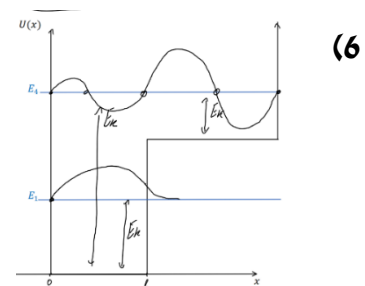
א.  $3 \cdot 10^{-17} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$       ב.  $3 \cdot 10^{-10}$       (4)

א.  $\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$  -  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$  : כאשר  $\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < 0 \\ Ce^{-\alpha x} & 0 < x < L \end{cases}$       (5)

ב. הוכחה.      ג.  $\frac{\pi}{2} + \pi n < KL < \pi + \pi n \quad n = 0, 1, 2, \dots$



ד.  $|\sin(z)| = Az$       ה.



4 (7)

## מנהור (tunneling):

### סיכום כללי:

ההסתברות שהחלקיק יעבור את המחסום.  $-l$ אורך המחסום  $T \ll 1$ רק עבור	$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$ $\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$	<b>מקדם ההעברה</b>
	$R = 1 - T$	<b>מקדם החזרה</b>

### שאלות:

#### (1) דוגמה – אלקטרון חודר מחסום

אלקטרון חופשי בעל אנרגיה של 40eV נע במרחב ונתקל במחסום פוטנציאל בעל אנרגיה של 60eV. מה ההסתברות שהאלקטרון יעבור את המחסום אם עובי המחסום הוא:

א. 1.0nm  
 ב. 0.1nm

#### (2) נתונים של אלקטרון חופשי

פונקציית הגל של אלקטרון חופשי היא:  $\psi(x) = A \sin(\pi \cdot 10^{10} x)$  כאשר  $x$  במטרים. מצאו את:

א. אורך הגל והתנע של האלקטרון.  
 ב. מהירות האלקטרון.  
 ג. אנרגיית האלקטרון.

#### (3) מהירות מינימלית בבור אינסופי

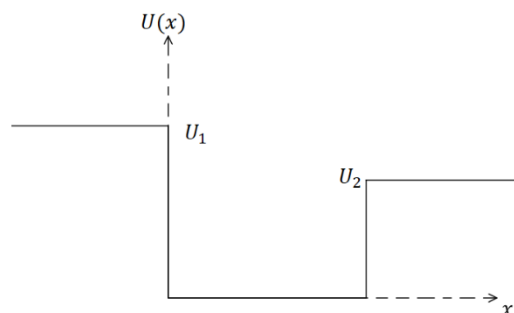
מהי המהירות המינימלית של אלקטרון הנמצא בבור פוטנציאל אינסופי ברוחב 0.30nm?

(4) **אי ודאות במצב היסוד\***  
 חלקיק נמצא במצב היסוד בתוך בור פוטנציאל אינסופי.  
 הראו כי יחס אי הודאות מתקיים עבור מצב זה. עבור  $\Delta x$  ניתן לקחת את רוחב הבור (או יותר מדויק רוחב הבור חלקי  $4\pi$ ). התנע של החלקיק אמנם ידוע מתוך האנרגיה אבל הכיוון שלו אינו ידוע, התנע יכול להיות חיובי או שלילי ולכן אי הודאות בתנע היא  $2p$ .

(5) **הסתברות למצא אלקטרון בבור**  
 אלקטרון נמצא בקופסה סגורה וקשיחה ברוחב  $1.00\text{nm}$ .  
 מה ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק  $0.10\text{nm}$  ממרכז הקופסה, מכל צד, עבור המצב:  
 א.  $n = 1$   
 ב.  $n = 4$   
 ג.  $n = 20$   
 ד. השוו למקרה הקלאסי.

(6) **בור אינסופי מוזז**  
 מצאו את פונקציות הגל עבור בור פוטנציאל אינסופי ברוחב  $l$  הנמצא מ- $x = -\frac{l}{2}$  ועד  $x = \frac{l}{2}$  (במקום מ-0 עד  $l$ ). האם רמות האנרגיה משתנות?

(7) **בור סופי עם קירות שונים**  
 חלקיק נמצא תחת הפוטנציאל הנתון באיור.  
 שרטטו את פונקציית הגל עבור שלושת המצבים הבאים:  
 א. החלקיק במצב המעורר הראשון ו- $E < U_2$ .  
 ב.  $U_2 < E < U_1$ .  
 ג.  $U_1 < E$ .



**(8) זרם פרוטונים עובר מחסום**

זרם של  $1.2\text{mA}$  המכיל פרוטונים באנרגיה  $1.8\text{MeV}$  נתקל במחסום פוטנציאל בגובה  $2.0\text{MeV}$  וברוחב  $5.0 \cdot 10^{-14}\text{m}$ . מהו הזרם המועבר?

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $4.86 \cdot 10^{-18}\%$  ב.  $3.67\%$

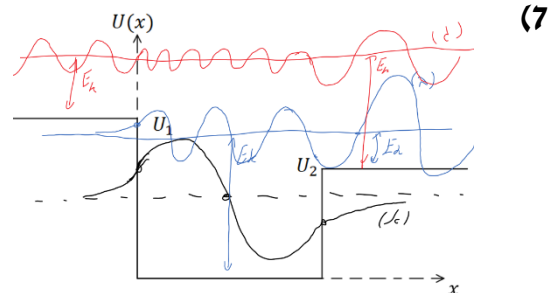
(2) א.  $\lambda = 2 \cdot 10^{-10}\text{m}$ ,  $p = 3.3 \cdot 10^{-24}\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ג.  $3.64 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ד.  $38\text{eV}$

(3)  $1.2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(4) הוכחה.

(5) א.  $0.387$  ב.  $0.153$  ג.  $0.2$  ד.  $0.2$

(6) לא משתנות,  $\sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi nx}{l} + \frac{\pi n}{2}\right)$



(8)  $96\text{nA}$

## אוסילטור הרמוני:

### סיכום כללי:

$$\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_2(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}} \quad \text{פונקציות הגל:}$$

$$b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

$$\text{רמות האנרגיה: } E_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar\omega \quad \text{כאשר } n=1,2,3,\dots$$

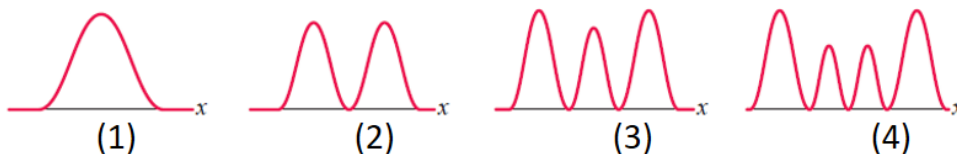
$$\text{(או } E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega \text{ כאשר } n=0,1,2,\dots)$$

פתרון כללי ל

### שאלות:

- (1) דוגמה – אלקטרון בתנודה הרמונית פולט פוטון  
אלקטרון הנמצא באוסילטור הרמוני קוונטי פולט פוטון באורך גל של 400nm  
כאשר הוא יורד רמת אנרגיה אחת.  
א. האם ניתן לדעת באיזה רמת אנרגיה היה האלקטרון?  
ב. מהו "קבוע הקפיץ"?

- (2) דוגמה – איזה פונקציית הסתברות מתאימה  
איזו פונקציית הסתברות מתאימה לחלקיק הנמצא תחת פוטנציאל של  
אוסילטור קוונטי עם אנרגיה:  $E = \frac{7}{2} \hbar\omega$ ?



### תשובות סופיות:

- (1) א. לא. ב.  $0.02 \frac{N}{m}$
- (2) 4.

## תרגילים נוספים:

### שאלות:

- (1) פונקציית חומר מול פונקציות גל אחרות השוו בין פונקציית הגל של החומר  $\psi$  לבין: א. פונקציית הגל של מיתר. ב. פונקציית גל של גל אלקטרומגנטי.
- (2) מודל בוהר וקוונטים מה ההבדל בין המודל האטומי של בוהר למכניקת הקוונטים? רמז: עיקרון אי הוודאות.
- (3) האם אפשר לאזן מחט האם אפשר לאזן מחט כך שהיא תעמוד על החוד שלה באופן מוחלט?
- (4) ניוטון וקוונטים באיזה אופן התורה של ניוטון שונה מתורת הקוונטים?
- (5) מיקום מדויק האם עקרון אי הוודאות מגביל את הדיוק שבו ניתן למדוד את המיקום של גוף?
- (6) למי יש יותר סיכוי לעבור מחסום אטום מימן ואטום הליום בעלי אנרגיה זהה מתקרבים למחסום פוטנציאל ברוחב סופי עם אנרגיה פוטנציאלית גבוהה מהאנרגיה שלהם. למי סיכוי גדול יותר לעבור את המחסום?
- (7) חיים של בוזון  $Z^0$  בוזונים הם שם לקבוצת חלקיקים נשאי כוח (עם ספין שלם). הבוזון  $Z^0$  קשור ל"כוח החלש" (כוח שפועל בתוך הגרעין) ודועך מאוד מהר. האנרגיה הממוצעת שלו היא  $91.9 \text{ GeV}$  והרוחב במדידת האנרגיה הוא  $2.5 \text{ GeV}$ . מהו זמן החיים המוערך של הבוזון  $Z^0$ ?

**(8) כדור מקפץ**

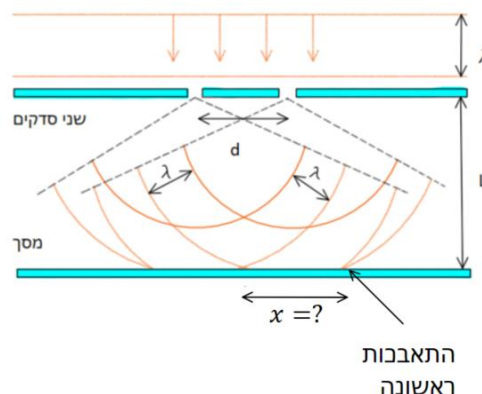
כדור קטן במסה  $10^{-6} \text{ kg}$  משוחרר ממנוחה בגובה  $2 \text{ m}$  מעל הרצפה. הכדור פוגע ברצפה וקופץ חזרה. לאחר כל פגיעה ברצפה הכדור מגיע חזרה ל-60% מהגובה הקודם בגלל איבוד אנרגיה בהתנגשות עם הרצפה. כמה פעמים צריך הכדור לפגוע ברצפה עד שאי הודאות במהירות שלו תהיה משמעותית (כלומר בסדר גודל של המהירות עצמה). הניחו שאי הודאות במדידת המיקום היא בסדר גודל של הגובה הנמדד.

**(9) פונקציית גל נתונה**

נתונה פונקציית הגל הבאה:  $\psi(x) = b^{-\frac{1}{2}} \left| \frac{x}{b} \right|^{\frac{1}{2}} e^{-(x/b)^2/2}$ , כאשר  $nmb = 0.5$ .  
 א. בדקו כי פונקציית הגל מנורמלת.  
 ב. מהו המיקום המסתבר ביותר בו נמצא החלקיק בתחום  $x > 0$ ?  
 ג. מה ההסתברות למצא את החלקיק בין  $x = 0$  ל- $x = 0.50 \text{ nm}$ ?

**(10) נויטרונים בניסוי שני סדקים**

עורכים את ניסוי שני הסדקים עם נויטרונים בעלי אנרגיה של  $0.0040 \text{ eV}$ . המרחק בין הסדקים הוא  $d = 0.70 \text{ mm}$  והמרחק למסך הוא  $L = 1.0 \text{ m}$ . מהו המרחק מהמרכז בו תופיע ההתאבכות הראשונה?  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .





### תשובות סופיות:

- (1) א. חומר: פונקציה סקלרית, מתארת הסתברות וללא תווך.  
מיתר: פונקציה סקלרית, מתארת תנודה, דרוש תווך.
- ב. א"מ: פונקציה וקטורית, מתארת הסתברות ואת האמפליטודה של השדה החשמלי והמגנטי, ללא תווך.
- (2) ראו סרטון.
- (3) לא.
- (4) בתורה של ניוטון ניתן לחשב את המיקום והתנע באופן מדויק בו זמנית, כתוצאה מכך ניתן תיאורטית לצפות בדיוק את ההתנהגות של מערכת בעתיד. לפי תורת הקוונטים יש אי ודואות במדידות ולכן ניתן לצפות רק הסתברויות להתנהגות המערכת בעתיד.
- (5) לא.
- (6) מימן.
- (7)  $1.3 \cdot 10^{-25} \text{ sec}$
- (8) .70
- (9) א. הוכחה. ב.  $0.35 \text{ nm}$ . ג.  $63\%$ .
- (10)  $6.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

# פיזיקה ג מודרנית 141041

פרק 5 - ספין וניסוי שטרן גרלך- יש להתעלם מכל מה שקשור לאטום המימן בהרצאות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגולים ..... 64

## פתרון עבור אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי:

### סיכום כללי:

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב- $r$ :

משוואה ל- $\theta(\theta)$ :

$$\frac{1}{\theta(\theta)} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + l(l+1) \sin^2 \theta = m^2$$

משוואה ל- $\phi(\phi)$ :

$$\frac{\partial^2 \phi(\phi)}{\partial \phi^2} = -m^2 \phi(\phi)$$

פתרון לחלק הזוויתי:

$$Y_l^m(\theta, \phi) = \theta(\theta)\phi(\phi) = \varepsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

$$\varepsilon = \begin{cases} (-1)^m & m > 0 \\ 1 & m \geq 0 \end{cases}$$

$l \geq 0$  ו- $|m| \leq l$  שלם.

$$P_l^m(x) \equiv (1-x^2)^{|m|/2} \left( \frac{d}{dx} \right)^{|m|} P_l(x)$$

$$P_l(x) \equiv \frac{1}{2^l l!} \left( \frac{d}{dx} \right)^l (x^2 - 1)^l$$

$$Y_0^0 = \left( \frac{1}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Y_2^{\pm 2} = \left( \frac{15}{32\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$$

$$Y_1^0 = \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \cos \theta$$

$$Y_3^0 = \left( \frac{7}{16\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$$

$$Y_1^{\pm 1} = \mp \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$$

$$Y_3^{\pm 1}$$

$$= \mp \left( \frac{21}{64\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{\pm i\phi}$$

$$Y_2^0 = \left( \frac{5}{16\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

$$Y_3^{\pm 2} = \left( \frac{105}{32\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{\pm 2i\phi}$$

$$Y_2^{\pm 1} = \mp \left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi} \quad Y_3^{\pm 3} = \mp \left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^3 \theta e^{\pm 3i\phi}$$

$$\begin{aligned} P_1^1 &= \sin \theta & P_3^3 &= 15 \sin \theta (1 - \cos^2 \theta) \\ P_1^0 &= \cos \theta & P_3^2 &= 15 \sin^2 \theta \cos \theta \\ P_2^2 &= 3 \sin^2 \theta & P_3^1 &= \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) \\ P_2^1 &= 3 \sin \theta \cos \theta & P_3^0 &= \frac{1}{2} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) \\ P_2^0 &= \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) \end{aligned}$$

אורתוגונליות:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [Y_l^m(\theta, \varphi)]^* [Y_l^{m'}(\theta, \varphi)] \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} (V(r) - E) &= l(l+1) \\ R(r) &= \frac{u(r)}{r} \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \left[ V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m r^2} \right] u(r) &= Eu(r) \end{aligned}$$

פתרון עבור אטום המימן:

מתוך פתרון המשוואה תנאי שמקוונטט את האנרגיה:

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} \\ E_1 &= -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2} = -13.6 \text{ eV} \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

הפתרון לפונקציה תלוי בקבועים  $n$  ו- $l$ :

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left(\frac{2r}{na}\right)$$

רדיוס בוהר :

$$a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10} m$$

$$L_{q-p}^p(x) \equiv (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$$

$$L_q(x) \equiv e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$$

$$R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{8} \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192} \left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי :

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \varphi)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$0 \leq l \leq n - 1$$

 $l$  שלם ומקיים :

$$-l \leq m \leq l$$

 $m$  שלם ומקיים :

אורתוגונליות :

$$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק  $r$  מהגרעין):

$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$$

**תנע זוויתי :**

התנע הזוויתי הוא :  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$   
נגדיר אופרטורים :  $\hat{L}^2, \hat{L}_z, \hat{L}_x, \hat{L}_y$

$$\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1)\hbar^2 Y_l^m$$

$$|L| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

גודל התנע יכול להיות גם אפס וזה בניגוד למודל של בוהר.

את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של  $L_z$ , משם אפשר למצא את  $\cos \theta = \frac{L_z}{|L|}$

$$\hat{L}_z Y_l^m = m\hbar Y_l^m$$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!

**רמות אנרגיה ניוון וספקטרום הפליטה :**

צפיפות המצבים :  $g(n) = 2n^2$  (ה-2 מגיע מהספין).

כללי מעבר (Selection Rules) :

$$n_i > n_f \quad .1$$

$$\Delta l = l_f - l_i = \pm 1 \quad .2$$

$$\Delta m = m_f - m_i = 0, \pm 1 \quad .3$$

**שאלות :**

**(1) הסתברות להיות רחוק מרדיוס בוהר**

- א. חשבו את ההסתברות של אלקטרון במצב היסוד באטום מימן, להימצא במרחק שגדול מרדיוס בוהר מהגרעין.  
 ב. מצאו את הרדיוס הממוצע בו נמצא האלקטרון במצב היסוד.

**(2) כוח ממוצע**

פונקציית הגל של המצב:  $n = 2, l = 1, m = 0$  היא:  $\psi_{210} = \frac{r \cdot \cos \theta}{\sqrt{32\pi a^5}} e^{-\frac{r}{2a}}$   
 מצאו את גודל הכוח החשמלי הממוצע שפועל על האלקטרון.

נוסחאות עזר:

$$\int_0^\infty x^n e^{-\alpha x} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$$

$$\int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{2}{3}$$

$$\int_0^\pi \sin^5 \theta d\theta = \frac{16}{15}$$

**(3) הראו כי התנז לא בכיוון Z**

הראו שהתנע הזוויתי המסלולי של האלקטרון באטום המימן לא יכול להיות מקביל לציר Z.

**(4) גז מעורר**

נתון גז של אטומי מימן שבכל אחד מהם האלקטרון נמצא ברמה התחלתית ( $n = 4, l = 3$ ).  
 נתון שאין אינטראקציה בין האטומים, טמפרטורת הגז נשארת קבועה כל הזמן ולא קיים שדה מגנטי חיצוני.  
 כמה קווי פליטה שונים (אורכי גל שונים) נראה בספקטרום הפליטה של הגז (ספקטרום הפליטה מתקבל כאשר האלקטרונים יורדים לרמות נמוכות יותר)?  
 רשמו את מצבי האנרגיה הנמוכים ביותר שבהם יכולים להימצא האלקטרונים לאחר זמן רב (השתמשו במספרים הקוונטים  $(n, l)$  כדי לאפיין את מצבי האנרגיה).

**(5) צבר אטומי מימן במצב 2 בשטרן גרלך**

- צבר אטומי מימן נמצא במצב  $n = 2$  (ועם תנע זוויתי כלשהו).  
 בכל סעיפי השאלה יש להתחשב גם בספין.  
 א. כמה כתמים יהיו על המסך עבור הצבר בניסוי שטרן גרלך?  
 ב. ציינו איזה מצב קוונטי גרם לכל כתם על המסך.

- אורך המגנט בניסוי הוא  $L$  והמרחק מסוף המגנט ועד המסך הוא  $10L$ .  
 השדה המגנטי הוא  $B(z) = B_0 \frac{z}{L}$  ומהירות האטומים היא  $v$ .  
 ג. מה יהיה המרחק בין שני הכתמים הנוצרים מהמצבים בהם האלקטרון נמצא ברמה  $2s$ ?  
 ד. כמה רמות אנרגיה שונות קיימות לצבר (תחת שדה מגנטי)? כמה אורכי גל שונים יכולים להיפלט מהצבר?

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $0.677$  ב.  $1.5a$   
 (2)  $\frac{ke^2}{12a^3}$   
 (3) הוכחה.  
 (4) 5 קווים,  $1s$  ו- $2s$ .  
 (5) א. ישנם 5 אופציות שונות למומנט המגנטי ולכן נקבל 5 כתמים.  
 ב. הכתם הכי נמוך שייך ל- $m+2ms=2$  וככל שהערך יורד הכתם יהיה יותר גבוה.  
 ג.  $21 \frac{\mu_B B_0 L}{mv^2}$   
 ד. לצבר 5 רמות אנרגיה שונות עבור הערכים השונים של המומנט המגנטי.  
 7 אורכי גל שונים.

## מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

### סיכום כללי:

מומנט כוח על דיפול מגנטי:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין:

$$\vec{\mu} = \frac{-\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

גודל קבוע שנקרא המגנטון של בוהר:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$$

האנרגיה הפוטנציאל כתוצאה האינטראקציה של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני:

$$U = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B} = \mu_B B m$$

כאשר m הוא המספר הקוונטי של  $L_z$ .

תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות בעקבות אפקט זימן:

$$\begin{aligned} \Delta E_z &= \mu_B B \Delta m \\ \Delta m &= \pm 1, 0 \end{aligned}$$

התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

## שאלות:

### 1) פוטון נפלט מאטום מימן בשדה מגנטי

אלקטרון נמצא ברמת האנרגיה  $3p$  של אטום מימן. האטום נמצא באזור בו יש שדה מגנטי אחיד  $B = 4 \cdot 10^3 [T]$ . מצאו את אורך הגל הקצר ביותר שיכול

להתקבל ממעבר של האלקטרון לרמה כלשהיא (הניחו שהאלקטרון אינו עולה רמות לפני הפליטה).

## (2) פליטה מאטום בורון ורוחב פס

- גז של אטומי בורון נמצא באזור בו קיים שדה מגנטי חיצוני אחד  $B$ .  
 בכל אחד מהאטומים מעוררים את האלקטרון שנמצא ברמה  $2p$  לרמה  $3s$   
 ומוודדים את ספקטרום הקרינה האלקטרומגנטית שמתקבל בחזרה של  
 האלקטרון לרמה המקורית.
- א. כמה קווים יתקבלו בספקטרום? הניחו שרמת האנרגיה זהות לאלו של  
 אטום המימן.
- ב. מצאו את הערך של  $B$  עבורו נוכל להבחין כי הפיצול אכן נבע מהשדה  
 המגנטי החיצוני אם נתון שזמן החיים של הרמה המעוררת הוא  $2\text{ns}$ .

## תשובות סופיות:

- (1)  $100\text{nm}$   
 (2) א. 3 קווים. ב.  $B > 9\text{mT}$

## ספין ניסוי ושטרן גרלך:

### סיכום כללי:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$\vec{L}$  תנ"ז מסילתי, נובע מהתנועה הסיבובית של החלקיק.

$\vec{S}$  תנ"ז כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

$S$  גדולה - גודל התנ"ז מהספין.

$s$  קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון  $s = \frac{1}{2}$ .

עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי  $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$

חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם  $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$  וכו' נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם  $0, 1, 2$  נקראים **בוזונים**.

$$S_z = m_s \hbar$$

$-s < m_s < s$  בקפיצות של 1

עבור אלקטרון  $m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

פקטור  $g$  או gyromagnetic ratio

עבור אלקטרון  $g = 2.0023 \dots \approx 2$

## שאלות:

## (1) תוחלת של S

נתונה פונקציית הגל הבאה:

$$\frac{1}{\sqrt{4}} \Psi_{2,1,-1,\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}} \Psi_{2,1,1,\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_{2,1,1,-\frac{1}{2}}$$

א. הראו שהפונקציה מנורמלת (בהנחה ש- $\Psi_{n,l,m,m_s}$  הן אורטונורמליות).ב. מצאו את  $\langle \hat{L}_z \rangle$ .ג. מצאו את  $\langle \hat{S}_z \rangle$ .ד. מצאו את  $\Delta S_z$ .

## (2) שטרן גרלך עם תנז מסילתי

מה היה קורה בניסוי שטרן-גרלך אם לאלקטרון בקרן שפוגעת היה  $l = 1$ ?

## תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. ב.  $\frac{\hbar}{2}$ . ג. 0. ד.  $\frac{\hbar}{2}$ .
- (2) הקרן תתפצל לחמש קרניים ונראה חמש נקודות על המסך.

## אטומים מורכבים והטבלה המחזורית:

### סיכום כללי:

כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי המספרים הקוונטים:  $n, l, m_l, m_s$ . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- $n$  וגם ב- $l$ .

עיקרון האיסור של פאולי (1900-1958) Wolfgang Pauli: שני אלקטרונים באטום לא יכולים לאכלס את אותו המצב הקוונטי. כלומר לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים:  $n, l, m_l, m_s$ .

ככל ש- $l$  גדל (יש יותר תני"ז מסילת) האנרגיה גדלה.

### הטבלה המחזורית:

**KEY:**

- Atomic Number
- Element Symbol
- Electronic Configuration
- Density at 300K (g/cm³)
- \* indicates density in g/l of gaseous state at 273K and 1 atm
- Atomic Mass
- Oxidation States (dark indicates most stable)
- Electronegativity
- Element Name
- Melting Point, K
- Boiling Point, K
- First Ionization Potential, V
- Atomic Radius (pm)
- Ionic Radius (pm)

**Carbon (C):** Atomic Number 6, Atomic Mass 12.011, Oxidation States +4, +2, Electronic Configuration He 2s² 2p², Electronegativity 2.55, Melting Point 3825 K, Boiling Point 5100 K, First Ionization Potential 11.26 V, Atomic Radius 70 pm, Ionic Radius 16 pm.

**Other elements shown in key:** H (1, 1.0079), He (2, 4.0026), Li (3, 6.941), Be (4, 9.012), B (5, 10.811), N (7, 14.007), O (8, 15.999), F (9, 18.998), Ne (10, 20.180), Na (11, 22.990), Mg (12, 24.305), Al (13, 26.982), Si (14, 28.086), P (15, 30.974), S (16, 32.065), Cl (17, 35.453), Ar (18, 39.948), K (19, 39.098), Ca (20, 40.078), Sc (21, 44.956), Ti (22, 47.867), V (23, 50.942), Cr (24, 51.996), Mn (25, 54.938), Fe (26, 55.845), Co (27, 58.933), Ni (28, 58.693), Cu (29, 63.546), Zn (30, 65.409), Ga (31, 69.723), Ge (32, 72.640), As (33, 74.922), Se (34, 78.960), Br (35, 79.904), Kr (36, 83.798), Rb (37, 85.468), Sr (38, 87.620), Y (39, 88.906), Zr (40, 91.224), Nb (41, 92.906), Mo (42, 95.940), Tc (43, 98.906), Ru (44, 101.07), Rh (45, 102.905), Pd (46, 106.42), Ag (47, 107.868), Cd (48, 112.41), In (49, 114.82), Sn (50, 118.71), Sb (51, 121.76), Te (52, 127.60), I (53, 126.905), Xe (54, 131.29), Cs (55, 132.91), Ba (56, 137.33), La-Lu (57-71), Hf (72, 178.49), Ta (73, 180.95), W (74, 183.85), Re (75, 186.21), Os (76, 190.23), Ir (77, 192.22), Pt (78, 195.08), Au (79, 196.967), Hg (80, 200.59), Tl (81, 204.38), Pb (82, 207.2), Bi (83, 208.98), Po (84, 209), At (85, 218), Rn (86, 222), Fr (87, 223.02), Ra (88, 226.02), Ac-Lr (89-103), Rf (104, 261), Db (105, 262), Sg (106, 266), Bh (107, 264), Hs (108, 277), Mt (109, 268), Ds (110, 281), Rg (111, 272), Cn (112, 285), Nh (113, 284), Fl (114, 289), Mc (115, 288), Lv (116, 292), Ts (117, 294), Og (118, 294), La (57, 138.91), Ce (58, 140.12), Pr (59, 140.91), Nd (60, 144.24), Pm (61, 145), Sm (62, 150.36), Eu (63, 151.97), Gd (64, 157.25), Tb (65, 158.93), Dy (66, 162.50), Ho (67, 164.93), Er (68, 167.26), Tm (69, 168.93), Yb (70, 173.04), Lu (71, 174.97), Ac (89, 227.03), Th (90, 232.04), Pa (91, 231.04), U (92, 238.03), Np (93, 237), Pu (94, 244), Am (95, 243), Cm (96, 247), Bk (97, 247), Cf (98, 251), Es (99, 252), Fm (100, 257), Md (101, 258), No (102, 259), Lr (103, 260).

**Legend:**

- Alkali metals (Blue)
- Alkali earth metals (Light Blue)
- Transition metals (Orange)
- Rare earths (Pink)
- Basio metals (Red)
- Metalloids (Yellow)
- Non-metals (Light Green)
- Halogens (Green)
- Noble gases (Light Blue)
- Solid (Black)
- Liquid (Grey)
- Gas (White)
- Hydrogen (Red)
- Not classified (White)

**Logos:** ChemRoots, cchange, sasol, UNIVERSITY OF CAPE TOWN, CAPE TOWN SCIENCE CENTRE, CTSC Cape Town Science Centre.

## שאלות:

- (1) **טיטניום**  
כמה אלקטרונים יש ליסוד טיטניום: Ti ( $Z = 22$ ) ברמה הרביעית?  
הניחו שהוא במצב היסוד.
- (2) **אטום ראשון ברמה החמישית**  
מהו המספר האטומי של האטום "הראשון" ברמה החמישית?
- (3) **קונפיגורציה של ברזל**  
רשמו את קונפיגורציית האלקטרונים של אטום הברזל: Fe  $Z=26$   
במצב היסוד. רשמו את הכתיב המלא והמקוצר.
- (4) **קונפיגורציות הגיוניות**  
אלו מהקונפיגורציות הבאות הן הגיוניות ואלו לא? (עבור אטומים ברמת היסוד)
- א.  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^3$   
ב.  $1s^2 2s^2 2p^6 2d^2$   
ג.  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^2$   
ד.  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$

## תשובות סופיות:

- (1) שני אלקטרונים.  
(2) 37.  
(3)  $3d^2 4s^2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$   
(4) א. לא. ב. לא. ג. לא. ד. כן.

# פיזיקה ג מודרנית 141041

פרק 6 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

1. שאלות חזרה קצרות בנושאים ספציפיים.....76

## שאלות חזרה קצרות בנושאים ספציפיים

### שאלות

#### 1 פוטואלקטרי 1

קבעו האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה.  
בניסוי פוטואלקטרי ככל שמגדילים את עוצמת האור כך גדל הזרם החשמלי (בהנחה שתדירות האור גדולה מספיק בשביל להביא לפליטה של האלקטרונים מהמתכת)

#### 2 פוטואלקטרי 2

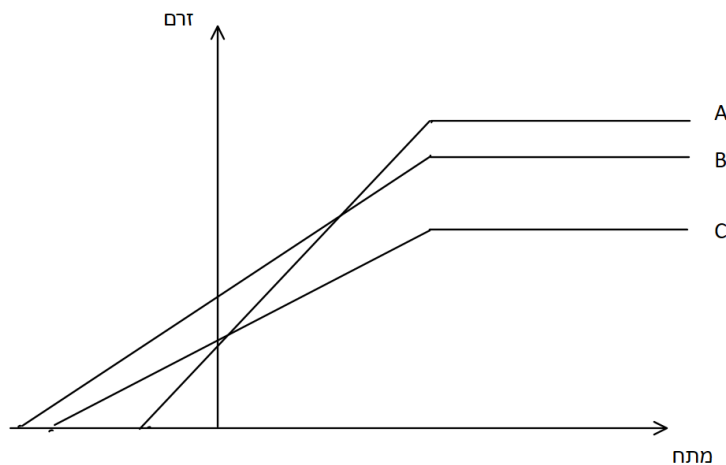
בניסוי פוטואלקטרי המתכת שבקטודה היא אשלגן. אורך הגל המקסימאלי עבורו מודדים מתח באנודה הוא  $558 \text{ nm}$ .  
מהי האנרגיה הקינטית המקסימלית של האלקטרונים (ב-eV) עבור אור באורך

$$\text{גל של } 380 \text{ nm} \text{ ועוצמה ליחידת שטח של } 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} ?$$

האם אנרגיה זו תגדל כאשר נגדיל את עוצמת האור?

#### 3 פוטואלקטרי 3

הגרפים הבאים מתארים תוצאות ניסוי פוטואלקטרי עבור מתכת זהה.



אילו מהטענות הבאות נכונה :

- גרף A בעל התדירות הכי גבוהה, גרף C בעל עוצמת האור הכי נמוכה.
- גרף B בעל אורך הגל הכי גבוה, גרף A בעל העוצמה הכי נמוכה.
- גרף C בעל אורך הגל הכי גבוהה, גרף B בעל העוצמה הכי גבוהה.
- גרף A בעל העוצמה הכי גבוהה, גרף B בעל אורך הגל הכי נמוך.

**(4) אורך גל דה ברולי 1**

קבעו האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה.  
 לפי התורה הקלאסית (כלומר, ללא תיקונים של תורת היחסות) עבור כל חלקיק הנע במרחב, במהירות כלשהיא ביחס למערכת  $S$ , ניתן למצא מערכת ייחוס אחרת בה אורך הגל של החלקיק ישאף לאינסוף.

**(5) אורך גל דה ברולי 2**

חלקיק חופשי בעל אנרגיה  $E$  ומטען  $q$  נכנס לאזור בו יש מתח  $V$ . מהו אורך גל דה ברולי של החלקיק ביציאתו מן האזור?

**(6) אורך גל דה ברולי ויחסות 1**

ניתן לרשום את אורך גל דה ברולי של אלקטרון יחסותי באופן הבא:  

$$\lambda = \frac{\delta}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} [\text{\AA}]$$
 כאשר  $\delta$  הוא קבוע חיובי חסר יחידות ו- $\gamma$  הוא פקטור לורנץ. מצאו את ערכו של הקבוע  $\delta$ . שימו לב שהנוסחה נותנת תוצאה באנגסטרומים!

**(7) דה ברולי ויחסות 2**

לפוטון ואלקטרון יחסותי אורך גל זהה. האם התנע והאנרגיה שלהם זהים?

**(8) אי וודאות 1**

קבעו אם הטענה הבאה נכונה:  
 ככל שזמן החיים של רמה מעורערת באטום גדול יותר אז החסם התחתון על אי הוודאות בתדירות הפוטון הנפלט (כאשר האלקטרון יורד לרמה נמוכה) קטן.

**(9) אי וודאות 2**

זמן החיים למעבר בין הרמות  $2p$  ל- $1s$  באטום המימן הוא  $1.6 \cdot 10^{-9} s$ . מהו סדר הגודל של טווח התדירויות (או רוחב הקו) של הקרינה הנפלטת במעבר? רשמו את התשובה ללא חזקות של 10 תוך שימוש באחת מהיחידות הבאות:  $Hz$ ,  $KHz$ ,  $MHz$ ,  $GHz$ .

**(10) משוואת שרדינגר 1**

קבעו אם הטענה הבאה נכונה:

אם  $\psi_1$  ו- $\psi_2$  מהווים פתרונות למשוואת שרדינגר, אזי גם  $\psi_3 = \frac{i}{5}\psi_1 + \frac{1}{\sqrt{10}}\psi_2$  מהווה פתרון למשוואה.

**11) משוואת שרדינגר 2**

האם הפונקציה  $\psi(x, y, z, t) = \frac{t}{xy}$  מהווה פתרון למשוואת שרדינגר:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \psi(x, y, z, t) + V(x, y, z, t) \psi(x, y, z, t)$$

**12) חלקיק חופשי**

האם ניתן לנרמל את משוואת הגל של חלקיק חופשי לא יחסותי (בעל מסה שונה מאפס) בקטע חצי אינסופי?

**13) בור פוטנציאל אינסופי**

חלקיק בעל מסה  $M$  נמצא בבור פוטנציאל אינסופי חד מימדי. מקטינים את רוחב הבור לאט מאוד, האם מהירות החלקיק תגדל, תקטן או לא תשתנה?

**14) ציור פונקציית גל**

חלקיק עובר מאזור בו הפוטנציאל הוא אפס לאזור בו הפוטנציאל קטן מאפס. האם אורך הגל שלו יגדל יקטן או לא ישתנה?

**15) אוסילטור הרמוני 1**

חלקיק נמצא תחת פוטנציאל הרמוני. האם המרווח בין שתי רמות אנרגיה קטן, גדל או לא משתנה ככל שהמספר הקוונטי  $n$  גדל?

**16) אוסילטור הרמוני 2**

חלקיק נמצא ברמת הייסוד של פוטנציאל הרמוני חד מימדי. מצאו את הביטוי להסתברות למצא את החלקיק מחוץ לתחום הקלאסי (אין צורך לפתור את האינטגרל בביטוי).

פונקציית הגל של מצב הייסוד היא  $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$ , כאשר  $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ .

## תשובות סופיות

(1) נכונה.

(2)  $1.04\text{eV}$ , האנרגיה לא תשתנה.

(3) ד

(4) נכונה.

$$(5) \frac{d}{\sqrt{2m(E+qv)}}$$

(6) 0.0243

(7) לא

(8) נכונה

(9) 50MHz

(10) נכונה

(11) לא

(12) לא

(13) תגדל.

(14) יקטן.

(15) לא משתנה.

$$(16) 2 \int_b^{\infty} (\pi b^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2}{b^2}} dx$$